Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1863

Theorie der Fourneyron'schen Turbinen

urn:nbn:de:bsz:31-270981

mehr folgt; ferner wird die Geschwindigkeit dieser Turbine bei hohem Gefälle so gross, dass die Zapfen nicht mehr haltbar sind. Die Turbine bei Frankfurt hat nur einen Durchmesser von $0 \cdot 3^{m}$ und macht in der Minute 720 Umdrehungen.

Partial-Turbinen. Partial-Turbinen wollen wir solche Turbinen nennen, bei welchen das Wasser gleichzeitig nur auf einen Theil der Radschaufeln wirken kann. Sie unterscheiden sich von den Voll-Turbinen durch die Konstruktion des Einlaufes, der so gebildet ist, dass er das Wasser nicht überall, sondern nur an einzelnen Stellen in das Rad eintreten lässt. Diese Partial-Turbinen erhalten bei gleicher Wassermenge viel grössere Dimensionen und machen deshalb viel weniger Umdrehungen als Voll-Turbinen, sind demnach für die Benützung von kleinen Wassermengen und grossen Gefällen geeignet. Nur ist leider die Effektleistung der Partial-Turbinen nicht so günstig als jene der Voll-Turbinen.

Tangentialräder. Die sogenannten Tangentialräder sind im Wesentlichen *Fourneyron*'sche Partial-Turbinen. Es gibt deren mehrere Arten. Wir beschränken uns hier auf die Beschreibung von nur einer Art, welche in theoretischer Hinsicht vollkommen, und in praktischer Hinsicht von Werth ist, nämlich die Anordnung Tafel XI., Fig. 3 und 4, bei welcher das Wasser am äussern Umfang des Rades eintritt und am innern Umfang austritt. Das Wasser gelangt durch das Zuflussrohr a in den Einlauf b, wo zwei Schieber c c angebracht sind, die durch Schrauben und Räder vorgeschoben oder zurückgezogen werden können, wodurch der Wasserzufluss regulirt werden kann. Die Radflächen begegnen dem äusseren wie dem inneren Umfang unter kleinen Winkeln.

Theorie der Fourneyron'schen Turbinen.

Bewegung und Wirkungsart der Fourneyron'schen Turbine. Im Vorhergehenden haben wir die Turbinen nur äusserlich beschrieben, ohne in die dynamischen Vorgänge tiefer einzudringen. Wir haben dadurch eine äussere Anschauung von den mannigfaltigen Anordnungen gewonnen, und gelegentlich durch Zwischenbemerkungen die praktischen Vortheile und Nachtheile, welche den einzelnen Anordnungen zukommen, angedeutet. Wir wenden uns nun zur Theorie dieser Maschinen, um diejenigen Bedingungen kennen zu lernen, welche erfüllt sein müssen, damit diese Kraftaufsammlungsapparate ihrer Bestimmung gut zu entsprechen im Stande sind, und beginnen mit der Theorie der *Fourneyron*'schen Turbine.

Um jedoch die folgenden analytischen Untersuchungen ohne Unterbrechung verfolgen zu können und die Uebersicht über die Rechnungen durch Zwischenbetrachtungen nicht stören zu müssen, wollen wir zunächst die Bewegung und Wirkungsart so weit kennen zu lernen suchen, als es ohne Rechnung möglich ist.

Der erste Punkt, welcher zu erklären von Wichtigkeit ist, betrifft den Einfluss des Rades und dessen Geschwindigkeit auf die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus den Leitschaufeln ausströmt.

Wenn bei einer Turbine das Rad ganz beseitiget wird, strömt das Wasser zwischen den Leitkurven mit einer Geschwindigkeit aus, die sehr nahe der Endgeschwindigkeit gleich kömmt, welche ein durch die Gefällshöhe im luftleeren Raum freifallender Körper erlangt. Diese Geschwindigkeiten würden vollkommen übereinstimmen, wenn keine Störungen durch Reibungen und andere Nebenumstände stattfänden. Ganz anders verhält sich aber die Sache, wenn das Rad den Leitkurven-Apparat umgibt, und sich um denselben schnell herumbewegt; denn in diesem Falle strömt das Wasser, je nach Umständen, langsamer, schneller oder eben so geschwind aus den Leitkurven aus, als wenn das Rad nicht vorhanden ist. Wenn die äusseren Oeffnungen am Rade sehr eng sind, im Vergleich mit den Oeffnungen des Leitkurven-Apparates, und wenn ferner das Rad nur eine mässige Geschwindigkeit hat, so ist klar, dass das Wasser nur mit kleiner Geschwindigkeit aus den Leitkurvenkanälen ausströmen kann. Denn sind z. B. die äusseren Oeffnungen des Rades zehnmal kleiner als jene der Leitkurvenkanäle, so wird das Wasser bei ersteren ungefähr zehnmal schneller ausströmen, als bei letzteren. Dreht sich aber das Rad nicht schnell, so ist die Ausflussgeschwindigkeit am äusseren Umfang des Rades nicht viel von derjenigen verschieden, die der Druckhöhe entspricht; die Geschwindigkeit, mit welcher also unter den angenommenen Verhältnissen der Oeffnungen der Kanäle das Wasser aus den Leitkurvenkanälen ausströmt, ist daher ungefähr zehnmal kleiner, als sie sein würde, wenn das Rad nicht vorhanden wäre.

Sind dagegen die äusseren Oeffnungen der Radkanäle gleich oder grösser als jene der Leitkurvenkanäle, und dreht sich das Rad sehr schnell um seine Axe, so wirkt das Rad dem Ausströmen des Wassers aus den Leitkurvenkanälen nicht nur nicht entgegen, sondern es begünstiget sogar durch die Centrifugalkraft, die aus der schnellen drehenden Bewegung entsteht, das Ausströmen, und es kann unter diesen Umständen sogar der Fall eintreten, dass das Wasser mit grösserer Geschwindigkeit austritt, als wenn das Rad nicht vorhanden wäre.

Hieraus geht hervor, dass die Ausflussgeschwindigkeit des Wassers aus den Leitkurvenkanälen nicht nur von dem Gefälle, sondern auch von der Konstruktion und Geschwindigkeit des Rades abhängt. Dieses schnellere oder langsamere Ausströmen des Wassers kann aber nur dadurch hervorgebracht werden, dass der wechselseitige Druck zwischen den Wassertheilchen, in der Richtung ihrer Bewegung, in der ringförmigen Spalte am inneren Umfang des Rades mit der Konstruktion und Geschwindigkeit desselben veränderlich ist. Ist dieser Druck gleich dem Druck der Atmosphäre, so strömt das Wasser so aus, als wäre das Rad nicht vorhanden. Ist dieser Druck grösser oder kleiner als der atmosphärische, so strömt das Wasser im ersteren Falle langsamer, im letzteren Falle schneller aus, als wenn das Rad nicht vorhanden ist.

Aus diesen Erläuterungen geht hervor, dass man von einer Theorie über die Turbine nur dann mit der Erfahrung übereinstimmende Resultate erwarten darf, wenn dieselbe die Ausflussgeschwindigkeit des Wassers aus den Leitkurvenkanälen, so wie auch den zwischen den Wassertheilchen am inneren Umfang des Rades herrschenden Druck aus der Natur der Sache für alle möglichen Fälle bestimmen lehrt. Man würde sich sehr irren, wenn man glaubte, die wirkliche Ausflussgeschwindigkeit bestimmen zu können, indem man die der Druckhöhe entsprechende Geschwindigkeit mit einem gewissen Korrektions-Coeffizienten multipliziren würde, denn dieser Coeffizient ist je nach der Konstruktionsart und dem Bewegungszustand des Rades zu sehr veränderlich.

Bei *Fourneyron*'schen Turbinen ist derselbe 0·6 bis 1·2. Bei den *Cadiat*'schen Turbinen nur 0.1 bis 0.5. Bei den *Schottischen* Turbinen meistens noch kleiner. Da von der Ausflussgeschwindigkeit des Wassers die Höhe des Rades abhängt, so ist es insbesondere von grosser Wichtigkeit, sie für alle Umstände im Voraus richtig berechnen zu können, denn wenn das Rad zu niedrig gemacht wird, kann es nicht so viel Wasser durchfliessen lassen, als zur Hervorbringung eines gewissen Nutzeffektes nothwendig ist.

Ist das Rad zu hoch, so wird der Schützen nur zum Theil aufgezogen werden müssen, um die nothwendige Quantität Wasser in das Rad eintreten zu lassen, und dann füllt das Wasser die Radkanäle nicht aus und schlägt unregelmässig an den Wänden hin und her, wodurch der Effekt bedeutend geschwächt wird.

Bei dem Uebertritt des Wassers aus dem Leitkurven-Apparat in das Rad treten im Allgemeinen plötzliche Aenderungen in der Geschwindigkeit des Wassers ein, wie aus folgenden Betrachtungen erhellet. Man denke sich die wahre Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus den Leitkurvenkanälen austritt, in zwei Geschwindigkeiten zerlegt, von denen die eine mit der Richtung der Tangente, und die andere mit der Normale an das erste Element der Radkurve zusammenfällt. Nennen wir die erstere dieser Seitengeschwindigkeiten t, die letztere n. Die Geschwindigkeit n kann nun gleich, grösser oder kleiner sein als diejenige ist, mit welcher der Anfangspunkt der Radkurve nach der Richtung der Normale zurückweicht. Im ersteren Falle übt das Wasser gegen die Radkurven keinen Stoss aus, sondern strebt nur mit der Geschwindigkeit t nach der Richtung der Tangente an das erste Element der Radkurve in die Radkanäle einzutreten. Im zweiten Falle stösst das Wasser gegen die Radkurven, und im dritten Falle schlagen die Radkurven gegen die eintretenden Wasserstrahlen. Auch die Geschwindigkeit t kann unter gewissen Umständen beim Eintritt des Wassers in das Rad einen nachtheiligen Stoss verursachen, denn wenn z. B. die Radkanäle aussen viel enger sind als innen, und wenn der Schützen nur zum Theil aufgezogen ist, muss die Geschwindigkeit t grösser ausfallen, als jene, die das Wasser am Anfange der Radkanäle besitzt, das Wasser wird daher mit einer Geschwindigkeit t gegen das am Anfange der Radkanäle fliessende Wasser stossen. Alle diese Stösse bringen Unregelmässigkeiten in der Bewegung des Wassers hervor und vermindern den Nutzeffekt des Rades. Wenn daher eine Theorie auf Turbinen von jeder Konstruktionsart und für jede Geschwindigkeit des Rades anwendbar sein soll, so muss dieselbe den Einfluss dieser Störungen in Rechnung bringen. Die Bewegung des Wassers durch das Rad kann regelmässig oder unregelmässig erfolgen. Das letztere wird immer eintreten, wenn das Wasser die Radkanäle nicht ganz ausfüllt. Wenn die Summe der Querschnitte aller Radkanäle am äusseren Umfang des Rades viel grösser ist, als die Summe der Querschnitte aller Kanäle des Leitkurvenapparates (was bei der *Fourneyron*'schen Turbine immer der Fall ist, wenn der Schützen nur wenig aufgezogen ist) so wird das Wasser die Radkanäle nicht ausfüllen, daher unregelmässig durch das Rad sprühen und keine gute Wirkung hervorbringen können.

