# Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1863

Annäherungstheorien für das Ponceletrad

urn:nbn:de:bsz:31-270981

Wenn man beurtheilen will, ob ein Rad zweckmässig oder unzweckmässig angeordnet ist, muss man zu sagen wissen, ob die einzelnen Konstruktionselemente, namentlich Breite, Tiefe, Theilung u. s. f. so gewählt sind, wie es zur Erzielung eines guten Nutzeffektes nothwendig ist. Darüber geben aber die Formeln durchaus keinen Aufschluss, und können auch keinen geben, weil, wie schon gesagt wurde, bei ihrer Herleitung von allen diesen Dingen ganz abgesehen wurde. Diese Formeln leisten also für die Beurtheilung einer Anordnung gar nichts.

Wenn es sich endlich darum handelt, ein neues Rad zu bauen, muss man angeben, wie alle Dimensionen desselben genommen werden müssen: 1) wenn das Rad einen möglichst guten Effekt geben soll und kostspielig werden darf; 2) wenn das Rad nicht zu kostspielig werden, aber doch einen befriedigenden Effekt soll geben können; 3) wenn es gleichgültig ist, ob man viel oder wenig Betriebswasser braucht, wenn nur der Bau möglichst wohlfeil wird.

Hierüber schweigen die aufgestellten Formeln ganz, und können auch nichts aussagen, weil in denselben der Einfluss der Dimensionen eines Rades auf den Nutzeffekt nicht hineingelegt wurde.

Man sieht also, dass diese ganze Theorie von gar keinem praktischen Nutzen ist.

Zum Schlusse dieses Abschnittes wollen wir noch die Annäherungstheorie folgen lassen, welche *Poncelet* für sein Rad zuerst aufgestellt hat.

**Annäherungstheorien für das Poncelet-Rad.** Denken wir uns eine horizontale Bahn M N, Tafel VI., Fig. 9, und eine stetig gekrümmte cylindrische Fläche, welche die Bahn berührt, und sich parallel mit der Bahn mit unveränderlicher Geschwindigkeit $v$ fortbewegt. Denken wir uns ferner, dass dieser Fläche ein Körpertheilchen, z. B. ein Kügelchen mit einer Geschwindigkeit $V$, die grösser als $v$ ist, nachfolge, so wird das Kügelchen die Fläche erreichen, wenn diese einen gewissen Ort A B erreicht hat, und sodann an der Fläche hinaufrollen. Diese relative Bewegung des Kügelchens auf der Fläche erfolgt gerade so, wie wenn die Fläche keine Bewegung hätte, und das Theilchen mit einer Geschwindigkeit $V - v$ eingetreten wäre. Es rollt also mit abnehmender Geschwindigkeit an der Fläche hinauf und drückt dabei fortwährend gegen dieselbe, rollt dann wiederum mit beschleunigter Bewegung herab und erreicht nach einiger Zeit wiederum den untersten Punkt. Die Höhe, welche das Theilchen in seiner aufsteigenden Bewegung errreicht, ist $\frac{(V-v)^2}{2g}$, wie auch die Krümmung der Fläche beschaffen sein mag. Die relative Geschwindigkeit des Theilchens gegen die Bahn, wenn es wiederum unten angekommen ist, beträgt $V - v$. Die absolute Geschwindigkeit dagegen $v - (V - v) = 2\,v - V$. Wenn $2\,v = V$ oder $v = \frac{1}{2}\,V$ ist, bleibt das Theilchen, nachdem es unten angekommen ist, ruhig stehen. Von $2\,v > V$ an geht es nach der Richtung fort, nach der sich die Fläche bewegt; wenn endlich $2\,v < V$ ist, ist die Richtung seiner Bewegung jener der Fläche entgegengesetzt. Die Wirkung, welche das Theilchen der Fläche mittheilt, während es hinauf und herabrollt, wird gefunden, wenn man von der lebendigen Kraft, die es anfänglich hatte, diejenige abzieht, die es zuletzt noch besitzt. Nennt man $q$ das Gewicht des Theilchens, so ist die der Fläche mitgetheilte Wirkung

