Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1863

Effektberechnungen

urn:nbn:de:bsz:31-270981

Zellen Horizontallinien in der Weise, wie es der Füllungscoeffizient vorschreibt. Diese schätzungsweise Bestimmung der Wasserstände ist für die Effektberechnung ganz genügend. Auch die Schwerpunkte der einzelnen Wassermassen in den Zellen dürfen zum Behufe der Rechnung nach dem Augenmaasse bestimmt werden.

Effektberechnungen.

Berechnungen.	Daten.	Effekte in Prozenten.
Effektberechnung des Kropfrades. Tafel III., Fig. 2.		
Die Hauptdaten für die Berechnung dieses Wasserrades sind:		
Gefälle	$1{\cdot}5^{m}$	
Wasserzufluss in einer Sekunde	$0{\cdot}25^{Kbm.}$	
Umfangsgeschwindigkeit des Rades . . .	2^{m}	
Breite des Rades	$0{\cdot}76^{m}$	
Tiefe des Rades	$0{\cdot}5^{m}$	
Schaufeltheilung	$0{\cdot}55^{m}$	
Halbmesser des Rades	$2{\cdot}27^{m}$	
Anzahl der Schaufeln	26	
Umdrehungen des Rades in einer Minute .	8.41	
Spielraum der Schaufeln im Gerinne . . .	$0{\cdot}015^{m}$	
Eintritt des Wassers.		
Tiefe des Eintrittspunktes unter der Oberfläche des Wassers im Zuflusskanal . .	$0{\cdot}6^{m}$	
Absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser das Rad erreicht	$3{\cdot}44^{m}$	
Relative Geschwindigkeit $3{\cdot}44 - 2$ . . .	$1{\cdot}44^{m}$	
Projektion einer Schaufeltheilung $\overline{mn}$ . .	$0{\cdot}4^{m}$	
no, Tafel II, Fig. 10	$0{\cdot}07^{m}$	
Effektverlust $\dfrac{\dfrac{V_r^2}{2g} + \dfrac{1}{2}\, mn - no}{H}$	. . .	$0{\cdot}16$
Austritt.		
Verlust wegen der Geschwindigkeit $\dfrac{\dfrac{v^2}{2g}}{H}$ . . .	. . .	$0{\cdot}14$

Berechnungen.	Daten.	Effekte in Prozenten.
Wasserstand in dem untersten Schaufelraum über dem Wasserstand im Abflusskanal .	0·25^{m}	
Effektverlust $\frac{0·25}{1·5}$	. . .	0·17
Wasserverluste.		
Wasserstand in einem Schaufelraum über der Entweichungsspalte . . . . z	0·25^{m}	
Höhe des Eintittspunktes über dem unteren Wasserspiegel . . . . h	0·80^{m}	
Effektverlust $\varepsilon\, b\, \frac{h}{H}\, \frac{\sqrt{2\, g\, z}}{Q}$	. . .	0·06
Verschiedene nicht berechenbare Effektverluste	. . .	0·05
Summe der Effektverluste . .	. . .	0·58
Nutzeffekt des Rades	. . .	0·42
Effektberechnung des Ueberfallrades. Tafel III., Fig. 3.		
Die Hauptdaten für dieses Rad sind:		
Gefälle . . . . H	2·5^{m}	
Wasserzufluss per 1 Minute . . . . Q	1·5$^{Kbm.}$	
Absoluter Effekt in Pferdekräften . . N_a	50	
Umfangsgeschwindigkeit des Rades . . v	1·5^{m}	
Halbmesser des Rades . . . . R	3^{m}	
Breite des Rades . . . . b	3·6^{m}	
Tiefe des Rades . . . . a	0·56^{m}	
Schaufeltheilung . . . . e	0·59^{m}	
Spielraum der Schaufeln im Gerinne . ε	0·02^{m}	
Eintritt.		
Tiefe des Eintrittpunktes unter dem Spiegel des Zuflusskanals	0·40^{m}	
Entsprechende Geschwindigkeit V	2·80^{m}	
Ralative Geschwindigkeit des Wassers . V_r	1·30^{m}	

