

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1863

Festigkeitsverhältnisse des Radbaues

[urn:nbn:de:bsz:31-270981](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-270981)

Praktischer Theil des Wasserradbaues.

Festigkeitsverhältnisse des Radbaues.

Sauart der Wasserräder im Allgemeinen. Wenn man von dem Materiale abstrahirt, aus welchem die Räder hergestellt werden können, und nur allein die Art der Verbindung der einzelnen Theile zu einem Ganzen in's Auge fasst, so kann man alle Räder in folgende drei Klassen eintheilen:

1. Räder mit steifen Armen, durch welche der den Schaufeln oder Zellen mitgetheilte Effekt in die Radwelle und durch diese auf die Transmissionsräder übertragen wird.

2. Räder mit steifen Armen und mit einem an die Radarme oder an die Radkränze befestigten Zahnkranze, von welchem aus der dem Rade mitgetheilte Effekt an die Transmission übertragen wird.

3. Räder mit dünnen schmiedeisernen stangenartigen Armen und mit einem an die Radkränze befestigten Zahnkranze, welcher die Kraft an die Transmission abgibt.

Nach diesen drei Konstruktionssystemen richtet sich sowohl die Grösse, als auch die Art des Widerstandes, welchen die Arme und die Welle zu leisten haben, damit der Effekt mit Sicherheit auf die Transmission übertragen wird, daher ist es nothwendig, dass wir diese Konstruktionssysteme genauer betrachten.

Es sei, Tafel VII., Fig. 8, der Durchschnitt eines nach dem ersten Systeme gebauten Rades mit drei Armsystemen. Wenn wir vorläufig von dem Gewichte des Baues absehen, so ist klar, dass hier jedes Armsystem gleich stark, und zwar auf respektive Festigkeit, in Anspruch genommen wird. Jedes Armsystem überträgt also $\frac{1}{3}$ des ganzen, dem Rade mitgetheilten Effekts nach der Welle herein, diese empfängt also in jedem der drei Punkte a, b, c, $\frac{1}{3} N$ Pferdekräfte. Daraus geht aber hervor, dass die einzelnen Wellentheile a b, b c, c d nicht gleich grosse Effekte zu übertragen haben, sondern das Wellenstück a b überträgt nur die bei a in die Welle eingetretene Kraft $\frac{1}{3} N$, mit dieser vereinigt sich die bei b eingetretene Kraft, das Wellenstück b c überträgt daher eine Kraft $\frac{2}{3} N$, zu dieser kommt endlich bei c neuerdings die Kraft $\frac{1}{3} N$ hinzu, das Wellenstück c d überträgt demnach erst die totale Kraft $\frac{3}{3} N = N$ auf die Transmission.

Dass diese Wellenstücke auf Torsion in Anspruch genommen sind, bedarf kaum erwähnt zu werden; auch wird es nach diesem Beispiele klar sein, wie stark die Arme und die einzelnen Wellenstücke in Anspruch genommen werden, wenn das Rad mehr oder weniger als drei Armsysteme besitzt. Nebst den angegebenen Kräften haben aber die Arme und die Welle auch noch das Gewicht der Konstruktion zu tragen, allein die Rechnung zeigt, dass die Dimensionen, welche die Arme und die Welle erhalten, um den zu übertragenden Kräften sicheren Widerstand leisten zu können, immer grösser ausfallen, als jene, welche sie für das Tragen des Gewichts der Konstruktion erhalten müssten; man kann daher bei der Berechnung der Stärke der Arme und der Welle von dem Gewichte der Konstruktion ganz absehen und nur allein die Zapfen der Welle nach diesem Gewichte bestimmen.

Dieses erste Konstruktionssystem ist klar und einfach, es ist aber für Räder, die eine bedeutende Kraft zu entwickeln haben, nicht anwendbar, weil es dann zu einem sehr schwerfälligen Baue führt; denn nehmen wir z. B. an, es handle sich um den Bau eines Rades, welches 40 Pferdekraft Nutzeffekt entwickeln soll und in 1 Minute fünf Umdrehungen macht, dann würde nach den bekannten Regeln zur Berechnung der Torsionswellen das Wellenstück c a einen Durchmesser von 32 Centimeter erhalten und das erste Transmissionsrad müsste wenigstens $6 \times 33 = 192$ Centimeter Halbmesser und 36 Centimeter Zahnbreite erhalten.

Man sieht also schon aus diesem Beispiele, dass dieses erste Konstruktionssystem für stärkere Räder nicht brauchbar ist, und es ist nun die Frage, welches der grösste Effekt ist, bei dem diese Bauart noch angewendet werden kann?

Um diese Frage ganz bestimmt zu beantworten, muss man die Konstruktionskosten des ersten Systems mit jenen des zweiten genau vergleichen; es wird daher zweckmässiger sein, wenn wir die Entscheidung dieses Punktes verschieben.

Betrachten wir nun ferner ein nach dem zweiten Systeme erbautes Rad, Tafel VII., Fig. 9, welches beispielsweise ebenfalls drei Armsysteme hat, so ist leicht einzusehen, dass das dem Zahnkranz gegenüberstehende, so wie auch das mittlere Armsystem einen Effekt $\frac{1}{3} N$ nach der Welle herein überträgt, und dass das letzte Drittel der totalen Kraft direkt dem mit dem Radkranz verbundenen Zahnkranz übergeben wird. Das erste Wellenstück überträgt daher einen Effekt $\frac{1}{3} N$, das zweite Wellenstück dagegen einen Effekt $\frac{2}{3} N$ und dieser wird durch das auf der Seite des Zahnkranzes befindliche Armsystem nach dem Zahnkranze hinausgeleitet, und vereinigt sich

da mit dem direkt abgegebenen Effekt $\frac{1}{4}N$. Das auf der Seite des Zahnkranzes befindliche Armsystem hat also bei dem zweiten Konstruktionssysteme, wenn mehr als zwei Armsysteme angewendet werden, mehr auszuhalten, und soll daher (was bei den bestehenden Rädern nicht der Fall ist) stärkere Dimensionen erhalten, als jedes der beiden anderen Armsysteme.

Was endlich die Zapfen betrifft, so haben diese das Gewicht der Konstruktion zu tragen; der auf der Seite des Zahnkranzes befindliche Zapfen B hat aber mehr auszuhalten, als der andere Zapfen A. Denn das Gewicht des Zahnkranzes wirkt grösstentheils nur auf B und das Gewicht aller übrigen Theile der Konstruktion wirkt zur Hälfte auf A, zur Hälfte auf B.

Man sieht also, dass wenn bei einem nach dem zweiten Konstruktionssysteme erbauten Rade alle Theile gehörig proportionirt sein sollen, so müssen die Querschnittsdimensionen so zu sagen von der Seite A gegen die Seite B hin allmählig wachsen.

Auch bei diesem Systeme kann man bei der Bestimmung der Dimensionen der Arme und der Wellenstücke zwischen den Armsystemen das Gewicht der Konstruktion vernachlässigen, denn einerseits fallen die Dimensionen, welche diese Theile erhalten, wenn man sie nach der zu übertragenden Kraft berechnet, stärker aus, als sie sein müssten, um das Gewicht der Konstruktion zu tragen, und andererseits verhindern die steifen Arme und ihre Verbindung durch die Schaufeln oder Kübel jede Biegung der Welle; es sind daher nur allein die Zapfen und die kurzen Wellenstücke von den Zapfen bis an die äusseren Armsysteme hin nach dem Gewichte der Konstruktion zu proportioniren.

