Die elektrischen Gleichstromleitungen mit Rücksicht auf ihre Elastizität

Teichmüller, Joachim

Stuttgart, 1898

urn:nbn:de:bsz:31-289940

Dbl.

DIE

ELEKTRISCHEN GLEICHSTROMLEITUNGEN

MIT RÜCKSICHT AUF IHRE ELASTIZITÄT.

IN FORM EINES LEHRBUCHES DARGESTELLT.

HABILITATIONSSCHRIFT

ZUR ERLANGUNG DER VENIA LEGENDI FÜR ELEKTROTECHNIK AN DER GROSSHERZOGL. TECHNISCHEN HOCHSCHULE IN KARLSRUHE I. B.

VORGELEGT VON

oachim

Ing. Dr. J. TEICHMÜLLER.

STUTTGART.
DRUCK DER HOFFMANN'SCHEN BUCHDRUCKEREI.
1898.

Einleitung.

I. Das Wesen der Leitungen; Einteilung ihrer Behandlung.

1. Definition. Unter einer elektrischen Leitung versteht man einen elektrischen Leiter, der vermöge seiner Gestalt und dadurch, dass er isoliert ist, die Fähigkeit besitzt, den elektrischen Strom fortzuleiten. Eine Leitung besteht also nie aus dem Leiter allein, sondern immer aus dem Leiter in Verbindung mit seinem Isolator, seiner Isolation.

Um eine solche Leitung für den Betrieb einer elektrischen Anlage verwenden zu können, ist es nötig, sie in ordnungsmässiger, eine lange Betriebsdauer versprechender Weise zu verlegen, die einzelnen Stücke dauernd oder lösbar zu verbinden, Leitungsverzweigungen herzustellen und dergl. mehr. Durch diese Zusammenstellung entsteht eine Leitungsanlage, worunter also der Teil einer elektrischen Anlage zu verstehen ist, der den Verbraucher mit dem Erzeuger der elektrischen Energie verbindet; nicht selten gebraucht man auch hierfür das Wort Leitung.

2. Einteilung. Die Elektrotechnik stellt die Aufgabe, die Leitungen den in einer auszuführenden Anlage an sie zu stellenden Forderungen durch Berechnung, durch Konstruktion und durch die Art der Verlegung anzupassen, oder eine bestehende Anlage durch Berechnung und durch Messung zu prüfen. Die Lehre von den elektrischen Leitungen kann man hiernach einteilen in die Lehre

1. von der Berechnung der Leitungen,
2. von der Bauart und der Herstellung der Leitungen,
3. von der Verlegung der Leitungen und der Herstellung und Prüfung der Leitungsanlagen.

Zur Berechnung der Leitungen ist die Kenntnis des Zweckes, den sie erfüllen sollen, der Bedingungen, denen sie genügen sollen, und die Kenntnis der physikalischen Gesetze und der finanziellen Beziehungen erforderlich, auf Grund deren die Berechnung erfolgen kann.

Die Bauart der Leitungen wird sich wesentlich nach dem Zwecke, dem die Leitung dienen soll, wie er der Berechnung zu Grunde gelegt wurde, zu richten haben. Der durch dieses Ziel bestimmten Bauart wird man in der Ausführung — soweit nicht andere Gründe hinderlich sind — um so näher kommen, je vollkommener die Herstellungsweise der Leitungen ist.

Auch die Verlegungsart der Leitungen und die Herstellung der Leitungsanlagen wird von der Aufgabe, die sie erfüllen sollen, abhängig sein.

Welcher Art sind nun die Aufgaben, deren Verschiedenheit Berechnung, Bauart und Verlegungsart der Leitungen beeinflussen kann?

Zur Beantwortung dieser Frage muss man das gesamte Gebiet der Elektrotechnik überblicken, denn keine elektrische Anlage ist ohne alle Leitungen denkbar. Man kann nun die Elektrotechnik einteilen in eine Starkstromtechnik und in eine Schwachstromtechnik, und die erstere wiederum in eine Gleichstromtechnik und in eine Wechselstromtechnik. Wenn diese Einteilung auch nicht streng wissenschaftlich ist, so ist sie doch für die praktische Elektrotechnik sehr charakteristisch und auch für die Behandlung der elektrischen Leitungen sehr gut brauchbar. Man kann also die Leitungen hiernach einteilen in

1. Gleichstromleitungen,
2. Wechselstromleitungen,
3. Schwachstromleitungen.

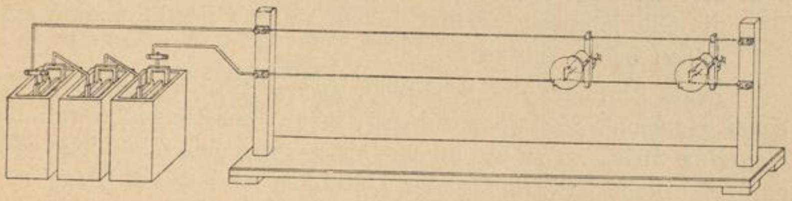
Die hiermit gegebene doppelte Einteilung soll uns bei den folgenden Betrachtungen leiten: Wir teilen zunächst in die zuerst gegebenen drei Abschnitte und besprechen innerhalb derselben nach einander die Gleichstrom-, die Wechselstrom- und die Schwachstromleitungen.

II. Beobachtung der einfachsten Erscheinungen beim Funktionieren der Leitungen.

3. Versuche. Um die Wirkungsweise einer Leitung kennen zu lernen, stellen wir uns eine kleine Anlage folgendermassen her:

Zwischen zwei 1,5 m von einander entfernten Holzpfosten sind zwei Kupferdrähte von 1 mm Durchmesser isoliert von einander ausgespannt und an ihrem einen Ende durch starke, kurze Drähte mit je einem Pole einer aus drei Zellen bestehenden Akkumulatorenbatterie angeschlossen. Zwischen den beiden Drähten können Stäbchen festgeklemmt werden, an denen je eine Glühlampe für 6 Volt Spannung und 11 Ampere normalen Stromverbrauch befestigt ist und zwar in der Weise, dass die Pole der Glühlampen mit den beiden Drähten leitend verbunden sind, wenn ein kleiner Stöpsel an den Stäbchen, der als Ausschalter dient, eingesteckt

Fig. 1.



ist. An dieser Einrichtung, die in Fig. 1 abgebildet ist, kann man folgende Beobachtungen machen:

1. Man schalte zwei Lampen dicht neben einander an dem Anfange der Leitung (in der Nähe der Akkumulatoren) ein; die Lampen brennen dann gleich hell, sie sind also thatsächlich von gleicher Konstruktion. Das Ausschalten einer Lampe übt auf die andere keinen Einfluss aus.

2. Verschiebt man die eine der beiden Lampen bis an das Ende der Leitung, so nimmt ihre Leuchtkraft allmählich ab, bis sie am Ende am geringsten ist.

3. Schaltet man auch die zweite Lampe am Ende der Leitung ein, so brennen beide Lampen dunkler, als am Anfange, und dunkler, als wenn nur eine Lampe eingeschaltet ist. Verschiebt man die eine Lampe nach vorn, so wird die Intensität beider stärker, bis schliesslich die Verhältnisse wie unter der zweiten Beobachtung erreicht sind.

4. Tauscht man die Kupferdrähte gegen Eisendrähte oder Nickelindrähte von gleichem Durchmesser (1 mm) aus und wiederholt die Versuche, so beobachtet man, dass die Erscheinungen in verstärktem Masse hervortreten, im übrigen aber dieselben sind wie bei der Kupferleitung; bei den Nickelindrähten glüht die am Ende eingeschaltete Lampe überhaupt nicht mehr.

5. Wählt man die Leitungen von demselben Material, aber kleinerem Querschnitt, so beobachtet man, dass diese Verringerung des Querschnittes ebenfalls die Erscheinungen in verstärktem Masse zum Ausdruck kommen lässt.

6. In allen Fällen kann eine Erwärmung der vom Strome durchflossenen Drähte beobachtet werden, die sich unter Umständen bis zur beginnenden Rotglut der Drähte steigert.

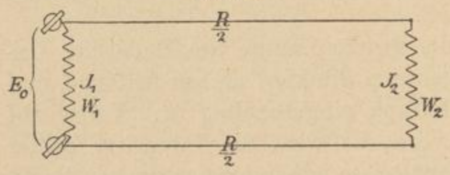
4. Schlussfolgerung. Die Versuche haben gezeigt, dass beim Betriebe elektrischer Leitungen zweierlei Einflüsse zu beachten sind, nämlich

1. der Einfluss, der auf die Leitung ausgeübt wird, insofern diese durch den Strom erwärmt wird,
2. der Einfluss, den die Leitung auf die Stromempfänger, hier die Glühlampen, ausübt, indem sie das Funktionieren derselben beeinträchtigt.

Beide Einflüsse sind schädlich, und es gilt, die Leitungen für einen gegebenen Fall so anzulegen, ihre Abmessungen durch Berechnung vorher so zu bestimmen, dass weder eine schädliche oder gar gefährliche Erwärmung der Leitungen und deren Umgebung stattfinden, noch das Funktionieren der Stromempfänger merklich gestört werden kann. Die Grundlage für diese Berechnung haben wir in den mathematisch zu formulierenden physikalischen Gesetzen der Elektrizitätslehre zu suchen.

5. Erklärung der beobachteten Erscheinungen auf Grund physikalischer Gesetze. Die Ursache der geringeren Leuchtkraft der am Ende der Leitung eingeschalteten Lampe ist offenbar die geringere Erwärmung ihres Kohlenfadens, des Nutzwiderstandes W_2 (Fig. 2); es wird also in diesem eine kleinere elektrische Arbeit in Wärme umgesetzt als in der ersten Glühlampe. Ueber die Grösse der in einem Leiter durch den elektrischen Strom entwickelten Wärmemenge giebt nun das Joulesche Gesetz Aufschluss, welches aussagt, dass die in einem Widerstande R durch den Strom J während der Zeit T entwickelte Wärmemenge $\mathfrak{W}$ gleich ist

Fig. 2.



$$\mathfrak{W} = J^2 R T \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1$$

Es wird also in der ersten der beiden Lampen, deren Widerstände ($W_1 = W_2 = W$) einander gleich sind, die Wärmemenge

$$\mathfrak{W}_1 = J_1^2 \, W T,$$

in der zweiten Lampe in derselben Zeit die Wärmemenge

$$\mathfrak{W}_2 = J_2^2 \, W T$$

entwickelt. Dass nun $J_2 < J_1$ ist, lehrt das **Ohmsche Gesetz**, das zwischen EMK oder Klemmenspannung E, Widerstand R und Strom J die Beziehung aufstellt

$$J = \frac{E}{R}\,,\ \text{worin}\ R = \frac{L}{Q}\,\varrho \cdots\cdots\cdots\cdots (2$$

Hierin bedeutet L die Länge, Q den Querschnitt der Leitung, während ϱ, **der spezifische Widerstand** des Leiters, einen dem benutzten Leitermaterial eigentümlichen Wert darstellt, der sich als den Widerstand eines Leiters von der Länge 1 und dem Querschnitt 1 aus dem betreffenden Material zu erkennen giebt. Das Ohmsche Gesetz giebt uns also für die Ströme J_1 und J_2 die Werte

$$J_1 = \frac{E_o}{W}\ \text{und}\ J_2 = \frac{E_o}{R + W}\,,$$

und es ist offenbar $J_1 > J_2$ und

$$\mathfrak{W}_1 > \mathfrak{W}_2.$$

Hiermit ist die unter (2) aufgeführte Beobachtung erklärt und die Notwendigkeit ihres Auftretens bewiesen. Gleichzeitig aber ist auch bewiesen, dass — was unter (5) beobachtet war — bei Anwendung eines kleineren Querschnittes die Leuchtkraft der zweiten Glühlampe noch schwächer sein muss, denn in diesem Falle ist, wie sich aus den Gleichungen (2) ergiebt, der Widerstand R der Leitung grösser, die Stromstärke also kleiner geworden, als sie bei Benutzung der Leitung von grösserem Querschnitte war. Und wenn wir nun die vierte Beobachtung betrachten, bei der die Vertauschung des Materials allein dieselbe Wirkung hervorgerufen hatte wie bei der fünften Beobachtung eine Verringerung des Querschnittes, so erkennen wir, dass die beiden Metalle Eisen und Nickelin einen höheren spezifischen Widerstand ϱ besitzen müssen als das Kupfer, denn da alle anderen Verhältnisse dieselben geblieben sind, kann die Verringerung der Stromstärke nur durch Vergrösserung des Faktors ϱ hervorgerufen sein.

Der Strom J_2 erwärmt nun aber nicht nur den Nutzwiderstand W_2, sondern in gleicher Weise den Leitungswiderstand R, da er auch diesen Widerstand durchfliesst. Die Grösse der hierin entwickelten Wärmemenge entspricht der elektrischen Arbeit

$$\mathfrak{W}_L = J_2^{\,2}\, R T$$

und diese wird, im Gegensatze zu der in den Nutzwiderständen umgesetzten elektrischen Arbeit, ohne Nutzen umgesetzt, wir sind deshalb berechtigt, diese Grösse als einen Verlust, der in den Leitungen stattfindet, zu bezeichnen. Was wir aber unter (6) besonders zu beobachten Gelegenheit hatten, ist die Thatsache, dass die Wärmemenge $\mathfrak{W}_L$ die Leitungen bis zur Glut erhitzen konnte. Diese Beobachtung nötigt uns, der Erwärmung der Leitungen nähere Beachtung zu schenken; wir kommen damit zur Behandlung des ersten der beiden oben genannten Einflüsse.

Der Einfluss des Stromes auf die Leitungen.

I. Die Wärmeentwicklung als Ursache gefahrbringender Erwärmung.

Darstellung der Temperaturerhöhung einer Leitung als Funktion des Stromes und ihrer physikalischen und geometrischen Grössen.

6. Erwärmung eines Körpers findet statt, wenn ihm Wärme zugeführt oder in ihm entwickelt wird, ohne dass diese Wärme sofort wieder abgeführt würde. Ist die Wärmezufuhr grösser als die Abfuhr, so erwärmt sich der Körper, überwiegt umgekehrt die Abfuhr gegenüber der Zufuhr, so kühlt er sich ab. Sind beide Werte einander gleich, ist also ein stationärer Zustand eingetreten, so hat der Körper eine bestimmte Temperatur angenommen. Die Erwärmung eines Körpers, d. h. die Erhöhung seiner Temperatur gegenüber seiner früheren oder der Temperatur seiner Umgebung, hängt also von dem Verhältnis der Wärmezufuhr zur Wärmeabfuhr ab; so sind auch bei den Leitungen die beiden Faktoren der Erwärmung zu betrachten, wenn die Frage beantwortet werden soll, welche Temperaturerhöhung stattfindet, wenn ein elektrischer Strom einen Leiter durchfliesst. Wir nehmen bei der Untersuchung dieser Frage an, dass sich die Leitung, sie selbst und ihre Umgebung, ihrer ganzen Länge nach in demselben Zustande befinde.

7. Die Wärmezufuhr. Das Aequivalent der Wärmezufuhr in elektrischer Arbeit wurde schon oben in der Grösse J^2RT angegeben; es ist nur noch nötig, diese elektrische Arbeit in Wärmeeinheiten, also in Grammcalorien, auszudrücken.

Wird die Stromstärke in Amp, der Widerstand in Ohm, die Zeit in Sekunden gemessen und angenommen, dass alle diese Grössen gleich Eins seien, so ergiebt das Produkt $J^2 R \cdot T = 1$

die elektrische Arbeitseinheit ein Joule. Diese praktische Einheit steht zur absoluten *CGS*-Einheit, dem Erg, in der Beziehung

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Erg.}$$

Durch die Arbeiten von Robert Mayer, Joule und anderen ist bekannt, dass eine Grammcalorie einer Arbeit von 425 Grammmeter äquivalent ist, dass also

$$1 \text{ g cal} = 425 \text{ g m}$$

oder, da

$$1 \text{ g} = 981 \text{ Dyn und } 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

$$1 \text{ g cal} = 425 \cdot 981 \cdot 100 = 4{,}169 \cdot 10^7 \text{ Erg;}$$

also ist

$$1 \text{ g cal} = 4{,}169 \text{ Joule}$$

oder

$$1 \text{ Joule} = 0{,}24 \text{ g cal;} \quad \cdots\cdots\cdots (4$$

und der Strom J Amp erzeugt im Widerstande von R Ohm in T Sekunden die Wärmemenge

$$\mathfrak{W}_e = 0{,}24\, J^2RT \text{ g cal.} \quad \cdots\cdots\cdots (5$$

8. Die Wärmeabgabe. Während sich die Grösse der zugeführten Wärmemenge sehr leicht berechnen lässt, ist es schwer, die Grösse der Wärmeabgabe genau zu bestimmen, weil hierbei sehr viele Einflüsse mitwirken, die zu sehr dem Wechsel unterworfen sind und von Zufälligkeiten abhängen, als dass sie sich in mathematische Formeln kleiden liessen. Die Wärme wird von einem erwärmten Körper abgeführt durch Strahlung, Leitung und Konvektion. Die Wärmestrahlung geht nach denselben Gesetzen wie die Lichtstrahlung vor sich und hängt wesentlich von der Beschaffenheit der Oberfläche des Körpers ab. Bei der Wärmeleitung wird die Wärme von einem Teilchen auf ein unmittelbar benachbartes übertragen, es wird also nach und nach die ganze Umgebung des erwärmten Körpers bis zu einer gewissen Entfernung durch Leitung erwärmt werden, und zwar um so mehr und auf um so grössere Entfernungen, ein je besserer Wärmeleiter den Körper umgiebt. Durch Konvektion wird einem Körper Wärme entzogen, der sich in gasiger oder flüssiger Umgebung befindet, indem die durch die Bewegung des Gases oder der Flüssigkeit erwärmten Teilchen aus der Nähe des Körpers entfernt werden. Die Menge der durch Konvektion abgeführten Wärme wird hiernach wesentlich davon abhängen, ob die einen Leiter umgebende Luft sich in lebhafter oder mässiger Bewegung befindet.

Da vorausgesetzt wurde, dass der Leiter und seine Umgebung sich der ganzen Länge des Leiters nach in demselben Zustande befinden, so kann angenommen werden, dass von jedem Quadratcentimeter der Oberfläche des Leitungsdrahtes in einer bestimmten Zeit dieselbe Wärmemenge abgegeben wird; die Wärmeabgabe ist also proportional der Leiteroberfläche. Versuche rechtfertigen ferner die Annahme, dass die Wärmeabfuhr ausserdem (mit grosser Annäherung) der Differenz zwischen der Temperatur des Leiters und der der Umgebung proportional sei. Die Abhängigkeit der Wärmeabgabe von der Beschaffenheit der Oberfläche, der Umgebung und der Luftbewegung soll vorläufig nicht beachtet werden, es werde vielmehr irgend ein bestimmter Zustand in dieser dreifachen Beziehung angenommen. Von einem Quadratcentimeter eines in diesem Zustande befindlichen Leiters werde bei einer Temperaturdifferenz von einem Grad zwischen Leiter und Umgebung in einer Sekunde eine Wärmemenge A abgegeben, eine Grösse, die man den Koefficienten der Wärmeabgabe nennen kann, dann beträgt die vom ganzen Leiter bei einer Temperatur t_2 des Leiters und einer Temperatur t_1 der Umgebung in T Sekunden abgegebene Wärmemenge

$$\mathfrak{W}_a = A \cdot LU\,(t_2 - t_1)\,T, \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (6$$

worin L die Länge, U den Umfang des Leiters bedeutet; und es ist hiermit ein Ausdruck für die Grösse der Wärmemenge gewonnen.

9. Die Erwärmung. Sobald ein stationärer Zustand erreicht ist, ist die Wärmezufuhr gleich der Wärmeabgabe, es sind also dann die unter Gleichung (5) und (6) angegebenen Werte einander gleich, nämlich

$$A \cdot LU(t_2 - t_1)\,T = 0{,}24\,J^2 \frac{L}{Q}\,\varrho\,T.$$

Die Zeit T und die Länge L fallen aus der Betrachtung heraus, was von vornherein hätte ausgesagt werden können, und es ergiebt sich für die Temperaturerhöhung

$$\tau = 0{,}24 \frac{\varrho}{A}\,\frac{J^2}{U \cdot Q}, \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (7$$

oder für den wichtigsten Fall der kreisrunden Querschnitte, bei denen $U = D\pi$ und $Q = \frac{D^2\pi}{4}$

$$\tau = 0{,}0973 \frac{\varrho}{A}\,\frac{J^2}{D^3} \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (8$$

Bezeichnen wir mit Stromdichte j die Stromstärke, die durch die Querschnittseinheit des Leiters fliesst, und führen wir diesen Wert

$$j = \frac{J}{Q}$$

in die Gleichungen (7) und (8) ein, so ergeben sich für die Temperaturerhöhungen die Werte

$$\tau = 0{,}24 \frac{\varrho}{A} j^2 \frac{Q}{U} \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (9$$

oder

$$\tau = 0{,}06 \frac{\varrho}{A} j^2 D \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (10$$

Aus diesen Gleichungen ergeben sich, wenn man gewisse Werte konstant hält, eine Reihe von Beziehungen, von denen die wichtigsten besonders aufgeführt werden sollen:

Es sei	und ausserdem	so ist
I. $J =$ const.	$D =$ const.	1. $\tau =$ Const. ϱ
	$\varrho =$ const.	2. $\tau =$ Const. $\frac{1}{D^3}$
II. $D =$ const.	$\varrho =$ const.	3. $\tau =$ Const. J^2
III. $\tau =$ const.	$\varrho =$ const.	4. $J =$ Const. $\sqrt{D^3}$ oder $D =$ Const. $\sqrt[3]{J^2}$
		5. $j =$ Const. $\frac{1}{\sqrt{D}}$
	$\varrho =$ const. $Q =$ const.	6. $J =$ Const. $\sqrt{U}$
		7. $j =$ Const. $\sqrt{U}$
	$D =$ const.	8. $J =$ Const. $\frac{1}{\sqrt{\varrho}}$
		9. $j =$ Const. $\frac{1}{\sqrt{\varrho}}$
	$J =$ const.	10. $D =$ Const. $\sqrt[3]{\varrho}$

Bei allen Formeln mit Ausnahme von Nr. 6 und Nr. 7 ist angenommen, dass der Querschnitt kreisförmig sei. Einige der wichtigsten unter diesen Formeln sollen in Worten ausgedrückt werden:

1. Werden Leitungsdrähte von gleichem Durchmesser, die auf gleiche Weise isoliert, von gleicher Oberflächenbeschaffenheit und unter gleichen äusseren Umständen verlegt sind, aber aus verschiedenem Material (ϱ) bestehen, von demselben Strome durchflossen, so ist die Temperaturerhöhung der Drähte proportional ihrem spezifischen Widerstande.

3. Wird ein Leitungsdraht von bestimmtem Material, der seiner ganzen Länge nach von demselben Durchmesser, auf gleiche Weise isoliert, von gleicher Oberflächenbeschaffenheit und unter gleichen äusseren Umständen verlegt ist, von verschiedenen Strömen durchflossen, so ist die Temperaturerhöhung proportional dem Quadrate der Stromstärke.

4. und 5. Wird zur Bedingung gemacht, dass bei Leitungsdrähten, die von demselben Material, auf dieselbe Weise isoliert, von der gleichen Oberflächenbeschaffenheit und unter denselben äusseren Umständen verlegt, aber von verschiedenem Durchmesser sind, die Temperaturerhöhung dieselbe sei, so muss die Stromstärke der $\frac{3}{2}$-ten Potenz des Durchmessers proportional sein, die Stromdichte dagegen muss abnehmen mit der Quadratwurzel aus dem Durchmesser.

Der zweite dieser drei Sätze, der übrigens wie der erste schon aus dem Jouleschen Gesetze hätte gefolgert werden dürfen, mahnt zu grosser Vorsicht. Wäre z. B. ein Draht von einem solchen Strome durchflossen, dass die Temperaturerhöhung noch eben in den zulässigen Grenzen bliebe, so würde eine Ueberschreitung dieses Stromes um 10 % die Temperaturerhöhung um über 20 % zunehmen lassen, und der Draht würde leicht so stark erwärmt werden, dass er der Umgebung gefährlich werden könnte.

Der Maximalwert des für eine Leitung zulässigen Stromes.

10. Die wichtigste Frage, welche Stromstärke für einen bestimmten Durchmesser noch zulässig ist, beantwortet der zuletzt ausgesprochene Satz der Formel Nr. 4. Praktische Verwendung kann diese Formel selbstverständlich erst finden, wenn der Wert des konstanten Faktors in einer Zahlengrösse angegeben ist. Die Konstante enthält aber — vergl. Gleichung (8) auf Seite 9 — die Grössen ϱ, τ und A und den Zahlenfaktor 0,0973. Wir müssen demnach alle diese Grössen für sich betrachten, um den Wert des konstanten Faktors in der Formel

$$J = \text{Const. } D^{3/2}$$

zu gewinnen.

II. Wert und Bedeutung der einzelnen Grössen der Gleichung 8. Der spezifische Widerstand ϱ. Der Faktor ϱ war oben definiert als der Widerstand eines Leiters von der Längeneinheit und der Querschnittseinheit, und er war der spezifische Widerstand genannt worden. Diese Definition genügt aber noch nicht, denn die Beobachtung lehrt, dass der Widerstand eines Leiters noch von anderen Einflüssen abhängig ist, ganz besonders auch von der Temperatur; zur Angabe des spezifischen Widerstandes bedarf es deshalb noch der Festsetzung einer bestimmten Temperatur, die für alle Angaben ohne besondere Erwähnung gültig sein sollte. Leider ist eine vollkommene Einigung über diese Temperatur noch nicht erzielt worden; während die Wissenschaft den Angaben gewöhnlich die Temperatur 0^0 zu Grunde legt, pflegt die Technik 15^0 anzunehmen, und es ist deshalb nötig bei der Angabe des spezifischen Widerstandes die Temperatur, bei der seine Messung gedacht ist, mit anzugeben.

Wenn das Gesetz der Abhängigkeit des Widerstandes von der Temperatur bekannt ist, kann man durch Rechnung die eine Angabe aus der andern ableiten. Dieses Gesetz ist experimentell bestimmt worden und lässt sich mit grosser Annäherung durch die Gleichung

$$R_T = R_0 \, (1 + \alpha_1 \, T)$$

oder

$$R_T = R_{15} \, (1 + \alpha_2 \, [T - 15]) \qquad \ldots \ldots (11$$

ausdrücken, worin R_T den Widerstand bei der Temperatur T^0, R_0 bei der Temperatur 0^0, R_{15} bei 15^0 bedeuten. Die Grössen α stellen den Widerstand dar, um den die Widerstandseinheit bei dem Temperaturzuwachs von 1^0 wächst, und zwar α_1 oder α_2 je nachdem der betreffende Widerstand bei 0^0 oder bei 15^0 den Wert 1 hatte. Die beiden α sind nicht einander gleich, denn aus der Gleichung (11*a*) ergiebt sich

$$R_{15} = R_o \, (1 + \alpha_1 \, 15)$$

also

$$R_T = R_{15} \left(\frac{1 + \alpha_1 \, T}{1 + \alpha_1 \, 15} \right)$$

Ist aber α_1 eine sehr kleine Grösse, so dass $\alpha_1 \, T$ und $\alpha_1 \, 15$ klein gegen 1 sind, so lässt sich für R_T schreiben

$$R_T = R_{15} \, (1 + \alpha_1 \, [T - 15])$$

Unter dieser Voraussetzung ist also $\alpha_1 = \alpha_2$, und man kann denselben Wert α benützen, gleichgültig von welcher Temperatur man ausgeht. Diese Grösse α heisst der Temperaturkoefficient des Widerstandsmaterials. Zur genauen Definition des Temperaturkoefficienten gehört aber die Angabe einer bestimmten Temperatur, die man um 1° erhöht, und wir wollen, den Gepflogenheiten der Technik entsprechend, diese Temperatur auf 15° festsetzen und darnach den Temperaturkoefficienten definieren als den Widerstandszuwachs, den die bei 15° gemessene Widerstandseinheit erfährt, wenn die Temperatur um 1° zunimmt.

Ausser der Temperatur ist der Härtegrad des Metalles von Einfluss auf den Widerstand, und es muss bei der Angabe des spezifischen Widerstandes der Härtegrad mit angegeben werden. Wo dies nicht geschieht, ist anzunehmen, dass sich das Metall in möglichst weichem Zustande befinde; bei vielen Metallen ist man deshalb berechtigt eine Bezeichnung dieses Zustandes zu unterlassen, weil die geringste Verunreinigung des Metalles oder sehr kleine Abweichungen in der Zusammensetzung der Metalllegierungen einen grössern Einfluss auf den spezifischen Widerstand ausüben als der Härtegrad. Selbstverständlich bemüht man sich bei der wissenschaftlichen Festsetzung des spezifischen Widerstandes die Metalle absolut rein zu erhalten. Da aber die verschiedenen Messungen oft erheblich verschiedene Werte ergeben haben, nachdem im besondern die neueren Beobachtungen für das Kupfer fast immer kleinere Werte für den spezifischen Widerstand ergeben haben als die vorangegangenen, ist man berechtigt anzunehmen, dass die älteren für chemisch rein gehaltenen Metalle noch fremde Beimengungen enthalten haben, und man darf zweifeln, ob die letzten Beobachtungen schon die günstigsten Werte ergeben haben. Für die Technik sind aber diese Angaben so lange von geringer Bedeutung, als es nicht gelingt, die Leitungsmetalle auf billigem Wege im Grossen rein herzustellen, wir haben uns hier vielmehr an die Werte zu halten, die für die Metalle der nach der üblichen Weise hergestellten Leitungsdrähte gelten.

Der spezifische Widerstand und der Temperaturkoefficient der wichtigsten Metalle und Legierungen ist in der folgenden Tabelle angegeben, und zwar im allgemeinen bei 15°; nur bei Metallen, bei denen die Kenntnis des spezifischen Widerstandes auch hervorragendes wissenschaftliches Interesse besitzt, ist die Angabe auch für die Temperatur von 0° gemacht. Die Zahlen geben den Widerstand eines Stückes von 1 cm Länge und 1 cm² Querschnitt in Mikrohm an. Man nennt diese Einheit auch, um anzudeuten, welche Längen- und Querschnittseinheiten zu Grunde gelegt sind, das Mikrohm-Centimeter.

Tabelle der spezifischen Widerstände in Mikrohm-cm und der Temperaturkoefficienten.

		spez. Widerstand bei 0°	spez. Widerstand bei 15°	Temperaturkoefficient.
1.	Silber	1,50	1,586	0,0038
2.	Kupfer, rein	1,534	1,636	0,00445
	Leitungskupfer	—	1,75	0,004
3.	Gold	2,06	2,16	0,00365
4.	Messing	—	7 bis 8.	0,0015
5.	Eisen	—	10 bis 13	0,0048
6.	Stahl	—	10 bis 25	0,0052
7.	Neusilber	—	30 bis 40	0,0002 bis 0,0004
8.	Manganin	—	42 bis 43	0,00002
9.	Nickelin	—	40 bis 45	0,00018 bis 0,0002
10.	Konstantan	—	48 bis 50	— 0,00003
11.	Kruppin	—	85	0,00008
12.	Quecksilber	94,073	—	0,000907
13.	Kohle	—	10^4 bis 10^5	— 0,0003 bis — 0,0008

Die spezifischen Widerstände der aufgeführten Metalllegierungen schwanken mehr oder weniger stark, je nach ihrer procentualen Zusammensetzung; die Zusammensetzung ist ungefähr folgende:

Neusilber: 60 Cu, 14 bis 21 Ni, 26 bis 19 Zn,
Nickelin: 56 Cu, 24 Ni, 20 Zn,
Manganin: 84 Cu, 4 Ni, 12 Mn,
Konstantan: 58 Cu, 41 Ni, 1 Mn.

Unter den Zahlen sind Gewichtsteile zu verstehen.

Die Temperaturerhöhung τ. Das Wesentliche bei der Betrachtung der Leitungen in Bezug auf ihre Erwärmung ist natürlich nicht die Temperaturerhöhung, sondern vielmehr die Temperatur des erwärmten Leiters, und es gilt, für diese eine Grenze festzusetzen. Diese Grenze wird sich einerseits nach dem Verhalten zu richten haben, das die Leitungs- und Isoliermaterialien und die in der unmittelbaren Umgebung der Leitung befindlichen Stoffe höheren Temperaturen gegenüber zeigen, andrerseits nach der Aufgabe, die die Leitung zu erfüllen hat. In der Praxis hat es sich als zweckmässig herausgestellt, bei der Bestimmung der zulässigen Temperatur Unterschiede im Leitungs- und Isoliermaterial nicht zu machen und auch die mögliche Verschiedenheit der Umgebung ausser acht zu lassen, und zwar deshalb, weil die Unterschiede der Materialien in ihrem Verhalten gegenüber höheren Temperaturen nicht bedeutend sind, und weil von der Art der Umgebung bei einer bestimmten Anlage selten etwas für alle Zeit Bindendes ausgesagt werden kann. Derselbe Raum, der heute eine verhältnismässig hohe Temperatur ohne Nachteil wird ertragen können, kann morgen mit Stoffen angefüllt sein, die sehr empfindlich gegen hohe Wärmegrade sind. Bei der Festsetzung der höchsten zulässigen Temperatur handelt es sich aber um nichts Geringeres als um die Ausschliessung jeder Feuersgefahr, und es ist deshalb grosse Vorsicht geboten. Diesem Gebote werden wir dadurch gerecht, dass wir eine Temperatur als Grenze festsetzen, die auch noch dem empfindlichsten der in Frage kommenden Stoffe unschädlich sein würde.

Bei den Leitungen, die die Aufgabe haben, den elektrischen Strom von der Erzeugungsstelle zur Verbrauchsstelle fortzuleiten, den Leitungen im engeren Sinne, ist der empfindlichste Stoff das zur Isolation benutzte Material, besonders die zur Tränkung der Faserumspinnung gebräuchlichen organischen Körper. Der Schmelzpunkt einiger dieser Stoffe und Gemische liegt in der Gegend von 60°. Würde man diese Temperatur als Grenze einsetzen und als normale Temperatur der Umgebung 20°, die Zimmertemperatur, annehmen, so würde sich als zulässige Temperaturerhöhung eine Erhöhung um 40° ergeben. Bei dieser Festsetzung würden wir also gestatten, dass sich die Leitungen so stark erwärmen, dass die empfindlichsten Tränkungsstoffe eben zu schmelzen beginnen. Das darf aber unter gewöhnlichen Verhältnissen nicht zugelassen werden, wenn auch die Leitung dabei noch nicht so stark erwärmt wird, dass sie dauernden Nachteil erlitten hätte; wir müssen vielmehr die Grenze noch tiefer setzen.

Der Gedankengang, der nun zur allgemeinen Annahme einer bestimmten Temperaturerhöhung als oberster Grenze für Leitungen im engeren Sinne geführt hat, ist der: Es darf nicht die Stromstärke zugelassen werden, die die Leitung bis zur äussersten Grenze der im Notfalle zulässigen Temperatur erwärmt, es muss vielmehr für den Strom ein hinreichend grosser Spielraum gelassen werden, und zwar soll die zuzulassende Stromstärke die Hälfte der Stromstärke betragen, die die Erwärmung auf die äusserste Grenze treiben würde. Da die Temperaturerhöhung aber nach Formel Nr. 3 der auf Seite 10 gegebenen Tabelle dem Quadrate der Stromstärke proportional ist, so dürfen an Stelle der 40° nur 10° Erhöhung zugelassen werden. Diese Zahl $\tau = 10$ ist allgemein angenommen, im Interesse der Einheitlichkeit auch für Leitungen, die im Freien verlegt sind, obwohl bei diesen wegen ihrer Verlegungsart eine etwas grössere Temperaturerhöhung zugelassen werden dürfte.

Sieht man von den Leitungen im engeren Sinne ab, so sind noch

1) die Leitungen in den Stromerzeugern,
2) die Leitungen in den Stromempfängern,
3) die Widerstandsleitungen

zu betrachten. Für die Leitungen der ersten Art, z. B. die Bewicklungen einer Dynamomaschine gelten die angestellten Ueberlegungen nicht mehr, denn in einer Maschine ist die dem Ausdrucke J^2RT entsprechende Wärmemenge, die sogen. Stromwärme, nur eine der Ursachen der Erwärmung, andrerseits sind die Leitungen in den Stromempfängern, zu denen die Glühlampen, Bogenlampen, Heizkörper u. a. zu zählen sind, so verschieden von den bisher betrachteten Leitungen, dass sie eine besondere Behandlung verdienen. Die Leitungen der ersten und zweiten Art sollen deshalb hier übergangen und nur noch ein kurzer Blick auf die Widerstandsleitungen geworfen werden.

Während es bei den eigentlichen Leitungen als Uebelstand aufgefasst werden musste, dass in ihnen elektrische Energie als solche verloren geht, ist es gerade die Aufgabe der Widerstandsleitungen elektrische Energie zu vernichten, und zwar soll im allgemeinen in einem Widerstandsapparate, oder nach der üblichen Benennung: einem Widerstande, von gegebener Grösse eine möglichst grosse Menge von elektrischer Energie vernichtet, d. h. in Wärme umgesetzt werden, seine Leistung*) soll möglichst gross sein. Dies treibt zu einer Erhöhung der Temperaturgrenze, und man kann hierzu unbedenklich schreiten, wenn man nur die Widerstände so konstruiert, dass ihre hohe Temperatur weder ihnen selbst noch der Umgebung schaden kann, und damit ein Verfahren einschlägt, das bei den Leitungen im engeren Sinne unmöglich ist.

Zu diesem Zwecke wird zur Herstellung der Widerstände nur Metall und unverbrennbares Isoliermaterial verwendet, wie Porzellan, Schiefer, Marmor, Asbest oder dergl., und die Grenze der zulässigen Temperatur wird dann nicht mehr durch das Verhalten des Isoliermaterials, sondern durch das Verhalten des Leitungs-

*) Das Wort Kapazität, das zur Bezeichnung der Leistung eines Widerstandes viel gebraucht wird, wird in der Elektrotechnik in so vielerlei Sinne angewendet, dass es sich empfiehlt, es überall da zu unterdrücken, wo ein anderes Wort ebenso sehr oder, wie in diesem Falle, besser am Platze ist.

drahtes selbst den hohen Temperaturen gegenüber gezogen; und zwar ist es hier wesentlich die Ausdehnung des Drahtes durch die Erwärmung, die die Temperatur bestimmt, denn diese ist zuerst im stande eine dauernde Veränderung des Widerstandes nach sich zu ziehen. Als Temperaturgrenze dürfen für Widerstände etwa 100° angenommen werden; noch höher darf man die Erwärmung kommen lassen bei Widerständen, die nicht im normalen Betriebe, sondern bei Versuchen verwendet werden sollen, denn in diesem Falle stehen die Widerstände unter steter Beobachtung.

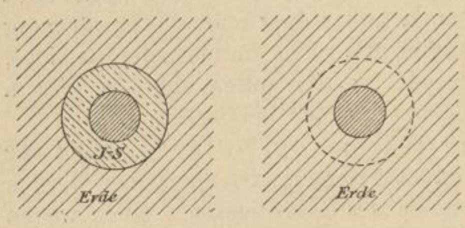
Der Koefficient der Wärmeabgabe A. Während der spezifische Widerstand ϱ mit grosser Genauigkeit angegeben werden konnte, muss man bei der Angabe des Koeffizienten A einen weiten Spielraum lassen, denn die Wärmeabgabe ist von zu vielen Umständen und Einflüssen abhängig, die sich nicht genau verfolgen und präzisieren lassen, und für die sich nicht einmal ein Mass angeben liesse. Wie schon oben in § 8 erwähnt wurde, hängt die von 1 cm^2 der Oberfläche des Leiters abgegebene Wärmemenge A ab

1) von der Beschaffenheit der Leiteroberfläche,
2) von der Art und Stärke der Isolation,
3) von dem Zustande der Umgebung, insbesondere dem Grade der Luftbewegung.

Die Beschaffenheit der Oberfläche ist von grossem Einfluss: Es wird mehr Wärme in derselben Zeit von einer rauhen Oberfläche abgegeben als von einer glatten, mehr von einer geschwärzten als von einer blanken, und zwar kann die Wärmeabgabe von einer geschwärzten, rauhen Oberfläche leicht das Doppelte betragen von der von einer glatten, blanken Oberfläche abgegebenen Wärmemenge. Dieser Unterschied wird sich zwar in der Praxis hauptsächlich deshalb nicht sehr fühlbar machen, weil blanke Drähte nicht lange in diesem Zustande zu bleiben pflegen, vielmehr bald durch Oxydation und Ansetzen von Staub und Schmutz eine rauhe und dunkle Oberfläche erhalten. Die erwähnte Thatsache aber mahnt bei blanken Leitungen zur Vorsicht, und es empfiehlt sich unter Umständen, den blanken Drähten einer neuen Anlage, von denen man weiss, dass sie eine verhältnismässig hohe Stromstärke zu leiten haben, oder den Drähten eines Widerstandsapparates durch einen passenden Anstrich eine rauhe und schwarze Oberfläche zu verleihen.

In betreff des Einflusses, den die Isolation auf die Wärmeabgabe und Erwärmung einer Leitung ausübt, ist vielfach die falsche Meinung verbreitet, dass sich eine ihrer ganzen Länge nach gleichmässig isolierte Leitung, die also aus isolierten Drähten hergestellt ist, mehr erwärme als eine andere aus nackten Drähten hergestellte Leitung. Das ist nicht der Fall. Denken wir uns z. B. ein unterirdisch verlegtes Leitungskabel (vergl. Fig. 3a), bei dem also die Konvektion keine Rolle spielt, das von einer starken Isolationsschicht *J-S* umgeben sei, und ein zweites Kabel (Fig. 3b), das von gleichem Leiterquerschnitt und vom gleichen Strome durchflossen ist, dessen aus gleichem Material bestehende Isolationsschicht aber ganz dünn, nur eben so stark ist, dass der Leiter von dem umgebenden Erdboden vollständig isoliert ist.

Fig. 3a und 3b.



Von dem ersten Kabel wird, wenn wir von dem Einflusse der Oberfläche der Isolationshülle absehen, eine grössere oder kleinere Wärmemenge in derselben Zeit abgegeben werden als von dem zweiten Kabel, je nachdem das spezifische Wärmeleitungsvermögen des Isolationsmaterials im ersten Falle grösser oder kleiner ist als das des Erdbodens im zweiten Falle; denn den cylindrischen Raum, den dort die Isolationshülle einnimmt, nimmt hier ein genau gleicher Cylinder ein, den man sich aus dem Erdboden herausgeschnitten denken kann und dessen Querschnitt in der Figur durch den punktierten Kreis abgegrenzt ist*).

In ähnlicher Weise wird auch bei oberirdisch verlegten Leitungen das Material der nächsten Umgebung einen Einfluss auf die Wärmeabgabe ausüben, doch tritt dieser hier gegenüber dem Einflusse, den die Luftbewegung ausübt, zurück. Die Luftbewegung ist verschieden, je nachdem die Leitungen im Freien oder in geschlossenen Räumen oder unterirdisch verlegt sind. Im Freien ist die Wärmenabgabe durch Konvektion auch bei ruhiger Luft wesentlich höher als in geschlossenen Räumen; sie steigt leicht auf das Drei- und Vierfache und darüber. Bei unterirdischer Verlegung ist die Konvektion offenbar sehr klein, annähernd gleich Null.

Die Unsicherheit aller dieser Verhältnisse soll uns veranlassen, auf die Angabe von Zahlenwerten zu verzichten und uns damit zu begnügen, die Bedeutung dieses Wertes A und seine Abhängigkeit von den verschiedenen Umständen kennen gelernt zu haben. Wir

*) Eine ausführliche Darstellung dieser Thatsachen geben Herzog und Feldmann in ihrem Buche über die Berechnung elektrischer Leitungsnetze in Theorie und Praxis. Berlin und München 1893.

dürfen natürlich auf eine Angabe dieses Wertes und damit auf eine rechnerische Ermittlung der Konstanten in der Gleichung $J = C \cdot D^{3/2}$ nur dann verzichten, wenn uns ein anderer Weg zur Feststellung von C zu Gebote steht, und ein solcher bietet sich in der That sehr einfach in dem Experiment. Ist die Konstante C aber für ein bestimmtes Verhältnis ermittelt, so lassen sich die Bedingungen für andere Verhältnisse aus den Beziehungen, die in der auf Seite 10 abgedruckten Tabelle angegeben sind, ableiten.

12. Die experimentelle Ermittelung der Konstanten C. Die Bestimmung der Konstanten C in der Gleichung $J = C D^{3/2}$ durch den Versuch setzt natürlich die thatsächliche Gültigkeit der Formel voraus, die bisher nur theoretisch abgeleitet ist; es ist also zunächst der Nachweis der Gültigkeit zu führen. Ist das aber geschehen, so ist damit offenbar auch die Aufgabe der Konstanten-Bestimmung gleichzeitig erledigt.

Der Versuch ist in folgender Weise auszuführen: Es werden Leitungen derselben Art, die sich durch nichts als durch ihren Leiterdurchmesser von einander unterscheiden — so dass also $C = f(\varrho, \tau, A)$ nur noch von τ abhängig ist — in genau derselben Art und Umgebung verlegt, natürlich so, dass sie sich gegenseitig nicht beeinflussen können. Durch diese Leitungen wird Strom geschickt, der allmählich so weit gesteigert wird, bis die Temperatur der Drähte unter der dauernden Einwirkung dieses Stromes eine Erhöhung um ein bestimmtes, festgesetztes Mass, z. B. $\tau = 10^0$, erfahren hat. Die Stromstärken in den Leitungen ergeben dann ohne weiteres die Beziehung $J = f(D)$. Die Beobachtung der Temperaturzunahme geschieht hierbei nicht durch direkte Beobachtung der Temperatur, sondern durch Messung der Widerstandszunahme, aus der mit Hilfe des bekannten oder vorher zu ermittelnden Temperaturkoefficienten die Temperaturzunahme ermittelt werden kann, und zwar weit genauer als durch direkte Beobachtung.

Versuche dieser Art sind zuerst von Kennelly angestellt worden; sie haben ergeben, dass die Versuchskurve allerdings merklich von der nach der Theorie erwarteten Kurve abweicht, doch ist immerhin diese Abweichung nicht so gross, dass sie für die elektrotechnische Praxis von Bedeutung sein könnte.

II. Folgerungen für die Praxis.

13. Wahl des Leitungsmetalles und der Querschnittsform. Von den Leitungen im engeren Sinne, die künftig — wo nicht eine besondere Unterscheidung nötig ist — schlechtweg Leitungen genannt werden sollen, wird verlangt, dass sie sich während des Betriebes möglichst wenig erwärmen, jedenfalls eine gewisse Temperatur nicht überschreiten. Um die hiermit gestellte Aufgabe durch Konstruktion und Berechnung erfüllen zu können, haben wir die vorigen Untersuchungen angestellt. Die nächste praktische Folgerung, die wir aus den Ergebnissen dieser Untersuchungen ziehen, ist die, dass wir für unsere Leitungen dasjenige unter den zur Verfügung stehenden Metallen verwenden, das den geringsten spezifischen Widerstand besitzt. Die Wahl muss allerdings noch von anderen Umständen beeinflusst werden, die sich je nach den Anforderungen, die an die besondere Leitung gestellt werden sollen, zu richten haben. Von grosser Bedeutung ist selbstverständlich der Preis, ferner sind die mechanischen Eigenschaften, besonders die Festigkeit und das magnetische, oft auch das chemische Verhalten u. a. in Betracht zu ziehen.

Sehen wir von diesen Rücksichten, die mit der Erwärmung der Leitungen in keiner Beziehung stehen, zunächst ab und beachten wir nur den spezifischen Widerstand und den Preis, so unterrichtet uns ein Blick auf die auf Seite 14 gegebene Tabelle darüber, weshalb das Kupfer in der Leitungstechnik eine so hervorragende Rolle spielt, denn sein spezifischer Widerstand ist fast am kleinsten von allen Metallen, er beträgt ungefähr nur den vierten Teil von dem des Messings und den sechsten Teil von dem des Eisens. Das Silber kommt wegen seines hohen Preises nicht in Frage und hat überdies nur einen um wenige Prozent geringeren spezifischen Widerstand als das Kupfer. Von den übrigen Metallen können nur noch Eisen und Stahl wegen ihres verhältnismässig niedrigen Preises trotz des hohen spezifischen Widerstands unter Umständen in Betracht kommen.

Ueber die günstigste Querschnittsform belehrt uns die sechste von den auf Seite 10 aufgeführten Formeln, nach der ein flaches Band von so geringer Dicke als es die Rücksicht auf mechanische Festigkeit zulassen würde, am zweckmässigsten ist. In diesem Punkte aber kann die Praxis die theoretische Forderung nicht erfüllen. Die Herstellung von bandförmigen Leitungen, ihre Isolierung, vor allem aber ihre Verlegung würde so viel schwieriger und umständlicher sein, und die Kosten dadurch dermassen erhöht werden, dass wir auf derartige Leitungen verzichten müssen und fast ausnahmslos die theoretisch ungünstigste Querschnittsform, die kreisförmige wählen.

Nur da, wo eine grössere Biegsamkeit verlangt wird, als sie der kreisrunde Draht oder Stab gewähren kann, also besonders bei starken

Querschnitten, geht man zur Verwendung von Litzen oder Seilen über, die aus gewöhnlichen Drähten zusammengedreht sind. Die Oberfläche eines Seiles ist grösser als die eines einfachen runden Drahtes von gleich grossem Querschnitt, das Seil verhält sich also günstiger in Bezug auf Erwärmung als der Draht. Als besondere Ausnahmen verdienen die Leitungen für sehr starke Ströme erwähnt zu werden, wie sie an Schalttafeln und besonders in Akkumulatorenräumen vorkommen. Solche Leitungen stellt man gern aus flachen, hochkant gestellten Schienen, unter Umständen aus mehreren nebeneinandergelegten Schienen, her und verbindet hierdurch mit dem Vorteil einer grösseren Abkühlungsfläche eine grössere Stabilität.

Anders liegen die Verhältnisse bei den Widerstandsleitungen. Die Mehrkosten des Bandes und die grössere Schwierigkeit seiner Montierung spielt bei diesen keine so grosse Rolle, denn die Leitungen bilden hier den Teil eines Apparates, dessen Gesamtkosten die Kosten der Leitungen und die Kosten ihrer Anbringung sehr weit übersteigen. Es empfiehlt sich also die Widerstandsleitungen im allgemeinen bandförmig auszuführen. Dass dies in der Praxis doch verhältnismässig wenig geschieht, hat seinen Grund zum Teil in schlechter Gewöhnung, zum Teil darin, dass die Vorzüge der leichteren Verarbeitung des Drahtes bei der Fabrikation im Grossen stärker hervortreten, und schliesslich in dem Umstande, dass man den Vorzügen des Bandes nahe kommt, wenn man an Stelle eines solchen mehrere Drähte von entsprechend kleinerem Durchmesser nebeneinander legt. Es sollte Regel sein, für Widerstände nur Drähte bis 1,5 mm, höchstens 2,0 mm Durchmesser zu verwenden, grössere Querschnitte aber bandförmig zu gestalten, oder allenfalls durch Nebeneinanderschaltung von dünnen Drähten herzustellen.

Noch günstiger als das Band verhält sich das aus sehr dünnen Drähten hergestellte Gewebe.

Die Frage nach der Wahl des Materials ist bei Widerstandsleitungen nicht so leicht zu beantworten wie bei den eigentlichen Leitungen. Die naheliegende Antwort, dass man Metall von möglichst hohem spezifischen Widerstande wählen solle, würde voreilig sein, denn die Ueberlegung, dass eine Leitung aus solchem Metall bei gleicher Querschnittsform wegen der Erwärmung (vergl. Seite 10 Formel 10) einen grösseren Querschnitt fordert als eine Leitung aus Metall von grösserer Leitungsfähigkeit, zeigt, dass es fraglich ist, ob man nicht bei Anwendung von besser leitendem Material mit einem geringeren Volumen und — ungefähre Gleicheit des Materialpreises vorausgesetzt — mit geringeren

Kosten auskommen kann. Die auf der Grundlage der gleichen (kreisförmigen) Querschnittsform ausgeführte theoretische Berechnung lehrt nun in der That, dass das Metallvolumen desselben Widerstandes unter der Annahme gleicher Erwärmung und unter sonst gleichen Verhältnissen der dritten Wurzel aus dem spezifischen Widerstande proportional ist, wonach es sich also empfehlen würde, gut leitendes Metall zu wählen.

Bei einer derartigen Behandlung würde aber den praktischen Verhältnissen in doppelter Weise nicht richtig Rechnung getragen werden*): Erstens ist zu beachten, dass die Kosten des Leitungsmetalles einen verhältnismässig kleinen Teil der Gesamtkosten des Widerstandes ausmachen, dass aber die Grösse des Apparates und hiermit die Gesamtkosten beträchtlich wachsen mit der Länge der anzubringenden Widerstandsleitungen. War nun zwar das Volumen des schlechter leitenden Metalles bei gleichem Widerstande grösser als das des besser leitenden, so ist umgekehrt die Länge dieses letzteren grösser als jenes ersteren, (sie wächst mit dem reciproken Werte der dritten Wurzel aus dem spezifischen Widerstande). Es folgt also hieraus, dass mit Rücksicht auf die Kosten des Widerstandes Metall von hohem spezifischen Widerstande gewählt werden muss, abgesehen davon, dass bei Anwendung von Kupfer die Drähte nach der Berechnung oft so dünn werden würden, dass schon die Rücksicht auf mechanische Festigkeit eine Verstärkung, also auch eine Verlängerung des Drahtes verlangen würde.

Hierzu kommt aber zweitens, dass es nicht ganz gerechtfertigt ist, die Berechnung auf der Grundlage kreisförmiger Querschnittsform aufzubauen, da, wie wir oben gesehen haben, die Widerstandsleitungen von grösserem Querschnitte aus mehreren nebeneinandergeschalteten Drähten kleineren Querschnittes zusammengesetzt oder aus Bändern oder Gewebe gebildet werden. Unter diesen Verhältnissen ist der Querschnitt bei gleicher Erwärmung annähernd proportional der Stromstärke anzunehmen, und das Metallvolumen wächst dann nicht mehr mit dem spezifischen Widerstande, sondern ist — wie sich rechnerisch leicht nachweisen lässt — annähernd unabhängig davon. Mit um so mehr Recht muss die oben gestellte Frage nach dem zweckmässigsten Widerstandsmetall dahin beantwortet werden, dass dafür im allgemeinen Metall von möglichst hohem spezifischen Widerstande zu wählen ist.

*) vergl. Strecker, *ETZ* 1894, Seite 560.

In der Praxis sind vorwiegend die in der Tabelle auf Seite 14 angeführten Metalllegierungen von Neusilber bis Kruppin gebräuchlich und werden danach gewöhnlich Widerstandsmetalle genannt. Das Kruppin hat den anderen gegenüber den Nachteil, dass es rostet, und seine Benutzung ist deshalb in neuester Zeit vielfach wieder aufgegeben. Für kleinere Widerstände wird auch Messing oder Eisen verwendet, besonders dann, wenn bei Anwendung der zuerst genannten Metalle die Länge unbequem klein würde. Die teureren Legierungen Manganin und Konstantan werden wegen ihres geringeren Temperaturkoefficienten vielfach für Präzisionswiderstände verwendet.

14. Die Konstanten für Leitungen im engeren Sinne. Nach dieser Feststellung des Leitungsmetalles und der Querschnittsform kann zur experimentellen Bestimmung der für praktische Fälle brauchbaren Zahlenwerte von C in der Formel $J = C \cdot D^{3/2}$ geschritten werden, wobei bestimmte, nach den oben angestellten Erörterungen für einzelne praktische Möglichkeiten als normal anzusehende Verhältnisse zu Grunde zu legen sind.

Die vielfach angestellten Versuche haben für Leitungen aus Kupfer von normaler Leitfähigkeit folgende Werte im Mittel ergeben:

bei Verlegung in geschlossenen Räumen $C = 4{,}5$

bei unterirdischer Verlegung $C = 4{,}0$ bis $4{,}5$

bei Verlegung im Freien $C = 8$ bis 9.

Hierbei ist angenommen, dass der Strom in Amp und der Durchmesser in mm gemessen ist.

Die Zahl 4,5 hat offenbar der Tabelle zu Grunde gelegen, die der Verband deutscher Elektrotechniker im Jahre 1895 in seinen Sicherheitsvorschriften*) gegeben und im Jahre 1898 ergänzt hat. Die Tabelle giebt den für die einzelnen Querschnitte der Kupferleitungen maximal zulässigen Betriebsstrom an. Der folgende in Spalte 2 und 3 gegebene Abdruck ist durch drei weitere Angaben ergänzt; es sind nämlich die den betreffenden Querschnitten entsprechenden Durchmesser in mm beigefügt, ferner ist in Spalte 4 die wahre Stromdichte und in Spalte 5 die mit Hilfe der Formel und der Konstanten 4,5 berechnete Stromstärke angegeben. Die Zahlen der Sicherheitsvorschriften (Spalte 3) schliessen sich bis auf die ersten, die eine grössere Sicherheit für die dünnsten Querschnitte ergeben, eng an die berechneten (in Spalte 5) an.

*) Die Sicherheitsvorschriften gelten nur für Anlagen mit Betriebsspannungen bis 250 Volt. In den folgenden Betrachtungen wird stillschweigend vorausgesetzt, dass es sich um Anlagen handelt, deren Betriebsspannung 250 V nicht überschreitet. Vergl. den Anhang am Schlusse des Buches.

Tabelle aus den Sicherheitsvorschriften des V. D. E.

1. Durchmesser in mm	2. Querschnitt in mm	3. Betriebsstrom in Amp	4. Stromdichte, berechnet aus (2) und (3)	5. Betriebsstrom, berechnet für $C = 4{,}5$
0,97	0,75	3	4,0	4,4
1,13	1,0	4	4,0	5,4
1,38	1,5	6	4,0	7,3
1,8	2,5	10	4,0	10,7
2,25	4,0	15	3,75	15,2
2,76	6,0	20	3,33	20,6
3,57	10,0	30	3,0	30,2
4,5	16	40	2,5	43
5,65	25	60	2,4	60
6,68	35	80	2,29	78
8,0	50	100	2,0	101
9,4	70	130	1,86	130
—	95	165	1,74	163
—	120	200	1,67	197
—	150	235	1,57	230
—	185	275	1,49	270
—	240	330	1,38	328
—	310	400	1,29	398
—	400	500	1,25	482
—	500	600	1,20	570
—	625	700	1,12	674
—	800	850	1,06	811
—	1000	1000	1,00	960

Dass vom Verbande nicht der Durchmesser, sondern der Querschnitt der Leitungen angegeben ist, obwohl die zu Grunde gelegte Formel logischer Weise den Durchmesser enthält und nur diese Dimension eines Drahtes direkt gemessen wird, ist dadurch begründet, dass die meisten Leitungsberechnungen auf das Ohmsche Gesetz gegründet werden und dieses mit den Querschnitten rechnet, und dass deshalb auch viele Firmen die Fabrikationsnummern nach den Querschnitten ordnen. Ausserdem sind in der Praxis die Leitungen nicht immer aus einzelnen Drähten, sondern — besonders bei starken Querschnitten — sehr oft aus einer Litze von Drähten hergestellt, und auch für diese soll die Tabelle gelten.

Theoretisch darf zwar die Stromstärke für gleiche Erwärmung in einer Litze grösser sein als in einem einfachen Drahte, da die

Oberfläche im ersten Falle offenbar immer grösser ist, als im zweiten, und der Elektrotechnische Verein in Wien gestattet auch deshalb in seinen Sicherheitsvorschriften die Litze um 10 % höher zu belasten als den einfachen Draht von gleichem Querschnitte. Die deutschen Vorschriften nehmen hierauf dadurch Rücksicht, dass der zugelassene Betriebsstrom für die grössten Querschnitte gegenüber dem berechneten etwas stark aufgerundet ist.

Die Stromdichte ist in der Tabelle einerseits deshalb angegeben, um zu zeigen, wie falsch es war, wenn man früher ganz allgemein eine bestimmte Stromdichte, nämlich 2 Amp, unabhängig von der Grösse des Querschnittes als zulässig angab, andrerseits, weil man sich in solchen Fällen, in denen der Leitungsquerschnitt nach anderen Rücksichten berechnet und nur noch eine Nachrechnung mit Rücksicht auf Erwärmung notwendig ist, eine genaue Nachrechnung in den meisten Fällen sparen kann, wenn man die Zahlen der zulässigen Stromdichte nur ungefähr im Gedächtnis hat. Es genügt zu diesem Zwecke im Kopfe zu behalten, dass ungefähr

dem Querschnitte	$Q = 2{,}5$	die Stromdichte	$j = 4$
„ „	$Q = 50$	„ „	$j = 2$
„ „	$Q = 150$	„ „	$j = 1{,}5$
„ „	$Q = 1000$	„ „	$j = 1$

entspricht.

In § 5 der deutschen Bestimmungen heisst es: „Bei Verwendung von Drähten aus anderen Metallen müssen die Querschnitte entsprechend grösser gewählt werden.“ — Was hierunter zu verstehen ist, ist aus der Formel Nr. 10 auf S. 10 zu erkennen, nämlich, dass der Durchmesser des Drahtes, wenn die Umstände im übrigen dieselben geblieben sind, proportional der dritten Wurzel aus dem spezifischen Widerstande des Metalles zunehmen muss.

B e i s p i e l: Wie gross muss der Durchmesser oder Querschnitt eines Eisendrahtes sein, der in einem geschlossenen Raume einen Strom von 12 Amp leiten soll?

Als selbstverständlich wird vorausgesetzt, dass die Temperaturerhöhung 10° über die Temperatur der Umgebung betragen soll.

Nach der Formel $J = 4{,}5\, D^{3/2}$ würde ein Kupferdraht vom spezifischen Widerstande 1,75 den Durchmesser

$$D_K = \sqrt[3]{7{,}12} = 1{,}92 \text{ mm}$$

haben. Um vom Kupfer auf das Eisen vom spezifischen Widerstande 10 überzugehen, benutzen wir die Formel

$$D = \text{Const.} \sqrt[3]{\varrho}$$

Wir erhalten also den Wert

$$D_E = 1{,}92 \sqrt[3]{\frac{10}{1{,}75}} = 3{,}44 \text{ mm.}$$

Es würde also ein Eisendraht von (aufgerundet) 3,5 mm Φ oder 10 mm ^{2} Querschnitt zu wählen sein, an Stelle eines Kupferdrahtes von 2,0 mm Φ, der nach der Skala des Verbandes durch einen Draht von 4 mm ^{2} Querschnitt zu ersetzen wäre.

Unberücksichtigt ist in der Rechnung gelassen, dass die Temperaturerhöhung eine Erhöhung des Widerstandes nach sich zieht. Dieser Umstand kann, wenn auch der Einfluss der Temperatur nicht gering ist, trotzdem wegen der früher besprochenen Unsicherheit in der Grösse der Koefficienten und wegen der am Schluss der Rechnung doch nötig werdenden Aufrundung unbedenklich vernachlässigt werden. Im übrigen gilt die Berechnung natürlich nur, wenn der Eisendraht in derselben Art wie der gedachte Kupferdraht als eigentlicher Leitungsdraht benutzt werden soll.

15. Die Konstanten für Widerstandsleitungen. Die im soeben behandelten Beispiele benutzten Formeln würden zwar gestatten, in ähnlicher Weise vom Kupferdraht auf Nickelin- oder andere Widerstandsdrähte überzugehen, aber diese Drähte pflegen, wie oben (in § 13) bemerkt ist, in ganz anderer Weise verwendet zu werden. Ein Blick auf einen technischen Widerstand, z. B. den Nebenschlussregulator einer Dynamomaschine, zeigt die Unmöglichkeit, die hier verwendeten Leitungen mit den gewöhnlichen Leitungen in direkten Vergleich zu stellen. Die Drähte oder Bänder liegen hier, erstere meist zu Spiralen gewickelt, dicht bei einander, so dass eine Windung die andere, eine Spirale die andere erwärmt. Ausserdem pflegt die Temperatur in den Widerständen sehr hoch zu sein, so dass Proportionalität zwischen Wärmeabgabe und Temperaturdifferenz nicht mehr besteht. Schliesslich muss man bei Widerständen unterscheiden, ob der Strom so lange anhält, dass die maximale Erwärmung eintreten kann, oder ob die Belastung vorübergehend ist.

Bisher war immer angenommen, dass die Dauer des Stromes genügend gewesen sei, um einen stationären Zustand herbeizuführen. Diese Dauer beträgt bei nackten Drähten etwa zwei Minuten, bei isolierten Drähten ist sie grösser und kann unter ungünstigen Umständen mehr als eine Stunde betragen.

Wo es darauf ankam, Sicherheitsvorschriften für elektrische Leitungsanlagen aufzustellen, musste der ungünstigste Fall, also hinreichend lange Belastung angenommen werden. Anders ist

ist es bei solchen Widerständen, von denen man bestimmt weiss oder bei deren Benutzung man einem geschulten Personal vorschreiben kann, dass der Strom seinen maximalen Wert nur kurze Zeit beibehält oder dass der betreffende Draht überhaupt nur kurze Zeit eingeschaltet ist. Diese Voraussetzungen treffen zu bei Anlasswiderständen für Elektromotoren, bei denen die Drähte den maximalen Strom oder den Strom überhaupt nur einige Sekunden lang auszuhalten haben.

Die neuen Verhältnisse nötigen zu neuen Experimenten zur Bestimmung des Faktors C, und zwar sowohl für dauernde als für vorübergehende Belastung. Allgemein gültige Zahlen können bei der Verschiedenheit der Konstruktion und der für die Widerstände verwandten Materialien nicht erwartet werden. Als ungefähre Richtschnur können folgende Werte für C benutzt werden:

für	$\tau = 20^0$ bis 25^0 (handwarm)	ist $C =$	3,5 bis 4,0
„	$\tau = 80^0$ (maximale Erwärmung)	„ $C =$	6,5 „ 7,0
„	Anlasswiderstände	„ $C =$	18 „ 22.

16. Die Sicherungen. Berechnet man die Leitungen in der angegebenen Weise, so sind dieselben vor übermässiger Erwärmung im regelmässigen Betriebe geschützt, d. h. solange der Strom die angenommene, der Berechnung zu Grunde gelegte Höhe nicht überschreitet. Eine ernste Gefahr ist auch dann ausgeschlossen, wenn — bei Leitungen im engeren Sinne — der Strom auf das Doppelte seines ursprünglichen Wertes ansteigt. Unglückliche Zufälle, Nachlässigkeit oder böser Wille können aber eine Erhöhung des Stromes über dieses Mass hinaus zur Folge haben; es gilt die Leitungen auch für solche Fälle zu schützen, so dass sie weder selbst leiden noch ihrer Nachbarschaft gefährlich werden können.

Ein Mittel zu diesem Schutze gewährt uns der Strom selbst, und zwar durch dieselbe Eigenschaft, durch die er gefährlich wird, durch die Eigenschaft die Leitung zu erwärmen, denn offenbar: schaltet man in den vom Strome durchflossenen Leitungskreis ein Stück Leitung aus einem leicht schmelzbaren Metall ein, das so bemessen ist, dass bei Verdoppelung des normalen Stromes die Schmelztemperatur des Metalles erreicht ist, so wird beim Anwachsen des Stromes auf diesen Wert die Leitung unterbrochen werden, wenn nicht das geschmolzene Metall gehindert ist abzufliessen. Ein solches Leitungsstück heisst *Sicherung* oder, da es früher ausschliesslich aus Blei hergestellt wurde, *Bleisicherung*.

Um eine Sicherung in eine Leitung einzuschalten, und zwar so, dass sie — was der praktische Betrieb fordert — leicht ausgewechselt werden kann, ist es nötig, besondere kleine Apparate zu bauen, in denen der Bleidraht oder das Bleiband, dessen Enden in Messing- oder Kupferbacken eingelötet sind, durch Verschraubung oder Klemmung mit den Anschlussklemmen der Leitungsenden befestigt ist. Es ergiebt sich hieraus, dass die Bedingung, mit der die Betrachtung über die Erwärmung der Leitungen eingeleitet wurde, dass nämlich die Leitung und ihre Umgebung sich der ganzen Länge nach in demselben Zustande und unter denselben Bedingungen befinde, an der Stelle der Bleisicherungen nicht mehr zutrifft. Hier ist nicht nur ein Stück der Leitung in eine besondere Hülle, die Kapsel der Sicherung, eingeschlossen, sondern vor allen Dingen die Leitung durch grössere Metallstücke geführt, die einen Teil der in der Sicherung entwickelten Wärme durch Wärmeleitung aufnehmen und durch ihre grosse Oberfläche leicht an die Umgebung abgeben.