Berechnungen.	Daten.	Effekte in Prozenten.
Projektion der Schaufeltheilung . . . $\overline{m\,n}$	$0{\cdot}60^{m}$	
$\overline{n\,o}$	$0{\cdot}20^{m}$	
Verlust $\dfrac{\frac{V_r^2}{2\,g} + \frac{1}{2}\,\overline{m\,n} - \overline{n\,o}}{H}$		0·08
Austritt.		
Wasserstand im untersten Schaufelraum, übereinstimmend mit dem Wasserstand im Abflusskanal		
Effektverlust $\dfrac{\frac{v^2}{2\,g}}{H}$		0·05
Wasserverlust.		
Wasserstand über der Entweichungsspalte z	$0{\cdot}32^{m}$	
Höhe des Stosspunktes über dem Wasserspiegel im Abflusskanal . . . . h	$1{\cdot}78^{m}$	
Effektverlust $\varepsilon\, b\, \dfrac{h}{H}\, \dfrac{\sqrt{2\,g\,z}}{Q}$		0·08
Verschiedene nicht berechenbare Effektverluste		0·05
Summe der Effektverluste		0·26
Nutzeffekt des Rades		0·74
Effektberechnung des rückschlächtigen Zellenrades. Tafel IV., Fig. 2.		
Die Hauptdaten für dieses Rad sind:		
Gefälle . . . . H	$5{\cdot}15^{m}$	
Wasserzufluss in einer Sekunde . . . Q	$1{\cdot}00^{Kbm.}$	
Umfangsgeschwindigkeit des Rades . . v	$1{\cdot}20^{m}$	
Breite des Rades . . . . b	$3{\cdot}92^{m}$	
Tiefe des Rades . . . . a	$0{\cdot}43^{m}$	
Halbmesser des Rades . . . . R	$3{\cdot}43^{m}$	
Zellentheilung . . . . e	$0{\cdot}50^{m}$	
Spielraum des Rades im Gerinne . . . ε	$0{\cdot}02^{m}$	

Berechnungen.	Daten.	Effekte in Prozenten.
Eintritt.		
Tiefe des Eintrittspunktes unter dem Spiegel im Zuflusskanal	$0{\cdot}50^m$	
Entsprechende Geschwindigkeit	$3{\cdot}16^m$	
Relative Geschwindigkeit des Wassers . V_r	$1{\cdot}96^m$	
Projektion einer Schaufeltheilung . . $\overline{mn}$	$0{\cdot}45^m$	
$\overline{no}$	$0{\cdot}30^m$	
Verlust $\dfrac{\frac{V_r^2}{2g} + \frac{1}{2}\overline{mn} + \overline{no}}{H}$	. . .	0·14
Austritt.		
Wasserstand im untersten Zellenraum über dem Wasserstand im Abflusskanal . . h	$0{\cdot}30^m$	
Verlust $\dfrac{\frac{v^2}{2g} + h}{H}$	. . .	0·07
Entweichen.		
Höhe des Punktes, wo das Entweichen des Wassers beginnt, über dem Spiegel im Abflusskanal . . . . h	$2{\cdot}15^m$	
Mittlere Höhe des Wasserspiegels in den Zellen über der Entweichungsspalte . . z	$0{\cdot}15^m$	
Effektverlust $\varepsilon\, b \frac{h}{H} \frac{\sqrt{2gz}}{Q}$	. . .	0·05
Nicht berechenbare Effektverluste	. . .	0·05
Summe der Effektverluste . .	. . .	0·31
Nutzeffekt des Rades	. . .	0·69
Effektberechnung des kleinen oberschlächtigen Hammerrades. Tafel V., Fig. 3.		
Die Hauptdaten für dieses Rädchen sind:		
Gefälle . . . . H	$3{\cdot}00^m$	
Wasserzufluss in einer Sekunde . . . Q	$0{\cdot}22^m$	
Umfangsgeschwindigkeit des Rades . . v	$2{\cdot}00^m$	