Nach den nun gegebenen Erläuterungen wird man leicht auch die Kräfte bestimmen können, welchen die einzelnen Theile zu widerstehen haben, wenn mehr oder weniger als drei Armsysteme vorhanden sind.

Vergleichen wir nun das erste Konstruktionssystem mit dem zweiten, so sieht man, dass bei letzterem das Wellenstück *c d*, Fig. 8, und ein Armsystem von der Kraft $\frac{1}{4}N$ erspart wird; im Allgemeinen ist also die Zahnkranzkonstruktion hinsichtlich des Materialaufwands ökonomischer als jene, bei welcher kein Zahnkranz vorkommt; von Belang ist aber diese Ersparniss erst bei stärkeren Rädern.

Hinsichtlich der Arbeitskosten, welche die Ausführung verursacht, ist wenigstens für schwächere Räder ein Vortheil auf Seite der Anordnung ohne Zahnkranz, denn die Verbindung der einzelnen Segmente, aus welchen dieser letztere besteht, verursacht

ziemlich viel Arbeit, die bei einem kleinen Rade fast eben so gross ist, wie bei einem starken.

Man sieht also, dass das erste Konstruktionssystem für kleinere Kräfte bis zu 10 oder 12 Pferdekraft, das zweite System dagegen für stärkere Kräfte anzuwenden ist. Zur weiteren Bekräftigung dieser Regel kann man auch noch anführen, dass sich in jeder Maschinenwerkstätte bereits Modelle für Zahnräder bis zu 12 Pferdekraft vorfinden, es brauchen also die Kosten dieses Modells gar nicht oder doch nur gering in Anschlag gebracht zu werden.

Bei dem zweiten Konstruktionssysteme kommt ein Theil der vom Rade empfangenen Kraft erst nach einem weitläufigen Umwege an ihr Ziel; denn ein Theil der Kraft fliesst so zu sagen zuerst durch die Arme nach der Welle herein, durchläuft hierauf die ganze Welle und geht dann wiederum durch das auf der Seite des Zahnkranzes befindliche Armsystem nach dem Umfange hinaus, um sich daselbst in dem Zahnkranze mit dem direkt abgegebenen Theile der Kraft zu vereinigen. Diesen Umweg muss die Kraft nur deshalb machen, weil bei dieser Bauart die Theile, welche das Schaufel- oder Kübelsystem bilden, nicht direkt unter sich und mit dem Zahnkranz zu einem Ganzen verbunden sind, sondern nur indirekt durch die steifen Arme und durch die Welle.

Dem dritten Konstruktionssysteme liegt nun der Gedanke zu Grund, durch eine direkte Verbindung des Schaufel- oder Zellen-systems mit dem Zahnkranz die dem Rade mitgetheilte Kraft ohne allen Umweg unmittelbar in den Zahnkranz hineinzuleiten, so dass die verschiedenen Arme des Rades, so wie auch die Welle nur allein von dem Gewichte der Konstruktion affizirt werden, daher bedeutend schwächer gehalten werden können, als bei dem zweiten Konstruktionssystem. Die Bauart dieses dritten Systems wird durch Tafel VII., Fig. 10, 11, 12 erklärt. Fig. 10 ist ein Vertikaldurchschnitt des Rades, Fig. 12 eine äussere Ansicht des Rades nach Hinwegnahme der Schaufeln oder Zellen und des Radbodens; Fig. 11 ist eine äussere Ansicht des Rades nach der Richtung seiner Axe.

a a, sind die Radkronen oder Radkränze;

b ist der mit dem Radkranze a, verbundene Zahnkranz, welcher in das Getriebe c (auch Kolben genannt) eingreift;

d d, sind zwei Systeme von radialen schmiedeisernen Armen, welche aussen mit den Radkränzen und innen mit den auf der Radwelle g aufgekeilten scheibenartigen Körpern f f, (Rosetten) verbunden sind. Diese Arme sind bestimmt, das Gewicht der äusseren Theile des Rades zu tragen.

$e e_1$ sind zwei Systeme von Spannstangen. Die Stangen des Systems e gehen von der Rosette f_1 aus und sind aussen mit dem Radkranz a verbunden, die Stangen e_1 gehen dagegen von der Rosette f aus und sind aussen mit dem Kranz a_1 verbunden. Diese Stangen (Diagonalstangen) haben die Bestimmung, das Rad gegen horizontale Schwankungen (nach der Richtung der Axe des Rades) zu schützen.

$i i$ sind Stangen, welche am inneren Umfange des Rades von dem Radkranz a aus in schiefer Richtung nach dem Radkranz a_1 hinführen, sie werden Umfangsstangen genannt und haben den Zweck, in Verbindung mit den Schaufeln oder Zellen, welche die beiden Radkränze auseinander halten, ein Verwinden dieser letzteren gegen einander zu verhindern.

Durch diese Umfangsstangen ist so zu sagen die Seite a des Rades an die andere Seite a_1 angespannt, und die Kraft, mit welcher das in den Schaufeln oder Zellen enthaltene Wasser auf den Kranz a wirkt, wird durch die Umfangsstangen $i i$ auf die andere Seite des Rades übertragen und vereinigt sich daselbst in dem Zahnkranz mit der direkt abgegebenen Kraft. Diese Umfangsstangen liegen in der Fläche eines Rotations-Hyperboloides und müssen so angebracht werden, dass sie auf ihre absolute Festigkeit in Anspruch genommen werden, d. h. so, dass die an den Radkranz a abgegebene Kraft vermittelst dieser Stangen $i i$ den Kranz a_1 nachzieht.

Was die Welle betrifft, so hat diese nur das Gewicht der Konstruktion des Rades zu tragen; das Gleiche gilt auch von den Zapfen; es ist aber auch hier wiederum der auf der Seite des Zahnkranzes befindliche Zapfen stärker in Anspruch genommen, als der andere.

Der klare früher ausgesprochene Grundgedanke, auf welchem dieses dritte Konstruktionsystem (auch Suspensionsprinzip genannt) beruht, ist weder von dem Erfinder desselben, noch von der Mehrzahl seiner Nachahmer richtig erkannt worden, was durch den Umstand bewiesen wird, dass die von Engländern, Franzosen und Deutschen nach diesem Systeme erbauten Räder keine Umfangsstangen, oft nicht einmal Diagonalstangen haben. Lässt man aber die Umfangsstangen weg, so hat diese Konstruktionsart gar keinen verständigen Sinn, und es ist dann, wie auch die Erfahrung bewiesen hat, gar nicht möglich, mit den dünnen radialen und diagonalen Stangen das Verwinden der beiden Seiten des Rades gegen einander aufzuheben.

So viel mir bekannt ist, haben die Herren *Esher Wyss & Comp.*

zuerst die Umfangsstangen in Anwendung gebracht, nachdem die Erfahrung ihre Nothwendigkeit kennen gelernt hatte.

