

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1863

Theorie der Tangentialräder

[urn:nbn:de:bsz:31-270981](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-270981)

nur halb so viel Wasser ausfliesst, als bei ganz aufgezo- genem Schützen, so fliesst auch nur halb so viel Wasser durch das Rad. Wenn aber die halbe Wassermenge mit halb so grosser Geschwindigkeit durch das Rad fliesst, wird die lebendige Kraft des Wassers und demnach auch der Effekt 8 mal = 2^3 mal kleiner. Man sieht also, dass der Effekt dem Kubus der Wassermenge proportional ist, während bei einem richtig wirkenden Regulirschützen der Effekt einfach der ersten Potenz der Wassermenge proportional bleiben müsste. Das so eben Gesagte beweiset auch die vollkommene Theorie und wird durch Versuchsergebnisse vollkommen bestätigt.

Theorie der Tangentialräder.

Eintheilung der Tangentialräder. Die sogenannten Tangentialräder, von denen wir eine Klasse früher beschrieben haben, gehören zu den Partial-Turbinen.

Es gibt drei Arten von Tangentialrädern:

1. solche, bei welchen das Wasser am inneren Umfang des Laufrades in dasselbe eintritt und am äusseren Umfang austritt;
2. solche, bei welchen das Wasser am äusseren Umfang eintritt und am inneren Umfang austritt;
3. solche, bei welchen das Wasser am äusseren Umfang eintritt und am inneren Umfang austritt.

Die erstere dieser drei Anordnungen ist nichts anderes, als eine *Fourneyron'sche* Partial-Turbine und die Theorie derselben stimmt mit der einer Voll-Turbine nach *Fourneyron* vollkommen überein.

Bei der zweiten Art tritt das Wasser aussen mit einer gewissen relativen Geschwindigkeit in das Rad ein, verliert dieselbe allmähig durch die der Bewegung des Wassers entgegenwirkende Centrifugalkraft, wird hierauf durch die Centrifugalkraft wiederum hinausgeschleudert, und verlässt schliesslich das Laufrad am äusseren Umfang.

Es findet also hier zuerst eine Strömung nach einwärts und dann eine Strömung nach auswärts statt. Die erstere geschieht unter Gegenwirkung der Centrifugalkraft, die letztere wird durch die Centrifugalkraft hervorgebracht.

Bei der dritten Art von Tangentialrädern tritt das Wasser aussen in das Laufrad ein, durchströmt das Rad nach einwärts, verliert dabei durch die der Bewegung des Wassers entgegen-

wirkende Kraft einen Theil seiner relativen Eintrittsgeschwindigkeit, und erreicht zuletzt den inneren Umfang des Rades mit einer relativen Geschwindigkeit, die der Grösse nach gleich, der Richtung nach entgegengesetzt ist der inneren Umfangsgeschwindigkeit des Rades.

Die Theorien dieser drei Tangentialräder können zwar aus der früher entwickelten Theorie der *Fourneyron'schen* Turbine abgeleitet werden, wir halten jedoch eine direkte Herleitung für zweckmässiger. Jedoch beschränken wir uns darauf, die Bedingungen des besten Effektes aufzusuchen und dabei Reibungen und Störungen zu vernachlässigen.

Theorie des Tangentialrades mit innerer Einströmung und äusserer Ausströmung. Wir bedienen uns hier der Bezeichnungen, die wir Seite 167 für die Theorie der Turbine von *Fourneyron* aufgestellt haben.

Unter der Voraussetzung, dass das Rad im Unterwasser nicht eintaucht, dürfen wir annehmen, dass am inneren Umfang des Rades der atmosphärische Druck auch da vorhanden ist, wo die Einströmung statt findet; dann ist aber, weil wir Reibungen und Störungen vernachlässigen:

$$\frac{U^2}{2g} = H \dots \dots \dots (1)$$

Die Bedingung, dass das Wasser die Kanäle ausfüllt, ist:

$$Q = \Omega U_k = \Omega_2 u_2 = \Omega_1 u_1 k_1 \dots \dots \dots (2)$$

Die Bedingungen, dass das Wasser ohne Stoss eintritt, sind:

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_2}{U} &= \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \\ \frac{v_2}{U} &= \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

auch ist:

$$u_2^2 = U^2 + v_2^2 - 2 U v_2 \cos \alpha \dots \dots \dots (4)$$

Die Gleichung für die relative Bewegung des Wassers durch das Rad ist:

$$\frac{u_1^2}{2g} = \frac{u_2^2}{2g} + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} \dots \dots \dots (5)$$

wobei $\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}$ den Einfluss der Centrifugalkraft ausdrückt.