Berechnungen.	Daten.	Effekte in Prozenten.
Halbmesser des Rades . . . . R	1·09ᵐ	
Breite des Rades . . . . b	1·25ᵐ	
Tiefe des Rades . . . . a	0·27ᵐ	
Zellentheilung . . . . e	0·39ᵐ	
Eintritt.		
Tiefe des Eintrittspunktes unter dem Spiegel des Zuflusskanals	0·70ᵐ	
Entsprechende Geschwindigkeit V	3·70ᵐ	
Relative Geschwindigkeit des Wassers . V_r	1·70ᵐ	
Projektion einer Zellentheilung . . . $\overline{mn}$	0·15ᵐ	
$\overline{no}$	0·35ᵐ	
Verlust $\frac{\frac{V_r^2}{2g}+\frac{1}{2}\,\overline{mn}+\overline{no}}{H}$	. . .	0·19
Austritt.		
Verlust $\frac{\frac{v^2}{2g}}{H}$	. . .	0·07
Entleerung.		
Höhe des mittleren Entleerungspunktes über dem Spiegel des Unterwassers . . . h	0·40ᵐ	
Verlust $\frac{h}{H}$	. . .	0·13
Verschiedene nicht berechenbare Effektverluste	. . .	0·05
Summe der Effektverluste	. . .	0·44
Nutzeffekt des Rades	. . .	0·56
Berechnung des großen oberschlächtigen Rades. Tafel V., Fig. 2.		
Gefälle . . . . H	12·60ᵐ	
Wasserzufluss in einer Sekunde . . . Q	0·19ᴷᵇᵐ·	
Umfangsgeschwindigkeit v	1·50ᵐ	
Breite des Rades . . . . b	1·90ᵐ	

Berechnungen.	Daten.	Effekte in Prozenten.
Tiefe des Rades . . . . a	0·27m	
Schaufeltheilung . . . . e	0·39m	
Halbmesser des Rades . . . . R	6·00m	
Eintritt.		
Tiefe des Eintrittspunktes unter dem Spiegel des Wassers im Zuflusskanal	0·46m	
Entsprechende Geschwindigkeit . . . V	3·00m	
Relative Geschwindigkeit des Wassers . V_r	1·50m	
Projektion der Schaufeltheilung . . . $\overline{mn}$	0·04m	
$\overline{no}$	0·20m	
Effektverlust $\frac{\frac{V_r^2}{2g} + \frac{1}{2}mn + \overline{no}}{H}$	. . .	= 0·03
Austritt.		
Freihängen des Rades . . . . h	0·14m	
Verlust $\frac{\frac{v^2}{2g} + h}{H}$	. . .	= 0·02
Entleerung.		
Höhe des mittleren Entleerungspunktes über dem tiefsten Punkt des Rades . . . . h	0·6m	
Effektverlust $= \frac{h}{H}$	. . .	= 0·05
Nicht berechenbare Effektverluste . . .	. . .	= 0·08
Summe der Effektverluste . .	. . .	0·18
Nutzeffekt des Rades	. . .	0·82

Aeltere Theorie der Wasserräder. Diese ältere Methode der Effektberechnung der Wasserräder besteht darin, dass man Alles, was Schwierigkeiten verursacht, bei Seite lässt und nur diejenigen Effektverluste berücksichtigt, die sich leicht bestimmen lassen. Man nimmt daher an, dass alle Wassertheilchen in einem bestimmten Punkt des Radumfanges mit gleicher Geschwindigkeit ankommen, daselbst mit ihrer relativen Eintrittsgeschwindigkeit gegen das Rad stossen, hierauf von dem Stosspunkte an bis zum Spiegel des Unterwassers hinab durch ihr Gewicht wirken und endlich mit einer absoluten Geschwindigkeit, die mit jener des Radumfanges übereinstimmt, am Spiegel des Unterwassers austreten. Diese Annahmen sind nur richtig, wenn das Wasser in Form eines unendlich dünnen Strahles eintritt, wenn ferner das Rad mit unendlich vielen und unendlich seichten radial gestellten Schaufeln versehen ist, und endlich weder ein Wasserverlust, noch sonst einer von den verschiedenen Verlusten stattfindet, von denen früher die Rede war.