Eine zuverlässige Theorie der Turbine kann natürlich nur unter der Voraussetzung einer regelmässigen Bewegung des Wassers durch das Rad entwickelt werden; es wird daher bei der folgenden Untersuchung angenommen werden: dass das Wasser die Radkanäle ganz ausfülle, und die unter dieser Voraussetzung gewonnenen Resultate können daher nur dann mit der Erfahrung übereinstimmende Werthe geben, wenn das Wasser eine zusammenhängende Masse bildet.

Betrachten wir nun die Bewegung des Wassers durch das Rad.

Durch den Druck, welcher am inneren Umfang des Rades zwischen den Wassertheilchen nach der Richtung ihrer Bewegung herrscht, wird das Wasser durch das Rad hinausgepresst, dagegen wirkt der am äusseren Umfang des Rades vorhandene Druck der Bewegung des Wassers entgegen. Wenn sich das Rad über dem Spiegel des Unterwassers befindet, reduzirt sich dieser äussere Druck auf den Druck der Atmosphäre. Wenn das Rad im Unterwasser eingetaucht ist, kommt zu dem atmosphärischen Druck noch der hydrostatische Druck, welcher der Tauchung des Rades entspricht, hinzu. Nennen wir der Kürze wegen den Druck am inneren Umfang des Rades i und den Druck am äusseren Umfang a.

Ist $i = a$, so wird das Wasser blos durch die Centrifugalkraft während seiner Bewegung durch das Rad beschleunigt.

Ist $i > a$, so wird die Bewegung des Wassers theils durch die Centrifugalkraft, theils durch die Differenz $i - a$ der inneren und äusseren Pressungen beschleuniget. Ist endlich $i < a$, so wird die Bewegung des Wassers durch die Centrifugalkraft beschleuniget und durch die Differenz zwischen den äusseren und inneren Pressungen verzögert.

Diese inneren und äusseren Pressungen i und a sind für den Nutzeffekt, welchen eine Turbine entwickelt, weder vortheilhaft noch nachtheilig. Ist z. B. i bedeutend grösser als der atmosphärische Druck, so strömt zwar das Wasser langsam in das Rad ein, d. h. es besitzt bei seinem Eintritt in das Rad keine grosse Wirkungsfähigkeit, diese letztere wird aber während der Bewegung durch das Rad durch den inneren Druck i erhöht. Ist i bedeutend kleiner als der atmosphärische Druck, so strömt das Wasser zwar schnell in das Rad ein, es besitzt also bei seinem Eintritt eine Wirkungsfähigkeit, die sogar grösser sein kann, als jene, welche der Druckhöhe entspricht, sie wird aber während der Bewegung des Wassers durch das Rad fortwährend durch die Differenz zwischen der äusseren und inneren Pressung geschwächt.

Ist endlich $i = a$, so wird das Wasser durch die inneren und äusseren Pressungen während seines Durchganges durch das Rad weder beschleuniget noch verzögert, sondern nur (in so ferne das Wasser die Radkanäle ausfüllt) an die Wände der Radkurven angepresst, woraus zwei gleiche einander entgegengesetzt wirkende, sich mithin aufhebende, Pressungen entstehen.

Die Nutzwirkung entsteht aus der Differenz zwischen den Pressungen, die das Wasser gegen die concaven und gegen die convexen Flächen der Radkurven ausübt, während es durch das Rad strömt. Diese Pressungen entstehen: 1) aus der lebendigen Kraft, die das Wasser nach seinem Eintritt in das Rad besitzt; 2) aus den Pressungen, die am inneren und äusseren Umfang des Rades vorhanden sind; 3) aus der Centrifugalkraft. Vermöge der lebendigen Kraft, die das Wasser nach seinem Eintritt in das Rad besitzt, übt es nur gegen die concaven Seiten der Radkurven Pressungen aus. Durch die Pressungen am äusseren und inneren Umfange des Rades wird das Wasser sowohl gegen die concaven als auch gegen die convexen Seiten der Radkurven angedrückt. Ist $i = a$, so fällt der Druck gegen beide Wände eines jeden Radkanals gleich gross aus.

Ist $i > a$, so wird das Wasser beschleunigt, und der Druck auf die concave Fläche fällt grösser aus, als jener gegen die convexen Flächen der Radkurven.

Ist $i < a$, so wird das Wasser verzögert, und es tritt in Bezug auf die Pressungen das Gegentheil ein.

Durch die drehende Bewegung des Rades drücken die convexen Seiten der Radkurven gegen das in den Kanälen fliessende Wasser, und dadurch entsteht eine nachtheilige Reaktion auf das Rad. Diese nachtheilige Wirkung auf das Rad wird aber wiederum ganz oder zum Theil aufgehoben, indem durch den Druck der convexen Flächen der Radkurven gegen das Wasser das letztere beschleunigt wird, was zur Folge hat, dass es mit erhöhter Kraft gegen die concaven Seiten der Radkurven wirkt.

Die Centrifugalkraft, welche aus der Wirkung des Rades auf das Wasser entspringt, kann natürlich keine Nutzwirkung hervorbringen; weil im günstigsten Falle der daraus gegen die concaven Flächen der Radkurven entstehende Druck nur eben so gross sein kann, als der Druck der Radkurven gegen das Wasser, d. h. unter den günstigsten Umständen sind die aus der Bewegung des Rades entstehenden Pressungen gegen die concaven und convexen Seiten der Radkurven gleich gross.

Nach den allgemeinen Grundsätzen der Mechanik wird der Nutzeffekt der Turbine am grössten, wenn 1) das Wasser ohne Stoss in das Rad eintritt; 2) ohne Störung das Rad durchströmt, und 3) ohne Geschwindigkeit das Rad verlässt. Könnten diese Bedingungen vollkommen realisirt werden, so wäre der Nutzeffekt genau gleich dem absoluten Effekt der Wasserkraft, d. h. gleich dem Produkte aus der Wassermenge in den Vertikalabstand der Wasserspiegel des oberen und unteren Kanales.

Es wird sich in der Folge zeigen, dass es bei der *Schottischen* Turbine selbst theoretisch unmöglich ist, jenen Bedingungen zu genügen, dass es ferner bei der *Fourneyron*'schen Turbine zwar theoretisch, nicht aber praktisch möglich ist, den Anforderungen zu entsprechen.

Annäherungstheorie der Fourneyron'schen Turbine. Keine Aufgabe, die sich auf eine Wirklichkeit bezieht, kann mit absoluter Genauigkeit gelöst werden, man muss sich jederzeit mit Annäherungen begnügen und es kann nur die Frage sein, welchen Genauigkeitsgrad man zu erreichen anstreben will. Die geringeren Genauigkeitsgrade werden durch empirische Regeln gewonnen. Höhere Grade werden erreicht, indem man sich auf feste Grundsätze stützt, aber alle das Wesen der Sache nicht treffenden störenden Einwirkungen unberücksichtigt lässt. Der höchste Grad kann erreicht werden, wenn es gelingt, nicht nur die das Wesen der Sache betreffenden Einwirkungen, sondern auch alle in der Wirklichkeit vorhandenen störenden Einflüsse zu berücksichtigen. Wir wollen nun zunächst die Aufgabe stellen, die Bedingungen ausfindig zu machen, bei deren Erfüllung eine Turbine die besten Effektleistungen hervorzubringen vermöchte, wenn alle die Bewegung und Wirkung des Wassers störenden Nebeneinflüsse nicht vorhanden wären, oder beseitiget werden könnten.

Wir setzen voraus:

1. Die Turbine befinde sich in einem Beharrungszustand der Bewegung, wobei sich ihr Zustand mit der Zeit in keinerlei Weise ändert.
2. Das Wasser gelange ohne alle Störung aus dem Zuflusskanal bis an die Mündungen des Einlaufrades, trete dann ohne Stoss in das Rad ein und durchströme seine Kanäle in so regelmässiger Weise, dass alle Wassertheilchen identische Bewegungen machen.
3. Das Wasser fülle die Kanäle des Leitrades wie des Turbinenrades vollkommen aus, so dass ein unregelmässiges Hin- und Herschlagen desselben zwischen den Wänden der Kanäle nicht statt finden kann.
4. Es finde an den Wandungen, längs welchen das Wasser hinfliesst, keine Reibung statt.

5. Die Radkurven und Leitkurven seien so schwach gekrümmt, dass das Wasser denselben folgen kann.
6. Die Anzahl der Leitkurven und Radkurven sei so gross, dass eine vollständig sichere Leitung aller einzelnen Wassertheilchen statt finden kann.
7. Die Leitschaufeln und Radschaufeln seien unendlich dünn, so dass sich das Wasser an den Kanten nicht stossen kann.
8. Der Schützen sei bis zur Höhe des Rades aufgezogen.

Diese Voraussetzungen haben eine zweifache Bedeutung. Sie vereinfachen die Lösung der vorliegenden Aufgabe, oder noch mehr, sie schieben alle die eigentlichen Schwierigkeiten, welche sich der Lösung entgegenstellen, bei Seite. Dann aber sprechen sie in ganz bestimmter Weise einige von den Bedingungen aus, welche schlechterdings erfüllt werden müssen, wenn eine vortheilhafte Kraftaufsammlung stattfinden soll, und geben in allerdings etwas unbestimmter Weise die Mittel an, wodurch man diesen Bedingungen entsprechen kann. In rein wissenschaftlicher Hinsicht ist es allerdings wünschenswerth, wenn die Theorie einer Maschine auch auf ganz fehlerhafte Anordnungen anwendbar ist; in praktischer Hinsicht darf man sich aber glücklich schätzen, wenn eine Theorie diejenigen Wahrheiten entwickelt, welche ohne Rechnung nicht erkannt werden können. Wir werden in der Folge versuchen, eine allgemeine und genaue Theorie der Turbinen aufzustellen, sind aber nicht der Meinung, dass damit in praktischer Hinsicht erhebliche Vortheile erzielt werden können, denn mancherlei Vorgänge, die bei der Bewegung und Wirkung des Wassers vorkommen, sind in dem Grade komplizirt, dass sie die grösste analytische Virtuosität nicht verfolgen kann, und wenn es auch möglich wäre, alle Vorgänge haarscharf analytisch auszudrücken, so würde dies dennoch für die Praxis von keinem erheblichen Werth sein, weil es doch nicht gelänge, die Mittel ausfindig zu machen und in Anwendung zu bringen, durch welche alle nachtheiligen Störungen gehoben werden könnten.