Diese beiden Ursachen sind es besonders, die die Aufstellung einer allgemein gültigen Formel zur Berechnung der Sicherungen unmöglich machen. Die Berechnung muss vielmehr auf Grund von experimentellen Ermittelungen ausgeführt werden, die für jede besondere Konstruktion von neuem angestellt werden müssen.*)

17. Berechnung einer Leitung mit Rücksicht auf die Erwärmung. Die Betrachtungen sind jetzt so weit geführt, dass Leitungen nach einer Richtung hin berechnet werden können, nämlich dass die Leitungen mit Hilfe der gewonnenen Ergebnisse und Formeln im voraus durch Rechnung so bemessen werden können, dass eine übermässige Erwärmung nicht eintreten kann. Es frägt sich nur, ob diese Berechnung genügt. Beispiele zu einer solchen Leitungsberechnung sind in § 14 schon durchgeführt worden, um aber die soeben gestellte Frage zu beantworten, soll folgendes neue Beispiel gegeben werden:

Beispiel: In einer Entfernung von 3000 m von der elektrischen Maschine sollen in einem Widerstande 990 Watt bei einer Stromstärke von 9 Amp in irgend einer Weise nützlich verbraucht werden. Wie stark muss die Leitung, die im Freien zu verlegen ist, angenommen werden?

Der Durchmesser ergiebt sich — gleichgültig, wie gross die Entfernung ist — aus der Formel

$$J = C \cdot D^{3/2},$$

wenn Kupferdraht angenommen und $C = 8$ gesetzt wird, zu

$$D = 1{,}08 \text{ mm}$$

oder der Querschnitt zu

$$Q = 0{,}915 \text{ mm}^2.$$

*) vergl. die Untersuchungen von Feldmann, *ETZ* 1892, Seite 423.

Die Aufgabe ist hiermit bereits gelöst. Fragen wir aber jetzt nach dem Betrage des Effektes, der in der Leitung nutzlos verloren geht, so finden wir

$$J^2 R = 9300 \text{ Watt},$$

da der Widerstand der Leitung $R = 114{,}7\,\Omega$ ist. Es geht also bedeutend mehr — fast das Zehnfache — verloren als nützlich verwendet wird; 9300 + 990 Watt muss die Maschine liefern, um 990 Watt nützlich abzugeben, der Wirkungsgrad der Leitung ist also

$$\gamma = 0{,}096,$$

also kleiner als $10^0/_0$. Der Betrieb des Nutzwiderstandes wird offenbar verhältnismässig sehr teuer; wie aber kann man diese ungünstigen Verhältnisse verbessern? Dass der Effektverlust kleiner wird mit zunehmendem Querschnitt, ist offenbar; es fehlt aber vorläufig noch jeder Massstab, wie weit man den Querschnitt vergrössern soll, denn ein vernachlässigbar kleiner Effektverlust bei sehr grossem Querschnitt würde durch einen so grossen Aufwand von Leitungsmaterial erkauft werden müssen, dass hierdurch der erstrebte Vorteil wieder verloren gehen würde. Es stehen sich also die Kosten der Leitung und die Kosten des Betriebes einander gegenüber, und in dieser reciproken Beziehung finden wir den neuen Massstab für die Bemessung des Leitungsquerschnittes.

III. Die entwickelte Wärme als zu bezahlender Verlust. (Die Wirtschaftlichkeit der Anlage.)

18. Die Thomsonsche Regel. Nachdem wir gesehen haben, dass mit abnehmendem Querschnitte einerseits die Kosten des dauernden Verlustes zunehmen, andrerseits aber die Kosten der Leitung abnehmen, können wir uns die Aufgabe stellen, den Querschnitt so zu bemessen, dass die dauernden Kosten möglichst gering werden. Es handelt sich bei den Kosten der Leitung natürlich nicht um die Höhe des anzulegenden Kapitals, sondern um die dauernden durch die Verzinsung dieses Kapitals und durch die Amortisation und Instandhaltung der ausgeführten Anlage erwachsenden Kosten. Diese beiden aus zwei verschiedenen Ursachen entstehenden Kosten sind gegeneinander abzuwägen.

Der Verlust an elektrischer Arbeit, die in den Leitungen während einer bestimmten Zeit T in Wärme umgesetzt wird, ist nach dem Gesetze von Joule ausgedrückt durch

$$\mathfrak{W} = J^2 R\, T,$$

und zwar in Wattstunden, wenn J in Amp, R in Ohm und T in Stunden gemessen ist, oder es ist zu setzen

$$\mathfrak{W} = J^2 \frac{L}{q} \varrho\, T$$

da uns die Abhängigkeit des Verlustes vom Querschnitt interessiert. Kostet eine Wattstunde m Mark, so kostet der gesamte Verlust in Mark *)

$$k_v = J^2 \frac{L}{q} \varrho\, Tm \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (12$$

Diese Summe stellt die Kosten des Verlustes im Jahre dar, wenn T die Stundenzahl bedeutet, während der der Strom J innerhalb eines Jahres fliesst, d. h. also während der die Anlage im vollem Betriebe ist. Es würde z. B. bei 300 Arbeitstagen und täglich zehnstündigem vollem Betriebe $T = 3000$ sein.

Die Kosten einer Leitung lassen sich mit hinreichender Genauigkeit darstellen durch den Ausdruck

$$(a + bQ) L,$$

worin a und b Zahlenwerte bedeuten; sie sind also der Länge der Leitung L, nicht aber dem Querschnitte Q proportional.

Ist die Leitungsanlage mit $p\,{}^0/_0$ im Jahre zu verzinsen, in Stand zu halten und zu amortisieren, so sind die hierdurch jährlich erwachsenden Kosten

$$k_z = (a + bq) Lp \,.\, 10^{-2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (13$$

Die jährlichen Gesamtkosten $k = k_v + k_z$ setzen sich also zusammen aus einem Gliede, das mit zunehmendem Querschnitte kleiner wird, und einem, das in demselben Falle wächst.

Sollen die Gesamtkosten möglichst klein sein, so muss sein

$$\frac{dk}{dq} = 0 = bLp\; 10^{-2} - \frac{J^2}{q^2} L \varrho\, Tm$$

oder

$$Q_{min} = 10\, J \sqrt{\frac{\varrho\, Tm}{bp}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (14$$

Durch Einsetzung dieses Wertes in die oben angegebenen Ausdrücke ergeben sich die Minimalkosten zu

$$K_{v\,min} = \frac{JL}{10} \sqrt{bp\varrho\, Tm} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (15$$

und

$$K_{z\,min} = aLp\; 10^{-2} + \frac{JL}{10} \sqrt{bp\varrho\, Tm} \quad \cdots\cdots\cdots (16$$

Und hieraus ergiebt sich der Satz:

Wären die Kosten der Längeneinheit einer Leitung nur dem Querschnitt proportional, so würden

*) Querschnitt und Kosten sind durch kleine Buchstaben bezeichnet, um ihre Eigenschaft als Veränderliche in dieser Rechnung hervorzuheben.

bei Anwendung des wirtschaftlich günstigsten Querschnittes die durch Verzinsung und Amortisation erwachsenden Ausgaben gerade so gross sein, wie die den Verlust durch Stromwärme deckenden Ausgaben. Da diese Voraussetzung nicht zutrifft, so sind die erstgenannten Ausgaben grösser als die letztgenannten, und zwar um den Betrag $aLp\,10^{-2}$.

Die hiermit gewonnene sogenannte Thomsonsche Regel ist in der Praxis noch nicht ohne weiteres brauchbar; sie bedarf vielmehr noch mehrfacher Veränderungen und Erweiterungen, die aber hier deshalb noch nicht erörtert werden sollen, weil derartige Berechnungen doch nur für sehr umfangreiche Leitungsanlagen angestellt werden, die zuvor noch in anderer Weise behandelt werden müssen. Immerhin ist aus der angestellten Betrachtung zu erkennen, in welcher Weise die Wärmeentwicklung in den Leitungen zu wirtschaftlicher Bedeutung gelangt, und wie dieser Umstand in der Rechnung berücksichtigt werden kann.

19. Praktische Werte der Zahlen a und b. Von den im vorigen Paragraphen benutzten neuen Grössen sollen die Werte für a und b, die später in Beispielen mehrmals benutzt werden, schon hier angegeben werden*). Die Grösse a stellt im wesentlichen den bei der Herstellung (und Verlegung) der Leitung für ein Meter zu zahlenden Arbeitslohn dar, während b hauptsächlich den Preis des für die Leitung verwendeten Materials, bezogen auf die Längen- und Querschnittseinheit, bezeichnet. Unter Material ist hierbei das Leitermetall, die Isolation, die Bewehrung und der etwaige weitere Leitungsschutz zu verstehen; als Längeneinheit ist das Meter, als Querschnittseinheit das Quadratmillimeter angenommen.

Es geht hieraus hervor, dass die Werte a und b beträchtlich schwanken müssen. Der Arbeitslohn, also der Wert a, muss bei blanken unverlegten Leitungen am geringsten sein, er kann in diesem Falle sogar als verschwindend klein im Vergleich zum Werte b angesehen werden; den grössten Wert wird er erreichen, wenn die Isolierung, Bewehrung und Verlegungsart der Leitung am kompliziertesten sind. Je grösser die Zahl der gemeinsam verlegten Leitungen ist, um so kleiner ist der Arbeitslohn, der für die Verlegung einer Leitung aufzuwenden ist, a nimmt dann also ab. Der Wert b kann sich lange nicht in dem Grade ändern

*) Vergl. Hochenegg: Anordnung und Bemessung elektrischer Leitungen, Berlin und München. Die folgende Tabelle ist diesem Werke entnommen, doch sind die Zahlen auf den Preis von 50 £ für die Tonne Rohkupfer, der dem gegenwärtigen Stande besser entspricht, umgerechnet.

wie a, da der Preis des Kupfers allein schon in allen Fällen einen beträchtlichen Teil des Preises des gesamten Materials ausmacht. Sehr teure Isolationsmaterialien kommen bei den Leitungen, bei denen Rechnungen mit den Grössen a und b angestellt werden, nicht in Frage. Die Zahlenwerte von a und b sind in der folgenden Tabelle für die praktisch wichtigsten Verhältnisse zusammengestellt.

Tabelle der Werte a und b in dem Ausdruck $a + bQ$ in Mark bei einem Preise von 50 £ für die Tonne Rohkupfer:

	a	b
1) Blanke Leitung, unverlegt	0,0	0,013
2) Blanke Leitung, verlegt, und zwar		
zu 2 Drähten auf einem Gestänge	0,23	0,013
zu 4 „ „ „ „	0,17	0,013
zu 8 „ „ „ „	0,13	0,013
3) Kabel, unverlegt	1,7	0,029
4) Kabel, verlegt, und zwar		
zu 2 Kabeln in einem Graben	4,0	0,029
zu 3 „ „ „ „	3,4	0,029
zu 5 „ „ „ „	3,0	0,029
zu 7 „ „ „ „	2,7	0,029

Die blanken Leitungen sind auf Doppelglocken an Telegraphenstangen verlegt angenommen. Unter Kabel sind die am meisten gebräuchlichen Kabel mit Juteisolation, Bleimantel und Eisenbandbewehrung zu verstehen, die in einer Weise verlegt sind, wie es in Deutschland in den Städten fast allgemein üblich ist. Die Kosten für die Herstellung der Verbindungen und für die Prüfung der verlegten Kabel sind in den Preisen mit inbegriffen.

Der Einfluss der Leitungen auf das Funktionieren der Stromempfänger.

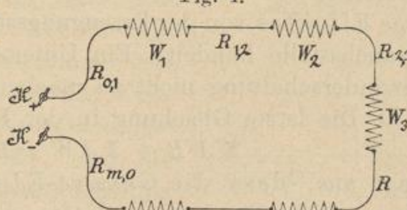
Allgemeine Grundlagen.

20. Die einleitenden Versuche haben gezeigt, dass die Leitungen einen doppelten Einfluss auf das Funktionieren der Stromempfänger oder Nutzwiderstände ausüben, nämlich

1) insofern eine am Ende oder einem mittleren Punkte der Leitung eingeschaltete Glühlampe dunkler brannte als eine am Anfangspunkte eingeschaltete Lampe,
2) insofern das Zu- oder Abschalten der einen von zwei am Ende der Leitung angeschlossenen Glühlampen die Leuchtkraft der anderen Lampe veränderte.

Den ersten Einfluss haben wir auch in seiner Ursache schon kennen gelernt: Der grössere Widerstand — Nutzwiderstand plus Leitungswiderstand — liess nach dem Ohmschen Gesetze nur einen kleineren Strom zu, sodass der Effekt im gesamten Stromkreise, und um so mehr im Nutzwiderstande allein, kleiner war als der Effekt, der im Nutzwiderstande in Wärme umgesetzt wurde, wenn dieser am Anfangspunkte der Leitung eingeschaltet war.

Fig. 4.



Diese Kenntnis würde genügen, um eine Leitung so zu berechnen, dass ein einziger an ihrem Endpunkte eingeschalteter Nutzwiderstand richtig funktioniert. In diesem Falle haben wir es mit einem einfachen Stromkreise zu thun, bei dem der Nutzwiderstand mit den beiden Hälften des Leitungswiderstandes durch Hintereinanderschaltung verbunden ist. Der allgemeinste Fall eines einfachen Stromkreises ist hiermit aber nicht gegeben, wird vielmehr erst erhalten, wenn beliebig viele Nutzwiderstände oder sonstige Stromempfänger mit einzelnen Leitungsstücken hintereinander geschaltet sind, wie es in Fig. 4 gezeichnet ist. Die Betrachtung dieses Falles ist mit der oben gegebenen Erklärung noch nicht erschöpft, sondern verlangt ausführlichere Auseinandersetzungen.

I. Die Hintereinanderschaltung (Reihenschaltung) von Widerständen.

21. Die Spannungsverteilung in hintereinander geschalteten Widerständen. Nutzwiderstände oder andere Stromempfänger dürfen nur dann hintereinandergeschaltet werden, wenn alle bei derselben Stromstärke normal funktionieren, denn in einem einfachen Stromkreise kann nur eine Stromstärke herrschen. Die Stromstärke ist also, wenn nicht eine gegebene, so doch überall dieselbe einzige Grösse. Der Effektverbrauch in den einzelnen Nutzwiderständen ist deshalb proportional den Spannungsdifferenzen an ihren Klemmen.

Wir nehmen an, wir stünden vor einer fertigen Anlage, die Nutzwiderstände W und die Leitungswiderstände R seien also gegeben. Die Spannung zwischen den Klemmen K des gesamten Stromkreises, der Strom und die Widerstände stehen dann in der Beziehung

$$J \cdot (\Sigma R + \Sigma W) = E \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (1$$

womit gesagt ist, dass die Reihenfolge der Widerstände willkürlich ist, d. h. es wird an der Stromstärke und dem Effektverbrauche in den einzelnen Widerständen nichts geändert, wenn alle Leitungsstücke für sich und alle Nutzwiderstände für sich hintereinandergeschaltet werden. Und hieraus folgt, dass es gleichgültig ist, ob es sich um eine räumliche Verteilung des elektrischen Effektes oder um eine einfache Uebertragung des Effektes von der Erzeugungsstelle nach einer bestimmten Verbrauchsstelle handelt. Ein Unterschied hierin ist bei der Hintereinanderschaltung nicht zu machen.

Die letzte Gleichung in der Form

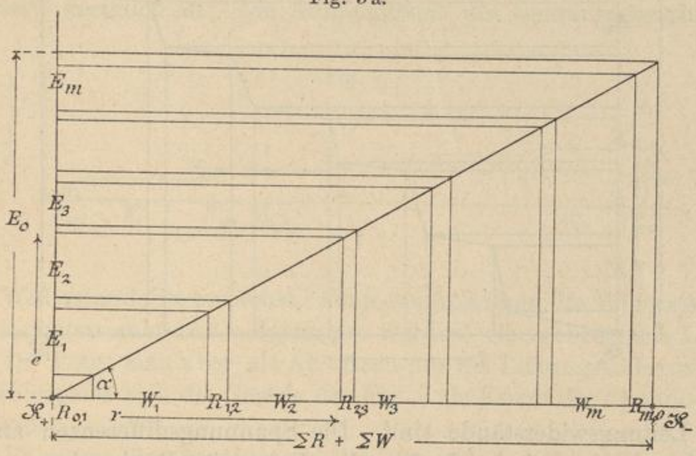
$$\Sigma\, J\, R + \Sigma\, J W = E = \Sigma\, E_R + \Sigma\, E_W \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (2$$

sagt aus, dass die Gesamt-Klemmenspannung gleich der Summe der Spannungsdifferenzen zwischen den Klemmen der einzelnen Widerstände ist. Fasst man einen bestimmten Punkt des Stromkreises ins Auge, z. B. die Klemme K_+ und misst von hier aus die Widerstände und die Spannungsdifferenzen zwischen diesem und irgend einem beliebigen Punkte des Stromkreises, so ergiebt sich als Ausdruck für die Abhängigkeit der Spannungsdifferenz vom Widerstande die Gleichung

$$e = \text{const.}\ r \cdot \; \cdots \cdots \cdots \quad (3$$

worin e die veränderliche Spannungsdifferenz und r den veränderlichen Widerstand, sowohl den Leitungs- als den Nutzwiderstand

Fig. 5a.



bedeuten sollen.*) Die Kurve dieser Abhängigkeit ist also eine Gerade, vergl. Fig. 5a. Die Neigung dieser Geraden gegen die Abscissenachse giebt ein Mass für die Stromstärke, denn es ist

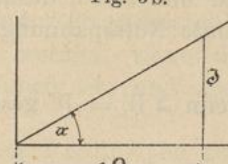
$$\alpha = \text{arctg}\,\frac{E}{\Sigma R + \Sigma W}$$

oder

$$J = \text{tg}\,\alpha. \; \cdots \cdots \cdots \quad (4$$

Die Ordinate, die der Abscisse $r = 1\ \Omega$ entspricht, ist gleich der Stromstärke J in Amp, wenn E in Volt gemessen und aufgezeichnet ist, vergl. Fig. 5b. Trägt man, wie es in der Figur geschehen ist, auf der Abscissenachse die einzelnen Widerstände der Reihe nach an, so ergeben die in den Endpunkten errichteten Ordinaten die Spannungsdifferenzen bis zur Klemme K_+, und die Ordinatendifferenzen die Spannungsdifferenzen zwischen den entsprechenden Widerstandspunkten.

Fig. 5b.

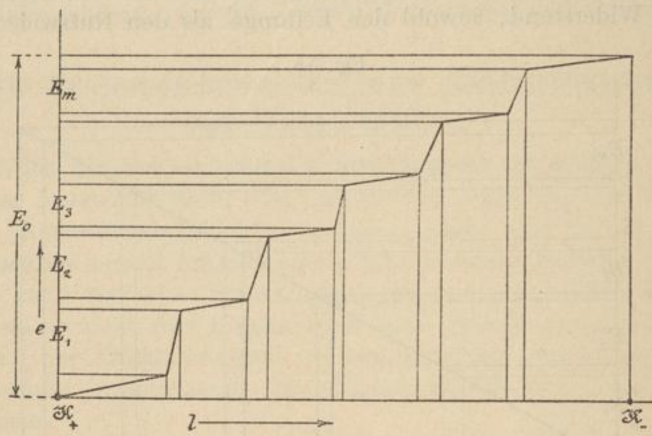


Würde man statt des Widerstandes die Länge der Leitung

*) e und r sind klein geschrieben, um diese Grössen als veränderliche zu kennzeichnen.

als Abscissen auftragen, so würde sich das Bild der Fig. 6 ergeben, unter der den Thatsachen entsprechenden Annahme, dass die Leitungen der Nutzwiderstände sehr kurz im Vergleich zu denen

Fig. 6.



der Leitungswiderstände sind. Die Spannungsdifferenzen an der Ordinatenachse sind offenbar dieselben wie die in der vorigen Abbildung.

22. Nutzspannung und Spannungsverlust. Unter diesen Spannungsdifferenzen kann man einen charakteristischen Unterschied machen; man kann nämlich unterscheiden zwischen den Spannungsdifferenzen an den Klemmen der einzelnen Nutzwiderstände und denen an den Klemmen der Leitungswiderstände. Die ersteren geben multipliziert mit der Stromstärke den nützlich umgesetzten Effekt, und können deshalb Nutzspannungen genannt werden, die letzteren stellen im analogen Produkte den Effektverlust in den Leitungen dar und sollen deshalb Spannungsverluste heissen. Die gesamte Nutzspannung ist

$$E_N = \Sigma J W = J \cdot W \qquad (5$$

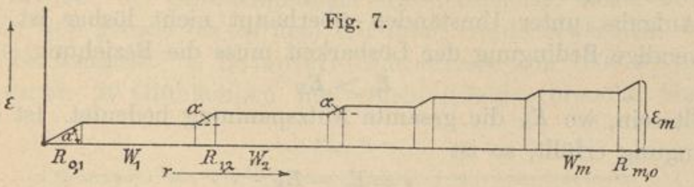
wenn $\Sigma W = W$ gesetzt wird, der gesamte Spannungsverlust ist

$$\varepsilon = \Sigma J R = J R \qquad (6$$

für $\Sigma R = R$. Nach dieser letzten Gleichung kann man sich sämtliche Nutzwiderstände kurzgeschlossen denken und erhält dann die wahre Stromstärke J, wenn man in dem Stromkreise eine EMK von der Höhe des Spannungsverlustes ε wirken lässt.

Die Kurven der Nutzspannung sowohl als die des Spannungsverlustes sind natürlich wieder Gerade, die durch den Nullpunkt des Koordinatensystemes gehen. Die erstere der beiden Kurven hat keine Bedeutung, da uns die Art des Spannungsabfalles im Nutzwiderstande im allgemeinen gleichgültig ist, um so mehr verdient die Kurve des Spannungsverlustes Beachtung, da sie später in komplizierteren Fällen die Anschauung wesentlich zu erleichtern geeignet ist. Die Abhängigkeit des Spannungsverlustes

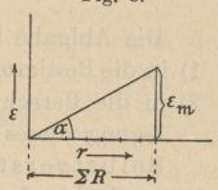
Fig. 7.



vom Widerstande ist zunächst, wenn als Abscissen die Widerstände des Gesamtstromkreises aufgetragen werden, eine gebrochene Linie (Fig. 7). Trägt man aber als Abscissen nur die Leitungswiderstände auf, so ergiebt sich die Gerade der Fig. 8 als Kurve des Spannungsverlustes.

Es möge hier beachtet werden, dass die Grössen JW und JR gerade so auftreten wie EMK'te von einer der Gesamtklemmenspannung entgegengesetzten Richtung. Es kann z. B. an Stelle irgend eines Nutzwiderstandes eine Maschine eingeschaltet werden, deren EM Gegenkraft gleich aber entgegengesetzt der Nutzspannung dieses Widerstandes ist; die Verhältnisse im Stromkreise werden hierdurch im übrigen in keiner Weise beeinflusst. Wegen dieser Gleichwertigkeit kann eine solche Maschine, wie alle Stromempfänger auch ohne Gefahr als Nutzwiderstand bezeichnet werden. Die Werte JW und JR müssen nach dieser Anschauungsweise negativ eingeführt werden, wenn die gesamte Klemmenspannung positiv angenommen ist, und man gelangt zu dem Satze:

Fig. 8.



Die Spannungsdifferenzen halten den Produkten aus Strom und Widerstand das Gleichgewicht.

Es ist oft von Wert, gerade den Spannungsverlust als eine Reaktion gegen die eingeführte EMK, als eine Grösse, die einer Spannungsdifferenz das Gleichgewicht hält, aufzufassen. Ein Analogon findet diese Anschauung in der Mechanik, wo die Reibung eines auf horizontaler Unterlage bewegten Körpers als eine der bewegenden Kraft gleiche und entgegengesetzte Kraft aufgefasst wird.

23. Berechnung einer Leitung. Soll nun die Aufgabe gestellt werden, für eine Reihe von gegebenen Stromempfängern — die natürlich nicht nur ihrem Widerstand oder ihrer *EM* Gegenkraft nach, sondern auch ihrem normalen Stromverbrauche nach gegeben sind — die Leitung zu berechnen, mit der sie in den Stromkreis einer gegebenen *EMK* oder Klemmenspannung E hintereinander eingeschaltet werden sollen, so erkennt man sofort, dass die Aufgabe unter Umständen überhaupt nicht lösbar ist. Als notwendige Bedingung der Lösbarkeit muss die Beziehung

$$E_o > E_N$$

erfüllt sein, wo E_N die gesamte Nutzspannung bedeutet. Ist diese Bedingung erfüllt, so ist

$$\varepsilon = E_o - E_N \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (7$$

der Spannungsverlust, der in der Leitung auftreten muss, wenn die Aufgabe gelöst werden soll. Aus dem oben gefundenen Werte für ε ergiebt sich

$$R = \frac{\varepsilon}{J} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (8a$$

als der gesuchte Wert des Leitungswiderstandes, oder, da die Länge der Leitung als gegebene Grösse anzusehen ist, für die nach Wahl des Leitungsmaterials einzig übrig bleibende Unbekannte.

$$Q = \frac{J\,L}{\varepsilon}\,\varrho \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (8b$$

Die Aufgabe ist also in zwei Teile zerfallen, nämlich

1) in die Bestimmung des erforderlichen Spannungsverlustes ε und
2) in die Berechnung des Leitungsquerschnitts unter Zugrundelegung dieses Spannungsverlustes.

Selbstverständlich muss zur Lösung der Aufgabe, wie zu jeder Leitungsberechnung, der Strom, den die Leitung zu führen hat, gegeben sein.

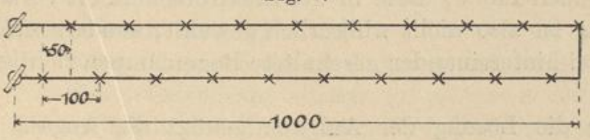
Ist die Bedingung $E_o > E_N$ nicht von vorn herein erfüllt, so muss entweder die Gesamtklemmenspannung, die Betriebsspannung, E_o erhöht oder die Zahl der Stromempfänger vermindert werden.

Wir haben hiermit eine neue Berechnungsart der elektrischen Leitungen kennen gelernt, die mit der in § 17 behandelten, bei der die Erwärmung der Leitung zu Grunde gelegt wurde, gar nichts zu thun hat. Selbstverständlich muss die Erwärmung einer Leitung unter allen Umständen in den früher gezogenen Grenzen bleiben; es muss deshalb jeder Leitungsberechnung, die unter Zugrundelegung anderer Bedingungen vorgenommen ist, eine Prüfung, ob die zulässige Erwärmung, also die zulässige Stromdichte, nicht überschritten ist, folgen.

Da, wie gesagt, die beiden Berechnungsarten, auf Erwärmung und auf Spannungsverlust, die nichts mit einander zu thun haben, doch beide ausgeführt werden müssen, andererseits aber die Betriebsspannung im zweiten Falle bei gegebener Zahl und Art der Stromempfänger nicht willkürlich ist, so kann man die Aufgabe auch so formulieren, dass die Betriebsspannung gesucht wird, die zum Betriebe der Stromempfänger erforderlich ist, wenn die Leitungen sich gerade bis zu dem erlaubten Grade erwärmen.

24. Beispiele. 1. Beispiel: Eine Strasse von 1000 m Länge soll durch 20 Glühlampen mit einem Effektverbrauche von je

Fig. 9.



55 Watt, nämlich 11 Amp bei 5 Volt möglichst gleichmässig beleuchtet werden. Die Betriebsspannung soll 110 V betragen.

Die Anlage ist schematisch in Fig. 9 dargestellt; auf je 50 m Strassenlänge kommt eine Lampe.

Die Nutzspannung ist

$$E_N = 20 \cdot 5 = 100 \text{ V},$$

der Spannungsverlust also $\varepsilon = 10$ V und es folgt hieraus der Querschnitt

$$Q = \frac{11 \cdot 2000}{10} \cdot 0{,}0175 = 38{,}5 \text{ mm}^2$$

wenn die Leitung aus Kupfer hergestellt wird.

Die Leitung ist verhältnismässig sehr dick, und da auch die Stromdichte sehr gering ist, versuchen wir mit einer dünneren Leitung auszukommen. Das kann natürlich nur unter Erhöhung des Spannungsverlustes, also der Betriebsspannung geschehen. Wählen wir einen Durchmesser von 4 mm, so wächst der Spannungsverlust auf

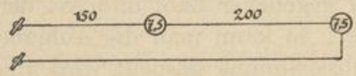
$$\varepsilon = \frac{11 \cdot 2000}{12{,}6} \cdot 0{,}0175 = 30{,}5 \text{ V}.$$

Die Betriebsspannung muss also auf 130,5 V erhöht werden. Ist diese Erhöhung unzulässig, so muss man entweder die Zahl der Lampen verringern, oder andere Lampen, die bei niederer Spannung und höherer Stromstärke denselben Effekt verbrauchen, verwenden.

Die Stromdichte ist bei Anwendung der Leitung von 4 mm Φ ungefähr nur 1 Amp, also reichlich klein.

2. Beispiel: Zwei Bogenlampen zu 7,5 Amp sollen nach der in Fig. 10 gegebenen Skizze hintereinander geschaltet werden. Die Leitung ist zu berechnen.

Fig. 10.



Die Lampen haben bei normalem Brennen eine Klemmenspannung von etwa 45 V, eine Spannung, die mit der Natur des Lichtbogens zusammenhängt. Sollen die Lampen ruhig brennen, so müssen erfahrungsmässig etwa 20 V in einem vorgeschalteten Widerstande verzehrt werden. Diese 20 V dürfen als Spannungsverlust in den Leitungen auftreten. Als Betriebsspannung ergeben sich hiernach 110 V; diese in der Elektrotechnik oft vorkommende Spannung ist also nicht willkürlich gewählt, sondern erforderlich, wenn zwei hintereinander geschaltete Bogenlampen richtig brennen sollen.

Für die Lösung der Aufgabe genügt die Angabe des notwendigen Spannungsverlustes $\varepsilon = 20$ V; dann ergiebt sich für eine Kupferleitung der Querschnitt

$$Q = \frac{7{,}5 \cdot 700}{20} \cdot 0{,}0175 = 4{,}6 \text{ mm}^2.$$

Mit Rücksicht auf die Erwärmung dürfte die Leitung einen kleineren Querschnitt haben, denn in geschlossenen Räumen würde ein Durchmesser von

$$D = \left(\frac{7{,}5}{4{,}5}\right)^{\frac{2}{3}} = 1{,}405 \text{ mm},$$

entsprechend einem Querschnitt von 1,55 mm², genügen.

Hierbei ist aber zu berücksichtigen, dass die Bogenlampen kurz nach dem Einschalten mit einem höheren Strome brennen als im normalen Betriebe; dieser Anfangsstrom kann das Zweifache des normalen Stromes und darüber betragen. Um dies bei der Berechnung auf Erwärmung zu berücksichtigen, soll man etwa den doppelten Strom in die Rechnung einsetzen. Die mögliche noch höhere Stromstärke anzunehmen, ist deshalb nicht nötig, weil die Dauer des übernormalen Stromes doch nur gering ist. Im vorliegenden Falle wäre also an Stelle des Durchmessers von 1,405 mm ein solcher von ungefähr 2,23 mm mit Rücksicht auf Erwärmung zu fordern.

Ist die Leitung im Freien auf Isolatoren und Gestängen zu verlegen, so ist die berechnete Leitung zu dünn, als dass sie hinreichend grosse Spannweiten vertragen könnte. Es frägt sich, ob man hier nicht vorteilhaft Eisendraht verwendet, der billiger ist und eine grössere Festigkeit besitzt als Kupferdraht. Eine Eisenleitung würde einen Querschnitt von

$$Q = \frac{7{,}5 \cdot 700}{20} \cdot 0{,}1 = 26{,}2 \text{ mm}^2$$

haben müssen. Will man diesen Draht als zu stark nicht verwenden, so kann man die Leitung zum Teil aus Kupfer und zum Teil aus Eisen herstellen. Wird die Hinleitung aus Kupferdraht von 4 mm Φ gewählt, so tritt in dieser ein Spannungsverlust von 3,65 V auf, es bleiben also 16,35 V für die andere Leitungshälfte in Eisen, dessen Querschnitt sich also zu

$$Q = \frac{7{,}5 \cdot 350}{16{,}35} \cdot 0{,}1 = 16 \text{ mm}^2$$

ergiebt.

Die Anlage würde also erfordern

350 m Kupferdraht zu 4 mm Φ und
350 „ Eisendraht „ 4,5 „ „

In beiden Leitern bleibt die Erwärmung in mässigen Grenzen.

Die Drähte werden i. A. nicht genau in der berechneten Stärke vorrätig sein; man hat sich nach den Fabrikationsnummern zu richten. Da sich ausserdem die Länge der Leitung vorher nicht genau festsetzen lässt, und auch der spezifische Widerstand des Metalles etwas von der Annahme abweichen kann, so kann man nicht erwarten, den vorgeschriebenen Spannungsverlust von 20 V mit hinreichender Genauigkeit in der Leitung zu erhalten. Man rundet deshalb die Querschnitte auf und schaltet einen besonderen Widerstand, den sogenannten Vorschaltwiderstand der Bogenlampen, in die Leitung ein, der an Ort und Stelle so verändert werden kann, dass der notwendige Spannungsverlust genau erreicht wird, dass also die Lampen ruhig brennen.

25. Veränderlichkeit der Zahl der Stromempfänger. Wir haben bisher angenommen, dass der Stromkreis in Bezug auf Widerstand, Stromstärke und Spannung unveränderlich sei, dass die Zahl der eingeschalteten Stromempfänger stets dieselbe sei. Dies aber als Bedingung für eine praktische Anlage allgemein fordern zu wollen, wäre abgeschmackt; man kann z. B. niemand zwingen wollen, entweder sämtliche in seinem Hause installierten Lampen brennen zu lassen oder keine einzige. Wir müssen also eine Veränderung der Zahl der eingeschalteten Stromempfänger zulassen. Mit der Veränderung dieser Zahl ist aber eine Aenderung der Stromstärke verbunden. Durch Ausschaltung einer Lampe — die natürlich so erfolgen muss, dass der Zusammenhang des Stromkreises nicht unterbrochen wird, also durch widerstandslose Verbindung (Kurzschliessen) seiner Klemmen — wird der Gesamtwiderstand verringert, und die Stromstärke wächst, das Zuschalten hat umgekehrt eine Stromschwächung zur Folge.

Diese Stromschwankungen sind, abgesehen von der Gefahr, die für die Stromempfänger mit dem übermässigen Anwachsen des Stromes verbunden ist, unzulässig. Sie sind besonders bei Glühlampenbeleuchtung zu vermeiden, da die Leuchtkraft der Lampen sich schon bei geringer Stromänderung so sehr ändert, dass das Auge empfindlich dadurch gestört wird. Die Glühlampen sind in dieser Beziehung die empfindlichsten Nutzwiderstände; es wird deshalb in den folgenden Betrachtungen besonders auf diese Stromempfänger Rücksicht genommen werden.

Der naheliegende Gedanke, die Stromstärke bei Aenderung des Widerstandes im Maschinenhause durch Aenderung der Klemmenspannung oder durch Vor- und Abschalten von Widerstand, sei es von Hand, sei es durch automatische Vorrichtungen, konstant halten zu wollen, ist im allgemeinen nicht ausführbar, jedenfalls aber nicht für Glühlichtanlagen, denn keine Regulierung würde schnell genug wirken, um das Flackern der Lampen zu verhindern. Es frägt sich, ob die Regulierung nicht in den Leitungskreis selbst gelegt werden kann.

26. Die Elastizität einer Anlage. Die Antwort auf diese Frage lässt sich sehr leicht geben: Soll die Ein- oder Ausschaltung eines oder einiger Stromempfänger ohne merklichen Einfluss auf die Stromstärke, also ohne merklichen Einfluss auf das Funktionieren der übrigen Stromempfänger sein, so muss der Widerstand der ersteren gegenüber dem des Gesamtstromkreises sehr klein sein. Elektrische Apparate mit *EM* Gegenkraft sind hierbei durch einen gleichwertigen Widerstand (vergl. § 22) ersetzt zu denken. Die Möglichkeit und der Umfang einer solchen Selbstregulierung hängt also davon ab, wie viel Nutzwiderstände in den Stromkreis eingeschaltet sind oder werden können, und ausserdem davon, wie viele von ihnen aus- und eingeschaltet werden sollen. Im allgemeinen wird man die Zahl der aus- und einschaltbaren Nutzwiderstände nicht irgendwie beschränken dürfen, vielmehr mit den äussersten Fällen rechnen müssen, nämlich dass entweder alle Nutzwiderstände oder keiner (oder nur einer) eingeschaltet ist. Unter dieser Bedingung muss der Leitung allein die Aufgabe der Selbstregulierung zugewiesen werden. Durch diese Selbstregulierung soll also erreicht werden, dass die Anlage in Bezug auf die Zahl der Nutzwiderstände möglichst dehnbar sei, sie soll eine möglichst grosse Elastizität besitzen.

Die Elastizität einer Anlage mit hintereinandergeschalteten Stromempfängern wächst mit Zunahme des Leitungswiderstandes.

Dieser Satz ist eine einfache Folge des Ohmschen Gesetzes, denn bei veränderlichem Nutzwiderstand w von 0 bis W in der Gleichung

$$J = \frac{E}{R + w}$$

wird J dann annähernd konstant bleiben, wenn w verschwindend klein gegenüber R ist. Es ergiebt sich also die Regel:

Bei Hintereinanderschaltung sind die Nutzwiderstände möglichst klein, die Leitungswiderstände dagegen möglichst gross zu wählen, wenn die Elastizität der Anlage möglichst gross sein soll.

Die für Hintereinanderschaltung gebauten Lampen haben deshalb auch einen kleinen Widerstand und der verlangte Effekt wird durch eine grosse Stromstärke erreicht. Die in dem Beispiele gewählten Lampen von 5 V und 11 Amp, also ungefähr 0,455 Ω, sind derartige für Hintereinanderschaltung gebaute Lampen. In einer Anlage von gegebener Art und Zahl der Nutzwiderstände hängt die Elastizität nur von der Leitung ab; man kann deshalb auch von der Elastizität der Leitungen sprechen.

27. Berechnung einer Leitung mit Rücksicht auf die Elastizität der Anlage. Der Charakter der Glühlampen gestattet eine Aenderung der Stromstärke um etwa 2%, wenn die hierdurch hervorgerufene Aenderung der Lichtintensität in den Grenzen bleiben soll, innerhalb deren auch bei plötzlichen Schwankungen das Auge nicht mehr empfindlich genug ist, um dadurch gestört zu werden. Stellen wir in dem in § 24 durchgeführten ersten Beispiel die Bedingung, dass die Anlage so elastisch sein soll, dass die Stromänderungen nicht mehr als 2% des normalen Stromes betragen können, und dass die Elastizität allein in die Leitung gelegt werden soll, so bestimmt sich Widerstand und Querschnitt der Leitung folgendermassen:

Der Gesamtwiderstand der 20 Glühlampen beträgt

$$W = 0{,}455 \cdot 20 = 9{,}1\ \Omega.$$

Soll die Stromänderung bei gleichzeitiger Ausschaltung aller Lampen nur 2% betragen, so muss der Widerstand W 2% vom Gesamtwiderstand des Stromkreises ausmachen. Es kommt aber nur darauf an, dass die Grenze von 2% nicht überschritten wird, wenn die Lampenzahl von 1 (nicht von 0) bis 20 geändert wird, denn wie stark der Strom ist, wenn keine Lampe brennt, kann im allgemeinen gleichgültig sein, vorausgesetzt, dass die Erwärmung dann nicht zu hoch wird. Demnach brauchen nicht 9,1 Ω, sondern nur $19 \cdot 0{,}455 = 8{,}65\ \Omega$ zwei Prozent vom Gesamtwiderstande auszumachen; es muss also sein

$$8{,}65 = 0{,}02\,(x + 9{,}1),$$

worin

$$x = 423{,}5\ \Omega$$

der gesuchte Widerstand der Leitung ist. Der Querschnitt*) müsste hiernach

$$Q = \frac{2000}{423{,}5} \cdot 0{,}0175 = 0{,}0827\ \mathrm{mm}^2$$

für Kupfer, oder 0,472 mm² für Eisen betragen, und der Effektverlust würde

$$\mathfrak{E}_v = 11^2 \cdot 423{,}5 = 51\,250\ \text{Watt}$$

gegenüber einem Nutzeffekte

$$\mathfrak{E}_n = 11^2 \cdot 0{,}455 \cdot 20 = 1100\ \text{Watt},$$

und der Wirkungsgrad der Leitung wäre

$$\gamma = \frac{\mathfrak{E}_n}{\mathfrak{E}_v + \mathfrak{E}_n} = 0{,}0215.$$

Die Rechnung führt also in mehr als einer Beziehung zu Unmöglichkeiten. Der Querschnitt ist sowohl mit Rücksicht auf mechanische Festigkeit als auf Erwärmung viel zu dünn. Diesem Mangel kann man zwar leicht abhelfen, indem man einen genügend starken Querschnitt — nach Erwärmung berechnet — wählt und den an den verlangten 423,5 Ω fehlenden Widerstand in Form einer besonderen Vorschaltung in die Leitung legt. Damit ist aber der Wirkungsgrad nicht gebessert, und der ist so gering, dass eine derartige Anlage unmöglich wirtschaftlich arbeiten kann.

Es geht hieraus hervor, dass eine Anlage unter den verlangten Bedingungen nicht ausführbar ist. Man verzichtet deshalb in der Praxis auf eine vollkommene Elastizität einer solchen Anlage, indem man entweder die Möglichkeit einzelne Lampen auszuschalten ausschliesst und sich damit begnügt, alle Lampen oder keine zu brennen, oder man reguliert — bei weniger empfindlichen Stromempfängern — mit besonderen Apparaten im Maschinenhause auf konstanten Strom.

Der erste Fall kommt am meisten in der Gestalt von paarweise hintereinander geschalteten Bogenlampen vor. Glühlichtanlagen mit Hintereinanderschaltung werden dagegen sehr selten

*) Den Gepflogenheiten der Praxis entsprechend wird in allen Beispielen, abweichend vom absoluten Masssystem, die Länge in m, der Querschnitt in mm² gemessen. Der diesem Masssystem entsprechende specifische Widerstand ergiebt sich in Ohm, wenn man die Mikrohm der bedeutenden Zahlen in der Tabelle des § 11 mit 100 multipliciert.

ausgeführt. Der freiwillige Verzicht auf die Möglichkeit, einzelne Lampen einer solchen Anlage aus- oder einschalten zu können, nützt hier nichts, da man mit unbeabsichtigter Ausschaltung, mit dem Durchbrennen einzelner Lampen, rechnen muss. Die Lampen müssen deshalb auch so konstruiert werden, dass beim Durchbrennen eines Kohlenfadens der Stromkreis nicht unterbrochen wird, und die Elastizität der Anlage muss so gross sein, dass ein gewisser Prozentsatz aller Lampen, der aus der Erfahrung abzuleiten ist, durchbrennen kann.

Der zweite Fall, dass in dem Maschinenhause auf konstanten Strom reguliert wird, kommt am meisten bei Anlagen für reine Bogenlichtbeleuchtung vor, bei denen eine grössere Anzahl von Bogenlampen hintereinander geschaltet ist; solche Anlagen sind in Deutschland selten, in Amerika dagegen sehr viel gebaut worden. Auch die Hintereinanderschaltung von Motoren für grössere Kraftübertragungsanlagen ist in dieser Weise in einigen Fällen ausgeführt worden.

28. Rückblick. Die Untersuchungen haben gezeigt, dass die Bedingungen, denen wir nach den bisher angestellten Betrachtungen die Leitungen unterwerfen können, nämlich die durch Rücksicht auf die Erwärmung, auf die Wirtschaftlichkeit und auf die Elastizität der Anlage gestellten Bedingungen unabhängig von einander sind und oft zu einander widersprechenden Ergebnissen führen.

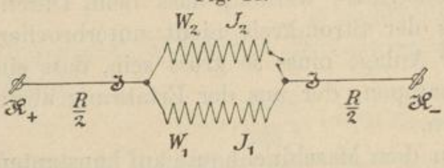
Im allgemeinen ist die Regel aufzustellen, dass eine Leitung nach allen drei Bedingungen berechnet werden soll. Welche davon zuerst anzustellen und welcher am meisten Gewicht beizulegen ist, hängt von dem besonderen Charakter der Anlage ab.

Es kann auch ausser durch die Forderung genügender Elastizität der Anlage durch gewisse äussere Verhältnisse, wie z. B. bei Leitungen für Bogenlampen, der Spannungsverlust der Leitung vorgeschrieben sein, dann wird man sich, wie überhaupt in den meisten Fällen, mit der Berechnung auf Erwärmung und Spannungsverlust begnügen können.

II. Die Nebeneinanderschaltung (Parallelschaltung) von Widerständen.

29. Der zweite der beiden oben in § 20 erwähnten Einflüsse der Leitungen auf das Funktionieren der Stromempfänger machte sich im Experiment bemerkbar, wenn Glühlampen parallel geschaltet waren; waren beide Lampen nebeneinander eingeschaltet, so brannte jede der beiden dunkler als eine allein eingeschaltete. Das Schema des Stromkreises in diesem Versuche ist das der Fig. 11. Die beiden Nutzwiderstände sind nebeneinander, und diese Nebeneinanderschaltung ist mit dem Widerstande $\frac{R}{2}$ und $\frac{R}{2}$ hintereinander geschaltet.

Fig. 11.



Die Aufgabe, die beobachtete Erscheinung zu erklären, gipfelt in der Feststellung des Effektverbrauches im Widerstande W_1 einerseits wenn er allein, andererseits wenn W_2 daneben eingeschaltet ist. Um diesen komplizierteren Fall der Neben- und Hintereinanderschaltung verstehen zu lernen, sehen wir zunächst von den Leitungswiderständen $\frac{R}{2}$ ab und behandeln parallelgeschaltete Widerstände allein.

30. Das Problem der Ermittlung der Stromverteilung. Das Schema der reinen Parallelschaltung ist in Fig. 12 und Fig. 13 dargestellt;

Fig. 12.

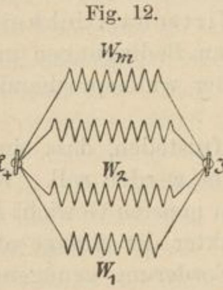
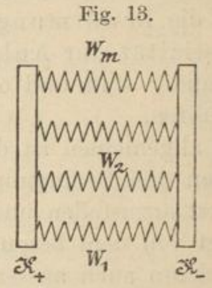


Fig. 13.



in der zweiten Figur sind die Widerstände zwischen zwei praktisch widerstandsfreien Schienen eingeschaltet zu denken. War früher bei der Hintereinanderschaltung die Stromstärke als gegebene Grösse aufzufassen, so ist es jetzt die Spannung an den Klemmen der Widerstände. Jedenfalls lässt sich von der Spannungsdifferenz zwischen den Enden der Widerstände sofort aussagen, dass sie für alle Widerstände dieselbe sein muss; unbekannt dagegen sind vorläufig die Ströme.

Wir stehen hier zum erstenmal vor dem Probleme der Ermittelung der Stromverteilung, das ganz allgemein für die Behandlung der Leitungen von grosser Bedeutung ist. Denn ein Leitungsquerschnitt lässt sich, wie wir in § 23 gesehen haben, nur berechnen, wenn der Strom, der ihn passieren soll, bekannt ist.

Die Stromverteilung, also die Stromstärke in jedem der parallel geschalteten Leiter, lässt sich aber nur an Leitungen von gegebenem Widerstande ermitteln. Unter diesen Umständen, da die notwendige Grundlage, nämlich die Kenntnis der Ströme, vor dem Bekanntsein der Widerstände eben fehlt, würde es unmöglich sein, eine Leitung zu berechnen. Schlagen wir aber den Weg ein, zuerst an Leitungskombinationen, die in allen Einzelheiten gegeben sind, die Stromverteilung zu bestimmen, so wird es uns gelingen, in gegebenen praktischen Fällen so viel über die Stromverteilung von vornherein auszusagen, dass die Leitungen berechnet werden können.

31. Die Stromverteilung bei reiner Parallelschaltung der Widerstände. Die einzelnen Stromstärken ergeben sich aus dem Ohmschen Gesetze zu

$$J_\nu = \frac{E}{W_\nu}$$

wo ν von 1 bis n zu variieren ist; also ist:

$$J_1 : J_2 : \cdots : J_n = \frac{1}{W_1} : \frac{1}{W_2} : \cdots : \frac{1}{W_n} \quad \cdots \cdots (9$$

Unter Einführung der Leitungsfähigkeiten

$$F_\nu = \frac{1}{W_\nu}$$

wird

$$J_\nu = E \cdot F_\nu$$

und

$$J_1 : J_2 : \cdots : J_n = F_1 : F_2 \cdots : F_n \quad \cdots \cdots (10$$

Der Gesamtstrom, der also in der Zuleitung zu den gemeinsamen Klemmen oder Schienen fliessen müsste, ist

$$J = \Sigma\, J_\nu = E\, \Sigma \frac{1}{W_\nu} = E \,.\, \Sigma\, F_\nu$$

oder

$$J = E \cdot F \quad \cdots \cdots (11$$

wenn $F = \Sigma F_\nu$ als Gesamtleitungsfähigkeit der parallel geschalteten Widerstände bezeichnet wird. In Worten lassen sich diese Ergebnisse folgendermassen aussprechen:

In parallelgeschalteten Widerständen sind die Ströme porportional den Leitungsfähigkeiten, der Gesamtstrom ist porportional der Gesamtleitungsfähigkeit. Der Porportionalitätsfaktor ist die gemeinsame Klemmenspannung.

Die Einfachheit dieser Beziehung soll uns veranlassen bei Parallelschaltung im allgemeinen mit Leitungsfähigkeiten zu rechnen. so wie wir bei Hintereinanderschaltung mit Widerständen gerechnet haben, und erst im Endergebnis, wenn es erwünscht ist, auf die gebräuchlichere Ausdrucksweise überzugehen.

Für eine einfache Leitungsteilung in zwei Leitungen ergiebt sich aus $F = F_1 + F_2$ die oft benützte Formel

$$W = \frac{W_1 \cdot W_2}{W_1 + W_2} \quad \text{(12}$$

Dieses W stellt also die Grösse des Widerstandes dar, den eine einzige Leitung haben muss, wenn in ihr unter der Einwirkung derselben Klemmenspannung E der Strom $J = J_1 + J_2$ fliessen soll. Man nennt W deshalb den Widerstand der Parallelschaltung. Aus den Betrachtungen ergiebt sich ohne weiteres der Satz:

Der Widerstand einer Parallelschaltung ist stets kleiner als irgend einer der sie bildenden Widerstände.

32. Beispiele. 1. Aufgabe: Welchen Widerstand hat eine Parallelschaltung von n gleichen Widerständen von der Grösse W?

Die Gesamtleitungsfähigkeit ist

$$F_x = \Sigma F = nF$$

also der gesuchte Gesamtwiderstand

$$W_x = \frac{1}{n} \frac{1}{F} = \frac{W}{n} \quad \text{(13}$$

Sind die Widerstände nur annähernd gleich, so ergiebt sich

$$F_x = nF + \Sigma \varphi_\nu,$$

worin F zunächst die kleinste aller vorhandenen Leitungsfähigkeiten bedeuten soll; jedes φ_ν ist dann eine positive Grösse. Lässt man aber F wachsen bis es einen mittleren Wert erreicht hat, so werden die φ_ν teils positiv, teils negativ sein, und $\Sigma \varphi_\nu$ wird verschwinden; F ist dann die mittlere Leitungsfähigkeit, $\frac{1}{F} = W$ der mittlere Widerstand einer Leitung. In praktischen Fällen, z. B. bei gleichartigen Glühlampen, die parallel geschaltet sind, wird W der Widerstand sein, den jede Lampe gemäss ihrer Konstruktion haben soll. In der Fabrikation ergeben sich kleine Abweichungen, die teils positiv und teils negativ sind.

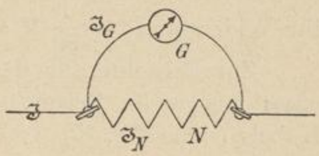
2. Aufgabe: Welcher Widerstand ergiebt sich, wenn man eine Leitung vom Widerstande W in n gleiche Teile teilt und diese Teile sämtlich parallel schaltet?

Ein Teil hat den Widerstand $\frac{W}{n}$, n solcher Teile in Parallelschaltung ergeben also nach der vorigen Aufgabe den Gesamtwiderstand

$$W_x = \frac{W}{n^2} \quad \text{(14}$$

33. Die Messung starker Ströme durch Teilung. Eine sehr wichtige praktische Anwendung finden die oben abgeleiteten Sätze in der Methode der Messung starker Ströme durch Teilung. Strommesser für feinere Messungen lassen sich nicht gut für starke Ströme bauen, und man kann um so eher darauf verzichten als die genannte Methode ein sehr bequemes und zuverlässiges Mittel bietet, starke Ströme mit den für schwache Ströme gebauten Instrumenten zu messen.

Fig. 14.



Man legt zu diesem Zwecke eine Nebenschliessung N an das Stromgalvanometer G, vergl. Fig. 14. Der Reduktionsfaktor dieses Instrumentes sei C, also

$$J_G = C \cdot n, \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (15$$

wo n den Ausschlag im Galvanometer bedeutet. Soll durch die Nebenschliessung erreicht werden, dass die p-fache Stromstärke J mit dem Galvanometer gemessen werden kann, so muss der Reduktionsfaktor mit Bezug auf den Gesamtstrom J — der Reduktionsfaktor des Instrumentes selbst wird nicht geändert — ebenfalls den p-fachen Wert erhalten; es muss also die Konstante K in der Gleichung

$$J = K \cdot n$$

sein

$$K = p\,C \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (16$$

Durch Verknüpfung dieser Beziehungen mit Gleichung (15) ergiebt sich, dass J_G gleich dem $p$ten Teile des Gesamtstromes sein muss, nämlich

$$J = p\,J_G$$

oder, da die Ströme porportional den Leitungsfähigkeiten sind, muss sein

$$F = p\,F_G = F_G + F_N,$$

also ist

$$F_N = (p-1)\,F_G \text{ und } W_N = \frac{1}{p-1}\,W_G \cdots\cdots \quad (17$$

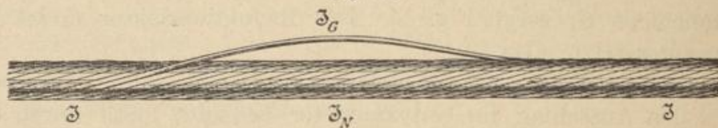
der Wert der Nebenschliessung, ausgedrückt in Vielfachen der Leitungsfähigkeit oder Bruchteilen des Widerstandes des Galvanometers. Man wird, um bequem ablesen zu können, p so weit als möglich nur in dezimalen Stufen ändern.

Beispiel. Es liege ein Instrument mit 1 Ω Widerstand vor, dessen Skala in 150 Grade geteilt ist. Der Reduktionsfaktor sei $C = 0{,}001$ (oder $1^0 = 1$ Milliampere), der Messbereich also 0 bis

0,15 Amp. Es sollen mit diesem Instrumente, einem der gebräuchlichen Milliamperemeter, Ströme bis ungefähr 12 Amp gemessen werden. Der Reduktionsfaktor ist dann auf das Hundertfache zu erhöhen, so dass $1^0 = 0{,}1$ Amp wird. Die Leitungsfähigkeit des Instrumentes ist = 1, es ist also eine Gesamtleitungsfähigkeit = 100 erforderlich, die der Nebenschliessung muss also = 99, oder ihr Widerstand $= \frac{1}{99}\,\Omega$ sein.

Zur Erleichterung der Anschauung merke man sich das Bild eines aus p, im Beispiele also 100, gleichen Drähten verseilten Kabels (siehe Fig. 15), von dem ein Draht auf eine gewisse Strecke

Fig. 15.

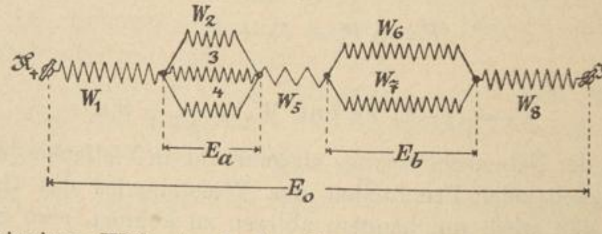


herausgedreht ist, ohne dass seine Verbindung mit dem Kabel an beiden Enden gelöst wäre. In diesem Drahte fliesst dann der hundertste Teil des Gesamtstromes, ein in ihn eingeschaltetes widerstandsfreies Galvanometer wird also einen hundertmal so grossen Reduktionsfaktor in Bezug auf den Strom im vollen Kabel besitzen als in Bezug auf den eigenen Strom.

III. Die gemischte Schaltung von Widerständen.

34. Die Stromverteilung bei gemischter Schaltung der Widerstände. Im vorigen Abschnitte ist gezeigt worden, wie ein System von parallel geschalteten Widerständen ersetzt werden kann durch

Fig. 16.



einen einzigen Widerstand, der der Parallelschaltung völlig äquivalent ist, wenn es nur darauf ankommt, bei gegebener Spannungsdifferenz denselben Gesamtstrom zu erhalten. Die Aufgabe, die Stromverteilung in einer gemischten, aus Hinter- und Nebeneinanderschaltung von Widerständen bestehenden Schaltung zu bestimmen, lässt sich hierdurch auf den Fall der einfachen Hintereinanderschaltung zurückführen.

In dem durch die Fig. 16 gekennzeichneten Beispiele ergiebt sich die Stromverteilung folgendermassen: Die Parallelschaltungen sind zunächst durch ihre äquivalenten Widerstände zu ersetzen; die Leitungsfähigkeiten sind

$$F_a = F_2 + F_3 + F_4 \quad \text{und} \quad F_b = F_6 + F_7$$

und die gesuchten äquivalenten Widerstände

$$W_a = \frac{1}{F_a}\,\Omega \quad \text{und} \quad W_b = \frac{1}{F_b}\,\Omega.$$

Die Gesamt-Klemmenspannung sei E_o, dann ist der den Leitungskreis passierende Gesamtstrom

$$J = \frac{E_o}{W_1 + W_5 + W_8 + \dfrac{1}{F_a} + \dfrac{1}{F_b}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (18$$

Hieraus ergiebt sich die Spannungsverteilung, also auch

$$E_a = \frac{J}{F_a} \text{ und } E_b = \frac{J}{F_b}$$

und aus diesen folgen die Ströme in den einzelnen Leitungszweigen, nämlich

$$\begin{array}{l|l} J_2 = E_a\,F_2 & J_6 = E_b\,F_6 \\ J_3 = E_a\,F_3 & J_7 = E_b\,F_7 \\ J_4 = E_a\,F_4 & \end{array}$$

die Stromverteilung ist vollständig bestimmt.

IV. Die Parallelschaltung der Stromempfänger.

35. Eine Anlage, in der nur reine Parallelschaltung der Widerstände vorkommt, ist nicht wohl möglich, denn es müssten dabei die Klemmen aller Stromempfänger unmittelbar an die Klemmen des Stromerzeugers angeschlossen sein; man wird sich diesem Falle praktisch wohl nähern, ihn niemals aber ganz erreichen können.

Fig. 17.

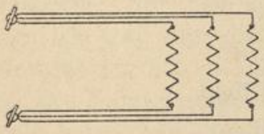
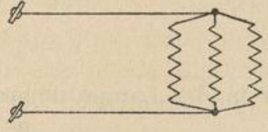


Fig. 18.



Es werden vielmehr wenigstens Zuleitungen bis zu den einzeln angeschlossenen Stromempfängern (vergl. Fig. 17) oder eine Zuleitung bis zu den Klemmen nötig sein, zwischen denen alle Stromempfänger eingeschaltet sind (vergl. Fig. 18), so dass also im ganzen immer eine gemischte Schaltung entsteht. Eine praktisch bedeutungsvolle Unterscheidung ist aber nur zu machen, insofern die Stromempfänger an sich, ohne Rücksicht auf die Zuleitungen, entweder durch Hinter- oder durch Nebeneinanderschaltung mit einander verbunden sind, oder endlich ob eine gemischte Schaltung der Stromempfänger selbst vorliegt.

Bei der Hintereinanderschaltung ist durch den Satz, dass die Reihenfolge der Widerstände willkürlich ist, die Unterscheidung, ob es sich um reine Hintereinanderschaltung der Nutzwiderstände an sich oder unter Einschluss der Leitungswiderstände handelt, ausgeschlossen. Anders ist es bei der Parallel- und der gemischten Schaltung, bei denen mehrere Fälle zu unterscheiden sind. Für die Parallelschaltung der Stromempfänger ergeben sich zwei besondere Fälle, die sich charakterisieren lassen als der Fall der einfachen Effektübertragung und der Fall der räumlichen Verteilung des Effektes.

36. Einfache Effektübertragung bei Parallelschaltung der Stromempfänger. Erklärung der experimentellen Beobachtung. Der einfachste Fall, der bei Parallelschaltung der Stromempfänger eintritt, ist der in Fig. 18 skizzierte, bei dem die Parallelschaltung mit den beiden Hälften der Zuleitung durch Hintereinanderschaltung verbunden ist. Der gesamte Leitungswiderstand wird im allgemeinen in zwei wenigstens der Länge nach gleiche Teile zerfallen, die in einer fertigen Anlage nebeneinander geführt sind. Man bezeichnet diese Teile als die positive oder negative Leitung, je nachdem sie mit dem positiven oder dem negativen Pole des Stromerzeugers verbunden sind, oder auch als Hin- und Rückleitung, wobei man den positiven Strom als massgebend für die Richtung ansieht.

Nimmt man die Zahl der Nutzwiderstände $n = 2$ und $W_1 = W_2$, so ergiebt sich der Fall, der im Experiment (vergl. § 3) dargestellt war und der nunmehr vollständig erklärt werden kann. Zuerst wurde eine Lampe eingeschaltet, die Stromstärke war also

$$J_1 = \frac{E_o}{R + W},$$

und der in der Lampe umgesetzte Effekt

$$\mathfrak{E}_1 = J_1^2 W;$$

danach wurden beide Lampen eingeschaltet. Dieselben haben als Parallelschaltung den Widerstand $\frac{W}{2}$, der Strom war also

$$J_2 = \frac{E_o}{R + \frac{W}{2}}$$

und der eine Lampe passierende Strom $= \frac{J_2}{2}$. Aus der Proportion

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{2\,R + W}{2\,(R + W)}$$

folgt, dass zwar

$$J_2 > J_1, \text{ aber } \frac{J_2}{2} < J_1.$$

Der im zweiten Falle in einer Lampe umgesetzte Effekt ist also kleiner als im ersten Falle, nämlich

$$\frac{J_2^{\,2}}{4}\,W < J_1^{\,2}\,W,$$

die Lampen müssen also dunkler brennen, wenn sie beide nebeneinander, als wenn sie allein eingeschaltet sind, wie die Beobachtung thatsächlich gezeigt hatte.

37. Der Spannungsverlust bei Parallelschaltung. Dieses Beispiel ist geeignet zu zeigen, wie bequem der Begriff des Spannungsverlustes bei Parallelschaltung der Stromempfänger ist:

Dass der Strom J_2 grösser sein muss als J_1, ist ohne weiteres klar, denn nach dem in § 31 gegebenen Satze muss der Gesamtwiderstand im zweiten Falle kleiner, der Strom also grösser sein als im ersten. Der grössere Strom J_2 giebt aber, multipliziert mit dem Leitungswiderstande R einen grösseren Spannungsverlust $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$, die an den Klemmen der Widerstände W herrschende Nutzspannung $E_N = E_o - \varepsilon$ ist also im zweiten Falle kleiner als im ersten, und der geringeren Nutzspannung muss an den gleichen Widerständen ein geringerer Effekt

$$\mathfrak{E}_2 = \frac{E_2^{\,2}}{W} < \frac{E_1^{\,2}}{W},$$

eine geringere Leuchtkraft der Lampe entsprechen.

38. Die Elastizität einer Anlage bei parallel geschalteten Nutzwiderständen. Für den einfachsten Fall der einfachen Effektübertragung lässt sich die Berechnung der Leitung in derselben Weise durchführen, wie in dem Falle der reinen Hintereinanderschaltung. Die Nutzwiderstände sind nach Spannung (die für alle dieselbe sein muss) und nach Stromstärke gegeben; es ist also auch der Gesamtstrom bekannt, den die Leitung zu führen hat, und es kann nun wie früher der Leitungsquerschnitt bei gegebenem Spannungsverluste, oder der Querschnitt, der Spannungsverlust und die Gesamtspannung unter Zugrundelegung der Bedingung mässiger Erwärmung berechnet werden, oder endlich der Spannungsverlust mit Rücksicht auf die Elastizität bestimmt und demnach der Querschnitt berechnet werden. Nur in diesem letzten Falle weicht die Berechnungsart von der bei Hintereinanderschaltung angewendeten ab.

Die Bedingung für eine möglichst hohe Elastizität der Anlage ergiebt sich folgendermassen: Verlangt wird, dass die Stromstärke in jedem Nutzwiderstande unter allen Umständen möglichst konstant bleibe. Das wird aber dann der Fall sein, wenn bei veränderlicher Stromstärke die Nutzspannung möglichst konstant bleibt, also wenn der Spannungsverlust sehr klein ist, und dieser endlich wird sehr klein bei sehr kleinem Leitungswiderstande. Es folgt also der Satz:

Die Elastizität einer Anlage mit parallelgeschalteten Stromempfängern wächst mit der Verringerung des Leitungswiderstandes.

Für einen bestimmten Spannungsverlust wird die Elastizität um so grösser sein, je grösser die Nutzspannung ist, denn um so kleiner ist dann die prozentuale Aenderung der Stromstärke.

Bei Parallelschaltung sind also die Nutzwiderstände (Nutzspannungen) möglichst gross, die Leitungswiderstände möglichst klein zu wählen, wenn die Elastizität der Leitungsanlage möglichst gross sein soll.

In diesem Ergebnis steht die Parallelschaltung der Nutzwiderstände in direktem Gegensatze zur Hintereinanderschaltung, und dieser Gegensatz ist von der grössten praktischen Bedeutung.

39. Der Spannungsverlust mit Rücksicht auf die Elastizität. Für die empfindlichsten Stromempfänger, die Glühlampen der jetzt gebräuchlichen Konstruction, war die von der Anlage zu fordernde Elastizität schon oben (vergl. § 27) vorgeschrieben: Die Schwankungen der Stromstärke im Nutzwiderstande sollen ungefähr 2% des normalen Stromes nicht überschreiten. Das heisst aber im Falle der Parallelschaltung, wo es nur eine gemeinsame Nutzspannung giebt: Die Nutzspannung darf sich höchstens um 2% ändern, wenn die Zahl der Nutzwiderstände zwischen 0 und dem Maximum schwankt, oder der Spannungsverlust darf im Falle des maximalen Stromes in der Leitung höchstens 2% der Nutzspannung betragen, Statt 2% der Nutzspannung darf man ohne merklichen Fehler auch 2% der Gesamtspannung angeben.

Hieraus ergiebt sich als allgemein gültige Grundlage zur Berechnung von Leitungen für parallel geschaltete Glühlampen der bestimmte, mit Rücksicht auf die Elastizität gewählte Spannungsverlust

$$\varepsilon = 0{,}02\, E_N.$$

40. Anlagen mit unvollkommener Elastizität. Man kann eine Leitungsanlage für einfache Effektübertragung auch so bauen, dass die vollkommene Elastizität erst an einem bestimmten Punkte P beginnt; die Leitung vom Maschinenhause bis zu diesem Punkte ist ungenügend, die Leitung von diesem Punkte aus dagegen vollkommen elastisch. Der Punkt P tritt dann an Stelle der Hauptklemmen im Maschinenhause, insofern an ihm die Spannung beobachtet und konstant gehalten wird. Das kann geschehen, indem man den Stand des Maschinisten nach dem Punkte P verlegt und hier den Nebenschlussregulator der Maschine anbringt, der durch zwei oder wenigstens eine besondere Leitung mit dem Maschinenhause verbunden sein muss. Ein anderes und bequemeres Verfahren ist das, dass man den Stand des Maschinisten nicht ändert, aber den Spannungsmesser nicht an den Hauptschienen, sondern durch zwei besondere sogenannte Spannungsleitungen oder Prüfdrähte an den Punkt P anschliesst und auf Konstanz der so beobachteten Spannung reguliert. Die Elastizität des ersten Leitungsteiles ist also durch eine besondere Art der Regulierung ersetzt worden.

