Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1863

Leitung des Wassers in Röhren

urn:nbn:de:bsz:31-270981

Der benetzte Theil des Umfangs:

$$S = b + \frac{2\ t}{\sin\alpha}\ \ldots\ldots\ldots\ldots = 6{\cdot}00 \text{ Meter}$$

Totalgefälle des Kanals:

$$G = L\ \frac{S}{\Omega}\ (\alpha\ u + \beta\ u^2)\ \ldots\ldots = 0{\cdot}18 \text{ Meter}$$

Um den Eintritt des Wassers in den Kanal zu erleichtern, wollen wir den Wasserspiegel an der Einlassschleuse um 0·2 Meter tiefer legen als im Flusse, und um das Abfliessen des Wassers aus dem Abflusskanal zu befördern und die Rückstauung zu schwächen, wollen wir den Wasserspiegel am Ende des Abflusskanals um 0·2 Meter höher annehmen als im Fluss. Unter dieser Voraussetzung muss der Kanal so angelegt werden, dass der Wasserspiegel im Flusse oberhalb des Wehres um $0{\cdot}20 + 0{\cdot}18 + 0{\cdot}20 + 4{\cdot}5 = 5{\cdot}08$ Meter höher steht als im Fluss an der Ausmündung des Abflusskanals. Nun ist das natürliche vorhandene Gefälle 3 Meter; durch das Wehr muss also eine Stauung von $5{\cdot}08 - 3 = 2{\cdot}08$ Meter hervorgebracht werden. Es ist klar, dass ein Ueberfallwehr angelegt werden muss, und dass dieses für die geringste Wassermenge im Fluss zu berechnen ist. Die Wassermenge, welche bei der geringsten Menge über das Wehr abfliesst, beträgt $4 - 1{\cdot}33 = 2{\cdot}67$ Kubikmeter, die Wehrbreite sei 16 Meter, dann ist die Tiefe x der Wehrkrone unter dem gestauten Wasserspiegel

$$x = \left(\frac{2{\cdot}67}{0{\cdot}57 \times 16 \times \sqrt{2 \times 9{\cdot}81}}\right)^{\frac{2}{3}}\ \ldots = 0{\cdot}163 \text{ Meter}$$

Beträgt die Wassertiefe im Fluss vor dem Einbau des Wehres $0{\cdot}4$ Meter, so ist die Wehrhöhe $0{\cdot}4 + 2{\cdot}08 - 0{\cdot}163 = 2{\cdot}317$ Meter.

Fig. 3, Tafel II. zeigt das Längenprofil des Kanales mit allen Gefällverlusten.

Leitung des Wassers in Röhren.

Bei der Leitung des Wassers in Röhren kommen jederzeit Widerstände vor, zu deren Ueberwindung ein Theil des Gefälles aufgeopfert werden muss, so dass die Erfolge, welche durch die Leitung hervorgehen, kleiner und schwächer ausfallen, als wenn diese Widerstände nicht vorhanden wären. Die Berechnung dieser Gefällverluste soll in Folgendem gezeigt werden.

Adhäsion des Wassers an den Röhrenwänden. Röhrenwiderstände. Wenn in einer Röhre Wasser fliesst, entsteht zwischen den längs der Wand fliessenden Theilchen und der Wand selbst eine Wechselwirkung, ein Adhäsions- oder Reibungswiderstand, welcher der Bewegung des Wassers entgegenwirkt. *Eitelwein, Prony* und in neuerer Zeit *St. Venant* haben Versuche angestellt, um das Gesetz dieses Widerstandes zu ermitteln. Man hat gefunden, dass dieser Widerstand 1) von dem Material, aus welchem die Röhre besteht, nicht abhängt, 2) der Dichte der Flüssigkeit proportional ist, 3) der Berührungsfläche proportional zu setzen ist, 4) von der Geschwindigkeit u des Wassers in der Röhre abhängt, und annähernd ausgedrückt werden kann durch

$$\gamma \, C \, L \, (\alpha \, u + \beta \, u^2)$$

wobei γ das Gewicht von 1 Kubikmeter Flüssigkeit, C den Unfang der Röhre, L die Länge der Röhre, u die Geschwindigkeit des Wassers und α, β zwei Erfahrungscoeffizienten bedeuten. Nach den Versuchen von *Prony* ist

$$\alpha = 0{\cdot}00001733$$

$$\beta = 0{\cdot}0003483$$

Nennt man z die Höhe der Flüssigkeitssäule, welche durch ihr Gewicht im Stande ist, den Reibungswiderstand zu überwinden, Ω den Querschnitt der Röhre, so ist $\gamma \, \Omega \, z$ das Gewicht dieser Flüssigkeitssäule, man hat daher