Was die Anwendbarkeit dieses dritten Konstruktionssystems betrifft, so ist zunächst klar, 1) dass es nur gebraucht werden kann, wenn von dem Bau eines eisernen Rades die Rede ist, 2) dass mit demselben nur bei Rädern von grossen Halbmessern eine beachtenswerthe Ersparniss an Material erzielt werden kann; 3) dass für überschlächtige Räder eine Eisenkonstruktion nicht von so bedeutendem Vortheil ist, als für Räder mit Gerinne, indem bei jenen der Nachtheil, welcher entsteht, wenn das Rad mit der Zeit sich etwas verzieht und unrund wird, nicht so gross sein kann als bei diesen, welche für eine gute Wirkung ein sich gleich bleibendes möglichst genaues Anschliessen des Radumfangs an das Gerinne erfordern. Aus diesen Gründen geht hervor, dass das Suspensionsprinzip vorzugsweise nur bei grösseren rückschlächtigen Rädern, die immer mit einem Gerinne versehen werden sollen, empfohlen werden kann.

Das Konstruktions-Material. Hinsichtlich des Materiales, aus welchem die Räder gemacht werden, kann man dieselben eintheilen, wie folgt:

1) Hölzerne Räder zur Benutzung von kleineren Wasserkräften mit nur wenigen kleineren schmiedeisernen Theilen.

Diese Räder sind vorzugsweise für die Gewerbe empfehlenswerth.

2) Hölzerne Räder mit einzelnen grösseren gusseisernen Bestandtheilen. Schaufeln, Zellen, Radboden, Radkranz, Arme, Welle von Holz. Zahnkranz, Rosetten, Zapfen von Gusseisen; kleinere Verbindungstheile von Schmiedeeisen.

Diese Räder eignen sich vorzugsweise für einen grösseren, aber ökonomischen Fabrikbetrieb.

3) Gusseiserne Räder mit Schaufeln oder Zellen von Holz oder aus Eisenblech. Diese Räder können, wenn es sich um einen soliden, wenn auch kostspieligen Bau handelt, angewendet werden, so lange der Halbmesser nicht grösser als 3^m ist, sie werden aber, wie auch die folgenden, immer mehr und mehr von den weniger kostspieligen Turbinen verdrängt.

4) Räder, theils von Schmiedeeisen, theils von Gusseisen. Diese Kombination von Materialien kommt vorzugsweise bei den nach dem Suspensionsprinzip erbauten Rädern vor, und gibt in diesem Falle viele Solidität, ist aber ebenfalls sehr kostspielig.

5) Räder aus Schmiedeeisen, Schaufeln und Radkronen von Blech. Arme und Welle von Schmiedeeisen, Rosetten von Guss-

eisen. Diese Bauart eignet sich nur für Poncelet'sche Räder von nicht zu bedeutender Kraft, wenn kein Zahnkranz angewendet wird.

Der Kostenunterschied zwischen einem eisernen und einem hölzernen Rade ist sehr bedeutend, die eisernen Räder wiegen im Durchschnitt für jede Pferdekraft Nutzeffekt 400 bis 500^{Kilogramm}, und 100^{Kilogramm} zu Räder verarbeitetes Eisen wird von den Konstrukturs zu 40 bis 50 Gulden geliefert, die Anschaffungskosten eines Rades ohne Gerinne und ohne Wasserbau sind demnach für jede Pferdekraft Nutzeffekt 160 bis 250, oder im Mittel 200 Gulden. Hölzerne Räder mit eisernen Zahnkränzen und Rosetten kosten dagegen nur den dritten Theil oder die Hälfte, also 60 bis 100 Gulden per Pferdekraft, und die Räder, welche bis auf kleinere Verbindungs-theile ganz aus Holz gemacht sind, kosten ungefähr nur den fünften Theil, also 40 Gulden per Pferdekraft.

Der Kostenunterschied, welchen die Wahl des Materials verursacht, ist demnach so bedeutend, dass es von Wichtigkeit ist, die Vortheile, welche die eisernen Räder gewähren, und die Nachteile, welche die Holzkonstruktionen mit sich bringen, näher zu bezeichnen.

Ein eisernes Rad mit gut proportionirter Querschnittsdimension und mit zweckmässig gewählten und gut ausgeführten Verbindungen ist so zu sagen ein monumentaler Bau, an welchem sich mit der Zeit nichts verändert. Ein hölzernes Rad dagegen ist ein Bau, an welchem theils durch die in seinem Innern thätigen Kräfte, theils durch den Einfluss der Nässe und der Atmosphäre allmählig mit der Zeit fortschreitende Veränderungen in der Form des Ganzen, in der Verbindung seiner Theile und in der materiellen Beschaffenheit derselben eintreten, so dass ein solches Rad nach einer Reihe von 8 bis 10 Jahren einer wahren Ruine gleicht, an welcher fort und fort ausgebessert werden muss, um sie vor dem gänzlichen Verfall zu retten. Hieraus ergeben sich folgende weitere Vergleichungen:

- 1) Der Nutzeffekt eines eisernen Rades bleibt immer gleich gut. Der Nutzeffekt eines hölzernen Rades wird mit der Zeit immer ungünstiger, weil die Wasserverluste immer zunehmen.
- 2) Die Bewegung ist bei einem eisernen Rade unveränderlich sehr gleichförmig, bei einem hölzernen Rade wird sie dagegen mit dem Alter desselben mehr und mehr ungleichförmig.
- 3) Bei einem gutgebauten eisernen Rade kommen nur selten und nie bedeutende Reparaturen vor, bei einem hölzernen Rade werden die Reparaturen immer häufiger und bedeutender, was für

grössere Fabriken, in denen viele Arbeiter beschäftigt sind, sehr nachtheilige Unterbrechungen in der Arbeit zur Folge haben kann.

Aus dieser Vergleichung geht hervor, dass die eisernen Räder für grössere industrielle Unternehmungen, ungeachtet ihrer bedeutenden Kosten anempfohlen werden können, weil in diesem Fall die Vortheile, welche aus der Unveränderlichkeit der Wirkung und Gleichförmigkeit der Bewegung, so wie auch daraus entstehen, dass keine Unterbrechungen in der Arbeit vorkommen, zu überwiegend sind über die Nachteile, welche die grösseren Anschaffungskosten zur Folge haben können.

Für kleinere industrielle Unternehmungen, die gewöhnlich auch mit kleineren Fonds betrieben werden, sind dagegen die hölzernen Räder mit eisernen Zahnkränzen, Kranzstangen, Rosetten und Zapfen am geeignetsten.

Für die Gewerbeindustrie, welche gewöhnlich mit geringem Kapital, dagegen mit mehr als hinreichenden Wasserkraften betrieben wird, bei welcher ferner in der Regel keine grössere Gleichförmigkeit der Bewegung nothwendig ist, und die auch gewöhnlich nur schwächere Räder von 4, 6, 8 Pferdekraft nothwendig hat, sind unbestreitbar die ganz aus Holz konstruirten Wasserräder die geeignetsten hydraulischen Kraftmaschinen.

Der Bahnkranz. Der Druck, welchem die Zähne des Zahnkranzes und jene des Kolbens zu widerstehen haben, ist

$$\frac{75 N_n}{v} \frac{R}{R_1} \text{ Kilg.}$$

wobei R_1 den Halbmesser des Zahnkranzes bezeichnet. Bekanntlich werden die Zähne so konstruirt, dass die Hauptdimensionen (z die Dicke, z_1 die Breite, z_2 die Länge, z_3 die Theilung) in einem konstanten Verhältnisse zu einander stehen, und unter dieser Voraussetzung ist jede dieser Dimensionen der Quadratwurzel aus dem Druck proportional, welchem ein Zahn Widerstand zu leisten hat.