Nennt man:

Q die Wassermenge, welche in 1 Sekunde in das Rad eintritt;

H das totale Gefälle, von Spiegel zu Spiegel gemessen;

h_1 die Tiefe des Punktes, wo die Wassertheilchen den Umfang des Rades erreichen unter dem Spiegel des Wassers im Zuflusskanal;

$h = H - h_1$ die Höhe des Eintrittspunktes über dem Spiegel des Unterwassers;

V die absolute Eintrittsgeschwindigkeit;

v die absolute Umfangsgeschwindigkeit des Rades;

α den Winkel, den die Richtungen von V und v mit einander bilden;

$g = 9{\cdot}808$ die Endgeschwindigkeit beim freien Fall nach der ersten Sekunde;

E_n den in Kilogramm-Metern ausgedrückten Nutzeffekt des Rades; so ist:

$$\sqrt{V^2 + v^2 - 2\,V\,v\cos\alpha}$$

die relative Geschwindigkeit, mit welcher die Wassertheilchen gegen das Rad stossen;

$$1000\,\frac{Q}{2\,g}\,(V^2 + v^2 - 2\,V\,v\cos\alpha)$$

der Effektverlust, welcher bei dem Stosse entsteht, wenn alle Theilchen ihre relative Geschwindigkeit vollständig verlieren;

$$1000\,\frac{Q}{2\,g}\,v^2$$

die lebendige Kraft, welche im Wasser noch enthalten ist, nachdem es das Rad verlassen hat, die also für die Wirkung auf das Rad verloren geht.

In der Voraussetzung, dass sonst keine Effektverluste stattfinden, ergibt sich nun der Nutzeffekt des Rades, wenn man von dem absoluten Effekt $1000\,Q\,H$ der Wasserkraft die so eben bestimmten Verluste abzieht. Man findet daher:

$$E_n = 1000\,Q\,H - 1000\,\frac{Q}{2\,g}\,(V^2 + v^2 - 2\,V\,v\,\cos\alpha) - 1000\,\frac{Q}{2\,g}\,v^2$$

oder

$$E_n = 1000\,Q\left[H - \frac{V^2}{2\,g} + \frac{(V\,\cos\alpha - v)\,v}{g}\right] \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

Nun ist aber nach bekannten hydraulischen Prinzipien

$$\frac{V^2}{2\,g} = h_1, \quad \text{demnach} \quad H - \frac{V^2}{2\,g} = H - h_1 = h$$

demnach kann man auch schreiben:

$$E_n = 1000\,Q\left[h + \frac{(V\,\cos\alpha - v)\,v}{g}\right] \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Das erste Glied dieses Ausdruckes, nämlich $1000\,Q\,h$, ist der Effekt, den das Wasser durch sein Gewicht hervorbringt, indem es durch die Höhe h nach dem Stosse niedersinkt. Das zweite Glied

$$1000\,Q\,\frac{(V\,\cos\alpha - v)\,v}{g}$$

ist der Effekt, den das Wasser beim Eintritt durch Stoss entwickelt.

Für ein wirklich existirendes Rad sind H, h, α, V ganz bestimmte unveränderliche Grössen, und nur die Geschwindigkeit v kann veränderlich sein. Ist $v = 0$ oder $v = V\,\cos\alpha$, so bringt der Stoss gar keine Nutzwirkung hervor, denn es wird dann

$$E_n = 1000\,Q\,h$$

Ist dagegen $v = \frac{1}{2}\,V\cos\alpha$, d. h. beträgt die Umfangsgeschwindigkeit des Rades die Hälfte von der tangentialen Geschwindigkeit des eintretenden Wassers, so wird der Nutzeffekt des Rades ein Maximum und man findet für diesen Werth von v:

$$(E_n)_{\max.} = 1000\,Q\left(h + \frac{1}{2}\,h_1\,\cos^2\alpha\right) \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Bei der vortheilhaftesten Geschwindigkeit des Rades beträgt also (weil $\cos^2\alpha < 1$) der durch Stoss hervorgebrachte Effekt nicht einmal halb so viel, als der absolute Effekt, welcher der Wassermenge Q und dem Gefälle h_1 entspricht.