Für die in der folgenden Rechnung erscheinenden Grössen wählen wir die nachstehenden Bezeichnungen, Tafel XI., Fig. 5.

i die Anzahl der Leitkurven;

δ die Höhe der Schützenöffnung oder die Höhe der Leitkurvenkanäle, wenn der Schützen bis zu einem gewissen Punkt aufgezogen ist;

s der kleinste Abstand zweier unmittelbar auf einander folgenden Leitkurven. Dieser Abstand wird gefunden, wenn man von dem

Endpunkte c einer Leitkurve auf die unmittelbar folgende Leitkurve einen Perpendikel c f fällt. Die Länge c f dises Perpendikels ist = s;

$\Omega = i\,s\,\delta$ die Summe der Querschnitte aller Oeffnungen am Leitkurvenapparat;

α der Winkel, den die mittlere Richtung, nach welcher das Wasser aus den Leitkurvenkanälen austritt, mit dem inneren Umfang des Rades bildet. Um diesen Winkel zu finden, ziehe man in den Punkten c und f Tangenten an die Leitkurven, halbire den Winkel f m c, ziehe in dem Punkt k, in welchem die Halbirungslinie den inneren Umfang des Rades schneidet, eine Tangente k l, so ist $\widehat{l\,k\,m} = \alpha$;

U die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus den Leitkurvenkanälen austritt;

R_2 der innere, R_1 der äussere } Halbmesser des Rades;

β der Winkel, unter welchem die Radkurven den inneren Umfang des Rades schneiden. Dieser Winkel wird gefunden, indem man in dem Durchschnittspunkt n einer Radkurve mit dem innern Umfang des Rades an diesen Umfang und an die Radkurven Tangenten zieht;

γ der Winkel, den die mittlere Richtung, nach welcher das Wasser aus dem Rade strömt, mit dem äusseren Umfang des Rades bildet. Dieser Winkel wird gefunden, indem man von dem Endpunkt w einer Radkurve auf die nächstfolgende den Perpendikel w x fällt, in den Punkten w und x an die Radkurven Tangenten zieht, den Winkel w y x halbirt und in dem Durchschnittspunkt der Halbirungslinie an den äusseren Umfang des Rades eine Tangente zieht;

$s_1 = w\,x$ der senkrechte Abstand zweier Radkurven am äusseren Umfang des Rades;

s_2 der senkrechte Abstand zweier unmittelbar aufeinander folgenden Radkurven am inneren Umfang des Rades;

δ_1 die Höhe der Radkanäle;

i_1 die Anzahl der Radkurven;

$\Omega_2 = i_1\,s_2\,\delta_1$ die Summe der Querschnitte der Radkanäle am inneren Umfang des Rades;

$\Omega_1 = i_1\,s_1\,\delta_1$ die Summe der Querschnitte der Radkanäle am äusseren Umfang des Rades;

k der Kontraktionscoefficient für den Austritt des Wassers aus dem Leitkurvenapparat;

k_1 der Kontraktionscoeffizient für den Austritt des Wassers aus dem Rade;

v_2 v_1 die absoluten Geschwindigkeiten des inneren und äusseren Radumfanges;

u_2 u_1 die relativen Geschwindigkeiten des Wassers gegen die Radkurven, beim Eintritt und Austritt;

w die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus dem Rade tritt;

$\mathfrak{A}$ der Druck der Atmosphäre auf einen Quadratmeter;

$\mathfrak{Q}$ der Druck auf einen Quadratmeter bezogen, mit welchem sich die Wassertheilchen in der kreisförmigen Spalte am inneren Umfang des Rades nach der Richtung ihrer Bewegung pressen;

Q die Wassermenge in Kubikmetern, welche in jeder Sekunde auf die Turbine wirkt;

$\varrho = 1000$ Kilogramm das Gewicht von einem Kubikmeter Wasser;

$g = 9{\cdot}809^m$ die Endgeschwindigkeit nach der ersten Sekunde beim freien Fall der Körper;

E_n der Nutzeffekt des Rades in Kilgm.,

H das Gefälle. Wenn das Rad im Unterwasser nicht eintaucht, muss unter dem Gefälle die vertikale Höhe des Wasserspiegels im Zuleitungskanal über der Ebene verstanden werden, in welcher die Mittelpunkte der Oeffnungen der Radkanäle liegen. Ist hingegen das Rad im Unterwasser eingetaucht, so ist das Gefälle der Vertikalabstand der Wassserspiegel im obern und untern Kanal;

h die Tiefe der Tauchung des Rades, worunter wir die Tiefe der Ebene, in welcher die Mittelpunkte der Oeffnungen der Radkanäle liegen, unter dem Wasserspiegel im Abflusskanal verstehen wollen. Tafel X., Fig. 1.

Nach diesen Vorbereitungen wenden wir uns nun zur Entwicklung der Theorie.

Da wir voraussetzen, dass das Wasser die Kanäle des Einlaufrades und des Turbinenrades ganz ausfüllt, so sind Ω Ω_2 Ω_1 gleich den Querschnitten der Wasserkörper, und man hat daher:

$$Q = \Omega \, U \, k = \Omega_2 \, u_2 = \Omega_1 \, u_1 \, k_1 \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

Da wir die Reibungswiderstände und Störungen, die in der Bewegung des Wassers vorkommen, ganz vernachlässigen, erfolgt der Austritt des Wassers aus dem Einlaufrad wie aus einer unter Wasser befindlichen Oeffnung, deren Mittelpunkt in einer Tiefe

$\frac{\mathfrak{A}}{1000} + \mathrm{H} + \mathrm{h}$ unter dem oberen und in einer Tiefe $\frac{\mathfrak{q}}{1000}$ unter dem unteren Wasserspiegel sich befindet; man hat daher:

$$\mathrm{U} = \sqrt{2\,\mathrm{g}\left(\frac{\mathfrak{A}}{1000} + \mathrm{H} + \mathrm{h} - \frac{\mathfrak{Q}}{1000}\right)}$$

oder:

$$\frac{\mathrm{U}^2}{2\,\mathrm{g}} = \frac{(\mathfrak{A} - \mathfrak{Q})}{1000} + \mathrm{H} + \mathrm{h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Nennen wir v die relative Geschwindigkeit eines aus dem Einlaufrad austretenden Wassertheilchens gegen den inneren Umfang des Turbinenrades und n den Winkel dieser relativen Geschwindigkeit gegen den inneren Radumfang, so hat man zur Bestimmung dieser zwei Grössen folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\mathrm{v}}{\mathrm{U}} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \\ &\frac{\mathrm{v}_2}{\mathrm{U}} = \frac{\sin\left[\pi - (\alpha + \beta)\right]}{\sin \mathrm{n}} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \mathrm{n}} \\ \text{Auch ist:}\quad &\mathrm{v}^2 = \mathrm{v}_2^2 + \mathrm{U}^2 - \mathrm{U}\,\mathrm{v}_2 \cos\alpha \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Da wir nun verlangen, dass der Uebertritt des Wassers aus dem Einlaufrad in das Turbinenrad ohne Stoss erfolgen soll, so muss die relative Richtung des Wassers gegen das Rad mit der Richtung der Radschaufeln übereinstimmen, muss also $\mathrm{n} = \beta$ sein und muss ferner die relative Geschwindigkeit v des austretenden Wassers gleich sein der relativen Geschwindigkeit u_2 des Wassers gegen die Radkurven. Wir erhalten also die Bedingungen, bei deren Erfüllung der Uebertritt des Wassers ohne Stoss erfolgt, wenn wir in den Ausdrücken (3) $\mathrm{v} = \mathrm{u}_2$ und $\mathrm{n} = \beta$ setzen.

Diese Bedingungen sind also (siehe Tafel XI., Fig. 5, $\overline{\mathrm{AB}} = \mathrm{U}$, $\overline{\mathrm{AC}} = \mathrm{v}_2$, $\overline{\mathrm{AD}} = \mathrm{u}_2$):

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathrm{u}_2}{\mathrm{U}} &= \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \\ \frac{\mathrm{v}_2}{\mathrm{U}} &= \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin\beta} \\ \mathrm{u}_2^2 &= \mathrm{v}_2^2 + \mathrm{U}^2 - 2\,\mathrm{v}_2\,\mathrm{U}\cos\alpha \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

Eigentlich sind es nur zwei Bedingungsgleichungen, denn die letztere der Gleichungen (4) ist eine Folge der beiden ersteren.

Nun müssen wir die relative Geschwindigkeit u_1 des Wassers gegen die Schaufeln am äusseren Umfang des Rades bestimmen, und hierzu bedienen wir uns eines Lehrsatzes aus der dynamischen Theorie der relativen Bewegung (Prinzipien der Mechanik Seite 129), welcher lautet: Wenn ein Punkt gezwungen ist, einem Kanal zu folgen, welcher sich um eine vertikale Axe dreht, so erfolgt die relative Bewegung des Punktes gegen den Kanal gerade so, wie wenn der Kanal keine Bewegung hätte, und auf den Punkt nebst den wirklich vorhandenen Kräften auch noch nach radialer Richtung auswärts eine Kraft einwirkte, die gleich ist der sogenannten Centrifugalkraft.

Nennen wir q das Gewicht eines Wasseratoms, ω die Winkelgeschwindigkeit der Turbine, x die Entfernung des Wasseratoms von der Turbinenaxe in einem bestimmten Moment der Zeit, während welcher das Atom durch das Rad geht, so ist (Prinzipien der Mechanik, Seite 122):

$$\frac{q}{g}\,\omega^2 x$$

die Centrifugalkraft.

