Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1863

Annäherungstheorie der Fourneyron'schen Turbine

urn:nbn:de:bsz:31-270981

genau gleich dem absoluten Effekt der Wasserkraft, d. h. gleich dem Produkte aus der Wassermenge in den Vertikalabstand der Wasserspiegel des oberen und unteren Kanales.

Es wird sich in der Folge zeigen, dass es bei der *Schottischen* Turbine selbst theoretisch unmöglich ist, jenen Bedingungen zu genügen, dass es ferner bei der *Fourneyron*'schen Turbine zwar theoretisch, nicht aber praktisch möglich ist, den Anforderungen zu entsprechen.

Annäherungstheorie der Fourneyron'schen Turbine. Keine Aufgabe, die sich auf eine Wirklichkeit bezieht, kann mit absoluter Genauigkeit gelöst werden, man muss sich jederzeit mit Annäherungen begnügen und es kann nur die Frage sein, welchen Genauigkeitsgrad man zu erreichen anstreben will. Die geringeren Genauigkeitsgrade werden durch empirische Regeln gewonnen. Höhere Grade werden erreicht, indem man sich auf feste Grundsätze stützt, aber alle das Wesen der Sache nicht treffenden störenden Einwirkungen unberücksichtigt lässt. Der höchste Grad kann erreicht werden, wenn es gelingt, nicht nur die das Wesen der Sache betreffenden Einwirkungen, sondern auch alle in der Wirklichkeit vorhandenen störenden Einflüsse zu berücksichtigen. Wir wollen nun zunächst die Aufgabe stellen, die Bedingungen ausfindig zu machen, bei deren Erfüllung eine Turbine die besten Effektleistungen hervorzubringen vermöchte, wenn alle die Bewegung und Wirkung des Wassers störenden Nebeneinflüsse nicht vorhanden wären, oder beseitiget werden könnten.

Wir setzen voraus:

1. Die Turbine befinde sich in einem Beharrungszustand der Bewegung, wobei sich ihr Zustand mit der Zeit in keinerlei Weise ändert.
2. Das Wasser gelange ohne alle Störung aus dem Zuflusskanal bis an die Mündungen des Einlaufrades, trete dann ohne Stoss in das Rad ein und durchströme seine Kanäle in so regelmässiger Weise, dass alle Wassertheilchen identische Bewegungen machen.
3. Das Wasser fülle die Kanäle des Leitrades wie des Turbinenrades vollkommen aus, so dass ein unregelmässiges Hin- und Herschlagen desselben zwischen den Wänden der Kanäle nicht statt finden kann.
4. Es finde an den Wandungen, längs welchen das Wasser hinfliesst, keine Reibung statt.

5. Die Radkurven und Leitkurven seien so schwach gekrümmt, dass das Wasser denselben folgen kann.
6. Die Anzahl der Leitkurven und Radkurven sei so gross, dass eine vollständig sichere Leitung aller einzelnen Wassertheilchen statt finden kann.
7. Die Leitschaufeln und Radschaufeln seien unendlich dünn, so dass sich das Wasser an den Kanten nicht stossen kann.
8. Der Schützen sei bis zur Höhe des Rades aufgezogen.

Diese Voraussetzungen haben eine zweifache Bedeutung. Sie vereinfachen die Lösung der vorliegenden Aufgabe, oder noch mehr, sie schieben alle die eigentlichen Schwierigkeiten, welche sich der Lösung entgegenstellen, bei Seite. Dann aber sprechen sie in ganz bestimmter Weise einige von den Bedingungen aus, welche schlechterdings erfüllt werden müssen, wenn eine vortheilhafte Kraftaufsammlung stattfinden soll, und geben in allerdings etwas unbestimmter Weise die Mittel an, wodurch man diesen Bedingungen entsprechen kann. In rein wissenschaftlicher Hinsicht ist es allerdings wünschenswerth, wenn die Theorie einer Maschine auch auf ganz fehlerhafte Anordnungen anwendbar ist; in praktischer Hinsicht darf man sich aber glücklich schätzen, wenn eine Theorie diejenigen Wahrheiten entwickelt, welche ohne Rechnung nicht erkannt werden können. Wir werden in der Folge versuchen, eine allgemeine und genaue Theorie der Turbinen aufzustellen, sind aber nicht der Meinung, dass damit in praktischer Hinsicht erhebliche Vortheile erzielt werden können, denn mancherlei Vorgänge, die bei der Bewegung und Wirkung des Wassers vorkommen, sind in dem Grade komplizirt, dass sie die grösste analytische Virtuosität nicht verfolgen kann, und wenn es auch möglich wäre, alle Vorgänge haarscharf analytisch auszudrücken, so würde dies dennoch für die Praxis von keinem erheblichen Werth sein, weil es doch nicht gelänge, die Mittel ausfindig zu machen und in Anwendung zu bringen, durch welche alle nachtheiligen Störungen gehoben werden könnten.