Durch Vergleichung der Dimensionen der Zähne von einer grossen Anzahl von ausgeführten Rädern habe ich folgende Regeln gefunden, Tafel VII., Fig. 13:

$$z = 0.086 \sqrt{\frac{75 N_n}{v} \frac{R}{R_1}} \text{ Centimeter}$$

$$z_1 = 5.5 z$$

$$z_2 = 1.5 z$$

$$z_3 = 2.1 z$$

Diese Dimensionen sind im Verhältniss 86:100 schwächer als sie in der Regel bei gut proportionirten Transmissionsrädern für grössere Kräfte gefunden werden.

Gewöhnlich ist R_1 nur wenig von R verschieden, und v ungefähr = 1.5^m ; annähernd kann man daher unter dieser Voraussetzung schreiben:

$$z = 0.6 \sqrt{N_n}, z_1 = 3.3 \sqrt{N_n}$$

Der Halbmesser R_1 des Zahnkranzes richtet sich nach der Bauart des Rades. Bei hölzernen oder eisernen Schaufelrädern wird der Zahnkranz an den Radkranz, bei hölzernen Zellenrädern an die Radarme, bei eisernen Zellenrädern an die Radkronen angeschraubt. Das genaue Maass für den Halbmesser findet man immer leicht bei der Verzeichnung des Rades. Der Zahnkranz erhält, je nachdem die Bauart des Rades ist, eine innere oder eine äussere Verzahnung. Bei Schaufelrädern muss man, um für den Kolben Platz zu finden, jederzeit eine innere Verzahnung anwenden; bei Zellenrädern kann man je nach Umständen die eine oder die andere Verzahnungsart gebrauchen. Die Querschnittsdimensionen des winkelförmigen Körpers, an welchem die Zähne angegossen sind, können der Dicke des Zahnes proportional gemacht werden; es muss jedoch die Höhe der Verstärkungsnerve, welche in der Ebene des Rades liegt, beim hölzernen Rade grösser gemacht werden, als beim eisernen, weil im ersteren Falle der Zahnkranz für sich selbst hinreichende Festigkeit haben muss, wo hingegen im letzteren Falle die eisernen Radkränze, gegen welche der Zahnkranz angeschraubt wird, seine Festigkeit bedeutend unterstützen.

Der Zahnkranz muss aus mehreren Gründen aus einzelnen Segmentstücken zusammengesetzt werden, denn 1) wäre es nicht möglich, einen so grossen verzahnten Ring aus einem Stück vollkommen rund zu giessen, 2) würde ein so grosser Kranz oft gar nicht oder doch nur sehr schwer transportabel sein, 3) würde man in dem Fall, wenn ein einzelner Zahn abbrechen sollte, den ganzen Kranz erneuern müssen, weil es nicht gut angeht, einen einzelnen Zahn auf solide Weise mit dem Körper des Kranzes zu verbinden.

Wie die einzelnen Zahnsegmente unter sich und mit dem Radkörper zu verbinden sind, wird später vorkommen; nur so viel mag vorläufig noch bemerkt werden, dass der Zahnkranz bei hölzernen Rädern durch eiserne Stangen mit der Rosette verbunden werden muss, damit derselbe, wenn sich das Holz verziehen sollte, weder unrund noch excentrisch gegen die Radaxe werden kann.

Das Getriebe oder der Kolben, welcher vom Zahnkranz getrieben wird, erhält einen 3, 4, 5 mal kleineren Halbmesser als der Zahnkranz, so dass also die Kolbenwelle 3, 4, 5 mal mehr Umdrehungen macht, als das Wasserrad. Die Dimensionen der Zähne des Kolbens und des Zahnkranzes stimmen natürlich überein, und ihre Anzahl ist im Verhältniss der Halbmesser zu nehmen. Auch muss die Anzahl der Zähne des Zahnkranzes ein Vielfaches sein von der Zahl der Segmentstücke, aus welchen der Kranz besteht. Diese Bedingungen sind in der Regel nur dadurch zu erfüllen, indem man von der berechneten Zahndicke um eine Kleinigkeit abgeht. Am zweckmässigsten ist es, wenn man bei der Bestimmung der Anzahl der Zähne auf folgende Art verfährt. Man berechnet zuerst nach den Formeln, Seite 126, die Dimensionen eines Zahnes und die Theilung, dividirt hierauf den in Centimetern ausgedrückten Umfang des Zahnkranzes durch die Theilung, und nimmt die nächste ganze durch die Anzahl der Zahnsegmente (welche gleich gemacht wird der Anzahl der Arme eines Armsystems) theilbare Zahl für die Anzahl der Zähne des Kranzes. Mit dieser Anzahl dividirt man neuerdings den Umfang des Kranzes und erhält dadurch den corrigirten Werth der Theilung. Nun nimmt man provisorisch den Halbmesser des Kolbens nach der oben angegebenen Regel an, also je nach Umständen $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ von jenem des Zahnkranzes; berechnet den Umfang, welcher diesem provisorischen Halbmesser entspricht, in Centimetern, und dividirt denselben durch jene corrigirte Theilung; die diesem Quotienten nächste gerade Zahl ist dann die Anzahl der Zähne des Kolbens. Der wahre Halbmesser desselben wird endlich gefunden, wenn man das Produkt aus der wahren Anzahl der Zähne in die corrigirte Theilung durch 2π dividirt. Der Durchmesser der Kolbenwelle ist nach der bekannten Formel für Transmissionswellen zu berechnen.

$$\text{Durchmesser d. Kolbenwelle in Centimetern} = 16 \sqrt[3]{\frac{\text{Nutzeffekt in Pferdekräften.}}{\text{Umdrehung d. Kolbenwelle p. 1'}}$$

Sehr wichtig ist die Position des Kolbens. Am besten ist es, wenn der Kolben so angebracht werden kann, dass die Linie, welche den Mittelpunkt des Rades und des Kolbens verbindet, durch den Schwerpunkt der Wassermasse geht, welche in dem Rade enthalten ist; denn in diesem Falle kann das Gewicht des Wassers nicht auf die Zapfen des Rades wirken. Gewöhnlich wird die Kolbenwelle und die Wasserradswelle auf gleiche Höhe gelegt, wodurch man den Vortheil erreicht dass die Zapfenlager dieser beiden

Wellen auf eine gemeinschaftliche Unterlagsplatte gelegt werden können, was für eine unveränderliche Tiefe des Eingriffs der Zähne sehr gut ist. Diese Lage der Kolbenwelle stimmt bei oberflächlichen Rädern mit derjenigen überein, bei welcher das Gewicht des im Rade enthaltenen Wassers nicht auf die Zapfen des Wasserrades wirken kann. Bei mittelschlächtigen Rädern ist dagegen diese Lage der Kolbenwelle etwas zu hoch, weil da der Schwerpunkt der Wassermasse tiefer unten liegt. Am wichtigsten ist die richtige Lage der Kolbenwelle bei Rädern mit dünnen schmiedeeisernen Armen, denn wenn der Kolben weit von seiner vortheilhaftesten Lage entfernt ist, werden die Arme des Rades durch das Gewicht des im Rade enthaltenen Wassers in Bezug auf ihre respektive Festigkeit in Anspruch genommen, die bei diesen Armen nur schwach ist.