41. Der Spannungsverlust als mechanisches Moment. Für alle Leitungsberechnungen, die unter Zugrundelegung des Spannungsverlustes ausgeführt werden, sind die Gleichungen

$$\varepsilon = J \cdot R, \text{ also } R = \frac{\varepsilon}{J} \cdots\cdots\cdots\cdots (19$$

und

$$\varepsilon = \frac{JL}{Q}\,\varrho, \text{ also } Q = \frac{JL}{\varepsilon}\,\varrho \cdots\cdots\cdots\cdots (20$$

massgebend. War schon früher (vergl. § 12) der Spannungsverlust ε als eine Reaktion gegen das Produkt JR aufgefasst, so gewinnt diese Auffassung für die Parallelschaltung der Nutzwiderstände — zunächst für den Fall der einfachen Effektübertragung — eine besondere Bedeutung, wenn man den Widerstand R mit dem Hebelarm, den Strom J mit der Kraft eines mechanischen Momentes vergleicht. ε ist dann das Moment, das dem ersten Momente JR das Gleichgewicht hält, etwa in Form der an demselben Hebelarm angreifenden Spannkraft einer Feder, vergl. Fig. 19; oder es ist die am Hebelarm $R = 1$ angreifende Kraft, vergl. Fig. 20. Das Produkt JR wird wegen seiner Aehnlichkeit mit einem mechanischen Momente Strommoment, der abgezweigte Strom J

Belastungsstrom oder kurz die Belastung genannt, man kann hiermit den Satz aussprechen:

Spannungsverlust und Strommoment halten einander das Gleichgewicht.

Die Aufgabe der Leitungsberechnung besteht nun darin, bei gegebener Kraft J und gegebenem Momente ε den Hebelarm R

Fig. 19.

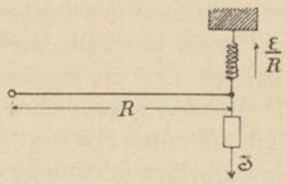
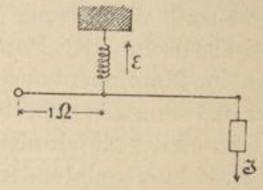


Fig. 20.



so gross zu wählen, dass das System im Gleichgewicht ist; oder es könnte auch umgekehrt bei gegebenem Hebelarm R und Moment ε das Gewicht J gesucht werden. Um den Vergleich noch weiter zu führen, kann man annehmen, dass die Kraft ε (im Falle der Fig. 20) die Feder eben bis zur Elastizitätsgrenze beanspruche. Die Grösse J darf dann den berechneten Wert, sowohl

Fig. 21.

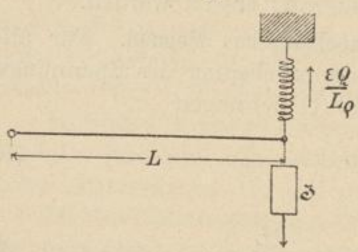
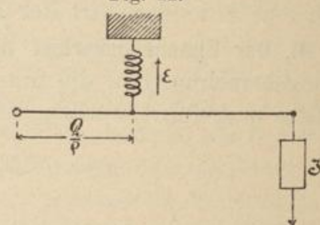


Fig. 22.



als Strom als auch als Kraft angesehen, nicht überschreiten, wenn die Leitung oder die Feder für alle Fälle genügende Elastizität behalten soll.

Im allgemeinen wird die Länge der Leitung und der spezifische Widerstand gegeben sein. Vergleicht man diese Länge direkt mit der Länge eines Hebelarmes, während J seine Bedeutung beibehält, so ergeben sich die Fig. 21 und 22. Diese letzte Darstellung hat den Vorteil, dass das mechanische System unverändert bleibt, soweit es vor der Lösung der Aufgabe gegeben ist. Die gesuchte Grösse Q ergiebt sich dann in der Weise, dass man den Angriffspunkt der Kraft ε so lange verschiebt, bis das System im Gleichgewicht ist; dann stellt die Länge des Hebelarmes von ε die Grösse $\frac{Q}{\varrho}$ dar.

Für das Moment JL hat man den Namen Meterampere eingeführt und zur Bestimmung des Leitungsquerschnittes Tabellen berechnet und Kurventafeln gezeichnet, aus denen für einen gegebenen spezifischen Widerstand der Querschnitt als Funktion der Meterampere ausgedrückt ist. Solche Tafeln haben heute unter der Herrschaft des Rechenschiebers keinen sonderlichen praktischen Wert, und es ist besser die eine Grundgleichung für Berechnung der Leitungen auf Spannungsverlust und die drei wichtigsten Zahlen der spezifischen Widerstände, für Kupfer, Eisen und Nikelin oder Konstantan (vergl. § 11), im Gedächtnis zu behalten.

42. Wahl der absoluten Höhe des Spannungsverlustes und der Nutzspannung. Das Verhältnis des Spannungsverlustes zur Nutzspannung war oben (§ 39) zu 0,02 ermittelt worden, wenn die Anlage eine unter allen Umständen genügende Elastizität besitzen soll. So lange über die absolute Höhe der Nutzspannung nichts vereinbart ist, ist also die Wahl des Spannungsverlustes nicht beschränkt, wir dürfen ε beliebig hoch annehmen und werden dadurch den Querschnitt für eine gegebene Stromstärke und eine gegebene Länge beliebig verringern können, jedenfalls bis zu der Grenze, die durch die Rücksicht auf Erwärmung oder auf mechanische Festigkeit gezogen ist. Für kleine Entfernungen wird unter diesen Umständen bei sonst gleichen Verhältnissen ein kleinerer Spannungsverlust am Platze sein als für grosse. Mit der Veränderung des Spannungsverlustes muss natürlich die Nutzspannung variieren, wenn das Verhältnis 0,02 bestehen bleiben soll.

Damit wäre aber die Nutzspannung Veränderungen unterworfen, die nicht nur — selbstverständlich — für eine bestimmte Anlage ausgeschlossen sein müssen, sondern auch unter verschiedenen Anlagen im Interesse einer einheitlichen Fabrikation unzulässig sind; und zwar handelt es sich hierbei hauptsächlich um die Fabrikation der Stromempfänger. Als massgebend für die obere Grenze müssen wir unter diesen die Glühlampen ansehen, weil deren Natur die Nutzspannung am frühesten beschränkt.

Lange Zeit hindurch war es nicht möglich, dauerhafte Glühlampen für eine höhere Spannung als rund 100 Volt fabrikmässig herzustellen. Es war noch nicht gelungen, den bei höheren Spannungen notwendigen Kohlenfäden von grösserer Länge oder kleinerem Querschnitte genügende Dauerhaftigkeit zu verleihen. Man konnte sich also bei der Wahl der Nutzspannung nicht über die eben angegebene Grenze hinaus bewegen.

Die bei Beleuchtungsanlagen in zweiter Linie wichtigen Stromempfänger sind die Bogenlampen, von denen wir schon erfahren haben, dass ihr Betrieb an eine gewisse Spannung gebunden ist, nämlich etwa 45 V für den Lichtbogen selbst und 20 V für den Vorschalt- oder Beruhigungswiderstand. Hieraus ergiebt sich als brauchbar die Spannung von 65 V. Diese Spannung ist als Betriebsspannung thatsächlich viel angewendet worden.

Für Anlagen mit grösseren Entfernungen aber wurde ein grösserer Spannungsverlust, also eine grössere Nutzspannung wünschenswert, und man ging deshalb zu der durch Hintereinanderschaltung von zwei Bogenlampen gegebenen Spannung von $2 \cdot 45 + 20 = 110$ V über, die für die Glühlampen, dem Stande der Fabrikation entsprechend, noch eben zulässig war. Erst in jüngster Zeit hat man mit zunehmender Vervollkommnung der Glühlampenfabrikation auch diese Spannung öfters überschritten und ist zu 150 V oder sogar 200 und 220 V übergegangen, womit dann die Hintereinanderschaltung von drei und vier Bogenlampen verbunden ist. (Der Spannungsverlust der Vorschaltung kann bei Hintereinanderschaltung mehrerer Bogenlampen kleiner als 20 V genommen werden, weil die Bogenlampen selbst die Aufgabe des Beruhigungswiderstandes für einander übernehmen.) Die Spannung von 110 V ist aber noch bei weitem am meisten angewendet; wir wollen deshalb in den praktischen Beispielen auch dieser Zahl am meisten Beachtung schenken.

Bei einer Anlage von 110 V Betriebsspannung wird demnach, wenn ihre Leitungen auf Elastizität berechnet werden sollen, der Spannungsverlust

$$\varepsilon = 0{,}02 \cdot 110 = 2{,}2 \text{ V}$$

nicht überschritten werden dürfen*).

43. Berechnung einer Leitung. Die oben (vergl. § 30) geschilderte Schwierigkeit des Problems der Leitungsberechnung ist für den Fall der einfachen Effektübertragung, wie wir nun leicht erkennen können, überwunden: Bekannt sind für jeden Nutzwiderstand die Werte von Spannung und Strom, die zum normalen Funktionieren derselben nötig sind, also ist auch in der Summe dieser Ströme der Strom, den die Leitung zu führen hat, bekannt.

---

*) Die neueren Glühlampen für höhere Spannungen scheinen grössere Spannungsschwankungen als 2% zu vertragen, ohne dass die Lichtschwankungen störend würden. Die Ausführungen des § 42 bedürfen infolge der neuesten Fortschritte in der Konstruction der Bogenlampen einer Ergänzung: Die Bogenlampen mit luftdicht abgeschlossenem Lichtbogen haben an ihren Klemmen eine Spannung von ungefähr 76 V, so dass sie unter Vorschaltung eines Beruhigungswiderstandes für 34 V bei Anlagen von 110 V einzeln verwendet werden können. Vergl. Wedding, *E T Z* 1897, Seite 763.

In der Gleichung

$$J = \frac{E_N + JR}{R + W} = \frac{E_o}{R + W},$$

in der R den Leitungswiderstand und W den den parallelen Widerständen äquivalenten Widerstand bedeuten, sind demnach alle Grössen bis auf R gegeben; es kann also diese Grösse oder der Leitungsquerschnitt bei gegebener Länge berechnet werden.

Die Berechnung mit Hilfe dieser Formel wäre zu umständlich; viel einfacher gestaltet sie sich, wenn man berücksichtigt, dass auch der Spannungsverlust als bestimmter Bruchteil der gegebenen Nutzspannung bekannt ist und damit dieselben Grössen zur Berechnung der Leitung zur Verfügung stehen, wie oben bei dem Falle der einfachen Hintereinanderschaltung (§ 23 u. 24).

Sind z. B. 30 Glühlampen von 0,5 Amp und 110 Volt in einer Entfernung von 80 m vom Maschinenhause zu installieren, so muss die Leitung, wenn die Lampen normal brennen sollen, ein Strom von 15 Amp durchfliessen, der Querschnitt der aus Kupfer herzustellenden Leitung muss also nach Formel (20)

$$Q = \frac{30 \cdot 0{,}5 \cdot 160}{2{,}2} \cdot 0{,}0175 = 19{,}1 \text{ mm}^2$$

betragen. Da die Stromstärke mit Rücksicht auf Erwärmung 49 Amp betragen dürfte, so ist der berechnete Querschnitt annehmbar. Diese mit Rücksicht auf Elastizität berechnete Leitung ist also praktisch sehr wohl ausführbar.

44. Die Länge normal erwärmter Leitungen bei vorgeschriebenem Spannungsverlust. Die auf derselben Grundlage der Elastizität bei Hintereinanderschaltung ausgeführte Berechnung hatte zu praktischen Unmöglichkeiten geführt, und aus dem dortigen Beispiele war leicht der allgemeine Schluss zu ziehen, dass die Hintereinanderschaltung bei Anlagen, von denen eine grosse Elastizität verlangt wird, praktisch nicht anwendbar sei. Wie weit das eben behandelte Beispiel für die Parallelschaltung typisch ist, also ob allgemein die Berechnung auf Elastizität bei Parallelschaltung der Stromempfänger zu Ergebnissen führt, die praktisch unmittelbar verwertbar sind, wird man leicht auf folgende Weise ermitteln können:

Für eine gegebene Stromstärke ist durch die Rücksicht auf Erwärmung ein bestimmter Durchmesser oder Querschnitt, der nicht unterschritten werden darf, vorgeschrieben. Wählt man diesen Querschnitt für den gegebenen Strom, so wird sich eine bestimmte Länge der Leitung ergeben, bei der der maximal zulässige Spannungsverlust ε erreicht ist, und es ist nun die Frage, ob diese Längen von der Grösse sind, dass die praktisch vorkommenden Längen in ihren Bereich fallen.

Es ist also die Beziehung

$$J = 4{,}5\ D^{3/2} = 5{,}38\ Q^{3/4}$$

in die Gleichung

$$L = \frac{Q}{J} \frac{\varepsilon}{\varrho}$$

einzuführen. Das giebt

$$L = 0{,}175 \frac{\varepsilon}{\varrho} \sqrt{D} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \text{(21}$$

oder

$$L = 0{,}186 \frac{\varepsilon}{\varrho} \sqrt[4]{Q} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \text{(22}$$

Ist $\varrho = 0{,}0175$ und $\varepsilon = 2{,}2$ V, so ergiebt sich beispielsweise

für $D = 1$ mm oder $J = 4{,}5$ Amp die Länge zu $L = 22$ m
" $D = 4$ " " $J = 36$ " " " " $L = 44$ "
" $D = 8$ " " $J = 102$ " " " " $L = 62$ "
u. s. f.

Wir erreichen also thatsächlich praktisch vorkommende Längen. Gleichzeitig aber folgt aus der Betrachtung, dass in Leitungen, die bei einer Nutzspannung von 110 Volt auf Elastizität berechnet sind, in sehr vielen Fällen die zulässige Erwärmung nicht erreicht wird. Sie wird nämlich nicht erreicht in allen Fällen, in denen die Ströme auf eine grössere als die angegebene Länge fortgeleitet werden sollen, sie würde dagegen überschritten, wenn die Länge geringer wäre. In diesem letzten Falle muss also eine Erhöhung des Leitungsquerschnittes wegen der Erwärmung vorgenommen werden, so dass der Spannungsverlust geringer wird als der mit Rücksicht auf Elastizität zulässige.

45. Allgemeine Vergleichung der Hintereinander- und der Parallelschaltung der Stromempfänger. Eine Vergleichung der beiden Schaltungsarten wird noch mehr die Gründe erkennen lassen, weshalb die Parallelschaltung von grösserer praktischer Bedeutung ist als die Hintereinanderschaltung. Um die Vergleichung aber zu vervollständigen, soll sie nicht nur auf diesen Zweck beschränkt bleiben, sondern es sollen allgemein die wichtigsten Unterschiede einander gegenüber gestellt werden. Für die Hintereinanderschaltung gilt das Schema der Fig. 23 oder, mit Rücksicht auf den Satz, dass die Reihenfolge der Widerstände willkürlich ist, der Fig. 24; für die Parallelschaltung gilt Fig. 25.

Hintereinanderschaltung.

Fig. 23.

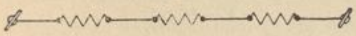
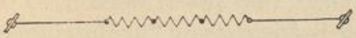


Fig. 24.



1. Alle Stromempfänger durchfliesst ein und derselbe Strom, aber jeder hat eine andere Klemmenspannung.

2. Die Gesamtspannung ist gleich der Summe der einzelnen Klemmenspannungen.

$$E_g = \Sigma E$$

3. Dem Projekte einer Anlage muss ein bestimmter Betriebsstrom zu Grunde gelegt werden.

4. Der Effekt in den einzelnen Stromempfängern ist proportional der Klemmenspannung

$$\mathfrak{E}_1 : \mathfrak{E}_2 = E_1 : E_2$$

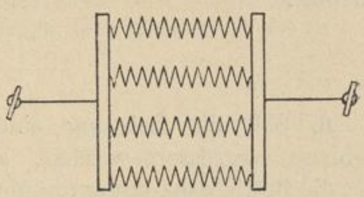
und proportional dem Widerstande

$$\mathfrak{E}_1 : \mathfrak{E}_2 = W_1 : W_2$$

5. Wird ein Galvanometer mit irgend einer Kombination von Widerständen durch Hintereinanderschaltung verbunden, so können seine Ausschläge als Mass für den die Widerstände durchfliessenden Strom benutzt werden. Damit ein solcher Strommesser möglichst wenig Effekt verbrauche, ist sein Widerstand so klein als möglich zu machen, denn der Effekt ist

Parallelschaltung.

Fig. 25.



1. Alle Stromempfänger haben dieselbe Klemmenspannung, aber jeden durchfliesst ein anderer Strom.

2. Der Gesamtstrom ist gleich der Summe der einzelnen Ströme

$$J_g = \Sigma J.$$

3. Dem Projekte einer Anlage muss eine bestimmte Betriebsspannung zu Grunde gelegt werden.

4. Der Effekt in den einzelnen Stromempfängern ist proportional der Stromstärke

$$\mathfrak{E}_1 : \mathfrak{E}_2 = J_1 : J_2$$

und umgekehrt proportional dem Widerstande

$$\mathfrak{E}_1 : \mathfrak{E}_2 = W_2 : W_1$$

5. Wird ein Galvanometer an die Klemmen irgend einer Kombination von Widerständen gelegt, so können seine Ausschläge, die zunächst nur ein Mass für den das Instrument durchfliessenden Strom sind, als Mass für die Spannung an den Klemmen der Widerstandskombination benutzt werden. Damit ein solcher Spannungsmesser möglichst wenig Effekt verbrauche, ist sein Wider-

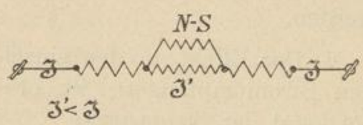
$$\mathfrak{E} = J^2 \cdot W$$

und der Strom eine gegebene Grösse.

6. Soll die Leistung einer Anlage vergrössert werden, so ist die Betriebsspannung (im Maschinenhause) zu erhöhen.

7. Soll ein Stromempfänger von anderem Stromverbrauch eingeschaltet werden, so kann dies geschehen, wenn der Strom kleiner ist als der Betriebsstrom der Anlage, und zwar mit Hilfe einer an den betreffenden Stromempfänger angelegten Nebenschliessung (*N-S* in Fig. 26).

Fig. 26.



8. Die Ausschaltung eines Stromempfängers muss durch Kurzschliessung seiner Klemmen erfolgen.

9. Die Unterbrechung eines Stromempfängers setzt die ganze Anlage ausser Betrieb, denn der Strom wird = 0. Der Kurzschluss eines Stromempfängers aber ist auf die übrigen Stromempfänger bei einer auf Elastizität berechneten Anlage ohne Einfluss. Die Anlage ist also besonders vor Unterbrechung zu schützen.

stand so gross als möglich zu machen, denn der Effekt ist

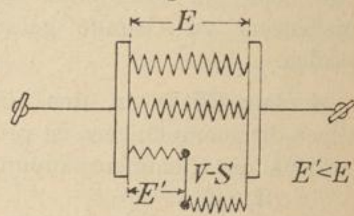
$$\mathfrak{E} = \frac{E^2}{W}$$

und die Spannung eine gegebene Grösse.

6. Soll die Leistung einer Anlage vergrössert werden, so ist der Betriebsstrom (im Maschinenhause) zu vergrössern.

7. Soll ein Stromempfänger von anderer Klemmenspannung eingeschaltet werden, so kann dies geschehen, wenn seine Klemmenspannung kleiner ist als die Betriebsspannung, und zwar mit Hilfe einer vor den Stromempfänger gelegten Vorschaltung (*V-S* in Fig. 27).

Fig. 27.



8. Die Ausschaltung eines Stromempfängers muss durch Unterbrechung erfolgen.

9. Der Kurzschluss eines Stromempfängers setzt die ganze Anlage ausser Betrieb, denn die Spannung wird = 0. Die Unterbrechung eines Stromempfängers aber ist für die übrigen Stromempfänger bei einer auf Elastizität berechneten Anlage ohne Einfluss. Die Anlage ist also besonders vor Kurzschluss zu schützen.

10. Die Spannungsdifferenz an der Unterbrechungsstelle, also auch zwischen je zwei beliebigen Punkten der beiden getrennten Leitungsteile, nimmt einen sehr grossen Wert, den der Gesamtspannung, an.

11. Diesen Umstand benützt man, um bei Unterbrechung eines Stromempfängers die Anlage in Betrieb zu erhalten: Zu jedem Stromempfänger wird (vgl. Fig. 28) eine Vorrichtung parallel geschaltet, die in einer gegen eine Metallklemme drückende Feder *F* besteht. Zwischen der Feder und der Klemme liegt aber ein schwaches isolierendes Blatt *B*, das der geringen normalen Nutzspannung widersteht, bei Auftreten der Gesamtspannung aber durchbrochen wird, wodurch der den Betrieb der Anlage störende Stromempfänger kurzgeschlossen und der normale Strom für die übrigen Stromempfänger wieder hergestellt wird.

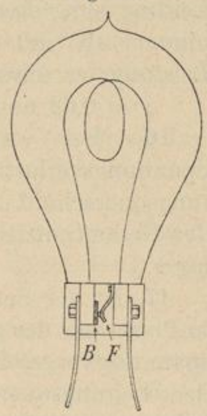
12. Die Elastizität einer Anlage wächst mit Zunahme des Leitungs- und mit Abnahme des Nutzwiderstandes.

13. Soll die Anlage für gewöhnliche Glühlampen elastisch genug sein, so muss der Leitungswiderstand mindestens 98 % des Gesamtwiderstands ausmachen, der Effektverlust also 98 % des Gesamteffektes betragen.

14. Der Verlust durch Erwärmung der Leitung einer be-

10. Der Strom an der Kurzschlussstelle, also auch der Gesamtstrom in der Leitung nimmt einen sehr grossen Wert an.

Fig. 28.



11. Diesen Umstand benützt man, um bei Kurzschluss eines Stromempfängers die Anlage in Betrieb zu erhalten: Vor jeden Stromempfänger oder eine Gruppe derselben wird eine Bleisicherung vorgeschaltet, die bei Kurzschluss abschmilzt, wodurch der den Betrieb der Anlage beeinträchtigende Stromempfänger unterbrochen und die normale Klemmenspannung für die übrigen Stromempfänger wieder hergestellt wird.

12. Die Elastizität einer Anlage wächst mit Abnahme des Leitungs- und mit Zunahme des Nutzwiderstandes.

13. Soll die Anlage für gewöhnliche Glühlampen elastisch genug sein, so darf der Leitungswiderstand (Spannungsverlust) höchstens 2 % des Gesamtwiderstandes (Gesamtspannung) ausmachen, der Effektverlust darf also höchstens 2 % des Gesamteffektes betragen.

14. Der Verlust durch Erwärmung der Leitung einer be-

stimmten Anlage bleibt unter allen Umständen bei jeder beliebigen Nutzleistung derselbe.

15. Der Wirkungsgrad der Leitung einer elastischen Anlage nimmt ab mit abnehmender Leistung, er schwankt zwischen $\gamma = 0{,}02$ und $\gamma = 0$*)

16. Bei vorgeschriebenem Spannungsverlust ist der Leitungsquerschnitt unabhängig von der Gesamtnutzleistung der Anlage.

17. Ist der Spannungsverlust in Prozenten der gesamten Nutzspannung vorgeschrieben, so wird der Leitungsquerschnitt umgekehrt proportional der Nutzspannung, also auch umgekehrt proportional der Gesamtnutzleistung der Anlage.

stimmten Anlage nimmt ab (im Quadrate) mit abnehmender Stromstärke, also abnehmender Nutzleistung.

15. Der Wirkungsgrad der Leitung einer elastischen Anlage nimmt zu mit abnehmender Leistung, er schwankt zwischen $\gamma = 0{,}98$ und $\gamma = 1{,}00$

16. Bei vorgeschriebenem Spannungsverlust ist der Leitungsquerschnitt proportional der Gesamtnutzleistung der Anlage.

17. Ist der Spannungsverlust in Prozenten der gesamten Nutzspannung vorgeschrieben, so ändert sich der Leitungsquerschnitt, verglichen mit dem vorigen Falle (16) nicht, bleibt also proportional der Gesamtnutzleistung.

Das Ergebnis, das bei der vergleichenden Beurteilung der beiden Schaltungsarten in die Augen springt, ist das aus den Sätzen 13 bis 15 abzuleitende: dass die Hintereinanderschaltung zu verwerfen ist, wenn es sich darum handelt, eine Anlage zu bauen, die eine hohe Elastizität besitzt, also z. B. eine Anlage deren Stromempfänger, wenn auch nur zum Teil, aus Glühlampen bestehen, dass dagegen die Parallelschaltung in diesem Falle sehr wohl am Platze ist.

Es ist zur Unterstützung dieser Entscheidung noch an die Thatsache zu erinnern, dass die Berechnung auf Elastizität bei Anlagen in Hintereinanderschaltung zu so kleinen Querschnitten geführt hatte, dass eine Vergrösserung schon mit Rücksicht auf mechanische Festigkeit notwendig war, geschweige denn, dass der Querschnitt den durch die Rücksicht auf Erwärmung gestellten Bedingungen genügt hätte. Bei Parallelschaltung dagegen ergab die Berechnung auf Elastizität im allgemeinen derartige Quer-

*) In dem Beispiele (§ 27) wurde der Wirkungsgrad etwas grösser als 0,02 weil nicht vollkommene Elastizität zwischen dem maximalen Nutzeffekt und dem Nutzeffekt 0 angenommen, sondern die geringere Elastizität bei Aenderung des Nutzeffektes im Verhältnis 20 : 1 zu Grunde gelegt war.

schnitte, dass einerseits die Erwärmung in den zulässigen Grenzen blieb, dass aber andererseits auch nicht ein starkes Missverhältnis zwischen der auf Elastizität und der auf Erwärmung berechneten Leitung festzustellen gewesen wäre. Hierzu kommt, das in solchen Fällen, in denen der Querschnitt wegen der Erwärmung vergrössert werden muss, hiermit bei Anlagen in Parallelschaltung gleichzeitig wenigstens der Vorteil einer höheren Elastizität gewonnen wird, während bei der Reihenschaltung das Umgekehrte eintritt. Es ergiebt sich also der Satz:

Bei Anlagen, die elastisch sein sollen, insbesondere bei Anlagen mit Glühlampen, ist die Parallelschaltung der Stromempfänger zu wählen.

Zu einer andern Entscheidung müssen dagegen die Punkte 16 und 17 der Vergleichung führen. Zur näheren Erläuterung dieser Punkte diene folgendes Beispiel:

Der Spannungsverlust ε sei durch irgend einen Umstand vorgeschrieben und es soll die Frage entschieden werden, ob in einem bestimmten Falle, also bei gegebener Länge der Leitung, Hintereinander- oder Parallelschaltung der Stromempfänger gewählt werden soll; die Stromempfänger seien einander gleich und nach Nutzspannung E_N und Stromverbrauch J vollkommen gegeben. Die Zahl der gleichen Stromempfänger sei n. Für Hintereinanderschaltung ergiebt sich dann der Querschnitt

$$Q_h = \frac{JL}{\varepsilon}\,\varrho,$$

für Parallelschaltung dagegen

$$Q_p = \frac{nJL}{\varepsilon}\,\varrho,$$

also der $n$fache Querschnitt.

Ist dagegen der Spannungsverlust in Prozenten der Nutzspannung vorgeschrieben, so wird er bei Hintereinanderschaltung $n$mal so hoch sein als bei Parallelschaltung, und es ergiebt sich

$$Q_p = n^2\,Q_h \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (23$$

Da also, wo die Elastizität der Anlage keine Rolle spielt, ist die Hintereinanderschaltung unter den angenommenen Umständen vorzuziehen. Dieser Fall kann aber jedenfalls nur dann in Frage kommen, wenn die Leitungslängen sehr gross sind, denn nur dann wird bei Hintereinanderschaltung die Berechnung Querschnitte ergeben, die so gross sind, dass die mechanische Festigkeit gross genug und die Erwärmung mässig ist.

Unberücksichtigt gelassen ist im Beispiele, dass man eine Erhöhung der Spannung auf das $n$fache nicht so ohne weiteres wird vornehmen dürfen oder wollen, dass vielmehr in dieser Beziehung sehr bald Grenzen aus anderen Gründen gezogen sind. Aber trotzdem bleibt das Ergebnis dieser Betrachtung der Satz:

Bei grossen Leitungslängen ist da, wo die Elastizität der Anlage nicht in Frage kommt, die Reihenschaltung der Stromempfänger zu wählen.

46. Der Vorteil hoher Spannungen. Dass es von Vorteil ist, die Betriebsspannungen so hoch als möglich zu wählen, war schon oben (§ 42) gefolgert worden, wo gezeigt war, dass proportional mit der Zunahme der Spannung der Leitungsquerschnitt abnimmt. Die soeben angestellte Betrachtung muss uns veranlassen, dieses Ergebnis zu ergänzen, denn wir werden durch sie darauf aufmerksam gemacht, dass mit der Erhöhung der Nutzspannung eine Abnahme des Nutzstromes Hand in Hand geht und dass infolge dessen unter der Voraussetzung eines bestimmten Nutzeffektes*) der Leitungsquerschnitt schon unter Annahme eines seiner absoluten Höhe nach bestimmten Spannungsverlustes umgekehrt proportional der Spannung sein muss.

Ist nämlich der Spannungsverlust ε und der Nutzeffekt $\mathfrak{E}$ vorgeschrieben, so wird nach der Gleichung

$$Q = \frac{J\,L}{\varepsilon}\,\varrho$$

der Querschnitt abhängig von dem Faktor J des Effektes $\mathfrak{E} = E \cdot J$, nämlich

$$Q = \frac{\mathfrak{E} \cdot L}{\varepsilon \cdot E}\,\varrho,$$

also ist der Querschnitt umgekehrt proportional der Spannung E.

Ist nun aber der Spannungsverlust in Prozenten der Spannung E gegeben, nämlich $\varepsilon = 10^{-2} \cdot p\,E$, so ergiebt sich

$$Q = \frac{\mathfrak{E}\,L}{10^{-2}\,p\,E^2}\,\varrho \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (24$$

Der Querschnitt ist also umgekehrt proportional dem Quadrate der Nutzspannung. Der Vorteil ist also thatsächlich viel grösser, als es nach den Ausführungen des Paragraphen 42 zu sein schien.

Da es nun oft nicht so sehr auf eine Verringerung des Querschnittes bei gegebener Länge (denn hier kann, wie gezeigt wurde, aus andern Gründen doch sehr bald eine Grenze erreicht sein), sondern

*) Mit dem Worte Nutzeffekt ist durchgängig, der eigentlichen Bedeutung des Wortes entsprechend, ein nützlicher Effekt, niemals ein Wirkungsgrad bezeichnet worden.

vielmehr auf eine Ausdehnung der unter Zugrundelegung eines bestimmten prozentualen Spannungsverlustes erreichbaren Leitungslänge L ankommt, so ist es besser das Ergebnis in der Form

$$L = \frac{10^{-2}\, p\, Q}{\mathfrak{E} \cdot \varrho} E^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (25$$

auszudrücken und demgemäss in dem Satze auszusprechen:

Die Entfernung, auf die ein bestimmter Effekt mit einer Leitung von gegebenem Querschnitte und unter gegebenem prozentualen Spannungsverluste übertragen werden kann, wächst proportional dem Quadrate der Spannung.

Der in den Leitungen auftretende Effektverlust ist unter denselben Verhältnissen nicht abhängig von der Spannung, denn es ist

$$\varepsilon = 10^{-2}\, p\, E$$

und

$$J = \frac{\mathfrak{E}}{E},$$

demnach wird der Effektverlust in der Leitung, nämlich

$$\mathfrak{E}_v = J^2 R = \varepsilon J,$$

durch Einsetzung der beiden obigen Werte

$$\mathfrak{E}_v = 10^{-2}\, p\, \mathfrak{E} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (26$$

Der Effektverlust ist also z. B. bei einer elastischen Glühlichtleitung bei allen Spannungen gleich 2 % des Nutzeffektes.

Multipliziert man beide Seiten der Gleichung (24) mit L, so ergiebt sich

$$M = \frac{\mathfrak{E}\, L^2}{10^{-2}\, p\, E^2} \varrho, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (27$$

wo M die Menge des aufgewandten Leitungsmetalles bedeutet, und es folgt hieraus

$$L = \frac{1}{10} \sqrt{\frac{p\, M}{\mathfrak{E}\, \varrho}}\, E, \quad \ldots\ldots\ldots (28a$$

oder

$$L = \text{const. } E, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (28b$$

wenn M, p und $\mathfrak{E}$ konstant sind, d. h.: die Entfernung, auf die ein bestimmter Effekt mit einer gegebenen Kupfermenge bei gegebenem prozentualem Spannungsverlust übertragen werden kann, wächst proportional mit der Spannung.

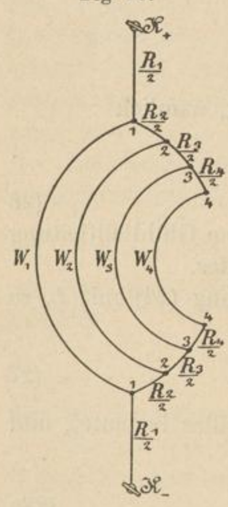
Die elastischen Gleichstromleitungen.

I. Theorie der offenen Leitungen.

Grundlagen.

47. Unter elastischen Leitungen sollen nach § 26 Leitungen verstanden werden, die so bemessen sind, dass das Funktionieren keines, auch nicht des empfindlichsten der an sie angeschlossenen Stromempfänger merklich beeinträchtigt wird, wie auch die Zahl der Stromempfänger (innerhalb der überhaupt möglichen Grenzen) geändert werden mag. Nach § 44 kann für Anlagen, bei denen Elastizität von den Leitungen verlangt wird, nur die Parallelschaltung der Stromempfänger in Betracht kommen.

Fig. 29.



Diese Schaltung setzt im allgemeinen, nämlich immer, wenn die Leitungswiderstände mit in Rücksicht gezogen werden, die gemischte Schaltung von Widerständen voraus.

48. Die Stromverteilung bei der gemischten Schaltung der Widerstände, allgemein behandelt. Ein komplizierterer Fall der gemischten Schaltung der Widerstände ist der in Fig. 29 abgebildete: Von den beiden Hauptklemmen aus führt je ein Widerstand $^1/_2\, R_1$ zu den Punkten 1, von denen aus sich zwei Widerstände verzweigen, nämlich auf der einen Seite der einfache Widerstand W_1, der beide Punkte 1 miteinander verbindet, auf der andern die Widerstände $^1/_2\, R_2$, die zu den Punkten 2 führen. Von diesen Punkten aus findet eine ganz gleiche Verzweigung statt, wie vorhin bei den Punkten 1; auf der rechten Seite kommt man also zu den Punkten 3, und so setzt sich die Verzweigung beliebig weit fort: Jeder Punkt ist durch einen Widerstand $^1/_2\, R$ mit dem vorhergehenden Verzweigungspunkte verbunden und bildet selbst den Ausgangspunkt einer neuen parallelen Verzweigung.

Um die Stromverteilung in diesem Falle zu ermitteln, ist derselbe Weg einzuschlagen, der schon früher mit Vorteil benutzt worden ist: Es ist für jede Parallelschaltung der äquivalente Widerstand aufzusuchen, dieser zum vorgeschalteten Widerstande R zu addieren und so fortzufahren, bis der der Gesamtschaltung äquivalente Widerstand gefunden ist, der als Divisor des Dividenden E, nämlich der Klemmenspannung zwischen K_+ und K_-, den Gesamtstrom ergiebt. Ist dieser bekannt, so können leicht die einzelnen Ströme bestimmt werden.

Wir beginnen mit der Verzweigung zwischen den Punkten 3. Die äquivalente Leitungsfähigkeit ist

$$= \frac{1}{W_3} + \frac{1}{R_4 + W_4}\,.$$

der äquivalente Widerstand also der reciproke Wert hiervon, nämlich

$$= \frac{1}{\dfrac{1}{W_3} + \dfrac{1}{R_4 + W_4}},$$

Ist dieser Widerstand an Stelle der Parallelschaltung von W_3 mit $R_4 + W_4$ gesetzt, so kann man nach genau demselben Verfahren die Parallelschaltung zwischen den Punkten 2 durch einen äquivalenten Widerstand ersetzen. Es ist zunächst die äquivalente Leitungsfähigkeit zwischen diesen Punkten

$$= \frac{1}{W_2} + \frac{1}{R_3 + \dfrac{1}{\dfrac{1}{W_3} + \dfrac{1}{R_4 + W_4}}}$$

also der äquivalente Widerstand der reciproke Wert hiervon, und es ergiebt sich schliesslich als der der Gesamtschaltung äquivalente Widerstand der Kettenbruch

$$R_g = R_1 + \frac{1}{\dfrac{1}{W_1} + \dfrac{1}{R_2 + \dfrac{1}{\dfrac{1}{W_2} + \dfrac{1}{R_3 + \dfrac{1}{\dfrac{1}{W_3} + \dfrac{1}{R_4 + W_4}}}}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1a$$

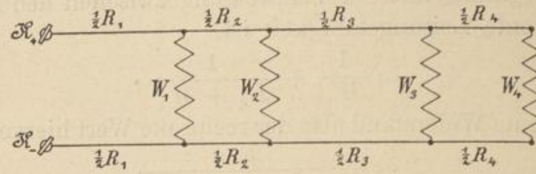
Der in R_1 fliessende Gesamtstrom ist also

$$J_{R\,1} = \frac{E}{R_g}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1b$$

dieser teilt sich in den Punkten 1 proportional der Leitungsfähigkeit $\frac{1}{W_1}$ und der oben ermittelten äquivalenten Leitungsfähigkeit der rechtsliegenden Verzweigung. So wird man fortschreitend die einzelnen Ströme in allen Widerständen ermitteln können.

49. Die räumliche Effektverteilung bei Parallelschaltung der Stromempfänger. Der einfache Leitungsstrang. Der behandelte Fall hat nun eine grosse praktische Bedeutung, denn sobald man — wie es durch die Bezeichnungen der einzelnen Widerstände von vornherein angedeutet war — die R zu Leitungs-, die W zu Nutzwiderständen werden lässt, so erhält man den in Fig. 30 dar-

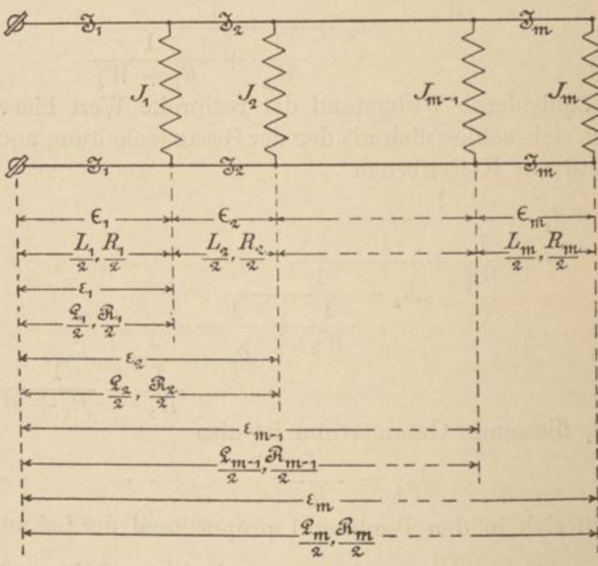
Fig. 30.



gestellten einfachen Leitungsstrang mit parallel geschalteten Stromempfängern, die aber räumlich auf eine gewisse Strecke verteilt sind, während in dem in § 36 zuerst behandelten Falle alle Stromempfänger von denselben Punkten abgezweigt waren.

Für die späteren Betrachtungen sollen folgende Bezeichnungen eingeführt werden: Der in einem Stromempfänger fliessende, von

Fig. 31.



der Leitung abgezweigte oder Abzweigstrom (Belastungsstrom) werde mit J bezeichnet, der in einem Leitungsstück fliessende Strom — ein Leitungsstrom — dagegen mit $\mathfrak{J}$. Ferner soll unterschieden werden, ob der Widerstand und die Längen der Leitungen zwischen je zwei Anschlussstellen von Stromempfängern oder von den Hauptklemmen K_+ und K_- aus bis zu einer Anschlussstelle gemessen sind; im ersteren Falle soll das Zeichen R, im zweiten das Zeichen $\mathfrak{R}$ angewendet werden. In analoger Weise sollen die Spannungsverluste ϵ und ε unterschieden werden; ϵ gilt für die Verluste von Abzweigstelle zu Abzweigstelle, ε für die von den Hauptklemmen aus gemessenen Verluste. Ausserdem soll bis auf weiteres durchweg angenommen werden, dass je zwei zusammengehörige Widerstände R oder $\mathfrak{R}$ einander nach Grösse und Querschnitt gleich seien, d. h. also, dass auf den positiven und den negativen Teil der Leitung in allen Fällen ein gleicher Widerstand von gleichem Querschnitt falle. Die Bezeichnungen sind in Fig. 31 zusammengestellt. Es ergeben sich hieraus die Beziehungen

$$\left.\begin{array}{ll|l}
 & \mathfrak{J}_1 = \sum\limits_1^m{}^\nu J_\nu & \mathfrak{R}_1 = R_1 \\
 & \mathfrak{J}_2 = \sum\limits_2^m{}^\nu J_\nu & \mathfrak{R}_2 = \sum\limits_1^2{}^\nu R_\nu \\
 & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\
 & \mathfrak{J}_m = J_m & \mathfrak{R}_m = \sum\limits_1^m{}^\nu R_\nu \\
\text{ebenso} & & \\
 & \mathfrak{L}_1 = L_1 & \varepsilon_1 = \epsilon_1 \\
 & \mathfrak{L}_2 = \sum\limits_1^2{}^\nu L_\nu & \varepsilon_2 = \sum\limits_1^2{}^\nu \epsilon_\nu \\
 & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\
 & \mathfrak{L}_m = \sum\limits_1^m{}^\nu L_\nu & \varepsilon_m = \sum\limits_1^m{}^\nu \epsilon_\nu
\end{array}\right\} \quad \dots\dots (2$$

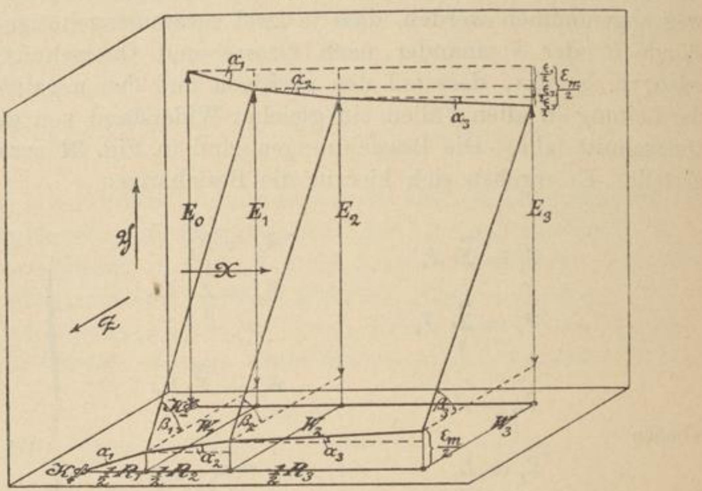
50. Die Spannungsverteilung bei räumlich verteilten parallel geschalteten Stromempfängern. Die Spannungsverteilung ist nach Feststellung der Stromverteilung sehr einfach zu ermitteln: Von der Gesamtklemmenspannung hat man das Produkt $\mathfrak{J}_1 R_1$ abzuziehen und man erhält die Nutzspannung E_1 am Nutzwiderstande W_1; diese vermindert um $\mathfrak{J}_2 R_2$ liefert E_2 u. s. f. Es herrscht also an den Klemmen aller Stromempfänger offenbar eine andere Nutzspannung; die Nutzspannung nimmt ab, je weiter man sich von den Hauptklemmen entfernt, und ist an den Klemmen des äussersten Stromempfängers am geringsten. Nennt man wie früher die Differenz zwischen der Nutzspannung und der Gesamtspannung (entsprechend dem Widerstande $\mathfrak{R}$) oder zwischen zwei Nutzspannungen (entsprechend dem Widerstande R) den Spannungsverlust, so ergeben sich die in Fig. 31 eingeschriebenen Beziehungen zwischen ε und ϵ, von denen die letzte, nämlich

$$\varepsilon_m = \Sigma \epsilon = \Sigma \mathfrak{J} R \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (3$$

besonders hervorgehoben werden soll.

Zu einer anschaulichen Darstellung der Spannungsverteilung gelangt man durch die folgende räumliche Figur (Fig. 32): Die

Fig. 32.



Nutzwiderstände W seien in der Richtung der Z-Achse, die Leitungswiderstände R in der Richtung der X-Achse aufgetragen, so dass das ganze Bild der Leitungs- und Nutzwiderstände, im Widerstandsmassstabe gezeichnet, in der (horizontalen) X-Z-Ebene liegt. Die Spannungsdifferenzen, die von der Hauptklemme K_+ an gemessen sind, sind in der Richtung der Y-Achse aufgetragen. Sie steigen in K_+ von Null aus, zunächst den Spannungsverlusten entsprechend, unter den Neigungen α_1, α_2, α_3 bis zum Betrage $\frac{\varepsilon_m}{2}$ an, erheben sich über dem Nutzwiderstande W_3 unter der Neigung β_3 bis zum Werte $E_3 + \frac{\varepsilon_m}{2}$ und steigen schliesslich über der Linie des negativen Leitungswiderstandes bis zum Maximalwerte E_o, der über der Klemme K_- erreicht ist. Die Kurven der Spannungsdifferenzen über den Widerständen W_1 und W_2 ergeben sich dann von selbst. Die Nutzwiderstände W sind zunächst einander gleich angenommen. Die perspektivische Verkürzung in der Figur ist als sehr stark anzusehen, so dass die Strecken W sehr gross und die Winkel α jedenfalls grösser werden als die Winkel β mit demselben Index. Denn es ist

$$\operatorname{tg} \alpha_\nu = \frac{\frac{\epsilon_\nu}{2}}{\frac{R}{2}} = \mathfrak{J}_\nu$$

und

$$\operatorname{tg} \beta_\nu = \frac{E_\nu}{W_\nu} = J_\nu;$$

und da im allgemeinen

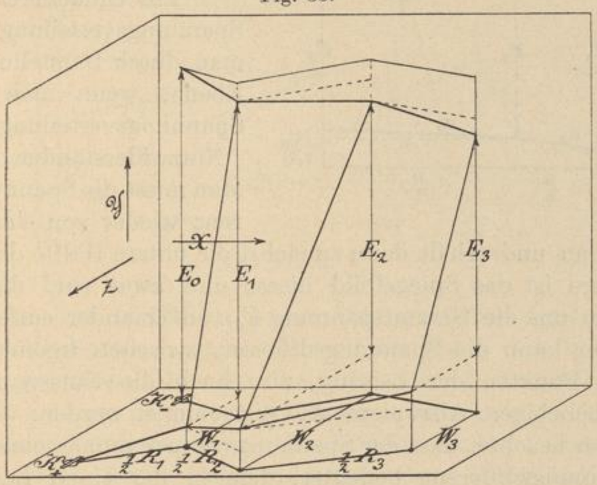
$$\mathfrak{J}_\nu > J_\nu,$$

so muss

$$\alpha_\nu > \beta_\nu$$

sein. Nur für $\nu = m$ tritt Gleichheit der Ströme und Winkel ein.

Fig. 33.



Ausserdem muss sein

$$\alpha_\nu > \alpha_{\nu+1}$$

da die Leitungsströme mit wachsendem ν abnehmen müssen, und zwar ist

$$\operatorname{tg} \alpha_\nu = \sum_{\nu+1}^{m} \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta_\nu.$$

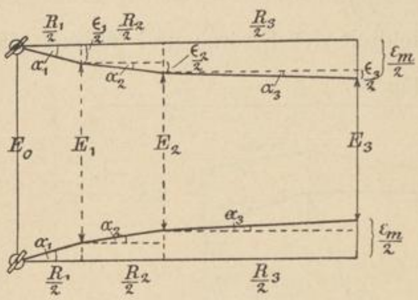
Unter der gemachten Voraussetzung gleicher Widerstände W ist ferner

$$\beta_\nu > \beta_{\nu+1},$$

eine Folgerung, die auch in der Figur deutlich zum Ausdruck kommt. Die Summierung der Spannungsverluste ist in der Figur rechts oben angedeutet.

Für ungleiche Widerstände ändert sich das Bild in das der Fig. 33. Man thut hierbei gut, darauf zu verzichten, dass die Leitungswiderstände in den Abscissen gemessen werden sollen, sondern trägt besser, wie es in der Figur geschehen ist, die Widerstände in ihren wahren Längen R in die X-Z-Ebene ein. Andernfalls würde erst die Projektion dieser Längen auf die X-Achse die Widerstände darstellen, wodurch die Darstellung an Anschaulichkeit verlieren würde. Die oben gegebenen Beziehungen zwischen den Winkeln bleiben auch hier gültig bis auf die letzte. Die Winkel β sind jetzt nicht nur von der Grösse der zugehörigen Ordinaten, sondern wesentlich auch von der Länge der die Widerstände W darstellenden Strecken abhängig.

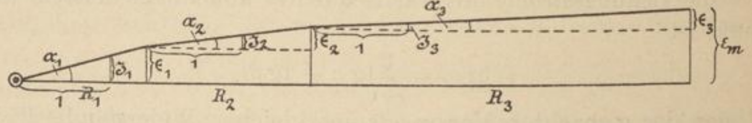
Fig. 34.



Ein einfacheres Bild der Spannungsverteilung erhält man durch Darstellung in der Ebene, wenn man von der Spannungsverteilung in den Nutzwiderständen absieht. Man misst die Spannungsdifferenz wieder von einer Hauptklemme an und erhält dann zunächst die untere Hälfte der Fig. 34. Die obere ist das Spiegelbild dieser und zwar sind die Hauptklemmen um die Gesamtspannung E_0 von einander entfernt. Aus der Figur kann die Spannungsdifferenz zwischen irgend zwei beliebigen Punkten der Leitung, also auch die Nutzspannung an jedem beliebigen Abzweigpunkte entnommen werden.

Man beachte, dass der Spannungsverlust immer einen Verlust an Spannungsdifferenz bedeutet, dem in der einen Leitung ein Zuwachs an absoluter Spannung entsprechen kann.

Fig. 35.



Noch einfacher endlich wird die Darstellung in der Kurve des Spannungsverlustes allein, die von den Nutzspannungen direkt gar nichts aussagt, aus der dieselben aber entnommen werden können, wenn die Gesamtspannung bekannt ist. Mit dieser Kurve lässt sich — wenn sie auch die Verhältnisse weniger vollkommen und anschaulich wiedergiebt — am bequemsten operieren, und sie wird deshalb auch am meisten angewendet. Die Kurve ist in Fig. 35 in demselben Massstabe wie Fig. 34 dargestellt; es sind jedesmal die zusammengehörigen Widerstandshälften addiert, die Winkel aber sind natürlich dieselben geblieben, so dass die Ordinaten den ganzen Spannungsverlust in der Hin- und Rückleitung zusammengenommen ergeben.

Die Addition der beiden Hälften der Leitungswiderstände soll von jetzt ab immer ausgeführt werden, wenn es nicht unbedingt anders nötig ist. Eine Leitung ist also künftig immer durch eine Gerade dargestellt, auch wenn sie aus zwei Teilen, Hin- und Rückleitung, besteht. Die Stromrichtungen, von denen die Rede ist, sind als die des Stromes in der positiven Leitung zu verstehen.

Fig. 36b.

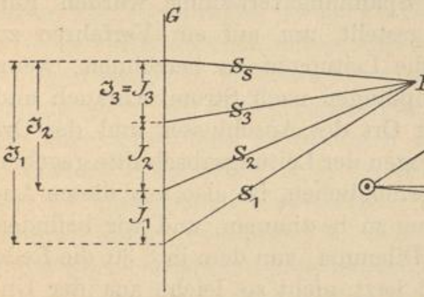
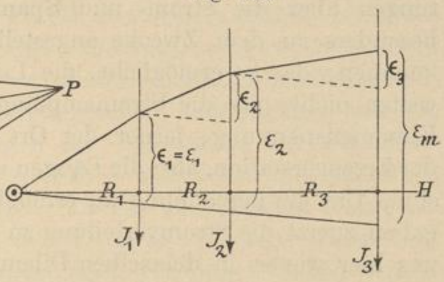


Fig. 36a.



Die in den Abständen $R = 1$ von den Abzweigpunkten an errichteten Ordinaten, begrenzt durch die Kurve des Spannungsverlustes, geben ein Mass für die Grösse der Leitungsströme an. Dies führt zu einer bequemen graphischen Konstruktion der Kurve des Spannungsverlustes, wenn die Abzweigströme gegeben sind:

Man trage die Leitungswiderstände auf einer horizontalen Geraden H ab (vergl. Fig. 36a) und errichte in denjenigen Punkten dieser Geraden, die den Abzweigpunkten der Ströme J entsprechen, Senkrechte. In einer besonderen Figur (36b) trage man auf einer senkrechten Geraden G in einem bestimmten Massstabe die Ströme J der Reihe nach ab und ziehe von den Endpunkten dieser Ströme Strahlen S zu einem Pole P, der sich im Abstande $R = 1$ von G befindet. Parallel zu diesen Strahlen ziehe man, in der Hauptfigur (36a), im Zuführungspunkte ⊙ beginnend, eine gebrochene Linie, deren einzelne Abschnitte durch die früher gezogenen Senkrechten begrenzt werden; zu dem letzten Strahle S_s ist wieder eine Gerade parallel durch den Zuführungspunkt zu ziehen. Die senkrecht zu H gemessenen Abstände dieser Geraden von der gebrochenen Linie geben ein Mass für den Spannungsverlust an dem betreffenden Punkte der Leitung. Der Beweis hierfür ergiebt sich leicht aus der Aehnlichkeit je zweier Dreiecke in der Hauptfigur (36a) mit Dreiecken der Hilfsfigur (36b), aus denen Beziehungen von der Form

$$\epsilon : R = \mathfrak{J} : 1$$

folgen.

Zeichnet man die Figur so, dass S_s senkrecht auf G steht, so erhält man die Kurve des Spannungsverlustes unmittelbar in der in Fig. 35 gezeichneten Gestalt.

Auch in dieser Konstruktion, welche grosse Aehnlichkeit hat mit der Konstruktion der Seilpolygone in der graphischen Statik, zeigt sich die Verwandtschaft der Strommomente mit den statischen Momenten.

51. Praktische Bestimmung der Stromverteilung. Die Betrachtungen über die Strom- und Spannungsverteilung wurden nun besonders zu dem Zwecke angestellt, um auf ein Verfahren zu kommen, das es ermöglicht, die Leitungen zu berechnen, wenn weiter nichts als die Stromempfänger nach Stromverbrauch und Klemmenspannung, ferner der Ort des Anschlusses und der Ort der Erzeugerstation, also die Längen der Leitungsabschnitte gegeben sind. Um die Berechnung zu ermöglichen, ist also aus diesen Angaben zuerst die Stromverteilung zu bestimmen, und wir befinden uns hier wieder in demselben Dilemma, von dem in § 30 die Rede war; wir werden ohne Zweifel jetzt nicht so leicht aus der Unsicherheit herauskommen, wie in dem Falle der einfachen Effektübertragung.

In diesem Falle (vergl. § 43) war die den Leiter durchfliessende Stromstärke als Summe aller Nutzströme eine gegebene Grösse, wir kamen deshalb zu einer Gleichung, in der als einzige Unbekannte der Widerstand der Leitung R stehen blieb. Wollten wir aber für den Fall der räumlichen Effektverteilung nach einer ähnlichen Gleichung suchen, so müssten wir auf die Gleichung (1b) in § 48 zurückgehen, deren rechte Seite den in Gleichung (1a) angegebenen Kettenbruch R_g enthält. In diesem Kettenbruche stehen aber so viel Unbekannte als der Leitungswiderstand R Teile R_1, R_2 u. s. f. enthält. Es ist also unmöglich die Stromverteilung exakt zu bestimmen, bevor etwas über die Leitungswiderstände ausgesagt ist. Würde man dies etwa in der Weise thun, dass man über die Verhältnisse dieser Widerstände Abmachungen träfe, vielleicht durch die Festsetzung, dass die Widerstände proportional der Länge der Leitungsabschnitte sein sollen, also

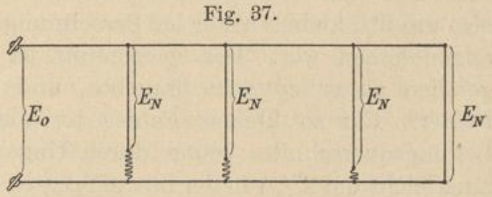
$$R_1 : R_2 : R_3 \cdot \cdot \cdot \cdot = L_1 : L_2 : L_3 : \cdot \cdot \cdot$$

so würde immer noch mit dem umständlichen Kettenbruche zu rechnen sein, was auf jeden Fall vermieden werden muss. Wir müssen also nach einem anderen Auswege suchen.

Die Thatsache, dass die Spannungsdifferenzen an den Klemmen der Stromempfänger im jetzt vorliegenden Falle zweifellos verschieden sein müssen, könnte zu dem Verfahren verleiten, die zu benutzenden Stromempfänger der Grösse ihrer normalen Nutzspannung (E_1, E_2, E_3 u. s. f.) nach zu ordnen und diese Reihenfolge für die Verwendung bei der Installation vorzuschreiben. Durch die Differenzen $E_o - E_1$, $E_1 - E_2$, $E_2 - E_3$ u. s. f. sind die Spannungsverluste gegeben und damit alles bekannt, was zur Berechnung der Leitung erforderlich ist, denn nach diesen Festsetzungen werden zweifellos die normalen Ströme in den Stromempfängern fliessen, und die Leitungsströme sind gegeben. Ein solches kompliziertes Verfahren lassen die Verhältnisse in der Praxis aber schon deshalb nicht zu, weil es nicht durchzuführen wäre, die Installationen weitläufiger Anlagen so genau zu überwachen, dass thatsächlich die Nutzwiderstände stets an den projektierten Stellen eingeschaltet würden. Es liegt ausserdem im Interesse der Fabrikation der Stromverbraucher — wie schon oben bemerkt — möglichst alle, jedenfalls alle für eine Anlage verwendeten, für ein und dieselbe Nutzspannung zu bauen; es soll also $E_1 = E_2 = E_3 = \ldots.$ sein. Dieser Umstand würde, wenn das angedeutete Verfahren eingeschlagen werden sollte, unendlich grosse Querschnitte für die zwischen der ersten und letzten Stromabzweigung liegenden Leitungen verlangen, und nur die Leitung von den Hauptklemmen bis zur ersten Abzweigung würde zu berechnen sein, die Aufgabe wäre auf den Fall der einfachen Effektübertragung zurückgeführt.

Praktisch ausführbar würde folgendes Verfahren sein: Man nimmt Stromverbraucher von einer für alle gleichen, bestimmten Nutzspannung E_N, deren Stromverbrauch bekannt ist, an und legt diesen Stromverbrauch und die daraus zu entnehmenden Leitungsströme der Berechnung zu Grunde. Wird dann die Gesamtspannung so gewählt, dass die Klemmenspannung an der letzten Abzweigstelle gleich der Nutzspannung der Stromempfänger ist, so wird an allen anderen Stromempfängern zunächst eine höhere Klemmenspannung herrschen, die aber durch Vorschaltungen von

Fig. 37.



geeigneter Grösse (vergl. Fig. 37) vor jeden einzelnen Stromempfänger auf das normale Mass herabgedrückt werden soll. Auch auf diese Weise und unter diesen Voraussetzungen würde die Stromverteilung vor Bekanntsein der Widerstände angegeben werden können.

Bei Leitungen für elastische Glühlichtanlagen würden die Vorschaltwiderstände sehr klein sein, denn da der Spannungsverlust 2 % der Nutzspannung nicht überschreiten darf, so würde die grösste Vorschaltung unmittelbar an den Hauptklemmen nur diese 2 % zu vernichten haben, ihr Widerstand wäre also $= 0{,}02\ W$ zu wählen, wenn W der Widerstand des dort angeschlossenen Stromempfängers ist. Es fragt sich unter diesen Umständen, ob der Fehler nicht vielleicht vernachlässigbar klein wäre, den man machen würde, wenn man die Vorschaltungen ganz weglassen, die Stromverteilung dagegen so bestimmen würde, als ob sie vorhanden wären. Diese Frage ist durch folgende einfache Ueberlegung zu entscheiden:

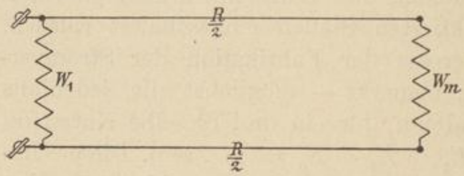


Fig. 38.

Vergleicht man ohne Rücksicht auf die dazwischen liegenden Abzweigungen nur die den Hauptklemmen am nächsten gelegene mit der entferntesten (vergl. Fig. 38), so wird unter den angegebenen Bedingungen den Widerstand W_1 ein um 2 % grösserer Strom durchfliessen als unter Einschluss der Vorschaltung fliessen würde. Durch den entsprechend berechneten Leitungswiderstand R dagegen würde an den Klemmen von W_m die normale Nutzspannung E_N hergestellt, dieser also vom normalen Strome durchflossen werden. Lässt man jetzt die Gesamtspannung um 2 % sinken, so wird der Strom in W_1 normal, der in W_2 um 2 % zu klein, also um 2 % kleiner als er bei Berechnung des Leitungsquerschnittes angenommen war. Der Querschnitt ist also um 2 % stärker ausgefallen als er zu sein brauchte, und hierin besteht der ganze Fehler. Ein so kleiner Fehler ist aber in der Praxis, wo die Leitungsquerschnitte schon durch Ungenauigkeit bei der Herstellung leicht um 2 % von der beabsichtigten Grösse abweichen können, wo aber ausserdem nur die Auswahl unter gewissen, den Fabrikationsnummern einer Firma entsprechenden Querschnitten möglich ist, unbedingt zulässig. Es folgt aus diesen Ueberlegungen die Regel:

Zur Bestimmung der Stromverteilung in elastischen Leitungen sind die normalen Verbrauchsströme ohne

Rücksicht auf den in den Leitungen auftretenden Spannungsverlust anzunehmen.

Nach dieser Regel wird bei elastischen Leitungen künftig ausnahmslos verfahren werden. Es soll aber hier besonders darauf aufmerksam gemacht werden, dass die Regel ohne Vorbehalt nur für Anlagen von hoher Elastizität gilt.

Der Fall der Effektverteilung mit parallel geschalteten Stromempfängern ist hierdurch dem Falle der einfachen Effektübertragung ähnlich geworden, denn die Vernachlässigung, die gemacht worden ist, stimmt überein mit der Vernachlässigung des Leitungswiderstandes zwischen den Anschlusspunkten. Alle Schlüsse, welche früher bei der Vergleichung der Hintereinanderschaltung mit der Parallelschaltung gezogen wurden, *gelten auch für den allgemeineren Fall der räumlichen Effektverteilung.* Für die Leitungsberechnung selbst aber sind noch besondere Regeln aufzustellen.

Anmerkung. Man beachte, dass die für die Anlage verlangte Elastizität es ist, die den maximal zulässigen Spannungsverlust bestimmt, d. h. also die Rücksicht auf die *zeitliche* Verschiedenheit des in dem Stromempfänger umgesetzten Effektes oder der an seinen Klemmen herrschenden Nutzspannung, oder für Glühlampen die zeitliche Verschiedenheit der Leuchtkraft einer Lampe. Die *räumliche* Verschiedenheit des Effektes oder der Leuchtkraft der in einer Anlage installierten Lampen kommt dem gegenüber fast gar nicht in Frage.

52. Die Superposition der Ströme. Nach den gemachten Festsetzungen sind die Abzweigströme nicht mehr unbekannte Grössen, sondern sie sind als die zum normalen Funktionieren der betreffenden Stromempfänger nötigen Ströme als gegebene Werte anzusehen, und man kann nunmehr unter Beiseitelassung der Abzweig*widerstände* mit diesen Strömen operieren, noch bevor etwas über die Leitungswiderstände gesagt ist. Hierdurch gewinnen die in § 49 angegebenen Beziehungen unter den Strömen besondere Bedeutung, denn durch sie ist die ganze Stromverteilung, also auch die zur Berechnung der Leitungen nötigen Werte der Leitungsströme bestimmt. Die Beziehungen lauteten:

$$\mathfrak{J}_1 = \sum_{1}^{m}{}^{\nu} J_\nu$$

$$\mathfrak{J}_2 = \sum_{2}^{m}{}^{\nu} J_\nu$$

$$\cdots\cdots\cdots$$

$$\mathfrak{J}_m = J_m$$

und können in dem folgenden wichtigen Satze ausgesprochen werden:

Die Leitungsströme ergeben sich aus den Abzweigströmen durch einfache Superposition.

D. h.: Der Strom in einem bestimmten Leitungsstück ist gleich der (algebraischen) Summe der Ströme, die in diesem Leitungsstücke fliessen würden, wenn die Ströme zeitlich nacheinander abgezweigt würden. In Fig. 39a sind die zu superponierenden Abzweigströme, in Fig. 39b die daraus zusammengesetzten Leitungsströme eingezeichnet.

Dieser Satz gilt natürlich auch für beliebige Teile der Abzweigströme; statt den Strom J_ν auf einmal abzuzweigen, kann man

Fig. 39a und 39b.

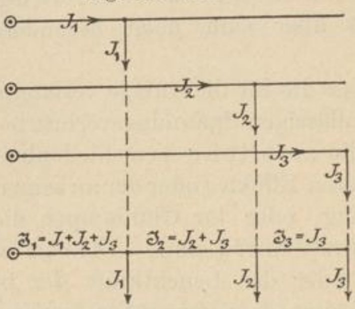


Fig. 40.

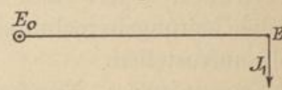
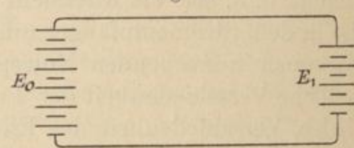


Fig. 41.



ihn in beliebig vielen Teilen nacheinander abnehmen. Die Teile können auch negativ oder grösser als der Strom J_ν sein. Es kommt nur darauf an, dass die algebraische Summe aller Stromteile schliesslich $= J_\nu$ ist. Nach dieser Anschauung unterscheiden sich also Stromzuführungen (negative Abzweigungen) prinzipiell nicht mehr von den Stromabführungen (positiven Abzweigungen), und auch der den Hauptklemmen zuzuführende Strom kann als eine negative Abzweigung aufgefasst werden.

53. Die Superposition der Klemmenspannungen. Eine Ausscheidung der Nutzwiderstände, wie sie im vorigen Paragraphen vorgenommen ist, hat zum erstenmal schon in § 22 stattgefunden. Setzt man in einem Leitungsstrange für einfache Effektübertragung, vergl. Fig. 40, für den Spannungsverlust

$$\varepsilon_1 = E_0 - E_1,$$

so erhält man an Stelle der in § 22 angegebenen Gleichung (6) die Gleichung

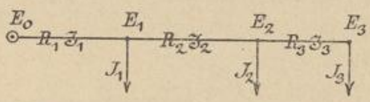
$$J_1 = \frac{E_0}{R} - \frac{E_1}{R}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4$$

die der Ausdruck des zweiten Kirchhoffschen Satzes ist, wenn man sich den Stromkreis nur aus den Leitungswiderständen gebildet und in ihm die beiden Klemmenspannungen als elektromotorische Kräfte wirken denkt, wie es in Fig. 41 dargestellt ist.

Die Betrachtung lässt sich leicht auf einen allgemeineren Leitungsstrang ausdehnen. In Fig. 42 ist für das zweite Leitungsstück

$$\mathfrak{J}_2 = \frac{E_1}{R_2} - \frac{E_2}{R_2}$$

Fig. 42.



und für das dritte

$$\mathfrak{J}_3 = \frac{E_2}{R_3} - \frac{E_3}{R_3}.$$

Hieraus folgt

$$J_2 = \mathfrak{J}_2 - \mathfrak{J}_3 = \frac{E_1}{R_2} + \frac{E_3}{R_3} - E_2\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \quad \cdots\cdots (5$$

und analoge Ausdrücke für alle andern Abzweigströme. Diese Gleichung lässt sich in dem Satze aussprechen:

Der Abzweigstrom an einem bestimmten Abzweigpunkte ergiebt sich als die algebraische Summe der Ströme, die fliessen würden, wenn der Reihe nach alle Klemmenspannungen als *EMK*'te einzeln, unter gleichzeitigem Kurzschluss an allen andern Abzweigpunkten (und Zuführungspunkten) wirken würden.

Die Klemmenspannungen superponieren sich also als *EMK*'te. Dass man nicht nur von den Klemmenspannungen an dem Abzweigpunkte selbst und an den benachbarten Punkten zu sprechen braucht, ist offenbar, denn alle weiter ab wirkenden *EMK*'te sind kurzgeschlossen, bevor sie eine Wirkung auf die dem betrachteten Abzweigpunkte benachbarten Leitungsstücke ausüben können.

Addiert man zu Gleichung (5) die identische Gleichung

$$0 = \frac{E_o}{R_2} - \frac{E_o}{R_2} + \frac{E_o}{R_3} - \frac{E_o}{R_3}$$

hinzu, so erhält man unter Berücksichtigung der Definitionsgleichungen für die Spannungsverluste ε

$$-J_2 = +\frac{\varepsilon_1}{R_2} + \frac{\varepsilon_3}{R_3} - \varepsilon_2\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \quad \cdots\cdots\cdots (6$$

und damit den Satz:

Denkt man sich in gleicher Weise wie oben die Klemmenspannungen jetzt die Spannungsverluste als *EMK*'te wirken, so erhält man die negativen Abzweigströme.