$$\frac{q}{2\,g}\,V^2 - \frac{q}{2\,g}\,(2\,v - V)^2$$

oder nach einfacher Reduktion

$$\frac{2\,q}{g}\,(V - v)\,v$$

Ist $v = \frac{1}{2}\,V$, so wird diese Wirkung:

$$\frac{q}{2\,g}\,V^2$$

d. h. wenn die Geschwindigkeit der Fläche halb so gross ist, als die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Theilchen an der Fläche ankommt, so theilt es derselben seine ganze Wirkungsfähigkeit mit, und besitzt zuletzt keine Geschwindigkeit mehr.

Obgleich die grösste Höhe, welche das Theilchen erreicht, die Geschwindigkeit, welche es während der Niederbewegung erlangt, endlich die Wirkung, welche es der Fläche mittheilt, ganz unabhängig von der Gestalt der letzteren ist, so richtet sich doch die Zeit, während welcher die Auf- und Niederoscillation erfolgt, nach der Form der Fläche, und es ist leicht einzusehen, dass diese Oscillation bei einer sehr rapid gekrümmten Fläche schnell, bei einer schwach gekrümmten dagegen langsam erfolgt. Vergleicht man die hier betrachtete Bewegung eines Körpertheilchens auf einer beweglichen Fläche mit der Bewegung des Wassers gegen die Schaufeln eines Poncelet-Rades, so wird man finden, dass sich bei der letzteren alles ungefähr so verhält, wie bei der ersteren. Die Bewegung der

Radschaufeln ist zwar nicht geradlinig, allein der Bogen, welchen eine Schaufel beschreibt, während auf sie das Wasser einwirkt, weicht doch nicht sehr stark von einer geraden Linie ab. Die Bewegungen der Wassertheilchen im Rade stimmen allerdings weder unter sich, noch mit jener eines isolirten Körperchens überein, denn die Bewegung eines jeden Wassertheilchens wird durch die Anwesenheit der übrigen mehr oder weniger modifizirt. Im Wesentlichen erfolgt sie aber doch ungefähr so, wie bei den isolirten Theilchen. Wenn daher kein grosser Grad von Genauigkeit gefordert wird, so kann man sich erlauben, die im Vorhergehenden für ein isolirtes Theilchen aufgefundenen Resultate auf die ganze Wassermenge Q anzuwenden, welche in einer Sekunde auf ein Poncelet-Rad einwirkt, und dann erhalten wir für den Nutzeffekt desselben den Ausdruck:

$$E_n = 1000 \frac{2\,Q}{g} (V - v)\, v \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

für die vortheilhafteste Geschwindigkeit:

$$v = \frac{1}{2} V$$

und für das correspondirende Maximum des Nutzeffekts:

$$(E_n)_{max.} = 1000\, Q \frac{V^2}{2\, g}$$

Nach zahlreichen Versuchen, welche *Poncelet* mit zwei Rädern angestellt hat, variirt der Corrections-Coeffizient, mit welchem man die Formel (10) multipliziren muss, damit sie mit der Erfahrung gut übereinstimmende Resultate gibt, von 0·65 bis 0·75. Die Versuche zeigen ferner, dass die vortheilhafteste Umfangsgeschwindigkeit 0·5 V bis 0·6 V ist. Wir können daher folgende praktische Formeln aufstellen:

$$\left.\begin{aligned} E_n &= 1300 \frac{Q}{g} (V - v)\, v \text{ bis} \\ E_n &= 1500 \frac{Q}{g} (V - v)\, v \\ (v)_{max.} &= 0{\cdot}55\, V \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Diese Theorie mag vorläufig genügen, obgleich sie eben so wenig wie die früheren Theorien zur Beurtheilung eines bestehenden Rades, noch zur Bestimmung der Dimensionen eines zu erbauenden Rades gebraucht werden kann.