Die Arbeit, welche dieselbe entwickelt, während das Wasseratom von dem inneren Umfang des Rades bis an den äusseren gelangt, ist:

$$\int_{R_2}^{R_1} \frac{q}{g}\,\omega^2 x\,d\,x = \frac{q\,\omega^2}{2\,g}\,(R_1^2 - R_2^2) = \frac{q}{2\,g}\,(v_1^2 - v_2^2) \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

denn es ist $v_1 = R_1\,\omega$, $v_2 = R_2\,\omega$. Da diese Rechnung für jedes das Rad durchströmende Wassertheilchen gilt, so haben wir in dem letzten Ausdruck nur $1000\,Q$ statt q zu setzen, um die Arbeit zu erhalten, welche die Centrifugalkraft auf die in jeder Sekunde durch das Rad strömende Wassermasse Q ausübt. Diese Arbeit ist demnach:

$$1000\,\frac{Q}{2\,g}\,(v_1^2 - v_2^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Am inneren Umfang des Rades herrscht eine Pressung $\mathfrak{Q}$, am äusseren Umfang wirkt ein Druck $\mathfrak{A} + 1000\,h$. Das Wasser wird demnach durch die Differenz dieser Pressungen herausgetrieben und wird dabei gleichzeitig durch die Centrifugalkraft beschleunigt, wir haben daher zu setzen:

$$\frac{1000\,Q}{2\,g}(u_1^2 - u_2^2) = 1000\,Q\left(\frac{\mathfrak{Q}}{1000} - \frac{\mathfrak{A}}{1000} - h\right) + 1000\,\frac{Q}{2\,g}\,(v_1^2 - v^2)$$

oder wenn man mit $\frac{1000\,Q}{2\,g}$ dividirt

$$u_1^2 - u_2^2 = 2\,g\left(\frac{\mathfrak{Q}}{1000} - \frac{\mathfrak{A}}{1000} - h\right) + (v_1^2 - v_2^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Es ist aber nicht zu vergessen, dass wir bei dieser Rechnung die Reibung des Wassers an den Kanalwänden und die mancherlei Verluste an lebendiger Kraft, die durch unregelmässige Durcheinander-Bewegungen der Wasseratome entstehen, vernachlässiget haben.

Die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser das Rad verlässt, ist die Resultirende aus der relativen Geschwindigkeit u_1 des Wassers gegen die äusseren Enden der Radschaufeln und aus der absoluten Umfangsgeschwindigkeit v_1 des Rades; man hat daher (Tafel XI., Fig. 5, $\overline{A_1 D_1} = u_1$, $\overline{A_1 C_1} = v_1$, $\overline{A_1 B_1} = w$):

$$w^2 = u_1^2 + v_2^2 - 2\, u_1\, v_1 \cos \gamma \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

Für die vortheilhafteste Wirkung des Wassers auf das Rad muss w verschwinden, was nur dann der Fall ist, wenn man hat:

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= v_1 \\ \gamma &= o \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Durch die Gesammtheit der gewonnenen Resultate werden die Bedingungen, bei deren Erfüllung eine vortheilhafte Wirkung des Wassers statt finden kann, analytisch ausgedrückt. Wir wollen diese Bedingungsgleichungen für die weitere analytische Umformung zusammenstellen, und jeder die Nummer beisetzen, welche dieselbe bei der Herleitung erhalten hat.

a. Die Bedingungen, dass das Wasser alle Kanäle ausfüllt, sind:

$$Q = \Omega\, U\, k = \Omega_2\, u_2 = \Omega_1\, u_1\, k_1 \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

b. Der Austritt des Wassers aus dem Leitapparat gibt:

$$U^2 = 2\, g \left(\frac{\mathfrak{A} - \mathfrak{O}}{1000} + H + h \right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

c. Die Bedingungen, bei deren Erfüllung der Uebertritt des Wassers aus dem Einlauf- in das Turbinenrad ohne Stoss erfolgt, sind:

$$\left.\begin{aligned} \frac{u_2}{U} &= \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \\ \frac{v_2}{U} &= \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\sin \beta} \\ u_2^2 &= v_2^2 + U^2 - 2\, v_2\, U \cos \alpha \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

d. Die Bewegung des Wassers durch das Rad unter dem Einfluss der Centrifugalkraft und dem Einfluss der an den Radumfängen herrschenden Pressungen, wird durch folgende Gleichung ausgedrückt:

$$u_1^2 - u_2^2 = 2\,g\left(\frac{\mathfrak{Q}}{1000} - \frac{\mathfrak{A}}{1000} - h\right) + (v_1^2 - v_2^2 \quad . \; . \; . \; . \quad (7)$$

e. Damit der Austritt des Wassers aus dem Rade ohne Geschwindigkeit erfolgt, muss sein:

$$\left.\begin{array}{l} u_1 = v_1 \\ \gamma = o \end{array}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

Diese Gleichungen sprechen noch nicht; wir müssen sie weiter analytisch verarbeiten.

Durch Addition der Gleichungen (2) und (7) folgt:

$$U^2 + u_1^2 - u_2^2 = 2\,g\,H + v_1^2 - v_2^2$$

Berücksichtiget man die erste der Gleichungen (9) und führt für u_2^2 den Werth ein, den die dritte der Gleichungen (4) darbietet, so findet man:

$$o = 2\,g\,H - 2\,v_2\,U \cos\alpha$$

Setzt man für v_2 den Werth, der aus der zweiten der Gleichungen (4) folgt und sucht hierauf U, so findet man:

$$U = \sqrt{g\,H\,\frac{\sin\beta}{\cos\alpha\,\sin(\alpha+\beta)}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (10)$$

Führt man diesen Werth in die erste und zweite der Gleichungen (4) ein, so folgt:

$$v_2 = \sqrt{g\,H\,\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\,\sin\beta}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11)$$

$$u_2 = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\sqrt{g\,H\,\frac{\sin\beta}{\cos\alpha\,\sin(\alpha+\beta)}} \quad . \; . \; . \quad (12)$$

Aus (2) und (10) folgt durch Elimination von U:

$$\frac{\mathfrak{Q}}{1000} = \frac{\mathfrak{A}}{1000} + h + H\left(1 - \frac{1}{2}\,\frac{\sin\beta}{\cos\alpha\sin(\alpha+\beta)}\right) \quad . \; . \; . \quad (13)$$

Statt der Gleichungen (1) kann man schreiben:

$$Q = \Omega\,U\,k$$

$$\frac{\Omega_1\,k_1}{\Omega\,k} = \frac{U}{u_1} = \frac{U}{v_1}\,\frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{\Omega_2}{\Omega\,k} = \frac{U}{u_2}$$

oder wenn man für $\frac{U}{v_2}$ und $\frac{U}{u_2}$ die Werthe setzt, welche aus (4) folgen:

$$\left.\begin{array}{l} Q = \Omega\, U\, h \\ \frac{\Omega_1\, k_1}{\Omega\, k} = \frac{R_2}{R_1}\, \frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)} \\ \frac{\Omega_2}{\Omega\, k} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (14)$$

Diese 7 Gleichungen enthalten 16 verschiedene Grössen; es bleiben also 9 derselben unbestimmt. Nun sind $g\ \mathfrak{A}\ h\ k\ k_1\ Q\ H$ gegebene Grössen, daher bleiben nur noch 2 unbestimmt, und für diese ist es am angemessensten, α und β zu wählen.

Wenn also die Grössen $g\ \mathfrak{A}\ h\ k\ k_1\ Q\ H$ gegeben sind und die Winkel α und β passend angenommen werden, so kann man vermittelst der Gleichungen (10) bis (14) diejenigen Werthe von $U\ v_2\ u_2\ \mathfrak{O}\ \Omega\ \Omega_1\ \Omega_2$ berechnen, welche dem absoluten Maximum des Effektes entsprechen würden, wenn keine Reibungen und auch keine Störungen in der Bewegung des Wassers vorkämen.

Die Winkel α und β sind nur innerhalb gewisser Grenzen willkürlich; sie müssen nämlich so gewählt werden, dass die Ausdrücke (10) bis (14) positive und endliche reelle Werthe geben. Dies ist der Fall, wenn $\alpha < 90$ und $\alpha + \beta < 180$ angenommen wird.

Würde $\alpha > 90$ und $\alpha + \beta > 180°$ genommen, so können zwar die Werthe von $U\ v_2\ u_2$ reell ausfallen, aber die zweite der Gleichungen (14) gibt dann für Ω_1 einen negativen Werth.

Wird $\alpha < 90$, $(\alpha + \beta) > 180$ angenommen, so wird v_2 und U imaginär und Ω_1 negativ.

Wird endlich $\alpha > 90$, $\alpha + \beta < 180°$ genommen, so wird v_2 und U imaginär und Ω_1 wird positiv unendlich.

Die verschiedenen Anordnungen, welche man erhält, wenn den Winkeln α und β innerhalb der Grenzen $\alpha < 90°$, $\alpha + \beta < 180$ alle möglichen Werthe ertheilt werden, lassen sich in drei Klassen eintheilen.

Die erste Klasse umfasst alle diejenigen Anordnungen, für welche

$$2\,\alpha + \beta < 180$$

ist. In diesem Falle wird:

$$U < \sqrt{2\,g\,H}$$

$$Q > A + 1000\,h$$

denn es ist:

$$\frac{\sin \beta}{\cos \alpha \sin (\alpha + \beta)} = 2 \frac{\sin \beta}{\sin (2 \alpha + \beta) + \sin \beta} < 2$$

Bei dieser Klasse von Turbinen strömt also das Wasser aus den Leitschaufeln mit einer Geschwindigkeit aus, die kleiner ist als diejenige, welche der Gefällshöhe entspricht, und die wechselseitige Pressung der Wassertheilchen am inneren Umfang des Rades fällt grösser aus, als der atmosphärische Druck.

Zur zweiten Klasse gehören diejenigen Turbinen, für welche $2 \alpha + \beta = 180^\circ$ ist. Dann wird wegen

$$\frac{\sin \beta}{\cos \alpha \sin (\alpha + \beta)} = 2 \frac{\sin \beta}{\sin (2 \alpha + \beta) + \sin \beta} = 2$$

$$U = \sqrt{2 g H}$$

$$\mathfrak{Q} = A + 1000 h$$

Bei dieser Klasse strömt demnach das Wasser mit einer Geschwindigkeit aus, die gleich ist derjenigen, welche dem Gefälle entspricht.