Die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser austritt, verschwindet für:

$$u_1 = v_1, \quad \gamma = 0 \dots \dots \dots (6)$$

Wegen (6) folgt aus (4):

$$v_2 = \frac{U}{2 \cos \alpha} \dots \dots \dots (7)$$

Wegen (6) folgt ferner aus (3) $\sin \alpha = \sin (\alpha + \beta)$, demnach:

$$\beta = \pi - 2 \alpha \dots \dots \dots (8)$$

Nennt man p das Verhältniss aus dem inneren Umfang des Rades und dem Theil dieses Umfanges, an welchem Einströmung statt findet, so hat man annähernd:

$$\left. \begin{aligned} \Omega &= \frac{2 R_2 \pi}{p} \sin \alpha \delta \\ \Omega_2 &= \frac{2 R_2 \pi}{p} \sin \beta \delta \\ \Omega_1 &= \frac{2 R_1 \pi}{p} \sin \gamma \delta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

und die Gleichungen (2) werden dann wegen $u_1 = v_1 = v_2 \frac{R_1}{R_2}$:

$$Q = \frac{2 R_2 \pi}{p} \sin \alpha \delta U k = \frac{2 R_2 \pi}{p} \sin \beta \delta v_2 = \frac{2 R_1 \pi}{p} \sin \gamma \delta k_1 v_2 = \frac{R_1}{R_2}$$

Aus der Gleichung $Q = \frac{2 R_2 \pi}{p} \sin \alpha \delta U k$ folgt:

$$R_2 = \sqrt{\frac{Q p}{2 \pi \sin \alpha U k} \left(\frac{R_2}{\delta} \right)} \dots \dots \dots (10)$$

Die Gleichheit $\frac{2 R_2 \pi}{p} \sin \alpha \delta U k = \frac{2 R_2 \pi}{p} \sin \beta \delta v_2$ wird, wenn man für β den Werth (8) und für v_2 den Werth (7) einführt und $k = i$ nimmt, eine identische.

Aus der Gleichheit $\frac{2 R_2 \pi}{p} \sin \alpha \delta U k = \frac{2 R_1 \pi}{p} \sin \gamma \delta k_1 v_2 \frac{R_1}{R_2}$ folgt, wenn man für v_2 seinen Werth aus (7) einführt:

$$\sin \gamma = \left(\frac{k}{k_1} \right) \left(\frac{R_2}{R_1} \right) \sin 2 \alpha \dots \dots \dots (11)$$

$$\sin 2 \alpha = \sin \beta = \sin \gamma \left(\frac{k_1}{k} \right) \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 \dots \dots \dots (12)$$

Weil γ sehr klein sein soll und $\left(\frac{R_1}{R_2} \right)$ nicht viel grösser als die Einheit ist, so fällt 2α und um so viel mehr α klein aus. Der Winkel β wird demnach nahe gleich 180° . Die Radumfänge werden daher von den Schaufeln unter ganz kleinen Winkeln geschnitten,

und dieses beinahe tangentiale Ein- und Ausströmen des Wassers motivirt die Benennung „Tangentialrad.“

Nach dem Ergebniss dieser Untersuchung stellen wir nun zur Berechnung der Dimensionen eines Tangentialrades mit innerer Einströmung und äusserer Ausströmung folgende Regeln auf.

1. Winkel γ , unter welchem die Radkurven den äusseren Umfang des Rades durchschneiden:

$$\gamma = 15 \text{ bis } 20^\circ$$

2. Verhältnisse der Halbmesser:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{3}{4}$$

3. Contraktionscoefficienten:

$$k = k_1 = 0.9$$

4. Winkel α , unter welchem die Leitflächen den inneren Umfang des Rades schneiden:

$$\sin 2 \alpha = \sin \gamma \left(\frac{k_1}{k} \right) \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2$$

5. Winkel β , unter welchem die Radflächen den inneren Umfang des Rades schneiden:

$$\beta = \pi - 2 \alpha$$

6. Verhältniss p zwischen dem inneren Umfang des Rades und dem Theil dieses Umfanges, an welchem Einströmung statt findet:

$$p = 4 \text{ bis } 5$$

7. Höhe des Rades:

$$\delta = \frac{1}{4} R_2$$

8. Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers:

$$U = \sqrt{2 g H}$$

9. Innerer Halbmesser des Rades:

$$R_2 = \sqrt{\frac{Q p}{2 \pi \sin \alpha U k} \left(\frac{R_2}{\delta} \right)}$$