54. Die Superposition der Spannungsverluste. Der maximale Spannungsverlust ε_m setzte sich nach der Formel

$$\varepsilon_m = \Sigma \mathfrak{J} R \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7$$

zusammen. Löst man die Leitungsströme in ihre superponierten Abzweigströme auf, so erhält man

$$\begin{aligned}\varepsilon_m = & (J_1 + J_2 + J_3 + \cdots + J_m)\, R_1 \\ + & \qquad (J_2 + J_3 + \cdots + J_m)\, R_2 \\ + & \qquad\qquad (J_3 + \cdots + J_m)\, R_3 \\ + & \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \\ + & \qquad\qquad\qquad\qquad J_m\, R_m\end{aligned}$$

oder durch entsprechende Zusammenfassung

$$\begin{aligned}\varepsilon_m = & \; J_1\, R_1 \\ & + J_2\,(R_1 + R_2) \\ & + J_3\,(R_1 + R_2 + R_3) \\ & + \cdots\cdots \\ & + J_n\,(R_1 + R_2 + R_3 + \cdots R_m),\end{aligned}$$

das ist aber nach der früher eingeführten Bezeichnung

$$\varepsilon_m = \Sigma J \mathfrak{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8$$

in Worten:

Der Spannungsverlust bis zum Endpunkte oder bis zu einem beliebigen Punkte der Leitung setzt sich aus den Spannungsverlusten, die den einzelnen zu superponierenden Abzweigströmen in diesem Punkte entsprechen würden, durch einfache Superposition zusammen.

Die Art und Weise, wie man sich hiernach die Bildung der Spannungsverluste zu denken hat, wird am besten graphisch durch die Kurven der Fig. 43a und 43b illustriert, in denen die Bezeichnung $(\varepsilon_\nu) = J_\nu \mathfrak{R}_\nu$ angewendet ist. Auf dem Leitungsstück hinter den Abzweigpunkten bleibt der Spannungsverlust natürlich gleich dem bis zu diesem Punkte entstandenen Verluste, wie es in den Figuren 43a angegeben ist. In Fig. 43b ist die Superposition ausgeführt. Aus dieser letzten Figur ist am deutlichsten zu erkennen, dass die Kurve des Spannungsverlustes eine gebrochene Linie ist, die so beschaffen sein muss, dass die Neigung der einzelnen geraden Stücke gegen die Gerade des Widerstandes abnimmt, je mehr man sich von den Hauptklemmen entfernt, dass die Neigung aber niemals negativ und nur von dem Punkte an gleich Null wird, in dem die Leitung stromlos wird.

55. Der Spannungsverlust als Drehmoment. In der zuletzt entwickelten Form des Spannungsverlustes

$$\varepsilon_m = \Sigma J \mathfrak{R}$$

tritt wieder sein Charakter als eines statischen Momentes deutlich zu Tage. Alle Kräfte J greifen an Hebelarmen an, deren Drehpunkt der Anfangspunkt der Leitung ist. Der maximale Span-

Fig. 43a.

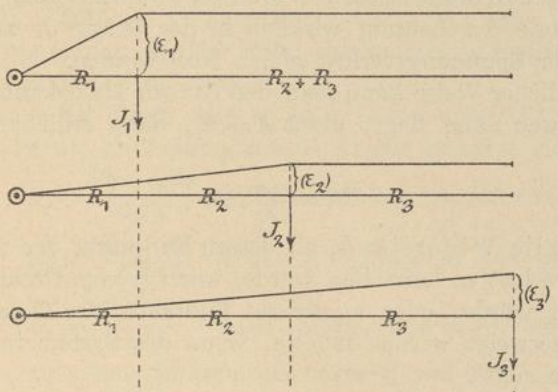
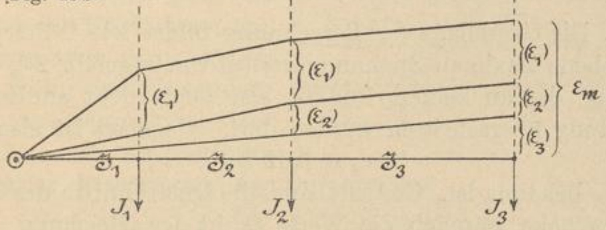


Fig. 43b.



nungsverlust erscheint als das Drehmoment, das das ganze System im Gleichgewicht hält. Bezeichnet man in Analogie mit früherem die Produkte $J\mathfrak{R}$ als Strommomente, so ergiebt sich der Satz:

Der maximale Spannungsverlust ist das Moment, das der Summe der Strommomente das Gleichgewicht hält.

56. Ideelle Stromstärke und ideeller Widerstand. Fasst man in dieser Weise den maximalen Spannungsverlust als Strommoment auf, so kann man sich von den beiden Faktoren Strom und Widerstand, aus denen er seiner Dimension gemäss zusammengesetzt sein muss, den einen noch beliebig wählen, da über dieselben einzeln noch nichts ausgesagt ist. Wählt man den Hebelarm gleich $\Sigma R = \mathfrak{R}_m$, so ergiebt sich als die Kraft, die an diesem Hebelarme angreifen müsste, um das System im Gleichgewicht zu halten, der Strom

$$J_i = \frac{\varepsilon_m}{\Re_m} \dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (9$$

Dieser ideelle Strom ist negativ abgezweigt zu denken, da der Spannungsverlust als Drehmoment im entgegengesetzten Sinne der Strommomente zu drehen sucht. Würde der Strom zu einem reellen, d. h. am Ende der Leitung wirklich in der Grösse J_i zugeführt, so würde der Spannungsverlust gleich Null werden.

In ähnlicher Weise kann man den Strom als bekannt wählen und zwar, was nahe liegt, als $\Sigma J = \mathfrak{J}_1$, dann ergiebt sich der Widerstand

$$R_i = \frac{\varepsilon_m}{\mathfrak{J}_1} \dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (10$$

als der ideelle Widerstand, an dessen Endpunkt der maximale Spannungsverlust ε_m herrschen würde, wenn er vom Gesamtstrome durchflossen würde, oder an dessen Endpunkt der Gesamtstrom negativ abgezweigt werden müsste, wenn das System im Gleichgewicht sein sollte.

Berechnung einfacher Leitungsstränge.

57. Die Grundlage der Berechnung bildet wie früher der vorgeschriebene maximale Spannungsverlust von ungefähr 2 % der Nutzspannung, der an keinem Punkte, also auch nicht am Endpunkte der Leitung überschritten werden darf. Gegeben ist also

$$\varepsilon_m = 0{,}02\, E_N$$

wenn E_N bekannt ist. Gesucht sind die Querschnitte der einzelnen Leitungsstücke, nämlich die Werte Q_ν in der Gleichung

$$\varepsilon_m = \Sigma\, \epsilon_\nu = \sum_1^m{}^\nu \frac{\mathfrak{J}_\nu L_\nu}{Q_\nu} \varrho \dots\dots\dots\dots \quad (11$$

Diese Gleichung enthält also noch m Unbekannte, und es bestehen $m-1$ Willkürlichkeiten, über die man noch beliebig verfügen kann. Man kann z. B. noch $m-1$ Querschnitte willkürlich wählen, wenn nur der in diesen Querschnitten auftretende Spannungsverlust kleiner als ε_m bleibt, dann ist der $m$te Querschnitt durch die Gleichung eindeutig bestimmt, oder man kann andere Abmachungen treffen, die die Lösung der Aufgabe eindeutig machen. Je nach der Art nun, wie über die Willkürlichkeiten verfügt wird, ergeben sich verschiedene Methoden der Berechnung.

58. Erste Methode. Die Berechnung bei freier Wahl der einzelnen Spannungsverluste. Das einfachste, freilich auch roheste Verfahren ist, die Willkürlichkeit derart auszunützen, dass man die einzelnen Spannungsverluste ϵ_ν beliebig wählt und nur die Forderung $\varepsilon_m = \Sigma\, \epsilon_\nu$ beachtet. Ist z. B. die Aufgabe gestellt, die Querschnitte für die in Fig. 44*) skizzierte Leitungsströmung zu berechnen, so liegt es vielleicht nahe, die Spannungsverluste ϵ_ν in den drei Leitungsstücken einander gleich zu wählen. Die gegebenen Werte sind

$$\begin{array}{lll} L_1 = 100 \text{ m} & J_1 = 35 \text{ Amp, also} & \mathfrak{J}_1 = 70 \text{ Amp.} \\ L_2 = 6 \text{ »} & J_2 = 10 \text{ »} & \mathfrak{J}_2 = 35 \text{ »} \\ L_3 = 250 \text{ »} & J_3 = 25 \text{ »} & \mathfrak{J}_3 = 25 \text{ »} \end{array}$$

Die Nutzspannung sei 110 Volt, der maximale Spannungsverlust darf also nach unserer Annahme

$\varepsilon_m = 2{,}2$ V sein, und es ist $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = 0{,}73$ V.

Dann ist, wenn als Leitungsmetall Kupfer gewählt wird,

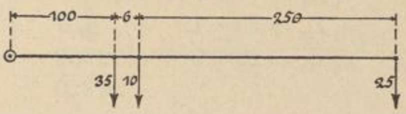
$$Q_1 = \frac{70 \cdot 200}{0{,}73} \cdot 0{,}0175 = 336 \text{ mm}^2 \backsim 336 \text{ mm}^2,$$

$$Q_2 = \frac{35 \cdot 12}{0{,}73} \cdot 0{,}0175 = 10{,}1 \text{ mm}^2 \backsim 10 \text{ mm}^2,$$

$$Q_3 = \frac{25 \cdot 500}{0{,}73} \cdot 0{,}0175 = 299{,}5 \text{ mm}^2 \backsim 300 \text{ mm}^2.$$

Die so berechneten Querschnitte müssen, wie in allen Fällen, auf Stromdichte geprüft werden. Die Stromdichte im ersten und letzten Querschnitte ist offenbar so klein, dass die Erwärmung nur sehr gering sein wird; für Q_2 dagegen ist eine besondere Prüfung erforderlich: Dem Strome $\mathfrak{J}_2 = 35$ Amp gehört bei normaler Erwärmung der Durchmesser

Fig. 44.



$$D = \left(\frac{35}{4{,}5}\right)^{2/3} = 3{,}93 \text{ mm}$$

oder der Querschnitt 12,1 mm² zu. Die zulässige Stromdichte wird also überschritten, die Berechnung hat zu unbrauchbaren Ergebnissen geführt.

Dass eine auf Spannungsverlust berechnete Leitung den Bedingungen der Erwärmung nicht genügt, ist bei keiner Berechnungsart von vornherein ausgeschlossen, was die angewendete Methode aber unzweckmässig macht, ist erstens der Umstand, dass auf einen schwächeren Querschnitt ein stärkerer folgen kann, dass also der schwächere einen grösseren Strom zu führen hat als der stärkere, und zweitens der Umstand, dass es infolgedessen nötig ist, jeden einzelnen Querschnitt auf Stromdichte zu prüfen. Diese Nachteile bewirken, dass die Methode der freien Wahl der Spannungsverluste nur sehr selten und in besonderen Fällen ange-

*) Die Figur ist absichtlich nicht massstäblich gezeichnet.

wendet wird, und veranlassen uns nach Methoden zu suchen, bei denen die geschilderten Unzuträglichkeiten vermieden sind.

59. Zweite Methode. Die Berechnung auf konstanten Querschnitt. Stellt man die Bedingung, dass der Querschnitt überhaupt nicht verändert werden, sondern der ganzen Länge des Leitungsstranges nach derselbe sein soll, so sind offenbar alle Willkürlichkeiten vermieden, denn aus der Gleichung (11) wird dann

$$\varepsilon_m = \frac{\varrho}{Q} \sum_1^m{}^{\nu}\, \mathfrak{J}_\nu\, L_\nu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12$$

und hierin ist Q die einzige unbekannte Grösse, die sich also als

$$Q = \frac{\Sigma\, \mathfrak{J}\, L}{\varepsilon_m}\, \varrho \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13$$

oder

$$Q = \frac{\Sigma\, J \mathfrak{L}}{\varepsilon_m}\, \varrho \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14$$

berechnen lässt.

Für das oben gegebene Beispiel erhält man hiernach den Querschnitt folgendermassen:

Es ist	oder
$\mathfrak{J}_1 L_1 = 70 \cdot 200 = 14000$	$J_1 \mathfrak{L}_1 = 35 \cdot 200 = 7000$
$\mathfrak{J}_2 L_2 = 35 \cdot 12 = 420$	$J_2 \mathfrak{L}_2 = 10 \cdot 212 = 2120$
$\mathfrak{J}_3 L_3 = 25 \cdot 500 = 12500$	$J_3 \mathfrak{L}_3 = 25 \cdot 712 = 17800$
26920	26920

also ist

$$Q = \frac{26920}{2{,}2} \cdot 0{,}0175 = 214 \text{ mm}^2.$$

Die erstrebten Vorteile sind beide erreicht, denn es folgt nicht nur kein stärkerer Querschnitt einem schwächeren, sondern es ist auch nur eine einzige Nachrechnung auf Stromdichte, nämlich im ersten Leitungsstück, in dem der Strom am stärksten ist, erforderlich. In diesem Stücke ist

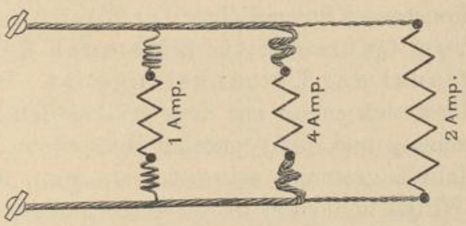
$$j = \frac{70}{214} < 0{,}33,$$

also jedenfalls wird die Erwärmung sehr gering sein.

60. Dritte Methode. Die Berechnung auf konstante Stromdichte. Erklärung an einem Beispiele. In einer Entfernung von 250 m von der Maschine sollen 7 Amp nützlich verwendet werden. Soll der Spannungsverlust $\varepsilon_m = 2{,}2$ V betragen, so ist ein Kupferquerschnitt von rund 28 mm² erforderlich. Diese Leitung von 28 mm² Querschnitt soll in einer Leitung von 7 Drähten, deren also jeder einen Querschnitt von 4 mm² haben muss, bestehen.

Die am Ende der Leitung abgezweigten 7 Amp sollen nun nicht alle durch einen, sondern durch drei parallel geschaltete Nutzwiderstände fliessen, von denen der eine 1 Amp, der andere 4 und der letzte 2 Amp Strom verbraucht. Es ist dann gleichgültig, ob die drei Stromempfänger gemeinsam an die Litze angeschlossen sind — deren Drähte dann am Ende durch Lötung mit einander verbunden sein könnten —, oder ob sie je nur an eine gewisse, den Abzweigströmen entsprechende Zahl von Drähten, der erste also an einen, der zweite an vier und der letzte an zwei Drähte angeschlossen sind. Denn da die Stromdichte in einem von Gleichstrom durchflossenen Leiter in allen Punkten seines Querschnittes dieselbe ist, so verteilt sich numerisch der gesamte Strom doch ohne weiteres so, als ob die einzelnen Drähte oder Gruppen von Drähten nur den Strom für gewisse Stromempfänger zu führen hätten. Es ist deshalb sogar erlaubt, die dermassen mit den einzelnen Drähten der Litze verbundenen Nutzwiderstände räumlich von einander zu trennen, indem man die Litze, so weit man will, auflöst (vergl. Fig. 45). Man wird hierdurch durchaus keine Aenderung des Stromflusses oder des Spannungsverlustes hervorrufen, vielmehr durch die vorgenommene Aenderung einen Leitungsstrang erhalten, von dem man zunächst weiss, dass der Spannungsverlust bis zu den Klemmen aller Nutzwiderstände derselbe (nämlich $= \varepsilon_m$) geblieben ist, der der Berechnung zu Grunde gelegt war. Ausserdem kann man aber von dem Leitungsstrange aussagen, dass die Stromdichte in allen Leitungsstücken dieselbe geblieben ist, denn die Zahl der für die abgezweigten Ströme von der gemeinsamen Litze losgelösten und gleichstarken Drähte ist proportional diesen Abzweigströmen, und deshalb sind auch die Gesamtquerschnitte der in der gemeinsamen Leitung vereint gebliebenen Drähte proportional den Leitungsströmen.

Fig. 45.



Die in der Fig. 45 gezeichneten, in Schlingen gelegten Leitungsstücke, die als Zuführung zu den Nutzwiderständen W_1 und W_2 dienen, entsprechen den in § 51 erwähnten Vorschaltungen. Nach den dort gemachten Auseinandersetzungen darf man aber diese Vorschaltungen weglassen ohne einen merklichen Fehler zu begehen, W_1 und W_2 also direkt an die Gesamtleitung anschliessen.

Auf das hiermit beschriebene Verfahren kann man eine Methode der Leitungsberechnung gründen, die nunmehr rechnerisch entwickelt werden soll.

Entwicklung der Berechnungsmethode. Soll die Stromdichte in allen Leitungsstücken dieselbe sein, so wird aus Gleichung (11) in § 57 durch Herausheben von

$$j = \frac{\mathfrak{J}_\nu}{Q_\nu}$$

die Gleichung

$$\varepsilon_m = \varrho \cdot j \, \Sigma L_\nu = \varrho j \mathfrak{L}_m \quad \text{. . . . . (15}$$

oder

$$\varepsilon = \varrho j l, \quad \text{. . . . . (16}$$

wenn ε eine mit der veränderlichen Länge l veränderliche Grösse bedeutet.

Diese Gleichung lehrt übrigens, dass unter der Voraussetzung konstanter Stromdichte der Spannungsverlust unabhängig vom Querschnitte (also auch der Stromstärke) proportional der Leitungslänge ist. Die Richtigkeit dieses Satzes lässt sich schon aus dem erklärenden Beispiele ohne weiteres einsehen, und man erkennt ausserdem, dass wir auf dasselbe Verfahren gestossen sein würden, wenn wir die in § 57 erwähnten Willkürlichkeiten in der Weise ausgeschlossen hätten, dass wir als Bedingung Proportionalität der Spannungsverluste mit den Leitungslängen festgesetzt hätten.

Ist in Gleichung (15) der Spannungsverlust ε_m und die Leitungslänge gegeben, so folgt für die Stromdichte

$$j = \frac{\varepsilon_m}{\varrho \mathfrak{L}_m}, \quad \text{. . . . . (17}$$

und mit Hilfe dieses Wertes lässt sich nun jeder Querschnitt aus

$$Q_\nu = \frac{\mathfrak{J}_\nu}{j} \quad \text{. . . . . (18}$$

berechnen. Man hat also den Rechenschieber nur einmal, nämlich auf den Wert $^1/_j$ einzustellen und kann sofort alle Querschnitte des Leitungsstranges ablesen. Aus den letzten beiden Gleichungen ergiebt sich

$$Q_\nu = \frac{\mathfrak{J}_\nu \mathfrak{L}_m}{\varepsilon_m} \varrho \quad \text{. . . . . (19}$$

das heisst: Bei der Berechnung auf konstante Stromdichte ist jeder einzelne Querschnitt so zu berechnen, als ob der ihn durchfliessende Strom am Ende des **ganzen** Leitungsstranges abgezweigt wäre, an dem der Spannungsverlust eintreten soll. Auch dieser Satz kann schon durch einfache Ueberlegung aus dem zur Erklärung herangezogenen Beispiele gewonnen werden. Nebenbei bemerke man die interessante Thatsache, dass diese Berechnungsmethode Leitungen ergiebt, bei denen die in jeder Volumeneinheit erzeugte Wärmemenge überall dieselbe ist. Die in einem Kubikcentimeter der Leitung vom Widerstande R in der Zeiteinheit erzeugte Wärme ist nämlich

$$\frac{\mathfrak{E}}{QL} = \frac{\mathfrak{J}^2 R}{QL} = \frac{\mathfrak{J}^2 L}{Q^2 L}\varrho = j\varrho,$$

also bei konstanter Stromdichte j unabhängig vom Querschnitt.

Statt Q_ν nach der letzten Formel zu berechnen, kann man auch den Zuwachs Q'_ν berechnen, den $Q_{\nu+1}$ erfahren muss, um auf Q_ν anzuwachsen, nämlich nach der Formel

$$Q'_\nu = \frac{J_\nu \mathfrak{L}_m}{\varepsilon_m}\varrho \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (20$$

Das ergiebt sich folgendermassen: Es ist

$$Q_\nu = \frac{\mathfrak{J}_\nu \mathfrak{L}_m}{\varepsilon_m}\varrho \text{ und } Q_{\nu+1} = \frac{\mathfrak{J}_{\nu+1}\ \mathfrak{L}_m}{\varepsilon_m}\varrho,$$

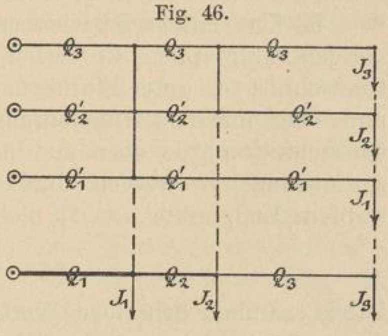
also

$$Q'_\nu = Q_\nu - Q_{\nu+1} = (\mathfrak{J}_\nu - \mathfrak{J}_{\nu+1})\frac{\mathfrak{L}_m}{\varepsilon_m}\varrho,$$

was mit der Beziehung $\mathfrak{J}_\nu - \mathfrak{J}_{\nu+1} = J_\nu$ die Gleichung (20) ergiebt.

Nach diesem Verfahren berechnet man also für jeden der m Abzweigströme einen besonderen Leitungsquerschnitt, als ob die Ströme am Ende der ganzen Leitung abgezweigt wären. Legt man die so berechneten m Leitungen, nämlich jedesmal die positiven Leitungen für sich und die negativen für sich, nebeneinander, so herrscht in diesen Leitungen an beliebigen aber gleich weit vom Anfangspunkte entfernten Punkten dieselbe Spannung. Es können also beliebig viele von den m Leitungen auf beliebig weite Strecken mit einander verseilt werden, ohne dass die Verteilung des Stroms und der Spannung, also auch der maximale Spannungsverlust, sich irgendwie änderte. In dieser Berechnungsart spiegeln sich die in dem erklärenden Beispiele erkannten Verhältnisse besonders deutlich wieder. In Fig. 46 ist die Berechnungsweise und das Zusammenlegen der Leitungen für $m = 3$ veranschaulicht.

Fig. 46.



Beispiel. Für den in den früheren Beispielen behandelten

Leitungsstrang gestaltet sich die Rechnung folgendermassen: Es ist nach Formel (17)

$$j = \frac{2,2}{0,0175 \cdot 712} = 0,1765,$$

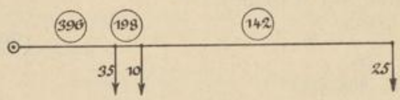
also

$$Q_1 = \frac{70}{0,1765} = 396 \text{ mm}^2, \qquad Q_2 = \frac{35}{0,1765} = 198 \text{ mm}^2,$$

$$Q_3 = \frac{25}{0,1765} = 142 \text{ mm}^2.$$

Es ergiebt sich also die in Fig. 47 dargestellte Leitung. Bequemer ist es vielleicht zuerst Q_3 zu berechnen als

Fig. 47.



$$Q_3 = \frac{25 \cdot 712}{2,2} 0,0175 = 142 \text{ mm}^2$$

und nun den Querschnitt proportional den Leitungsströmen zunehmen zu lassen. Endlich kann man auch die Querschnitte Q'_ν berechnen, nämlich

$$Q'_2 = \frac{10 \cdot 712}{2,2} \cdot 0,0175 = 56,7$$

und

$$Q'_1 = \frac{35 \cdot 712}{2,2} \cdot 0,0175 = 198$$

und erhält dann die wahren Querschnitte durch Addition

$$Q_2 = Q_3 + Q'_2 = 198,7,$$
$$Q_1 = Q_2 + Q'_1 = 396,7.$$

Auch bei der Methode der Berechnung auf konstante Stromdichte sind die beiden erstrebten Vorteile (vergl. § 58) erreicht.

61. Eine falsche Berechnungsmethode. Man erkennt aus dem vorigen Paragraphen, wie falsch es sein würde, den zu addierenden Querschnitt Q'_ν unter Einführung der Länge $\mathfrak{L}_\nu$ (an Stelle von $\mathfrak{L}_m$) und dem maximalen Spannungsverluste ε_m zu berechnen. Der Querschnitt würde eben zu dünn werden, denn soll Q'_ν mit Q_m zusammengelegt werden dürfen, so darf der Spannungsverlust an dem Endpunkte von $\mathfrak{L}_\nu$ nicht ε_m sein, sondern nur den Wert

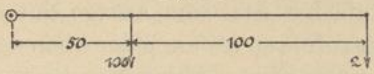
$$\varepsilon_\nu = \frac{\mathfrak{L}_\nu}{\mathfrak{L}_m} \varepsilon_m$$

haben, nämlich denselben Wert, den er in der Leitung vom Querschnitte Q_m hat.

Da diese falsche Berechnungsmethode noch heute nicht selten angewendet wird, soll ihre Fehlerhaftigkeit durch ein drastisches Beispiel besonders illustriert werden.

Beispiel. Es soll der in Fig. 48 dargestellte Leitungsstrang berechnet werden.

Fig 48.



falsche Berechnung:

$$Q_2 = \frac{2 \cdot 300}{2,2} \cdot 0,0175 = 4,78$$

$$Q'_1 = \frac{100 \cdot 100}{2,2} 0,0175 = 79,6;$$

daraus folgt

$$Q_1 = Q_2 + Q'_1 = 84,4.$$

richtige Berechnung:

$$Q_2 = \frac{2 \cdot 300}{2,2} \cdot 0,0175 = 4,78$$

$$Q'_1 = \frac{100 \cdot 300}{2,2} 0,0175 = 239;$$

daraus folgt

$$Q_1 = Q_2 + Q'_1 = 243,8.$$

Benützen wir diese Querschnitte, so ergiebt sich als wahrer Spannungsverlust

$$\epsilon_1 = \frac{102 \cdot 100}{84,4} \cdot 0,0175 = 2,12$$

$$\epsilon_2 = \frac{2 \cdot 200}{4,78} \cdot 0,0175 = 1,46$$

also

$$\varepsilon_m = 3,58,$$

gegenüber den irrtümlich erwarteten 2,2 V.

$$\epsilon_1 = \frac{102 \cdot 100}{243,8} \cdot 0,0175 = 0,733$$

$$\epsilon_2 = \frac{2 \cdot 200}{4,78} \cdot 0,0175 = 1,46$$

also

$$\varepsilon_m = 2,193$$

oder rund

$$\varepsilon_m = 2,2 \text{ V},$$

wie erwartet war.

Nach der falschen Methode hat sich also eine Leitung ergeben, in der der maximale Spannungsverlust den zulässigen um ungefähr 63% übersteigt.

62. Vergleichung der Methoden der Berechnung auf konstanten Querschnitt und auf konstante Stromdichte. Was zunächst das Verfahren der Berechnung betrifft, so wird man bemerkt haben, dass die Berechnung auf konstante Stromdichte sich bequemer ausführen lässt als die andere, denn man hat dabei nur den einen Wert $^1/_j$ auszurechnen — womit gleichzeitig die Kontrolle auf Stromdichte erledigt ist — diesen auf dem Rechenschieber einzustellen und kann dann in den Produkten dieses Wertes in die Leitungsströme jeden Querschnitt sofort ablesen. Bei der Berechnung auf konstanten Querschnitt dagegen sind m Produkte von der Form $J\mathfrak{L}$ oder $\mathfrak{J} L$ zu bilden, also auch m Einstellungen auf dem Rechenschieber zu machen, danach sind diese Produkte zu addieren und endlich die Schlussrechnung auszuführen. Diese Methode ist also jedenfalls verhältnismässig unbequem zu handhaben.

Vergleicht man aber die beiden Methoden mit Rücksicht auf die den Berechnungen entsprechend ausgeführten Anlagen, so gebührt der Berechnung auf konstanten Querschnitt insofern der Vorzug, als es einfacher ist, eine Anlage mit durchgehends nur einer Drahtsorte auszuführen als an jeder Abzweigung einen andern Draht verwenden zu müssen. Ausserdem kann ein kleiner, wenn auch unbedeutender Vorteil bei Anwendung des konstanten Querschnittes darin erblickt werden, dass die Nutzspannungen an den an verschiedenen Stellen abgezweigten Stromempfängern weniger von einander abweichen als bei den veränderten Querschnitten der Anlage mit konstanter Stromdichte. Umgekehrt kann der Umstand, dass die Stromdichte in dem ersten Stücke des konstanten Querschnittes höher ist, als die konstante Stromdichte der anders berechneten Leitung, der ersteren unter Umständen zum Nachteil gereichen, denn im Falle der ersten Berechnungsart kann die Stromdichte leicht zu hoch sein, während sie nach der zweiten Berechnungsart noch in mässigen Grenzen bleiben würde.

Es liegt nahe, den Vergleich noch weiter auszudehnen, indem man die Frage stellt, welche von den beiden Methoden eine billigere Anlage liefert.

Wir können uns die Entscheidung leichter machen, wenn wir die Frage dahin vereinfachen, dass wir die Berechnungsart suchen, die zu dem kleinsten Aufwand von Leitungskupfer führt. Da die Kosten einer Leitungsanlage hiervon nicht allein abhängen, wie wir schon oben bei der Ableitung der Thomsonschen Regel in § 18 gesehen haben, so ist allerdings der Kupferaufwand nicht ohne weiteres für die Gesamtkosten massgebend. Bei Vergleichen der vorliegenden Art, bei denen die Leitungsquerschnitte im allgemeinen nicht erheblich von einander abweichen, werden aber immerhin die Kupfermengen einen ziemlich genauen Schluss auf das Verhältnis der Gesamtkosten zulassen.

In der Praxis ist es deshalb auch üblich geworden, bei Vergleichung grösserer Projekte über dieselbe Anlage, die für ein nützlich geleistetes Watt in den Leitungen der verschiedenen Projekte aufgewendete Kupfermenge anzugeben.

Vergleicht man zunächst die Kupfermengen, die sich in dem nach den drei Berechnungsarten durchgeführten Beispiele ergeben haben, so erhält man folgende Zahlen:

1) bei freier Wahl der Spannungsverluste

$$\begin{aligned} M_1 &= 336 \cdot 200 = 67\,200 \text{ cm}^3 \\ M_2 &= 10 \cdot 12 = 120 \text{ „} \\ M_3 &= 300 \cdot 500 = 150\,000 \text{ „} \\ \hline \text{also } M &= \Sigma M_\nu = 217\,320 \text{ „} \end{aligned}$$

2) bei konstantem Querschnitt

$$M = 214 \cdot 712 = 152370 \text{ cm}^3$$

3) bei konstanter Stromdichte

$$\begin{aligned} M_1 &= 396 \cdot 200 = 79200 \\ M_2 &= 198 \cdot \ \ 12 = \ \ 2380 \\ M_3 &= 142 \cdot 500 = 71000 \\ \hline \text{also } M &= \Sigma M_\nu = 152580 \end{aligned}$$

Die erste Methode hat also im Beispiel eine grössere Kupfermenge geliefert als die zweite und dritte, diese beiden haben dagegen ungefähr die gleichen Mengen geliefert. Würde man genauer gerechnet haben, so würden sich bei der Berechnung nach diesen Methoden sogar genau gleiche Volumina ergeben haben, was aus folgender Betrachtung erhellt: Es ist

$$M = \Sigma L_\nu Q_\nu, \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (21$$

also bei der Berechnung auf konstanten Querschnitt

$$M_Q = Q \cdot \Sigma L_\nu = Q \mathfrak{L}_m \ldots \ldots \ldots \ldots (22$$

Setzt man den Wert für Q nach Gleichung (12) ein, so ergiebt sich

$$M_Q = \frac{\mathfrak{L}_m \varrho}{\varepsilon_m} \Sigma \mathfrak{J}_\nu L_\nu \ldots \ldots \ldots \ldots (23$$

Für konstante Stromdichte dagegen hatte sich der Querschnitt nach Formel (19) ergeben und durch Einsetzung dieses Wertes in Gleichung (21) folgt

$$M_j = \frac{\mathfrak{L}_m \varrho}{\varepsilon_m} \Sigma \mathfrak{J}_\nu L_\nu ; \ldots \ldots \ldots \ldots (24$$

also ist

$$M_Q = M_j \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (25$$

D i e B e r e c h n u n g e n a u f k o n s t a n t e n Q u e r s c h n i t t u n d a u f k o n s t a n t e S t r o m d i c h t e f ü h r e n z u d e n g l e i c h e n M e n g e n L e i t u n g s m e t a l l.

Der Umstand, dass zwei so verschiedene Berechnungsmethoden dieselbe Kupfermenge liefern, lässt vermuten, dass diese Menge noch nicht die geringste ist, die sich bei demselben maximalen Spannungsverluste erreichen lässt. Es soll deshalb die Frage aufgeworfen werden, ob es ein Verfahren der Leitungsberechnung giebt, das zu einer noch geringeren, der geringsten Kupfermenge führt.

63. Vierte Methode. Die Berechnung unter der Bedingung des geringsten Aufwandes von Leitungsmetall. Es soll zunächst ein Leitungsstrang mit drei Abzweigungen (vergl. Fig. 42) behandelt werden. Der maximale Spannungsverlust ist in der Grösse

$$\varepsilon_m = E_o - E_3$$

festgesetzt, über die einzelnen Summanden

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = \varepsilon_m = (E_o - e_1) + (e_1 - e_2) + (e_2 - E_3)$$

soll jetzt so verfügt werden, dass die Menge des Leitungsmetalles

$$M = L_1 Q_1 + L_2 Q_2 + L_3 Q_3$$

ein Minimum werde. Die Nutzspannungen an der ersten und zweiten Abzweigung sind die veränderlichen Grössen in der Rechnung und deshalb, wie später auch m für M, klein geschrieben.

Setzt man in den Wert von M die Querschnitte, ausgedrückt in ihrer Abhängigkeit von den einzelnen Spannungsverlusten oder Nutzspannungen, so erhält man

$$m = \left\{ \frac{\mathfrak{J}_1 L_1^2}{E_o - e_1} + \frac{\mathfrak{J}_2 L_2^2}{e_1 - e_2} + \frac{\mathfrak{J}_3 L_3^2}{e_2 - E_3} \right\} \varrho.$$

Hält man hierin einen Augenblick $e_2 = E_2$ konstant, so wird m ein Minimum, wenn

$$\frac{1}{\varrho} \cdot \frac{\partial m}{\partial e_1} = \frac{\mathfrak{J}_1 L_1^2}{(E - e_1)^2} - \frac{\mathfrak{J}_2 L_2^2}{(e_1 - E_2)^2} = 0.$$

Lässt man dagegen nur e_2 variieren unter Konstanthaltung von $e_1 = E_1$, so ergiebt sich als Bedingung für das Minimum

$$\frac{1}{\varrho} \cdot \frac{\partial m}{\partial e_2} = \frac{\mathfrak{J}_2 L_2^2}{(E_1 - e_2)^2} - \frac{\mathfrak{J}_3 L_3^2}{(e_2 - E_3)^2} = 0.$$

Diese beiden Bedingungsgleichungen sind identisch mit

$$\frac{Q_1^2}{\mathfrak{J}_1} = \frac{Q_2^2}{\mathfrak{J}_2} \text{ und } \frac{Q_2^2}{\mathfrak{J}_2} = \frac{Q_3^2}{\mathfrak{J}_3}$$

und sie müssen, da nun e_1 und e_2 nicht mehr einzeln, sondern gleichzeitig variiert werden sollen, gleichzeitig bestehen, wenn das Volumen des Leitungsmetalles ein Minimum werden soll.

Die Betrachtung lässt sich ohne weiteres auf einen Leitungsstrang von beliebig vielen Abzweigungen ausdehnen, und es ergiebt sich dann als allgemeine Minimumbedingung die Gleichung

$$Q_\nu = c \sqrt{\mathfrak{J}_\nu} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (26$$

in Worten: Sind in einem Leitungsstrange die Querschnitte proportional den Quadratwurzeln aus den sie durchfliessenden Strömen, so ist der Aufwand an Leitungsmetall der geringste, der für dieselbe Effektverteilung unter demselben maximalen Spannungsverluste möglich ist.

Dass in der That ein Minimum und kein Maximum eintrifft, bedarf keines rechnerischen Nachweises, sondern ergiebt sich durch die einfache Ueberlegung, dass das Maximum im vorliegenden Falle unmöglich eintreten kann. Das Maximum muss offenbar den Wert ∞ besitzen, denn man kann den gesamten Spannungsverlust ε_m so zerlegen, dass er in einem der Leitungsstücke schon $= \varepsilon_m$ ist, dann muss er in den übrigen unendlich klein sein, und die Querschnitte für die Leitungsstücke müssen unendlich gross werden. Die Stromdichte braucht offenbar nur im ersten Leitungsstück geprüft zu werden, da sie hier — wie sich aus der Vergleichung mit der Berechnungsmethode auf konstante Stromdichte ergiebt — am grössten sein muss.

Zur Berechnung eines Leitungsstranges ist das erhaltene Ergebnis folgendermassen zu verwerten:

Setzt man die Bedingung für das minimale Metallvolumen aus Gleichung (26) in die allgemeine Gleichung des Spannungsverlustes

$$\varepsilon_m = \sum_1^m \nu \frac{\mathfrak{J}_\nu L_\nu}{Q_\nu} \varrho$$

ein, so ergiebt sich

$$\varepsilon_m = \frac{\varrho}{c} \sum_1^m \nu L_\nu \sqrt{\mathfrak{J}_\nu}$$

und hieraus, indem man den Faktor c alle nach Gleichung (26) möglichen Werte durchlaufen lässt

$$Q_\nu = \sqrt{\mathfrak{J}_\nu} \; \frac{\varrho \sum_1^n \nu L_\nu \sqrt{\mathfrak{J}_\nu}}{\varepsilon_m} \; \ldots\ldots\ldots (27$$

Der durch einen Bruchstrich zusammengefasste Teil der rechten Seite ist für einen bestimmten Leitungsstrang für alle Querschnitte derselbe, also nur einmal festzustellen. Er stellt den Faktor c in Gleichung (26) dar.

Beispiel. Als Beispiel soll derselbe Leitungsstrang behandelt werden, der schon bei den früheren Methoden benutzt worden ist.

Zunächst ist der Wert des Bruches, also des Faktors c, zu ermitteln. Es ist

$$\begin{aligned} L_1 \sqrt{\mathfrak{J}_1} &= 200 \cdot 8{,}37 = 1674 \\ L_2 \sqrt{\mathfrak{J}_2} &= \;\;12 \cdot 5{,}92 = \;\;\;71 \\ L_3 \sqrt{\mathfrak{J}_3} &= 500 \cdot 5{,}0 \;= \underline{2500} \\ & \qquad\qquad\quad\;\; 4245 \end{aligned}$$

also ist

$$c = \frac{0{,}0175 \cdot 4245}{2{,}2} = 33{,}77$$

und es wird nun

$$\begin{aligned} Q_1 &= 33{,}77 \cdot 8{,}37 = 282{,}5 \text{ mm}^2 \\ Q_2 &= 33{,}77 \cdot 5{,}92 = 199{,}6 \;\text{»} \\ Q_3 &= 33{,}77 \cdot 5{,}0 \;= 168{,}8 \;\text{»} \end{aligned}$$

Die Aufgabe ist gelöst; die Stromdichte im ersten Leitungsstück beträgt

$$\frac{70}{282{,}5} = 0{,}248 \ ^{\mathrm{Amp}}/_{\mathrm{mm}^2},$$

und das Kupfervolumen ergiebt sich zu

$$M_{min} = 143190 \text{ cm}^3$$

gegenüber rund 152500 cm³ bei den Berechnungen auf konstanten Querschnitt und auf konstante Stromdichte.

Die Methode liefert also thatsächlich kleinere Kupfermengen und hat ausserdem den Vorteil gegenüber der Methode der Berechnung auf konstante Stromdichte, dass die Differenzen der Nutzspannungen in den Leitungssträngen bei der ersteren nicht so gross werden als bei der letzteren; sie sind dagegen etwas grösser als bei den auf konstanten Querschnitt berechneten Leitungssträngen. Diese Thatsache, die leicht einzusehen ist, ist übrigens, wie schon oben erwähnt, bei Leitungen für elastische Anlagen nicht von Bedeutung.

64. Die Teilung des Spannungsverlustes auf Hin- und Rückleitung. Es ist an dieser Stelle angebracht, sich die Frage vorzulegen, ob man die billigste Anlage erhält, wenn man den Spannungsverlust so teilt, dass — wie nach der Festsetzung in § 49 bisher allgemein angenommen wurde — die Hälfte auf die Hin-, die andere Hälfte auf die Rückleitung fällt, d. h. also ob es mit Rücksicht auf die Kosten richtig war, Hin- und Rückleitung von gleichem Querschnitt zu wählen. Nur die Verneinung dieser Frage könnte uns veranlassen, die aus vielen praktischen Gründen zweckmässige Wahl gleicher Querschnitte aufzugeben. Die Beantwortung der Frage läuft wiederum darauf hinaus, festzustellen, unter welchem das Verhältnis $\varepsilon_h : \varepsilon_r$ der beiden Teile $\varepsilon_h + \varepsilon_r = \varepsilon_m$ der Aufwand an Leitungsmetall ein Minimum wird.

Ist die Länge $\mathfrak{L}$, der Abzweigstrom J einer Leitung und der maximal zulässige Spannungsverlust $\varepsilon_m = \varepsilon_h + \varepsilon_r$ gegeben, so stellen sich die Querschnitte in ihrer Abhängigkeit von den Teilen des Spannungsverlustes dar in der Form

$$q_h = \frac{1}{2} \cdot \frac{J\mathfrak{L}}{\varepsilon_h} \varrho \quad \text{und} \quad q_r = \frac{1}{2} \cdot \frac{J\mathfrak{L}}{\varepsilon_m - \varepsilon_h} \varrho,$$

und das Metallvolumen zu

$$m = \frac{1}{4} J \mathfrak{L}^2 \varrho \left(\frac{1}{\varepsilon_h} + \frac{1}{\varepsilon_m - \varepsilon_h} \right).$$

Dieser Wert kann nur dann ein Minimum werden, wenn

$$\frac{\partial}{\partial \varepsilon_h} \left(\frac{1}{\varepsilon_h} + \frac{1}{\varepsilon_m - \varepsilon_h} \right) = 0,$$

also wenn

$$\varepsilon_h = \varepsilon_m - \varepsilon_h \quad \text{oder} \quad \varepsilon_h = \frac{\varepsilon_m}{2}$$

Dass ein Minimum eintritt und kein Maximum, bedarf keines Beweises.

Wir haben also keine Veranlassung von der Annahme gleicher Querschnitte für Hin- und Rückleitung für gewöhnliche Fälle abzugehen; wir würden im Gegenteil bei jeder anderen Annahme die Kosten der Anlage vergrössern.

65. Besondere Fälle einfacher Leitungsstränge. Erster Fall. Es sei gegeben ein Leitungsstrang von bekannter Länge, und der Strang sei auf seiner ganzen Länge vollständig gleichmässig belastet, so dass von jeder noch so klein gewählten Längeneinheit gleich viel Strom abfliesst. Die Summe aller Abzweigströme sei bekannt als

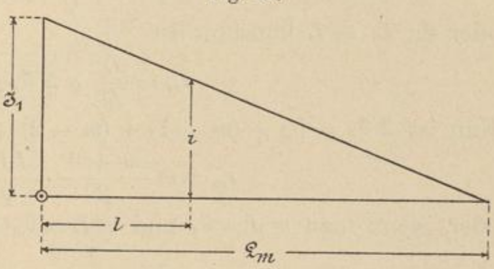
$$\Sigma J_\nu = \mathfrak{J}_1.$$

Aus dem Gesagten folgt, dass sich die Intensität des Leitungsstromes für jeden Punkt der Leitung aus der Gleichung

$$i = \frac{\mathfrak{J}_1}{\mathfrak{L}_m}(\mathfrak{L}_m - l) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (28$$

ergiebt, worin l die (veränderliche) Entfernung eines betrachteten Punktes vom Anfangspunkte der Leitung, i die in diesem Punkte herrschende Stärke des Leitungsstromes bedeutet. Die Kurve des Stromes in Abhängigkeit von der Länge der Leitung ist also eine Gerade, vergl. Fig. 49. Es sei ferner ein bestimmter maximaler Spannungsverlust ε_m vorgeschrieben. Die Leitung soll auf konstanten Querschnitt berechnet werden.

Fig. 49.



Der Spannungsverlust im Längenelement dl ist

$$d\varepsilon = \frac{i \cdot dl}{Q} \cdot \varrho,$$

also der Verlust bis zum Punkte in der Entfernung l

$$\varepsilon = \frac{\varrho}{Q}\int_0^l i\,dl = \frac{\varrho\,\mathfrak{J}_1}{Q\,\mathfrak{L}_m}\int_0^l (\mathfrak{L}_m - l)\,dl$$

oder

$$\varepsilon = \frac{\mathfrak{J}_1}{Q}\, l\left(1 - \frac{l}{2\,\mathfrak{L}_m}\right)\varrho \quad \ldots \ldots \ldots \quad (29$$

Diese Gleichung stellt eine Parabel dar, deren Scheitelpunkt im

Punkte P_∞ (vergl. Fig. 51) liegt. Der maximale Spannungsverlust tritt ein für $l = \mathfrak{L}_m$ und ist

$$\varepsilon_m = \frac{1}{2}\,\frac{\mathfrak{J}_1\,\mathfrak{L}_m}{Q}\,\varrho\,, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (30$$

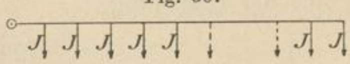
wobei $\mathfrak{L}_m$ die gesamte Länge der Leitung, Hin- und Rückleitung, bedeutet. Umgekehrt ist also der gesuchte Querschnitt

$$Q = \frac{1}{2}\,\frac{\mathfrak{J}_1\,\mathfrak{L}_m}{\varepsilon_m}\,\varrho\,, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (31$$

d. h. halb so gross, als wenn der Gesamtstrom $\Sigma J = \mathfrak{J}_1$ die Leitung ihrer ganzen Länge nach durchflösse, also am Ende der Leitung abgezweigt wäre.

Zweiter Fall. Die Leitung sei durch m gleiche Ströme J, die in gleichen Abständen $L = \frac{\mathfrak{L}_m}{m}$ von einander abgezweigt sind,

Fig. 50.



(vergl. Fig. 50) belastet. Die Verhältnisse seien im übrigen die des ersten Falles. Die Leitung ist auf konstanten Querschnitt zu berechnen.

Der maximale Spannungsverlust ist

$$\varepsilon_m = \frac{\Sigma\,\mathfrak{J}_\nu\,L_\nu}{Q}\,\varrho$$

oder da $L_\nu = L$ konstant ist

$$\varepsilon_m = \frac{L}{Q}\,\varrho\,\Sigma\,\mathfrak{J}_\nu\,.$$

Nun ist $\Sigma\,\mathfrak{J}_\nu = [m + (m-1) + (m-2) + \cdots + 2 + 1]\,J$, also

$$\varepsilon_m = m\,\frac{m+1}{2}\cdot\frac{J\,L}{Q}\,\varrho$$

oder, wenn man $m\,J = \mathfrak{J}_1$ und $m\,L = \mathfrak{L}_m$ setzt,

$$\varepsilon_m = \frac{1 + \frac{1}{m}}{2}\cdot\frac{\mathfrak{J}_1\,\mathfrak{L}_m}{Q}\,\varrho \quad \ldots\ldots\ldots (32$$

und

$$Q = \frac{1 + \frac{1}{m}}{2}\cdot\frac{\mathfrak{J}_1\,\mathfrak{L}_m}{\varepsilon_m}\,\varrho \quad \ldots\ldots\ldots (33$$

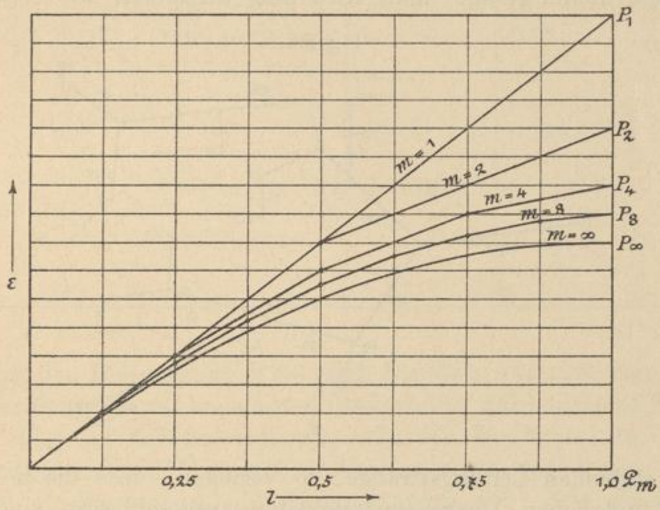
Hieraus folgt:

Der maximale Spannungsverlust am Ende der Leitung erreicht seinen grössten Wert ε_{mm}, wenn $m = 1$, d. h. wenn der Strom $\mathfrak{J}_1$ als J_1 am Ende der Leitung abgezweigt wird; er wird kleiner mit wachsendem m und erreicht seinen Grenzwert $= \frac{1}{2}\,\varepsilon_{mm}$ für $m = \infty$. Für $m = \infty$ ist der erste oben behandelte Fall erreicht. Die

Kurve des Spannungsverlustes in Abhängigkeit von der Länge der Leitung ist anfangs (für $m = 1$) eine Gerade, wird mit zunehmendem m eine mehr und mehr gebrochene Linie, die sich mehr und mehr an die Kurve des ersten Falles, die Parabel, anschmiegt. In Fig. 51 sind die Kurven für $m = 1, = 2, = 4, = 8$ und $= \infty$ dargestellt. Die Ordinaten am Ende stellen die für diese Werte von m aus der Formel (32) berechneten Werte von ε_m dar. Umgekehrt kann man aus diesen Endordinaten auf den Querschnitt schliessen, der sich bei gleichem maximalen Spannungsverluste für die verschiedenen Fälle ergiebt.

Eine unmittelbare praktische Bedeutung gewinnt diese Be-

Fig. 51.

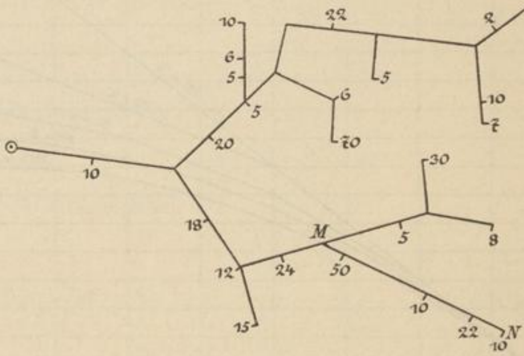


trachtung in dem Falle, dass die Belastung einer Leitung von vornherein nicht bestimmt angegeben werden kann, vielmehr nur mit der Angabe „Belastung von n Amp auf 1 Meter Leitungslänge“ geschätzt wird. Die Berechnung der Leitung erfolgt dann in der Weise, dass man — wie es Formel (31) angiebt — sich den aus dieser Angabe zu entnehmenden Gesamtstrom am Ende der Leitung abgezweigt denkt und den doppelten Spannungsverlust 2 ε_m zu Grunde legt. Der Fehler, den man hiermit gemacht hat, wenn von der auf diese Weise berechneten Leitung die Ströme thatsächlich abgezweigt werden, kann im Maximum der sein, dass der Spannungsverlust den doppelten Wert erreicht. Wie gross der Fehler bei ganz beliebiger Verteilung der Abzweigungen werden kann, lässt sich in jedem Falle leicht mit grosser Annäherung abschätzen, indem man sich die gesamte Belastung aus zwei Belastungen zusammengesetzt denkt, einer möglichst gleichmässigen und einer darübergelagerten, die die Ungleichmässigkeiten enthält.

Die Leitungsverzweigungen.

66. Ist eine beliebige Leitungsverzweigung mit beliebigen Belastungen, etwa wie in Fig. 52, gegeben, so wird durch die Forderung der Elastizität wiederum die einzige Bedingung gestellt, dass der maximal mögliche Spannungsverlust einen gewissen Wert nicht überschreite. Ueber die Summanden ϵ dieses Spannungsverlustes ist noch nichts gesagt; man wird über dieselben, wie früher bei

Fig. 52.



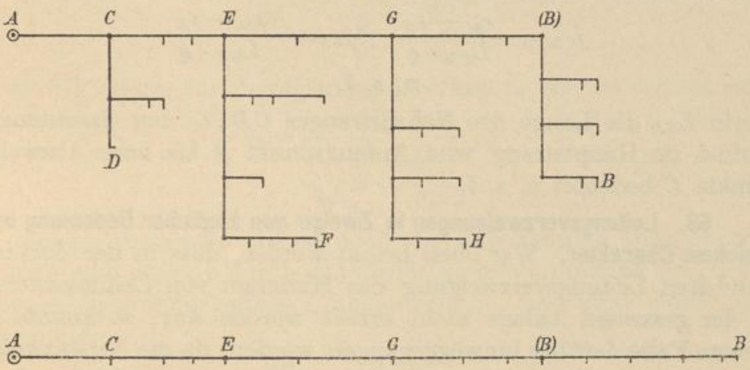
dem einfachen Leitungsstrange, so verfügen, dass die bei freier Wahl möglichen Unzweckmässigkeiten ausgeschlossen sind. Im vorliegenden Falle haben wir es aber mit einer noch grösseren Zahl von Willkürlichkeiten zu thun, da man in jedem mehrfach belasteten abgezweigten Strange, wie z. B. dem Strange MN, den vom Abzweigpunkte (M) aus noch verfügbaren Spannungsverlust, der schon beliebig gewählt werden konnte, noch beliebig teilen kann.

Man kann die Leitungsverzweigungen im allgemeinen in zwei Arten einordnen. Bei der einen kann man einen **Hauptstrang** unterscheiden, an den sich die Abzweigstränge von geringerer Bedeutung anschliessen, wobei die einzelnen Stränge an beliebigen Punkten belastet sein können; bei der andern verzweigt sich ein Strang in zwei oder mehrere **Stränge von annähernd gleicher Bedeutung**, wobei häufig nur die Enden der Abzweigungen belastet sind.

67. Leitungsverzweigungen mit einem Hauptstrange. Fig. 53a stellt eine solche Verzweigung dar: An den Hauptstrang AB schliessen sich die Abzweigungen CD, EF u. s. f. an, in denen man teilweise selbst wieder Hauptstränge und Nebenstränge unterscheiden kann, und zwar soll der Hauptstrang vornehmlich dadurch charakterisiert sein, dass er den stärksten Strom zu führen, also auch auf die stärksten Querschnitte Anspruch hat.

Die Aufgabe, eine solche Leitungsverzweigung zu berechnen, kann man nach den drei behandelten Methoden lösen, indem man

Fig. 53a und 53b.



zunächst den Hauptstrang AB (vergl. Fig. 53b) für sich betrachtet und ihn entweder auf konstanten Querschnitt, auf konstante Stromdichte oder auf minimalen Kupferverbrauch berechnet; die in die Abzweigleitungen CD u. s. f. abfliessenden Ströme treten dabei einfach als Belastungen des Hauptstranges auf. Aus dieser Berechnung lassen sich die bis zu den Abzweigpunkten C, E, G u. s. f. auftretenden Spannungsverluste bestimmen, wodurch dann die in den einzelnen Abzweigleitungen noch statthaften Verluste gegeben sind. Jede dieser Abzweigleitungen ist nun für sich unter Zugrundelegung des ihr zustehenden Spannungsverlustes zu berechnen, was wiederum nach den drei bekannten Methoden erfolgen kann.

Es ist zu beachten, dass diese Berechnungsweise nicht etwa für alle Leitungen denselben Querschnitt oder dieselbe Stromdichte oder für die gesamte Verzweigung den minimalen Kupferaufwand liefert, es treten vielmehr der Hauptstrang und die Nebenstränge, jeder einzeln, in dieser Beziehung ganz selbständig auf. Jeder Strang hat einen ihm eigenen Querschnitt oder eine ihm eigene

Stromdichte, und nur von jedem einzelnen Strange kann — im Falle der dritten Berechnungsmethode — ausgesagt werden, dass die geringste Menge an Leitungsmetall verwendet ist, die bei gleichem Spannungsverluste in diesem Strange möglich ist. Es folgt hieraus, dass auch die Stromdichte im allgemeinen je einmal für jeden Strang zu prüfen ist. Die Stromdichte, die bei der Berechnung auf konstante Stromdichte zugrunde gelegt werden musste, ist im Hauptstrange, wie früher,

$$\dot{j}_{AB} = \frac{\varepsilon_m}{L_{AB} \cdot \varrho}$$

in den Nebensträngen dagegen gleich

$$\dot{j}_{CD} = \frac{\varepsilon_m - \varepsilon_C}{L_{CD} \cdot \varrho}\,, \quad \dot{j}_{EF} = \frac{\varepsilon_m - \varepsilon_E}{L_{EF} \cdot \varrho}$$

u. s. f.

worin L_{CD} die Länge des Nebenstranges CD, ε_C den Spannungsverlust im Hauptstrang vom Anfangspunkt A bis zum Abzweigpunkte C bedeutet u. s. f.

68. Leitungsverzweigungen in Zweige von ähnlicher Bedeutung und gleichem Charakter. War oben betont worden, dass in der dort behandelten Leitungsverzweigung das Minimum von Leitungsmetall in der gesamten Anlage nicht erzielt worden war, so konnte in diesem Falle darüber hinweggegangen werden, da die Nebenzweige von geringerem Querschnitte und deshalb weniger von Einfluss und Bedeutung waren. Jetzt aber, wo nicht mehr ein Strang die anderen an Bedeutung wesentlich überwiegt, bleibt — wenn wir nicht vollständig frei über die Teilung des Spannungsverlustes verfügen wollen — vernünftiger Weise keine andere Wahl, die Willkürlichkeiten zu beschränken, als die, das Minimum von Leitungsmetall vorzuschreiben. Wir stellen deshalb die Frage: Wie muss der vorgeschriebene Spannungsverlust ε_m auf den Hauptstrang und auf die Zweige, also in

$$\epsilon_h + \epsilon_z = \varepsilon_m$$

geteilt werden, damit die Kupfermenge ein Minimum werde?

Die gesamte Kupfermenge stellt sich bei einer Verzweigung in n Zweige dar als

$$m = L_h\, Q_h + \sum_1^n{}^{\nu}\, L_\nu\, Q_\nu$$

oder, da die Querschnitte in ihrer Abhängigkeit von den Teilen des Spannungsverlustes dargestellt sein müssen,

$$m = \frac{L^2{}_h\, \mathfrak{J}_h}{\epsilon_h}\, \varrho + \frac{1}{\epsilon_m - \epsilon_h} \sum_1^n{}^{\nu}\, L^2{}_\nu\, \mathfrak{J}_\nu\, \varrho.$$

Die einzige Variabele ist ϵ_h. Wird nach dieser differentiiert, so folgt

$$\frac{\partial m}{\partial \epsilon_h} = -\frac{L^2_h \mathfrak{J}_h}{\epsilon_h}\varrho + \frac{1}{(\epsilon_m - \epsilon_h)^2}\sum_1^n{}_\nu L^2_\nu \mathfrak{J}_\nu \varrho.$$

Also ergiebt sich als Bedingung für das Auftreten eines Minimums, indem man die rechte Seite mit ϱ multipliziert und gleich Null setzt

$$\frac{Q^2_h}{\mathfrak{J}_h} = \sum_1^n{}_\nu \frac{Q^2_\nu}{\mathfrak{J}_\nu} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (34$$

Setzt man den hieraus gewonnenen Wert

$$\frac{\mathfrak{J}^2_h}{Q^2_h} = \frac{\mathfrak{J}_h}{\sum\limits_1^n{}_\nu \dfrac{Q^2_\nu}{\mathfrak{J}_\nu}}$$

in die Gleichung für den Spannungsverlust ϵ_h ein, so ergiebt sich

$$\epsilon_h = \frac{\sqrt{\mathfrak{J}_h}\, L_h}{\sqrt{\sum\limits_1^n{}_\nu \dfrac{Q^2_\nu}{\mathfrak{J}_\nu}}}\varrho.$$

In diesem Ausdrucke stehen noch die unbekannten Querschnitte Q_ν; sie sind deshalb durch den durch ϵ_m in Verbindung mit ϵ_h gegebenen Spannungsverlust ϵ_z auszudrücken, und zwar durch die Beziehung

$$\frac{Q^2_\nu}{\mathfrak{J}_\nu} = \frac{\mathfrak{J}_\nu L^2_\nu}{\epsilon^2_z}\varrho^2.$$

Setzt man diesen Wert ein, so ergiebt sich

$$\epsilon_h = \epsilon_z \sqrt{\frac{\mathfrak{J}_h}{\sum\limits_1^n{}_\nu \mathfrak{J}_\nu L^2_\nu}} \cdot L_h$$

oder

$$\frac{\epsilon_z}{\epsilon_h} = \frac{\sqrt{\dfrac{\Sigma \mathfrak{J}_\nu L^2_\nu}{\mathfrak{J}_h}}}{L_h}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (35$$

wodurch die gesuchte Teilung des gegebenen Spannungsverlustes unter Erfüllung der Bedingung des minimalen Kupferverbrauches gegeben ist. Dieses Ergebnis lässt sich in der folgenden interessanten Weise*) deuten:

Der Wurzelausdruck hat offenbar die Dimension einer Länge. Der Spannungsverlust ϵ_h wird am Ende der Leitung von der Länge L_h erreicht, wenn dieselbe vom Strome $\mathfrak{J}_h$ durchflossen wird; würde derselbe Strom im gleichen Querschnitte weiter fliessen, so würde

*) nach Herzog und Feldmann, Berechnung elektrischer Leitungsnetze.

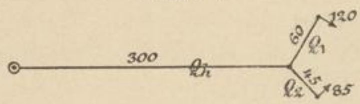
in dem neuen Stücke der Spannungsverlust ϵ_z, insgesamt also der Spannungsverlust ϵ_m auftreten, wenn dieses Stück die Länge

$$\varLambda = \sqrt{\frac{\Sigma\, \mathfrak{J}_\nu\, L^2_\nu}{\mathfrak{J}_h}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (36$$

hätte. Man hat diese Länge die fiktive Länge genannt.

Beispiel. Eine Leitung von 300 m einfacher Länge sei an ihrem Endpunkte in zwei Zweige geteilt, deren erster 60 m lang und an seinem Ende mit 120 Amp belastet ist, während vom Endpunkte des anderen, 45 m langen Zweiges 85 Amp abgenommen werden, vergl. Fig. 54. Der Gesamtspannungsverlust soll $\epsilon_m = 15$ V sein; wie gross muss der Spannungsverlust bis zum Verzweigungspunkte sein, wenn die Kupfermenge ein Minimum sein soll?

Fig. 54.



Die fiktive Länge ergiebt sich nach Formel (36) zu

$$\varLambda = \sqrt{\frac{120 \cdot (60)^2 + 85 \cdot (45)^2}{205}} = 54{,}3 \text{ m},$$

wenn die einfache Länge angenommen wird. Demnach ist

$$\frac{\epsilon_h}{\epsilon_z} = \frac{300}{54{,}3}$$

oder

$$\epsilon_h = \frac{300}{354{,}3}\, \epsilon_m = 0{,}847\, \epsilon_m$$

also

$$\epsilon_h = 12{,}7 \text{ Volt und } \epsilon_z = 2{,}3 \text{ Volt.}$$

Daraus berechnen sich die Querschnitte zu

$$Q_h = 169{,}5 \text{ mm}^2, \qquad Q_1 = 109{,}6 \text{ mm}^2, \qquad Q_2 = 58{,}2 \text{ mm}^2.$$

Der Aufwand an Leitungskupfer ist in der folgenden Zusammenstellung angegeben, aus der gleichzeitig hervorgeht, dass bei einer geringen Veränderung der Teilung des Spannungsverlustes ϵ_m das Kupfervolumen grösser wird. Es ist

	für $\epsilon_z = 2{,}3$ V	$\epsilon_z = 2$ V	$\epsilon_z = 3$ V
$M_h =$	101 700 cm³	99340 cm³	107600 cm³
$M_1 =$	13 150 „	15120 „	10080 „
$M_2 =$	5 240 „	6020 „	4020 „
Gesamtvolumen =	120 090 „	120480 „	121700 „

II. Verwertung der Ergebnisse für die Praxis.

69. Mit den bisher gewonnenen Ergebnissen und gemachten Erfahrungen lassen sich eine grosse Anzahl von praktisch vorkommenden Aufgaben erledigen; es können z. B. alle bei Hausinstallationen vorkommenden Anlagen mit sehr geringen Ausnahmen berechnet werden. Es frägt sich nur, ob die Ergebnisse für die praktischen Aufgaben direkt, ohne Einschränkung, anwendbar sind, und ob man durch ihre unmittelbare, rücksichtslose Anwendung thatsächlich allen praktischen Anforderungen genügen kann. Diese Frage muss verneint werden; denn wie es überhaupt in der Technik eine besondere Aufgabe ist, die Ergebnisse theoretischer Betrachtungen auf ihre Anwendbarkeit in der Praxis zu prüfen und unter Umständen zu modifizieren, so werden wir auch in unserem Falle zugeben müssen, dass die Praxis bisher noch viel zu wenig zu Worte gekommen ist, als dass wir erwarten dürften, allen Anforderungen des oben begrenzten praktischen Gebietes gerecht werden zu können.

Es steht zum grossen Teile dem praktischen Ingenieur selbst zu, die durch theoretische Ueberlegungen gewonnenen Erfahrungen und Ergebnisse so auszubauen, dass sie zu einem handlichen Werkzeuge für die Praxis, und gerade für seine besondere Praxis werden. Nach vielerlei Richtungen hin aber lassen sich allgemein gültige Erwägungen anstellen und Normen daraus ableiten. Die wichtigsten Punkte sollen hier besprochen werden, und zwar sollen die bei Hausinstallationen oder anderen Anlagen geringeren Umfanges vorliegenden Verhältnisse ins Auge gefasst werden.

70. Genauigkeit der Unterlagen. Zur Berechnung des Querschnittes müssen die Grössen J, L, ϱ und ε_m bekannt sein. Es soll zunächst angenommen werden, dass ausser dem Plane des zu installierenden Gebäudes auch noch der Ort und der Stromverbrauch der Stromempfänger und die Betriebsspannung oder Nutzspannung gegeben sei. Die Längen und die Leitungsströme lassen sich dann leicht bestimmen, indem man dem Grundsatze folgt, die Leitungsverzweigung so einzurichten, dass jeder Stromempfänger auf dem kürzesten Wege, den der Gebäudegrundriss zulässt, mit der Elektrizitätsquelle verbunden werden soll.

Plan und Ausführung sind aber verschiedene Dinge; es wird, wenn der Plan ausgeführt werden soll, oft nicht zweckmässig oder auch nicht möglich sein, den im Plane angenommenen Leitungsweg zu wählen, irgendwelche vorher nicht beachtete Umstände können zu Umwegen zwingen. Auf der andern Seite ist es sehr möglich, eigentlich sogar Regel, dass sich kurz vor oder während der Ausführung das Bedürfnis nach einer grösseren oder kleineren Veränderung des Ortes oder der Grösse der Stromempfänger herausstellt: An der Stelle, wo eine sechzehnkerzige Glühlampe angenommen war, soll eine fünfundzwanzigkerzige verwendet werden, wo eine Glühlampe angenommen war, werden jetzt zwei verlangt; die Ausschaltung einer Lampe soll nicht mehr an der Lampe selbst, sondern durch einen besonderen Ausschalter an der Thür vorgenommen werden, und dergl. mehr. Alle diese Umstände verändern die Grössen J und L, und es ist nicht möglich derentwegen das ganze Projekt umzustossen, wenn nicht wirklich Aenderungen von bedeutendem Umfange vorliegen; es ist vielmehr schon während der Bearbeitung des Projektes auf die Möglichkeit solcher Aenderungen Rücksicht zu nehmen, und zwar dadurch, dass man nicht bis an die Grenze des Zulässigen — sowohl was den Spannungsverlust, als was die Stromdichte betrifft — geht; besonders soll die Stromdichte nach Möglichkeit unter den oben in § 14 als zulässig angegebenen Werten gehalten werden.

Viele Ingenieure tragen den geschilderten Verhältnissen dadurch Rechnung, dass sie für die einzelnen Stromempfänger einen höheren Stromverbrauch einsetzen als er der Wirklichkeit entspricht; sie setzen z. B. den Stromverbrauch einer Glühlampe von 16 NK und 110 V Spannung statt zu 0,5 Amp zu 0,7 oder 0,8 Amp fest. Bei diesem Verfahren ist es denn im allgemeinen auch nicht mehr nötig bei Abmessung der Längen auf die kleineren Verzweigungen zu den Ausschaltern und die Leitungen in den Beleuchtungskörpern Rücksicht zu nehmen.