Die dritte Klasse ist endlich diejenige, für welche $2 \alpha + \beta > 180^\circ$ ist. Dann wird wegen

$$\frac{\sin \beta}{\cos \alpha \sin (\alpha + \beta)} = 2 \frac{\sin \beta}{\sin (\alpha + 2 \beta) + \sin \beta} > 2$$

$$U > \sqrt{2 g H}$$

$$\mathfrak{Q} < A + 1000 h$$

Das Wasser strömt also in diesem Falle mit einer Geschwindigkeit aus, die grösser ist als jene, welche dem Gefälle entspricht.

Wir werden in der Folge zeigen, dass nur die Turbinen der ersten Klasse praktisch gute Effekte zu geben vermögen, weil nur bei diesen gewissen Nebenbedingungen, die in unserer unvollkommenen Theorie nicht vorkommen, entsprochen werden kann.

Bestimmung der Abmessungen einer Fourneyron'schen Turbine. Die Bedingungen des absoluten Maximums des Effektes, welche bei der Aufstellung von Regeln für die Bestimmung der wesentlichen Abmessungen von Turbinen sorgfältig berücksichtiget werden müssen, lassen sehr viele Grössenverhältnisse ganz unbestimmt, woraus man berechtigt ist zu schliessen, dass diese nach der nun geprüften Theorie der willkürlichen Grössen keinen wesentlichen Einfluss auf den Effekt haben können. Berücksichtiget man aber die Voraussetzungen, welche vor der Entwicklung der Theorie gemacht wurden, so wie auch die Abmessungen von den bereits bestehenden Turbinen, so ergeben sich für die Bestimmung aller Dimensionen ganz zuverlässige Regeln.

Die wesentlichsten Grössen, welche bei der Konstruktion einer Turbine bekannt sein müssen, sind:

a) Der innere Halbmesser des Rades.
b) Das Verhältniss zwischen dem inneren und äusseren Halbmesser des Rades.
c) Die Winkel $\alpha\ \beta\ \gamma$, welche sich nach den Winkeln richten, unter welchen die Radkurven und Leitkurven die Radumfänge durchschneiden.
d) Die Anzahl der Radkurven und die Anzahl der Leitkurven.
e) Die äussere Weite der Radkanäle.
f) Die Höhe des Rades.
g) Die Krümmungen der Radkurven und der Leitkurven.
h) Die vortheilhafteste Geschwindigkeit des Rades.

Wir müssen uns nun mit der Aufstellung von naturgemässen Regeln für die Bestimmung dieser Grössen beschäftigen.

Der innere Halbmesser. Nach dem inneren Halbmesser des Rades richtet sich der Querschnitt des Cylinders, durch welchen das Wasser zu den Leitschaufeln niederströmt. Wenn der Querschnitt dieses Cylinders zu klein gemacht wird, muss das Wasser mit grosser Geschwindigkeit gegen den Teller, an dessen Umfang die Leitkurven angebracht sind, niederströmen, und dann horizontal gegen die Leitkurven hingelenkt werden. Hierdurch entstehen aber sehr leicht sehr nachtheilige Störungen in der Bewegung des Wassers. Würde der Querschnitt jenes Cylinders sogar kleiner gemacht, als die Summe Ω der Austrittsöffnungen aus dem Leitkurvenapparat, so würde das Wasser nicht einmal als eine ungetheilte Masse niederfliessen, sondern in einzelnen getrennten Parthieen niederstürzen und durch den Stoss gegen die Tellerfläche den grössten Theil seiner Wirkungsfähigkeit verlieren. Hieraus geht hervor, dass nur dann ein regelmässiges Niederfliessen des Wassers zu den Leitkurvenkanälen eintreten kann, wenn der Halbmesser des Rades nicht zu klein gemacht wird im Verhältniss zu der Wassermenge, welche auf die Turbine wirken soll. Es ist aber auch leicht einzusehen, dass man zu ganz unpassenden Verhältnissen der Maschine geführt würde, wenn man den inneren Halbmesser des Rades gar zu gross machte. Das Rad würde nämlich in diesem Falle sehr niedrig werden, und die Anzahl der Leitkurven und Radkurven sehr gross. Aus diesen Erwägungen geht also hervor, dass der innere Halbmesser des Rades eine der Wassermenge angemessene Grösse erhalten muss.

Berücksichtiget man nur allein die Bewegung des Wassers bis zu seinem Eintritt in die Leitkurvenkanäle, so scheint es eine naturgemässe Annahme zu sein, den inneren Horizontalquerschnitt $R_2^2 \pi$ des Rades der Wassermenge Q proportional zu machen, in welchem Falle das Wasser bei allen Turbinen in constanter Geschwindigkeit niederströmen würde.

Berücksichtiget man nur allein die Konstruktionsverhältnisse des Leitkurvenapparates, so könnte man, wie *Fourneyron* in seiner ersten Abhandlung über die Turbine gethan hat, den Grundsatz aufstellen, dass zwischen den Querschnitten $R^2 \pi$ und Ω ein bestimmtes constantes Verhältniss beobachtet werden müsste.

Versucht man diese Grundsätze bei sehr verschiedenen Gefällen in Anwendung zu bringen, so überzeugt man sich leicht, dass keiner von beiden zu einer allgemein anwendbaren Regel führt, dass jedoch der erstere dem letzteren weit vorzuziehen ist, indem dieser bei höheren Gefällen zu ganz unbrauchbaren Dimensionen für das Rad führt; und in der That, *Fourneyron* musste bei der Turbine von St. Blasien seinen vor dem Bau dieser Maschine aufgestellten Grundsatz verlassen, weil er durch denselben zu einem Rade von der Grösse einer Tabatiere geführt worden wäre. Dass aber der erstere höchst einfache Grundsatz, nach welchem $\frac{Q}{R_2^2 \pi}$ einen constanten Werth erhält, mit den wirklichen Abmessungen von Turbinen in Uebereinstimmung ist, wird durch folgende Tabelle bewiesen.

Nr.	Ort der Aufstellung der Turbine.	$\frac{Q}{R_2^2 \pi}$
4.	St. Blasien	0·88
3.	Thüringen	1·40
9.	Mühlbach	0·77
6.	St. Maur	1·40
7.	Ettlingen	1·32
8.	Neapel	1·18
5.	Augsburg	0·92
11.	Lörrach	1·01
	Mittel	1·11

Die Differenzen in den Werthen von $\frac{Q}{R_2^2 \pi}$ sind hier gewiss von der Art, dass man sie theils den unzuverlässigen Angaben über die

Wassermenge, theils dem Mangel einer festen Regel, die bei der Bestimmung von R_2 hätte leiten sollen, zuschreiben kann.

Bedienen wir uns des mittleren Werthes der Tabelle, so erhalten wir:

$$\frac{Q}{R_2^2 \pi} = 1 \cdot 11$$

und hieraus folgt:

$$R_2 = 0 \cdot 538 \sqrt{Q} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Diese Regel empfiehlt sich insbesondere durch den Umstand, dass die Konstruktionsverhältnisse der Turbine, so wie auch die Grösse des Gefälles gar nicht bekannt sein müssen, um den inneren Halbmesser der Turbine zu bestimmen. Nach dieser Regel erhalten demnach alle Turbinen, die für gleich grosse Wasserquantitäten zu konstruiren sind, gleich grosse innere Halbmesser.

Man könnte, um für das Rad passende Verhältnisse zu erhalten, von dem Grundsatz ausgehen, dass $\frac{R_2}{\delta}$ und $\frac{\delta}{s}$ constante Verhältnisse sein sollten, wodurch man zur Bestimmung von R_2 zu folgender Formel geführt wird:

$$R_2 = 0 \cdot 72 \sqrt{\frac{Q}{U \sin \alpha}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

in welcher der Coeffizient $0 \cdot 72$ empirisch bestimmt worden ist. Diese Formel gibt aber für hohe Gefälle zu kleine Dimensionen, wenn man nicht den Winkel α sehr klein annimmt, was nach den folgenden Erläuterungen nicht geschehen soll. Da aber überhaupt die Turbine von *Fourneyron* für ganz grosse Gefälle nicht passend ist, sondern nur für mittlere und kleinere Gefälle, für welche U und α nicht viel veränderlich sind, so kann man für die Praxis $\sqrt{U \sin \alpha}$ nahe als eine constante Grösse ansehen, und dann stimmt die letzte Formel mit (1) überein, woraus hervorgeht, dass durch die Regel (1), sowohl für eine gute Zuleitung des Wassers, als auch für passende Konstruktionsverhältnisse des Zuleitungsapparates gesorgt ist.

Wahl der Winkel α und β. Es ist schon früher erläutert worden, dass diese Winkel innerhalb gewisser Grenzen willkürlich gewählt werden können. Diese Grenzen, welche nach der Theorie sehr weit von einander entfernt liegen, rücken hinsichtlich α sehr nahe an einander, wenn man kleine, aber nicht unwesentliche Nebenrücksichten beachtet. Wird nämlich α sehr klein angenommen, so entstehen daraus zwei wesentliche Nachtheile. 1) Wird dadurch der schädliche Raum verhältnissmässig sehr gross, 2) werden dann die Leitkurvenkanäle sehr eng im Vergleich mit der Dicke der Leitkurven. Nimmt man α ziemlich gross, z. B. 45° an, so werden die Leitkurvenkanäle nach aussen zu divergirend, wodurch wiederum die schädlichen Räume gross ausfallen, und die Höhe des Rades wird so niedrig, dass man gezwungen wäre, sehr viele Leitkurven anzuwenden, um für die Querschnittsdimension der Kanäle zweckmässige Abmessungen zu erhalten. Versucht man für verschiedene Annahmen die Konstruktion zu verzeichnen, so überzeugt man sich bald, dass nur dann gute Verhältnisse zu Stande kommen, wenn der Winkel, unter welchem eine Leitkurve den inneren Umfang des Schützens schneidet, nahe 25° beträgt, in welchem Falle die mittlere Richtung, nach welcher das Wasser aus den Leitkurven austritt, ungefähr einen Winkel $\alpha = 30°$ mit dem innnern Umfang des Rades bildet. Zu dieser Regel ist auch *Fourneyron* allmählig geführt worden, wie seine in neuerer Zeit erbauten Turbinen beweisen.

Der Winkel β ist $= 90°$ zu nehmen, wenn man sich an die Regel halten will, welche *Fourneyron* bei allen seinen Turbinen bis jetzt beobachtet hat. Ich bin jedoch der Ansicht, dass es zweckmässiger ist, β kleiner als 90°, und z. B. nur 60° zu nehmen, weil man in diesem Falle, mit einer mässig breiten Radkrone, Radkurven von schwacher Krümmung erhält.