Für die in der folgenden Rechnung erscheinenden Grössen wählen wir die nachstehenden Bezeichnungen, Tafel XI., Fig. 5.

i die Anzahl der Leitkurven;

δ die Höhe der Schützenöffnung oder die Höhe der Leitkurvenkanäle, wenn der Schützen bis zu einem gewissen Punkt aufgezogen ist;

s der kleinste Abstand zweier unmittelbar auf einander folgenden Leitkurven. Dieser Abstand wird gefunden, wenn man von dem

Endpunkte c einer Leitkurve auf die unmittelbar folgende Leitkurve einen Perpendikel c f fällt. Die Länge c f dises Perpendikels ist $= s$;

$\Omega = i\, s\, \delta$ die Summe der Querschnitte aller Oeffnungen am Leitkurvenapparat;

α der Winkel, den die mittlere Richtung, nach welcher das Wasser aus den Leitkurvenkanälen austritt, mit dem inneren Umfang des Rades bildet. Um diesen Winkel zu finden, ziehe man in den Punkten c und f Tangenten an die Leitkurven, halbire den Winkel f m c, ziehe in dem Punkt k, in welchem die Halbirungslinie den inneren Umfang des Rades schneidet, eine Tangente k l, so ist $\widehat{l\,k\,m} = \alpha$;

U die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus den Leitkurvenkanälen austritt;

R_2 der innere, R_1 der äussere } Halbmesser des Rades;

β der Winkel, unter welchem die Radkurven den inneren Umfang des Rades schneiden. Dieser Winkel wird gefunden, indem man in dem Durchschnittspunkt n einer Radkurve mit dem innern Umfang des Rades an diesen Umfang und an die Radkurven Tangenten zieht;

γ der Winkel, den die mittlere Richtung, nach welcher das Wasser aus dem Rade strömt, mit dem äusseren Umfang des Rades bildet. Dieser Winkel wird gefunden, indem man von dem Endpunkt w einer Radkurve auf die nächstfolgende den Perpendikel w x fällt, in den Punkten w und x an die Radkurven Tangenten zieht, den Winkel w y x halbirt und in dem Durchschnittspunkt der Halbirungslinie an den äusseren Umfang des Rades eine Tangente zieht;

$s_1 = w\,x$ der senkrechte Abstand zweier Radkurven am äusseren Umfang des Rades;

s_2 der senkrechte Abstand zweier unmittelbar aufeinander folgenden Radkurven am inneren Umfang des Rades;

δ_1 die Höhe der Radkanäle;

i_1 die Anzahl der Radkurven;

$\Omega_2 = i_1\, s_2\, \delta_1$ die Summe der Querschnitte der Radkanäle am inneren Umfang des Rades;

$\Omega_1 = i_1\, s_1\, \delta_1$ die Summe der Querschnitte der Radkanäle am äusseren Umfang des Rades;

k der Kontraktionscoefficient für den Austritt des Wassers aus dem Leitkurvenapparat;

k_1 der Kontraktionscoeffizient für den Austritt des Wassers aus dem Rade;

v_2 v_1 die absoluten Geschwindigkeiten des inneren und äusseren Radumfanges;

u_2 u_1 die relativen Geschwindigkeiten des Wassers gegen die Radkurven, beim Eintritt und Austritt;

w die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus dem Rade tritt;

$\mathfrak{A}$ der Druck der Atmosphäre auf einen Quadratmeter;

$\mathfrak{Q}$ der Druck auf einen Quadratmeter bezogen, mit welchem sich die Wassertheilchen in der kreisförmigen Spalte am inneren Umfang des Rades nach der Richtung ihrer Bewegung pressen;

Q die Wassermenge in Kubikmetern, welche in jeder Sekunde auf die Turbine wirkt;

$\varrho = 1000$ Kilogramm das Gewicht von einem Kubikmeter Wasser;

$g = 9{\cdot}809^m$ die Endgeschwindigkeit nach der ersten Sekunde beim freien Fall der Körper;