Die Radarme Die Anzahl der Armsysteme richtet sich nach der Breite des Rades. Bei Rädern bis zu 2 oder 2.5^m Breite sind zwei Armsysteme hinreichend. Bei Rädern von 2.5 bis zu 6^m genügen aber zwei Armsysteme nicht mehr, indem sich die Bretter oder Bleche, welche die Schaufeln oder Zellen und den Radboden bilden, unter dem Druck des Wassers biegen würden; man muss daher innerhalb dieser letztgenannten Radbreiten drei Armsysteme anwenden.

Die Anzahl der Arme eines Armsystems richtet sich nach dem Halbmesser des Rades. Durch Vergleichung von ausgeführten Rädern hat sich ergeben, dass die Anzahl der Arme eines Armsystems gleich

$$N = 2 (R^m + 1)$$

genommen werden kann.

Um die Querschnittsdimensionen der Arme zu bestimmen, muss man die Konstruktion mit steifen Armen und jene mit dünnen schmiedeeisernen Stangen besonders betrachten.

Es ist schon früher gezeigt worden, wie bei einem Rade mit steifen Armen die Kraft bestimmt werden muss, welche auf ein Armsystem einwirkt. Es sei N_1 der Effekt in Pferdekräften, welchen ein Armsystem zu übertragen hat, so ist

$$\frac{75 N_1}{v}$$

der Druck am Umfang des Rades, welchem die Arme dieses Systems zu widerstehen haben. Von dieser Kraft werden zwar nicht alle Arme des Systems gleich stark affizirt, allein da sie durch den

Kranz zu einem Ganzen verbunden sind, so kann in keinem Arme eine Biegung eintreten, ohne dass auch alle übrigen nahe um eben so viel gebogen werden, als dieser eine; wir werden uns daher der Wahrheit ziemlich nähern, wenn wir annehmen, dass die auf ein Armsystem wirkende Kraft sich auf alle Arme gleich vertheilt; und können daher die Kraft, welche auf einen Arm wirkt, gleich $\frac{75 N_1}{\nu \mathfrak{N}}$ setzen. Nun könnte man nach den bekannten Formeln für die respektive Festigkeit von Stäben die Querschnittsdimension des Armes bestimmen, einfacher wird aber dieser Zweck auf folgende Art erreicht:

Nennt man:

- d_1 den Durchmesser, welchen eine eiserne Transmissionswelle erhalten muss, um einen Effekt von N_1 Pferdekraften bei n Umdrehungen in 1 Minute zu übertragen;
 h die Höhe des eisernen oder hölzernen Radarms, d. h. die auf die Länge des Arms senkrechte Dimension der Hauptnerve, so ist:

$$\frac{h}{d_1} = \frac{1.7}{3\sqrt{\mathfrak{N}}}$$

und die Dicke des Armes ist, wenn er von Gusseisen ist, $\frac{1}{3} h$, und wenn er von Holz ist, $\frac{1}{4} h$ zu nehmen.

Für $\mathfrak{N} =$	4	6	8	10	12
wird $\frac{h}{d_1} =$	1.08	0.94	0.86	0.79	0.75

Vermittelst dieser Tabelle kann man die Dimensionen eines Armes auf folgende Art sehr leicht bestimmen:

Man bestimmt zuerst d_1 nach der bekannten Formel:

$$d_1 = 16 \sqrt[3]{\frac{N_1}{n}} \text{ Centimeter}$$

Multipliziert man diesen Werth d_1 mit demjenigen Coefficienten der vorhergehenden kleinen Tabelle, welcher der Anzahl der Arme des Armsystems entspricht, so erhält man die Höhe des Armes an der Axe in Centimetern.

Diese äusserst bequeme Regel gilt auch für die Arme der Transmissionsräder. Es sei z. B. $N_1 = 5$, $n = 5$, $\mathfrak{N} = 8$, so hat man

$$d_1 = 16 \text{ und wegen } \frac{h}{d_1} = 0.86, \text{ wird}$$

$$h = 16 \times 0.86 = 13.8 \text{ cm}$$

Ist der Arm von Eisen, so wird seine Dicke: $\frac{138}{5} = 2.7\text{cm}$

ist er von Holz, so wird die Dicke = $\frac{5}{7} 13.6 = 9.7\text{cm}$

Man kann sich darauf verlassen, dass man auf diese Weise jederzeit gute Dimensionen erhält, da der Coefficient 1.7 in der Formel für $\frac{h}{d_1}$ durch Vergleichung von einer grossen Anzahl von Rädern praktisch bestimmt worden ist.

Der Arm erhält eine zweckmässige und gefällige Verjüngung, wenn man seine Höhe und Dicke am äusseren Radkranze im Verhältniss 3:4 schwächer nimmt.

Bei einem mit Stangen verspannten Rade haben die radialen Stangen die Bestimmung, das Gewicht der Konstruktion zu tragen, die Diagonalstangen haben das Rad gegen Seitenschwankungen zu schützen, und die Umfangsstangen sind bestimmt, das Verwinden der beiden Seiten des Rades zu verhindern, und die vom Rade empfangene Kraft möglichst direkt nach dem Zahnkranz zu leiten.

Wenn diese Konstruktionsart gegen eine steife Verarmung einen namhaften Vortheil gewähren soll, so müssen die Verbindungen vermittelt der Stangen in der Art hergestellt werden, dass das Rad mit möglichst dünnen Stangen hinreichende Steifheit erhält. Hiezu ist aber nothwendig, dass die verschiedenen Stangen in allen Positionen, welche sie während der Bewegung des Rades annehmen, immer nur gespannt und nie zusammengepresst werden; weil sie bei schwachen Querschnittsdimensionen einer Zusammenpressung nicht widerstehen würden.

Eine Zusammenpressung in irgend einer Stange wird aber nur dann nie eintreten können, wenn die Verbindung der Enden dieser Stangen mit den Rosetten und mit den Radkränzen vermittelt Schrauben oder Stellkeilen geschieht, die nur auf Zug wirken können. Stellkeile sind jedoch den Schrauben vorzuziehen, weil bei ersteren die Gleichheit der Spannung aller Stangen derselben Art aus dem Klang und aus dem Zurückprallen des Hammers beim Eintreiben der Keile genauer und sicherer zu erkennen ist, als durch das Anziehen mit Schrauben vermittelt eines langarmigen Schlüssels.

Damit der ganze Bau eine hinreichende Steifheit erhält, ohne die Stangen übermässig anzuspannen, ist erforderlich, dass 1) die radialen Stangen so stark angezogen werden, dass sie nur sehr schwach gespannt sind, wenn sie in die vertikale aufrechte Stellung gelangen; 2) dass die Diagonalstangen schwächer angezogen werden als die radialen Stangen, damit sie in ihrer obersten Stellung auch

nur sehr wenig gespannt sind; 3) dass die Umfangsstangen, welche fortwährend einem unveränderlichen Zuge ausgesetzt sind, anfangs so stark gespannt werden, dass während des Ganges des Rades kein merkliches Verwinden desselben eintritt; 4) dass die Stangen derselben Art möglichst gleichförmig angezogen werden.