Das Verhältniß $\frac{R_1}{R_2}$ richtet sich theils nach dem Winkel β, theils nach dem inneren Halbmesser R_2. Da die Radkurven den äusseren Umfang des Rades unter einem kleinen Winkel schneiden, so bestimmt β ungefähr den Winkel, um welchen die Wassertheilchen während ihres Durchganges durch das Rad in der Richtung ihrer Bewegung abgelenkt werden. Ist β klein, so ist die Ablenkung unbedeutend, ist β gross, so ist es auch die Ablenkung. Da aber, um alle Unregelmässigkeiten in der Bewegung des Wassers zu vermeiden, die Ablenkung nur allmählig geschehen darf, so wird eine um so längere Radkurve nothwendig sein, je grösser β ist, und da sich überdies die Radkurven um so mehr von dem inneren Umfang des Rades entfernen, je grösser β wird, so ist klar, dass die Breite $R_1 - R_2$ der Radkrone und mithin auch das Verhältniss $\frac{R_1}{R_2}$ mit β gleichzeitig wachsend angenommen werden muss.

Es ist ferner auch leicht einzusehen, dass das Verhältniss $\frac{R_1}{R_2}$ bei einem grossen Rade kleiner angenommen werden darf, als bei einem kleinen Rade, weil es sich überhaupt nur darum handelt, die

Krümmung dsr Radkurve nicht zu stark zu machen. Da sich aus der Natur der Sache wohl kaum ein strenger, scharf ausgesprochener Grundsatz für die Bestimmung von $\frac{R_1}{R_2}$ angeben lässt, so ist es am zweckmässigsten, eine empirische Regel anzugeben, welche mit den Dimensionen von ausgeführten Turbinen möglichst nahe übereinstimmt, was bei folgender Formel ziemlich nahe der Fall ist:

$$\frac{R_1}{R_2} = 1 + 0{\cdot}0045 \frac{\beta}{\sqrt[3]{R_2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

wobei β in Graden und R_2 in Metres auszudrücken ist. Diese Formel gibt zwar für $\beta = 90^0$ und für kleine Werthe von R_2 einen zu grossen Werth für $\frac{R_1}{R_2}$, allein da es überhaupt nicht zweckmässig ist, kleine Turbinen mit Leitschaufeln zu bauen, so genügt die Formel (3) für die praktisch zweckmässigen Fälle.

Für $\beta = 90^0$ wird:

$$\frac{R_1}{R_2} = 1 + \frac{4{\cdot}405}{\sqrt[3]{R_2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Für $\beta = 60^0$ wird:

$$\frac{R_1}{R_2} = 1 + \frac{0{\cdot}27}{\sqrt[3]{R_2}}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Bei den von *Fourneyron* konstruirten Turbinen ist gewöhnlich $\frac{R_1}{R_2} = 1{\cdot}38$ bis $1{\cdot}5$.

Anzahl der Leitschaufeln. Je mehr Leitkurven vorhanden sind, desto sicherer wird das Wasser durch die Kanäle geleitet, desto öfter wiederholt sich aber auch die Störung, welche die Kanten jeder Kurve in der Bewegung des Wassers verursachen, woraus hervorgeht, dass die Anzahl der Leitkurven innerhalb gewisser Grenzen gehalten werden muss. Die Leitungsfähigkeit eines Leitkurvenkanales richtet sich theils nach dem Verhältniss $\frac{\delta_1}{s}$ zwischen der grössten Höhe der Schützenöffnung und der äusseren Weite der Kanäle, theils nach der absoluten Grösse von s. Je grösser das Verhältniss $\frac{\delta_1}{s}$ und je kleiner gleichzeitig der absolute Werth von s ist, desto sicherer vermag ein Kanal das Wasser zu leiten. Wenn s einen gewissen Werth überschreitet, so kann der Kanal das Wasser nicht mehr leiten, wie auch das Verhältniss $\frac{\delta_1}{s}$ sein mag; das

Wasser folgt dann nur den concaven Seiten der Leitkurven, und verlässt die convexen Seiten, füllt also den Kanal nicht mehr ganz aus, und der mittlere Winkel α, nach welchem das Wasser austritt, fällt grösser aus, als in dem Falle, wenn die Kanäle ganz gefüllt durchströmt werden. Unter solchen Umständen müssen nothwendig sehr nachtheilige Unregelmässigkeiten in der Zuleitung des Wassers entstehen, die bei einer guten Konstruktion der Maschine nicht zulässig sind.

Damit nun der Werth von s nie zu gross ausfällt, muss nothwendig das Verhältniss $\frac{\delta_1}{s}$ für grosse Räder grösser genommen werden, als für kleine; und dies ist um so viel mehr richtig, als bei grossen Rädern meistens eine oder mehrere Zwischenkronen angebracht werden, und man also dafür sorgen muss, dass das Verhältniss zwischen den kleineren Höhen der Schützenöffnungen und der Weite s der Zuleitungskanäle nicht zu klein ausfällt.

Diese Ansicht wird zwar durch die Thatsachen nicht bestätigt, aber auch nicht widerlegt, weil sich bei diesen Rädern hinsichtlich des Verhältnisses $\frac{\delta_1}{s}$ keine bestimmte Regel ausspricht. Es scheint, *Fourneyron* hat es sich zur Regel gemacht, 24 bis 30 Leitkurven und 30 bis 36 Radkurven zu nehmen, und in jedem einzelnen Falle nach dem praktischen Gefühle die passende Zahl innerhalb dieser Grenzen auszuwählen. Bei der Mehrzahl seiner Turbinen liegt das Verhältniss $\frac{\delta_1}{s}$ zwischen 3 und 4·5. Mit Berücksichtigung der oben entwickelten Grundsätze und der Dimensionen von ausgeführten Turbinen ist folgende empirische Formel entstanden:

$$\frac{d_1}{s} = 2\,(1 + R_2) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Es liesse sich nun allerdings berechnen, wie gross die Anzahl der Leitkurven genommen werden müsste, damit die Verhältnisse der Querschnittsdimensionen der Kanäle mit (6) genau übereinstimmen, allein die Formel fällt so complizirt aus, dass es zweckmässiger ist, zu diesem Endzwecke ein empirisches Verfahren zu befolgen, welches darin bestehen kann, dass man vorläufig 24 bis 30 Radkurven annimmt, den Leitkurvenapparat vollständig verzeichnet, und dann nachsieht, ob das Verhältniss $\frac{\delta_1}{s}$ mit jenem übereinstimmt, welches die Formel (6) angibt. Zeigt sich keine solche Uebereinstimmung, so ist es dann eine leichte Sache, die

Anzahl der Schaufeln so weit zu vermehren oder zu vermindern, dass der Regel (6) Genüge geleistet wird; eine scharfe Uebereinstimmung ist übrigens durchaus nicht nothwendig, und man darf sich schon erlauben, um eine für die Theilung bequeme Zahl zu erhalten, einige Schaufeln mehr oder weniger zu machen.

Anzahl der Radschaufeln. Was von der Leitungsfähigkeit der Leitkurvenkanäle im Allgemeinen gesagt worden ist, gilt auch von den Kanälen des Rades. Da wir bei der Konstruktion des Rades den allgemeinen Fall im Auge haben, dass der Winkel β innerhalb gewisser Grenzen beliebig angenommen werden kann, so müssen wir bei der Aufstellung einer Regel für die Bestimmung der Anzahl der Radkurven den Einfluss von β berücksichtigen. Da sich die innere Weite s_2 der Radkanäle mit β in gleichem Sinne ändert, und unter sonst gleichen Umständen der Werth von $\frac{\delta_1}{s_2}$ zunimmt, wenn β abnimmt, und umgekehrt, so ist klar, dass die Anzahl der Radkurven, welche erforderlich ist, um passende Verhältnisse für die Querschnittsdimensionen der Kanäle zu erhalten, für kleinere Werthe von β ebenfalls kleiner sein kann, als für grössere Werthe dieses Winkels. Um sowohl den Einfluss von β, als auch den Grundsatz zu berücksichtigen, dass bei grösseren Rädern, unter sonst gleichen Umständen, etwas mehr Radkurven genommen werden sollen, als bei kleinen, scheint es zweckmässig zu sein, den Werth von i_1 durch folgende empirische Formel zu bestimmen:

$$i_1 = 1{\cdot}2\ i \sin\beta \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (7)$$

Aeußere Weite der Radkanäle. Diese wichtige Dimension wird vermittelst der zweiten der Gleichungen (14), Seite 174, berechnet, und lässt sich auf folgende Art sehr genau in die Zeichnung des Rades auftragen. Man verzeichnet zuerst zwei unmittelbar aufeinander folgende Radkurven, Tafel XI., Fig. 5, und setzt eine derselben bis zum Durchschnitt mit der andern fort. Hierauf zieht man in einem Abstande $u\,v = s_1$ zu $r\,q\,n$ einen concentrischen Kreisbogen, welcher die nächstfolgende durch w gehende Radkurve in w durchschneidet. Dieser Punkt w ist der Endpunkt der Radkurve. Man macht hierauf alle Radkurven eben so lang, so erhalten alle Kanäle aussen die verlangte Weite s_1.

Höhe des Rades Durch sämmtliche Regeln, welche bis hierher aufgestellt worden sind, wird der Horizontaldurchschnitt des Rades bestimmt, ist dieser verzeichnet, so kennt man alle Horizontal-

Abmessungen des Rades. Um nun die Höhe des Rades zu bestimmen, muss das grösste Wasserquantum Q bekannt sein, welches man bei ganz aufgezogenem Schützen auf das Rad wirken lassen will; dann erhält man zur Bestimmung der Höhe δ_1 des Rades oder der höchsten Schützenöffnung folgende Gleichung:

$$\delta_1 = \frac{Q}{t\,s\,k\,U} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

s und i erhält man aus der Zeichnung, k muss nach der Form des Leitkurvenkanals passend gewählt werden (in der Regel darf $k = 0{\cdot}9$ bis $1{\cdot}0$ gesetzt werden), und zur Bestimmung von U dient die Gleichung (10), Seite 173.