Für ein neu zu erbauendes Rad sind nur Q und H bestimmte Grössen, V und v dagegen können nach Belieben gemacht werden. Es ist nun die Frage, ob diese zwei Geschwindigkeiten nicht so angenommen werden könnten, dass der Nutzeffekt gleich dem absoluten Effekt der Wasserkraft würde. Dies ist, wie aus der Gleichung (1) erhellet, dann der Fall, wenn $V = v = 0$ wird; d. h. wenn das Rad unendlich langsam geht, und wenn das Wasser mit unendlich kleiner Geschwindigkeit eintritt.

Ungeachtet die wirklichen Räder (insbesondere die Kübelräder) in ihrer Einrichtung von dem dieser Theorie zu Grunde gelegten idealen Rade so enorm abweichen, so hat man sich doch erlaubt, die Ergebnisse dieser Theorie für alle älteren Räder gelten zu lassen. Um jedoch die dadurch entstehenden Fehler einigermassen gut zu machen, hat man durch Versuche mit bestehenden Rädern gewisse Corrections-Coeffizienten auszumitteln gesucht, mit welchen die Formel (2) multiplizirt werden muss, damit dieselbe mit den Versuchsresultaten übereinstimmende Werthe gibt.

Smeaton, *Borda*, *Bossut*, *Morosit*, *Christian* und Andere haben derlei Versuche mit gewöhnlichen unterschlächtigen Rädern angestellt. *Morin* hat das Gleiche mit den übrigen Arten der älteren Räder gethan.

Bezeichnet man durch A und B die Coeffizienten, mit welchen die beiden Glieder der Gleichung (2) versehen werden müssen, damit dieselbe mit den genannten Resultaten übereinstimmende Werthe gibt, so hat man statt jener theoretischen Formel die folgende praktische Formel:

$$E_n = A\ 1000\ Q\ h + B\ 1000\ Q\ \frac{(V \cos \alpha - v)\ v}{g} \quad . \ . \ . \ . \ (4)$$

welche nun leicht den verschiedenen Arten von Rädern angepasst werden kann.

Unterschlächtige Räder. Für diese ist $h = 0$ und $\alpha = 0$ zu setzen, denn das Wasser wirkt nur durch Stoss, und kommt fast nach tangentialer Richtung an das Rad an. Nach den Versuchen von *Bossut* und *Smaeton*, die mit gewöhnlichen Mühlenrädern angestellt wurden, bei welchen die Schütze vertikal steht, und die im Gerinne 0·03 Meter bis 0·04 Meter Spielraum haben, ist $B = 0{\cdot}6$ zu nehmen. Die Formel (4) wird daher für solche Räder:

$$E_n = 61\ V\ (Q - v)\ v \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (5)$$

Diese Versuche haben ferner gezeigt, dass die vortheilhafteste Geschwindigkeit des Rades nicht $\frac{1}{2}$ V, sondern

$$v = 0{\cdot}4\ V$$

ist, was durch den Umstand erklärt wird, dass bei langsamer Geschwindigkeit die Wassermenge, welche zwischen den Schaufeln entweicht, kleiner ausfällt.