Werden diese Vorschriften bei der Aufstellung eines Rades nicht gehörig beachtet, so können mancherlei Uebelstände eintreten. Werden die radialen Stangen zu stark und ungleichförmig angezogen, so kann es geschehen, dass eine oder die andere reißt, oder dass die Verbindungsköpfe aus den dünnen gusseisernen Radkränzen herausgerissen werden. Werden sie zu schwach angezogen, so hängt der ganze Bau des Rades nur an den Stangen der unteren Hälfte des Rades und die obere Hälfte schwebt so zu sagen frei, was sich durch eine für die verschiedenen Verschraubungen sehr nachtheilige zitternde Bewegung zu erkennen gibt. Werden die Diagonalstangen zu stark angezogen, so kann es geschehen, dass entweder die Verbindungsköpfe aus dem Getäfer gerissen werden, oder dass die Rosetten von der Aufkeilung los gehen und gegen die Zapfen hinaus gestossen werden. Werden sie dagegen zu schwach angezogen, so ist die obere Hälfte des Rades nicht gegen Seitenschwankungen geschützt. Werden endlich die Umfangsstangen zu stark oder zu schwach angezogen, so kann im ersteren Falle entweder ein Abreißen der Stangen oder ein Ausbrechen der Verbindungsköpfe aus dem Getäfer eintreten, und im letzteren Falle werden sich die beiden Seiten des Rades merklich verwinden, was für die verschiedenen Schraubenverbindungen sehr nachtheilig werden kann.

Hieraus sieht man, dass die Aufstellung eines solchen gespannten Rades keine so leichte Sache ist, und diesem Umstande ist es zuzuschreiben, dass bei derlei Rädern sehr oft Stangen, Rosetten oder Getäfer gebrochen sind.

Eine sehr genaue Berechnung der Querschnitte der Stangen und der zweckmässigsten Spannungen führt zu äusserst weitläufigen Untersuchungen, die für die Praxis von wenig Werth sind; es ist daher zu diesem Zwecke ein einfaches aber doch sicheres Verfahren vorzuziehen.

Es ist klar, dass das Gewicht aller äusseren Theile des Rades vorzugsweise an denjenigen radialen Stangen hängt, welche sich in der tiefsten Stellung befinden. Wenn wir also den Querschnitt dieser Stangen so stark machen, dass sie allein im Stande sind, das Gewicht der Konstruktion der äusseren Theile des Rades mit Sicherheit zu tragen, so kann man versichert sein, dass die sämtlichen radialen Arme hinreichend stark ausfallen werden. Der Querschnitt

eines radialen Armes kann also auf folgende Art bestimmt werden. Man berechne das Gewicht aller äusseren Theile des Rades und dividire es durch die Anzahl der Armsysteme, deren gewöhnlich zwei vorhanden sind, so hat man das Gewicht, welches auf einen Arm wirkend gedacht wird. Dieses Gewicht dividire man durch den sechsten Theil der absoluten Festigkeit des Schmiedeeisens per 1^{cm} also durch $\frac{3000}{6} = 500$, so erhält man den Querschnitt des Armes in Quadratcm. ausgedrückt. Für die Diagonalstangen und für die Umfangsstangen genügt es, wenn man den Durchmesser der ersteren $\frac{1}{4}$ und den der letzteren 0.6 von jenem der radialen Stangen annimmt.

Wenn man bedenkt, dass der Halbmesser des Rades insbesondere bei dem rückschlächtigen und Oberschlächtigen, dem Gefälle, und die Breite der Wassermenge ungefähr proportional genommen wird, so kann man vermuthen, dass das Gewicht eines Rades, welches sich vorzugsweise nach dem Halbmesser und nach der Breite richtet, dem absoluten Effekte der Wasserkraft proportional ausfallen muss. Durch zahlreiche Gewichtsberechnungen von Rädern habe ich diese Vermuthung bestätigt gefunden, und durch diese Erfahrung ergeben sich manche sehr einfache praktische Regeln.

So z. B. habe ich gefunden, dass beim Zellenrade das Gewicht der äusseren Bestandtheile per Pferdekraft des absoluten Effekts 400^{Kil} beträgt, und daraus folgt nach der oben angegebenen Vorschrift, dass der Querschnitt eines jeden radialen Armes für jede Pferdekraft der absoluten Wasserkraft $\frac{1}{3}$ ^{cm} betragen soll, wenn wie es gewöhnlich der Fall ist, das Rad mit zwei Armsystemen versehen ist. Hierdurch hat man also eine äusserst einfache Regel zur Bestimmung dieser Radarme.

Wasserradwellen für Räder mit steifen Armen. Die Kräfte, welchen ein Wellbaum Widerstand zu leisten hat, richten sich, wie schon früher erklärt wurde, nach der Bauart des Rades. Bei den Rädern mit starren Armen sind die Wellbäume theils auf Torsion, theils auf respective Festigkeit, bei den verspannten Rädern dagegen sind sie nur allein auf respective Festigkeit in Anspruch genommen.

Nennt man N , den Effekt, welchen bei einem Rade mit steifen Armen irgend ein zwischen zwei Armsystemen befindliches Wellenstück der ganzen Welle zu übertragen hat, so muss dieses Wellenstück, vorausgesetzt dass es cylindrisch und von Eisen ist, einen Durchmesser

$$16 \sqrt[3]{\frac{N_1}{n}} \text{ Centimeter}$$

erhalten, um der Torsion mit Sicherheit widerstehen zu können; und mit diesem Durchmesser erhält auch die Welle hinreichende Stärke, um das Gewicht der Konstruktion zu tragen. Den Werth von n , d. h. die Anzahl der Umdrehungen des Rades in 1 Minute findet man durch die Formel

$$n = 9.548 \frac{v}{R}$$

Wie die Werthe von N_1 für die einzelnen Wellenstücke zu bestimmen sind, ist schon früher bei der Bauart der Räder im Allgemeinen gesagt worden.

Die Zapfen der Welle müssen nach dem Druck berechnet werden, welchem sie durch das Gewicht der Konstruktion ausgesetzt sind.

Nennt man bei einem Rade ohne Zahnkranz G das Gewicht des ganzen Rades sammt Welle, so ist $\frac{1}{2} G$ der Druck, welchen der Zapfen bei a , Tafel VII., Fig. 8, auszuhalten hat, und zur Bestimmung seines Durchmessers hat man die Formel:

$$0.18 \sqrt{\frac{G}{2}} \text{ Centimeter}$$

in welcher der Coefficient 0.18 nach einer grossen Anzahl von ausgeführten Rädern bestimmt worden ist.

Bei den Rädern ohne Zahnkranz muss die Welle bei c , Fig. 8, durch ein Lager unterstützt werden, und der Hals der Welle muss daselbst so stark sein, wie bei einer Transmissionswelle, welche einen Effekt von N_n Pferdekraft bei n Umdrehungen in 1 Minute überträgt; der Durchmesser dieses Halses ist daher gleich

$$16 \sqrt[3]{\frac{N_n}{n}} \text{ Centimeter}$$

zu nehmen. Das Wellenstück $\overline{c d}$, welches einen eben so grossen Durchmesser erhält, wird am besten bei c an die Wasserradswelle angekuppelt.