Es ist klar, dass durch die beschriebene Ungenauigkeit die Ansprüche an eine exakte Berechnung der Leitungsverzweigungen nicht unwesentlich herabgestimmt werden; jedenfalls spielt ihnen gegenüber die mögliche Aenderung des Faktors ϱ, sei es infolge von Minderwertigkeit des Kupfers, sei es infolge von Erwärmung, keine wesentliche Rolle bei der Berechnung; selbstverständlich soll man aber sich nicht etwa deswegen mit einem schlechteren Kupfer begnügen. Andrerseits ist es nicht erforderlich oder gerechtfertigt, für ϱ statt der Zahl 0,0175 die Zahl 0,0182 oder 0,0186 (wie es oft geschieht) einzusetzen, mit der Begründung, dass man auf die vorschriftsmässig zugelassene Erwärmung Rücksicht nehmen müsse. Dass diese Ansicht nicht richtig ist, geht aus § 44 hervor, wo gezeigt ist, dass die zulässige Stromdichte, die eine Erwärmung um 10° hervorrufen würde, in praktisch seltenen Fällen erreicht wird.

71. Unterlagen für kleinere Beleuchtungsprojekte. Sind, wie es in der Praxis oft vorkommt, als Unterlagen nur der Grundriss eines Gebäudes und der Zweck der einzelnen Räume gegeben, und können nähere Angaben über das Lichtbedürfnis nicht gemacht werden, so können der Erfahrung entnommene Durchschnittszahlen als Unterlagen dienen.

Die folgenden Zahlen geben die Bodenfläche an, auf die jedesmal eine Glühlampe von 16 NK zu rechnen ist. Diese Bemessung ist deshalb nicht ganz korrekt, weil das Lichtbedürfnis wesentlich vom Kubikinhalt des Raumes abhängt. Da aber die Höhe der in Frage kommenden Räume nicht sehr von einander abzuweichen pflegt, so ist das eingeschlagene Verfahren statthaft und wird in der Praxis fast allgemein angewendet*).

Es ist zu rechnen 1 Lampe von 16 NK:

in Privathäusern, nämlich in				
Wohn- und Speisezimmern . .	auf	4,5	bis	5 m^2
besseren Wohnzimmern . . .	„	3,5	„	4 „
Schlafzimmern	„	8	„	10 „
Nebenräumen	„	10	„	15 „
in Geschäftsräumen, nämlich in				
Verkaufsläden (ohne Auslage) .	auf	2,5	bis	4 m^2
(in Schaufenstern rechnet man 3 bis 5 Lampen auf das lfde. Meter).				
Bureaux	„	4	„	8 „
Lagerräumen	„	7	„	8 „
in Hotels, nämlich in				
besseren Fremdenzimmern . .	auf	4	bis	5 m^2
einfacheren „ . .	„	6	„	8 „
Gesellschaftszimmern	„	2,5	„	3 „
Festräumen	„	1,5	„	2 „
Wirtschaftsräumen	„	8	„	10 „
Nebenräumen	„	10	„	15 „

Für grössere Räume und Hallen wird Bogenlicht bevorzugt; als Unterlage**) können hierbei folgende Zahlen dienen:

Es ist zu rechnen 1 Bogenlampe zu 8 Amp:

für Hofbeleuchtung	auf	2000 m^2		
„ Bahnhofshallen	„	1400 „		
„ Giessereien, allg. Beleuchtung	„	500	bis	600 m^2
„ desgl., spezielle Beleuchtung .	„	200	„	250 „

*) Ausführlicheres findet sich in Herzog und Feldmann, die Verteilung des Lichtes und der Lampen, Berlin und München 1898.

**) Vergl. Uppenborns Kalender 1898.

für Maschinenfabriken u. Giessereien auf 200 m²
„ Webereien . . . . „ 200 „
„ Spinnereien . . . . „ 200 „

72. Erreichbare Uebereinstimmung der zu verwendenden mit den berechneten Querschnitten. Das Gefühl mit ungenauen Angaben zu arbeiten kann und soll zwar unsere Rechnung beeinflussen, und zwar um so mehr, je mehr wir von der Unsicherheit der Unterlagen überzeugt sind; immerhin kann man aber, wie auch die Unterlagen sein mögen, bestimmte Rechnungen darauf gründen und wird bestimmte Querschnitte daraus ableiten. Aber auch die Anwendung dieser Querschnitte bei Ausführung der Anlage lässt die Praxis nicht zu, man ist vielmehr auf die Benutzung gewisser Querschnitte angewiesen, die den Fabrikationsnummern der herstellenden Firma entsprechen. Wenn wir uns einerseits mit der Auswahl unter diesen Querschnitten begnügen müssen, so können wir auf der andern Seite doch auch sagen, dass die Bedürfnisse der Leitungspraxis den Fabrikanten die Querschnittsabstufungen vorgeschrieben haben, dass diese Stufen also auch genügen werden. Die neuerdings am meisten üblich werdenden Abstufungen sind die vom Verbande deutscher Elektrotechniker festgesetzten, wie sie in § 14 angegeben sind. Es empfiehlt sich im Interesse der Einheitlichkeit, sich an diese Zahlen zu halten.

Selbst die Benutzung der nach diesen Abstufungen möglichen vielerlei Querschnitte wird man in manchen Fällen gern vermeiden; z. B. ist es dann, wenn die Materialien nach einem schlecht erreichbaren Orte, etwa über See, geschickt werden müssen, wünschenswert, sich auf möglichst wenig Querschnitte zu beschränken. Es wird dadurch vermieden, dass die bei jeder Anlage vorkommenden Abfälle in kurzen Drahtenden verschiedener Sorten bestehen, und statt dessen ein Posten Draht in brauchbaren Längen und von wenigen Querschnitten zurückbehalten, der bei Reparaturen oder Erweiterungen vorteilhaft verwendet werden kann.

Die Beschränkung in der Zahl der Querschnitte muss die Berechnung der Leitungen natürlich wesentlich beeinflussen. Will man alle vom Verbande deutscher Elektrotechniker zugelassenen Querschnitte benutzen, so wird man der Berechnung durch Annahme der nächstliegenden Querschnittstufe im allgemeinen noch ziemlich nahe kommen können, und es genügt eine oberflächliche Nachrechnung des auftretenden Spannungsverlustes in den thatsächlich verwendeten Leitungen. Je mehr man aber die Stufenzahl beschränkt, um so mehr gewinnt die spätere Nachrechnung und verliert die vorherige Querschnittsberechnung an Gewicht. Unter solchen Umständen frägt es sich vor allen Dingen, welche von den behandelten Methoden der Leitungsberechnung sich zur Anwendung in der Praxis am meisten empfiehlt.

73. Wahl der Berechnungsmethode. Zunächst wird es erklärlich, dass die Methode der Berechnung auf minimalen Kupferverbrauch erheblich an Wert verlieren muss, da wir die hierin geforderten feinen Abstufungen doch nicht ausführen können; die beabsichtigte Kostenersparnis kann überdies durch das Mehr an Arbeitslohn, das für die Herstellung der Lötstellen aufgewendet werden muss, und durch den wertlosen Verschnitt der vielen Drahtsorten sehr leicht wett gemacht werden. Hierdurch kommt es, dass diese Methode in der Praxis thatsächlich sehr selten angewendet wird. Der Wert der theoretischen Entwicklung besteht hauptsächlich darin, dass die Bedingung für das Kupferminimum aufgedeckt und hierdurch die Warnung gegeben ist, dass man sich nicht zu weit von dieser Bedingung entferne.

Dies geschieht nicht, wenn man auf konstanten Querschnitt oder konstante Stromdichte berechnet.

Der Umstand, dass die letztere der beiden Methoden bei der Ausführung ebenso vielerlei Querschnitte verlangt als die Methode der Berechnung auf minimalen Kupferverbrauch, könnte Veranlassung geben, auch diese Methode fallen zu lassen und nur auf konstanten Querschnitt zu berechnen. Dies verbietet sich aber dadurch, dass in dem ersten Teile des konstanten Querschnittes bei solchen Anlagen, wie wir sie ins Auge gefasst haben, die Stromdichte leicht zu gross wird. Andrerseits giebt man damit der Berechnungsmethode auf konstante Stromdichte noch nicht unbedingt den Vorzug; die Berechnungsweise der Praxis ist vielmehr meistens ein Gemisch der beiden Methoden, wobei man aber doch noch beide mehr oder weniger streng unterscheiden kann, je nachdem der Charakter der einen oder der andern überwiegt.

Als allgemein gültige Regel für beide Methoden mag man gelten lassen, dass kleine Abzweigungen nicht für sich berücksichtigt zu werden brauchen, die ihnen entsprechende Belastung vielmehr zur vorhergehenden oder nachfolgenden grösseren Abzweigung zugezählt werden kann. In ähnlicher Weise kann man nahe bei einander liegende Abzweigungen zu einer einzigen vereinigt denken.

Die Berechnung auf konstanten Querschnitt wird in praktischen Fällen ohne sonderliche Abweichung von dem theoretisch Gegebenen durchgeführt. Natürlich wird man den Querschnitt des Hauptstranges nicht bis zum letzten Punkte (B in Fig. 53) durchführen, sondern höchstens bis zu dem Punkte (B), in dem der Hauptstrang äusserlich den Charakter einer Abzweigung annimmt; in gleicher Weise verfährt man in den Nebensträngen. Wird die Stromdichte im ersten Stücke eines Stranges zu hoch, so teilt man ihn in zwei oder mehr Teile, die man für sich auf konstanten Querschnitt mit freigewählten Teilen des Spannungsverlustes berechnet. Die Teilung des Spannungverlustes soll sich hierbei der bei Berechnung auf minimalen Kupferverbrauch oder einfacher der auf konstante Stromdichte nähern. Dieser letzten Methode wird man um so näher kommen, in je mehr Teile von konstantem Querschnitte man die Leitungsstränge zu teilen sich veranlasst sieht.

Für die Berechnung auf konstante Stromdichte bietet die Grundgleichung

$$Q_\nu = \frac{\mathfrak{J}_\nu \mathfrak{L}_m}{\varepsilon_m} \varrho \quad \text{oder} \quad Q'_\nu = \frac{J_\nu \mathfrak{L}_m}{\varepsilon_m} \varrho$$

die Möglichkeit zur Herstellung einer Kurventafel oder zur Aufstellung einer Tabelle, aus denen man die Querschnitte für eine gegebene Anlage unmittelbar ablesen kann. Ist nämlich der Spannungsverlust ε_m bestimmt, so enthalten die Gleichungen bei einem Leitungsstrange von gegebener Länge nur noch zwei Veränderliche, Q_ν und $\mathfrak{J}_\nu$ oder Q'_ν und J_ν, zwischen denen Proportionalität besteht, deren Abhängigkeit von einander also durch eine durch den Nullpunkt des Koordinatensystems gehende Gerade ausgedrückt wird.

In Fig. 55 ist eine Schar von solchen Kurven für verschiedene Leitungslängen gegeben. Der Tafel sind die Zahlen

$$\varepsilon_m = 2 \text{ Volt} \quad \text{und} \quad \varrho = 0{,}0175 \text{ Ohm}$$

zu Grunde gelegt, als Abscissen sind die Ströme in Amp, als Ordinaten die Querschnitte in mm² aufgetragen; jede Gerade gilt für eine bestimmte Länge $\mathfrak{L}_m$, die der betreffenden Geraden beigeschrieben ist, und zwar ist dies z. B. durch die Bezeichnung $\frac{1}{2} \mathfrak{L}_m = 100$ m geschehen, um die Tafel für den praktischen Gebrauch, bei dem man die einfache Entfernung des Stromempfängers von den Hauptklemmen (in diesem Falle also 100 m) misst, handlicher zu machen.

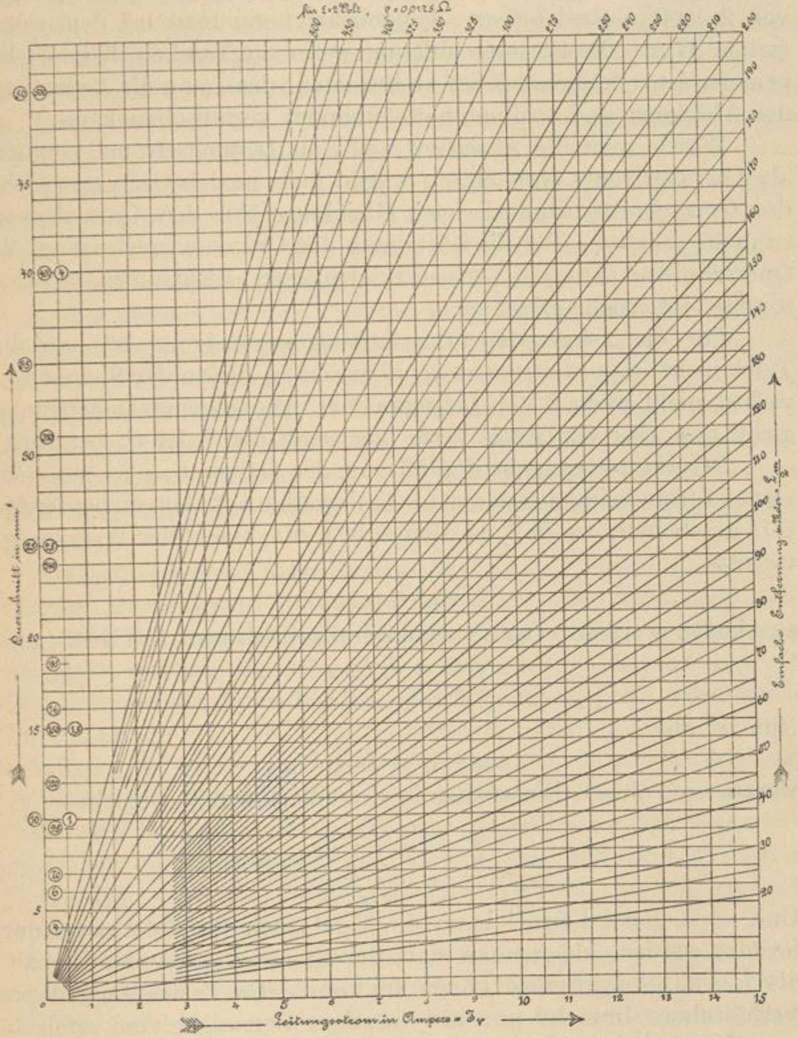
Die Tafel ist folgendermassen zu gebrauchen: Man fasst zunächst den Hauptstrang ins Auge und misst dessen Länge; dieselbe sei, einfach gemessen = 170 m. Für den Hauptstrang gilt nun nur die mit dieser Länge bezeichnete Gerade, ihre Ordinaten stellen die Querschnitte dar, welche für die durch die Abscissen gemessenen Leitungsströme erforderlich sind, wenn der

Fig. 55.

Tafel der Leitungsquerschnitte

nach der Formel $Q_v = \frac{J_v \cdot L_m}{\varepsilon} \cdot \rho$

für $\varepsilon = 2$ Volt, $\rho = 0{,}0175\ \Omega$



Die von Kreisen umgebenen Zahlen stellen die Querschnitte des Verbandes deutscher Elektrotechniker dar.

maximale Spannungsverlust 2 Volt sein soll. Es ist also z. B. für das von 8 Amp durchflossene Leitungsstück der Querschnitt von 24 mm², rund 25 mm² zu wählen. Die Tafel ergiebt also um 10% zu starke Querschnitte, wenn ein Spannungsverlust von 2% der

Nutzspannung zugelassen werden soll. Uebersteigt die Stromstärke den Betrag von 15 Amp, so ist der Querschnitt für den zehnten Teil des Stromes zu suchen und dann zu verzehnfachen. In derselben Weise ist die Anwendbarkeit der Tafel über die Längen von $2 \cdot 500$ m ausdehnbar. Umgekehrt kann man bei dem zehnfachen Werte des Stromes ablesen, wenn die Tafel an dieser Stelle genauer ist. Schliesslich ist zu beachten, dass man die Bedeutung der Abscissen und Ordinaten miteinander vertauschen kann.

Würde man die Abscissen nicht als Leitungsströme, sondern als Abzweigströme ansehen, so würde man in den Ordinaten nicht den Querschnitt, sondern nach Gleichung (20) den Querschnittszuwachs erhalten. Bei Einschreibung der Ordinatenwerte ist auf die Querschnittsstufen des Verbandes deutscher Elektrotechniker besondere Rücksicht genommen.

Für die Nebenzweige der Leitungsverzweigung ist nun die Tafel nicht ohne weiteres anwendbar, da in diesen der Spannungsverlust nicht mehr 2 Volt betragen darf. Die folgende Ueberlegung giebt uns aber ein Mittel auch hier noch die Tafel zu benützen:

Der Hauptstrang in Fig. 53 von der Länge L_{AB} sei auf konstante Stromdichte berechnet; soll dasselbe mit dem Nebenzweige GH geschehen, so darf in demselben nur noch der Spannungsverlust

$$\epsilon_{GB} = \epsilon_{GH}$$

zugelassen werden. Der ν^{te} Querschnitt in diesem Zweige ist also

$$Q_\nu = \frac{\mathfrak{J}_\nu L_{GH}}{\epsilon_{GB}} \varrho.$$

Nun ist aber

$$\epsilon_{GB} : \varepsilon_m = L_{GB} : \mathfrak{L}_m ,$$

woraus sich durch Einsetzung in den Wert von Q_ν ergiebt

$$Q_\nu = \frac{\mathfrak{J}_\nu L_{GH} \frac{\mathfrak{L}_m}{L_{GB}} \varrho}{\varepsilon_m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (37$$

Und nach dieser Formel kann die Tafel auch für die Abzweigung benutzt werden, indem man statt der Länge L_{GH} die im Verhältnis $\mathfrak{L}_m : L_{GB}$ vergrösserte Länge annimmt. Die Feststellung dieses Verhältnisses braucht nur mit mässiger Genauigkeit zu erfolgen.

In ähnlicher Weise kann man die Brauchbarkeit der Tafel auch auf solche Fälle ausdehnen, in denen der maximale Spannungsverlust nicht $\varepsilon_m = 2$ V, sondern $\varepsilon'_m \lesseqgtr 2$ V sein soll: Man stellt das Verhältnis

$$\varepsilon_m : \varepsilon'_m = \zeta$$

fest und liest die Querschnitte an der dem Werte $\zeta \cdot \mathfrak{L}_m$ entsprechenden Graden ab.

Statt der Kurventafel kann man eine T a b e l l e benutzen wie sie auf Seite 114 u. 115 gegeben ist. Es empfiehlt sich eine solche Tabelle dem eine Anlage ausführenden Monteur mitzugeben, damit dieser bei Abweichungen vom Montageplan selbst in der Lage ist, den richtigen Querschnitt zu wählen. Die Bedeutung der drei Zahlen in jedem Vierecke der Tabelle ist durch die beigezeichnete Figur angegeben; die Durchmesser sind dabei von 0,5 zu 0,5 mm abgestuft. Die beiden oberen Zahlen sind aus der unteren in der Weise entnommen, dass da, wo ein Durchmesser oder Querschnitt nach den Abstufungen des Verbandes deutscher Elektrotechniker nicht genau dem berechneten Querschnitte entspricht (also im allgemeinen), der nächst grössere Durchmesser angenommen ist. Jedoch ist die vorhergehende kleinere Drahtnummer (D_1 oder Q_1) jedesmal noch verwendet bis der berechnete Querschnitt den Wert $Q_1 + {}^1/_4\,(Q_2 - Q_1)$ erreicht hat. Die als Entfernungen bezeichneten Zahlen kann man auch als Leitungsströme ansehen, wenn man umgekehrt die Zahlen der ersten Kolonne als Längen annimmt.

Durchmesser in mm.	Querschn. des V.D.E. in mm².
Berechneter Querschnitt in mm²	

Die berechneten Querschnitte in den links oben durch dicke Striche abgetrennten Vierecken können nicht verwendet werden, weil der entsprechende Draht nicht genügende mechanische Festigkeit besitzen würde, es ist deshalb auch jedesmal nur der Durchmesser von 1 mm darüber geschrieben, nämlich der kleinste Durchmesser, der noch verwendet wird. Stuft man nach Querschnitten ab, so ist als kleinster Querschnitt $Q = 0{,}75$ mm² zugelassen, der ungefähr dem Durchmesser von 1 mm entspricht. Diese Drähte dürfen aber nach den Vorschriften des Verbandes deutscher Elektrotechniker nur in und an Beleuchtungskörpern verwendet werden; ausserhalb derselben soll der Querschnitt wenigstens 1 mm² betragen.

Die berechneten Querschnitte der in gleicher Weise links unten abgetrennten Vierecke gelten deshalb nicht, weil in ihnen die Stromdichte zu gross werden würde. Die dafür anzunehmenden Durchmesser oder Querschnitte sind aus der in § 14 gegebenen Tabelle der zulässigen Stromstärken entnommen und in die Vierecke eingeschrieben. Einfache Drähte von über 8 mm Durchmesser werden in der Regel nicht verlegt und sind deshalb in der Tabelle nicht mehr eingeschrieben.

Tabelle der Querschnitte und Durchmesser für Leitungen

→ Einfache Entfernungen

← Leitungsströme in Amp

	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
0,5	1 0,75 0,088	1 0,75 0,131	1 0,75 0,175	1 0,75 0,219	1 0,75 0,262	1 0,75 0,306	1 0,75 0,350	1 0,75 0,394	1 0,75 0,438	1 0,75 0,481	1 0,75 0,525
1,0	1 0,75 0,175	1 0,75 0,263	1 0,75 0,350	1 0,75 0,438	1 0,75 0,525	1 0,75 0,612	1 0,75 0,700	1 0,75 0,788	1 1 0,875	1 1 0,962	1,5 1 1,05
1,5	1 0,75 0,263	1 0,75 0,394	1 0,75 0,525	1 0,75 0,657	1 0,75 0,788	1 1 0,918	1,5 1 1,05	1,5 1,5 1,18	1,5 1,5 1,31	1,5 1,5 1,44	1,5 1,5 1,58
2,0	1 0,75 0,350	1 0,75 0,525	1 0,75 0,700	1 1 0,875	1,5 1 1,05	1,5 1,5 1,225	1,5 1,5 1,40	1,5 1,5 1,58	1,5 1,5 1,75	1,5 2,5 1,93	1,5 2,5 2,10
2,5	1 0,75 0,438	1 0,75 0,657	1 1 0,875	1,5 1 1,095	1,5 1,5 1,31	1,5 1,5 1,53	1,5 1,5 1,75	1,5 2,5 1,97	1,5 2,5 2,19	2 2,5 2,41	2 2,5 2,63
3,0	1 0,75 0,525	1 0,75 0,788	1,5 1 1,05	1,5 1,5 1,31	1,5 1,5 1,58	1,5 2,5 1,84	1,5 2,5 2,10	2 2,5 2,37	2 2,5 2,63	2 2,5 2,88	2 4 3,15
3,5	1,5 1 0,612	1,5 1 0,921	1,5 1,5 1,225	1,5 1,5 1,53	1,5 2,5 1,84	1,5 2,5 2,14	2 2,5 2,45	2 2,5 2,76	2 4 3,06	2 4 3,36	2 4 3,68
4,0	1,5 1 0,700	1,5 1 1,05	1,5 1,5 1,40	1,5 1,5 1,75	1,5 2,5 2,10	2 2,5 2,45	2 2,5 2,80	2 4 3,15	2 4 3,50	2,5 4 3,85	2,5 4 4,20
4,5	1,5 1,5 0,788	1,5 1,5 1,18	1,5 1,5 1,58	1,5 2,5 1,97	2 2,5 2,36	2 2,5 2,75	2 4 3,15	2 4 3,54	2,5 4 3,94	2,5 4 4,33	2,5 6 4,73
5,0	1,5 1,5 0,875	1,5 1,5 1,31	1,5 1,5 1,75	1,5 2,5 2,19	2 2,5 2,63	2 4 3,06	2 4 3,50	2,5 4 3,94	2,5 4 4,38	2,5 6 4,82	2,5 6 5,25
5,5	1,5 1,5 0,962	1,5 1,5 1,45	1,5 2,5 1,93	2 2,5 2,41	2 4 2,89	2 4 3,38	2,5 4 3,85	2,5 4 4,33	2,5 6 4,82	2,5 6 5,28	3 6 5,77
6,0	1,5 1,5 1,05	1,5 1,5 1,58	1,2 2,5 2,10	2 2,5 2,63	2 4 3,15	2,5 4 3,67	2,5 4 4,20	2,5 6 4,73	2,5 6 5,25	3 6 5,76	3 6 6,30
6,5	1,5 2,5 1,14	1,5 2,5 1,71	2 2,5 2,27	2 2,5 2,84	2 4 3,41	2,5 4 3,98	2,5 6 4,55	3 6 5,12	3 6 5,68	3 6 6,25	3 6 6,82
7,0	1,5 2,5 1,225	1,5 2,5 1,84	2 2,5 2,45	2 4 3,06	2,5 4 3,68	2,5 4 4,28	2,5 6 4,90	3 6 5,52	3 6 6,12	3 6 6,73	3 10 7,35
7,5	1,5 2,5 1,31	1,5 2,5 1,97	2 2,5 2,63	2 4 3,28	2,5 4 3,94	2,5 6 4,59	2,5 6 5,25	3 6 5,89	3 6 6,56	3 10 7,20	3,5 10 7,88
8,0	1,5 2,5 1,40	1,5 2,5 2,10	2 2,5 2,80	2 4 3,50	2,5 4 4,20	2,5 6 4,90	3 6 5,60	3 6 6,30	3 6 7,00	3 10 7,70	3,5 10 8,40
8,5	2 2,5 1,49	2 2,5 2,24	2 4 2,98	2,5 4 3,72	2,5 4 4,47	2,5 6 5,21	3 6 5,95	3 6 6,70	3 10 7,44	3,5 10 8,18	3,5 10 8,82
9,0	2 2,5 1,58	2 2,5 2,36	2 4 3,15	2,5 4 3,94	2,5 6 4,73	3 6 5,50	3 6 6,30	3 10 7,08	3,5 10 7,88	3,5 10 8,66	3,5 10 9,45
9,5	2 2,5 1,66	2 2,5 1,49	2 4 3,32	2,5 4 4,17	2,5 6 5,00	3 6 5,82	3 6 6,65	3 10 7,48	3,5 10 8,32	3,5 10 9,14	3,5 10 9,98
10	2 2,5 1,75	2 2,5 2,63	2 4 3,50	2,5 4 4,38	2,5 6 5,25	3 6 6,12	3 6 7,00	3,5 10 7,88	3,5 10 8,75	3,5 10 9,62	4 10 10,5
20	3 6 3,50	3 6 5,26	3 6 7,00	3,5 10 8,75	4 10 10,5	4 16 12,25	4,5 16 14,0	5 16 15,8	5 16 17,5	5 25 19,3	5,5 25 21,0
50	5,5 25 8,75	5,5 25 13,1	5,5 25 17,5	5,5 25 21,9	6 25 26,3	6,5 35 30,6	7 35 35,0	7 50 39,4	7,5 50 43,8	8 50 48,2	50 52,5
100	8 50 17,5	8 50 26,3	8 50 35,0	8 50 43,8	50 52,5	70 61,2	70 70,0	95 78,8	95 87,5	95 96,2	120 105,0
150	95 26,3	95 39,4	95 52,5	95 65,7	95 78,8	95 91,8	120 105,0	120 118,0	150 131,0	150 144,0	150 158,0
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60

→ Einfache Entfernungen

in Meter ⟶

75	100	125	150	175	200	250	300	350	400	500	
1 0,75 0,657	1 1 0,875	1,5 1 1,095	1,5 1,5 1,31	1,5 1,5 1,53	1,5 1,5 1,75	1,5 2,5 2,19	2 2,5 2,63	2 4 3,06	2 4 3,50	2,5 4 4,38	0,5
1,5 1,5 1,31	1,5 1,5 1,75	1,5 2,5 2,19	2 2,5 2,62	2 4 3,06	2 4 3,50	2,5 4 4,38	2,5 6 5,25	3,0 6 6,12	3,0 6 7,00	3,5 10 8,75	1,0
1,5 2,5 1,97	2 2,5 2,63	2 4 3,28	2,5 4 3,94	2,5 6 4,59	2,5 6 5,25	3 6 6,57	3,5 10 7,88	3,5 10 9,18	4 10 10,5	4 16 13,1	1,5
2 2,5 2,63	2 4 3,50	2,5 4 4,38	2,5 6 5,25	3 6 6,12	3 6 7,00	3,5 10 8,75	4 10 10,5	4 16 12,25	4,5 16 14,0	5 16 17,5	2,0
2 4 3,28	2,5 4 4,38	2,5 6 5,47	3 6 6,57	3 10 7,66	3,5 10 8,75	4 10 10,95	4 16 13,1	4,5 16 15,3	5 16 17,5	5,5 25 21,9	2,5
2,5 4 3,95	2,5 6 5,25	3 6 6,57	3,5 10 7,88	3,5 10 9,18	4 10 10,5	4 16 13,1	4,5 16 15,8	5 25 18,4	5,5 25 21,0	6 25 26,2	3,0
2,5 6 4,59	3 6 6,12	3 10 7,66	3,5 10 9,21	4 10 10,7	4 16 12,25	4,5 16 15,3	5 25 18,4	5,5 25 21,4	5,5 25 24,5	6,5 35 30,6	3,5
2,5 6 5,25	3 6 7,00	3,5 10 8,75	4 10 10,5	4 16 12,25	4,5 16 14,00	5 16 17,5	5,5 25 21,0	5,5 25 24,5	6 35 28,0	7 35 35,0	4,0
3 6 5,89	3,5 10 7,88	3,5 10 9,86	4 16 11,8	4,5 16 13,8	4,5 16 15,7	5 25 19,7	5,5 25 23,7	6 25 27,5	6,5 35 31,5	7 50 39,5	4,5
3 6 6,57	3,5 10 8,75	4 10 10,95	4 16 13,1	4,5 16 15,3	5 16 17,5	5,5 25 21,9	6 25 26,3	6,5 35 30,6	7 35 35,0	7,5 50 43,8	5,0
3 10 7,22	3,5 10 9,62	4 16 12,05	4,5 16 14,4	4,5 16 16,8	5 25 19,3	5,5 25 24,1	6 35 28,9	6,5 35 33,8	7 35 38,5	8 50 48,2	5,5
3,5 10 7,88	4 10 10,5	4 16 13,1	4,5 16 15,8	5 25 18,4	5,5 25 21,0	6 25 26,3	6,5 35 31,5	7 35 36,7	7,5 50 42,0	50 52,5	6,0
3,5 10 8,52	4 10 11,4	4,5 16 14,2	5 16 17,1	5 25 19,9	5,5 25 22,7	6 35 28,4	6,5 35 34,1	7 50 39,8	7,5 50 45,5	70 56,8	6,5
3,5 10 9,16	4 16 12,25	4,5 16 15,3	5 25 18,4	5,5 25 21,4	5,5 25 24,5	6,5 35 30,6	7 35 36,8	7,5 50 42,8	8 50 49,0	70 61,2	7,0
3,5 10 9,84	4 16 13,1	4,5 16 16,4	5 25 19,7	5,5 25 23,0	6 25 26,3	6,5 35 32,8	7 50 39,4	8 50 45,9	50 52,5	70 65,6	7,5
4 10 10,5	4,5 16 14,0	5 16 17,5	5,5 25 21,0	5,5 25 24,5	6 30 28,0	7 30 35,0	7,5 50 42,1	8 50 49,0	70 56,0	70 70,0	8,0
4 10 11,1	4,5 16 14,9	5 25 18,6	5,5 25 22,4	6 25 26,0	6,5 35 29,8	7 35 37,2	7,5 50 44,7	50 52,1	70 59,5	70 74,4	8,5
4 16 11,8	4,5 16 15,7	5 25 19,7	5,5 25 23,6	6 25 27,5	6,5 35 31,5	7 50 39,4	8 50 47,3	50 55,0	70 63,0	70 78,8	9,0
4 16 12,4	4,5 16 16,6	5,5 25 20,8	5,5 25 25,0	6 35 29,1	6,5 35 33,2	7,5 50 41,7	8 50 50,0	70 58,2	70 66,5	95 83,2	9,5
4 16 13,1	5 16 17,5	5,5 25 21,9	6 25 26,2	6,5 35 30,6	7 35 35,0	7,5 50 43,8	50 52,5	70 61,2	70 70,0	95 87,5	10
6 25 26,3	7 35 35,0	7,5 50 43,8	50 52,5	70 61,2	70 70,0	95 87,5	120 105,0	120 122,5	150 140,0	185 175,0	20
70 65,7	95 87,5	120 109,5	150 131,0	150 153,0	185 175,0	240 219,0	310 263,0	310 306,0	400 350,0	500 438,0	50
150 131,0	185 175,0	240 219,0	310 262,0	310 306,0	400 350,0	500 438,0	500 525,0	625 612,0	800 700,0	1000 875,0	100
185 197,0	310 263,0	310 328,0	400 394,0	500 459,0	500 525,0	625 657,0	800 788,0	1000 918,0	1000 1050	1310	150
75	100	125	150	175	200	250	300	350	400	500	

← Leitungsströme in Amp →

in Meter ⟶

Beispiel. Als Beispiel soll der in den §§ 58 bis 63 berechnete Leitungsstrang behandelt werden: Die Gesamtlänge ist $L_m = 2 \cdot 356$, der maximale Spannungsverlust $\varepsilon'_m = 2{,}2$ V. Das Verhältnis ζ ist also $= 0{,}91$, so dass als neue Länge

$$\zeta \cdot \mathfrak{L}_m = 2 \cdot 324 \text{ m}$$

einzuführen ist. Die auf der Tafel zu benutzende Kurve ist die für 2 · 325 m.

Der Querschnitt für das erste Stück des Leitungsstranges mit 70 Amp ist auf der Ordinate für 7 Amp abzulesen und ergiebt sich zu 40 · 10 mm², für das zweite ergeben sich ebenso 200 mm². Glaubt man den Querschnitt für das letzte Stück mit 25 Amp auf der Ordinate für 2,5 Amp, bis zu der die Gerade nicht gezogen ist, nicht mit hinreichender Genauigkeit schätzen zu können, so kann man statt dessen auf der Ordinate für 5 Amp ablesen und mit 10 : 2 multiplizieren. Es ergiebt sich dabei der Querschnitt zu 142 mm². Alle Querschnitte stimmen mit den in § 60 ermittelten hinreichend genau überein.

In der Tabelle ist die Länge von 325 m nicht gegeben, man muss den Mittelwert der für 300 und für 350 m geltenden Querschnitte nehmen. So ergiebt sich für das erste Stück der Querschnitt

$$Q_1 = \frac{36{,}8 + 42{,}8}{2} \cdot 10 = 398 \text{ mm}^2,$$

für das zweite der Querschnitt

$$Q_2 = \frac{18{,}4 + 21{,}4}{2} \cdot 10 = 199 \text{ mm}^2$$

und endlich für das dritte

$$Q_3 = \frac{13{,}1 + 15{,}3}{2} \cdot 10 = 142 \text{ mm}^2.$$

Die Rechnungen lassen sich mit hinreichender Genauigkeit im Kopfe ausführen.

Bei der praktischen Ausführung des behandelten Leitungsstranges wird man, wie oben hervorgehoben, den mittleren Querschnitt von 198 mm² nicht anwenden, statt dessen vielmehr den Querschnitt von 396 oder 400 mm² bis zum zweiten Abzweigpunkte durchführen.

74. Abweichungen von den behandelten Methoden. Von den mancherlei Umständen, die zu einer Abweichung von den oben behandelten Berechnungsmethoden führen können, und von denen ein Teil schon erwähnt worden ist, sollen zwei noch besonders hervorgehoben werden.

Die Bedingung, dass mit Rücksicht auf die mechanische Festigkeit der Drähte Querschnitte unter 0,75 mm² überhaupt nicht, unter 1 mm² nur in oder an Beleuchtungskörpern verwendet werden dürfen, ist von einschneidender Bedeutung für viele praktische Fälle. Es kann z. B. die maximale einfache Entfernung bei einem auf konstante Stromdichte zu berechnenden Leitungsstrange bis 90 m betragen und es wird, wenn der letzte Anschluss in einer Glühlampe von 0,5 Amp besteht, der Querschnitt des letzten Leitungsstückes grösser gewählt werden müssen als er bei Berechnung auf einen Spannungsverlust von 2 Volt sein würde. Umgekehrt wird der Spannungsverlust in Abzweigungen oder Leitungsenden, die zu kleinen Belastungen führen, sehr häufig viel kleiner sein, als er sein dürfte. Hierdurch kommt es, dass man derartige Leitungsenden oft überhaupt nicht zu berücksichtigen braucht und statt dessen die Entfernung bis zur vorletzten Belastung als maximale Entfernung einsetzt.

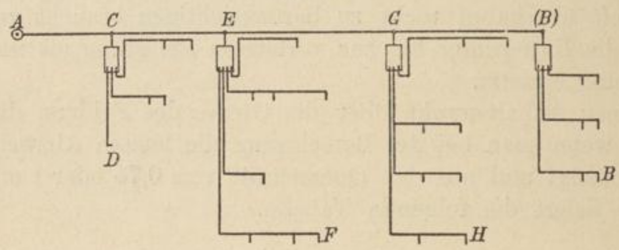
Einen Anhaltspunkt über die Grösse des Fehlers, den man macht, wenn man bei der Berechnung die letzten Abzweigungen vernachlässigt und nur den Querschnitt von 0,75 oder 1 mm² verwendet, liefert die folgende Tabelle.

Leitungsstrom in Amp ↓ / Querschnitt in mm² →	0,75	1,0	1,5	2,5	4,0	6,0
0,5	0,23	0,175	0,12	0,07	0,044	0,029
0,75	0,35	0,26	0,175	0,105	0,066	0,044
1,0	0,47	0,35	0,23	0,14	0,088	0,058
1,25	0,58	0,44	0,29	0,175	0,11	0,073
1,5	0,70	0,525	0,35	0,21	0,13	0,088
1,75	0,82	0,61	0,41	0,245	0,15	0,102
2,0	0,93	0,70	0,47	0,28	0,175	0,12
2,5	1,17	0,875	0,58	0,35	0,22	0,15
3,0	1,40	1,05	0,70	0,42	0,26	0,175
3,5	—	1,23	0,82	0,49	0,33	0,20
4,0	—	1,40	0,93	0,56	0,35	0,23
4,5	—	—	1,05	0,63	0,39	0,26
5,0	—	—	1,17	0,70	0,44	0,29
5,5	—	—	1,28	0,77	0,48	0,32
6,0	—	—	1,40	0,84	0,525	0,35
7,0	—	—	—	0,98	0,61	0,41
8,0	—	—	—	1,12	0,70	0,47

Diese Tabelle giebt in den ersten beiden Kolonnen den Spannungsverlust an, der in einer Leitung von den genannten Querschnitten und von 2 · 10 m Länge auftritt, wenn sie von 0,5, 0,75, 1,0 u. s. f. Amp durchflossen wird. Sie ist durch Hinzufügung der nächst grösseren Querschnitte vervollständigt, um sie zur Kontrollierung des Spannungsverlustes im weiteren Umfange tauglich zu machen. Die Zahlen links unten sind ausgelassen, weil in diesen Fällen die zulässige Stromdichte überschritten werden würde.

Der andere Umstand, der zu Abweichungen Veranlassung geben kann, liegt in dem Bestreben, die **Bleisicherungen der Anlage zu zentralisieren.** Eine solche Zentralisierung der

Fig. 56.



Sicherungen — unter Umständen auch der Ausschalter — wird überall, wo es die höheren Kosten nicht verbieten, gern angewendet, weil die Ueberwachung und Instandhaltung der Anlage hierdurch sehr erleichtert wird.

Die Sicherheitsvorschriften des Verbandes deutscher Elektrotechniker verlangen nun, dass Sicherungen an allen Stellen, wo sich der Querschnitt ändert, anzubringen sind, und dass ein Zweig, der verschiedene Querschnitte enthält, nur dann gemeinsam gesichert werden darf, wenn der Gesamtstrom in dem Zweige 6 Amp nicht überschreitet. Will man unter diesen Umständen die Sicherungen zentralisieren, so ist es offenbar, dass die ganze Leitungsanlage hierdurch beeinflusst werden muss; es wird beispielsweise die in Fig. 53a gezeichnete Leitungsverzweigung die in Fig. 56 wiedergegebene Gestalt annehmen: Die Abzweigpunkte *C*, *E*, *G* und (*B*) sind zu Zentralpunkten der Sicherungen geworden, die praktisch in Form von kleinen Schaltbrettern ausgeführt werden. Von ihnen aus zweigen die einzelnen Leitungsstränge ab, die nur dann einen grösseren Strom als 6 Amp führen dürfen, wenn sie durchweg denselben Querschnitt haben. Diese Bedingung wird aber bei Glühlichtanlagen selten oder nie erfüllt sein, schon deshalb nicht, weil die Zuführungsleitungen in den Beleuchtungskörpern im allgemeinen einen dünneren Querschnitt haben als 1,5 mm², den der Strom von 6 Amp mit Rücksicht auf Stromdichte mindestens fordern würde.

Nimmt man hiernach 6 Amp als Maximalstrom einer Zweigleitung an und zieht in Erwägung, dass einen grossen Teil dieser Leitung Drähte von 1 mm² mit kleinen Spannungsverlusten ausmachen werden und dass in vielen Zweigleitungen wegen ihrer Kürze der Spannungsverlust auch dann sehr klein sein wird, wenn der Querschnitt so dünn gewählt wird wie es die Stromdichte zulässt, so erkennt man, dass diese Umstände die Berechnungsmethode wesentlich beeinflussen müssen.

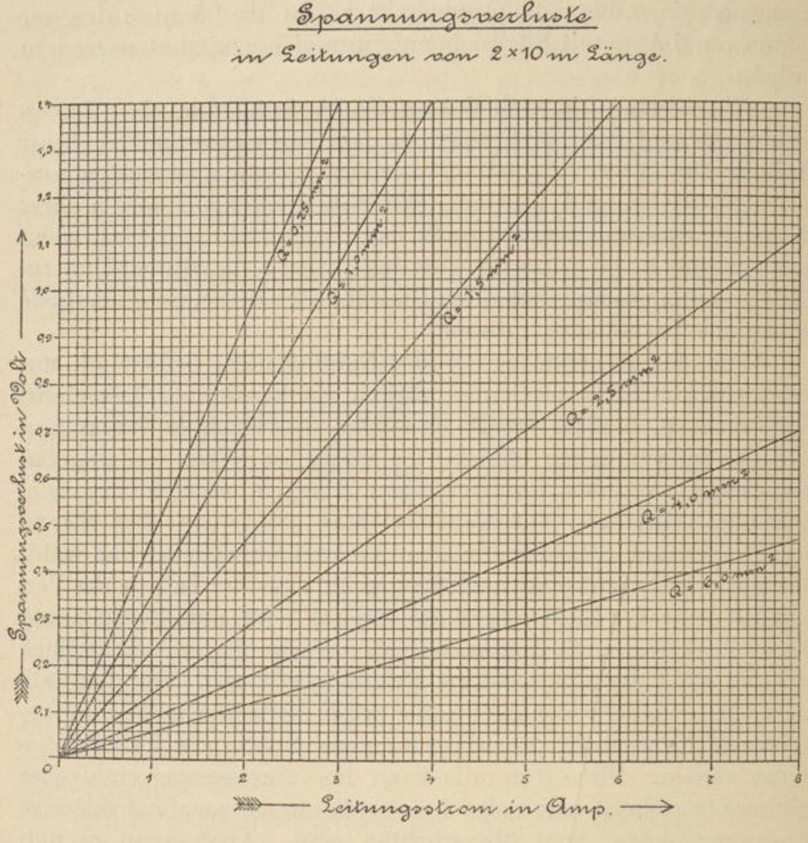
Für den Hauptstrang ist der Einfluss nicht bedeutend, nur wird man gut thun, soweit als möglich auf konstanten Querschnitt zu berechnen, so dass für die einzelnen Abzweigungen Spannungsverluste zur Verfügung bleiben, die möglichst wenig von einander abweichen. Bei den Zweigleitungen dagegen empfiehlt es sich, folgendes Verfahren anzuwenden: Man geht von den Stromempfängern aus rückwärts zu dem Verzweigungspunkte und wählt die Querschnitte zunächst nach Stromdichte aus der Tabelle des Verbandes deutscher Elektrotechniker. Die so bestimmte Zweigleitung kontrolliert man auf Spannungsverlust, was sehr oft durch einen Blick auf die auf Seite 117 gegebene Tabelle erledigt ist. Für den Fall, dass eine genauere Kontrolle nötig wird, kann die in Fig. 57 gezeichnete Kurventafel, die dasselbe aussagt wie die Tabelle, benutzt werden. Diese Kontrolle kann die Vergrösserung eines oder einiger Querschnitte zur Folge haben, damit der maximal zulässige Spannungsverlust nicht überschritten wird. Auch kann es notwendig werden den Querschnitt des Hauptstranges zu verändern.

Bis zu welchen Grenzen dieses Verfahren zulässig ist, wird seine Anwendung sehr bald zeigen.

75. Der maximal zulässige Spannungsverlust. Bei den Beispielen zu den theoretischen Betrachtungen war als Spannungsverlust, der bei vollkommen elastischen Anlagen für zulässig erachtet wurde, ein Verlust von 2% der Nutzspannung angenommen, was einer maximal möglichen Stromschwankung in der gleichen Höhe entsprach. Beim Uebergang zu praktischen Fällen ist es nötig, die Bedeutung der Grösse ε_m genauer zu untersuchen, denn von ihr hängen die Leitungsquerschnitte ganz wesentlich ab.

Als Grundlage für die Festsetzung dieser Zahl gilt immer die Empfindlichkeit des Auges gegen Stromschwankungen und die damit verbundenen Schwankungen in der Intensität der Beleuchtung.

Fig. 57.



Es handelt sich also um eine subjektive Empfindung, über die sich allgemein gültige genaue Festsetzungen nicht wohl machen lassen. Für Glühlampen von 110 Volt Klemmenspannung kann man etwa folgende Skala annehmen*): Es sind für das Auge plötzliche Stromschwankungen von

1,0% fast unmerklich,
1,5% wenig merklich,
2,0% deutlich merklich, noch eben zulässig, bei schneller periodischer Wiederholung sehr störend,
2,5% störend, bei schneller periodischer Wiederholung unleidlich,
3,0% sehr störend,
4,0% unleidlich.

*) Für die neuerdings verwendeten Glühlampen von 150 und 220 Volt sind etwas höhere Schwankungen zulässig.

Diese Stufen gelten etwa, wenn die Lampe zur Beleuchtung beim Lesen dient, weniger Ansprüche auf ein ruhiges Licht wird man machen, wenn es sich um die Beleuchtung eines Wirtschaftsraumes oder gar eines Stalles handelt. Wir kommen damit zu der Ueberzeugung, dass die zulässige Höhe des Spannungsverlustes abhängig gemacht werden darf von dem Charakter des zu beleuchtenden Raumes, eine Thatsache, die sehr willkommen sein kann, wenn etwa ein ferner liegendes Wirtschaftsgebäude an die Beleuchtungsanlage eines Wohnhauses angeschlossen werden soll.

Wichtiger aber ist die Erörterung der Frage: In welcher Beziehung steht die praktisch mögliche Stromschwankung in einer Lampe zum maximal zugelassenen Spannungsverlust?

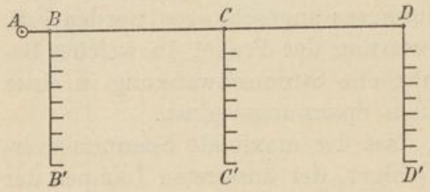
Zunächst ist zu beachten, dass der maximale Spannungsverlust nur bis zu den Klemmen einiger, der äussersten Lampen der Verzweigungen auftritt. Die Spannungs-, also auch Stromschwankung einer solchen Lampe in der ganzen Höhe des maximalen Verlustes kann aber offenbar nur dann plötzlich auftreten, wenn alle Lampen bis auf die eine betrachtete plötzlich gelöscht werden, oder allgemeiner: wenn alle Nutzwiderstände bis auf eine Glühlampe plötzlich ausgeschaltet werden, und wenn ausserdem der Strom einer Lampe sehr klein ist im Vergleich zu dem Gesamtstrome, der erst den maximal zugelassenen Spannungsverlust zur Folge hat. Man erkennt hieraus, dass der der Rechnung zu Grunde zu legende Spannungsverlust um so grösser sein darf, je kleiner die Teile sind, um die der augenblicklich fliessende Strom vergrössert oder vermindert werden kann, je mehr und je kleinere Ausschalter also die Anlage besitzt. Man kann in dieser Beziehung von grossen und kleinen Schalteinheiten einer Anlage sprechen.

Für die Ausführung der Anlage folgt daraus die Regel, dass man grössere Ausschalter vermeiden oder doch nur dann anbringen soll, wenn mit ihnen stromlose oder annähernd stromlose Zweige ein- und ausgeschaltet werden sollen, was zur grösseren Feuersicherheit in ähnlicher Weise üblich ist, wie man gewöhnt ist, den Haupthahn einer Gasleitung abends zu schliessen. In Festsälen soll man nicht alle Kronleuchter auf einmal, sondern einzeln ausschalten.

Der Berechnung einer Leitung ist bisher immer, wie es gebräuchlich ist, die Annahme zu Grunde gelegt, dass alle Stromempfänger gleichzeitig eingeschaltet sind, während dies thatsächlich fast nie vorkommt. Mit Rücksicht hierauf darf, wenn mit Sicherheit vorausgesagt werden kann, dass die im Maximum thatsächlich vorkommende Belastung wesentlich kleiner ist als die dem Projekte nach mögliche, der Spannungsverlust der Rechnung unter Umständen etwas erhöht werden. Dies darf aber nicht zur allgemeinen Regel gemacht werden.

Kann z. B. von der in Fig. 58 skizzierten Anlage ausgesagt werden, dass im Maximum nur zwei Drittel der installierten Stromempfänger gleichzeitig angeschlossen sein können, so frägt es sich zunächst, wie diese zwei Drittel örtlich verteilt sind. Ist nur ausgesagt, dass von den drei Strängen B, C und D nur zwei gleichzeitig eingeschaltet sein können, so darf dies die Rechnung noch gar nicht beeinflussen, denn der abgeschaltete Zweig kann B sein und dieser hat auf den Spannungsverlust bis C' und D' offenbar nur einen unmerklich kleinen Einfluss. Erst die bestimmte Angabe, dass in der Anlage entweder nur der Zweig C oder der Zweig D eingeschaltet ist, darf zu einer Erhöhung des sogenannten maximal zulässigen Spannungsverlustes führen, d. h. des Spannungsverlustes, der eintreten würde, wenn alle Stromempfänger eingeschaltet wären.

Fig. 58.

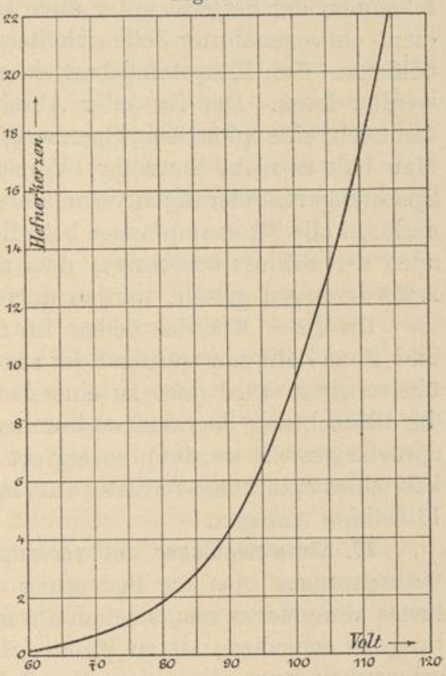


In dem vorliegenden einfachen Falle wird man die erstrebte Querschnittsverminderung offenbar nicht dadurch zu erreichen suchen, dass man den Spannungsverlust der Rechnung erhöht, sondern dadurch, dass man die Belastung der bestimmten Angabe entsprechend, entweder in C oder in D gleich Null annimmt; in anderen Fällen wird es einfacher sein können, den Spannungsverlust zu erhöhen. Man sieht aber, dass man diese Erhöhung nicht unvorsichtig vornehmen darf.

Darf nun auch in gewissen Fällen, besonders — wie oben gezeigt wurde — wenn die Schalteinheiten klein sind, eine Erhöhung des zulässigen Spannungsverlustes vorgenommen werden, so ist doch auch hier bald eine Grenze durch den Umstand gezogen, dass die Leuchtkraft einer Glühlampe durch den Spannungsverlust verringert wird. Es handelt sich also jetzt nicht mehr um die Schwankungen der Beleuchtung, also die Elastizität der Anlage, sondern um eine lang dauernde Beeinträchtigung der Wirkung einer Lampe.

Dieser Umstand ist bisher wenig beachtet worden aus dem Grunde, weil er thatsächlich weniger Beachtung verdient, denn weit unangenehmer als eine geringere Beleuchtung sind die Schwankungen derselben. Fig. 59 zeigt die Abhängigkeit der Leuchtkraft einer Glühlampe zu nominell 16 Kerzen von ihrer Klemmenspannung. Man sieht daraus, dass die Leuchtkraft sich prozentual in viel stärkerem Masse ändert als die Spannung; einer Abnahme der Nutzspannung um 2%, von 110 auf 107,8 Volt, entspricht eine Abnahme in der Leuchtkraft von ungefähr 11%, nämlich von etwa 17,1 auf 15,2 *HK*, während ein Spannungsverlust von 4% eine Verringerung der Leuchtkraft um etwa 22%, nämlich von 17,1 auf 13,3 *HK*, zur Folge hat. Wir haben es also keineswegs mit vernachlässigbaren Grössen zu thun.

Fig. 59.



Soll nach diesen Betrachtungen der zulässige, der Rechnung zu Grunde zu legende Spannungsverlust von neuem festgesetzt werden, so erkennt man, dass bei 110voltigen Glühlichtanlagen 2% im allgemeinen jedenfalls nicht überschritten werden dürfen, dass nur in Ausnahmefällen eine geringe Erhöhung zugelassen werden darf und andrerseits eine Verminderung dieser Zahl für manche Fälle wünschenswert sein kann.

76. Konstanz der Spannung an den Hauptklemmen. Die an den Klemmen der Glühlampen beobachtete Spannungsschwankung ist nicht allein eine Wirkung der Leitungen, vielmehr kann die bis jetzt immer stillschweigend gemachte Voraussetzung, dass die Spannung an den Hauptklemmen konstant sei, nicht zutreffen. Und thatsächlich wird sie je nach der Güte der Betriebsmaschinen mehr oder weniger schwanken, was um so bedenklicher ist, als die bei Maschinen möglichen periodischen Schwankungen nach der auf Seite 120 gegebenen Skala weit störender sind als momentane. Die elektrische Beleuchtung verlangt deshalb die besten Betriebsmaschinen und hat auch thatsächlich seit der Zeit ihrer Einführung einen grossen, fördernden Einfluss auf den Bau der Dampf- und Gasmaschinen ausgeübt.

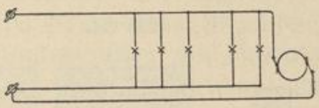
Bei Gleichstromanlagen unterstützen die Akkumulatoren die Konstanz der Betriebsspannung und schliessen periodische Schwankungen aus, dagegen sind momentane Aenderungen auch hierdurch nicht vermieden: Die *E M K* einer Zelle ändert sich während der Ladung bis auf ungefähr 2,6 V, während sie bei der Entladung bis auf etwa 1,8 V zurückgehen darf. Um die Spannung an den Klemmen der Batterie unter allen Umständen konstant zu halten, dient ein sogenannter Zellenschalter, mit dem die Zahl der an die Schienen des Hauptschaltbrettes geschlossenen Zellen geändert werden kann. Der Zu- oder Abschaltung einer Zelle entspricht demnach eine plötzliche Spannungsänderung von 1,8 bis 2,6 V. Man hält es nicht für nötig, Vorrichtungen zu treffen, die diese Spannungsveränderungen verminderen oder verlangsamen, obwohl dadurch alle Stromempfänger betroffen werden; und es ist deshalb auch der Schluss berechtigt, dass an die Leitungen nicht höhere Anforderungen gestellt werden dürfen.

Da die *E M K* der Zellen im allgemeinen etwa 2 V beträgt, und diese Zahl nur während der am Tage vorgenommenen Ladung überschritten wird (also zu einer Zeit, wo an die Gleichmässigkeit der Beleuchtung der wenigen brennenden Lampen keine hohen Ansprüche gestellt werden), so ergiebt sich auch hieraus die Zulässigkeit eines Spannungsverlustes von etwa 2 V oder ungefähr 2 % für 110voltige Anlagen.

77. Stromempfänger mit veränderlichem Stromverbrauche. Die Betrachtungen über die Bedeutung des maximalen Spannungsverlustes veranlassen uns, solchen Stromempfängern besondere Beachtung zu schenken, deren Stromverbrauch während des Betriebes schwanken kann, ohne dass ihre Zahl durch Ab- oder Zuschalten geändert wäre. Solche Stromempfänger sind die Bogenlampen und die Elektromotoren.

Alle bisher getroffenen Abmachungen würden hinfällig, wenn man Bogenlampen oder Motoren ohne Einschränkung zum Anschluss an dieselben Leitungen zulassen wollte, von denen Glühlampen abgezweigt sind, denn die dann auftretenden Stromschwankungen würden so grosse Spannungsschwankungen nach sich ziehen können, dass die durch Aus- und Einschalten von Nutzwiderständen hervorgerufenen Spannungsschwankungen weit übertroffen würden. Es folgt daraus, dass die Leitungen für Glühlampen einerseits und Bogenlampen und Elektromotoren andrerseits nur bis zu einem Punkte gemeinsam sein dürfen, bis zu dem der Spannungsverlust noch klein ist. Der Spannungsverlust muss um so kleiner sein, der Abzweigpunkt muss also den Hauptklemmen um so näher liegen, je grösser der Stromverbrauch der Motoren oder Bogenlampen ist. Unter Umständen kann eine der beiden Leitungen gemeinsam benutzt werden, wie es in Fig. 60 gezeichnet ist.

Fig. 60.



78. Sorgfalt in der Ausführung der Anlage. Alle Berechnungen werden natürlich wertlos, wenn man nicht sicher ist, dass die Ausführung dem berechneten Projekte entspricht. Dass eine vollständige Uebereinstimmung zwischen Projekt und Ausführung nicht leicht zu erzielen ist, ist schon oben in § 70 erwähnt, und es muss dem Monteur ein gewisser Spielraum gewährt werden, innerhalb dessen er Aenderungen selbständig vornehmen darf. Um so grösser sind die Ansprüche, die man an die Zuverlässigkeit des Monteurs stellen muss.

Dass die richtigen Querschnitte verwendet sind, lässt sich noch leicht kontrollieren, schwieriger ist es die Verbindungsstellen auf ihre Güte zu untersuchen; und auf diese muss ganz besondere Sorgfalt verwendet werden, denn jeder Uebergangswiderstand ist gleichbedeutend mit einer Verlängerung der Leitung, also auch einer Vergrösserung des Spannungsverlustes und ist daher auch aus diesem Grunde — nicht nur wegen der Gefahr einer übermässigen Erwärmung der Verbindungsstelle — unbedingt zu vermeiden.

Auch die Besorgnis, dass die Anlage nicht sorgfältig ausgeführt werden könnte, kann unter Umständen das Projekt beeinflussen, z. B. in der Weise, dass man — wie es oben in § 72 aus anderen Gründen geschehen war — die Zahl der zu verwendenden Drahtsorten möglichst beschränkt.

III. Theorie der geschlossenen Leitungen.

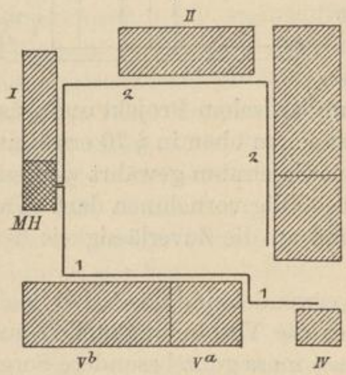
Grundlagen.

Der geschlossene einfache Leitungsstrang.

79. Erklärung an einem Beispiele. Es sei ein Gebäudekomplex, etwa die Gebäude einer Fabrikanlage, wie in Fig. 61, gegeben; nach allen Gebäuden soll der elektrische Strom vom Maschinenhause aus geleitet werden. Die gesamte Leitungsverzweigung wird in diesem Falle in einem Hauptleitungsstrange bestehen, der die Gebäude *I* bis *V* mit dem Maschinenhause verbindet, und aus den Leitungsverzweigungen, die von diesem Hauptstrange, für jedes Gebäude an einer oder mehreren Stellen abzweigend, den Strom innerhalb der einzelnen Gebäude verteilen sollen.

Jedenfalls wird es nun nicht zweckmässig sein, den Hauptstrang in der Reihenfolge der Nummerierung an den Gebäuden entlang zu führen, da hierdurch die maximale Entfernung $\mathfrak{L}_m$ unnötig vergrössert würde. Viel besser wäre es, wie es in der Figur gezeichnet ist, zwei Stränge zu verlegen, deren erster an *I*, *II* und *III* entlang geführt ist, während der andere nur die Gebäude *V* und *IV* versorgt, denn dann ist die grösste Entfernung in jedem der Stränge nur ungefähr halb so gross, wie in dem einen Strange und die Berechnung wird entsprechend kleinere Querschnitte ergeben.

Fig. 61.



Berücksichtigt man nun die Veränderlichkeit der Stromentnahme nach Zeit und Ort, die in einem derartigen Komplex von Gebäuden, die ganz verschiedenen Zwecken dienen, sehr erheblich sein kann, so wird man erkennen, dass am Ende der Leitung 1 zeitweise eine viel höhere Nutzspannung herrschen kann als am Ende der Leitung 2 oder umgekehrt, je nachdem die erste oder die zweite Leitung schwach oder stark belastet ist. Nur in dem einen seltenen Falle der maximalen Belastung beider Leitungen wird, der Berechnung entsprechend, der maximal zulässige Spannungsverlust an den Enden der beiden Leitungen auftreten. In allen Fällen ungleichen Spannungsverlustes dagegen würde die Leitung mit geringerem Verluste die andere unterstützen können, wenn man die beiden Leitungsenden zwischen den Gebäuden *III* und *IV* verbinden würde; denn dann würde offenbar von dem Ende höherer zu dem Ende niederer Spannung so viel Strom fliessen, bis die Nutzspannung an dem Verbindungspunkt einen mittleren Wert angenommen hat.

Eine solche Leitung, bei der der Strom von mehr als einer Seite zugeführt wird, nennt man eine geschlossene Leitung zum Unterschiede von den einseitig gespeisten, die im Gegensatze zu jenen offene Leitungen genannt werden. Die geschlossene Leitung gewährt offenbar noch den Vorteil, dass jedem Stromempfänger von zwei Seiten Strom zugeführt werden kann, so dass auch dann (wenn auch unter ungünstigeren Bedingungen) alle Stromempfänger funktionieren, wenn die Zufuhr von der einen

Seite, etwa durch eine Betriebsstörung, abgeschnitten sein sollte.

80. Der geschlossene einfache Leitungsstrang. Die in dem Beispiele betrachtete Leitung nennt man mit Rücksicht auf ihre Form eine Ringleitung. Für die theoretische Behandlung ist es aber ganz gleichgültig, ob die beiden Zuführungsstellen mit einander verbunden sind, so dass thatsächlich ein Ring entsteht, oder ob dieselben von einander entfernt sind, wenn nur an beiden Zuführungspunkten dieselbe Spannungsdifferenz und ausserdem, absolut genommen, dieselbe Spannung in den positiven und negativen Zuführungspunkten herrscht. Das Schema einer solchen Leitung hat dann die in Fig. 62 in der üblichen Weise und in Fig. 63 in ausführlicherer Darstellung gezeichnete Form, und man kann diese Leitung einen geschlossenen einfachen Leitungsstrang nennen. Die Stromzuführungspunkte sollen Speisepunkte genannt werden.

Fig. 62.

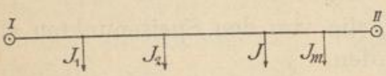
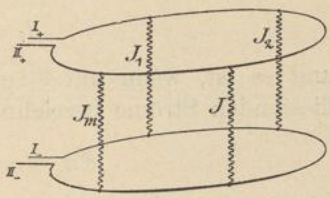


Fig. 63.



Die Behandlung der geschlossenen Leitungen soll in derselben Weise erfolgen wie die der offenen; wir stehen auch hier wie dort vor der Schwierigkeit, dass wir die Leitungsströme, die zur Berechnung der Leitungsquerschnitte bekannt sein müssen, nicht kennen. Bei geschlossenen Leitungen kennen wir sie aber selbst unter Einräumung der Vernachlässigungen nicht, die früher (vergl. § 51) zum Ziele geführt hatten, denn wir werden damit nicht bestimmen können, wie viel Strom von jedem der beiden Speisepunkte den Stromempfängern zugeführt wird. Wir wollen wiederum versuchen, ob wir durch Betrachtung bekannter, in allen Teilen gegebener Leitungen auf eine Methode der Vorausbestimmung der Stromverteilung kommen können.

81. Die Stromverteilung in einem geschlossenen einfachen Leitungsstrange. In dem Falle des offenen Leitungsstranges hatte sich ergeben

$$\varepsilon_m = \Sigma J_\nu \mathfrak{R}_\nu$$

und ε_m war in § 56 aufgefasst worden als das Produkt eines ideellen negativen Stromes J_i in den Gesamtwiderstand $\mathfrak{R}_m$, so dass sich die Gleichung

$$\Sigma J_\nu \mathfrak{R}_\nu + J_i \mathfrak{R}_m = 0$$

und damit J_i als der gedachte Strom ergab, der als Kraft negativ am Endpunkte der Leitung angreifend, das ganze System im Gleichgewicht hielt, d. h. den Spannungsverlust am Ende zum Verschwinden bringen würde, wenn er wirklich abgezweigt würde.

Hiernach unterscheidet sich der geschlossene Leitungsstrang vom offenen nur dadurch, dass der maximale Spannungsverlust durch eine reelle negative Abzweigung J_i thatsächlich zum Verschwinden gebracht ist, und der Wert dieses Abzweigstromes wird offenbar genau dem gleichnamigen Werte der obigen Formel entsprechen, nämlich es wird sein

$$J_i = -\frac{\Sigma J_\nu \mathfrak{R}_\nu}{\mathfrak{R}_m}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (38$$

und es ist, wenn mit $\mathfrak{J}_I$ und $\mathfrak{J}_{II}$ die von den Speisepunkten abfliessenden Ströme bezeichnet werden

$$\mathfrak{J}_{II} = -J_i = +\frac{\Sigma J_\nu \mathfrak{R}_\nu}{\mathfrak{R}_m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (39$$

ferner muss sein

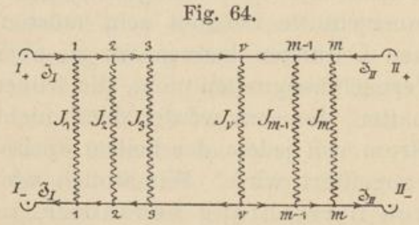
$$\mathfrak{J}_I + \mathfrak{J}_{II} = \Sigma J_\nu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (40$$

also

$$\mathfrak{J}_I = \Sigma J_\nu - \mathfrak{J}_{II} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (41$$

Die Stromverteilung ist nunmehr vollständig bestimmt, da sich die Ströme in den einzelnen Leitungsstücken mit Hilfe des ersten Kirchhoffschen Satzes aus den bekannten Strömen $\mathfrak{J}_I$ und $\mathfrak{J}_{II}$ ohne weiteres hinschreiben lassen. Man wird, indem man dies thut, schliesslich zu einer Abzweigung, etwa der νten kommen, zu der der Strom (in der positiven Leitung) von beiden Seiten zufliesst (vergl. Fig. 64), wenn nicht zufällig der Fall eintritt, dass der Strom

Fig. 64.

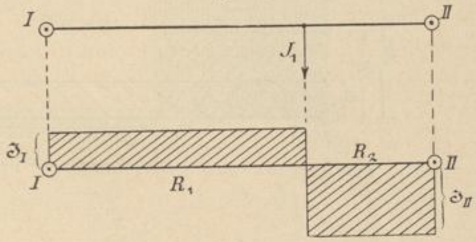


der νten Abzweigung nur von der einen, der der $\nu+1$ten nur von der andern Seite kommt; für diesen Fall wird das Leitungsstück zwischen den beiden Punkten ν und $\nu+1$ stromlos. In dem νten, oder in dem Sonderfalle im νten und $\nu+1$ten Punkte tritt der maximale Spannungsverlust auf.

Der Fall des geschlossenen einfachen Leitungsstranges ist hiermit auf den des offenen zurückgeführt. Von diesem unterscheidet er sich ausschliesslich nur dadurch, dass der Abzweigstrom am Ende der Leitung nicht von vornherein bekannt, sondern erst dadurch gegeben ist, dass ein bestimmter Spannungsverlust, nämlich der Spannungsverlust Null, vorgeschrieben ist. Oder mit anderen Worten: Der Unterschied zwischen dem geschlossenen und dem offenen Leitungsstrange besteht darin, dass der frühere ideelle Strom zu einem reellen geworden ist.