10. Geschwindigkeit am inneren Umfang des Rades:

$$v_2 = \frac{U}{2 \cos \alpha}$$

11. Vortheilhafteste Anzahl der Umdrehungen des Rades in einer Minute:

$$n = 9.548 \frac{v_2}{R_2}$$

12. Anzahl der Radschaufeln:

$$i = 35 + 50 R_2$$

Theorie der Tangentialräder mit äußerer Einströmung und äußerer Ausströmung. Wir wählen die Winkel α, β, γ , so wie Tafel XII., Fig. 2 zeigt, und erhalten hier folgende Beziehungen:

$$U = \sqrt{2gH} \dots \dots \dots (1)$$

Die Bedingung, dass das Wasser die Querschnitte ausfüllt, ist:

$$Q = \Omega U k = \Omega_1 u_1 = \Omega_2 u_2 \dots \dots \dots (2)$$

Die Bedingungen, dass das Wasser aussen ohne Stoss eintritt, sind:

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_1}{U} &= \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \\ \frac{v_1}{U} &= \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \beta} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

Auch ist:

$$u_1^2 = v_1^2 + U^2 - 2 v_1 U \cos \alpha \dots \dots \dots (4)$$

Damit das Wasser am inneren Umfang ohne Geschwindigkeit ankommt, muss sein:

$$0 = u_1^2 - (v_1^2 - v_2^2) \dots \dots \dots (5)$$

wobei $v_1^2 - v_2^2$ den Einfluss der Centrifugalkraft ausdrückt.

Die relative Geschwindigkeit w_1 , mit welcher das Wasser nach seiner Zurückströmung an dem äusseren Umfang ankommt, ist:

$$w_1^2 = v_1^2 - v_2^2 \dots \dots \dots (6)$$

Die Bedingung, dass das Wasser ohne Geschwindigkeit den äusseren Umfang des Rades verlässt, ist:

$$w_1 = v_1, \quad \beta = 0 \dots \dots \dots (7)$$

Aus (6) und (7) folgt zunächst:

$$v_2 = 0 \dots \dots \dots (8)$$

Allein dieser Bedingung kann nicht entsprochen werden, denn man kann die Radschaufeln nicht bis zur Axe herein verlängern, weil die Kanäle an der Axe zu enge würden.

$\frac{u}{u}$

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_1}{u} &= \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \\ \frac{v_1}{u} &= \frac{\sin (\beta - \alpha)}{\sin \beta} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

$$u_1^2 = v_1^2 + U^2 - 2 v_1 U \cos \alpha \dots \dots \dots (4)$$

$$u_2^2 = u_1^2 - (v_1^2 - v_2^2) \dots \dots \dots (4)$$

$$u_2 = v_2, \quad \gamma = 0 \dots \dots \dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \Omega &= \left(\frac{2 R_1 \pi}{P} \sin \alpha \right) \delta \\ \Omega_1 &= \left(\frac{2 R_1 \pi}{P} \sin \beta \right) \delta \\ \Omega_2 &= \left(\frac{2 R_2 \pi}{P} \sin \gamma \right) \delta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

Wegen (5) folgt aus (4):

$$u_1 = v_1 \dots \dots \dots (7)$$

und hierdurch geben die Gleichungen (3):

$$v_1 = \frac{U}{2 \cos \alpha} \dots \dots \dots (8)$$

$$\beta = 2 \alpha \dots \dots \dots (9)$$

Aus den Gleichungen (2) und (6) findet man ferner:

$$R_1 = \sqrt{\frac{Q p}{2 \pi \sin \alpha U k} \left(\frac{R_1}{\delta} \right)} \dots \dots \dots (10)$$

$$\sin 2 \alpha = \sin \gamma \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 \left(\frac{k_2}{k} \right)$$

Bei dieser Anordnung kann man also den Bedingungen des absolut besten Effektes eben so gut entsprechen, wie bei den Tangentialrädern mit innerer Einströmung und äusserer Ausströmung. In praktischer Hinsicht verdient jedoch die Anordnung mit äusserer Einströmung den Vorzug, weil bei derselben die Anordnung, Aufstellung und Behandlung des Einlaufes weit leichter ist, als bei der Anordnung mit innerer Einströmung. Auch die Praxis ist zu dem gleichen Resultat gekommen. Gegenwärtig werden nur Tangentialräder mit äusserer Einströmung und innerer Ausströmung ausgeführt.