Ist die Wassermenge veränderlich, aber im Allgemeinen bedeutend, so muss man das Rad mit einer oder mit zwei Zwischenkronen versehen, deren Entfernung nun wiederum nach den verschiedenen Wasserquantitäten, die auf das Rad wirken sollen, bestimmt werden muss. Nennt man: $\Delta\ \Delta_1\ \Delta_2 \ldots$ die Entfernungen der einzelnen Kronen von der untern Hauptkrone; und $q\ q_1\ q_2 \ldots$ die Wasserquantitäten, die auf das Rad wirken sollen, wenn die Höhe der Schützenöffnung $\Delta\ \Delta_1\ \Delta_2 \ldots$ ist, so hat man:

$$\frac{Q}{\delta_1} = \frac{q_1}{\Delta} = \frac{q_1}{\Delta_1} = \frac{q_2}{\Delta_2}$$

demnach:

$$\Delta = \delta_1 \frac{q}{Q} \qquad \Delta_1 = \delta_1 \frac{q_1}{Q} \qquad \Delta_2 = \delta_2 \frac{q_2}{Q}$$

Da die Herstellung einer Zwischenkrone sehr viele Arbeit und Kosten verursacht, so wird man deren nie mehr als zwei anbringen, in welchem Falle also das Rad drei übereinander liegende Kanalsysteme erhält. Auch wird man nur in dem Falle zwei Zwischenkronen wählen, wenn sehr veränderliche und bedeutend grosse Wasserquantitäten zu verschiedener Zeit auf das Rad wirken sollen, oder wenn einige Wahrscheinlichkeit vorhanden ist, dass man in Folge der Zeit eine bedeutend grössere Betriebskraft nothwendig haben werde, als zur Zeit der Aufstellung der Maschine.

Vortheilhafteste Geschwindigkeit. Für die Anlage der Transmission ist es nothwendig, die Geschwindigkeit zu kennen, mit welcher sich die Turbine in ihrem Beharrungszustand der Bewegung umdrehen muss, um einen guten Effekt zu entwickeln. Hierzu dient die Gleichung (11) Seite 173. Hat man vermittelst dieser Gleichung

v_2 berechnet, so erhält man die entsprechende Anzahl Umdrehungen des Rades durch folgende Formel:

$$n = 9{\cdot}548 \frac{v_2}{R_2} = 9\,548 \frac{v_1}{R_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Hiermit sind also die wichtigsten Elemente für die Konstruktion einer Turbine nach dem System von *Fourneyron* bekannt.

Praktische Anleitung zur Verzeichnung der Fourneyron'schen Turbine. Man bestimme zuerst die Wassermenge, welche in jeder Sekunde auf das Rad wirken soll, wenn dieses Datum nicht unmittelbar gegeben sein sollte. Nennt man N den Nutzeffekt, in Pferdekräften à 75^{Klgm} ausgedrückt, welchen die Turbine entwickeln soll, und nimmt man an, dass derselbe 0·75 von dem absoluten Effekt der Wasserkraft betrage, so hat man zur Bestimmung der Wassermenge Q in Kubikmetern ausgedrückt folgende Formel:

$$Q = 0{\cdot}107 \frac{N}{H} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Nun berechne man den innern Halbmesser R_2 des Rades vermittelst der Formel

$$R_2 = 0{\cdot}538 \sqrt{Q} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

und verzeichne mit demselben den innern Umfang Tafel XI., Fig. 5 des Rades. Da bei der Turbine von *Fourneyron* kein merklicher Wasserverlust am innern Umfange des Rades zu befürchten ist, so könnte man zwar den Zwischenraum zwischen dem innern Umfang des Rades und dem äussern Umfang des Schützens ziemlich gross annehmen, allein es ist sowohl wegen der Leitung des Wassers, als auch um die schädlichen Räume möglichst zu vermindern, gut, diesen Zwischenraum so wie auch die Dicke des Schützencylinders möglichst klein zu machen. Bei kleinen Turbinen können diese Theile abgedreht werden, und dann kann man die Spalte $0{\cdot}001^{\mathrm{m}}$ bis $0{\cdot}002^{\mathrm{m}}$ annehmen, bei grossen Turbinen muss man sie aber doch wenigstens $0{\cdot}005^{\mathrm{m}}$ machen. Wird der Schützenmantel von Gusseisen gemacht, so muss er für kleine Turbinen wenigstens $0{\cdot}01^{\mathrm{m}}$, für grössere $0{\cdot}015^{\mathrm{m}}$ Dicke erhalten; der obere Theil dieses Cylinders, welcher sich bei der tiefsten Stellung desselben über dem Rade befindet, kann aber, um dem Ganzen mehr Steifheit zu geben, dicker gemacht werden. Hat man die Kreise verzeichnet, welche den Durchschnitt des Schützens darstellen, so muss man den Winkel angeben, unter welchem die Leitkurven den innern Kreis des Schützens schneiden sollen. Dieser Winkel in Graden ausgedrückt ist:

$$\widehat{b\,c\,d} = 25^{\circ} - H^{\circ}$$

Für grössere Gefälle ist es nämlich gut, diesen Winkel kleiner zu nehmen, als für kleinere Gefälle, damit die Höhe des Rades eine passende Grösse erhält.

Nun nehme man provisorisch bei kleineren Turbinen 24, bei grösseren Turbinen 30 Leitkurven an, theile den inneren Umfang des Schützen in eben so viele gleiche Theile, konstruire an einem dieser Theilungspunkte, z. B. c, den Winkel b c d, errichte auf c b in c einen Perpendikel c e, trage auf denselben eine Länge $= \frac{1}{2} R_2$ auf, und beschreibe mit derselben aus e als Mittelpunkt einen durch c gehenden Kreisbogen gegen den Mittelpunkt des Rades hin, welcher somit die konkave Seite der durch c gehenden Leitkurve ist. Um auch die konvexe Seite derselben zu verzeichnen, trage man die Blechdicke (welche nur $0{\cdot}003^m$ bis $0{\cdot}004^m$ betragen soll) auf und beschreibe aus e einen koncentrischen Kreis. Um die übrigen Leitkurven zu verzeichnen, bestimme man die Mittelpunkte derselben, indem man durch e aus O als Mittelpunkt einen Kreis beschreibt, und in denselben mit einer Zirkelöffnung $= \frac{1}{2} R_2$ aus den einzelnen Theilungspunkten im innern Umkreise des Schützens einschneidet. Was nun weiter zu thun ist, um die Verzeichnung der Leitkurven zu vollenden, bedarf keiner weitern Erklärung. Bei der Turbine Fig. 5 ist die halbe Anzahl der Leitkurven bis an die Röhre, und die andere halbe Anzahl bis auf eine Entfernung $\frac{2}{3} R_2$ von O festgesetzt. *Fourneyron* wählte in der letzten Zeit stets diese Anordnung, welche den Vortheil gewährt, dass wenigstens die ganz hereingehenden Kurven sehr sorgfältig befestigt werden können. Ist nun der Leitkurvenapparat verzeichnet, so bestimme man die Grössen s und α, was auf folgende Weise geschieht.

Man verbinde den Punkt c mit dem Mittelpunkt e_1 der durch c_1 gehenden Leitkurve, und messe mit aller Genauigkeit den Abstand $c f = s$. Ferner ziehe man durch die Punkte c und f an die durch c und c_1 gehenden Kurven Tangenten, verlängere dieselben bis zu ihrem Durchschnitt in m, halbire den Winkel f m c durch die Linie m k h und ziehe an den inneren Umfang des Rades in dem Punkte k, wo derselbe von der Halbirungslinie m h geschnitten wird, eine Tangente, so ist: $\widehat{l\,k\,g} = \alpha$. Um diesen Winkel in Graden ausgedrückt zu erhalten, kann man sich eines Transporteurs bedienen. Die so gemessenen Werthe von s und α bemerke man sich vorläufig. Um die Höhe der Schützenöffnung zu bestimmen, welche der Wassermenge Q entspricht, und die mit der Höhe des Rades übereinstimmt, muss man noch den Winkel β angeben. *Fourneyron* hat bei den von ihm erbauten Turbinen jederzeit $\beta = 90^\circ$ genommen. Ich bin jedoch der Meinung, dass es zweckmässiger ist, β kleiner als 90°, und z. B. wie es bei der Turbine Fig. 5 der Fall ist, 60° zu nehmen, weil man dann die Radkronen nicht so breit zu machen braucht, als wenn $\beta = 90°$ genommen wird, um schwach gekrümmte Rabkurven zu erhalten. Hat man sich über die Wahl von β entschieden, so berechne man die Austrittsgeschwindigkeit des Wassers durch folgende Formel:

Für irgend einen Werth von β ist:

$$U = \sqrt{g\,H\,\frac{\sin\beta}{\cos\alpha\sin(\alpha+\beta)}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

wenn $\beta = 90°$ genommen wird, ist:

$$U = \frac{\sqrt{g\,H}}{\cos\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

und dann hat man zur Bestimmung von δ die Gleichung

$$\delta = \frac{Q}{i\,s\,k\,U} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

in welcher für i die provisorisch angenommene Anzahl Leitkurven, für s die Entfernung $c\,f$, in Metern ausgedrückt, für Q die Wassermenge, welche per 1″ auf das Rad wirken soll, in Kubikmetern, für U der unmittelbar vorher gefundene Werth, endlich für k, 1 oder 0·9 zu setzen ist, je nachdem der Winkel α sich mehr dem Werthe 25° oder mehr dem Werthe 15° nähert. Ist δ berechnet, so sehe man nach, wie oftmals s in δ enthalten ist, d. h. wie gross der Werth von $\frac{\delta}{s}$ ist. Ist dieses Verhältniss $= 2(1 + R_1)$ oder nicht viel davon verschieden, so kann die angenommene Anzahl Leitkurven, so wie überhaupt die ganze Verzeichnung des Apparates beibehalten werden, was in der Regel der Fall sein wird. Ist die Differenz zwischen den Werthen von $\frac{\delta}{s}$ und von $2(1 + R_1)$ grösser als 0·5, so ist es besser, die provisorisch angenommene Anzahl i Kurven und den daraus durch Verzeichnung aufgefundenen Werth von s nicht beizubehalten. Um dann in diesem Falle die richtige Anzahl Leitkurven zu erhalten, berechne man den Werth des Ausdruckes: $i\,\frac{2(1 + R_1)}{\left(\frac{\delta}{s}\right)}$ und nehme die nächste ganze, für die Theilung bequeme Zahl. Mit dieser richtigen Anzahl wiederhole man die Konstruktion des Leitkurvensystems von neuem.