Ein sehr anschauliches Bild von der Stromverteilung erhält man, wenn man in einem Abstande, der den Leitungsströmen nach einem bestimmten Massstabe entspricht, Parallelen zu der die Leitungswiderstände darstellenden Geraden zieht, und zwar, wie es in Fig. 65 geschehen, je nach der Stromrichtung oberhalb oder unterhalb dieser Geraden. Die Ordinaten stellen die Ströme dar, und da die andern Seiten der mit diesen Ordinaten gebildeten (schraffierten) Rechtecke die Widerstände sind, so müssen die beiden Rechtecke ihrem Inhalte nach gleich sein, denn der Inhalt stellt den Spannungsverlust

Fig. 65.

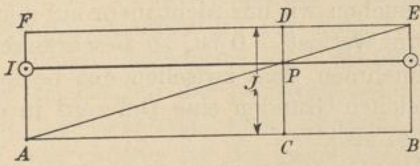


$$\varepsilon_m = \mathfrak{J}_I R_1 = \mathfrak{J}_{II} R_2$$

dar. Das führt zu folgender graphischen Bestimmung der Stromverteilung.

Man errichtet (vergl. Fig. 66) in dem Abzweigpunkte C der den Leitungswiderstand darstellenden Geraden AB ein Lot, das nach einem vereinbarten Massstabe gleich dem Abzweigstrome J_1 ist, und vervollständigt durch die Parallele DE das Rechteck $BCDE$. Die Gerade EA teilt dann die Strecke $DC = J_1$ im Verhältnis der Ströme $\mathfrak{J}_I$ und $\mathfrak{J}_{II}$. Zieht man jetzt durch P die Horizontale $I\,II$, und vervollständigt die Figur durch Bildung des Rechtecks $I\,F\,D\,P$, so erhält man in dem Linienzuge $I\,II\,B\,C\,D\,F\,I$ genau das Bild der vorhergehenden Figur.

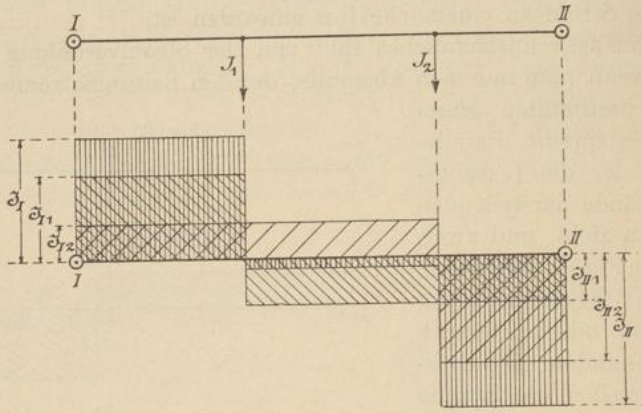
Fig. 66.



Sind von dem Leitungsstrange mehrere Ströme abgezweigt, so sind für jede einzelne Abzweigung die beiden Rechtecke zu bilden und die Ordinaten über jedem Punkte der Geraden $I\,II$

algebraisch zu addieren, wie es in Fig. 67 für zwei Abzweigungen geschehen ist. Die zusammengehörigen Rechtecke sind durch gleiche schräge Schraffierung ausgezeichnet. Der Gesamtstrom in den einzelnen Leitungsstücken ist durch die Ordinaten der senkrecht schraffierten Rechtecke angegeben. Auch für diese Rechtecke gilt

Fig. 67.



die Bedingung, dass der Gesamtinhalt der über der Geraden *I II* liegenden Fläche gleich dem der unterhalb der Geraden liegenden sein muss.

82. Der unvollkommen geschlossene Leitungsstrang. Bei dem geschlossenen Leitungsstrange war der Spannungsverlust am Ende der Leitung gleich Null, und deshalb musste der dort negativ abgezweigte Strom in seinem ganzen Betrage reell werden. Nachdem wir aber erkannt haben, dass ein grundsätzlicher Unterschied zwischen dem ideellen und dem reellen Strome, der einen Unterschied in der mathematischen Behandlung verlangte, nicht besteht, brauchen wir uns nicht mehr auf den Sonderfall, für den der Spannungsverlust $= 0$ ist, zu beschränken, sondern wollen allgemeiner annehmen, dass zwischen den beiden Punkten *I* und *II* aus irgend welchen Gründen eine Differenz in den Nutzspannungen bestünde, dass also

$$E_I - E_{II} = \varepsilon_{I\,II} \lesseqgtr 0.$$

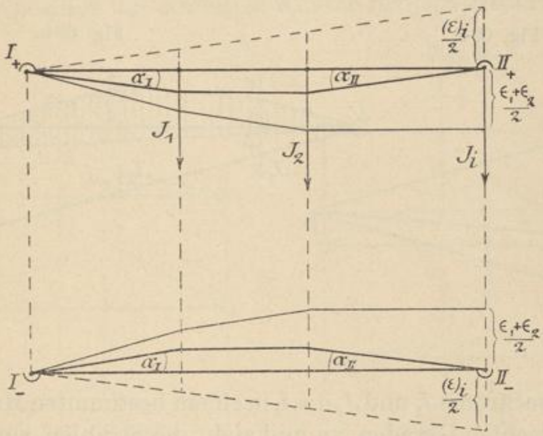
Nach den einleitenden Erklärungen des § 79 ist es allerdings nicht verständlich, wie das praktisch möglich sein sollte; wir wollen uns hier vorläufig damit begnügen die theoretische Möglichkeit zuzugeben.

Wie sich die Ströme in einem derartigen Leitungsstrange verteilen, ist nach den Sätzen von der Superposition der Ströme und Spannungsverluste sofort klar: Man denkt sich den Leitungsstrang ohne Spannungsverlust am Ende und superponiert dazu einen am Ende der Leitung abgezweigten Strom, der den vorgeschriebenen Spannungsverlust $E_I - E_{II}$ zur Folge hat. Ob dieser Wert dabei positiv oder negativ ist, macht keinen Unterschied.

Der behandelte Fall stellt sich also als eine Kombination des offenen und des geschlossenen Leitungsstranges dar, man darf ihn als unvollkommen geschlossenen Leitungsstrang bezeichnen.

83. Die Spannungsverteilung in geschlossenen und unvollkommen geschlossenen Leitungssträngen. Ueber die Spannungsverteilung giebt

Fig. 68.



die früher angewendete graphische Darstellung am besten Aufschluss. Wäre der Leitungsstrang (vergl. Fig. 68) offen, so würde der Spannungsverlust durch die schwach gezeichneten Kurven dargestellt. Der nun zu superponierende Strom J_i hat, da er selbst negativ ist, einen negativen Spannungsverlust $(\varepsilon)_i$ zur Folge; die für ihn gültigen Kurven des Spannungsverlustes sind demnach die punktiert gezeichneten Geraden, die auf der positiven Leitung einer Spannungserhöhung, auf der negativen einer Spannungserniedrigung entsprechen, und zwar müssen für die geschlossenen Leitungen die Werte dieser Erhöhung und Erniedrigung am Endpunkte *II* der Leitung der durch die andern (positiven) Abzweigungen hervorgerufenen Erniedrigung und Erhöhung der Spannung gleich sein, also

$$\frac{(\varepsilon)_i}{2} = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2}$$

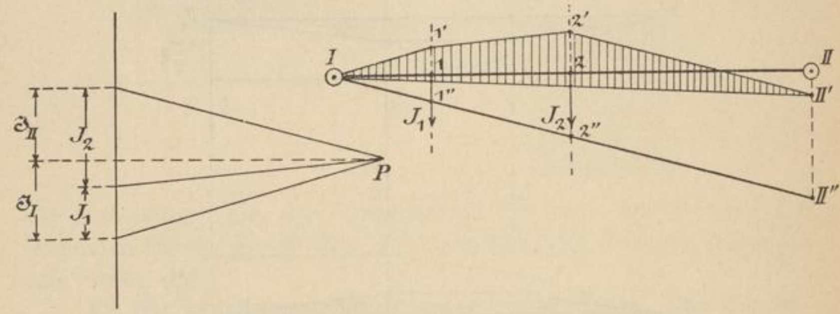
während für die unvollkommen geschlossenen Leitungen

$$\frac{(\varepsilon)_i}{2} \gtrless \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}.$$

Der wahre Spannungsverlust in einem beliebigen Punkte der Leitung ergiebt sich dann durch algebraische Addition der beiden zusammengehörigen Ordinaten, wird also durch die stark ausgezogene Kurve dargestellt. Man kann die Konstruktion natürlich entsprechend der Fig. 35 vereinfachen, wenn man darauf verzichten will, die Nutzspannungen aufzuzeichnen und nur die Spannungsverluste berücksichtigen will.

Ein anderes Verfahren ergiebt sich in Analogie mit der in § 50, Fig. 36 behandelten Konstruktion: Man trägt (vergl. Fig. 69a),

Fig. 69 a. Fig. 69 b.



wie dort, die Ströme J_1 und J_2 u. s. f. in einem bestimmten Massstabe auf einer senkrechten Geraden an und zieht die Strahlen zum Pol P im Abstande $R = 1$. Zu diesen Strahlen parallel zieht man den Linienzug $I\,1'\,2'\,II'$ (Fig. 69b). Bedingung ist nun für einen geschlossenen Leitungsstrang, dass der Spannungsverlust am Endpunkte II der Leitung gleich Null ist. Wäre diese Bedingung nicht zu erfüllen, wären also nur die Ströme J_1 und J_2 abgezweigt, so wäre der Spannungsverlust durch die Ordinatenabschnitte dargestellt, die von dem Kurvenzuge $I\,1'\,2'\,II'$ und der durch I dem Stück $2'\,II'$ parallel gezogenen Geraden $I\,II''$ begrenzt werden. Um die gestellte Bedingung aber zu erfüllen, muss ein dritter Strom superponiert werden, der den negativen maximalen Spannungsverlust $II''\,II'$ zur Folge hat. Von den früheren Ordinatenabschnitten sind also jedesmal die zwischen den Geraden $I\,II'$ und $I\,II''$ liegenden Abschnitte zu subtrahieren, d. h. die wahren Spannungsverluste werden durch die zwischen dem Kurvenzuge $I\,1'\,2'\,II'$ und der Geraden $I\,II'$ liegenden Ordinatenabschnitte dargestellt, die in der Figur durch Schraffierung hervorgehoben sind.

Zieht man in der Hilfsfigur Fig. 69a durch den Pol P eine Parallele zu $I\,II'$ (in der Figur punktiert gezeichnet), so teilt dieselbe auf der senkrechten Geraden die Strecke ΣJ_ν in zwei Teile, die den Strömen $\mathfrak{J}_I$ und $\mathfrak{J}_{II}$ entsprechen, was aus der Aehnlichkeit gewisser Dreiecke folgt. Diese Konstruktion liefert also zu gleicher Zeit eine Methode zur Bestimmung der Stromverteilung. Die Aehnlichkeit dieses graphischen Verfahrens mit der Bestimmung der Auflagereaktionen eines belasteten Balkens ist vollkommen. — Auch das vorige, in Fig. 68 dargestellte Verfahren liefert die Teilströme $\mathfrak{J}_I$ und $\mathfrak{J}_{II}$ und zwar in den Tangenten der Winkel α_I und α_{II}.

Man kann die Kurve des Spannungsverlustes schliesslich auch durch Superposition der einzelnen Kurven für jede Stromabzweigung

Fig. 70.

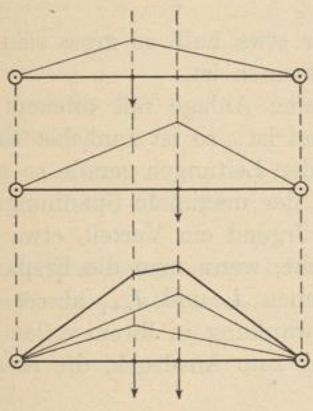
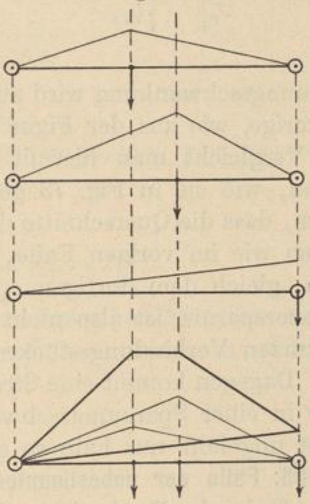


Fig. 71.



erhalten, wie es in Fig. 70 für geschlossene und Fig. 71 für unvollkommen geschlossene Leitungen dargestellt ist. Die Konstruktionen sind ohne weiteres verständlich.

84. Die Bedeutung der geschlossenen Leitungen für die Elastizität der Anlagen. Es sei ein geschlossener Leitungsstrang mit einer Anzahl Abzweigungen gegeben, von denen nur die beiden der Mitte am nächsten gelegenen beachtet werden sollen. Ist der Querschnitt durchgängig derselbe und haben die beiden Belastungsströme J_ν und $J_{\nu+1}$ ungefähr gleiche Stärke, so gilt als Kurve des durch sie hervorgerufenen Spannungsverlustes nach der Darstellung von Fig. 70 die Kurve in Fig. 72. Würden die beiden Ströme J_ν

und $J_{\nu+1}$ genau gleichzeitig von ihrem Maximalwerte auf einen sehr kleinen Betrag vermindert, so würden die Nutzspannungen E_ν und $E_{\nu+1}$ plötzlich fast um den vollen Betrag des Spannungsverlustes ε_μ zunehmen. Dieser Fall ist aber fast unbedingt, jedenfalls aber dann ausgeschlossen, wenn — wie in Stadtzentralen — die Abzweigungen zu verschiedenen Häusern geführt sind. Als ungünstigster Fall wird dann vielmehr der Fall anzusehen sein, dass etwa J_ν seinen maximalen Wert hat, während $J_{\nu+1}$ plötzlich um seinen vollen Betrag geändert wird. Die diesem Falle entsprechende

Fig. 72.

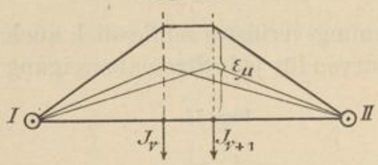
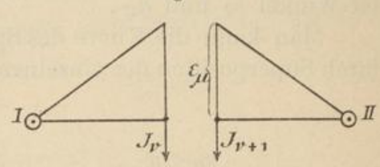


Fig. 73.



Spannungsschwankung wird aber nur etwa halb so gross sein wie die vorige, wie aus der Figur zu erkennen ist.

Vergleicht man hiermit nun eine Anlage mit offenen Leitungen, wie sie in Fig. 73 gezeichnet ist, so ist zunächst zu beachten, dass die Querschnitte der beiden Leitungen gerade so gross werden wie im vorigen Falle, wenn der maximale Spannungsverlust ε_μ gleich dem dortigen ε_μ ist. Jrgend ein Vorteil, etwa eine Kostenersparnis, ist also nicht erreicht, wenn man die Ersparung des kurzen Verbindungsstückes zwischen J_ν und $J_{\nu+1}$ ausser acht lässt. Dagegen kommt eine Stromschwankung in ihrem vollen Umfange in einer Spannungsschwankung zum Ausdruck, die Elastizität ist ungefähr nur halb so gross.

85. Fälle der unbestimmten und der bestimmten Stromverteilung. Die Aufgabe der Bestimmung der Stromverteilung fällt, wie die Betrachtungen in § 81 lehren, zusammen mit der Aufgabe der Bestimmung von $\mathfrak{J}_I$ und $\mathfrak{J}_{II}$. Diese können aber, wie aus den Formeln (39) und (41) hervorgeht, nur bestimmt werden, wenn die Leitungswiderstände bekannt sind, und es ist also hierdurch für die Leitungsberechnung noch gar nichts gewonnen.

Es ist aber in vielen Fällen wünschenswert, dass der Querschnitt durchgängig derselbe sei, auch aus dem Grunde, weil die Leitung auch bei Unterbrechung der Stromzufuhr von der einen Seite noch funktionieren soll, und dann ist der gleichmässige Querschnitt der günstigste. Wird dieser aber zur Bedingung gemacht, so ist auch die Stromverteilung nicht mehr unbestimmt, sondern eindeutig bestimmt und bestimmbar, ohne dass die Widerstände vorher bekannt sind, denn es wird dann aus Formel (39)

$$- J_i = \frac{\Sigma J_\nu \frac{\mathfrak{L}_\nu}{Q} \varrho}{\frac{\mathfrak{L}_m}{Q} \varrho} = \frac{\Sigma J_\nu \mathfrak{L}_\nu}{\mathfrak{L}_m}; \quad \ldots \ldots \ldots (42$$

auf der rechten Seite stehen also nur bekannte Grössen; die Stromverteilung ist bestimmt.

Die Querschnitte brauchen nicht einmal durchweg dieselben zu sein, es genügt vielmehr die Kenntnis oder eine vorherige Festsetzung des Verhältnisses der einzelnen Querschnitte zu einander. Ist nämlich

$$Q_2 = m_2 Q_1, \qquad Q_3 = m_3 Q_1, \qquad \text{u. s. f.}$$

bekannt, so wird aus der Formel (39)

$$- J_i = \frac{\Sigma J_\nu \frac{\mathfrak{L}_\nu}{m_\nu}}{\frac{\mathfrak{L}_m}{m_m}}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (43$$

und auch in diesem Falle ist die Stromverteilung von vornherein bestimmbar.

Die Leitungsnetze.

86. Die geschlossene Leitungsverzweigung mit belasteten Knotenpunkten. Die einfachste geschlossene Leitungsverzweigung ist die

Fig. 74.

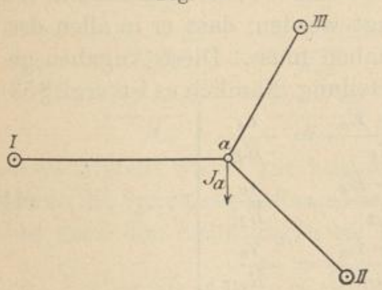
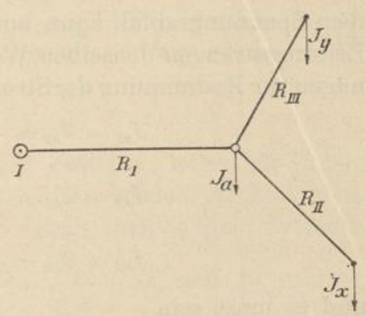


Fig. 75.



in Fig. 74 dargestellte. Der Punkt a darin soll Knotenpunkt genannt werden, während die Speisepunkte und der Knotenpunkt zusammen den gemeinsamen Namen Kreuzungspunkte erhalten sollen; nur der Knotenpunkt a soll belastet sein.

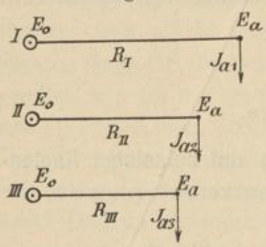
Auch dieser Fall ist, wie die Darstellung der Fig. 75 angiebt, mit einer offenen Leitungsverzweigung unmittelbar vergleichbar, nur dass jetzt zwei Ströme, J_x und J_y unbekannt sind. Zur Bestimmung dieser beiden Ströme stehen aber auch zwei Gleichungen zur Verfügung, nämlich die Gleichungen

$$\mathfrak{J}_a R_I + \mathfrak{J}_x R_{II} = 0$$
$$\mathfrak{J}_a R_I + \mathfrak{J}_y R_{III} = 0$$

worin $\mathfrak{J}_a = J_x + J_y + J_a$ und $\mathfrak{J}_x = J_x$, $\mathfrak{J}_y = J_y$ ist, und die Bestimmung der gesamten Stromverteilung ist hierdurch möglich; für n Speisepunkte werden sich $n-1$ Gleichungen mit ebensovielen Unbekannten ergeben.

Es ist in dieser Methode der Bestimmung, um an unmittelbar Bekanntes anknüpfen zu können, dem Speisepunkte I eine besonders ausgezeichnete Rolle zugewiesen, insofern er nämlich äusserlich allein den Charakter eines Speisepunktes trägt, während er sich thatsächlich in nichts von den andern Speisepunkten unterscheidet. Wir können dieser Thatsache durch eine andere Behandlungsweise gerecht werden, indem wir uns auf die Ergebnisse des § 82 beziehen und den Knotenpunkt a mit dem Speisepunkte niederer Spannung des dortigen Falles vergleichen. Die Verzweigung ist dann in drei unvollkommen geschlossene einfache Leitungsstränge aufgelöst, bei denen aber die Abzweigströme (oder Leitungsströme) J_{a1}, J_{a2} und J_{a3} noch unbekannt und ebenso der Spannungsabfall $E_o - E_a$ (vergl. Fig. 76) unbekannt ist. Nur die Summe der Ströme $= J_a$ ist bekannt und von dem Spannungsabfall kann ausgesagt werden, dass er in allen drei Leitungssträngen denselben Wert haben muss. Diese Angaben genügen zur Bestimmung der Stromverteilung. Nämlich es ist (vrgl. § 53)

Fig. 76.



$$\left.\begin{aligned} J_{a1} &= \mathfrak{J}_{a1} = \frac{E_o - E_a}{R_I} = \frac{\varepsilon_a}{R_I} \\ J_{a2} &= \mathfrak{J}_{a2} = \frac{E_o - E_a}{R_{II}} = \frac{\varepsilon_a}{R_{II}} \\ J_{a3} &= \mathfrak{J}_{a3} = \frac{E_o - E_a}{R_{III}} = \frac{\varepsilon_a}{R_{III}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (44$$

und es muss sein

$$\mathfrak{J}_{a1} + \mathfrak{J}_{a2} + \mathfrak{J}_{a3} = \mathfrak{J}_a = J_a \ldots\ldots\ldots\ldots (45$$

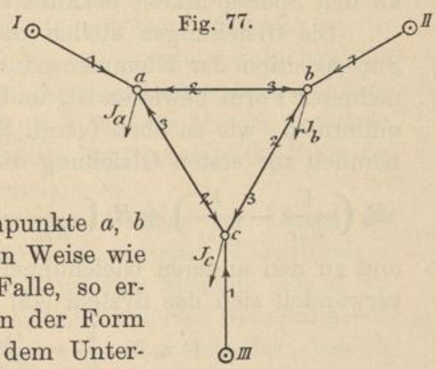
Durch Verbindung der Gleichungen ergiebt sich

$$\varepsilon_a = E_o - E_a = J_a \frac{1}{\dfrac{1}{R_I} + \dfrac{1}{R_{II}} + \dfrac{1}{R_{III}}}\,; \ldots\ldots (46$$

Der Spannungsabfall ist ermittelt und hieraus sind auch die Leitungsströme $\mathfrak{J}_{a1}$, $\mathfrak{J}_{a2}$ und $\mathfrak{J}_{a3}$ bestimmbar. Bei n Speisepunkten ist, wie aus dieser Lösung der Aufgabe zu erkennen ist, nicht mehr ein System von n Gleichungen erforderlich, sondern es genügt, dem einen Knotenpunkte entsprechend eine einzige Gleichung zur Lösung des Problemes.

87. Das eigentliche Leitungsnetz mit belasteten Knotenpunkten. Ein eigentliches Leitungsnetz ergiebt sich, wenn dem Sinne des Wortes entsprechend, wirkliche Maschen gebildet sind; ein solches Netz von einfachster Form ist in Fig. 77 dargestellt. Es ist nicht schwer, die angestellten Betrachtungen auf diesen erweiterten Fall auszudehnen: Als Unbekannte treten zunächst die Spannungsdifferenzen $E_o - E_a$, $E_o - E_b$, $E_o - E_c$ und $E_a - E_b$, $E_a - E_c$, $E_b - E_c$ auf.

Fig. 77.



Behandelt man die Knotenpunkte a, b und c für sich, jeden in derselben Weise wie den Knotenpunkt a im vorigen Falle, so erhält man je drei Gleichungen von der Form der Gleichungen (44), aber mit dem Unterschiede, dass die Spannungsdifferenzen im Zähler verschieden sind. Die Verbindung der Gleichungen ergiebt deshalb je eine Gleichung mit drei Unbekannten und das ganze System für alle drei Knotenpunkte lautet:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{E_o - E_a}{R_{aI}} + \frac{E_b - E_a}{R_{ab}} + \frac{E_c - E_a}{R_{ac}} - J_a = 0 \\
\frac{E_a - E_b}{R_{ab}} + \frac{E_o - E_b}{R_{bII}} + \frac{E_c - E_b}{R_{bc}} - J_b = 0 \\
\frac{E_a - E_c}{R_{ac}} + \frac{E_b - E_c}{R_{bc}} + \frac{E_o - E_c}{R_{cIII}} - J_c = 0
\end{aligned}\right\} \quad \ldots (47$$

Dieses System würde zur Lösung nicht genügen, wenn als Unbekannte die Spannungsdifferenzen beibehalten würden. Ordnet man aber nach den Spannungen selbst, so erhält man in dem Systeme

$$\left.\begin{aligned}
- E_a \, \Sigma_a \, \frac{1}{R} + \frac{E_b}{R_{ab}} + \frac{E_c}{R_{ac}} + \frac{E_o}{R_{aI}} - J_a = 0 \\
+ \frac{E_a}{R_{ab}} - E_b \, \Sigma_b \, \frac{1}{R} + \frac{E_c}{R_{bc}} + \frac{E_o}{R_{bII}} - J_b = 0 \\
+ \frac{E_a}{R_{ac}} + \frac{E_b}{R_{bc}} - E_c \, \Sigma_c \, \frac{1}{R} + \frac{E_o}{R_{cIII}} - J_c = 0
\end{aligned}\right\} \quad \ldots (48$$

(48) ein System von lösbaren Gleichungen mit den Nutzspannungen an den Knotenpunkten als Unbekannten. Die Faktoren der Spannungen in den negativen Gliedern bedeuten hierin die Summen der Leitungsfähigkeiten jedesmal um den durch den Index angegebenen Knotenpunkt herum; die einzelnen Summanden dieser Summen erscheinen in jeder einzelnen Gleichung als Faktoren in den anderen Gliedern. Es ist also

$$\Sigma_a \frac{1}{R} = \frac{1}{R_{ab}} + \frac{1}{R_{ac}} + \frac{1}{R_{aI}}$$

u. s. f. Das Gleichungssystem ist lösbar, wenn die Spannungen an den Speisepunkten bekannt sind.

Die Gleichungen stellen nichts weiter als den Satz von der Superposition der Klemmenspannungen dar, der hiermit in allgemeinerer Form bewiesen ist, und man kann sie in derselben Weise umformen, wie es oben (vergl. § 53) geschehen ist. Addiert man nämlich zur ersten Gleichung die Identität

$$E_o\left(\frac{1}{R_{aI}} - \frac{1}{R_{aI}}\right) + E_o\left(\frac{1}{R_{ab}} - \frac{1}{R_{ab}}\right) + E_o\left(\frac{1}{R_{ac}} - \frac{1}{R_{ac}}\right) = 0$$

und zu den anderen Gleichungen entsprechende Gleichungen, so verwandelt sich das System (48) in das folgende:

$$\left.\begin{aligned} + \varepsilon_a \Sigma_a \frac{1}{R} - \frac{\varepsilon_b}{R_{ab}} - \frac{\varepsilon_c}{R_{ac}} - J_a = 0 \\ - \frac{\varepsilon_a}{R_{ab}} + \varepsilon_b \Sigma_b \frac{1}{R} - \frac{\varepsilon_c}{R_{bc}} - J_b = 0 \\ - \frac{\varepsilon_a}{R_{ac}} - \frac{\varepsilon_b}{R_{bc}} + \varepsilon_c \Sigma_c \frac{1}{R} - J_c = 0 \end{aligned}\right| \quad \ldots\ldots (49$$

wenn wieder unter ε_a die Differenz $E_o - E_a$ verstanden wird u. s. f.

Diese Umformung ist praktisch von grosser Bedeutung, denn im ersten Gleichungssystem werden die Unbekannten im allgemeinen von der Grössenordnung 100 sein, während es auf die Differenzen der Unbekannten von der Grössenordnung 1 ankommt. Die Unbekannten würden also auf etwa fünf Stellen genau ermittelt werden müssen. In dem zweiten Systeme dagegen treten die Differenzen selbst als Unbekannte auf, und es ist nur nötig mit etwa drei Stellen zu rechnen, ein Umstand, der besonders bei grösseren Systemen von Gleichungen sehr ins Gewicht fällt.

Als Regel für die Aufstellung der Gleichungen merke man folgenden Satz: Man denke sich an allen Kreuzungspunkten die Spannungsverluste (oder Differenzen zwischen den an den Speisepunkten und den an den Knotenpunkten auftretenden Klemmenspannungen) als EMK'te wirken und befolge dann die aus dem Satze von der Superposition der Klemmenspannungen (vergl. § 53) folgende Regel, jedoch unter Vertauschung der Vorzeichen der unbekannten Spannungsverluste. Die Zahl der Gleichungen ist immer gleich der Zahl der Knotenpunkte.

Aus den Spannungsverlusten ε_a, ε_b u. s. w. und den bekannten Widerständen erhält man dann unmittelbar die Stromverteilung. Vertauscht man die Vorzeichen der Unbekannten nicht, wie es in der angegebenen Regel gefordert wird, so erhält man die Stromverteilung des negativen Netzes, während wir sonst immer die Stromrichtungen dem positiven Netze entnommen haben.

Ein Gleichungssystem, das in dieser Weise aufgestellt ist, ist zweifellos lösbar. In der Praxis aber, wo es sich darum handelt, die Gleichungen wirklich zu lösen, darf man sich mit dieser Feststellung nicht begnügen, sondern muss sich nach Mitteln umsehen, die das oft sehr umständliche Geschäft der Lösung eines Systemes von vielen linearen Gleichungen erleichtern.

88. Die Anwendung der Seidelschen Methode zur Lösung der Gleichungen. Das Gleichungssystem zeigt gewisse Eigentümlichkeiten, die die Lösung erleichtern. Aus dem Systeme (49) ist zunächst zu erkennen, dass jedem Knotenpunkte eine Gleichung entspricht. Schreibt man die Gleichungen so unter einander, dass die Unbekannte ε_ν in der für den Knotenpunkt ν gebildeten Gleichung in der Diagonale des Gleichungssystemes steht — wie es in (49) geschehen ist —, so erkennt man, dass das System in Bezug auf die Koeffizienten der Unbekannten völlig symmetrisch ist, dass es die sogenannte Normalform besitzt. Für ein solches System von linearen Gleichungen ist ein Annäherungsverfahren zur Lösung anwendbar, das von Seidel*) angegeben ist. Das Verfahren ist folgendes:

Es sei das Gleichungssystem

$$\begin{array}{l} a_{11}\,x + a_{12}\,y + a_{13}\,z + \cdots\cdots + n_1 = 0 \\ a_{21}\,x + a_{22}\,y + a_{23}\,z + \cdots\cdots + n_2 = 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{n1}\,x + a_{n2}\,y + a_{n3}\,z + \cdots\cdots + n_n = 0 \end{array}$$

gegeben. Setzt man hierin für die Unbekannten beliebige Werte x_0, y_0 u. s. f. ein, so werden die Gleichungen nicht befriedigt, sondern die linken Seiten haben je einen gewissen Wert N_1, N_2 bis

*) Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Klasse der Bayerischen Akademie, 11. Band, 1874.

N_n, der der Fehler der betreffenden Gleichung genannt werden soll. Man berechne nun aus der ersten Gleichung einen Wert

$$\Delta x = -\frac{N_1}{a_{11}}$$

und rechne aus den alten Fehlern eine neue Fehlerreihe N_1', N_2' u. s. f. aus indem man setzt

$$\begin{aligned} N_1' &= N_1 + a_{11}\,\Delta x = 0 \\ N_2' &= N_2 + a_{21}\,\Delta x \\ &\dots\dots\dots\dots \\ N_n' &= N_n + a_{n1}\,\Delta x\,. \end{aligned}$$

Hierauf bestimmt man aus der zweiten Gleichung ein

$$\Delta y = -\frac{N_2'}{a_{22}}$$

und rechnet wiederum neue Fehler von der Form

$$\begin{aligned} N_1'' &= N_1' + a_{12}\,\Delta y \\ N_2'' &= N_2' + a_{22}\,\Delta y = 0 \\ &\dots\dots\dots\dots \\ N_n'' &= N_n' + a_{n2}\,\Delta y \end{aligned}$$

aus.

Ist in gleicher Weise das ganze System wiederholt durchgerechnet, indem man nacheinander Werte Δz, Δv u. s. f. jedesmal als negative Quotienten von N und a der Gleichung bestimmte, in der z und v u. s. f. in der Diagonale des Systems stehen, so beginnt man wieder mit der ersten Gleichung, aus der ein $\Delta' x$ als

$$\Delta' x = -\frac{N_1^{(n)}}{a_{11}}$$

berechnet wird, worin $N_1^{(n)}$ der zuletzt erhaltene Fehler der ersten Gleichung ist. Dieses Verfahren wird fortgesetzt, bis man in den Summen

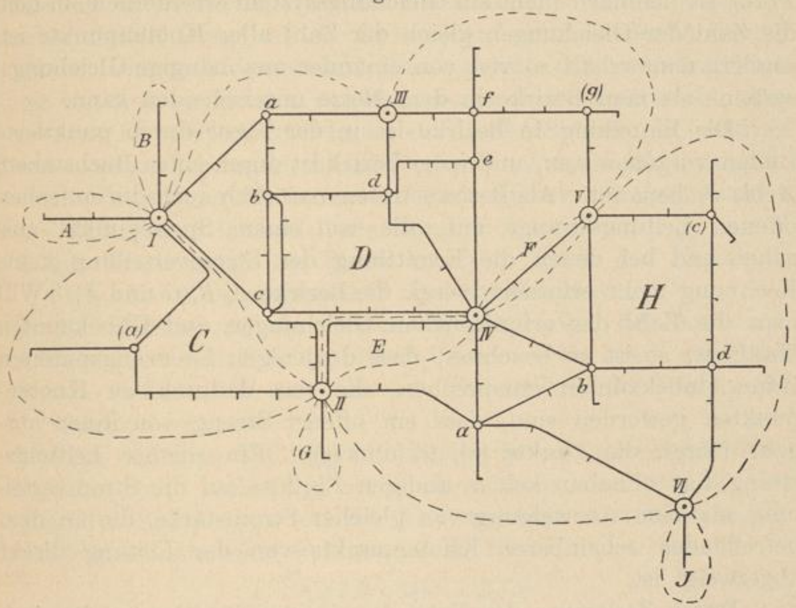
$$\begin{aligned} x_o + \Delta x + \Delta' x + \Delta'' x + \cdots &= x \\ y_o + \Delta y + \Delta' y + \Delta'' y + \cdots &= y \\ \dots\dots\dots\dots \end{aligned}$$

die wahren Werte der Unbekannten in beliebiger Annäherung erhalten hat.

Die Reihen konvergieren natürlich nur unter gewissen Voraussetzungen. Seidel hat nachgewiesen, dass Konvergenz immer eintritt, wenn das System die auf der vorigen Seite erklärte Normalform besitzt.

Dass die Symmetrie nicht nur in dem Gleichungssystem stattfindet, das der Fig. 77 entspricht, sondern für ganz beliebig gestaltete Netze immer eintreten muss, geht aus der Bildungsweise der Gleichungen hervor; man muss bei der Bildung des Systemes nur dafür sorgen, dass die Unbekannte des Knotenpunktes, für den eine Gleichung aufgestellt ist, jedesmal in der Diagonale des Systemes steht. Auch die Zahl der Knotenpunkte beeinträchtigt die Symmetrie nicht. Das Gleichungssystem eines Netzes, dessen Knotenpunkte nicht mehr alle einem Speisepunkte benachbart sind, unterscheidet sich von dem Systeme (49) nur dadurch, dass in der Gleichung eines bestimmten Knotenpunktes ausser dem eigenen Spannungsverluste nur die Spannungsverluste der diesem Punkte unmittelbar benachbarten Knotenpunkte als Unbekannte

Fig. 78.



vorkommen, sodass nicht mehr alle Felder des Schemas besetzt sind.

89. Der allgemeinste Fall eines Leitungsnetzes. Ein Beispiel des allgemeinsten Falles ist in Fig. 78 abgebildet. Gegenüber den früher behandelten Netzen haben wir zweierlei Verallgemeinerungen festzustellen:

1. Das Netz kann in mehrere Bezirke zerlegt werden, die in Bezug auf ihre Stromverteilung bei konstanter Spannung an den Speisepunkten völlig unabhängig von einander sind.

Unter Bezirk versteht man den kleinsten Leitungskomplex, den man durch einen Linienzug umgrenzen kann, der von Speisepunkt zu Speisepunkt führt ohne eine Leitung zu schneiden.

Dass man diese Loslösung einzelner Bezirke — wenn es sich darum handelt, die Stromverteilung zu ermitteln — vornehmen darf, ist sofort klar, denn genau so wie wir eine Ringleitung durch Aufschneiden an dem Speisepunkte in einen einfachen geschlossenen Leitungsstrang mit je einem Speisepunkte an den Enden verwandeln durften, dürfen wir auch hier Leitungen an den Speisepunkten trennen, da zur Bedingung gemacht ist, dass die Spannung an allen Speisepunkten unter allen Umständen konstant bleiben soll. Zur Ermittlung der Stromverteilung in einem Netze der allgemeinsten Form ist demnach nicht ein Gleichungssystem erforderlich, in dem die Zahl der Gleichungen gleich der Zahl aller Knotenpunkte ist, sondern man erhält so viel von einander unabhängige Gleichungssysteme als man Bezirke in dem Netze unterscheiden kann.

Die Einteilung in Bezirke ist in der Figur durch punktierte Linien vorgenommen, und jeder Bezirk ist durch einen Buchstaben, A bis J, benannt. Als Bezirke treten natürlich auch die einfachen offenen Leitungsstränge auf, die von einem Speisepunkte ausgehen und bei denen die Ermittlung der Stromverteilung keine Rechnung mehr erfordert (vergl. die Bezirke A, B, G und J). Will man die Zahl der erforderlichen Gleichungen und Unbekannten abzählen, so ist zu beachten, dass denjenigen Kreuzungspunkten keine Unbekannten entsprechen, die nur dadurch zu Knotenpunkten geworden sind, dass ein offener Strang von ihnen ausgeht (vergl. die Punkte (a), (c) und (g)). Ein solcher Leitungsstrang hat offenbar keinen anderen Einfluss auf die Stromverteilung als eine Abzweigung von gleicher Stromstärke, die an dem betreffenden scheinbaren Knotenpunkte von der Leitung direkt abgezweigt ist.

Durch Zerlegung der Netze in einzelne Bezirke ist die Aufgabe der Ermittlung der Stromverteilung natürlich ganz wesentlich vereinfacht, sie würde auf den Fall der einfachsten eigentlichen Netze von der oben behandelten Form zurückgeführt sein, wenn nicht noch eine andere Verallgemeinerung zu berücksichtigen wäre.

2. Diese besteht darin, dass nicht nur die Knotenpunkte, sondern auch die Netzleitungen selbst an beliebigen Punkten belastet sind.

Wenn man aber die Gültigkeit des Satzes von der Superposition der Ströme auch für beliebige Netze annimmt, so liegt hierin keine Schwierigkeit mehr. Denkt man sich nämlich den Bezirk eines Netzes so abgeändert, dass jeder Knotenpunkt zu einem Speisepunkte geworden ist, d. h. hält man die Spannung an allen Kreuzungspunkten konstant auf gleicher Höhe, so wird man aus früheren Ableitungen (vergl. §§ 81 und 83) erkennen, dass diese Aenderung gleichbedeutend ist mit der Superposition negativer Belastungen der Knotenpunkte von bestimmter Grösse. Der superponierte negative Belastungsstrom eines jeden Knotenpunktes ist nämlich gleich der Summe der Leitungsströme, die von ihm aus in die verschiedenen Netzleitungen abfliessen, wenn er zum Speisepunkte gemacht ist. Um also den früheren Zustand, der der Wirklichkeit entspricht, wieder herzustellen, muss zu dem abgeänderten Netze mit den vielen Speisepunkten ein anderes Netz superponiert werden, das in Bezug auf die Grösse der Leitungswiderstände und Lage der Leitungen, Speise- und Knotenpunkte dem ursprünglichen Netze vollkommen gleicht, von diesem aber dadurch abweicht, dass nur seine Knotenpunkte belastet sind und zwar mit den positiven Werten der vorher negativ abgezweigten Knotenpunktsbelastungen.

Die Ermittlung der Stromverteilung in einem verallgemeinerten Netze zerfällt also in zwei Teile, nämlich in

1. die Ermittelung der Stromverteilung unter der Annahme, dass alle Kreuzungspunkte Speisepunkte seien;
2. die Ermittelung der Stromverteilung unter der Annahme, dass nur die Knotenpunkte belastet seien und zwar mit den Strömen, die sich aus dem ersten Teile der Lösung der Aufgabe ergeben.

Eine derartige Teilung der Aufgabe ist nun zwar empfehlenswert, aber nicht unbedingt nötig. Man kann, statt erst die Verlegung der Belastungen auf die Knotenpunkte vorzunehmen, die Spannungsverluste ohne weiteres in der Form

$$\varepsilon_a = \Sigma \mathfrak{J} R \text{ oder } = \Sigma J \mathfrak{R}$$

nach der in § 54 angegebenen Weise bilden und hierdurch ein Gleichungssystem aufstellen, das die wahre Strom- und Spannungsverteilung unmittelbar ergiebt. Die Verlegung der Belastungen auf die Knotenpunkte erleichtert aber wesentlich die Uebersichtlichkeit der Rechnungen und ist deshalb besonders Anfängern zu empfehlen.

90. Die Superposition der Spannungsverluste und der Ströme in geschlossenen Leitungsnetzen. Dass der oben als allgemein richtig angenommene Satz von der Superposition der Ströme auch für beliebige Netze gilt*), ist folgendermassen zu beweisen:

*) Der Satz von der Superposition der Ströme für beliebige Netze ist zuerst von Herzog und Feldmann bewiesen worden. Der folgende Beweis ist dem von den Genannten gelieferten Beweise verwandt.

Für jedes beliebige Netz lassen sich für die einzelnen Abzweigströme zweifellos Gleichungen aufstellen, die der Gleichung (6) in § 53 genau entsprechen, denn über die Art der Leitungsanordnung sind bei Aufstellung dieser Gleichung keinerlei Voraussetzungen gemacht. Alle diese Gleichungen ergeben ein System von der Form

$$\left.\begin{array}{l} \alpha_{11}\varepsilon_1 + \alpha_{12}\varepsilon_2 + \alpha_{13}\varepsilon_3 + \cdots + \alpha_{1n}\varepsilon_n = J_1 \\ \alpha_{21}\varepsilon_1 + \alpha_{22}\varepsilon_2 + \alpha_{23}\varepsilon_3 + \cdots + \alpha_{2n}\varepsilon_n = J_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdot \\ \cdot \\ \alpha_{n1}\varepsilon_1 + \alpha_{n2}\varepsilon_2 + \alpha_{n3}\varepsilon_3 + \cdots + \alpha_{nn}\varepsilon_n = J_n \end{array}\right\} \ldots\ldots (50$$

Die Koefficienten von der Form $\alpha_{\mu\nu}$, von denen viele einander gleich ($\alpha_{\mu\nu} = \alpha_{\nu\mu}$), viele gleich Null sind, stellen die negativen reciproken Werte von Leitungswiderständen, also Leitungsfähigkeiten dar, diejenigen von der Form $\alpha_{\nu\nu}$ dagegen positive Summen von solchen Werten. Die Werte der Unbekannten ε lassen sich als Quotienten zweier Determinanten darstellen; es ist nämlich

$$\varepsilon_\nu = \frac{1}{\Delta_N} \cdot \left| \begin{array}{l} \alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{13} \cdots J_1, \alpha_{1,\nu+1}, \cdots \alpha_{1n} \\ \alpha_{21}, \alpha_{22}, \alpha_{23} \cdots J_2, \alpha_{2,\nu+1}, \cdots \alpha_{2n} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdot \\ \cdot \\ \alpha_{n1}, \alpha_{n2}, \alpha_{n3} \cdots J_n, \alpha_{n,\nu+1}, \cdots \alpha_{nn} \end{array} \right| \ldots\ldots (51$$

worin die Nennerdeterminante Δ_N in bekannter Weise nur aus den Koefficienten der Unbekannten gebildet ist. Für ε_ν kann man schreiben

$$\varepsilon_\nu = J_1 \frac{\overset{(\nu)}{\Delta_1}}{\Delta_N} + J_2 \frac{\overset{(\nu)}{\Delta_2}}{\Delta_N} + \cdots J_n \frac{\overset{(\nu)}{\Delta_n}}{\Delta_N} \ldots\ldots (52$$

worin $\overset{(\nu)}{\Delta_1}$ die Unterdeterminante von J_1 im Zähler bedeutet, wenn die J in der νten Kolonne stehen.

Nimmt man nun an, es werde nur J_1 abgezweigt und alle anderen Abzweigströme seien gleich Null, so ändert sich das Gleichungssystem (50) nur in der Weise, dass an Stelle von J_2, $J_3 \cdots J_n$ der Wert 0 tritt, und es ist aus Gleichung (51) ersichtlich, dass der Spannungsverlust ε_ν den Wert

$$\varepsilon_{\nu 1} = J_1 \frac{\overset{(\nu)}{\Delta_1}}{\Delta_N} \ldots\ldots\ldots\ldots (53$$

annimmt. In gleicher Weise ergeben sich die Werte $\varepsilon_{\nu 2}$ bis $\varepsilon_{\nu n}$ gleich den einzelnen Summanden der Gleichung (52), wenn man nur die Ströme $J_2 \cdots J_n$, jeden allein, abzweigen lässt. Es ist also

$$\varepsilon_\nu = \varepsilon_{\nu 1} + \varepsilon_{\nu 2} + \cdots \varepsilon_{\nu n}, \ldots\ldots\ldots (54$$

in Worten: Der Satz von der Superposition der Spannungsverluste ist ganz allgemein für beliebige Leitungsnetze gültig.

Bildet man dieselben Gleichungen für den Abzweigstrom J_μ, der in unmittelbarer Nachbarschaft des Stromes J_ν abgezweigt ist, so erhält man schliesslich die Gleichung

$$\varepsilon_\mu = \varepsilon_{\mu 1} + \varepsilon_{\mu 2} + \cdot \cdot \cdot \cdot + \varepsilon_{\mu n} \quad \ldots \ldots \ldots (55$$

und durch Subtraktion der beiden letzten Gleichungen und Division durch den zwischen beiden Abzweigpunkten liegenden Widerstand $R_{\mu\nu}$

$$\frac{\varepsilon_\mu - \varepsilon_\nu}{R_{\mu\nu}} = \frac{\varepsilon_{\mu 1} - \varepsilon_{\nu 1}}{R_{\mu\nu}} + \frac{\varepsilon_{\mu 2} - \varepsilon_{\nu 2}}{R_{\mu\nu}} + \cdot \cdot \cdot + \frac{\varepsilon_{\mu n} - \varepsilon_{\nu n}}{R_{\mu\nu}} \quad (56$$

Hierin ist aber offenbar

$$-\frac{\varepsilon_\mu - \varepsilon_\nu}{R_{\mu\nu}} = \mathfrak{J}_{\mu\nu} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (57$$

d. h. gleich dem in dem Widerstande $R_{\mu\nu}$ fliessenden Strome, während die rechtsseitigen Summanden die negativen Werte der Leitungsströme darstellen, die fliessen würden, wenn nur $J_1, J_2 \ldots J_n$ einzeln nach einander abgezweigt wären. Es folgt also, dass auch der Satz von der Superposition der Ströme ganz allgemein gültig ist.

Hieraus erkennt man gleichzeitig, dass die Aenderung irgend einer Belastung einen Einfluss auf sämtliche Speisepunkte des Netzbezirkes ausüben muss, denn die der betreffenden Belastung entsprechende Stromverteilung muss notwendiger Weise so gestaltet sein, dass der Belastungsstelle von allen Speisepunkten des Bezirkes aus Strom zufliesst.

91. Beispiele. 1. Beispiel einer geschlossenen einfachen Leitungsverzweigung. Gegeben sei eine Verzweigung wie sie in Fig. 79 dargestellt ist. Die hierin in der Richtung der Leitungen geschriebenen Zahlen bedeuten die Längen der Leitungsstücke zwischen je zwei Abzweigpunkten in Meter*). Die Abzweigpunkte sind durch kurze Striche angezeigt, die senkrecht zu den Leitungen stehen; die an diese Striche angeschriebenen Zahlen bedeuten die Anschlussströme in Amp. Die Grösse der Querschnitte wird in mm² durch die in Kreise eingeschlossenen Zahlen angegeben. Diese Bezeichnungsweise soll künftig immer beibehalten werden.

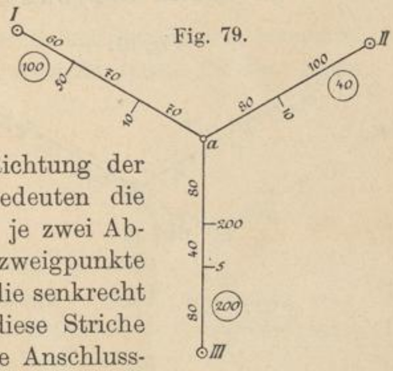


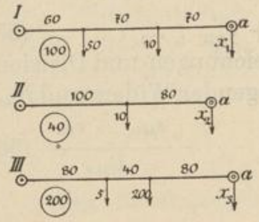
Fig. 79.

*) Es sind also hier nicht mehr die Widerstände, sondern die aus den grundlegenden Plänen entnommenen Entfernungen aufgetragen.

Es ist nach § 89

erstens der Knotenpunkt a zu einem Speisepunkt zu machen, dann ergeben sich drei geschlossene Leitungsstränge, die unabhängig von einander sind, also drei Bezirke einfachster Form, wie sie in Fig. 80 dargestellt sind.

Fig. 80.



Zur Bestimmung der Stromverteilung in diesen Leitungssträngen ist der Querschnitt gleichgültig und braucht nach § 85 nicht berücksichtigt zu werden; ferner ist es bequemer mit den halben Längen, d. h. den gemessenen Entfernungen zu rechnen, man erhält dann die richtige Stromverteilung, aber nur die Hälfte des Spannungsverlustes ε_a. Es ist

$$\text{I)}\quad 50 \cdot 60 + 10 \cdot 130 + x_1 \cdot 200 = 0$$

also

$$x_1 = -21{,}5,$$

$$\text{II)}\quad 10 \cdot 100 + x_2 \cdot 180 = 0$$

also

$$x_2 = -5{,}56,$$

$$\text{III)}\quad 5 \cdot 80 + 200 \cdot 120 + x_3 \cdot 200 = 0$$

also

$$x_3 = -122.$$

Hieraus ergiebt sich die in Fig. 81 eingezeichnete Stromverteilung. Es empfiehlt sich auch diese Figur in allen Fällen, und zwar in derselben Bezeichnungsweise, auszuführen.

In diesem Netze wird also dem Punkte a ein Strom von

Fig. 81.

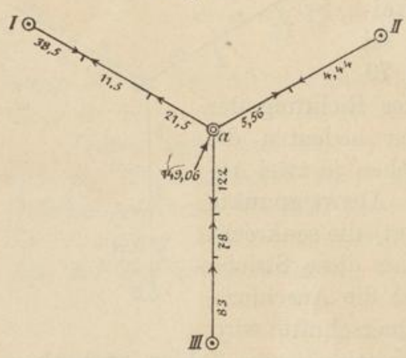
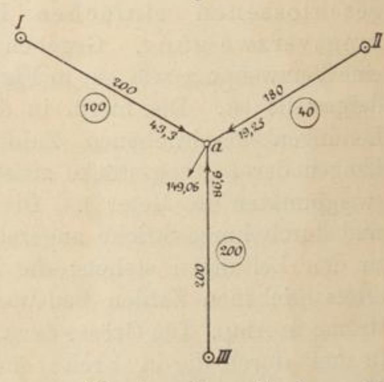


Fig. 82.



$21{,}5 + 5{,}56 + 122{,}0 = 149{,}06$ Amp zugeführt, und es ist dann die Spannung E_a thatsächlich gleich den Spannungen $E_I = E_{II} = E_{III}$. Diese Zufuhr findet in Wirklichkeit aber nicht statt; sie muss deshalb wieder fortgenommen werden durch Superposition der in Fig. 82 gezeichneten Leitungsverzweigung, in der nur der Knotenpunkt belastet ist. Es ist also

zweitens die (in Fig. 82 bereits eingezeichnete) Stromverteilung in dieser Leitungsverzweigung zu bestimmen und zwar folgendermassen: Es ist

$$\mathfrak{J}_{a1} = \frac{\varepsilon_a}{2} \cdot \frac{100}{200 \cdot 0{,}0175} = 28{,}6 \cdot \frac{\varepsilon_a}{2}$$

$$\mathfrak{J}_{a2} = \frac{\varepsilon_a}{2} \cdot \frac{40}{180 \cdot 0{,}0175} = 12{,}72 \cdot \frac{\varepsilon_a}{2}$$

$$\mathfrak{J}_{a3} = \frac{\varepsilon_a}{2} \cdot \frac{200}{200 \cdot 0{,}0175} = 57{,}2 \cdot \frac{\varepsilon_a}{2}.$$

Da nun

$$\mathfrak{J}_{a1} + \mathfrak{J}_{a2} + \mathfrak{J}_{a3} = 149{,}06$$

sein muss, so ist

$$\frac{\varepsilon_a}{2} = \frac{149{,}06}{98{,}52} = 1{,}515,$$

und hieraus ergeben sich die Leitungsströme zu

$$\begin{aligned} \mathfrak{J}_{a1} &= \frac{1{,}515}{0{,}035} = 43{,}3 \\ \mathfrak{J}_{a2} &= \frac{1{,}515}{0{,}07875} = 19{,}25 \\ \mathfrak{J}_{a3} &= \frac{1{,}515}{0{,}0175} = 86{,}6 \\ \hline \mathfrak{J}_{a1} + \mathfrak{J}_{a2} + \mathfrak{J}_{a3} &= 149{,}15 \end{aligned}$$

Die Summe stimmt also mit der Belastung überein, soweit es die Genauigkeit des Rechenschiebers erwarten liess. Zu dem Netze der Fig. 81 ist nun das Netz der Fig. 82 zu superponieren, und es ergiebt sich dann die in Fig. 83 aufgezeichnete wahre Stromverteilung.

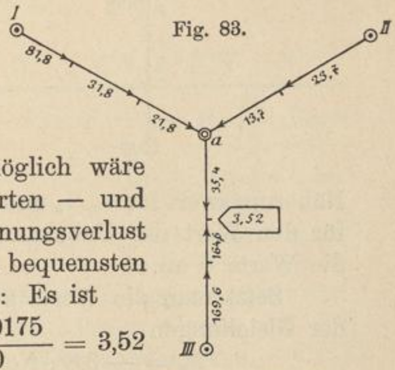


Fig. 83.

Der Strom fliesst nur zu einem Punkte von beiden Seiten zu — möglich wäre es, dass zwei solche Punkte existierten — und in diesem muss der maximale Spannungsverlust auftreten. Derselbe berechnet sich am bequemsten in der Strecke *III a* folgendermassen: Es ist

$$\varepsilon_m = \left(169{,}6 \cdot 80 + 164{,}6 \cdot 40\right) \frac{2 \cdot 0{,}0175}{200} = 3{,}52$$

Ob dieser Spannungsverlust zu hoch ist, ist eine Frage, die hier nicht entschieden zu werden braucht. Gilt er als zu hoch, so müssen alle oder wenigstens eine Leitung, etwa $II\,a$ verstärkt und die Rechnung wiederholt werden.

2. Beispiel eines eigentlichen Leitungsnetzes. Das in § 87, Fig. 77, dargestellte Leitungsnetz sei in allen Teilen, bis auf die Stromverteilung, die bestimmt werden soll, gegeben, wie es durch Fig. 84 ausgedrückt ist. Die thatsächliche Belastung ist also in bekannter Weise schon auf die Knotenpunkte verlegt.

Die zur Aufstellung der Gleichungen nötigen Leitungsfähigkeiten sind:

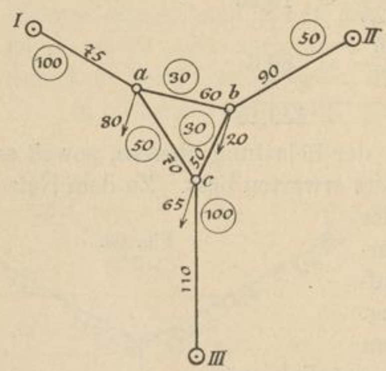
$$\frac{1}{R_{aI}} = 38{,}1 \qquad \frac{1}{R_{bII}} = 15{,}9 \qquad \frac{1}{R_{cIII}} = 26{,}0$$
$$\frac{1}{R_{ab}} = 13{,}5 \qquad \frac{1}{R_{ac}} = 20{,}4 \qquad \frac{1}{R_{bc}} = 17{,}1$$

und das dem Systeme (49) entsprechend gebildete Gleichungssystem lautet folgendermassen:

$$+\,72{,}0\,\varepsilon_a - 13{,}5\,\varepsilon_b - 20{,}4\,\varepsilon_c - 80 = 0$$
$$-\,13{,}5\,\varepsilon_a + 46{,}5\,\varepsilon_b - 17{,}1\,\varepsilon_c - 20 = 0$$
$$-\,20{,}4\,\varepsilon_a - 17{,}1\,\varepsilon_b + 63{,}5\,\varepsilon_c - 65 = 0$$

Zur Ermittelung der Unbekannten soll die Seidelsche Methode als Beispiel angewendet werden, obwohl dieselbe bei einem Systeme von nur drei Gleichungen noch nicht unbedingt zu empfehlen ist. Sind die Angaben einem fertig verlegten oder projektierten Netze entnommen, so stehen in den meisten Fällen ziemlich genaue Zahlen als erste Annäherungswerte zur Verfügung. Waren für das Projekt z. B. 2% zugelassen, so wird der Spannungsverlust bis zu den Knotenpunkten bei einer Betriebsspannung von 110 V ungefähr 2 V betragen; jedenfalls kann man die Zahl 2 als ersten Näherungswert für ε_a, ε_b und ε_c einsetzen. Ist kein Anhaltspunkt für den Wert der Unbekannten gegeben, so nimmt man zuerst die Werte 0 an.

Fig. 84.



Setzt man die Werte 2 ein, so erhält man als erste Fehler der Gleichungen

$$N_a = -\,3{,}8\,,\ N_b = +\,11{,}8\,,\ N_c = -\,13{,}0.$$

Da der letzte Fehler am grössten ist, so empfiehlt es sich mit der Berechnung von

$$\Delta\varepsilon_c = -\frac{N_c}{63{,}5} = +\,0{,}2047$$

zu beginnen. Da aber diese Korrektur sicherlich nicht die letzte sein wird, so ist es nicht ratsam, mit einem Korrektionswert von vielen Stellen zu rechnen, es werden vielmehr eine, allenfalls zwei Stellen genügen. Man wähle also $\Delta\varepsilon_c = +\,0{,}2$ und rechne, der auf Seite 140 gegebenen Erklärung entsprechend, die neuen Fehler aus; diese ergeben sich zu

$$N_a' = -\;3{,}8 - 20{,}4 \cdot 0{,}2 = -\,7{,}88,$$
$$N_b' = +\,11{,}8 - 17{,}1 \cdot 0.2 = +\,8{,}38,$$
$$N_c' = -\,13{,}0 + 63{,}5 \cdot 0{,}2 = -\,0{,}3.$$

Hierauf berechnet man

$$\Delta\varepsilon_b = -\frac{N_b'}{46{,}5} \text{ ungefähr} = -0{,}18$$

und rechnet mit diesem Werte die neuen Fehler N'' aus und so fort.

Es empfiehlt sich die Unbekannten und die Fehler nach dem folgenden Schema

	ε_a	ε_b	ε_c	
1.	+ 2,0	+ 2,0	+ 2,0	$= \varepsilon_{a0}\,,\ \varepsilon_{b0}\,,\ \varepsilon_{c0}$
2.	—	—	+ 0,2	$= \Delta\varepsilon_c$
3.	—	— 0,18	—	$= \Delta\varepsilon_b$
4.	+ 0,07	—	—	$= \Delta\varepsilon_a$
5.	—	—	— 0,02	$= \Delta'\varepsilon_c$
6.	—	+ 0,01	—	$= \Delta'\varepsilon_b$
7.	+ 0,003	—	—	$= \Delta'\varepsilon_a$
8.	—	—	+ 0,003	$= \Delta''\varepsilon_c$
9.	—	+ 0,004		$= \Delta''\varepsilon_b$
	+ 2,073	+ 1,834	+ 2,183	$= \varepsilon_a\,,\ \varepsilon_b\,,\ \varepsilon_c$

	N	N'	N''	N'''	N^{IV}	N^{V}	N^{VI}	N^{VII}	N^{VIII}
N_a	— 3,8	— 7,88	— 5,45	— 0,41	— 0,002	— 0,137	+ 0,079	+ 0,0178	— 0,0362
N_b	+ 11,8	+ 8,38	+ 0,01	— 0,935	— 0,593	— 0,128	— 0,1685	— 0,2198	— 0,0338
N_c	— 13,0	— 0,3	+ 2,778	+ 1,350	+ 0,08	— 0,091	— 0,1522	+ 0,0383	— 0,0301

niederzuschreiben, aus dem man die Weiterrechnung erkennen und gleichzeitig sehen kann, wie die Fehler kleiner werden und die Unbekannten gegen einen bestimmten Wert konvergieren.

Bricht man nach der neunten Durchrechnung ab, so erhält man durch Summierung der ersten Näherungswerte und aller

Korrektionswerte die wahren Werte der Unbekannten ε_a, ε_b und ε_c mit hinreichender Annäherung und aus diesen Werten die Leitungsströme; es ist nämlich

$$\mathfrak{J}_{Ia} = \frac{\varepsilon_a}{R_{Ia}} = 2{,}073 \cdot 38{,}1 = 78{,}98 \text{ Amp}$$

$$\mathfrak{J}_{IIb} = \frac{\varepsilon_b}{R_{IIb}} = 1{,}834 \cdot 15{,}9 = 29{,}16 \quad ,,$$

$$\mathfrak{J}_{IIIc} = \frac{\varepsilon_c}{R_{IIIc}} = 2{,}183 \cdot 26{,}0 = 56{,}76 \quad ,,$$

Die Summe, nämlich 164,9 Amp,

stimmt mit der Summe der Abzweigströme, nämlich 165,0 Amp, hinreichend genau überein; durch diese Vergleichung kontrolliert sich die Rechnung von selbst. Die übrigen Ströme ergeben sich als

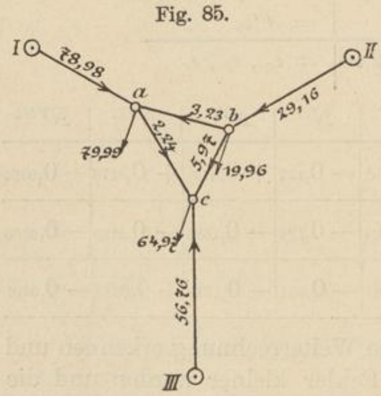
$$\mathfrak{J}_{ab} = -\frac{\varepsilon_a - \varepsilon_b}{R_{ab}} = -0{,}239 \cdot 13{,}5 = -3{,}23 \text{ Amp}$$

$$\mathfrak{J}_{bc} = -\frac{\varepsilon_b - \varepsilon_c}{R_{bc}} = +0{,}349 \cdot 17{,}1 = +5{,}97 \quad ,,$$

$$\mathfrak{J}_{ca} = -\frac{\varepsilon_c - \varepsilon_a}{R_{ac}} = -0{,}110 \cdot 20{,}4 = -2{,}24 \quad ,,$$

Für die Richtung der Ströme ist zu beachten, dass — wie aus den Betrachtungen in § 87 hervorgeht — die negative Richtung derjenigen Ströme angenommen werden muss, die sich ergeben würde, wenn die Spannungsverluste ε als *EMK*'te angesehen würden. Bedeutet demnach $\mathfrak{J}_{ab}$ den Strom, der im Widerstande R_{ab} von a nach b fliesst, so ist die wahre Stromrichtung die entgegengesetzte von der, die unter der Wirkung der *EMK*'te $\varepsilon_a - \varepsilon_b$ zustande kommen würde.

Fig. 85.



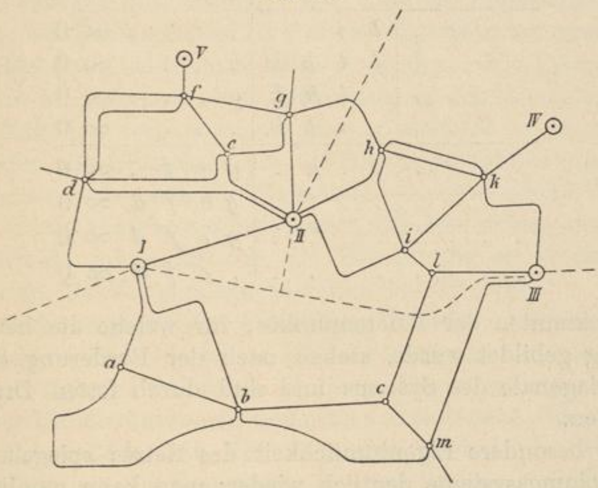
Die wahre Stromverteilung ist demnach die in Fig. 85 dargestellte. Als Abzweigströme sind in diese Figur die aus den Leitungsströmen sich ergebenden Werte eingeschrieben; dieselben stimmen mit den wahren Werten hinreichend genau überein. Im allgemeinen wird eine geringere Uebereinstimmung genügen.

92. Eindeutigkeit der Stromverteilung. Das Gleichungssystem zur Bestimmung der Spannungsverluste ε ist linear, wird also nur von einem einzigen Systeme von Werten für die Unbekannten befriedigt werden. Es folgt daraus, dass auch die Leitungsströme nur einen bestimmten Wert haben können, wenn das Netz nach Grösse der einzelnen Widerstände und Abzweigströme gegeben ist. Es ist von praktischem Interesse zu wissen, dass die Stromverteilung unter den gegebenen Umständen eindeutig bestimmt ist.

93. Vorteile der Seidelschen Methode. Die beschriebene Lösungsmethode wird man erst im Gebrauche, wenn es sich darum handelt, ein Netz mit vielen Knotenpunkten nachzurechnen, recht würdigen lernen. Die Hauptvorzüge*) sind folgende:

Man kann mit Vorteil das Bekanntsein von Näherungswerten

Fig. 86.



verwenden, die in praktischen Fällen oft mit grosser Annäherung zur Verfügung stehen.

Etwaige Rechenfehler sind nicht so verhängnisvoll als etwa bei der Substitutionsmethode, wo sie erst am Schlusse der Rechnung zu Tage treten und dann schwer zu finden sind. Bei Benutzung der Seidelschen Methode kann man die Rechnung jederzeit unterbrechen und dadurch auf ihre Richtigkeit prüfen, dass man die bis dahin berechneten Werte $x_0 + \Delta x + \Delta' x$, $y_0 + \Delta y + \Delta' y$ u. s. f. in die Gleichungen einsetzt. Die linken Seiten der einzelnen Gleichungen müssen dann gleich den zuletzt erhaltenen Fehlern N sein. Sind sie es nicht, so werden sie durch die neuen ersetzt und das Verfahren kann ohne Umstände fortgesetzt werden.

*) Vergl. die Abhandlung des Verfassers in der *E T Z* 1893, Seite 539.

Oft kommt es vor, dass man einen grossen Bezirk in mehrere kleinere würde zerlegen können, wenn es nur gestattet wäre, jedesmal eine einzige Leitung zu zerschneiden. Das ist z. B. in Fig. 86 der Fall; dieses Netz besteht aus 12 Knotenpunkten und liefert deshalb ein Gleichungssystem von eben so vielen Unbekannten, das, wenn man die unbekannten Spannungsverluste mit a, b, c u. s. f. bezeichnet und von den konstanten Werten absieht, folgende Gestalt annimmt:

$$\begin{array}{cccc|cccc|cccc}
\mathbf{a} & b & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & \infty\ 0 \\
a & \mathbf{b} & c & m & . & . & . & . & . & . & . & . & \infty\ 0 \\
. & b & \mathbf{c} & m & l & . & . & . & . & . & . & . & \infty\ 0 \\
. & b & c & \mathbf{m} & . & . & . & . & . & . & . & . & \infty\ 0 \\
\hline
. & . & c & . & \mathbf{l} & i & . & . & . & . & . & . & \infty\ 0 \\
. & . & . & . & l & \mathbf{i} & h & k & . & . & . & . & \infty\ 0 \\
. & . & . & . & . & i & \mathbf{h} & k & g & . & . & . & \infty\ 0 \\
. & . & . & . & . & i & h & \mathbf{k} & . & . & . & . & \infty\ 0 \\
\hline
. & . & . & . & . & . & h & . & \mathbf{g} & e & f & . & \infty\ 0 \\
. & . & . & . & . & . & . & . & g & \mathbf{e} & f & d & \infty\ 0 \\
. & . & . & . & . & . & . & . & g & e & \mathbf{f} & d & \infty\ 0 \\
. & . & . & . & . & . & . & . & . & e & f & \mathbf{d} & \infty\ 0
\end{array}$$

Die Unbekannten der Knotenpunkte, für welche die betreffende Gleichung gebildet wurde, stehen nach der Forderung des § 88 in der Diagonale des Systems und sind durch fetten Druck hervorgehoben.