Bei einem Rade mit steifen Armen und mit Zahnkranz hat der auf der Seite des Zahnkranzes befindliche Zapfen nahe einen Druck $\frac{1}{2} G + z$ und der andere Zapfen hat einen Druck $\frac{1}{2} G$ auszuhalten, wobei G das Gewicht der Konstruktion ohne Zahnkranz

und z das Gewicht dieses letzteren bezeichnet, die Diameter jener Zapfen sind demnach:

$$\left. \begin{array}{l} 0.18 \sqrt{\frac{1}{2} G + Z} \\ 0.18 \sqrt{\frac{1}{2} G} \end{array} \right\} \text{ in Centimetern.}$$

Bei den ausgeführten Rädern sind immer beide Zapfen gleich stark gemacht, was die Aufstellung sehr erleichtert; will man sich an diese Praxis halten, so müssen beide Zapfen nach der ersteren von obigen Formeln bestimmt werden.

Die Berechnung der Gewichte G und Z ist mühsam und zeitraubend; will man dieser Mühe überhoben sein, so kann man den Erfahrungssatz benutzen, dass die Räder, sie mögen von Holz oder von Eisen konstruirt sein, für jede Pferdekraft des absoluten Effektes der Wasserkraft durchschnittlich 600 bis 700^{Kilogramm} wiegen, hiernach wird der Durchmesser eines Zapfens:

$$0.18 \sqrt{\frac{600 N_a}{2}} \text{ bis } 0.18 \sqrt{\frac{700 N_a}{2}}$$

oder:

$$3.1 \sqrt{N_a} \text{ bis } 3.4 \sqrt{N_a} \text{ Centimeter.}$$

Sicherer ist es aber doch immer, wenn man sich der mühsamen Gewichtsbestimmung unterzieht.

Die Zapfen sollen jederzeit so nahe als möglich an die Rosetten angebracht werden, damit das Wellenstück vom Zapfen an bis an die Rosette hin nicht zu stark ausfällt.

Nennt man l die Entfernung des Mittelpunktes des Zapfens von der Rosette, D den Durchmesser der Welle an der Rosette, d den Durchmesser und c die Länge des Zapfens, so ist

$$D = d \sqrt[3]{\frac{l}{\frac{1}{2} c}}$$

Die hölzernen Wellen müssten hinsichtlich der Festigkeit gegen Torsion wenigstens zweimal so stark gemacht werden, als die eisernen Wellen; allein nach dieser Regel würden sie zur Befestigung der Zapfen noch zu schwach werden.

Die hölzernen Wellen erhalten in jeder Hinsicht eine hinreichende Stärke, wenn man ihren Durchmesser fünf mal so gross nimmt, als jenen des Zapfens.

Wellen für Räder mit Spannflangen. Diese Wellbäume haben, wie schon mehrmals erwähnt wurde, nur allein das Gewicht der Konstruktion zu tragen, sind also nicht auf Torsion in Anspruch genommen.

Wenn man die Berechnung der Welle sehr genau nehmen will, verursacht das einseitige Vorhandensein eines Zahnkranzes weitläufige Rechnungen und Erklärungen. Viel einfacher und leichter verständlich wird die Sache, wenn wir uns denken, dass das Rad auf jeder Seite mit einem Zahnkranz versehen sei, und dass überhaupt die beiden Seiten des Rades übereinstimmen.

Nennen wir unter dieser Voraussetzung:

d den Durchmesser des Zapfens,

c die Länge des Zapfens,

D den Durchmesser der Welle in der mittleren Ebene der Rosette,

l die Entfernung des Zapfenmittels vom Mittelpunkt der Rosette,

G das Gewicht des Rades sammt Welle aber ohne Zahnkranz,

Z das Gewicht des Zahnkranzes,

M das Elastizitätsmoment eines in dem Abstände

x von einer Rosette befindlichen Querschnittes des Wellenstückes zwischen den 2 Rosetten,

dann ist

$\frac{1}{2} G + Z$ der Druck, welchen ein Zapfen auszuhalten hat, mithin:

$$d = 0.18 \sqrt{\frac{1}{2} G + Z} \text{ und } c = 1.2 d$$

ferner ist:

$$D = d \sqrt[3]{\frac{1}{\frac{1}{2} c}}$$

Wenn man das Moment von dem Gewicht des Wellenstückes von der Länge $l + x$ vernachlässigt, und den Druck, welchen die Rosette gegen die Welle ausübt, gleich $\frac{1}{2} G + Z$ setzt, wodurch der wahre Werth dieses Druckes um das halbe Gewicht der Welle zu gross angenommen wird, so erhält man folgende annähernde Gleichung:

$$\left(\frac{1}{2} G + Z\right)(l + x) - \left(\frac{1}{2} G + Z\right) x = M$$

oder

$$\left(\frac{1}{2} G + Z\right) l = M$$

die jedoch hinreichend genau ist, indem der vernachlässigte Einfluss von dem Gewichte der Welle von keiner Bedeutung ist. Diese

letzte Gleichung ist nun unabhängig von x , es haben daher alle Querschnitte des Wellenstückes zwischen den zwei Rosetten sehr nahe einem gleich grossen Biegemomente $(\frac{1}{2} G + Z)l$ zu widerstehen.

Nimmt man also für die Wellenstücke zwischen den Rosetten einen Cylinder von dem Durchmesser D , so hat man eine Form, Tafel VII., Fig. 14, welche der durch obige Gleichung ausgedrückten Bedingung entspricht.

Allein diese cylindrische Form erfordert ziemlich viel Material, und hat im Verhältniss zu ihrem Querschnitt, Fig. 18, eine sehr kleine Oberfläche, daher bei derselben unganze Stellen im Gusse zu befürchten sind.

Nimmt man für die Querschnittsform einen Cylinder mit kreuzförmigen Nerven, wie Fig. 15 zeigt, so entspricht auch diese Form der Bedingungsgleichung, vorausgesetzt, dass die einzelnen Dimensionen des Querschnitts gehörig gewählt werden; allein diese Form hat den Fehler, dass bei derselben kein stetiger Uebergang in die Endstücke der Welle statt findet. Dies kann bewirkt werden, wenn man, wie bei Fig. 16 und 17, den äusseren Nerven eine in die Endstücke übergelende Krümmung gibt; weil aber dadurch die Welle geschwächt wird, so muss man die aussen weggenommene Masse wieder zu ersetzen suchen, was auf zweierlei Weise geschehen kann, indem man entweder den runden mittleren Kern von der Mitte an nach aussen zu konisch zunehmen lässt, wie bei Fig. 16, oder indem man, wie bei Fig. 17, den mittleren Theil cylindrisch macht, und die Dicke der Nerven von der Mitte nach aussen zu allmählig stärker werden lässt.

Gewöhnlich findet man bei ausgeführten Rädern die Form Fig. 16; die Form Fig. 17 verdient aber in so fern vorgezogen zu werden, als sie gefälliger ist.

Nach den Bezeichnungen, welche in Fig. 19 angegeben sind, ist das Elastizitätsmoment für den mittleren Querschnitt der Welle

$$M = \frac{\mathfrak{R}}{6h} \left[0.589 D_1^4 + (h^3 - D_1^3) e + (h - D_1) e^3 \right]$$

wobei \mathfrak{R} den Coefficienten für die respektive Festigkeit bezeichnet.