E_n der Nutzeffekt des Rades in Kilgm.,

H das Gefälle. Wenn das Rad im Unterwasser nicht eintaucht, muss unter dem Gefälle die vertikale Höhe des Wasserspiegels im Zuleitungskanal über der Ebene verstanden werden, in welcher die Mittelpunkte der Oeffnungen der Radkanäle liegen. Ist hingegen das Rad im Unterwasser eingetaucht, so ist das Gefälle der Vertikalabstand der Wassserspiegel im obern und untern Kanal;

h die Tiefe der Tauchung des Rades, worunter wir die Tiefe der Ebene, in welcher die Mittelpunkte der Oeffnungen der Radkanäle liegen, unter dem Wasserspiegel im Abflusskanal verstehen wollen. Tafel X., Fig. 1.

Nach diesen Vorbereitungen wenden wir uns nun zur Entwicklung der Theorie.

Da wir voraussetzen, dass das Wasser die Kanäle des Einlaufrades und des Turbinenrades ganz ausfüllt, so sind Ω Ω_2 Ω_1 gleich den Querschnitten der Wasserkörper, und man hat daher:

$$Q = \Omega\, U\, k = \Omega_2\, u_2 = \Omega_1\, u_1\, k_1 \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

Da wir die Reibungswiderstände und Störungen, die in der Bewegung des Wassers vorkommen, ganz vernachlässigen, erfolgt der Austritt des Wassers aus dem Einlaufrad wie aus einer unter Wasser befindlichen Oeffnung, deren Mittelpunkt in einer Tiefe

$\frac{\mathfrak{A}}{1000} + \mathrm{H} + \mathrm{h}$ unter dem oberen und in einer Tiefe $\frac{\mathrm{q}}{1000}$ unter dem unteren Wasserspiegel sich befindet; man hat daher:

$$\mathrm{U} = \sqrt{2\,\mathrm{g}\left(\frac{\mathfrak{A}}{1000} + \mathrm{H} + \mathrm{h} - \frac{\mathfrak{Q}}{1000}\right)}$$

oder:

$$\frac{\mathrm{U}^2}{2\,\mathrm{g}} = \frac{(\mathfrak{A} - \mathfrak{Q})}{1000} + \mathrm{H} + \mathrm{h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Nennen wir v die relative Geschwindigkeit eines aus dem Einlaufrad austretenden Wassertheilchens gegen den inneren Umfang des Turbinenrades und n den Winkel dieser relativen Geschwindigkeit gegen den inneren Radumfang, so hat man zur Bestimmung dieser zwei Grössen folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\mathrm{v}}{\mathrm{U}} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \\ \frac{\mathrm{v}_2}{\mathrm{U}} = \frac{\sin\left[\pi - (\alpha + \beta)\right]}{\sin\mathrm{n}} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin\mathrm{n}} \\ \text{Auch ist: } \mathrm{v}^2 = \mathrm{v}_2^2 + \mathrm{U}^2 - \mathrm{U}\,\mathrm{v}_2\cos\alpha \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Da wir nun verlangen, dass der Uebertritt des Wassers aus dem Einlaufrad in das Turbinenrad ohne Stoss erfolgen soll, so muss die relative Richtung des Wassers gegen das Rad mit der Richtung der Radschaufeln übereinstimmen, muss also $\mathrm{n} = \beta$ sein und muss ferner die relative Geschwindigkeit v des austretenden Wassers gleich sein der relativen Geschwindigkeit u_2 des Wassers gegen die Radkurven. Wir erhalten also die Bedingungen, bei deren Erfüllung der Uebertritt des Wassers ohne Stoss erfolgt, wenn wir in den Ausdrücken (3) $\mathrm{v} = \mathrm{u}_2$ und $\mathrm{n} = \beta$ setzen.

Diese Bedingungen sind also (siehe Tafel XI., Fig. 5, $\overline{\mathrm{A\,B}} = \mathrm{U}$, $\overline{\mathrm{A\,C}} = \mathrm{v}_2$, $\overline{\mathrm{A\,D}} = \mathrm{u}_2$):

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\mathrm{u}_2}{\mathrm{U}} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \\ \frac{\mathrm{v}_2}{\mathrm{U}} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin\beta} \\ \mathrm{u}_2^2 = \mathrm{v}_2^2 + \mathrm{U}^2 - 2\,\mathrm{v}_2\,\mathrm{U}\cos\alpha \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

Eigentlich sind es nur zwei Bedingungsgleichungen, denn die letztere der Gleichungen (4) ist eine Folge der beiden ersteren.