$$\gamma \, \Omega \, z = \gamma \, C \, L \, (\alpha \, u + \beta \, u^2)$$

daher

$$z = L \frac{C}{\Omega} (\alpha \, u + \beta \, u^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Für eine cylindrische Röhre vom Durchmesser D ist $C = D \, \pi$, $\Omega = \frac{D^2 \, \pi}{4}$, demnach wird

$$z = L \frac{4}{D} (\alpha \, u + \beta \, u^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Die Werthe von $\alpha \, u + \beta \, u^2$ für verschiedene Werthe von u sind in der Tabelle Seite 131 der Resultate zusammengestellt, und zwar sind es die von *Prony* gefundenen Werthe.

Diese Widerstandshöhe oder dieser Gefällverlust ist, wie Gleichung (2) zeigt, der Länge der Röhrenleitung direkt, ihrem Durchmesser aber verkehrt proportional. Ist u klein, z. B. 0·3, so kann das Glied $\beta \, u^2$ gegen $\alpha \, u$ vernachlässigt werden. Für kleine Geschwindigkeiten ist demnach der Reibungswiderstand beinahe der ersten Potenz der Geschwindigkeit proportional. Ist dagegen u ziemlich gross, z. B. 0·6 bis 1, 2, 3 Meter, so ist im Gegentheil $\alpha\, u$ gegen $\beta\, u^2$ eine kleine zu vernachlässigende Grösse. Für grosse Geschwindigkeiten ist daher der Widerstand nahe dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional.

In den meisten Fällen ist der Werth von z im Vergleich zu dem vorhandenen Gefälle nur dann von Belang, wenn die Länge der Leitung sehr beträchtlich ist, z. B. mehr als 100 Meter beträgt. Es ist selten der Fall, dass das zum Betrieb einer Maschine bestimmte Wasser aus sehr grossen Entfernungen in Röhren herbeigeleitet wird, degegen kommt es oft vor, dass Trinkwasser aus Entfernungen von 2000 bis 4000 Meter und mehr in Röhren fortgeleitet werden muss, und dann kann der Werth von z sehr beträchtlich ausfallen, insbesondere, wenn kleine Wasserquantitäten mit ziemlich grosser Geschwindigkeit geleitet werden sollen. Zur Erläuterung des so eben Gesagten mögen folgende Beispiele dienen.

In einer Röhrenleitung soll in jeder Sekunde $Q = 0{\cdot}8$ Kubikmeter Wasser einer Turbine zugeleitet werden. Die Länge der Leitung sei $L = 100$ Meter, die Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre 1 Meter, dann hat man:

$$D = \sqrt{\frac{4\,Q}{\pi\, u}} = \sqrt{\frac{4 \times 0{\cdot}8}{3{\cdot}14 \times 1}} = 1 \text{ Meter (nahe)}$$

und wird vermöge (2) und Tafel Seite 131 der Resultate

$$z = \frac{100 \times 4}{1}\, 0{\cdot}0003656 = 0{\cdot}146 \text{ Meter}$$

Der durch die Reibung entstehende Gefällverlust beträgt also nur nahe 15 Centimeter.

Auf eine Entfernung von $L = 4000$ Meter soll in jeder Sekunde 0·4 Kubikmeter Trinkwasser mit einer Geschwindigkeit von 0·8 Meter fortgeleitet werden. Dann ist:

$$D = \sqrt{\frac{4 \times 0{\cdot}4}{3{\cdot}14 \times 0{\cdot}8}} = 0{\cdot}69, \qquad z = \frac{4000 \times 4}{0{\cdot}69}\, 0{\cdot}0002368 = 5{\cdot}6 \text{ Meter}$$

Auf eine Entfernung von 4000 Meter sollen in jeder Sekunde 0.03 Kubikmeter Trinkwasser mit 1·3 Meter Geschwindigkeit fortgeleitet werden. In diesem Falle wird:

$$D = \sqrt{\frac{4 \times 0{\cdot}03}{3{\cdot}14 \times 1{\cdot}3}} = 0{\cdot}172, \qquad z = 4000\, \frac{4}{0{\cdot}172} \times 0{\cdot}0006111 = 55{\cdot}5 \text{ Meter}$$

Der Gefällverlust oder die Widerstandshöhe beträgt also in diesem dritten Beispiele 55·5 Meter.