Zur Berechnung der Dimensionen eines solchen Tangentialrades stellen wir nun nachstehende Formeln auf:

1. Verhältniss der Halbmesser :

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{3}{4} \text{ bis } \frac{4}{5}$$

2. Winkel γ , unter welchem die Radkurven den inneren Umfang des Rades schneiden :

$$\gamma = 15^\circ \text{ bis } 20^\circ$$

- 3) Winkel β , unter welchem die Radkurven den äusseren Umfang des Rades schneiden :

$$\sin \beta = \sin \gamma \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 \frac{k_2}{k}$$

wobei $\frac{k_2}{k} = 1$ gesetzt werden darf.

4. Winkel α , unter welchem die Einlaufflächen den äusseren Umfang des Rades durchschneiden :

$$\alpha = \frac{\beta}{2}$$

5. Verhältniss p zwischen dem äusseren Umfang des Rades und dem Theil dieses Umfanges, an welchem Einströmung statt findet :

$$p = 4 \text{ bis } 5, \text{ wenn nur ein Einlauf,}$$

$$p = 3 \text{ „ } 4, \text{ wenn zwei Einläufe.}$$

6. Höhe des Rades :

$$\delta = \frac{1}{4} R_1$$

7. Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers :

$$U = \sqrt{2 g H}$$

8. Aeusserer Halbmesser des Rades :

$$R_1 = \sqrt{\frac{Q}{u} \frac{p}{2 \pi \sin \alpha k} \left(\frac{R_1}{\delta} \right)}$$

wobei in der Regel $k = 1$ gesetzt werden darf.

9. Umfangsgeschwindigkeit des Rades :

$$v_1 = \frac{U}{2 \cos \alpha}$$

10. Vortheilhafteste Anzahl der Umdrehungen des Rades in einer Minute :

$$n = 9.548 \frac{v_1}{R_1}$$

11. Anzahl der Radschaufeln:

$$i = 35 + 50 R_1$$

Von diesen Regeln sind 1, 2, 5, 6, 11 nach gut ausgeführten Tangentialrädern aufgestellt worden, die übrigen dieser Regeln sind Ergebnisse unserer Theorie.

Was den Nutzeffekt dieser Tangentialräder anbelangt, so kann derselbe auf rationellem Wege nicht herausgerechnet werden. Nach unseren Rechnungen ist es allerdings möglich, den Bedingungen des absolut besten Effektes zu entsprechen, allein unsere Rechnungen setzen voraus, dass keinerlei Störungen in der Bewegung und Wirkung des Wassers vorkommen, und diese Voraussetzung kann in der Wirklichkeit niemals erfüllt werden. Die Tangentialräder sind nun einmal Partial-Turbinen, das Wasser füllt die Radkanäle nicht vollkommen aus, es sprüht theilweise durch das Rad, und kann daher nur eine unvollkommene Wirkung hervorbringen. Ganz verlässliche Versuche über die Leistungen von ausgeführten Tangentialrädern kenne ich nicht. In der Umgebung von Karlsruhe in den grossen Fabriken zu Ettlingen sind mehrere von *Escher Wyss & Comp.* in Zürich erbaute, und in der That meisterhaft gearbeitete Tangentialräder im Gange. Mit einem dieser Tangentialräder wurden von Herrn *Gross*, Konstrukteur in der Maschinenfabrik zu Karlsruhe, Bremsversuche angestellt, dabei wurde ein Nutzeffekt von 65 bis 70 Prozent gefunden, und dieses Güteverhältniss blieb bei sehr veränderlichem Wasserzfluss ziemlich konstant. Diese günstigen Ergebnisse scheinen mir nicht nur aus theoretischen Gründen unwahrscheinlich zu sein, sondern auch mit der wiederholt gemachten Erfahrung im Widerspruch zu stehen, dass gewöhnliche Turbinen einen auffallend ungünstigen Effekt liefern, wenn sie nur theilweise gefüllt arbeiten. Sollten sich diese günstigen Leistungen der Tangentialräder in der Folge bestätigen, so würden dieselben allerdings bei kleinen veränderlichen Wassermengen und grösseren Gefällen sehr zu empfehlen sein.

Die Praxis des Turbinenbaues. Konstruktive Details.

Anfertigung des Einlauf- und des Turbinenrades für eine Jonval'sche Turbine. Die Körper des Einlauf- und des Turbinenrades sind jederzeit von Gusseisen. Die Schaufeln werden ebenfalls von Gusseisen gemacht und mit dem Radkörper zusammengegossen, wenn die Metalldicke derselben 1^{cm} oder mehr, dagegen von Schmiede-