Nun müssen wir die relative Geschwindigkeit u_1 des Wassers gegen die Schaufeln am äusseren Umfang des Rades bestimmen, und hierzu bedienen wir uns eines Lehrsatzes aus der dynamischen Theorie der relativen Bewegung (Prinzipien der Mechanik Seite 129), welcher lautet: Wenn ein Punkt gezwungen ist, einem Kanal zu folgen, welcher sich um eine vertikale Axe dreht, so erfolgt die relative Bewegung des Punktes gegen den Kanal gerade so, wie wenn der Kanal keine Bewegung hätte, und auf den Punkt nebst den wirklich vorhandenen Kräften auch noch nach radialer Richtung auswärts eine Kraft einwirkte, die gleich ist der sogenannten Centrifugalkraft.

Nennen wir q das Gewicht eines Wasseratoms, ω die Winkelgeschwindigkeit der Turbine, x die Entfernung des Wasseratoms von der Turbinenaxe in einem bestimmten Moment der Zeit, während welcher das Atom durch das Rad geht, so ist (Prinzipien der Mechanik, Seite 122):

$$\frac{q}{g} \omega^2 x$$

die Centrifugalkraft.

Die Arbeit, welche dieselbe entwickelt, während das Wasseratom von dem inneren Umfang des Rades bis an den äusseren gelangt, ist:

$$\int_{R_2}^{R_1} \frac{q}{g} \omega^2 x \, d\, x = \frac{q\, \omega^2}{2\, g} (R_1^2 - R_2^2) = \frac{q}{2\, g} (v_1^2 - v_2^2) \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

denn es ist $v_1 = R_1 \omega$, $v_2 = R_2 \omega$. Da diese Rechnung für jedes das Rad durchströmende Wassertheilchen gilt, so haben wir in dem letzten Ausdruck nur $1000\, Q$ statt q zu setzen, um die Arbeit zu erhalten, welche die Centrifugalkraft auf die in jeder Sekunde durch das Rad strömende Wassermasse Q ausübt. Diese Arbeit ist demnach:

$$1000 \frac{Q}{2\, g} (v_1^2 - v_2^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Am inneren Umfang des Rades herrscht eine Pressung $\mathfrak{D}$, am äusseren Umfang wirkt ein Druck $\mathfrak{A} + 1000\, h$. Das Wasser wird demnach durch die Differenz dieser Pressungen herausgetrieben und wird dabei gleichzeitig durch die Centrifugalkraft beschleunigt, wir haben daher zu setzen:

$$\frac{1000\, Q}{2\, g} (u_1^2 - u_2^2) = 1000\, Q \left(\frac{\mathfrak{D}}{1000} - \frac{\mathfrak{A}}{1000} - h \right) + 1000 \frac{Q}{2\, g} (v_1^2 - v^2)$$

oder wenn man mit $\frac{1000\, Q}{2\, g}$ dividirt

$$u_1^2 - u_2^2 = 2\, g \left(\frac{\mathfrak{D}}{1000} - \frac{\mathfrak{A}}{1000} - h \right) + (v_1^2 - v_2^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Es ist aber nicht zu vergessen, dass wir bei dieser Rechnung die Reibung des Wassers an den Kanalwänden und die mancherlei Verluste an lebendiger Kraft, die durch unregelmässige Durcheinander-Bewegungen der Wasseratome entstehen, vernachlässiget haben.

Die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser das Rad verlässt, ist die Resultirende aus der relativen Geschwindigkeit u_1 des Wassers gegen die äusseren Enden der Radschaufeln und aus der absoluten Umfangsgeschwindigkeit v_1 des Rades; man hat daher (Tafel XI., Fig. 5, $\overline{A_1 D_1} = u_1$, $\overline{A_1 C_1} = v_1$, $\overline{A_1 B_1} = w$):

$$w^2 = u_1^2 + v_2^2 - 2 \, u_1 \, v_1 \cos \gamma \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

Für die vortheilhafteste Wirkung des Wassers auf das Rad muss w verschwinden, was nur dann der Fall ist, wenn man hat:

$$\left.\begin{array}{l} u_1 = v_1 \\ \gamma = 0 \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Durch die Gesammtheit der gewonnenen Resultate werden die Bedingungen, bei deren Erfüllung eine vortheilhafte Wirkung des Wassers statt finden kann, analytisch ausgedrückt. Wir wollen diese Bedingungsgleichungen für die weitere analytische Umformung zusammenstellen, und jeder die Nummer beisetzen, welche dieselbe bei der Herleitung erhalten hat.