Eckige und abgerundete Knieröhrenstücke. Bei jeder raschen Ablenkung des Wassers aus seiner geregelten Bahn entstehen nothwendig Wellenbewegungen oder Wirbelungen, so wie Erschütterungen an den Röhrenwänden, wodurch die lebendige Kraft der Fortschrittsbewegung des Wassers geschwächt wird. Die hierdurch entstehenden Gefällverluste lassen sich selbstverständlich genau nicht berechnen, denn alle derlei Vorgänge sind viel zu komplizirt, als dass sie durch eine korrekte Rechnung verfolgt werden könnten. Die nachfolgenden Regeln beruhen auf Versuchen.

Weisbach hat durch Versuche gefunden, dass ein winkliges Kniestück, Fig. 4, Tafel II., einen Gefällverlust verursacht, der durch folgenden Ausdruck berechnet werden kann:

$$z = \frac{u^2}{2\,g}\,(0{\cdot}9457 \sin \delta^2 + 2{\cdot}047 \sin^4 \delta)$$

wobei u die Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre $\delta = \widehat{C\,B\,E} = \widehat{E\,B\,D} = \frac{1}{2}\,\widehat{C\,B\,D}$ die Hälfte des Ablenkungswinkels bedeutet.

Für $\delta =$	10°	20°	30°	40°	50°	60°
wird $\dfrac{z}{\frac{u^2}{2\,g}} =$	0·046	0·139	0·364	0·740	1·260	1·861

Für $\delta = 45°$ wird nahezu $0{\cdot}9457 \sin \delta + 2{\cdot}047 \sin^4 \delta = 1$ und $z = \frac{u^2}{2\,g}$, d. h. wenn der Ablenkungswinkel 90° beträgt, geht die lebendige Kraft verloren, die der Geschwindigkeit u entspricht.

Für abgerundete Kniestücke, Fig. 5, Tafel II., hat *Navier* aus Versuchen folgende Formel abgeleitet:

$$z = \frac{u^2}{2\,g}\,(0{\cdot}0039 + 0{\cdot}0186\ r)\,\frac{s}{r^2}$$

wobei u die Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre, r den Krümmungshalbmesser des Kniestückes und s die Länge $A\,B$ des gekrümmten Theils des Kniestückes bezeichnet.

Verengungen und Erweiterungen der Röhren. Allmälige, stetige und sanft in einander übergehende Querschnittsänderungen verursachen keinen merklichen Kraftverlust. Plötzliche Querschnittsänderungen verursachen dagegen plötzliche Geschwindigkeitsänderungen und Wirbelungen, und verursachen nothwendig Kraftverluste, die vermittelst des *Carnot'*schen Prinzipes annähernd in nachstehender Weise berechnet werden können.

Nennt man für eine Verengung, Fig. 6, Tafel II., Ω den Querschnitt der Röhre zu beiden Seiten der Verengung, Ω_1 den Querschnitt der Verengung, k_1 den Contraktionscoeffizienten, u die Geschwindigkeit des Wassers in dem Querschnitt Ω, u_1 die Geschwindigkeit im Querschnitt $\Omega_1 k_1$, Q die Wassermenge, welche per 1 Sekunde durch die Röhre fliesst, so hat man

$$Q = \Omega u = \Omega_1 k_1 u_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Da nun das Wasser plötzlich aus der Geschwindigkeit u_1 in die Geschwindigkeit u übergeht, demnach plötzlich eine Geschwindigkeit $u_1 - u$ verliert, so entsteht ähnlich, wie bei dem Stoss unelastischer Körper ein Verlust an lebendiger Kraft, welcher der in jeder Sekunde stossenden Masse $1000 \frac{Q}{2g}$ und dem Quadrat $(u_1 - v)^2$ der verlornen Geschwindigkeit entspricht (Prinzipien Seite 98), die daher durch

$$1000 \frac{Q}{2g} (u_1 - v)^2$$

ausgedrückt werden kann. Nennt man z den Gefällverlust, welcher diesem Verlust an lebendiger Kraft entspricht, so hat man

$$1000\, Q\, z = 1000 \frac{Q}{2g} (u_1 - v)^2 \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Setzt man für u_1 seinen aus (1) folgenden Werth $u \frac{\Omega}{\Omega_1 k_1}$, so erhält man aus (2)

$$z = \frac{u^2}{2g} \left(\frac{\Omega}{\Omega_1 k_1} - 1\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Es seien ferner für eine röhrenförmige Verengung, Fig. 7, Tafel II., Ω Ω_1 Ω_2 die Querschnitte der Röhrentheile, u u_1 u_2 die Geschwindigkeiten des Wassers in diesen Querschnitten, k_1 der Contraktionscoeffizient für den Uebergang aus Ω in Ω_1, x die Geschwindigkeit des Wassers im Querschnitt $\Omega_1 k_1$, so hat man zunächst:

$$Q = \Omega u = \Omega_1 u_1 = \Omega_2 u_2 = \Omega_1 k_1 x$$

demnach

$$u_1 = \frac{\Omega}{\Omega_1} u, \quad u_2 = \frac{\Omega}{\Omega_2} u, \quad x = \frac{\Omega}{\Omega_1 k_1} u \quad \ldots \quad (4)$$