Es ist aber auch, weil der Querschnitt D dem gleichen Moment zu widerstehen hat:

$$M = \frac{\mathfrak{R} \pi}{32} D^3$$

dennach erhält man:

$$D^3 \frac{\pi}{32} = \frac{1}{6} \frac{1}{h} \left[0.589 D^4 + (h^3 - D_1^3) e + (h - D_1) e^3 \right]$$

$$= \frac{e^3}{6} \left[0.589 \left(\frac{D_1}{e} \right)^4 + \left(\frac{h}{e} \right)^3 - \left(\frac{D_1}{e} \right)^3 + \frac{h}{e} - \frac{D_1}{e} \right] \left(\frac{e}{h} \right)$$

und daraus folgt:

$$\frac{D}{e} = \sqrt[3]{\frac{32}{6\pi} \left[0.589 \left(\frac{D_1}{e} \right)^4 + \left(\frac{h}{e} \right)^3 - \left(\frac{D_1}{e} \right)^3 + \frac{h}{e} - \frac{D_1}{e} \right] \frac{e}{h}}$$

Vermittelst dieses Ausdrucks wird der Werth von $\frac{D}{e}$ bestimmt, wenn man in demselben für $\frac{D_1}{e}$ und für $\frac{h}{e}$ passende Verhältnisszahlen substituirt.

Diese letzteren müssen, damit die Welle eine gefällige Form erhält, je nach der Entfernung der Rosetten gewählt werden. Man erhält jederzeit eine gefällige Form, wenn man nimmt:

$$\frac{h}{e} = 4.5 + 1.5 L$$

$$\frac{D_1}{e} = 6.75 - 0.75 L$$

wobei L die in Metern ausgedrückte Entfernung der Rosetten bezeichnet.

Das Verfahren zur Berechnung aller wesentlichen Querschnittsdimensionen der Welle ist nun folgendes:

Man bestimmt zuerst das Gewicht G der Konstruktion ohne Zahnkranz, so wie auch das Gewicht Z dieses letzteren; dann geben die Gleichungen (Seite 136) den Durchmesser a und die Länge e des Zapfens; hierauf berechnet man vermittelst der Gleichung auf derselben Seite den Durchmesser D. Sodann bestimmt man vermittelst der obigen Gleichungen die Verhältnisse $\frac{h}{e}$ und $\frac{D_1}{e}$ und substituirt dieselben in den Ausdruck für $\frac{D}{e}$, so erhält man den Werth von $\frac{D}{e}$ und da D bereits bekannt ist, so hat man auch den Werth von e, welcher mit den bereits berechneten Werthen von $\frac{h}{e}$ und $\frac{D_1}{e}$ multiplicirt, auch den Werth von h und von D₁ liefert. Sind einmal die Dimensionen a, e, l, D, D₁, h, e bekannt, und in der Zeichnung aufgetragen, so hat man hinreichende Anhaltspunkte, um die voll-

ständige Verzeichnung der Welle nach dem Gefühle auszuführen. Wenn man die beiden Hälften der Welle übereinstimmend macht, so ist diejenige Hälfte, welche der Seite des Rades angehört, an welcher sich in der Wirklichkeit kein Zahnkranz hefindet, etwas zu stark. Will man auch diese Seite den daselbst wirkenden Lasten entsprechend machen, so muss man ihre Querschnittsdimensionen nach den angegebenen Formeln berechnen, indem man $z=0$ nimmt; und dann muss man bei der Verzeichnung der Welle den zwischen den Rosetten befindlichen Theil durch schickliche Uebergangsformen herzustellen suchen. Für die Ausführung ist es aber zweckmässiger, die beiden Hälften der Welle in jeder Hinsicht übereinstimmend zu machen.

Damit die Dimensionen der Welle bei vollkommener Sicherheit möglichst klein ausfallen, ist es sehr wichtig, dass die Zapfen so nahe als möglich an den Rosetten angenommen werden, so dass also der Werth von 1 möglichst klein ausfällt; denn so wie 1 gross ist, werden es auch alle übrigen Grössen D , e , h , D_1 , und die Welle wird dann schwer. Der kleinste Werth von 1 wird durch die Breite des Zahnkranzes bestimmt.

Bei ausgeführten Rädern ist fast immer der äussere Theil zwischen dem Zapfen und der Rosette nur wenig stärker als der Zapfen selbst, daher zu schwach, was auch die Erfahrung bestätigt hat, denn es sind schon oftmals Wasserradwellen an diesem Theile gebrochen.

Zur Bestimmung der untergeordneten Dimensionen eines Rades kann man sich an die nachstehenden Regeln halten.

Rosetten. Nennt man d den Durchmesser des Wasserradzapfens, h die grössere von den Querschnittsdimensionen eines Radarms, so ist:

A) die Länge einer Armhülse an der Rosette:

a) für Räder mit steifen Armen, nach Bauart 1 und 2, $= 2 h$
bis $2.4 h$;

b) für Räder mit hölzernen Tragarmen nach Bauart 3, $= 4 h$;

c) für Räder mit schmiedeisernen Tragarmen gleich 6 Stangen-Durchmesser.

B) Metalldicke der Rosettenhülse, welche zum Aufkeilen der Rosette dient:

$$= \frac{1}{3} d + 0.5.$$

C) Länge dieser Hülse $= 1.2 d$ bis $1.6 d$.

Kegelkränze. Radiale Dimension eines Kegelkranzes sowohl für Eisen als auch für Holz $\frac{1}{3} a$

Dicke des Kranzes $\left\{ \begin{array}{l} \text{für Holz} \dots\dots\dots \frac{1}{3} a \\ \text{für Eisen} \dots\dots\dots \frac{1}{20} a \end{array} \right.$

Radkränze für Wellenräder.

Hölzerne Kränze $\left\{ \begin{array}{l} \text{Dicke der inneren Felgen} \dots \frac{a}{6} \\ \text{Dicke der äusseren Felgen} \dots \frac{a}{7} \end{array} \right.$

Eiserne Seitengefässer, Dicke derselben $\frac{a}{25}$ bis $\frac{a}{20}$

Schaufel- und Wellenbretter. Dicke der hölzernen Schaufelbretter $\frac{a}{14}$ bis $\frac{a}{11}$

Dicke des Kübelbodens $\frac{a}{8}$

Dicke der äusseren Kübelwand $\left\{ \begin{array}{l} \text{in der Mitte von } a \dots \frac{a}{8} \\ \text{am Umfang des Rades} \dots \frac{a}{10} \end{array} \right.$

Radboden. Dicke des Radbodens bei Schaufelrädern $\frac{a}{15}$ bis $\frac{a}{11}$

Dicke des Radbodens bei Kübelrädern $\frac{a}{7}$

Gerinnboden. Dicke der Gerinnböden $\frac{a}{10}$

Die Detailkonstruktion.

Radkränze von Holz. Diese bestehen gewöhnlich aus zwei Schichten von krumm zugeschnittenen Felgen, die so an einander gelegt und zusammenschraubt werden, dass die Stossfugen der einen Schichte in die Mitten der Felgen der zweiten Schichte fallen. Die Felgen einer Schichte werden mit Feder und Nuth versehen, auch werden eiserne Plättchen angewendet, die jede Verschiebung der Felgen gegen einander verhindern. Bei Schaufelrädern werden die Schaufelarme oder Kegel mit Trapezzapfen in die Kränze eingelegt und angekeilt, und ebenso auch die hölzernen Radarme. Bei den Zellen-