Die Anzahl der Radkurven findet man durch Multiplikation der richtigen Anzahl Leitkurven mit $1{\cdot}2 \sin\beta$. Zur Berechnung des Verhältnisses $\frac{R_1}{R_2}$ zwischen dem äusseren und inneren Halbmesser des Rades dient die Formel:

$$\frac{R_1}{R_2} = 1 + \frac{0{\cdot}0045\,\beta}{\sqrt[3]{R_2}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

wobei der Winkel β in Graden ausgedrückt zu nehmen ist.

Für $\beta = 90^\circ$ ist die Anzahl der Radkurven gleich 1·2mal der Anzahl der Leitkurven und

$$\frac{R_1}{R_2} = 1 + \frac{0{\cdot}405}{\sqrt[3]{R_2}}$$

Für $\beta = 60^\circ$ ist die Anzahl der Radkurven gleich der Anzahl der Leitkurven und

$$\frac{R_1}{R_2} = 1 + \frac{0{\cdot}27}{\sqrt[3]{R_2}}$$

Um den Werth von R_1 zu erhalten, muss man diese Verhältnisszahl mit R_2 multipliziren.

Da nun die Grössen i, i_1, s, $\frac{R_1}{R_2}$ α, β bekannt sind, so kann man nun auch die äussere Weite s_1 der Radkanäle vermittelst der Formel:

$$s_1 = s\,\frac{k}{k_1}\,\frac{i}{i_1}\,\frac{R_1}{R_2}\,\frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

berechnen, wobei zu setzen ist:

$k = 0{\cdot}9$ wenn α kleiner als 24°

$k = 1{\cdot}0$ wenn α grösser als 24°

$k_1 = 0{\cdot}9$.

Nun verzeichne man das Rad, wobei folgendes Verfahren zu empfehlen ist.

Man verzeichne mit R_1 den äusseren Umfang des Rades, theile den inneren Umfang in i_1 gleiche Theile, konstruire in einem beliebigen Theilungspunkt n den Winkel β und errichte in n auf $o\,n$ eine Senkrechte $n\,p$, so liegt in dieser der Mittelpunkt des Kreises für die innere Krümmung der durch n gehenden Radkurve. Wenn $\beta = 60^\circ$ ist, so kann die Radkurve aus einem einzigen Kreisbogen gebildet werden, dessen Halbmesser so zu wählen ist, dass der unbestimmt fortgesetzte Kreisbogen den äusseren Umfang des Rades unter einem sehr kleinen Winkel schneidet.

Wenn $\beta = 90^{\circ}$ ist, muss man, um für die Radkanäle passende Formen zu erhalten, jede Radkurve aus wenigstens zwei Kreisbögen zusammensetzen. Bei der Turbine, welche auf Tafel XI., Fig. 5 dargestellt ist, besteht jede Radkurve aus zwei Kreisbögen.

Die Krümmungshalbmesser np und qt für die Bögen nq und qr können nicht jederzeit so gross gewählt werden, wie sie in der Zeichnung angegeben sind; diese Angaben sind nur als ungefähre Werthe anzusehen, vermittelst welchen man durch folgendes empirische Verfahren sehr leicht zu passenden Krümmungen für die Radkurven geführt wird.

Man versuche zuerst, wenn $\beta = 90^{\circ}$ genommen wurde, mit $pn = 0{\cdot}36\,R_2$, $tq = 0{\cdot}5\,R_2$, und wenn $\beta = 60^{\circ}$ genommen wurde, mit $pn = 0{\cdot}45\,R_2$, $tq = 0.59\,R_2$ eine Radkurve zu verzeichnen, welche man aussen in's Unbestimmte fortsetzt. Schneidet nun der in's Unbestimmte verlängerte Bogen qr den mit R_1 beschriebenen äusseren Umfang des Rades unter einem sehr kleinen Winkel, so ist die verzeichnete Kurve beizubehalten. Schneidet qr den äusseren Umfang unter einem Winkel, der gleich oder grösser als 15^{0} ist, so muss man die Konstruktion der Kurve mit etwas kleineren Krümmungshalbmessern versuchen. Wird der äussere Umfang des Rades von dem Bogen qr berührt oder gar nicht getroffen, so muss man die Konstruktion der Kurve mit Krümmungshalbmessern versuchen, die etwas grösser sind als die in der Zeichnung angegebenen Werthe von np und qt. Durch dieses Tartonnement, welches allerdings nicht ein wissenschaftliches Verfahren genannt werden kann, gelangt man aber doch praktisch am einfachsten zum Ziele, denn eine scharfe mathematische Formel zur Bestimmung von np und qt würde sehr weitläufig werden.

Hat man nun nach einigen Versuchen die Krümmungsmittelpunkte q und t und die Krümmungshalbmesser np und qt so gewählt, dass der Bogen qr den äusseren Umfang des Rades unter einem kleinen Winkel schneidet, so verzeichne man zwei unmittelbar aufeinander folgende Radkurven mit Angabe ihrer Dicke, welche bei kleinen Turbinen $0{\cdot}004^{m}$, bei grösseren $0{\cdot}005^{m}$ bis $0{\cdot}006^{m}$ genommen werden kann, und verlängere vorläufig eine derselben bis zum Durchschnitt mit der andern. Hierauf mache man uv gleich dem berechneten Werth von s_1 und beschreibe durch u einen zur Kurve v koncentrischen Kreisbogen uw, so bestimmt der Durchschnittspunkt w desselben mit der Radkurve den Endpunkt derselben, und mithin auch die richtige äussere Weite des Randkanals. Streng genommen muss der Punkt w auch in dem Umfang des mit R_1 beschriebenen Kreises liegen, es ist jedoch von gar keinem merklichen

Nachtheil, wenn dies nicht ganz scharf eintrifft; denn man kann ja nicht grundsätzlich streng sagen, welches der eigentliche Werth von R_1 ist. Ist nun eine Radkurve fertig gezeichnet, so werden alle übrigen ganz identisch mit der ersten gemacht. Zu diesem Behufe zieht man durch p, t und q, aus O als Mittelpunkt, Hilfskreise, schneidet mit einer Zirkelöffnung $=$ n p aus allen Theilungspunkten des inneren Radumfanges in den durch p gehenden und mit einer Zirkelöffnung $=$ n t aus denselben Theilungspunkten in den durch t gehenden Hilfskreis ein, so sind diese Einschnittspunkte die Krümmungsmittelpunkte für alle Radkurven. Die Endpunkte der Radkurven kann man entweder nach dem Verfahren bestimmen, welches bei w x angewendet wurde (und dies ist am genauesten) oder man kann auch, wenn alle Kurven mit grösster Genauigkeit verzeichnet wurden, mit der Entfernung n r aus allen Theilungspunkten des innern Radumfanges die Längen der Kurven abschneiden.

Um endlich noch den Winkel γ zu bestimmen (welcher nur dann genauer bekannt sein muss, wenn man die vollständige Berechnung des Rades nach den allgemeinen Gleichungen machen will) ziehe man durch x und w Tangenten an die Radkurve, halbire durch y z den Winkel w y x, den diese Tangenten bilden, und ziehe durch z eine auf O z senkrechte Linie z s, so ist

$$\widehat{y\,z\,s} = \gamma$$

Zur Bestimmung der Höhe δ_1 des Rades hat man die Formel:

$$\delta_1 = \frac{Q}{i\,s\,k\,U} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (8)$$

Zur Bestimmung der vortheilhaftesten Anzahl $\mathfrak{N}$ der Umdrehungen des Rades per 1′ hat man:

$$\mathfrak{N} = 6\,75\,\frac{\sqrt{g\,H\,\frac{\sin\,(\alpha + \beta)}{\sin\,\beta\,\cos\,\alpha}}}{R_2} \quad \ldots \ldots \ldots (9)$$

Wenn $\beta = 90^0$ ist, erhält man:

$$\mathfrak{N} = 4{\cdot}7\,\frac{\sqrt{2\,g\,H}}{R_2} \quad \ldots \ldots \ldots (10)$$

Zur Bestimmung des Durchmessers d der Turbinenaxe in Centimetern hat man

$$d = 16\sqrt[3]{\frac{N}{\mathfrak{N}}} \quad \ldots \ldots \ldots (11)$$

wobei N den Nutzeffekt des Rades in Pferdekräften à 75^{Klgm} ausgedrückt bedeutet, und $\mathfrak{N}$ die so eben berechnete Anzahl Umdrehungen des Rades per 1'.

Für die Bestimmung der Dimensionen aller Theile, welche zum Aufzug und zur Transmission dienen, gebe ich hier keine Regeln an, weil dafür im ersten Band gesorgt ist.

Wenn man sich mit einem geringeren, aber doch für die Praxis genügenden Grad von Genauigkeit begnügen will, kann man das Turbinenrad nach folgendem einfachen Verfahren berechnen und verzeichnen.

Man berechne die Wassermenge Q, welche per 1'' auf das Rad wirken muss, damit es den zum Betriebe nothwendigen Effekt hervorbringen kann, vermittelst der Formel:

$$Q = 0{\cdot}107 \frac{N}{H} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Hierauf berechne man den inneren Halbmesser R_2 des Rades vermittelst der Formel:

$$R_2 = 0{\cdot}538 \sqrt{Q} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

Ist R_2 gleich oder kleiner als $0{\cdot}5^m$, so verzeichne man den Horizontaldurchschnitt des Rades geometrisch ähnlich dem Rade auf Tafel VI., Atlas des grösseren Turbinenwerkes.

Ist R_2 grösser als 0·5, so verzeichne man den Horizontaldurchschnitt des Rades ähnlich dem Rade Tafel III., Atlas des grösseren Turbinenwerkes.

Um die Höhe δ_1 des Rades zu bestimmen, berechne man zuerst den Werth von U vermittelst der Formel:

$$U = 0{\cdot}8 \sqrt{2\,g\,H}$$

und dann erhält man:

$$\delta_1 = \frac{Q}{i\,s\,U}$$

Die zweckmässigste Anzahl $\mathfrak{N}$ der Umdrehungen des Rades per 1'' ist:

$$\mathfrak{N} = 4{\cdot}7 \frac{\sqrt{2\,g\,H}}{R_2}$$

Theorie der Jonval'schen Turbine.

Vorbereitungen Eine ganz genaue Theorie auch dieser Turbine würde erfordern, dass man im Stande wäre, den Bewegungen und Wechselwirkungen aller einzelnen Wassertheilchen durch analytische Rechnungen zu folgen, was leider nicht möglich ist. Wir sind daher