Kropfräder. Nach den Versuchen, welche *Morin* mit vier Rädern dieser Art angestellt hat, muss man in der Formel (4)

$$A = B = 0{\cdot}750$$

setzen und dann gibt dieselbe Resultate, die bis auf $^1/_{20}$ mit den Versuchsresultaten übereinstimmen, vorausgesetzt jedoch, dass die Füllung nicht mehr als $^2/_3$ beträgt, und dass die Umfangsgeschwindigkeit des Rades nicht grösser als jene des ankommenden Wassers ist. Innerhalb dieser Grenzen ist also für Kropfräder:

$$E_n = 750\ Q \left[h + \frac{(V \cos \alpha - v)\ v}{g}\right] \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

Das Rad mit überflutheter Schütze. Nach den Versuchen, welche *Morin* mit einem gut konstruirten Rade dieser Art angestellt hat, ist $A = B = 0{\cdot}799$ zu nehmen, und gibt die Formel (4) Werthe, die bis auf $^1/_{20}$ mit den Versuchsresultaten übereinstimmen, so lange die Füllung nicht mehr als $^2/_3$ beträgt und so lange die Umfangsgeschwindigkeit des Rades jene des ankommenden Wassers nicht übersteigt. Es ist daher für diese Räder innerhalb der so eben bezeichneten Grenzen:

$$E_n = 799\ Q \left[h + \frac{(V \cos \alpha - v)\ v}{g}\right] \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

Das Schaufelrad mit Coulisseneinlauf. Mit einem Rade dieser Art sind noch nie genauere Versuche angestellt worden. Man wird sich aber ziemlich der Wahrheit nähern, wenn man auch hier die Werthe von A und B gelten lässt, die für das Rad mit Ueberfalleinlauf gefunden wurden. Wir setzen daher:

$$E_n = 799\ Q \left[h + \frac{(V \cos \alpha - v)\ v}{g}\right] \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

Rückschlächtige und oberschlächtige Kübelräder. Wenn bei diesen Rädern die Zellen nicht mehr als bis zur Hälfte gefüllt sind, die Umfangsgeschwindigkeit nicht mehr als 2 Meter und der Halbmesser nicht weniger als 2 Meter beträgt, so ist nach den Versuchen, welche *Morin* mit vier Rädern dieser Art angestellt hat, $A = 0{\cdot}780$, $B = 1{\cdot}000$ zu setzen, und dann gibt die Formel (4) Werthe, die bis auf $^1/_{20}$ mit den Versuchsresultaten übereinstimmen. Es ist demnach innerhalb jener Beschränkungen

$$E_n = 780\ Q\ h + 1000\ Q\ \frac{(V\ \cos\alpha - v)\ v}{g} \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

Wenn dagegen diese Räder mehr als zur Hälfte gefüllt sind, oder wenn ihre Peripheriegeschwindigkeit grösser als 2 Meter und ihr Halbmesser kleiner als 2 Meter ist, kann man für die Formel (4) keinen Corrections-Coeffizienten auffinden, durch welchen sie mit der Erfahrung übereinstimmende Resultate liefern würde. Für diese Räder muss daher eine Theorie aufgestellt werden, welche auf die besonderen bei denselben obwaltenden Umstände Rücksicht nimmt.

Es ist nun die Frage, ob die hier entwickelte Theorie in Verbindung mit den aus Versuchen gewonnenen Corrections-Coeffizienten zur Berechnung des Nutzeffektes bereits bestehender Räder, oder zur Beurtheilung der Zweckmässigkeit oder endlich zur Bestimmung von zweckmässigen Dimensionen für neu zu erbauende Räder mit Sicherheit gebraucht werden könnte? Diese Fragen müssen verneinend beantwortet werden.

Diese praktischen Formeln enthalten mit Ausnahme des Winkels α kein auf den Bau des Rades bezügliches Grössenelement, weil eben bei ihrer Herleitung von allen Spezialitäten des Baues abgesehen wurde; sie geben daher für alle Räder von einerlei Art einen gleich guten Effekt, es mag nun die Anordnung und Ausführung gut oder schlecht sein. Dass *Morin* bei verschiedenen Rädern derselben Art nahe übereinstimmende Coeffizienten gefunden hat, beweist nichts anderes, als dass diese Räder ungefähr gleich gut oder gleich schlecht angeordnet und ausgeführt waren, und so ist es auch; denn von den Versuchsrädern ist in der That nur das mit dem Ueberfalleinlauf gut angeordnet, alle anderen sind ungefähr gleich fehlerhaft. Wenn die Versuche mit guten Anordnungen gemacht worden wären, hätten sich gewiss andere Coeffizienten ergeben. Hieraus geht zunächst hervor, dass die aufgestellten Formeln zur Berechnung des Nutzeffekts eines bereits bestehenden Rades nicht mit Sicherheit angewendet werden können.