a. Die Bedingungen, dass das Wasser alle Kanäle ausfüllt, sind:

$$Q = \Omega \, U \, k = \Omega_2 \, u_2 = \Omega_1 \, u_1 \, k_1 \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

b. Der Austritt des Wassers aus dem Leitapparat gibt:

$$U^2 = 2 \, g \left(\frac{\mathfrak{A} - \mathfrak{Q}}{1000} + H + h \right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

c. Die Bedingungen, bei deren Erfüllung der Uebertritt des Wassers aus dem Einlauf- in das Turbinenrad ohne Stoss erfolgt, sind:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{u_2}{U} = \dfrac{\sin \alpha}{\sin \beta} \\[2ex] \dfrac{v_2}{U} = \dfrac{\sin (\alpha + \beta)}{\sin \beta} \\[2ex] u_2^2 = v_2^2 + U^2 - 2 \, v_2 \, U \cos \alpha \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

d. Die Bewegung des Wassers durch das Rad unter dem Einfluss der Centrifugalkraft und dem Einfluss der an den Radumfängen herrschenden Pressungen, wird durch folgende Gleichung ausgedrückt:

$$u_1^2 - u_2^2 = 2\,g\left(\frac{\mathfrak{Q}}{1000} - \frac{\mathfrak{A}}{1000} - h\right) + (v_1^2 - v_2^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

e. Damit der Austritt des Wassers aus dem Rade ohne Geschwindigkeit erfolgt, muss sein:

$$\left.\begin{array}{l} u_1 = v_1 \\ \gamma = o \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Diese Gleichungen sprechen noch nicht; wir müssen sie weiter analytisch verarbeiten.

Durch Addition der Gleichungen (2) und (7) folgt:

$$U^2 + u_1^2 - u_2^2 = 2\,g\,H + v_1^2 - v_2^2$$

Berücksichtiget man die erste der Gleichungen (9) und führt für u_2^2 den Werth ein, den die dritte der Gleichungen (4) darbietet, so findet man:

$$o = 2\,g\,H - 2\,v_2\,U \cos \alpha$$

Setzt man für v_2 den Werth, der aus der zweiten der Gleichungen (4) folgt und sucht hierauf U, so findet man:

$$U = \sqrt{g\,H\,\frac{\sin \beta}{\cos \alpha \, \sin (\alpha + \beta)}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Führt man diesen Werth in die erste und zweite der Gleichungen (4) ein, so folgt:

$$v_2 = \sqrt{g\,H\,\frac{\sin (\alpha + \beta)}{\cos \alpha \, \sin \beta}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

$$u_2 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}\sqrt{g\,H\,\frac{\sin \beta}{\cos \alpha \, \sin (\alpha + \beta)}} \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Aus (2) und (10) folgt durch Elimination von U:

$$\frac{\mathfrak{Q}}{1000} = \frac{\mathfrak{A}}{1000} + h + H\left(1 - \frac{1}{2}\,\frac{\sin \beta}{\cos \alpha \sin (\alpha + \beta)}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Statt der Gleichungen (1) kann man schreiben:

$$Q = \Omega\,U\,k$$

$$\frac{\Omega_1\,k_1}{\Omega\,k} = \frac{U}{u_1} = \frac{U}{v_1}\,\frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{\Omega_2}{\Omega\,k} = \frac{U}{u_2}$$

oder wenn man für $\frac{U}{v_2}$ und $\frac{U}{u_2}$ die Werthe setzt, welche aus (4) folgen:

$$\left.\begin{array}{l} Q = \Omega \, U \, h \\ \frac{\Omega_1 \, k_1}{\Omega \, k} = \frac{R_2}{R_1} \, \frac{\sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)} \\ \frac{\Omega_2}{\Omega \, k} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Diese 7 Gleichungen enthalten 16 verschiedene Grössen; es bleiben also 9 derselben unbestimmt. Nun sind $g \, \mathfrak{A} \, h \, k \, k_1 \, Q \, H$ gegebene Grössen, daher bleiben nur noch 2 unbestimmt, und für diese ist es am angemessensten, α und β zu wählen.