Die besondere Eigentümlichkeit des Netzes spiegelt sich in dem Gleichungssysteme deutlich wieder; man kann nämlich auch dies in drei Systeme zerlegen, die nur durch die Unbekannten derjenigen Knotenpunkte mit einander in Verbindung stehen, deren Verbindungsleitungen geschnitten wurden.

Die Seidelsche Methode gestattet nun, diese Thatsache zur Vereinfachung der Rechnung zu benutzen: Man berechnet jeden der drei Teile des Gleichungssystemes zunächst mit mässiger Annäherung für sich unter Einsetzung gewisser Werte für die vermittelnden Unbekannten (l, c und g, h) und rechnet erst, nachdem hierdurch die Unbekannten mit einiger Annäherung bestimmt sind, das System als Ganzes bis zu einem beliebigen Grade der Genauigkeit durch. Die Werte der vermittelnden Unbekannten können auch schon während der Durchrechnung der einzelnen Teile geändert werden, je nach der Korrektur, die sie in dem Teile erfahren, in dem sie in der Diagonale des Systemes stehen.

Ein weiterer Vorzug der Seidelschen Methode liegt darin, dass eine Aenderung des Netzes, sei es die Aenderung einer Belastung, eines Querschnittes oder einer Länge, nicht eine vollständige Neurechnung des Gleichungssystemes notwendig macht, sondern dass man in einem solchen Falle nur eine nochmalige Durchrechnung unter Benutzung der bisher für die Unbekannten ermittelten Werte und unter Einführung der neuen Verhältnisse vorzunehmen hat, um die neue Stromverteilung zu bestimmen. Die Unbekannten, die von dem Punkte der Aenderung weit entfernt sind, werden ihre Werte nicht oder nur wenig ändern; man wird sich deshalb auch oft mit der Durchrechnung eines Teiles des Gleichungssystemes begnügen können.

Man erkennt aus alledem, wie sich die Eigenschaften des Netzes in den Eigenschaften des Gleichungssystemes ausdrücken und die Rechnung erleichtern können, so dass viele Vernachlässigungen, die im Interesse einer Erleichterung der Berechnung bei anderen Methoden vorgenommen werden möchten — wie z. B. das Aufschneiden von Leitungen, um die Bezirke zu verkleinern — hier nicht nötig sind, da eben die Umstände, die eine solche Vernachlässigung als statthaft erscheinen lassen, bei Anwendung der Seidelschen Methode schon an sich die Berechnung so vereinfachen, wie es durch die Vernachlässigung beabsichtigt war.

94. Verbesserungen der Seidelschen Methode. Auch mit Hilfe der Seidelschen Methode ist es oft langwierig und ermüdend, ein System von vielen Gleichungen zu lösen, besonders wenn die Konvergenz der Unbekannten nur langsam vor sich geht. Es empfiehlt sich in solchen Fällen ein Verfahren anzuwenden, das Mehmke angegeben hat, um die Konvergenz zu beschleunigen. Nach diesem Verfahren berechnet man die Korrektionswerte $\Delta x, \Delta y \cdots$ nicht einzeln aus je einer Gleichung, sondern immer paarweise oder zu dreien aus einem System von zwei oder drei Gleichungen, und zwar jedesmal aus den Gleichungen, in denen die betreffenden zu korrigierenden Unbekannten in der Diagonale des Systemes stehen.

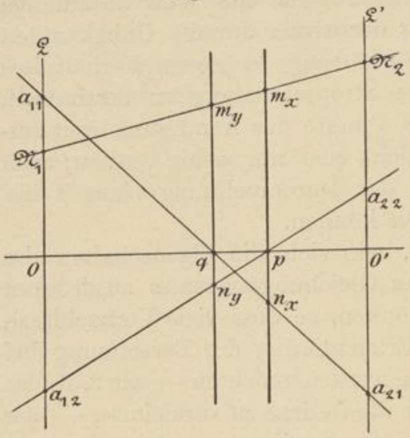
Liegt z. B. das Gleichungssystem S. 139 vor, so ermittelt man, nachdem es einmal mit den ersten Näherungswerten durchgerechnet ist, die Korrektionswerte der ersten beiden Unbekannten aus den Gleichungen

$$\alpha_{11} \Delta x + \alpha_{12} \Delta y + N_1 = 0$$
$$\alpha_{21} \Delta x + \alpha_{22} \Delta y + N_2 = 0$$

und rechnet in gleicher Weise wie früher die Gleichungen durch u. s. f. Man wird hierdurch wesentlich schneller zum Ziele kommen als nach dem früheren Verfahren.

Da es nicht nötig ist, die Korrekturen mit grosser Genauigkeit zu berechnen, so ist hierzu ein graphisches Verfahren besonders am Platze. Eine sehr bequeme Methode*) ist folgende:

Fig. 87.



Man wähle auf zwei parallelen Geraden L und L' die Nullpunkte 0 und 0′ und die positiven Richtungen, und trage auf L von 0 aus unter Berücksichtigung des Vorzeichens die Koeffizienten a_{11}, a_{12} und N_1 in einem bestimmten Massstabe ab; vergl. Fig. 87, wo die Bezeichnungen an die Endpunkte der betreffenden Strecken geschrieben sind. Trägt man in gleicher Weise auf 𝔏′ die Werte a_{21}, a_{22} und N_2 ab und verbindet alle entsprechenden Werte, wie es in der Figur geschehen ist, und zieht endlich durch die Schnittpunkte p und q Parallele zu den Geraden 𝔏 und 𝔏′, so erhält man in dem Verhältnis der auf diesen Parallelen abgeschnittenen Stücke die Unbekannten Δx und Δy. Es ist nämlich

$$\Delta x = -\frac{p m_x}{p n_x} \text{ und } \Delta y = -\frac{q m_y}{q n_y}$$

was sich durch Sätze der Geometrie beweisen lässt.

Dieses Verfahren wird besonders dadurch bequem, dass man bei wiederholter Korrektion der Unbekannten stets dieselbe Figur wieder benutzen kann; bei der nächsten Korrektionsrechnung ändern sich nur die Werte N, es bleiben also alle Linien bis auf die Gerade $N_1 N_2$ bestehen.

Die Korrektionswerte aus mehr als zwei Gleichungen gleichzeitig zu berechnen wird sich im allgemeinen nicht empfehlen.

95. Fälle der bestimmten und unbestimmten Stromverteilung in beliebigen Netzen. Das Ziel, das uns ursprünglich bei dem Problem der Ermittlung der Stromverteilung vorschwebte, nämlich die einzelnen Leitungsströme zu bestimmen noch bevor die Querschnitte bekannt wären, war schon nach den Ergebnissen des § 85 als unerreichbar erkannt. Nur wenn das Verhältnis der Querschnitte

*) Nach Mehmke und van den Berg.

gegeben war, konnte die Stromverteilung vor Bekanntsein der absoluten Werte bestimmt werden. Es frägt sich, ob dies Ergebnis allgemein auch für beliebige Netze gültig ist.

Wir nehmen also an, dass in den Gleichungen $Q_1 = \mu_1 Q$, $Q_2 = \mu_2 Q$ u. s. f. die Grössen μ gegeben seien. Dann nimmt das Gleichungssystem (49) folgende Gestalt an:

$$\left(\frac{\mu_{aI}}{L_{aI}} + \frac{\mu_{ab}}{L_{ab}} + \frac{\mu_{ac}}{L_{ac}}\right)\frac{\varepsilon_a Q}{\varrho} - \frac{\mu_{ab}}{L_{ab}}\frac{\varepsilon_b Q}{\varrho} - \frac{\mu_{ac}}{L_{ac}}\frac{\varepsilon_c Q}{\varrho} - J_a = 0$$

$$-\frac{\mu_{ab}}{L_{ab}}\frac{\varepsilon_a Q}{\varrho} + \left(\frac{\mu_{ab}}{L_{ab}} + \frac{\mu_{bII}}{L_{bII}} + \frac{\mu_{bc}}{L_{bc}}\right)\frac{\varepsilon_b Q}{\varrho} - \frac{\mu_{bc}}{L_{bc}}\frac{\varepsilon_c Q}{\varrho} - J_b = 0$$

$$-\frac{\mu_{ac}}{L_{ac}}\frac{\varepsilon_a Q}{\varrho} - \frac{\mu_{bc}}{L_{bc}}\frac{\varepsilon_b Q}{\varrho} + \left(\frac{\mu_{ac}}{L_{ac}} + \frac{\mu_{bc}}{L_{bc}} + \frac{\mu_{cIII}}{L_{cIII}}\right)\frac{\varepsilon_c Q}{\varrho} - J_c = 0$$

worin jetzt $\varepsilon_a Q$, $\varepsilon_b Q$ u. s. f. als Unbekannte anzusehen sind, die sich genau wie früher die Spannungsverluste ermitteln lassen. Die Leitungsströme ergeben sich dann als

$$\mathfrak{J}_{aI} = -\frac{\varepsilon_a Q}{R_{aI} \cdot Q} = -\frac{\varepsilon_a Q \cdot \mu_{aI}}{L_{aI} \cdot \varrho}$$

u. s. f.

worin alle Werte bekannt sind. In ähnlicher Weise ergeben sich alle andere Leitungsströme und es folgt der Satz:

In einem beliebigen Leitungsnetze ist die Stromverteilung eindeutig bestimmt, wenn das Verhältnis der Querschnitte zu einander bekannt ist.

96. Berechnung eines Leitungsnetzes bei gegebener Disposition. Aus allen diesen Betrachtungen geht hervor, dass sich ein Leitungsnetz nicht in dem Sinne exakt berechnen lässt wie es bei den offenen Leitungen der Fall war. Es bleibt, wenn die Aufgabe der Berechnung gelöst werden soll, zunächst weiter kein Ausweg, als die Leitungen um jeden Speisepunkt herum in der Weise aufzuschneiden, dass nur offene Leitungsstränge entstehen, und diese so zu berechnen, dass an den zusammenzuschliessenden Leitungsenden jedesmal dieselbe Spannung herrscht, und zwar so weit als möglich die um den maximal zulässigen Spannungsverlust verminderte Spannung. Ist dies genau der Fall, so wird auch nach Zusammenschluss der Leitungsenden genau die Stromverteilung herrschen, die der Berechnung zu Grunde gelegt war, sie ist durch diese Berechnung erzwungen. Die Leitungen des in dieser Weise auf Elastizität, also auf Spannungsverlust berechneten Netzes, sind nachträglich natürlich auf ihre Stromdichte zu prüfen. Befriedigen kann diese Lösung der Aufgabe noch nicht.

97. Die Speiseleitungen. Beim Uebergange von den offenen zu den geschlossenen Leitungen war der Begriff des Speisepunktes abgeleitet, indem man sich die an den Schienen im Maschinenhause verbundenen Enden einer Ringleitung losgelöst dachte. Von den Endpunkten des so gewonnenen geschlossenen Leitungsstranges konnte dann ausgesagt werden, dass die Spannung an beiden unter allen Umständen dieselbe sein musste. Bei den später behandelten Leitungsnetzen sind nun die Speisepunkte, d. h. die Punkte gleicher Klemmenspannung, nicht mehr bloss im Schema, sondern wirklich örtlich von einander und vom Maschinenhause getrennt. Sie müssen deshalb mit den Hauptschienen erst durch besondere Leitungen, die sogenannten Speiseleitungen, verbunden werden. Von diesen Leitungen werden also niemals Ströme abgezweigt, sie haben nur die Aufgabe, dem eigentlichen Netze Strom zuzuführen.

Damit nun die Bedingung gleicher Klemmenspannung an allen Speisepunkten erfüllt sei, müssen die in den Speiseleitungen auftretenden Spannungsverluste ε_s sämtlich einander gleich sein. Die Ströme, die die Speiseleitungen bei maximaler Belastung zu führen haben, sind durch die nach den §§ 86 u. folg. berechneten Stromverteilung bekannt, und somit sind die Leitungsquerschnitte berechenbar, sobald über den absoluten Wert von ε eine bestimmte Annahme gemacht ist. Die Prüfung der Speiseleitungen auf Stromdichte kann ergeben, dass bei einigen die Stromdichte zwar sehr klein, bei andern aber, z. B. bei denen, die zu nahen Speisepunkten führen, übermässig gross ist. In diesen muss dann der Querschnitt verstärkt werden; eine Verminderung des Verlustes wird mit dieser Verstärkung aber nicht erkauft, die Vorschrift gleicher Spannung an den Speisepunkten macht es vielmehr zur Notwendigkeit, durch Einschaltung eines bestimmten Widerstandes in die Speiseleitung den in dieser selbst zu klein ausgefallenen Spannungsverlust auf die vorgeschriebene Grösse ε_s zu erhöhen.

Die Belastungsänderungen in Leitungsnetzen.

98. Einfluss der Belastungsänderungen auf die Strom- und Spannungsverteilung. Die Belastung wird nun in einem praktisch ausgeführten Netze zweifellos schwanken, und es frägt sich, in welcher Weise hierdurch die Verteilung des Stromes und der Spannung beeinflusst wird, insonderheit, ob die Stromdichte in irgend einer Leitung, oder ob der Spannungsverlust an irgend einem Punkte des Netzes grösser werden kann, als er nach der Berechnung des vorigen Paragraphen war.

Da diese Berechnung unter der Annahme der maximalen Belastung durchgeführt wurde, und eine Stromschwankung nur durch eine Verminderung dieser Belastung oder in dem nicht maximal belasteten Netze vorkommen kann, so liegt es vielleicht nahe anzunehmen, dass hiermit die Frage erledigt wäre. Und in der That ist es der eine Teil der Frage, denn es ist sehr leicht einzusehen, dass jede Belastungsverminderung eine Verminderung des maximalen Spannungsverlustes nach sich ziehen muss.

Um dies nachzuweisen bedarf es der Anwendung der Sätze von der Superposition der Ströme und der Spannungsverluste: denkt man sich die Abzweigströme einzeln nacheinander abgezweigt, so wird jedem Punkte des Netzes ein bestimmter Spannungsverlust entsprechen, welcher sich zu dem Spannungsverluste addiert, den an demselben Punkte ein anderer Abzweigstrom hervorruft. Umgekehrt wird also, da das Netz für die maximale Belastung berechnet war, jeder beliebigen Verminderung der Belastung eine Verminderung des Spannungsverlustes an allen Punkten des Netzes entsprechen, der Spannungsverlust der maximalen Belastung kann unter keinen Umständen überschritten werden.

In ähnlicher Weise folgt aber aus dem Satze von der Superposition der Ströme, dass bei der maximalen Belastung nicht in allen Punkten des Netzes die grösste Leitungsstromstärke, also die grösste Stromdichte auftritt. Die Superponierung eines Abzweigstromes kann in einem bestimmten Leitungsstück einen Strom zur Folge haben, der dem vorher dort fliessenden Strome entgegengesetzt gerichtet ist, so dass also die Verringerung der Belastung um diesen Abzweigstrom die Stromdichte in dem betreffenden Leitungsstück erhöhen würde.

Frägt man genauer, in welchen Leitungen und in welchem Masse dies geschehen kann, so lässt sich die Antwort auf folgende Weise geben. Denkt man sich zunächst alle Kreuzungspunkte als Speisepunkte, so giebt die Darstellung des § 81 in Fig. 67 das Bild für die Leitungsströme. Werden jetzt die Knotenpunktsbelastungen superponiert, so ist ein Rechteck zu den vorhandenen Flächen zu addieren, das über oder unter der Widerstandsgeraden liegt, je nachdem ein Spannungsabfall von links nach rechts oder von rechts nach links stattfindet. Von denjenigen Leitungen nun, an deren einem Ende ein Speisepunkt liegt, kann mit Bestimmtheit die Richtung dieses Spannungsabfalles angegeben werden. Bedeutet demnach in der Fig. 67 der Punkt *I* einen Speise-, der Punkt *II* einen Knotenpunkt, so wird das zu addierende Rechteck oberhalb der Geraden liegen. Wie sich nun die Belastung auch ändern mag, es kann mit Bestimmtheit ausgesagt werden, dass in dem ersten Leitungsstück vom Widerstande R_1 die Stromstärke niemals grösser werden kann als im Falle der maximalen Belastung. Unter der fast immer zutreffenden Voraussetzung, dass der Querschnitt zwischen *I* und *II* in allen Punkten derselbe sei, wird also die maximale Stromdichte in dem dem Speisepunkte am nächsten gelegenen Leitungsstück am grössten sein und dann eintreten, wenn das Netz maximal belastet wird.

Liegt dagegen das Leitungsstück zwischen zwei Knotenpunkten *a* und *b*, so ist zwar für den Fall der maximalen Belastung die Richtung des Stromes $\mathfrak{J}_{ab}$ bekannt, d. h. des Stromes, der in dem superponierten, nur an den Knotenpunkten belasteten Netze vom Punkte *a* zum Punkte *b* fliesst, bei Belastungsänderungen aber kann es vorkommen, dass der Strom nicht nur seine Grösse, sondern auch seine Richtung ändert. Die Höhe des in der Figur 67 zu addierenden Rechteckes wird also unter diesen Umständen eine veränderliche Grösse, die zwischen einem positiven und einem negativen Werte schwanken kann. Die Grösse dieser Amplituden lässt sich berechnen; Gleichung (56) bietet hierzu eine Handhabe: Die rechte Seite besteht aus positiven und negativen Gliedern, je nachdem $\varepsilon_{\mu_1} \gtrless \varepsilon_{\nu_1}$ u. s. f. Setzt man nun alle positiven Glieder gleich Null, so erhält man die Amplitude des Leitungsstromes in der einen Richtung, und die Amplitude in der anderen Richtung ergiebt sich, wenn man die negativen Glieder verschwinden lässt, was mit der Ausschaltung der diesen Gliedern entsprechenden Abzweigströme identisch ist.

Auf diese Weise kann man die maximal mögliche Stromdichte bestimmen, indem man die Amplituden zunächst für das nur an den Knotenpunkten belastete Netz bestimmt und hiermit die Ströme kombiniert, die sich bei der Annahme von Speisepunkten an Stelle der Knotenpunkte ergeben. Das Verfahren ist bei der praktischen Anwendung nicht so umständlich als er der Beschreibung nach scheint. Oft genügt eine kurze überschlägliche Rechnung, um ein Bild von der maximalen Stromdichte zu erhalten, die unter ungünstigen Umständen eintreten kann. Die der Rechnung nach möglichen extremen Fälle sind in den meisten Fällen praktisch ausgeschlossen.

99. Die Speiseleitungen bei veränderlicher Belastung des Netzes. Die Speiseleitungen waren unter der Annahme maximaler Belastung des Netzes berechnet worden. Wir wissen nun aus § 90, dass jeder Abzweigstelle von jedem Speisepunkte ihres Bezirkes Strom zufliesst. Eine Verminderung irgend eines Abzweigstromes wird also auch die Ströme in allen diesen Speiseleitungen vermindern, und der Spannungsverlust ε_s wird infolgedessen kleiner werden. Betrachtet man das Netz als Ganzes, so kann man sich alle möglichen Belastungsänderungen hinsichtlich ihres Einflusses auf die Speiseleitungen in zwei Arten zerlegt denken, einmal in solche Aenderungen, die so vor sich gehen, dass das Verhältnis der Speiseströme zu einander, nämlich

$$\mathfrak{J}_{\text{I}} : \mathfrak{J}_{\text{II}} : \cdot \cdot \cdot = \lambda_1 : \lambda_2 : \cdot \cdot$$

stets dasselbe bleibt, so dass der Spannungsverlust in den Speiseleitungen zwar geändert, aber in allen gleichmässig geändert wird, und zweitens, hierzu superponiert, solche Aenderungen, die eine Verschiedenheit der Spannungsverluste $\varepsilon_{s\text{I}}$, $\varepsilon_{s\text{II}}$ u. s. f. nach sich ziehen.

Die erste Art von Aenderungen kann durch eine Regulierung der Maschinenspannung ausgeglichen werden, welche so vorzunehmen ist, dass die Spannung an den Speisepunkten konstant bleibt, die zweite dagegen verlangt die Einschaltung von regulierbaren Widerständen in jede Speiseleitung, wenn nicht andere Mittel gefunden werden, mit denen die Speisepunktsspannungen alle auf gleicher Höhe gehalten werden können.

100. Bildliche Darstellung der Wirkungsweise eines Leitungsnetzes. An die Verteilungsleitungen eines Netzes sind die Nutzwiderstände im allgemeinen nicht unmittelbar, sondern erst durch Vermittlung von Leitungsverzweigungen, etwa den Leitungen einer Hausinstallation angeschlossen. Die Gesamtheit aller Leitungen einer ein Netz enthaltenden Anlage und ihre Wirkungsweise lässt sich bildlich folgendermassen anschaulich machen:

Die Spannungsdifferenzen sollen in einem bestimmten Massstabe durch Strecken dargestellt werden und elektrische Niveauflächen durch Ebenen. Sollen an den Speisepunkten nach Definition gleiche Spannungsdifferenzen und in jeder Netzhälfte gleiche absolute Spannungen herrschen, so müssen die Speisepunkte des positiven und die des negativen Netzes auf solchen ebenen Niveauflächen liegen, die um den konstanten Abstand E von einander entfernt sind; vergl. die Ebenen S_+ und S_- in Fig. 88. Solange das Leitungsnetz unbelastet ist, haben alle seine Punkte dieselbe Spannung wie die Speisepunkte, beide Netze, das positive und negative müssen also in diesem Falle ebenfalls in den Ebenen S_+ und S_- liegen. Wird das Netz aber belastet, so treten die Verteilungsleitungen aus diesen Ebenen nach innen heraus und zwar in Kurven, die den in der Ebene dargestellten Kurvenzügen der Fig. 34 entsprechen; die ursprünglich ebene Niveaufläche wird also zu einem Hügelland. Die Höhe dieser Hügel kann nun — so ist das Netz berechnet — den dem halben Spannungsverluste $\varepsilon_v/_2$ entsprechenden Längenbetrag nicht überschreiten. Es wird demnach kein Hügel über die im Abstande $\varepsilon_v/_2$ neben die Ebenen S gelegten

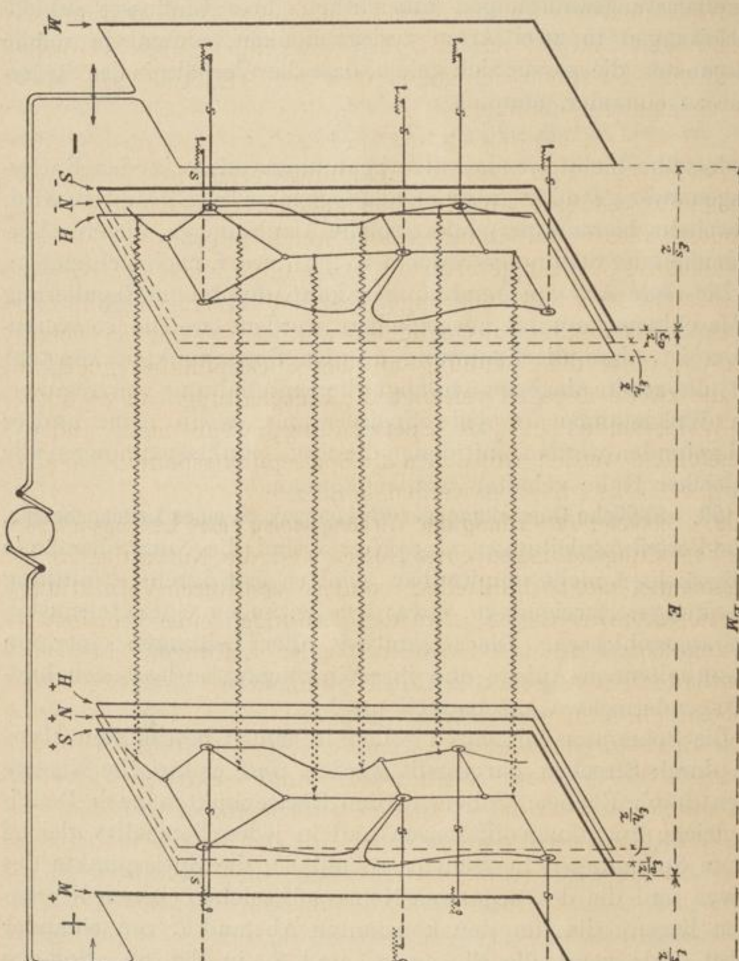


Fig. 88.

Ebenen N hinausragen. — (Dieses Bild deckt sich insofern nicht vollkommen mit der Wirklichkeit, als nicht die ganze Fläche, sondern nur gewisse Linien, die Linienzüge des Netzes, das in die Ebenen S eingezeichnet ist, unter elektrischer Spannung stehen.) —

Schwankt jetzt die Belastung, so werden aus den Hügeln Wellen, aber von der besondern Art, dass, wie aus § 98 hervorgeht, niemals an irgend einem Punkte des Netzes die Höhe überschritten wird, die dem betreffenden Punkte bei der maximalen Belastung entsprach.

An die Verteilungsleitungen schliessen sich die Verzweigungen bis zu den Lampen oder anderen Nutzwiderständen; die in diesen Leitungen auftretenden Spannungsverluste sind in der Figur nur durch kurze Geraden in der Richtung der Spannungsdifferenzen dargestellt, da eine genauere Darstellung nicht möglich war. Zwischen den Endpunkten dieser Geraden liegen die durch Wellenlinien bezeichneten Nutzwiderstände, in denen die noch vorhandene Spannungsdifferenz nützlich verwendet wird. Die Wellenlinien stellen also durch ihre Länge die Nutzspannungen dar, die noch für die mit dem höchsten Spannungsverlust ε_h in den Hausleitungen arbeitenden Nutzwiderstände zur Verfügung stehen. Legt man im Abstande $\varepsilon_h/_2$ zwei Ebenen H_+ und H_- parallel zu den vorhandenen, so geben diese die äussersten Grenzen an, bis zu denen sich die Wellenlinien verkürzen können. Ihren grössten Wert erreichen die Nutzspannungen dann, wenn die Hausinstallation in unmittelbarer Nähe eines Speisepunktes liegt, und der Nutzwiderstand ganz nahe der Anschlussstelle an die Hausleitung angeschlossen ist; dieser Wert ist gleich E, der Klemmenspannung an den Speisepunkten.

Von den Ebenen S aus müssen nun nach aussen und senkrecht zu ihnen die Geraden gezogen werden, die den Spannungsverlust in den Speiseleitungen, auf jeder Seite $\varepsilon_s/_2$, darstellen. Diese Geraden gehen von den Speisepunkten aus und führen zu Ebenen M, deren Abstand E_M die Klemmenspannung an den Schienen im Maschinenhause darstellt. Die Belastungsänderungen im Netze machen nach § 99 zweierlei Regulierungen nötig, wenn die Speisepunktsspannung immer konstant sein soll: Einerseits muss die Schienenspannung E_M reguliert werden können, was einer für beide Seiten gleich grossen Verschiebung der Ebenen M entspricht, andrerseits müssen die Spannungsverluste ε_s in allen Speiseleitungen auf gleicher Höhe gehalten werden. Der unabhängigen Veränderlichkeit der einzelnen Spannungsverluste würde im Bilde eine Verkürzung oder Verlängerung der Stäbe s entsprechen. Die Speisepunkte würden durch diese Dehnungen aus den Ebenen S nach aussen herausgerissen oder nach innen hineingedrückt werden, wenn nicht die Befestigung der Stäbe an den Ebenen M, wie es in der Figur angedeutet ist, erst durch Vermittlung eines Gleitkontaktes vorgenommen wäre, wodurch die Verschiedenheit in der Länge der gedehnten Stäbe *s* ausgeglichen wird. Die Belastungsschwankungen der Anlage haben also Spannungsänderungen im Gefolge, die sich in der Figur folgendermassen ausdrücken:

Unveränderlich fest stehen die Ebenen *S*. Bei der Belastung Null liegen alle anderen Ebenen *N*, *H* und *M* auf den Ebenen *S*, bei zunehmender Belastung entfernen sie sich von diesen letzteren mehr und mehr, wobei sich gleichzeitig die Gleitkontakte der Stäbe *s* verschieben. Bei maximaler Belastung sind die Verhältnisse der Fig. 88 erreicht, mit dem Unterschiede, dass die Stäbe *s* ihre grösste, für alle Speisepunkte gleiche Länge erreicht haben, so dass sie ohne Zwischenglied an die Ebenen *M* angeschlossen sind. Die Wellenlinien der Nutzspannungen können die Ebenen *H* und *N* durchdringen und bis an die Ebenen *S* heranreichen.

101. Die Prüfdrähte. Da die Anlage auf konstante Spannung an den Klemmen der Speisepunkte zu regulieren ist, muss es möglich sein, diese Spannung im Maschinenhause zu beobachten. Es müssen demnach von den Speisepunkten aus nach dem Maschinenhause zurück Leitungen geführt werden, an die für jeden Punkt ein Spannungsmesser oder, wie gewöhnlich, ein Umschalter angeschlossen ist, durch den ein Spannungsmesser an den einen oder den anderen Speisepunkt angeschlossen werden kann. Diese Leitungen, die einen notwendigen Bestandteil der Speiseleitungen bilden, werden Spannungsleitungen, Messdrähte oder meistens Prüfdrähte genannt (vergl. § 40). Da sie nur einen schwachen Strom zu führen haben, brauchen sie nur einen geringen Querschnitt zu haben; man pflegt einen Querschnitt von 1 mm² oder einen Durchmesser von 1 mm anzunehmen. Wenn aber derselbe Spannungsmesser für alle Speisepunkte gebraucht werden soll, so müssen die Widerstände der einzelnen Prüfdrähte einander gleich sein, denn bei den grossen Längen der Prüfdrähte ist der durch den Strom des Spannungsmessers in ihnen hervorgerufene Spannungsverlust keine vernachlässigbare Grösse. Der Spannungsmesser muss also unter Vorschaltung eines Widerstandes graduiert werden, der dem grössten Widerstande der Prüfdrähte entspricht, und alle anderen Prüfdrahtwiderstände müssen diesem durch eine Vorschaltung gleich gemacht werden.

Die Erhöhung der Elastizität der Netze durch Ausgleichleitungen.

102. Die Ausgleichleitungen. Die beschriebene ausgedehnte Leitungsanlage besitzt keine vollkommene Elastizität mehr. Zwar die

Regulierung auf einen ausserhalb des Maschinenhauses gelegenen Punkt, wie sie bei der Belastungsänderung der ersten Art (vergl. § 99) nötig wird und wie sie durch Regulierung der Maschinenspannung erfolgen kann, würde der Anlage nicht den Charakter einer elastischen Anlage rauben, denn es ist im Grunde gleichgültig, an welchem Punkte der Anlage die Spannung konstant gehalten wird (vergl. § 40), aber die Spannungsregulierung durch Widerstände in jeder einzelnen Speiseleitung ist mit einer elastischen Anlage unverträglich und oft auch zu schwierig auszuführen, als dass sie praktisch allgemein empfohlen werden könnte. Das Ziel, das mit den Regulierwiderständen erstrebt wurde, muss, wenn die Anlage noch elastisch sein soll, durch passende Bemessung der Netzleitungen selbst erreicht werden; hierzu dienen die Ausgleichleitungen.

Die Ausgleichleitungen haben die Aufgabe, Spannungsänderungen an den Speisepunkten unter einander nach Möglichkeit zu verhindern. Als oberster Grundsatz gilt auch hier die Bedingung, dass die Spannungsschwankungen an allen Punkten des Netzes unter allen Umständen innerhalb bestimmter Grenzen von etwa 2 % der Nutzspannung bleiben sollen. Die Notwendigkeit eines solchen Ausgleichs und die Möglichkeit ihn durch Verbindungsleitungen zwischen den Speisepunkten zu erreichen, stellt die Bedeutung des Zusammenschlusses der Leitungen zu Netzen erst ins rechte Licht.

Die Aufgabe der Ausgleichung kann unbelasteten, also an der Stromabgabe nicht beteiligten Leitungen zwischen zwei Speisepunkten oder denjenigen Verteilungsleitungen übertragen werden, die die Speisepunkte auf kürzestem Wege mit einander verbinden. Im allgemeinen wird man das letztere Verfahren einschlagen, denn es ist billiger eine schon vorhandene, d. h. im Plane vorhandene Leitung um einen gewissen Betrag zu verstärken, als eine besondere Leitung mit einem dieser Verstärkung gleichen Querschnitte zu verlegen. Erst dann, wenn durch eine unbelastete Leitung die Verbindung zwischen den Speisepunkten wesentlich verkürzt werden kann, legt man eine besondere Ausgleichleitung.

Um die Grundlagen zur Berechnung der Ausgleichleitungen festzustellen, muss zunächst die Entstehung der Spannungsunterschiede zwischen den Speisepunkten näher untersucht werden.

103. Entstehung der Spannungsunterschiede zwischen den Speisepunkten. Die Speisepunkte haben jetzt ihren ursprünglichen Charakter als Punkte gleicher Spannung verloren; als solche erscheinen dagegen die Endpunkte der Speiseleitungen im Maschinenhause, während die Speisepunkte zu gewöhnlichen Knotenpunkten herabsinken. Das ganze Netz bildet somit einen einzigen Bezirk und wir wissen hiernach aus § 90, dass die kleinste Belastungsänderung an irgend einem Punkte des Netzes die Gleichheit der Spannungen an allen Speisepunkten im ganzen Netze stören muss, denn wäre der betreffende Punkt allein belastet, so würde ihm durch alle Speiseleitungen Strom zufliessen, und die dieser Belastung entsprechende Stromverteilung, die nach dem Gesetze von der Superposition der Ströme einen Teil der Stromverteilung bei maximaler Belastung bildet, wird im allgemeinen nicht gleiche Spannungsverluste in den Speiseleitungen hervorrufen.

Man kann hiernach ein Netz, das unter Annahme gleicher Spannung an den Speisepunkten berechnet ist, in der Weise auf Ausgleich nachrechnen, d. h. man kann in der Weise kontrollieren, wie gross die Spannungsunterschiede zwischen den Speisepunkten werden können, dass man die Stromverteilung für einzelne oder Gruppen von Belastungen feststellt. Bei zu grossen Spannungsdifferenzen müsste dann die Verbindungsleitung verstärkt oder eine besondere Ausgleichleitung gelegt werden, wonach eine neue Kontrollrechnung zu erfolgen hätte. Hierbei wird man aber die Beobachtung machen, dass die Belastungsänderung in einem Punkte nur auf die unmittelbar benachbarten Speisepunkte einen wesentlichen Einfluss ausübt. Diese Thatsache gestattet eine andere Berechnung anzuwenden, bei der nur benachbarte Speisepunkte in den Bereich der Betrachtungen gezogen werden. Diese Berechnung wird allerdings nicht mathematisch korrekt, aber um so mehr statthaft sein, als die Rechnung ohnehin auf die unsichere Grundlage der nach Gutdünken zu schätzenden Belastungsschwankungen gestellt werden muss, denn ganz extreme Schwankungen werden der Natur der Sache nach praktisch ausgeschlossen sein.

Wir greifen also aus einem Leitungsnetze ein System von zwei Speisepunkten I und II mit den dazugehörigen Speiseleitungen heraus und können dann die Spannungsdifferenz $\varepsilon_{I\,II}$ zwischen den Speisepunkten allgemein ausdrücken als

$$\varepsilon_{I\,II} = \varepsilon_I - \varepsilon_{II} = \gamma_I \mathfrak{J}_I R_I - \gamma_{II} \mathfrak{J}_{II} R_{II} \cdots\cdots\cdots (58$$

worin $\mathfrak{J}_I$ und $\mathfrak{J}_{II}$ definiert sind durch die Gleichungen

$$\varepsilon_s = \mathfrak{J}_I R_I = \mathfrak{J}_{II} R_{II}$$

also die Ströme bedeuten, auf die die Speiseleitungen berechnet sind, die also bei maximaler Belastung fliessen. Die beiden γ stellen echte Brüche dar, vorläufig unter Einschluss von 0 und 1, so dass

$$0 \leqq \gamma \leqq 1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (59$$

Die Gleichung (58) gilt ganz allgemein, kann aber als Grundlage einer Rechnung nicht dienen, weil die Ströme $\gamma_I \mathfrak{J}_{II}$ und $\gamma_{II} \mathfrak{J}_{II}$ den infolge des Spannungsunterschiedes $\varepsilon_{I\,II}$ auftretenden Strom, der **Ausgleichstrom** genannt werden soll, mit einschliessen. Von diesem Ausgleichstrome kann ohne weiteres gesagt werden, dass er den Wert

$$i_{I\,II} = \frac{\varepsilon_{I\,II}}{R_{I\,II}} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (60$$

besitzt*), was seiner Definition entspricht, und es besteht die Beziehung

$$\left.\begin{aligned} \gamma_I \mathfrak{J}_I &= i_I + i_{I\,II} \\ \gamma_{II} \mathfrak{J}_{II} &= i_{II} - i_{I\,II} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (61$$

wobei i_I und i_{II} als **Belastungen** der beiden Speisepunkte anzusehen sind, denn sie treten, obwohl sie in verschiedene Verteilungsleitungen abfliessen, genau so auf, als ob sie unmittelbar von den Speisepunkten abgenommen würden. Mit Anwachsen der Werte γ nimmt $i_{I\,II}$ ab, bis für $\gamma_I = \gamma_{II} = 1$ schliesslich $\mathfrak{J}_I = i_I = J_I$ und $\mathfrak{J}_{II} = i_{II} = J_{II}$ geworden sind, also thatsächlich die Maximalbelastungen darstellen. $\mathfrak{J}_I$ und J_I sind dann also identisch und nach Gleichung (58) als maximale Belastung der Speisepunkte zu definieren.

Ueber die durch die Verhältnisse $i_I : J_I$ und $i_{II} : J_{II}$ ausgedrückten Belastungsschwankungen lassen sich nun gewisse Annahmen machen, die aus der Erfahrung und dem besonderen Charakter des Netzes abzuleiten sind. Nennt man diese Verhältnisse η_I und η_{II}, so bezeichnet

$$\varepsilon'_{I\,II} = \varepsilon'_I - \varepsilon_{II} = \eta_I J_I R_I - \eta_{II} J_{II} R_{II} \cdots\cdots (62$$

oder

$$\varepsilon'_{I\,II} = (\eta_I - \eta_{II})\, \varepsilon_s \cdots\cdots\cdots\cdots (63$$

den Spannungsunterschied, der entstehen würde, wenn kein Ausgleichstrom flösse, wenn also eine etwa vorhandene Verbindungsleitung durchschnitten wäre, während im Gegensatz hierzu $\varepsilon_{I\,II}$ den thatsächlich auftretenden Unterschied darstellt. Von den Grössen η gilt ähnlich wie oben

$$0 \leqq \eta \leqq 1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (64$$

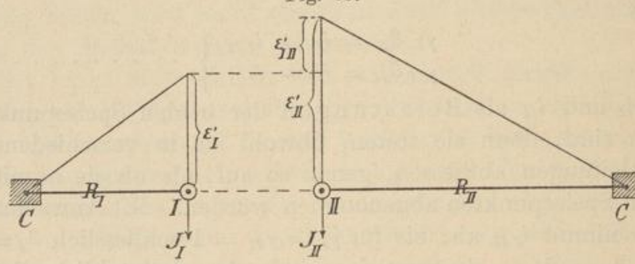
Während aber in der Formel (59) die Gleichheitszeichen nur dann gelten können, wenn die beiden Speisepunkte vollständig ge-

*) Die Reihenfolge der Indices soll gleichzeitig die Richtung des Stromes (von I nach II) als auch die Richtung, in der die Spannungsdifferenz ansteigt, angeben. Ist $\gamma_I < \gamma_{II}$, so wird $\varepsilon_{I\,II}$ negativ, kann also dann durch ein positives $\varepsilon_{II\,I}$ ersetzt werden.

trennten, nur durch die Schienen im Maschinenhause zusammenhängenden Netzteilen angehören (denn sonst fliesst eben ein Ausgleichstrom), müssen die Grenzwerte 0 und 1 für η auch für gemeinsame Netze als gültig angesehen werden, weil die Ströme ηJ eben die reinen, von Ausgleichströmen unbeeinflussten Belastungsströme der Speisepunkte darstellen, die in Nutzwiderstände abfliessen.

(Thatsächlich ist diese Annahme, wie oben auf Seite 164 ausgeführt ist, nicht ganz korrekt, da durch die Leitungen, welche

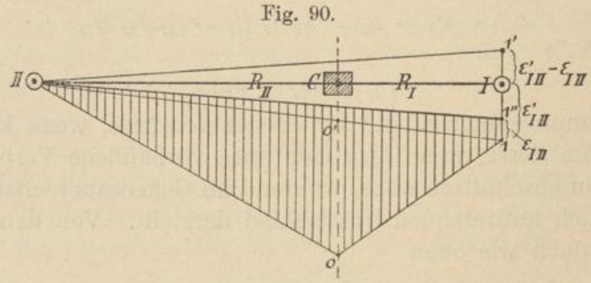
Fig. 89.



die Speisepunkte auf Umwegen verbinden und hier nicht beachtet werden, doch Ausgleichströme fliessen werden, die aber vorläufig als vernachlässigbar angesehen werden sollen.)

Durch eine eigentümliche Zusammenstellung der Kurven der Spannungsverluste in den Speiseleitungen gewinnt man ein anschauliches Bild von den Verhältnissen. Aus Fig. 89, die diese Kurven unter Ausschluss eines etwa fliessenden Ausgleichstromes

Fig. 90.



darstellt, lässt sich nämlich Fig. 90 in der Weise ableiten, dass man die nach der Darstellungsweise von Fig. 89 getrennt gezeichneten Anschlüsse in der Zentrale C vereinigt und die Spannungsverluste, da sie von den Speisepunkten aus gerechnet negativen Wert haben, nach unten abträgt, indem man, im Punkte *II* beginnend, zu den Geraden der ersten Figur Parallelen zieht. Es entsteht so der

Kurvenzug II 01, und es erscheint die Strecke I 1 als Mass für $\varepsilon'_{I\,II}$ genau in der Weise, als ob ein Strom negativ von II über C nach I geflossen wäre, der sich zu einer Stromverteilung superponiert hat, die in den Speiseleitungen den gleichen Spannungsverlust 00′ hervorgerufen hätte.

Fliesst nun ein Ausgleichstrom, so muss dieser die entgegengesetzte Richtung haben, also positiv von II über C nach I fliessen, und sein Spannungsverlust im Punkte I muss den Wert

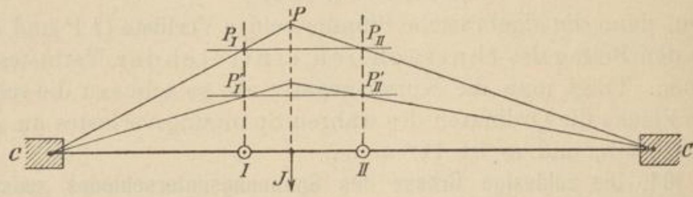
$$I\,1' = \varepsilon'_{I\,II} - \varepsilon_{I\,II}$$

haben, denn die algebraische Summe beider Verluste (I 1′ und $\varepsilon'_{I\,II}$) muss den Betrag des thatsächlich eintretenden Verlustes $\varepsilon_{I\,II}$ ergeben. Trägt man die Kurve negativ ab, so schliesst die schraffierte Fläche die Ordinaten des wahren Spannungsverlustes an allen Punkten ein, und es ist 11″ $= \varepsilon_{I\,II}$.

104. Die zulässige Grösse des Spannungsunterschiedes zwischen den Speisepunkten. Die Grösse $\varepsilon_{I\,II}$ soll so bestimmt werden, dass der Spannungsverlust ε_{vm}, auf den das Netz berechnet ist, an keiner Stelle des Netzes überschritten wird. Es könnte scheinen, als ob der Wert $\varepsilon_{I\,II} = 2\,\varepsilon_{vm}$ dieser Bedingung genügte, denn an den Speisepunkten I und II wird dann bei passender Regulierung in der Centrale die Spannung um den Betrag $+\,\varepsilon_{vm}$ am einen und $-\,\varepsilon_{vm}$ am andern Punkte von der normalen Spannung abweichen. Es ist aber zu berücksichtigen, dass von diesen Punkten aus der Verlust in den Verteilungsleitungen, sei es in den Leitungen I 0 oder II III, die zu den benachbarten Speisepunkten 0 und III führen, oder in der Verbindungsleitung I II selbst, bis zu dem Betrage ε_{vm} anwachsen kann, und zwar wird dieser Betrag in einer benachbarten Leitung, etwa zwischen II und III, schon dann erreicht, wenn diese Punkte gleiche Spannung haben, er würde sogar überschritten, wenn im Punkte III eine tiefere Spannung herrschte als in II. Dieser letzte Fall soll zwar aus verschiedenen Gründen als unwahrscheinlich ausgeschlossen werden, man erkennt aber aus der Betrachtung, dass das gesteckte Ziel, nämlich die Verluste im Netze auf den Betrag ε_{vm} in allen Fällen zu beschränken, im allgemeinen überhaupt nicht erreichbar ist, wenn das Netz auf den Wert ε_{vm} selbst berechnet ist. Man wird aber ferner auch erkennen, dass sich allgemein gültige Angaben über den zulässigen Betrag von $\varepsilon_{I\,II}$ nicht machen lassen, dass derselbe vielmehr ebenso von dem Charakter des Netzes an der betreffenden Stelle abhängig gemacht werden muss, wie die oben versuchte Festsetzung über die Belastungsschwankungen. In den meisten Fällen genügt es, die Belastungsschwankungen auf etwa 20 % bis 40 % und den Spannungsunterschied $\varepsilon_{I\,II}$ zu $\varepsilon_{v\,m}$ Volt anzunehmen.

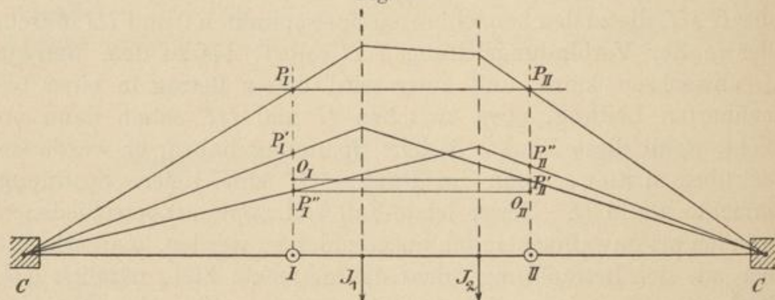
Die folgende Ueberlegung soll es erleichtern, einen Anhaltspunkt für die Wahl dieser Grössen in gewissen Fällen zu finden. Von der Verteilungsleitung $I\ II$ (vergl. Fig. 91) wird nur ein einziger Strom J abgezweigt, die von den Speisepunkten nach anderen Verteilungsleitungen abfliessenden Ströme sollen so klein sein, dass

Fig. 91.



sie gegenüber den durch J hervorgerufenen Strömen vernachlässigbar sind. Die Kurve des Spannungsverlustes ist dann dargestellt durch den Linienzug CPC. Die Gleichheit der Spannungen an den Speisepunkten drückt sich in der Figur dadurch aus, dass die Verbindungslinie der Punkte P_I und P_{II} parallel zu CC ist. Wie sich nun auch die Belastung in dem einen Punkte ändern mag, die Aenderung der Kurve des Spannungsverlustes wird stets

Fig. 92.



so vor sich gehen, dass die Verbindungslinie $P'_I\,P'_{II}$ parallel zu CC ist. Die Verteilungsleitung braucht also unter diesen Umständen niemals als Ausgleichsleitung zu wirken.

Ein Spannungsunterschied kann erst eintreten, wenn zwei oder mehr Ströme von der Verteilungsleitung abgezweigt werden. In Fig. 92 ist ein Leitungssystem dieser Art in der Weise dargestellt, dass die Kurven der einzelnen zu superponierenden Spannungsverluste und die des Gesamtverlustes eingezeichnet sind. Es geht hieraus hervor, dass der grösste Spannungsunterschied $\varepsilon_{I\,II}$ zwischen den Speisepunkten eintritt, wenn ein Abzweigstrom seinen höchsten, der andere den Wert Null hat. In diesem Falle ist die Spannungsdifferenz $\varepsilon_{I\,II} = O_I\,P'_I$ oder $\varepsilon_{II\,I} = O_{II}\,P'_{II}$. Welcher von diesen Spannungsunterschieden der grössere ist, hängt von der Grösse und Lage der Ströme J ab. Am ungünstigsten werden die Verhältnisse, wenn die Ströme unmittelbar von den Speisepunkten abgezweigt sind; die Verbindungsleitung hat dann nur als Ausgleichleitung zu wirken.

105. Die Berechnung der Ausgleichleitungen. Die Grundlagen für die Berechnung der Ausgleichleitungen sind nunmehr vollständig gegeben. Der Ausgleichstrom soll den Spannungsunterschied auf den Betrag $\varepsilon_{I\,II}$ herabdrücken, muss also nach § 103, letzter Abschnitt, den Wert

$$\mathfrak{J}_{II\,C\,I} = \mathfrak{J}_{I\,II} = \frac{\varepsilon'_{I\,II} - \varepsilon_{I\,II}}{R_I + R_{II}} \quad \ldots\ldots\ldots (65$$

besitzen. Dieser Strom muss aber ein Kreisstrom sein, da von dem Systeme weder positiv noch negativ ein neuer Strom abgezweigt werden soll, er muss also, wie es in der Doppelgleichung schon ausgedrückt ist, von I nach II fliessen, nachdem er von II über C nach I geflossen ist.

Damit dies geschehen könne, ist ein Querschnitt nötig, der sich aus Gleichung (60) zu

$$Q_{I\,II} = \frac{\mathfrak{J}_{I\,II}\,L_{I\,II}}{\varepsilon_{I\,II}}\,\varrho \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (66$$

ergiebt. Es folgt also schliesslich aus den letzten beiden Gleichungen

$$Q_{I\,II} = \frac{\dfrac{\varepsilon'_{I\,II}}{\varepsilon_{I\,II}} - 1}{R_I + R_{II}}\,L_{I\,II}\,\varrho \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (67$$

als Querschnitt für die Ausgleichleitung, wenn $\varepsilon'_{I\,II}$ den aus den Beziehungen (62) und (63) sich ergebenden Wert besitzt und $\varepsilon_{I\,II}$ den Spannungsunterschied darstellt, der nach Verlegung einer Leitung vom Querschnitt $Q_{I\,II}$ zwischen den beiden Speisepunkten auftreten soll.

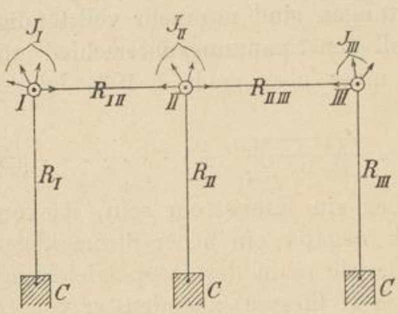
Sind die Speisepunkte bereits durch eine Verteilungsleitung vom Querschnitte Q_v verbunden, so kann die Frage gestellt werden, bis zu welchen Grenzen der Ausgleich durch diese Leitung bereits gesichert ist. Die Antwort hierauf erhält man, indem man den aus Gleichung (67) nach Einsetzung des Wertes $Q_{I\,II} = Q_v$ folgenden Betrag des Ausgleichstromes in die Gleichung (65) einsetzt. Dann ergiebt sich

$$\varepsilon'_{I\,II} = \frac{R_I + R_{II} + R_{I\,II}}{R_{I\,II}}\,\varepsilon_{I\,II} \quad \cdots\cdots (68$$

wodurch mit Rücksicht auf Gleichung (62) die Schwankungen in den Belastungen der Speisepunkte gegeben sind, die die vorhandene Verteilungsleitung vom Widerstande $R_{I\,II}$ zulässt, ohne dass der Spannungsunterschied den Betrag von $\varepsilon_{I\,II}$ überschreitet.

106. Ausgleich von mehreren Seiten. Im allgemeinen werden einem Speisepunkte mehrere andere benachbart sein, von denen aus ein Ausgleich erfolgen kann. Die Berechnung der Ausgleichsleitungen für einen solchen Fall schliesst sich eng an die obigen Betrachtungen an.

Fig. 93.



Es sei z. B. das in Fig. 93 gezeichnete System von Leitungen aus einem Netze herausgelöst, und die Verbindungsleitungen $I\,II$ und $III\,II$ sollen auf Ausgleich untersucht und berechnet werden, wenn die Belastung des Punktes II im Vergleich mit den Belastungen der Punkte I und III schwankt. Es soll dabei angenommen werden, dass die Spannungen an den Punkten I und III einander gleich bleiben. Man kann sich dann denken, diese Punkte seien widerstandsfrei mit einander verbunden und an Stelle der Gleichungen (62) und (63) treten dann die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon'_{I\,II} &= \eta_I\ \ J_I\ \ R_I - \eta_{II} J_{II} R_{II} \\ \varepsilon'_{III\,II} &= \eta_{III} J_{III} R_{III} - \eta_{II} J_{II} R_{II} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (69$$

worin

$$\varepsilon'_{I\,II} = \varepsilon'_{III\,II},$$

oder

$$\varepsilon'_{I\,II} = (\eta_I - \eta_{II})\,\varepsilon_s = (\eta_{III} - \eta_{II})\,\varepsilon_s \quad \cdots\cdots (70$$

Der gesamte Ausgleichstrom, der von I nach II und von III nach II fliesst, fliesst nun nach der in Fig. 90 gezeichneten Darstellung durch R_{II} zu der Zentrale C und von dieser durch die parallel geschalteten Widerstände R_I und R_{III} zu den vereinigten Punkten I und III zurück. Diese Leitungen setzen ihm also den Widerstand

$$R_p = \frac{1}{F_I + F_{III}} \quad \cdots\cdots (71$$

entgegen, wenn unter F_I und F_{III} die Leitungsfähigkeiten der beiden Speiseleitungen verstanden werden. Der Ausgleichstrom hat also den Wert

$$\mathfrak{J}_{(I\,III)\,II} = \frac{\varepsilon'_{I\,II} - \varepsilon_{I\,II}}{R_p + R_{II}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (72$$

Diese Gleichung tritt an Stelle von (65).

Der Strom $\mathfrak{J}_{(I\,III)\,II}$ verteilt sich aber auf die beiden Leitungen $I\,II$ und $III\,II$ im umgekehrten Verhältnis der Widerstände, so dass

$$\mathfrak{J}_{I\,II} : \mathfrak{J}_{III\,II} = R_{III\,II} : R_{I\,II} = \varkappa : \lambda \quad \ldots\ldots (73$$

wobei

$$Q_{I\,II} : Q_{III\,II} = \varkappa$$

und

$$\left. L_{I\,II} : L_{III\,II} = \lambda \right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (74$$

Setzt man den Wert von $\mathfrak{J}_{(I\,III)\,II}$ aus Gleichung (72) in die entsprechend umgeformte Gleichung (73) ein, so ergiebt sich

$$\mathfrak{J}_{I\,II} = \frac{\varkappa}{\varkappa + \lambda} \, \frac{\varepsilon'_{I\,II} - \varepsilon_{I\,II}}{R_p + R_{II}}$$

und

$$\left. \mathfrak{J}_{III\,II} = \frac{\lambda}{\varkappa + \lambda} \, \frac{\varepsilon'_{I\,II} - \varepsilon_{I\,II}}{R_p + R_{II}} \right\} \quad \ldots\ldots (75$$

Es muss aber auch sein

$$\mathfrak{J}_{I\,II} = \frac{\varepsilon_{I\,II}}{R_{I\,II}} \text{ und } \mathfrak{J}_{III\,II} = \frac{\varepsilon_{III\,II}}{R_{III\,II}} \quad \ldots\ldots (76$$

Aus (75) und (76) folgt nun

$$\varepsilon'_{I\,II} = \frac{\frac{\varkappa + \lambda}{\varkappa}(R_p + R_{II}) + R_{I\,II}}{R_{I\,II}} \, \varepsilon_{I\,II}$$

und

$$\left. \varepsilon'_{III\,II} = \frac{\frac{\varkappa + \lambda}{\lambda}(R_p + R_{II}) + R_{III\,II}}{R_{III\,II}} \, \varepsilon_{III\,II} \right\} \quad \ldots\ldots (77$$

Beide Werte müssen natürlich einander gleich sein; sie stellen, genau wie $\varepsilon'_{I\,II}$ in Gleichung (68) die Belastungsschwankungen dar, die zwischen den Speisepunkten I und II oder III und II bei den vorhandenen Verteilungsleitungen auftreten dürfen, ohne dass der Spannungsunterschied $\varepsilon_{I\,II} = \varepsilon_{III\,II}$ überschritten wird.

Genügen diese Querschnitte nicht, so sind die neuen Werte aus den Gleichungen

$$Q_{I\,II} = \frac{\varkappa}{\varkappa + \lambda} \, \frac{\frac{\varepsilon'_{I\,II}}{\varepsilon_{I\,II}} - 1}{R_p + R_{II}} \, L_{I\,II}\,\varrho$$

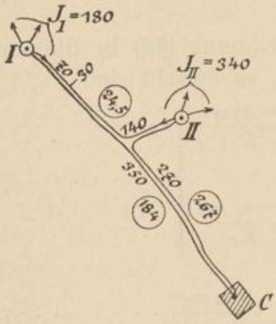
und

$$\left. Q_{III\,II} = \frac{\lambda}{\varkappa + \lambda} \, \frac{\frac{\varepsilon'_{III\,II}}{\varepsilon_{III\,II}} - 1}{R_p + R_{II}} \, L_{III\,II}\,\varrho \right\} \quad \ldots\ldots\ldots (78$$

zu berechnen, die nach Analogie mit Früherem leicht abzuleiten sind. Die Verhältnisse $\varkappa$ und λ müssen also zur Berechnung angenommen werden.

Es ist nicht schwer, die Betrachtungen auf den Fall auszudehnen, dass dem Punkte *II* noch ein dritter Speisepunkt unmittelbar benachbart ist. Die Rechnungen werden aber in einem solchen Falle ziemlich kompliziert, und man wird bei einiger Uebung damit auskommen, den Ausgleich auf der Grundlage der behandelten Fälle zu berechnen.

Fig. 94.



107. Beispiele. 1. Beispiel für die Berechnung auf Ausgleich von einer Seite. Gegeben sei der durch Fig. 94 dargestellte Teil eines Netzes. Die maximalen Belastungen sind

$$\mathfrak{J}_I = J_I = 180 \text{ Amp},$$
$$\mathfrak{J}_{II} = J_{II} = 340 \quad ,,$$

Die Querschnitte der Speiseleitungen sind auf $\varepsilon_s = 12$ Volt, der Querschnitt der Verteilungsleitung mit der einzigen Abzweigung von 30 Amp auf $\varepsilon_{vm} = 2$ Volt berechnet. Es ist also:

$$R_I = 0{,}0667\ \Omega; \quad R_{II} = 0{,}0354\ \Omega; \quad R_{I\,II} = 0{,}3\ \Omega$$

Die Verbindungsleitung soll auf Ausgleich untersucht werden. Nach Formel (68) ist

$$\varepsilon'_{I\,II} = \frac{0{,}067 + 0{,}035 + 0{,}3}{0{,}3} \cdot 2 = 2{,}68,$$

also nach Formel (63)

$$\eta_I - \eta_{II} = \frac{\varepsilon'_{I\,II}}{\varepsilon_s} = 0{,}223.$$

Die Belastungsverschiedenheit darf also 22,3% betragen, ohne dass der Spannungsunterschied $\varepsilon_{I\,II} = 2$ überschritten wird.

Eine Probe bestätigt die Richtigkeit der Rechnung, denn es ist z. B.

$$\eta_I = 0{,}723, \text{ wenn } \eta_{II} = 0{,}50,$$

also

$$\eta_I J_I = 130 \text{ Amp und } \eta_{II} J_{II} = 170 \text{ Amp}.$$

Hierzu kommt der Ausgleichstrom

$$\mathfrak{J}_{II\,I} = \frac{2}{0{,}3} = 6{,}67 \text{ Amp},$$

also ist

$$\gamma_I \mathfrak{J}_I = 130 - 6{,}67 = 123{,}3 \text{ Amp}$$

und

$$\gamma_I \mathfrak{J}_{II} = 170 + 6{,}67 = 176{,}7 \text{ Amp.}$$

Und daraus folgt

$$\varepsilon_I = 123{,}3 \cdot 0{,}0667 = 8{,}23 \text{ Volt}$$

und

$$\varepsilon_{II} = 176{,}7 \cdot 0{,}0354 = 6{,}25 \quad \text{„}$$

und schliesslich

$$\varepsilon_{I\,II} = 1{,}98 \infty 2 \text{ Volt.}$$

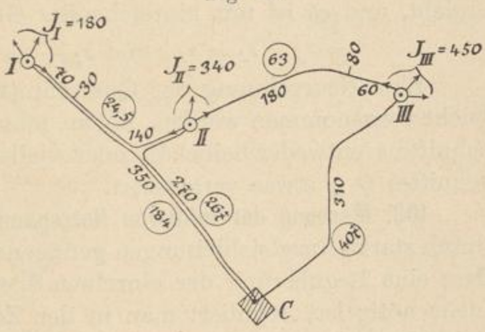
Wird der Ausgleich von $22{,}3\,\%$ als nicht genügend erachtet und statt dessen ein solcher für $30\,\%$ Belastungsschwankungen gefordert, so muss der Querschnitt $Q_{I\,II}$ von $24{,}5 \text{ mm}^2$ nach Formel (67) mit Hilfe von (63) auf

$$Q_{I\,II} = \frac{\dfrac{0{,}30 \cdot 12}{2} - 1}{0{,}102} 420 \cdot 0{,}0175 = 57{,}6 \text{ mm}^2$$

wachsen. Dann ist $R_{I\,II} = 0{,}128$, und die Probe ergiebt einen Ausgleichstrom von 15,6 Amp und $\varepsilon_I = 8{,}56$ und $\varepsilon_{II} = 6{,}56$ Volt.

Der Spannungsverlust in der Verteilungsleitung als solcher ist jetzt natürlich im Verhältnis 24,5 : 57,6 gesunken, und für die Abzweigung von dieser Leitung würde eine höheres $\varepsilon_{I\,II}$ zulässig sein. Da aber über die Belastungen in den anderen Verteilungsleitungen nichts ausgesagt werden kann, so muss hier der auf Seite 167 erörterte ungünstige Fall angenommen werden, und $\varepsilon_{I\,II}$ darf im allgemeinen nicht erhöht werden.

Fig. 95.



2. Zu einem Beispiel für die Rechnung auf Ausgleich von zwei Seiten sollen die in Fig. 95 niedergelegten Verhältnisse benutzt werden; die Figur unterscheidet sich von der vorigen durch Hinzufügung des Teiles *C III II*, die Leitungen sind auf die Spannungsverluste $\varepsilon_{vm} = 2$ Volt und $\varepsilon_s = 12$ Volt berechnet. Die in der Rechnung nötigen Werte sind

$$R_I = 0{,}0667\,\Omega \qquad R_{I\,II} = 0{,}3\,\Omega \qquad \varkappa = 0{,}389$$
$$R_{II} = 0{,}0354\,\Omega \qquad R_{III\,II} = 0{,}133\,\Omega \qquad \lambda = 0{,}875$$
$$R_{III} = 0{,}0267\,\Omega$$

ferner ergiebt sich $\qquad R_p = 0{,}0191\,\Omega$

und

$$\mathfrak{J}_{I\,II} = \frac{2}{0,3} = 6,67 \text{ Amp}$$

$$\mathfrak{J}_{III\,II} = \frac{2}{0,133} = 15,0 \text{ Amp.}$$

Setzt man die Werte in die Gleichungen (77) ein, so erhält man

$$\varepsilon'_{I\,II} = \varepsilon'_{III\,II} = 3,17$$

also ist

$$\eta_I - \eta_{II} = \eta_{III} - \eta_{II} = \frac{3,17}{12} = 26,5\,\%$$

und es wird

$$\eta_I = \eta_{III} = 0,765$$

wenn

$$\eta_{II} = 0,50$$

angenommen wird. Daraus folgen die Werte

$$\gamma_I \ \mathfrak{J}_I \ = 180 \cdot 0,765 - 6,67 \ = 131,3 \text{ Amp}$$

$$\gamma_{II} \ \mathfrak{J}_{II} = 340 \cdot 0,5 + 6,67 + 15 = 191,7 \quad \text{„}$$

$$\gamma_{III} \ \mathfrak{J}_{III} = 450 \cdot 0,765 - 15 \ = 329 \quad \text{„}$$

was die Spannungsverluste

$$\varepsilon_I = 8,76 \text{ V}, \ \varepsilon_{II} = 6,78 \text{ V}, \ \varepsilon_{III} = 8,77 \text{ Volt}$$

ergiebt, und es ist mit hinreichender Genauigkeit

$$\varepsilon_I = \varepsilon_{III} \text{ und } \varepsilon_I - \varepsilon_{II} = 2 \text{ V.}$$

Eine Neurechnung der Querschnitte kann nach Formel (78) leicht vorgenommen werden, indem man das Verhältnis der Querschnitte $\varkappa$ entweder beibehält oder vielleicht zu Gunsten des Querschnittes $Q_{I\,II}$ etwas vergrössert.

108. Messung der mittleren Netzspannung. In einem Netze, das durch starke Ausgleichleitungen genügend elastisch gemacht ist, so dass eine Regulierung der einzelnen Speisepunktspannungen nicht mehr nötig ist, reguliert man in der Zentrale auf eine konstante mittlere Netzspannung. Wie man diesen Mittelwert der Spannungen an allen Speisepunkten mit einem Instrumente messen kann, ist auf folgende Weise zu erkennen:

Von n Speisepunkten führen Prüfdrähte vom Widerstande R_{vI}, $R_{vII} \cdot \cdot \cdot R_{vN}$ zu dem Spannungsmesser in der Zentrale vom Widerstande W_v (vergl. Fig. 96). Wird dieser Widerstand vom Strome J_v durchflossen, so ist

$$J_v \ W_v = E_v ,$$

d. h. gleich der Spannung an den Klemmen des Spannungsmessers in der Zentrale, die gesuchte mittlere Spannung ist

$$E_M = \frac{\Sigma E}{n} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (79$$

Bildet man für die vorliegende Leitungsverzweigung die der Gleichung (5) in § 53 entsprechende Gleichung, so ergiebt sich (vergl. auch § 86)

$$\Sigma \frac{E}{R_v} - E_v \cdot \Sigma \frac{1}{R_v} - J_v = 0 \quad \cdots\cdots\cdot (80$$

Berücksichtigt man hierin, dass nach § 101 die Beziehung

$$R_{vI} = R_{vII} = \cdots\cdot = R_v$$

bestehen muss, und setzt $J_v = \frac{E_v}{W_v}$, so folgt

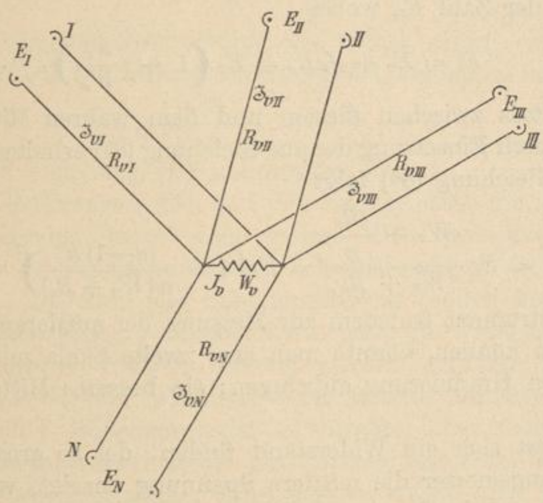
$$\frac{1}{R_v} \Sigma E - \frac{1}{R_v} n E_v - \frac{1}{W_v} E_v = 0$$

oder hieraus für die mittlere Spannung der Wert

$$E_M = E_v \left(1 + \frac{R_v}{n \cdot W_v}\right) \cdots\cdots\cdots\cdot (81$$

Ein gewöhnlicher Spannungsmesser, d. h. ein solcher, dessen Graduierung nach der Spannung an seinen Klemmen erfolgt ist,

Fig. 96.



zeigt also nicht die mittlere Spannung an, sondern einen zu kleinen Wert. Soll das Instrument die mittlere Spannung anzeigen, so muss es nach derjenigen Spannung graduiert werden, die an den Spannungsmesserklemmen herrschen würde, wenn sein ursprünglicher Widerstand W_v um den Betrag $\frac{R_v}{n}$ erhöht wäre. Bei der Graduierung muss also ein Widerstand von diesem Betrage zugeschaltet werden.