Wenn man beurtheilen will, ob ein Rad zweckmässig oder unzweckmässig angeordnet ist, muss man zu sagen wissen, ob die einzelnen Konstruktionselemente, namentlich Breite, Tiefe, Theilung u. s. f. so gewählt sind, wie es zur Erzielung eines guten Nutzeffektes nothwendig ist. Darüber geben aber die Formeln durchaus keinen Aufschluss, und können auch keinen geben, weil, wie schon gesagt wurde, bei ihrer Herleitung von allen diesen Dingen ganz abgesehen wurde. Diese Formeln leisten also für die Beurtheilung einer Anordnung gar nichts.

Wenn es sich endlich darum handelt, ein neues Rad zu bauen, muss man angeben, wie alle Dimensionen desselben genommen werden müssen: 1) wenn das Rad einen möglichst guten Effekt geben soll und kostspielig werden darf; 2) wenn das Rad nicht zu kostspielig werden, aber doch einen befriedigenden Effekt soll geben können; 3) wenn es gleichgültig ist, ob man viel oder wenig Betriebswasser braucht, wenn nur der Bau möglichst wohlfeil wird.

Hierüber schweigen die aufgestellten Formeln ganz, und können auch nichts aussagen, weil in denselben der Einfluss der Dimensionen eines Rades auf den Nutzeffekt nicht hineingelegt wurde.

Man sieht also, dass diese ganze Theorie von gar keinem praktischen Nutzen ist.

Zum Schlusse dieses Abschnittes wollen wir noch die Annäherungstheorie folgen lassen, welche *Poncelet* für sein Rad zuerst aufgestellt hat.

Annäherungstheorien für das Poncelet-Rad. Denken wir uns eine horizontale Bahn M N, Tafel VI., Fig. 9, und eine stetig gekrümmte cylindrische Fläche, welche die Bahn berührt, und sich parallel mit der Bahn mit unveränderlicher Geschwindigkeit v fortbewegt. Denken wir uns ferner, dass dieser Fläche ein Körpertheilchen, z. B. ein Kügelchen mit einer Geschwindigkeit V, die grösser als v ist, nachfolge, so wird das Kügelchen die Fläche erreichen, wenn diese einen gewissen Ort A B erreicht hat, und sodann an der Fläche hinaufrollen. Diese relative Bewegung des Kügelchens auf der Fläche erfolgt gerade so, wie wenn die Fläche keine Bewegung hätte, und das Theilchen mit einer Geschwindigkeit $V - v$ eingetreten wäre. Es rollt also mit abnehmender Geschwindigkeit an der Fläche hinauf und drückt dabei fortwährend gegen dieselbe, rollt dann wiederum mit beschleunigter Bewegung herab und erreicht nach einiger Zeit wiederum den untersten Punkt. Die Höhe, welche das Theilchen in seiner aufsteigenden Bewegung errreicht, ist $\frac{(V-v)^2}{2g}$, wie auch die Krümmung der Fläche beschaffen sein mag. Die relative Geschwindigkeit des Theilchens gegen die Bahn, wenn es wiederum unten angekommen ist, beträgt $V - v$. Die absolute Geschwindigkeit dagegen $v - (V - v) = 2v - V$. Wenn $2v = V$ oder $v = \frac{1}{2} V$ ist, bleibt das Theilchen, nachdem es unten angekommen ist, ruhig stehen. Von $2v > V$ an geht es nach der Richtung fort, nach der sich die Fläche bewegt; wenn endlich $2v < V$ ist, ist die Richtung seiner Bewegung jener der Fläche entgegengesetzt. Die Wirkung, welche das Theilchen der Fläche mittheilt, während es hinauf und herabrollt, wird gefunden, wenn man von der lebendigen Kraft, die es anfänglich hatte, diejenige abzieht, die es zuletzt noch besitzt. Nennt man q das Gewicht des Theilchens, so ist die der Fläche mitgetheilte Wirkung