Nun verliert das Wasser zuerst die Geschwindigkeit $x - u_1$ und hierauf $u_1 - u_2$, der totale Verlust an lebendiger Kraft ist demnach

$$1000 \frac{Q}{2\,g} \left[(x - u_1)^2 + (u_1 - u_2)^2 \right]$$

oder mit Berücksichtigung von (1):

$$1000 \frac{Q}{2\,g} u^2 \left[\left(\frac{\Omega}{\Omega_1}\right)^2 \left(\frac{1}{k_1} - 1\right)^2 + \left(\frac{\Omega}{\Omega_1} - \frac{\Omega}{\Omega_2}\right)^2 \right]$$

Dieser Verlust ist aber auch gleich $1000\ Q\ z$, wenn z den Gefällverlust bezeichnet, daher hat man:

$$z = \frac{u^2}{2\,g} \left[\left(\frac{\Omega}{\Omega_1}\right)^2 \left(\frac{1}{k_1} - 1\right)^2 + \left(\frac{\Omega}{\Omega_1} - \frac{\Omega}{\Omega_2}\right)^2 \right] \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Eine Röhrenerweiterung, Fig. 8, Tafel II., verursacht, wie eine Röhrenverengung an zwei Stellen Verluste an lebendiger Kraft. Es ist in diesem Falle zunächst

$$Q = \Omega\, u = \Omega_1\, u_1 = \Omega_2\, u_2 = \Omega_2\, k_2\, x$$

demnach

$$u_1 = \frac{\Omega}{\Omega_1} u, \quad u_2 = \frac{\Omega}{\Omega_2} u, \quad x = \frac{\Omega}{\Omega_2\, k_2} u \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Man erhält demnach in diesem Falle:

$$1000\ Q\ z = 1000 \frac{Q}{2\,g} \left[(u - u_1)^2 + (x - u_2)^2\right]$$

oder wegen (6):

$$z = \frac{u^2}{2\,g} \left[\left(1 - \frac{\Omega}{\Omega_1}\right)^2 + \left(\frac{\Omega}{\Omega_2}\right)^2 \left(\frac{1}{k_2} - 1\right)^2 \right]$$

Alle diese Gefällverluste, welche Eckstücke, Kniestücke und Röhrenerweiterungen oder Verengungen verursachen, sind nur dann von Belang, wenn sie sich in ausgedehnten Leitungen oftmals wiederholen, was z. B. der Fall ist, wenn die Verbindungen der Röhrenstücke, aus welchen eine lange Leitung besteht, nicht sorgfältig hergestellt werden. Sehr beträchtlich kann auch dieser Widerstand werden, wenn sich an den Röhrenwänden unregelmässig geformte Krusten ansetzen, wodurch in der ganzen Leitung rasch aufeinander folgende plötzliche Querschnittsänderungen entstehen. Man sieht hieraus, wie wichtig es ist, dass eine Wasserleitung sorgfältig ausgeführt und unterhalten wird.

Nennt man Σz die Summe aller Gefällverluste, welche eine Röhrenleitung wegen Reibungen, Krümmungen und Querschnittsänderungen verursacht, H das wirklich vorhandene Gefälle, so muss man, um den wirklichen Erfolg zu berechnen, $\pm H \pm \Sigma z$ in Rechnung bringen, nämlich:

$+ H + \Sigma z$ wenn Wasser gehoben werden soll, d. h. wenn die Ausflussmündung höher liegt als die Einmündung,

$- H + \Sigma z$ wenn Wasser fortgetrieben werden soll, aber die Ausflussmündung tiefer liegt als die Einmündung,

$+ H - \Sigma z$ wenn die Ausflussöffnung um H tiefer liegt, als die Einmündung und entweder die Ausflussgeschwindigkeit oder der Druck berechnet werden soll, den das Wasser an der Ausflussöffnung hervorzubringen vermag.