Wenn also die Grössen $g \, \mathfrak{A} \, h \, k \, k_1 \, Q \, H$ gegeben sind und die Winkel α und β passend angenommen werden, so kann man vermittelst der Gleichungen (10) bis (14) diejenigen Werthe von $U \, v_2 \, u_2 \, \mathfrak{D} \, \Omega \, \Omega_1 \, \Omega_2$ berechnen, welche dem absoluten Maximum des Effektes entsprechen würden, wenn keine Reibungen und auch keine Störungen in der Bewegung des Wassers vorkämen.

Die Winkel α und β sind nur innerhalb gewisser Grenzen willkürlich; sie müssen nämlich so gewählt werden, dass die Ausdrücke (10) bis (14) positive und endliche reelle Werthe geben. Dies ist der Fall, wenn $\alpha < 90$ und $\alpha + \beta < 180$ angenommen wird.

Würde $\alpha > 90$ und $\alpha + \beta > 180°$ genommen, so können zwar die Werthe von $U \, v_2 \, u_2$ reell ausfallen, aber die zweite der Gleichungen (14) gibt dann für Ω_1 einen negativen Werth.

Wird $\alpha < 90$, $(\alpha + \beta) > 180$ angenommen, so wird v_2 und U imaginär und Ω_1 negativ.

Wird endlich $\alpha > 90$, $\alpha + \beta < 180°$ genommen, so wird v_2 und U imaginär und Ω_1 wird positiv unendlich.

Die verschiedenen Anordnungen, welche man erhält, wenn den Winkeln α und β innerhalb der Grenzen $\alpha < 90°$, $\alpha + \beta < 180$ alle möglichen Werthe ertheilt werden, lassen sich in drei Klassen eintheilen.

Die erste Klasse umfasst alle diejenigen Anordnungen, für welche

$$2 \, \alpha + \beta < 180$$

ist. In diesem Falle wird:

$$U < \sqrt{2 \, g \, H}$$

$$Q > A + 1000 \, h$$

denn es ist:

$$\frac{\sin\beta}{\cos\alpha\sin(\alpha+\beta)} = 2\,\frac{\sin\beta}{\sin(2\,\alpha+\beta)+\sin\beta} < 2$$

Bei dieser Klasse von Turbinen strömt also das Wasser aus den Leitschaufeln mit einer Geschwindigkeit aus, die kleiner ist als diejenige, welche der Gefällshöhe entspricht, und die wechselseitige Pressung der Wassertheilchen am inneren Umfang des Rades fällt grösser aus, als der atmosphärische Druck.

Zur zweiten Klasse gehören diejenigen Turbinen, für welche $2\,\alpha+\beta = 180^{\circ}$ ist. Dann wird wegen

$$\frac{\sin\beta}{\cos\alpha\sin(\alpha+\beta)} = 2\,\frac{\sin\beta}{\sin(2\,\alpha+\beta)+\sin\beta} = 2$$

$$U = \sqrt{2\,g\,H}$$

$$\mathfrak{Q} = A + 1000\;h$$

Bei dieser Klasse strömt demnach das Wasser mit einer Geschwindigkeit aus, die gleich ist derjenigen, welche dem Gefälle entspricht.

Die dritte Klasse ist endlich diejenige, für welche $2\,\alpha+\beta > 180^{\circ}$ ist. Dann wird wegen

$$\frac{\sin\beta}{\cos\alpha\sin(\alpha+\beta)} = 2\,\frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+2\,\beta)+\sin\beta} > 2$$

$$U > \sqrt{2\,g\,H}$$

$$\mathfrak{Q} < A + 1000\;h$$

Das Wasser strömt also in diesem Falle mit einer Geschwindigkeit aus, die grösser ist als jene, welche dem Gefälle entspricht.

Wir werden in der Folge zeigen, dass nur die Turbinen der ersten Klasse praktisch gute Effekte zu geben vermögen, weil nur bei diesen gewissen Nebenbedingungen, die in unserer unvollkommenen Theorie nicht vorkommen, entsprochen werden kann.

Bestimmung der Abmessungen einer Fourneyron'schen Turbine. Die Bedingungen des absoluten Maximums des Effektes, welche bei der Aufstellung von Regeln für die Bestimmung der wesentlichen Abmessungen von Turbinen sorgfältig berücksichtiget werden müssen, lassen sehr viele Grössenverhältnisse ganz unbestimmt, woraus man berechtigt ist zu schliessen, dass diese nach der nun geprüften Theorie der willkürlichen Grössen keinen wesentlichen Einfluss auf