$$\frac{q}{2g} V^2 - \frac{q}{2g} (2v - V)^2$$

oder nach einfacher Reduktion

$$\frac{2q}{g} (V - v) v$$

Ist $v = \frac{1}{2} V$, so wird diese Wirkung:

$$\frac{q}{2g} V^2$$

d. h. wenn die Geschwindigkeit der Fläche halb so gross ist, als die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Theilchen an der Fläche ankommt, so theilt es derselben seine ganze Wirkungsfähigkeit mit, und besitzt zuletzt keine Geschwindigkeit mehr.

Obgleich die grösste Höhe, welche das Theilchen erreicht, die Geschwindigkeit, welche es während der Niederbewegung erlangt, endlich die Wirkung, welche es der Fläche mittheilt, ganz unabhängig von der Gestalt der letzteren ist, so richtet sich doch die Zeit, während welcher die Auf- und Niederoscillation erfolgt, nach der Form der Fläche, und es ist leicht einzusehen, dass diese Oscillation bei einer sehr rapid gekrümmten Fläche schnell, bei einer schwach gekrümmten dagegen langsam erfolgt. Vergleicht man die hier betrachtete Bewegung eines Körpertheilchens auf einer beweglichen Fläche mit der Bewegung des Wassers gegen die Schaufeln eines Poncelet-Rades, so wird man finden, dass sich bei der letzteren alles ungefähr so verhält, wie bei der ersteren. Die Bewegung der

Radschaufeln ist zwar nicht geradlinig, allein der Bogen, welchen eine Schaufel beschreibt, während auf sie das Wasser einwirkt, weicht doch nicht sehr stark von einer geraden Linie ab. Die Bewegungen der Wassertheilchen im Rade stimmen allerdings weder unter sich, noch mit jener eines isolirten Körperchens überein, denn die Bewegung eines jeden Wassertheilchens wird durch die Anwesenheit der übrigen mehr oder weniger modifizirt. Im Wesentlichen erfolgt sie aber doch ungefähr so, wie bei den isolirten Theilchen. Wenn daher kein grosser Grad von Genauigkeit gefordert wird, so kann man sich erlauben, die im Vorhergehenden für ein isolirtes Theilchen aufgefundenen Resultate auf die ganze Wassermenge Q anzuwenden, welche in einer Sekunde auf ein Poncelet-Rad einwirkt, und dann erhalten wir für den Nutzeffekt desselben den Ausdruck:

$$E_n = 1000 \frac{2\,Q}{g} (V - v)\, v \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (10)$$

für die vortheilhafteste Geschwindigkeit:

$$v = \frac{1}{2} V$$

und für das correspondirende Maximum des Nutzeffekts:

$$(E_n)_{max.} = 1000\, Q \frac{V^2}{2\,g}$$

Nach zahlreichen Versuchen, welche *Poncelet* mit zwei Rädern angestellt hat, variirt der Corrections-Coeffizient, mit welchem man die Formel (10) multipliziren muss, damit sie mit der Erfahrung gut übereinstimmende Resultate gibt, von 0·65 bis 0·75. Die Versuche zeigen ferner, dass die vortheilhafteste Umfangsgeschwindigkeit $0{\cdot}5\ V$ bis $0{\cdot}6\ V$ ist. Wir können daher folgende praktische Formeln aufstellen:

$$\left.\begin{aligned} E_n &= 1300 \frac{Q}{g} (V - v)\, v \text{ bis} \\ E_n &= 1500 \frac{Q}{g} (V - v)\, v \\ (v)_{max.} &= 0{\cdot}55\, V \end{aligned}\right\} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (11)$$

Diese Theorie mag vorläufig genügen, obgleich sie eben so wenig wie die früheren Theorien zur Beurtheilung eines bestehenden Rades, noch zur Bestimmung der Dimensionen eines zu erbauenden Rades gebraucht werden kann.