Der Wert $\frac{R_v}{n}$ ergiebt sich aus folgender Ueberlegung: Die Differenz von E_M und E_v ist

$$E_d = E_M - E_v = \frac{E_v \cdot R_v}{n\,W_v}, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (82$$

und diese Spannung muss an den Klemmen des beim Graduieren nötigen Zusatzwiderstandes R_s herrschen. Da der Strom J_v diesen Widerstand durchfliesst, so muss der Widerstand R_s den Wert

$$R_s = \frac{E_v \cdot R_v}{J_v \cdot n\,W_v} = \frac{R_v}{n} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (83$$

haben.

Soll, wie es sehr oft der Fall ist, dasselbe Instrument, das zur Messung der Spannungen an den einzelnen Speisepunkten dient, auch zur Messung der mittleren Spannung benutzt werden, so muss berücksichtigt werden, dass das Instrument von vorn herein unter Vorschaltung des Widerstandes R_v graduiert war. Während also an seinen Klemmen die Spannung E_v herrschte, stand der Zeiger auf der Zahl E_z, wobei

$$E_z = E_v + J_v R_v = E_v\left(1 + \frac{R_v}{W_v}\right) \cdots\cdots\cdots (84$$

Das Verhältnis zwischen diesem und dem wahren Mittelwert ist also, wie durch Einsetzung des aus Gleichung (81) erhaltenen Wertes für E_v in Gleichung (84) folgt

$$E_M = E_z \frac{W_v + \frac{R_v}{n}}{W_v + R_v} = E_z\left(1 - \frac{(n-1)\,R_v}{n\,(W_v + R_v)}\right) \cdots\cdots (85$$

Um das Instrument trotzdem zur Messung der mittleren Spannung benutzen zu können, könnte man eine zweite Skala mit der oben angegebenen Graduierung anbringen; ein besseres Mittel aber ist folgendes:

Es lässt sich ein Widerstand finden, der so gross ist, dass der Spannungsmesser die mittlere Spannung anzeigt, wenn dieser Widerstand vor das Instrument geschaltet ist. Die Grösse des vorläufig unbekannten Widerstandes sei x, dann wird aus Gleichung (80)

$$\Sigma \frac{E}{R_v} - (E_v + J_v x)\,\Sigma \frac{1}{R_v} - J_v = 0$$

und hieraus

$$E_M = E_v\left(1 + \frac{x + \frac{R_v}{n}}{W_v}\right)$$

oder, wenn man für E_v den Wert aus Gleichung (84) einsetzt,

$$E_M = E_z \frac{W_v}{W_v + R_v}\left(1 + \frac{x + \frac{R_v}{n}}{W_v}\right).$$

Es soll nun x so gewählt werden, dass

$$E_M = E_z,$$

der Faktor von E_z muss also gleich Eins sein, oder es muss sein

$$x = \frac{n-1}{n} R_v \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (86$$

die Grösse des gesuchten Widerstandes.

Zu demselben Ergebnis gelangt man durch folgende Ueberlegung: Der Spannungsmesser war graduiert nach der Spannung, die an den Enden des Widerstandes von der Grösse $W_v + R_v$ herrschte; $W_v + R_v$ ist der von dem Instrumente und einem Prüfdrahte gebildete Widerstand. Sind alle Prüfdrähte, unter sich parallel, mit dem Instrument durch Hintereinanderschaltung verbunden, so ist der Gesamtwiderstand verringert auf den Wert

$$W_v + \frac{R_v}{n}.$$

Soll nun dieselbe Graduierung wie früher gelten, so muss der Widerstand auf den früheren Wert ergänzt werden, es muss also sein

$$W_v + \frac{R_v}{n} + x = W_v + R_v$$

woraus die Gleichung (86) unmittelbar folgt.

Die Gleichungen (85) und (86) zeigen, dass die Abweichung des beobachteten Wertes vom wahren Mittelwerte mit zunehmender Zahl n der Speisepunkte wächst, während sie für $n = 1$ verschwindet. Die Zahl der Speisepunkte ist jedoch keine willkürliche Veränderliche, wohl aber kann man die Widerstände R_v und W_v in gewissen Grenzen beliebig wählen, und die Gleichungen lehren, dass W_v, der Widerstand des Messinstrumentes, möglichst gross, R_v, der Widerstand der Prüfdrähte, aber möglichst klein gewählt werden muss, wenn die Abweichungen des beobachteten vom Mittelwerte möglichst klein werden sollen. Bei langen Prüfdrähten (mit hohem Widerstande) und Spannungsmessern von kleinem Widerstande kann man fehlerhafte Angaben des Instrumentes durch Vorschalten eines Widerstandes vermeiden, der nach Gleichung (86) von 0 bis R_v in gewissen Stufen (für $n = 1, 2$ u. s. f.) geändert werden kann. Der Umschalter für den Spannungsmesser lässt sich so einrichten, dass der für die jedesmalige Messung passende Widerstand von selbst vorgeschaltet wird. Wie gross die Abweichungen praktisch werden können, zeigt folgendes Beispiel:

Beispiel. In einem Netze mit 20 Speisepunkten sei die längste Speiseleitung 1700 m lang, die Prüfdrähte seien aus Kupferdrähten von 1 mm Durchmesser gebildet und der Spannungsmesser so graduiert, dass er die Spannung der einzelnen Speisepunkte anzeigt.

Der Widerstand der Spannungsmesser pflegt bei Spannungen von etwa 110 V ungefähr

$$W_v = 1500\,\Omega$$

zu sein, der Widerstand des längsten Prüfdrahtes berechnet sich zu

$$R_v = \frac{1700 \cdot 2}{0{,}785} \cdot 0{,}0175 = 75{,}8\,\Omega.$$

Man pflegt aber auch vor diese Leitung noch einen Vorschaltwiderstand zu legen, um beim Abgleichen aller Prüfdrahtwiderstände auch diesen grössten verändern zu können und die Abgleichung hierdurch zu erleichtern. Es ist deshalb richtiger, etwa den Wert

$$R_v = 80\,\Omega$$

anzunehmen.

Nach Gleichung (85) ergiebt sich

$$E_M = E_z \left(1 - \frac{19 \cdot 80}{20 \cdot 1580}\right) = E_z\,(1 - 0{,}0482),$$

also ist ungefähr

$$E_M : E_z = 0{,}952$$

und die Abweichung beträgt $4{,}8\,^0/_0$. Der vorzuschaltende Widerstand x würde betragen

$$x = \frac{19}{20}\,80 = 76\,\Omega.$$

Wäre statt des gewöhnlichen technischen Spannungsmessers ein solcher mit etwa 10000 Ω verwendet, also einem Widerstande, wie ihn die modernen Instrumente mit beweglicher Spule im stahlmagnetischen Felde zu haben pflegen, so wäre

$$E_M : E_z = 0{,}9925$$

und die Abweichung würde ungefähr $0{,}75\,^0/_0$ betragen.

109. Die Sammelleitungen. Aus den den § 103 einleitenden Erklärungen, insbesondere aus Gleichung (58) in der Form

$$\varepsilon_{I\,II} = (\gamma_I - \gamma_{II})\,\varepsilon_s$$

geht hervor, dass der zwischen zwei Speisepunkten auftretende Spannungsunterschied um so grösser wird, je grösser die Widerstände der Speiseleitungen sind, denn um so grösser ist unter sonst gleichen Umständen der Spannungsverlust ε_s. Im Interesse eines guten Ausgleichs muss demnach ε_s, also, da die Ströme gegeben sind, die Widerstände der Speiseleitungen, möglichst klein angenommen werden, nämlich so klein, dass die Verteilungsleitungen wegen des Ausgleichs nicht mehr verstärkt zu werden brauchen und eine Ergänzung des Netzes durch besondere Ausgleichsleitungen nicht mehr nötig ist. Hierdurch werden aber die Speiseleitungen verteuert und durch die von den Kosten gezogenen Grenzen ist die Höhe des Spannungsverlustes in der Regel von vornherein bestimmt. Es ist nun möglich, auch bei gegebenem Spannungsverluste ε_s den Ausgleich zwischen gewissen Speisepunkten, unter Umständen zwischen allen, zu erleichtern.

Vereinigt man nämlich die Speiseleitungen für zwei oder mehrere Speisepunkte auf eine so lange Strecke wie es die Verhältnisse gestatten (vergl. Fig. 97 und 98), bis zu dem Sammelpunkte S, und zweigt erst von diesem aus zu den Speisepunkten ab, so ist für die so vereinigten Speisepunkte nicht mehr die Zentrale C, sondern der Sammelpunkt S der Punkt gleicher Spannung und die Widerstände R_I und R_{II}, die in die Rechnungen der §§ 103 bis 107 eingehen, sind auf die Werte R'_I und R'_{II} vermindert. Eine solche gemeinsame Leitung CS heisst Sammelleitung.

Fig. 97.

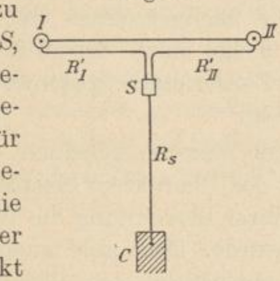
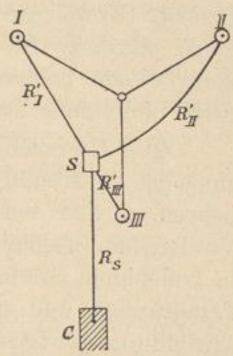


Fig. 98.



Bei der Berechnung der Sammelleitungen steht nur noch die Frage offen, wie der Spannungsverlust ε_s auf die Strecken CS und SI oder SII u. s. f. verteilt werden soll. Die Bedingung, dass die Widerstände R'_I und R'_{II} möglichst klein sein sollen, bildet keine feste Grundlage für die Berechnung; aber die Berechnung auf minimalen Kupferbrauch für den Fall einer Verzweigung in gleichwertige Stromzweige, wie sie in § 68 behandelt ist, ist hier am Platze. Nur wenn die Verhältnisse einen besonders guten Ausgleich zwischen den vereinigten Punkten verlangen, wird man, von dieser Berechnung abweichend, die Zweigwiderstände etwas kleiner annehmen.

Der Ausgleich zwischen den durch Sammelleitungen vereinigten und anderen benachbarten Speisepunkten wird durch Anwendung der Sammelleitungen nicht beeinflusst.

110. Rückblick. Festsetzung des Spannungsverlustes in den Speiseleitungen. In den vorangegangenen Paragraphen haben wir die Bedeutung und die Wirkungsweise eines Leitungsnetzes und seiner einzelnen Teile kennen gelernt und unter diesen Teilen vor allen Dingen das eigentliche aus den Verteilungsleitungen bestehende Netz und die Speiseleitungen unterschieden.

Das Verteilungsnetz hatte zunächst nur die Aufgabe, den Strom so zu verteilen, dass die Spannungsschwankungen bei gleicher Spannung an den Speisepunkten innerhalb der durch die Bedingung der Elastizität gesteckten Grenzen bleibe; es ist also eine vollkommen elastische Anlage, und durch die Forderung der Elastizität sind seine Querschnitte bei gegebener Anordnung und gegebener Stromverteilung bestimmt. Selbstverständlich müssen die so berechneten Querschnitte mit Rücksicht auf die zulässige Erwärmung nachgerechnet und unter Umständen ergänzt werden. Die Frage nach der Wirtschaftlichkeit aber kann diesen beiden Forderungen gegenüber in dem Verteilungsnetze nicht aufkommen.

Zum Unterschiede hiervon scheinen die Speiseleitungen zunächst vollständig des Charakters elastischer Leitungen zu entbehren, so dass bei ihrer Berechnung die Wirtschaftlichkeit in den Vordergrund treten würde. Dass aber auch diese Leitungen nicht in beliebigem Grade unelastisch sein dürfen, geht aus den vorigen Paragraphen und überhaupt aus der Thatsache hervor, dass die Ausbildung gewisser Netzleitungen zu Ausgleichleitungen notwendig wurde, die durch übergrosse Elastizität den geringen Grad dieser Eigenschaft in den Speiseleitungen ersetzen sollten.

Diese Umstände zwingen zu einem Kompromiss, durch den man sowohl den Forderungen der Wirtschaftlichkeit als besonders denen der Elastizität Rechnung trägt und der in der Festsetzung des Spannungsverlustes in den Speiseleitungen seinen Ausdruck findet. Allgemein gültige Rechnungen hierüber lassen sich bei der Unsicherheit der Unterlagen nicht anstellen. In einem gegebenen Falle kann man so vorgehen, dass man nach Annahme eines bestimmten Spannungsverlustes ε_s die Verteilungsleitungen auf Ausgleich berechnet, und wenn diese hiernach zu sehr verstärkt werden müssen, den Wert ε_s vermindert.

Massgebend für die Festsetzung des Spannungsverlustes in den Speiseleitungen müssen praktische Erfahrungen an Leitungsnetzen sein. Nach diesen ist im Mittel

$$\varepsilon_s = 0{,}1\, E_o \qquad \text{(87}$$

zu setzen, wenn E_o die Spannung an den Speisepunkten bedeutet. Der Verlust soll also etwa 10% betragen und darf von diesem Betrage nach oben oder unten abweichen, je nachdem die Wirtschaftlichkeit oder die Elastizität der Anlage in den Vordergrund treten soll. Als oberste Grenze ist etwa $\varepsilon_s = 0{,}15\ E_o$ anzusehen.

Auch die Berechnung des eigentlichen Verteilungsnetzes ist noch nicht vollständig erledigt. Selbst wenn man die in § 96 gegebene Lösung als befriedigend ansehen wollte, so ist doch zu beachten, dass diese nur dann als Lösung gelten kann, wenn das Netz im Entwurfe fertig vorliegt, wenn vor allen Dingen auch die Lage der Speisepunkte von vornherein gegeben ist. Von dieser Annahme a priori muss natürlich im allgemeinen abgesehen und vor jeder Berechnung die Lage der Speisepunkte bestimmt werden.

Wenn nun auch bei dem Entwurfe eines Netzes die Lage der Speisepunkte sehr oft durch rein praktische Erwägungen beeinflusst oder auch bestimmt wird, so lassen sich doch auch schon hier, wo wir uns noch im wesentlichen auf dem Gebiete theoretischer Betrachtungen bewegen, gewisse Ueberlegungen anstellen, die über die günstigste Verteilung der Speisepunkte, im besonderen über die günstigste Zahl derselben, Aufschluss geben.

Berechnungen zum Entwerfen eines Leitungsnetzes.

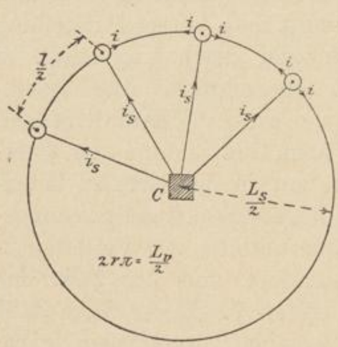
111. Die günstigste Zahl der Speisepunkte. Vergegenwärtigt man sich die Wirkungsweise eines Leitungsnetzes nach der in § 100 und Fig. 88 gegebenen Darstellung und nimmt man dieser Darstellung entsprechend an, dass alle Speiseleitungen gleich lang seien, so erkennt man, dass die Summe der Querschnitte aller Speiseleitungen dieselbe bleibt, gleichgültig wie gross die Zahl derselben, also die Zahl der Speisepunkte ist; denn die Summe der Querschnitte ist bestimmt aus dem gesamten in das Netz zu leitenden Strom und dem aus andern Gründen festgesetzten Spannungsverluste in den Speiseleitungen. Die Querschnitte der Verteilungsleitungen hängen dagegen sehr wesentlich von der Zahl der Speisepunkte ab, und zwar nehmen sie ab je grösser diese Zahl wird. Das eine Extrem würde sich ergeben, wenn man eine Speiseleitung annehmen und infolgedessen ein Netz mit sehr starken Querschnitten erhalten würde. Der andere extreme Fall käme zustande, wenn man zu jeder einzelnen Verbrauchsstelle eine Speiseleitung ziehen würde; die Verteilungsleitungen würden dann überhaupt überflüssig werden, so lange man ihre Aufgabe die Spannung zwischen den Speisepunkten auszugleichen ausser acht lassen würde. Es folgt hieraus bei oberflächlicher Betrachtung, dass die Zahl der Speisepunkte so gross als irgend möglich genommen werden muss, wenn das Netz bei gleicher Leistungsfähigkeit möglichst billig werden soll.

Dieser Schluss ist falsch, denn es ist in Bezug auf die Kosten nicht gleichgültig, ob der Gesamtquerschnitt der Speiseleitungen in einer Leitung vereinigt oder auf viele verteilt ist. Die Kosten wachsen also auch bei gleichem Gesamtquerschnitte mit der Zahl der Leitungen und zwar sowohl, weil es teurer ist viele einzelne Leitungen zu isolieren, zu bewehren und zu verlegen als eine einzige, als auch weil die Kosten für die Verbindungen an den Enden der Kabel, nämlich am einen Ende die Speisekästen, am andern die Anschlussstücke, offenbar mit der Zahl der Leitungen wachsen müssen. Und diese Erkenntnis in Verbindung mit der oben inbetreff des Verteilungsnetzes festgestellten Thatsache führt zu der Ueberzeugung, dass sich für eine gewisse Zahl von Speisepunkten ein Minimum der Kosten ergeben muss.

Um dieses Minimum zu finden, bedarf es gewisser theoretischer Annahmen, und zwar soll durchweg angenommen werden, dass die Verteilungsleitungen vollständig gleichmässig belastet seien und dass alle Speiseleitungen gleich lang seien.

Erster Fall: Das ganze Verteilungsnetz sei nur in einer einzigen Richtung ausgedehnt und habe die einfach gemessene Länge $\frac{L_v}{2}$, die ganze Leitungslänge ist also gleich L_v. Die noch unbekannte Leitungslänge zwischen den Speisepunkten sei l, ihre Entfernung von einander also $\frac{l}{2}$, die Länge der Speiseleitungen endlich gleich L_s. Die Bedingung, dass alle Speiseleitungen gleich lang sein sollen, wird praktisch erreicht in dem Falle, wenn die Zentrale im Mittelpunkte eines von den Verteilungsleitungen gebildeten Kreises liegt; vergl. Fig. 99. Ist n die Zahl der Speisepunkte, so besteht die Beziehung

Fig. 99.



$$n\,l = L_v \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (88$$

Die Kosten der Speiseleitungen sind — vergl. § 18, —

$$k_s = n L_s (a + b\,q_s) + n c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (89$$

wenn unter c die Kosten eines Speisepunktes und eines Anschlussstückes in der Zentrale verstanden werden. Die Kosten der Verteilungsleitungen sind

$$k_v = n \cdot l\,(a + b\,q_v) = L_v\,(a + b\,q_v)\;\ldots\ldots\ldots \;(90$$

worin

$$q_v = f\,(l)$$

Um diese Funktion zu bestimmen, ist es nötig die Stromverteilung zu ermitteln. Ist der gesamte von der Zentrale gelieferte Strom

$$n\,i_s = \mathfrak{J}_g\,,\;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \;(91$$

so fliesst von jedem Speisepunkte nach jeder Seite der Strom

$$i = \frac{i_s}{2} = \frac{\mathfrak{J}_g}{2\,n}\;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \;(92$$

ab; der Punkt des maximalen Spannungsverlustes, zu dem der Strom von beiden Seiten zufliesst, wird zweifellos jedesmal mitten zwischen zwei Speisepunkten liegen. Die Stromentnahme soll sich nun auf die ganze Leitung gleichmässig verteilen, es gelten also die in § 65 für diesen Fall aufgestellten Regeln, und es ist hiernach

$$q_v = \frac{1}{2}\;\frac{\frac{\mathfrak{J}_g}{2\,n}\;\frac{l}{2}}{\varepsilon_v}\,\varrho = \frac{1}{8}\;\frac{\mathfrak{J}_g\,l}{n\,\varepsilon_v}\,\varrho$$

oder mit Rücksicht auf (88)

$$q_v = \frac{1}{8}\;\frac{\mathfrak{J}_g\,\varrho}{L_v\,\varepsilon_v}\,l^2\;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \;(93$$

Dieser Wert, in (90) eingesetzt, ergiebt

$$k_v = L_v\left(a + \frac{b}{8}\;\frac{\mathfrak{J}_g\,\varrho}{L_v\,\varepsilon_v}\,l^2\right)\;\ldots\ldots\ldots\ldots \;(94$$

Da nun ferner

$$q_s = \frac{i_s \cdot L_s}{\varepsilon_s}\,\varrho = \frac{\mathfrak{J}_g\,L_s}{n\,\varepsilon_s}\,\varrho,$$

und der Gesamtquerschnitt aller Speiseleitungen, nämlich

$$n\,q_s = Q_{sg} = \frac{\mathfrak{J}_g\,L_s}{\varepsilon_s}\,\varrho\;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \;(95$$

unter allen Umständen konstant ist, so wird aus (89)

$$k_s = n\,a\,L_s + b\,L_s\,Q_{sg} + n\,c\,,\;\ldots\ldots\ldots \;(96$$

und es ist hierin das zweite Glied von der Zahl der Speisepunkte nicht mehr abhängig. Die Gesamtkosten des ganzen Netzes $k = k_s + k_v$ drücken sich, wenn man für n stets den aus (88) abzuleitenden Wert einsetzt, aus durch die Gleichung

$$k = a\,L_v + b\,L_s\,Q_{sg} + \frac{b}{8}\;\frac{\mathfrak{J}_g\,\varrho}{\varepsilon_v}\,l^2 + \frac{L_v}{l}\Big(a\,L_s + c\Big)$$

Die Länge l soll nun so gewählt werden, dass diese Kosten ein Minimum werden; es ist also zu setzen

$$\frac{dk}{dl} = \frac{b}{4}\;\frac{\mathfrak{J}_g\,\varrho}{\varepsilon_v}\,l - \frac{L_v}{l^2}\Big(a\,L_s + c\Big) = 0,$$

was die Bedingung

$$l = L_{min} = \sqrt[3]{(a\,L_s + c)\,\frac{4\,L_v\ \varepsilon_v}{\mathfrak{J}_g\,b\,\varrho}} \quad \ldots\ldots\ (97$$

ergiebt. Diese Formel lässt noch zwei bequeme Umformungen zu. Führt man nämlich anstelle des Gesamtstromes $\mathfrak{J}_g$ die Gesamtleistung

$$\mathfrak{E} = E\,\mathfrak{J}_g$$

ein, und setzt man

$$\varepsilon_v = p \cdot 10^{-2}\,E\,,$$

so folgt aus (97)

$$l = L_{min} = \sqrt[3]{(a\,L_s + c)\,\frac{4 \cdot 10^{-2}\,p\,L_v\,E^2}{\mathfrak{E}\,b\,\varrho}} \quad \ldots\ldots\ (98$$

In dieser Gleichung stehen noch L_v und $\mathfrak{E}$ in einer bestimmten Beziehung durch die Annahme, dass der Gesamtverbrauch gleichmässig auf die Verteilungsleitungen verteilt sein soll. Nennt man den von jeder Längeneinheit abgegebenen Effekt $\mathfrak{E}_1$, so ist, wenn unter dieser Länge die Strassenlänge, also die halbe Leitungslänge verstanden wird,

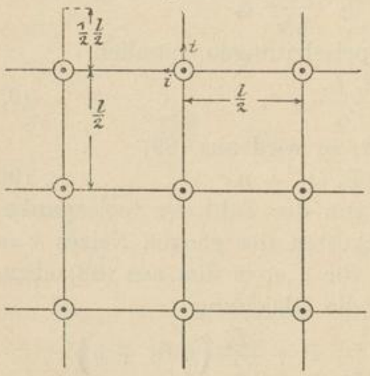
$$\mathfrak{E}_1 = \frac{2\,\mathfrak{E}}{L_v}\,,$$

und es ergiebt sich durch Einsetzung dieses Wertes in (98)

$$l = L_{min} = \sqrt[3]{(a\,L_s + c)\,\frac{8 \cdot 10^{-2}\,p\,E^2}{\mathfrak{E}_1\,b\,\varrho}} \quad \ldots\ldots\ (99$$

als Endergebnis; l stellt die doppelte Entfernung je zweier Speisepunkte von einander dar.

Fig. 100.



Die beiden Gleichungen (98) und (99) lehren, dass die günstigste Entfernung zweier Speisepunkte nicht — wie man nach den Ausführungen des § 46 vielleicht zu erwarten versucht war — mit dem Quadrate der Nutzspannung wächst, sondern nur mit der $^2/_3$ ten Potenz, also der Nutzspannung noch nicht einmal proportional ist. Die Abhängigkeit der günstigsten Entfernung von allen anderen Grössen ist noch weit geringer.

Zweiter Fall: Das Netz sei in der in Fig. 100 skizzierten Weise zusammengesetzt. Alle Verteilungsleitungen zwischen zwei Speisepunkten sollen gleich lang sein, halb so lang seien die von den Speisepunkten ausgehenden Enden. Die Verhältnisse sind im übrigen dieselben wie im ersten Falle. Die Rechnung weicht dann nur wenig von der vorigen Betrachtung ab; sie ändert sich nur in der Weise, dass an Stelle der Gleichung (88) die Gleichung

$$2\,n\,l = L_v \qquad (88a)$$

und an Stelle von (92)

$$i = \frac{i_s}{4} = \frac{\mathfrak{J}_g}{4n} \qquad (92a)$$

tritt, wodurch sich für q_v der Wert

$$q_v = \frac{1}{16}\,\frac{\mathfrak{J}_g\,l}{n\,\varepsilon_v}\,\varrho$$

ergiebt, woraus aber durch Einsetzung des Wertes für n aus (88a) wiederum der Wert

$$q_v = \frac{1}{8}\,\frac{J_g\,\varrho}{L_v\,\varepsilon_v}\,l^2 \qquad (93a)$$

folgt. — Die Gleichheit der beiden Werte von q_v in (93) und (93a) ist natürlich nur scheinbar, denn nach (88a) ist l bei gleichem L_v jetzt halb so gross als früher. — Führt man mit diesen neuen Werten die Rechnung wie oben durch, so erhält man

$$L_{min} = \sqrt[3]{(a\,L_s + c)\,\frac{2\,L_v\,\varepsilon_v}{\mathfrak{J}_g\,b\,\varrho}} \qquad (97a)$$

also, wenn man die Grössen des ersten und zweiten Falles durch entsprechende Indices unterscheidet, durch Vergleichung von (97a) mit (97)

$$L_{2min} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\,L_{1min} = 0{,}794\,L_{1min} \qquad (100)$$

Die geringe Vergrösserung des Wertes c im zweiten Falle, die durch die grössere Zahl der Kabeleinführungen verursacht wird, ist hierbei ausser acht gelassen.

Für die günstigste Zahl der Speisepunkte ergiebt sich durch Benutzung der Gleichungen (88) und (88a) die Beziehung

$$n_{2min} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}\,n_{1min} = 0{,}63\,n_{1min}\,, \qquad (101)$$

wenn die gesamte Länge des Verteilungsnetzes L_v dieselbe geblieben ist.

Dritter Fall. Werden beide Seiten der Strassen mit Leitungen belegt, so ist die günstigste Entfernung noch geringer. Die Rechnung, die hier nicht durchgeführt werden soll, ergiebt als doppelten Wert dieser Entfernung im Vergleich zur ersten

$$L_{3min} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} L_{1min} = 0{,}63\, L_{1min} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (102$$

oder als günstigste Zahl der Speisepunkte

$$n_3 = \frac{1}{\sqrt[3]{16}} n_1 = 0{,}4\, n_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (103$$

Es lassen sich noch eine Reihe von Fällen der theoretischen Betrachtung unterwerfen, doch verlohnt es sich nicht, hierauf näher einzugehen, da in den behandelten ungefähr die Grenzen der günstigsten Entfernungen erreicht sind, jedenfalls wird sich nie eine grössere als die im ersten Falle berechnete Länge ergeben.

112. Beispiel. Das Verteilungsnetz bilde einen Kreis, in dessen Mittelpunkte die Zentrale liegen soll (vergl. Fig. 99); der Radius des Kreises sei 800 m, die einfache Länge der Verteilungsleitungen also ungefähr 5000 m. Die Nutzspannung betrage ferner 110 V, und der Verlust in den Verteilungsleitungen 2 %; die Verteilungsleitungen sollen mit 40 Watt auf 1 m Strassenlänge gleichmässig belastet sein. Da das ganze Netz unterirdisch verlegt werden soll, so sind für die Werte a und b die Zahlen $a = 3{,}4$ und $b = 0{,}029$ zu setzen, wenn der Preis der Leitung in Mark angegeben wird. Die Kosten eines Speisepunktes endlich, einschliesslich der Anschlüsse in der Zentrale, sollen zu 400 Mark angesetzt werden.

Nach Formel (99) ergiebt sich dann

$$L_{min} = \sqrt[3]{(3{,}4 \cdot 1600 + 400) \frac{8 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 12100}{40 \cdot 0{,}029 \cdot 0{,}0175}}$$

oder

$$L_{min} = 822 \text{ m},$$

die günstigste Entfernung also zu

$$\frac{L_{min}}{2} = 411 \text{ m},$$

was einer Anzahl von

$$n = \frac{10\,000}{822} = 12{,}2 \text{ also } 12$$

Speisepunkten entspricht. Für die beiden anderen behandelten Fälle hätten sich die Entfernungen

$$\frac{L_{2min}}{2} = 0{,}794 \cdot 411 = 326 \text{ m}$$

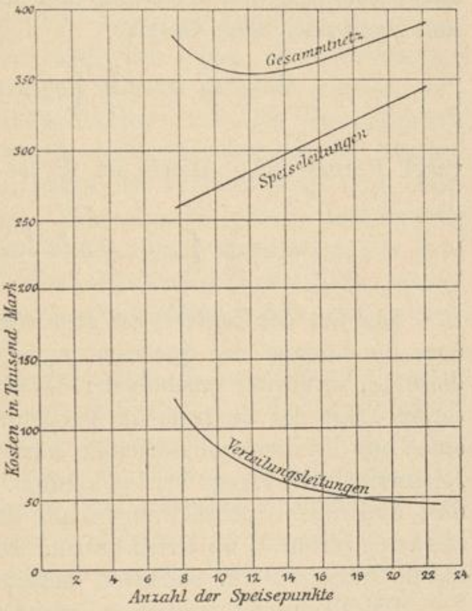
und

$$\frac{L_{3min}}{2} = 0{,}63 \cdot 411 = 260 \text{ m}$$

ergeben.

Zur genaueren Illustrierung der Verhältnisse sind die Kosten des in dem Beispiele behandelten Netzes unter der Annahme eines Spannungsverlustes $\varepsilon_s = 10\,\%$ in den Speiseleitungen und für verschiedene Zahlen von Speisepunkten berechnet. Die Ergebnisse der Berechnung sind in Fig. 101 graphisch dargestellt. Die Kurven veranschaulichen, wie durch Abnahme der Kosten der Verteilungsleitungen und Zunahme der Kosten der Speiseleitungen und Speisekästen ein Minimum etwa bei $n = 12$ zustande kommt. Die Kosten der Kabelkästen und Anschlüsse in der Zentrale sind so gering, dass die Kurve hierfür in der Figur nicht gut darstellbar war.

Fig. 101.



Das Beispiel schliesst sich an die Verhältnisse der Praxis an; es ist beachtenswert, dass die Kostenkurve der Speiseleitungen erheblich höher liegt, als die der Verteilungsleitungen.

113. Der günstigste Platz für die Zentrale. Es bleibt nun noch übrig, den günstigsten Platz für die Zentrale zu ermitteln. Hierunter ist der Ort zu verstehen, bei dessen Annahme die Anlage unter sonst gleichen Verhältnissen wirtschaftlich am günstigsten arbeitet. Die Wirtschaftlichkeit hängt nun im wesentlichen ab von den dauernden Kosten des Effektverlustes und den durch Verzinsung, Instandhaltung und Amortisation der Anlage entstehenden Kosten, die den einmaligen Anlagekosten proportional sind. Die Elastizität des gesamten Netzes soll aber unter allen Umständen, wo auch die Zentrale liegen mag, dieselbe sein, es ist also auch der Spannungsverlust, sowohl der in den Verteilungs- als der in den Speiseleitungen gegeben. Es kommt deshalb bei der Auswahl eines Platzes für die Zentrale auch der Effektverlust und seine

Kosten nicht mehr in Betracht, und es bleiben nur noch die Anlagekosten zu vergleichen. Von diesen aber sind wiederum die Kosten des Verteilungsnetzes auszuscheiden, denn diese sind durch die Forderung vollkommener Elastizität und durch die gegebene Ausdehnung des Netzes bestimmt. Es bleibt also schliesslich nur übrig, den Ort für die Zentrale so zu bestimmen, dass die Anlagekosten der Speiseleitungen möglichst gering werden.

Diese Kosten sind bei gegebener Zahl n der Speisepunkte allein abhängig von der Länge und dem Querschnitt der Leitungen und zwar nach dem Gesetze

$$k = \sum_1^n{}^\nu k_\nu = \sum_1^n{}^\nu \left(a + b\, q_\nu\right) l_\nu + n\, c \cdots\cdots (104$$

vergl. Formel (89). Hierin ist $q_\nu = \frac{\mathfrak{J}_\nu\, l_\nu}{\varepsilon}\varrho$, also ist

$$k = \sum_1^n{}^\nu \left(a\, l_\nu + b\,\frac{\mathfrak{J}_\nu\, l_\nu^2}{\varepsilon}\varrho\right) + nc \cdots\cdots\cdots (105$$

Der Ort der Zentrale ist also vor allen Dingen so zu wählen, dass die Längen der Speiseleitungen möglichst klein werden, da diese im Quadrate erscheinen; es wird also besonders eine einseitige Lage der Zentrale im Verteilungsgebiete zu vermeiden und eine Lage im Zentrum desselben anzustreben sein, was auch ohne Rechnung hätte gesagt werden können. Ausserdem lehrt die Formel, dass diejenigen Speiseleitungen am kürzesten sein sollen, die den stärksten Strom $\mathfrak{J}_\nu$ zu leiten haben. Die Zentrale ist also möglichst in die Nähe der am stärksten belasteten Speisepunkte zu legen.

Die Rechnung weiter zu verfolgen, hat keinen praktischen Zweck; man muss sich in einem gegebenen Falle vielmehr damit begnügen, durch Proberechnungen nach Formel (105) den Ort der Zentrale zu bestimmen, für den der Wert k am kleinsten wird.

IV. Besondere Berücksichtigung der Verhältnisse in der Praxis.

114. Die angestellten theoretischen Untersuchungen haben uns in den Stand gesetzt, jetzt auch an grössere Projekte, vor allem auch an das Projekt einer Zentralanlage für eine Stadt heranzutreten, bei der die gesamte Leitungsanlage sich nach der in § 100 geschilderten Weise aus den Speiseleitungen, dem Verteilungsnetze und den Leitungen der Hausinstallationen zusammensetzt. Wie die bei der Behandlung der offenen Leitungen theoretisch abgeleiteten Berechnungsmethoden für die praktische Anwendung erst noch besonders zubereitet werden mussten, so bedarf es auch jetzt wieder besonderer Ueberlegungen, um das Besprochene für den praktischen Gebrauch handlich zu machen. Das in den Paragraphen 69 bis 78 Gesagte gilt der Hauptsache nach auch jetzt noch; es treten zu diesem aber neue Erwägungen hinzu, bei denen die Verhältnisse, welche beim Projektieren von Stadtzentralen vorliegen, besonders ins Auge gefasst werden sollen.

Der Grundgedanke und das Ziel dieser Erwägungen ist, dass bei einer bestimmten geforderten Leistungsfähigkeit ein durchaus betriebssicheres Netz von möglichst hoher oder bestimmter Elastizität mit möglichst geringen Kosten geliefert werden soll. Diese Kosten bilden einen beträchtlichen Teil der Gesamtkosten einer Zentralstation; sie betragen selten weniger als ein Fünftel und nähern sich oft einem Drittel der Gesamtanlage (mit Ausschluss der Hausinstallationen). Hieraus geht hervor, dass es sehr wohl nötig ist, sorgfältig alle Ueberlegungen anzustellen, die dazu führen können, das beste Netz zu erhalten, d. h. ein Netz, das bei gleicher Leistungsfähigkeit, gleicher Betriebssicherheit und gleicher Elastizität möglichst billig ist.

115. Das Entwerfen eines Leitungsnetzes. Während das Entwerfen des Leitungsplanes bei Anlagen mit einfachen Leitungsverzweigungen keinerlei Schwierigkeiten bereiten konnte, denn die Lage der Leitungen war durch die Lage der Verbrauchsstellen und der Stromquelle fast genau bestimmt, lässt dieselbe Aufgabe bei Leitungsnetzen eine grosse Anzahl von Lösungen zu, und die Güte eines Leitungsnetzes hängt sehr wesentlich davon ab, welche von diesen Möglichkeiten gewählt wird. Zwar ist der erste Teil der Aufgabe, nämlich der, die Lage der Verteilungsleitungen zu bestimmen, fast ebenso einfach wie früher: In den Plan des zu versorgenden Gebietes werden alle Konsumstellen ihrer Lage, Grösse und Art nach (ob der Strom beleuchten oder mechanische Arbeit leisten soll) eingetragen und mit einander durch Leitungen so verbunden, dass ein Netz entsteht, dessen Knotenpunkte an den Strassenkreuzungen liegen. Es soll zunächst angenommen werden, dass die genannten Grundlagen genau gegeben seien, wie es z. B. der Fall ist, wenn Konkurrenzprojekte auszuarbeiten sind, die später gegeneinander abgewogen werden sollen und deshalb auf gleicher Grundlage aufgestellt werden müssen.

Man vermeidet bei der Einzeichnung der Leitungen offene Leitungsstränge, schliesst sie vielmehr nach Möglichkeit zusammen, wodurch mehrere Vorteile erreicht werden: Erstens wird hierdurch die Elastizität der Leitungsanlage erhöht (vergl. § 84), und zwar nicht nur für den Fall gleicher Spannung an allen Speisepunkten, sondern vor allen Dingen für den Fall, dass ein Ausgleich zwischen den Speisepunkten erforderlich wird (vergl. § 102). Zweitens ist die ununterbrochene Stromzufuhr zu jeder Verbrauchstelle mehr gesichert, wenn der Strom auf zwei oder mehr Wegen dahin gelangen kann, und endlich ist es mit Rücksicht auf eine Erweiterung der Anlage nötig, den späteren Anschluss von Hausinstallationen dadurch zu erleichtern, dass man von vornherein die Strassen ihrer ganzen Länge nach mit Leitungen belegt, wenigstens diejenigen Strecken zwischen je zwei Strassenkreuzungen, in denen überhaupt ein Anschluss erwartet werden kann.

In den Strassen mit vielen Anschlüssen werden die Leitungen an beiden Häuserfronten unter den Fussteigen verlegt, sobald — was durch eine Stichrechnung leicht klargestellt wird — diese Anordnung billiger wird, als wenn die Hausanschlussleitungen von einer einzigen Leitung nach beiden Seiten abgezweigt werden.

Die Schwierigkeit der Aufgabe beginnt nun mit dem zweiten Teil, wo es sich darum handelt, die Lage der Speisepunkte festzustellen.

Eine Grundlage hierfür bieten Berechnungen, die nach § 111 unter Annahme verschiedener Belastungsdichten und der andern nötigen Zahlen angestellt werden können. Es ist aber selbstverständlich, dass man die Speisepunkte in der Regel nur an Strassenkreuzungen legen wird, denn hier müssen so wie so Kabelkästen aufgestellt werden, in denen die von verschiedenen Seiten kommenden Kabel mit einander verbunden und durch Bleisicherungen geschützt werden, und von diesen Punkten aus vollzieht sich die Verteilung des Stromes nach allen Seiten am leichtesten. Die hierdurch eintretende grosse Beschränkung in der Zahl der für die Anlage von Speisepunkten etwa in Frage kommenden Orte erleichtert die Aufgabe beträchtlich.

Der Versuchung, die Speisepunkte möglichst unmittelbar an die grossen Konsumstellen zu legen, um hierdurch die Verteilungsleitungen möglichst billig zu machen, wird man leicht widerstehen, wenn man sich vergegenwärtigt, dass der Ausgleich im Netze hierdurch sehr leicht leidet (vergl. § 104), und ausserdem berücksichtigt, dass die Kosten der Speiseleitungen die der Verteilungsleitungen meistens, in grösseren Netzen wenigstens, erheblich zu übersteigen pflegen. Es ist im Interesse des Ausgleichs vielmehr ratsam, die

Punkte mit grossem und vor allen Dingen die mit stark wechselndem Verbrauche, wie Theater, möglichst mitten zwischen viele Speisepunkte zu legen.

Als praktische Grenzen für die Entfernung der Speisepunkte können ungefähr die Zahlen 150 bis 250 m, die verlegten Netzen entnommen sind, angenommen werden; die kleineren gelten für das Verbrauchszentrum, die grösseren mehr für die weniger stark belasteten Gebiete, wo sie aber auch noch erheblich überschritten werden können. Bei Speisepunkten, die durch Sammelleitungen vereinigt sind, kann die Entfernung noch etwas kürzer werden. Diese Zahlen bestätigen mit genügender Annäherung die aus den theoretischen Formeln abgeleiteten. Aus diesen Formeln soll noch gelernt werden, dass die Entfernungen auch bei gleicher spezifischer Belastung um so grösser sein sollen, je weiter die Punkte von der Zentrale entfernt sind, und ferner wiederum, dass die Entfernungen kleiner sein müssen in Kabelanlagen, in denen der Koefficient a gross ist, als in Anlagen mit oberirdischen Leitungen, in denen a etwa nur den zwanzigsten Teil so gross ist. Der Koefficient b ist allerdings gleichzeitig von etwa 0,029 auf 0,013 gesunken, doch ist sein Einfluss nicht so gross wie der von a.

Die nach diesen Grundsätzen bestimmte Lage der Speisepunkte ist als eine vorläufige anzusehen, die noch mehrfach geändert werden kann und muss, wenn sich dies während der späteren Berechnungen als wünschenswert oder notwendig herausstellt.

116. Die Berechnung der Verteilungsleitungen. Nach Festlegung der Speisepunkte stehen wir vor dem Probleme der Leitungsberechnung, das wir in § 96 verlassen hatten, ohne eine befriedigende Lösung dafür gefunden zu haben. Die Lösung konnte nicht befriedigen, denn ein danach berechnetes Netz würde zwei Hauptmängel zeigen, es würde aus Leitungen von sehr vielen verschiedenen Querschnitten zusammengesetzt sein, und an den der dortigen Anweisung gemäss hergestellten Schnittstellen würden in der Regel verschiedene Querschnitte zusammenstossen. Diese Nachteile werden durch folgende Methode der Berechnung, die aber auch noch ergänzt werden muss (vergl. § 118), vermieden.

Man betrachtet die nach § 89 definierten Bezirke für sich; nur im ersten Augenblick verlässt man diese Anschauungsweise eine kurze Zeit, um — zu der vorigen zurückkehrend — durch eine schnelle Ueberschlagsrechnung an den aufgeschnittenen Leitungen ein ungefähres Bild über die Grösse der einzelnen Querschnitte zu erhalten. Diesem Bilde gemäss wählt man in dem geschlossenen Bezirke die Verhältnisse der Querschnitte zu einander und bestimmt hiernach die Stromverteilung, die nach § 95 nunmehr eindeutig bestimmt ist. Auch diese Rechnung soll vorläufig nur überschläglich geschehen und kann dadurch vielfach erleichtert werden, dass man Leitungen, die einen geringen Einfluss auf die Stromverteilung ausüben, nach Gutdünken aufschneidet und hierdurch die Bezirke verkleinert.

Die Stromverteilung ergiebt nun die wahren Schnittpunkte, zu denen der Strom von beiden Seiten hinfliesst; greift man irgend einen — den einfachsten — Leitungsstrang von einem Speisepunkte bis zu einem Schnittpunkte heraus und berechnet aus den nun bekannten Strömen und dem zugelassenen Spannungsverluste den Querschnitt dieses Stranges, so sind durch die angenommenen Verhältnisse nunmehr alle Querschnitte bestimmt.

Grundsätzlich befolge man bei diesem Verfahren die Regel, dass der Querschnitt von Kreuzungspunkt zu Kreuzungspunkt derselbe sei; diejenigen Verteilungsleitungen, die als Ausgleichleitungen wirken sollen, halte man womöglich von Speisepunkt zu Speisepunkt gleich stark. Ausserdem suche man mit möglichst wenig verschiedenen Querschnitten auszukommen; fünf bis acht Querschnitte, die man so weit als möglich nach der vom Verbande deutscher Elektrotechniker angegebenen Skala (vergl. Seite 24) auswählt, sollten unter allen Umständen genügen. Bei unterirdischen Anlagen sollen Querschnitte von über 500 mm^2 möglichst, von über 1000 mm^2 aber unbedingt vermieden werden. Kabel von diesen Querschnitten werden so steif, dass sie nicht mehr auf einen Haspel aufgewickelt werden können. Führt die Berechnung zu so starken Querschnitten, so ist zuerst zu überlegen, ob es nicht das Beste ist, die Speisepunkte näher zusammenzulegen. Kabel von unter 35 mm^2 Querschnitt werden nicht gern mehr verlegt, ausnahmsweise kommen noch Querschnitte von 25 mm^2 vor.

Ist das Verteilungsnetz auf diese Weise unter Annahme derselben Spannung an allen Speiseleitungen berechnet, so ist die genauere Stromverteilung nochmals zu ermitteln, und hierauf durch Rechnungen nach § 98 zu prüfen, ob die Stromdichte in keinem Querschnitte zu hoch wird. Schliesslich ist die ermittelte Stromverteilung, die übrigens nicht so genau festgestellt zu werden braucht, als es in den oben angeführten Beispielen geschehen ist, samt den maximalen Spannungsverlusten in einen besonderen Plan einzutragen; hieraus ergeben sich dann die Belastungen der Speisepunkte.

117. Bestimmung der Lage der Zentrale und Berechnung der Speiseleitungen. Die zuletzt ermittelten Belastungen der Speisepunkte bilden die notwendige Grundlage sowohl für die Bestimmung der Zentrale, als auch für die Berechnung der Speiseleitungen.

Als Bauplatz für die Zentrale können in der Regel nur einige wenige Plätze zur Wahl gestellt werden, die gerade verkäuflich sind und sich ihrer Grösse und Umgebung nach zur Errichtung einer solchen Anlage eignen. Unter diesen Plätzen ist nach § 114 der auszuwählen, für den die Kosten der Speiseleitungen am geringsten werden, und das wird im allgemeinen der Platz sein, der dem dichtesten Stromverbrauche, also dem belebtesten und verkehrsreichsten Stadtbezirke am nächsten liegt. Hier pflegen aber die Bauplätze am teuersten zu sein, so dass es sehr leicht möglich ist, dass die Gesamtanlage trotz des teureren Leitungsnetzes bei Wahl eines anderen Platzes billiger wird. Auch die Frage, ob eine bequeme Kohlenzufuhr und Wasserbeschaffung möglich ist, ist zu berücksichtigen. Die zur Bestimmung des Ortes für die Zentrale nötigen Berechnungen der Speiseleitungen können unter Zugrundelegung eines Spannungsverlustes ausgeführt werden, der nur ungefähr dem schliesslich zu wählenden entspricht, denn es handelt sich nur um Feststellung relativer Werte. Auch die Lage der Speiseleitungen kann und braucht nur ungefähr festgelegt zu werden. Erst bei der jetzt vorzunehmenden genauen Berechnung der Speiseleitungen müssen in Betreff beider Unterlagen bestimmte Abmachungen getroffen werden.

Zunächst sind, am besten auf einem besonderen Plan, auf dem nur die Speisepunkte mit eingeschriebenen Belastungen und die Zentrale angegeben ist, die Speiseleitungen einzuzeichnen. Natürlich wird man mit diesen Leitungen auf dem kürzesten Wege zu den Speisepunkten zu gelangen suchen. Leitungen, die auf längere Strecken nebeneinander herlaufen, um sich schliesslich in einzelne Leitungen zu trennen, die in ihrer ganzen Länge nicht sehr verschieden von einander sind, schliesst man — am besten paarweise oder auch zu dreien — zu Sammelleitungen zusammen.

Ueber die jetzt noch zur Berechnung fehlende Grösse des Spannungsverlustes ε_s lassen sich bestimmte Angaben nicht machen, wie schon oben in § 110 auseinandergesetzt ist. Als mittlerer Wert hat sich etwa ein Verlust von 10 bis 12 % herausgestellt, der aber in der Regel nicht überschritten werden sollte. Ueberschreitungen kommen bis ungefähr 15 % vor, während der Betrag in anderen Fällen bis auf etwa 6 % und weniger heruntergeht. Die grossen Zahlen dürfen dann eher zugelassen werden, wenn die Speiseströme sehr stark sind, also überhaupt in stark belasteten Netzen, denn in solchen Fällen sind die Schalteinheiten (vergl. § 75), also die Grössen der Belastungsschwankungen relativ zu den Speiseströmen natürlich kleiner, als wenn die Speiseströme selbst klein sind; die praktisch vorkommenden Spannungsschwankungen werden also im ersten Falle bei gleichem ε_s im allgemeinen kleiner, oder es darf umgekehrt ein grösserer Verlust ε_s zugelassen werden, wenn man dieselbe Elastizität verlangt. Die Teilung des angenommenen Spannungsverlustes auf die gemeinsame Sammelleitung und die Einzelleitungen geschieht, wie es in § 109 durchgeführt ist, am besten nach der Forderung geringsten Kupferverbrauches.

Werden die Speiseleitungen nach diesen Festsetzungen berechnet, so kann es vorkommen, dass in vielen kurzen Leitungen die zulässige Stromdichte überschritten wird; man nimmt dann den Spannungsverlust kleiner an und berechnet die Leitungen von neuem. Kommt es andererseits vor, dass viele Leitungen zu fernen Speisepunkten übermässig stark werden, so muss der Spannungsverlust ε_s vergrössert und die hierdurch verminderte Elastizität durch Verstärkung der Ausgleichleitungen später wieder erhöht werden. Ist die Stromdichte nur in einer oder einigen Speiseleitungen zu hoch, so ist nach § 97 für diese der Querschnitt mit Rücksicht auf Erwärmung zu bestimmen und der hierdurch zu klein gewordene Spannungsverlust durch einen in der Zentrale dauernd in diese Leitung einzuschaltenden Vorschaltwiderstand auf den normalen Betrag ε_s zu ergänzen. Speiseleitungen, deren Ströme starken Schwankungen unterworfen sind, kann man an regulierbare Widerstände anschliessen, doch sind solche Widerstände nicht beliebt, da automatische Regulierungen nicht zuverlässig sind und die Regulierung von Hand viel Bedienung erfordert.

Nicht selten dagegen wendet man, wenn die Zentralen mit Akkumulatorenbatterien ausgestattet werden sollen, g r u p p e n w e i s e R e g u l i e r u n g d u r c h Z e l l e n s c h a l t e r an. Sämtliche Speiseleitungen werden zu diesem Zwecke in einige, etwa zwei bis vier, Gruppen eingeteilt, und jede Gruppe an einen besonderen Entladeschlitten des Zellenschalters angeschlossen, so dass die Speisepunktspannungen dieser Gruppen unabhängig von einander reguliert werden können. In diesem Falle dürfen für die einzelnen Gruppen bei der Berechnung der Speiseleitungen verschiedene Spannungsverluste angenommen werden, und der Ausgleich im Netze darf zwischen den zu verschiedenen Gruppen gehörigen Speisepunkten verhältnismässig gering sein.

Die durch die Berechnung für die Speiseleitungen ermittelten Querschnitte müssen mit ziemlicher Genauigkeit innegehalten werden, viel genauer, als es bei den Verteilungsleitungen nötig war, denn andernfalls ist die Bedingung gleicher Spannung an allen Speisepunkten während der maximalen Belastung des Netzes nicht erfüllt.

Bei der Prüfung der Speiseleitungen auf Stromdichte hüte man sich, bis an die Grenzen des Erlaubten heranzugehen, verfolge vielmehr den Grundsatz, dass sich eine Speiseleitung auch dann noch nicht übermässig erwärmen darf, wenn eine Nachbarleitung betriebsunfähig wird.

118. Die Berechnung der Ausgleichleitungen. Das nunmehr in allen Teilen berechnete Netz bedarf jetzt nur noch der Ergänzungen, die durch die Forderung eines guten Ausgleichs nötig werden, soweit diese Forderung nicht schon während der erledigten Berechnungen berücksichtigt wurden.

Nach § 102 benutzt man zu Ausgleichleitungen die kürzesten Verbindungsleitungen zwischen den Speisepunkten. Diese Leitungen denkt man sich zusammen mit den beiden oder den drei zugehörigen Speiseleitungen nach der in den Figuren 94 und 95 gezeichneten Weise vom Netze losgelöst und kontrolliert den Ausgleich in der in § 103 bis § 105 ausführlich geschilderten Weise. Ueber die Neuberechnung auf Ausgleich und die dabei zu Grunde zu legenden Werte ist an derselben Stelle das Erforderliche besprochen. Bei praktischen Berechnungen darf man sich aber noch den Umstand zu nutze machen, dass diejenigen Verteilungsleitungen, die die beiden oder drei betrachteten Speisepunkte auf Umwegen mit einander verbinden, auch etwas zum Ausgleich beitragen. Man kann diese Thatsache in der Rechnung dadurch berücksichtigen, dass man bei der Kontrolle der Verbindungsleitung auf Ausgleich nicht den Querschnitt dieser Leitung, sondern einen etwas grösseren Querschnitt einführt. Ist z. B. die Länge der Verbindungsleitung L_a, die einer andern Verteilungsleitung zwischen denselben Speisepunkten L_b und deren Querschnitt Q_b, wobei $L_b > L_a$, so darf der Querschnitt der ersten Leitung Q_a um einen Querschnitt Q'_b vergrössert gedacht werden, den die zweite Leitung besitzen würde, wenn sie bei gleichem Widerstande R_b die Länge L_a besässe. Es ist also

$$Q'_b = \frac{L_a}{L_b} \cdot Q_b \ ,$$

und in die Rechnung auf Ausgleich darf an Stelle des Querschnittes Q_a der Querschnitt $Q_a + Q'_b$ eingeführt werden.

Muss wegen des Ausgleichs die Verbindungsleitung von zwei Speisepunkten, z. B. die Leitung *VfeII* in Fig. 86, verstärkt werden, so steigt natürlich die Spannung an den Punkten *f* und *e*, von denen andere Leitungen, wie *fg*, *eg* u. a., abgezweigt sind, und der Querschnitt dieser letzteren kann deshalb verringert werden. Dieser Umstand ist geeignet, die Feststellung der Querschnittsverhältnisse, die nach § 116 der Netzberechnung vorausgehen muss, zu erleichtern; denn man kann nach dieser Erkenntnis die direktesten Verbindungsleitungen der Speisepunkte als das Gerippe des Leitungsnetzes ansehen, das besonders starke Querschnitte enthält und das bei der ersten Ueberschlagsrechnung für sich berechnet werden kann. Auf die abgezweigten Leitungen ist dann der noch zur Verfügung stehende Spannungsverlust zu verteilen.

Durch diese Anschauungsweise ist also eine Grundlage für die Verteilung des Spannungsverlustes auf die einzelnen Verteilungsleitungen und eine bequeme Unterlage für die Wahl der Querschnittsverhältnisse gewonnen.

119. Der Belastungsfaktor. Alle Berechnungen sind bisher unter Annahme der Leitungsströme ausgeführt worden, die sich aus den eingeschriebenen maximalen Belastungen ergeben. Es ist nun zweifellos, dass das Netz niemals diesen ganzen Effekt, der den angeschlossenen Nutzwiderständen entspricht, wird zu leisten haben. Erfahrungsmässig beträgt die Gesamtleistung in den Tagen und Stunden der grössten Belastung, je nach der Grösse und dem Charakter des Ortes, etwa 50 % bis höchstens 80 % der eingeschriebenen Belastung, und es wird deshalb offenbar niemals der Spannungsverlust eintreten, der den Berechnungen zu Grunde gelegt wurde. Das Netz leistet also thatsächlich mehr als verlangt wurde und ist unnötig teuer.

Man kann diesem Umstande dadurch Rechnung tragen, dass man die berechneten Querschnitte mit der angegebenen Verhältniszahl von 0,5 bis 0,8, dem Belastungsfaktor, multipliziert, oder indem man von vornherein eine geringere Belastung oder einen höheren Spannungsverlust zugrunde legt; einem Belastungsfaktor 0,6 würde z. B. der Spannungsverlust 3,3 % entsprechen, wenn vorher 2 % für zulässig erachtet waren.

Es ist hierbei aber zu berücksichtigen, dass der Belastungsfaktor nicht in allen Punkten des Netzes dieselbe Grösse hat. Dienen z. B. die angeschlossenen Nutzwiderstände in einer Strasse hauptsächlich zur Beleuchtung von Verkaufsläden, so wird der Belastungsfaktor hier sehr gross sein, denn zur Zeit des maximalen Konsums, nämlich in der zweiten Hälfte des Dezember, ist gerade der Bedarf an Strom für den bezeichneten Zweck sehr gross. Zu gleicher Zeit ist aber ausserdem auch der Spannungsverlust in den Leitungen der Hausinstallationen sehr gross. Diese Thatsachen müssen bei der Berechnung ins Auge gefasst und durch Vergrösserung des Belastungsfaktors oder durch Verminderung des Spannungsverlustes an Stellen von dem geschilderten Charakter berücksichtigt werden.

120. Netzberechnungen ohne genaue Unterlagen. Es ist nicht selten, dass Projekte eingefordert werden, ohne dass genaue Unterlagen für eine Netzberechnung gemacht werden können, oder dass der Charakter des Projektes — es handelt sich vielleicht um ein vorläufiges Projekt, aus dem nur ungefähr die Kosten der beabsichtigten Anlage ermittelt werden sollen — eine Angabe von genauen Zahlen nicht verlangt. In solchen Fällen begnügt man sich mit der Annahme von Werten, die nach praktischen Erfahrungen an ähnlichen, ausgeführten Anlagen für den vorliegenden Fall am wahrscheinlichsten sind. Man pflegt hierbei die Belastung bezogen auf 1 m der Strassenfront anzugeben, die sich in der Regel, je nach dem Charakter der Strasse, ungefähr innerhalb der Grenzen von 20 bis 80 Watt hält. Diese Zahlen haben allerdings nur einen beschränkten Wert, die thatsächliche Belastung kann diese Grenzen sowohl nach unten als nach oben (bis auf etwa 200 Watt) überschreiten*).

Bei solchen Angaben tritt die in § 65 angegebene Berechnungsmethode in Kraft, und zwar in der Weise, dass man nach der Fertigstellung des Netzentwurfes die Verteilungsleitungen jedesmal mitten zwischen zwei Kreuzungspunkten mit einer Stromstärke belastet denkt, die gleich der Hälfte des gesamten Belastungsstromes zwischen diesen Punkten ist; vergl. die Rechnung in § 111.

Die Thatsache, dass das Leitungsnetz für eine Stadtzentrale nach einigen Jahren gewöhnlich erweitert werden muss, muss bei dem Entwurfe des Netzes berücksichtigt werden. Das geschieht in der Regel dadurch, dass man einen ersten und einen zweiten Ausbau der Anlage annimmt und das Netz für den zweiten Ausbau, bei dem auch weniger verkehrsreiche Strassen in das Verteilungsgebiet einbezogen sind, berechnet. Das Netz des ersten Ausbaues bildet dann den Teil des so berechneten Netzes, für den Anschlüsse bereits angemeldet oder in der nächsten Zeit zu erwarten sind.

---

*) Ueber die Ermittlung der zu erwartenden Belastung eines Netzes macht Oskar v. Miller in seinem Buche über die Versorgung der Städte mit Elektrizität, Darmstadt 1896, nähere Angaben.

121. Die Elastizität der Leitungsnetze. Leitungsnetze besitzen, wie schon in § 102 erwähnt, keine vollkommene Elastizität, da in den Speiseleitungen der Spannungsverlust den hiernach zulässigen Betrag wesentlich zu übersteigen pflegt. Aber auch von den Speisepunkten ab ist die Elastizität nicht gewahrt, denn zu den Verlusten in den Verteilungsleitungen treten die Verluste in den Hausleitungen. Sind beide zu 2% angenommen, so beträgt der maximale Gesamtverlust 4%, und innerhalb dieser Grenzen kann die Spannung an den Nutzwiderständen schwanken, selbst wenn die Spannung an den Speisepunkten dauernd konstant ist.

Dieser verhältnismässig hohe Gesamtverlust hat sich aber praktisch als zulässig erwiesen, und das ist dadurch zu erklären, dass der Gesamtstrom in einer Verteilungsleitung im Verhältnis zu einer Schalteinheit (vergl. § 75) sehr gross ist, so dass die Spannungsschwankungen nur sehr allmählich erfolgen. In den Vorschriften vieler Zentralen ist die maximal zulässige Schalteinheit auf einen bestimmten Betrag, z. B. 50 Amp, festgesetzt.

Weniger zulässig ist der Anschluss von Motoren an ein Leitungsnetz, das vornehmlich der Beleuchtung durch Glühlicht dienen soll, da die Motoren infolge ihres grossen Anlassstromes starke Spannungsschwankungen hervorrufen. Sowenig auch kleine Motoren in dieser Beziehung schaden, besonders wenn durch genügend grosse und vielstufige Anlasswiderstände die Stromänderung beim Anlassen verlangsamt und vermindert wird, sowenig gelingt es andrerseits den Einfluss grosser Motoren auf ähnliche Weise vollständig aufzuheben, und in manchem Elektrizitätswerke machen sich die grossen Motoren, die in den letzten Jahren mehr und mehr angeschlossen wurden, sehr störend bemerkbar. Durch die Berechnung der Leitungen den störenden Einfluss der Motoren zu beseitigen, ist unmöglich, denn einerseits würden die Netze hierdurch zu teuer, andrerseits hängt der Einfluss zu sehr von der Geschwindigkeit beim Einschalten des Anlasswiderstandes ab, sodass Störungen selbst in einem Netze mit sehr kleinen Verlusten nicht völlig ausgeschlossen sein würden. Vielleicht wird im Laufe der Zeit, wenn das Bedürfnis nach grossen Motoren wächst, die Anlage besonderer Leitungsnetze für die Kraftverteilung erforderlich.

122. Schlussbemerkung. Die Betrachtungen der vorangegangenen Paragraphen lehren, wie die Berechnung eines Leitungsnetzes vielfach darin besteht, durch mancherlei Rechnungen und Umrechnungen zu probieren, auf welche Weise man allen gestellten Bedingungen am besten genügen kann. Der Geübtere wird sich von diesen einzelnen Rechnungen mehr und mehr frei machen und schon bei dem Entwerfen des Netzes den später zu beachtenden Forderungen Rechnung tragen. Die behandelten Rechnungsmethoden verlieren für ihn vielfach an praktischem Wert, wenn es sich darum handelt ein Netz vorauszuberechnen, aber erst durch die Betrachtung dieser Methoden konnte der Einblick in die Wirkungsweise eines Leitungsnetzes in seinen einzelnen Teilen und als Ganzes gewonnen werden, der die Befähigung zur freieren Behandlung der Probleme gewährte.

Ein gutes Leitungsnetz gleicht einem Kunstwerk, das um so vollkommener ist, je mehr es der Künstler verstanden hat, alles nebeneinander zu sehen, was der Ungeübte nur langsam voranschreitend erblicken und berücksichtigen konnte.

V. Rechnungen an fertigen Leitungsnetzen.

123. Die Beurteilung projektierter Netze. Zu besonderer Bedeutung gelangen die Rechnungen zur Bestimmung der Stromverteilung*), wenn es sich darum handelt, ein im Projekte fertiges Netz auf seinen Wert zu prüfen, etwa in dem Falle, dass Projekte, die von verschiedenen Firmen auf gleicher Grundlage ausgearbeitet wurden, mit einander verglichen werden sollen. Der technische Wert der Netze ist dann — gleiche Vollkommenheit in der Ausführung vorausgesetzt — wesentlich nach ihrer Elastizität und der Stromdichte in den einzelnen Leitungen zu beurteilen. Die Prüfung auf Elastizität zerfällt in eine Berechnung des Spannungsverlustes unter Annahme gleicher Spannung an den Speisepunkten und eine Prüfung auf Ausgleich unter Zugrundelegung gewisser Schwankungen in der Belastung der Speisepunkte. Beiden Untersuchungen muss die Bestimmung der Stromverteilung vorausgehen. Da nun für die Berechnung der Netze genaue Unterlagen gegeben waren, so ist es jetzt auch am Platze, die Bestimmung der Stromverteilung im Netze genau vorzunehmen, annähernd mit dem

*) Ausser durch Rechnung kann die Stromverteilung auch durch Messung an einem Modell bestimmt werden. Das ganze Leitungsnetz mit den Speiseleitungen wird zu diesem Zwecke durch Widerstände nachgebildet, die ein bestimmtes Vielfache, etwa das Hundertfache der Leitungs- und Nutzwiderstände darstellen. Der Spannungsverlust kann dann mit Hilfe eines Spannungsmessers von hohem Widerstande direkt gemessen werden. Dieses Verfahren wurde in den achtziger Jahren, als die ersten Zentralen gebaut wurden, ziemlich viel angewendet, ist aber mit der Ausbildung der rechnerischen Methoden durch diese verdrängt worden. Eine interessante graphische Methode bringt J. Herzog in der *ETZ* 1893, S. 10.

Grade der Genauigkeit, der in den Beispielen des § 91 erzielt ist. Dasselbe gilt von der hierauf vorzunehmenden Prüfung auf Ausgleich, die sehr sorgfältig erfolgen muss, wenn die Netze richtig beurteilt werden sollen. Bei der Untersuchung auf Stromdichte kann man sich dagegen sehr häufig mit Stichrechnungen nach § 98 begnügen, da die Stromdichte bei elastischen Leitungsnetzen im allgemeinen sehr klein ist.

124. Dauernde Prüfung im Betriebe befindlicher Netze. Für die Verwaltung von Elektrizitätswerken erwächst die Aufgabe, das Leitungsnetz in Bezug auf Elastizität und Stromdichte unter dauernder Kontrolle zu halten, so dass die Leistungsfähigkeit des Netzes in beiderlei Hinsicht stets bekannt ist, wie sich auch mit der Zeit die Belastung ändern mag. Die Unterlagen sind in diesem Falle nicht so genau, wie im Falle des vorigen Paragraphen, da wohl die installierte, nicht aber die thatsächliche Belastung zur Zeit der maximalen Beanspruchung — denn um diese handelt es sich fast ausschliesslich — bekannt ist.

Jedoch lässt sich die letztere aus der ersteren genau genug schätzen, dass auch in diesem Falle eine ebenso sorgfältige Bestimmung der Stromverteilung gerechtfertigt ist, wie bei der Prüfung projektierter Netze; die Abschätzung der thatsächlichen Belastung wird in einigen Zentralen durch Messung der einzelnen Speiseströme unterstützt.

Die Umständlichkeit der genauen Bestimmung etwa zu scheuen, ist hier um so weniger am Platze, als die Rechnungen sehr leicht so eingerichtet werden können, dass sie von bleibendem Werte für die Ueberwachung der Anlage sind.

Eine besondere Beachtung verdient der Umstand, dass die Spannungen an den einzelnen Speisepunkten während des Betriebes beobachtet werden können. Diese Beobachtung macht eine Berechnung auf Ausgleich unnötig, andrerseits muss sie einen Einfluss auf die Bestimmung der Stromverteilung ausüben, denn es ist nötig, die beobachteten Werte der Speisepunktsspannungen bei der Rechnung zu berücksichtigen. Das geschieht auf folgende Weise:

Das Gleichungssystem (48) auf Seite 137 ändert sich jetzt durch Annahme verschiedener Spannungen E_I, E_{II} und E_{III} an den Speisepunkten in der Weise, dass E_o in der ersten Gleichung durch E_I, in der zweiten durch E_{II} u. s. f. ersetzt ist. Addiert man zu diesen drei Gleichungen, wie es an der citierten Stelle geschehen ist, drei identische Gleichungen, in denen jedes Glied den Faktor E_I (also nicht etwa in der zweiten Gleichung E_{II} u. s. f.)

anstelle des dort gebrauchten E_o enthält, so ergiebt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\left.\begin{array}{lllll}
+\varepsilon_{Ia}\,\Sigma_a \frac{1}{R} & -\frac{\varepsilon_{Ib}}{R_{ab}} & -\frac{\varepsilon_{Ic}}{R_{ac}} & -J_a & = 0 \\
-\frac{\varepsilon_{Ia}}{R_{ab}} & +\varepsilon_{Ib}\,\Sigma_b \frac{1}{R} & -\frac{\varepsilon_{Ic}}{R_{bc}} & -J_b - \frac{\varepsilon_{I\,II}}{R_{b\,II}} & = 0 \\
-\frac{\varepsilon_{Ia}}{R_{ac}} & -\frac{\varepsilon_{Ib}}{R_{bc}} & +\varepsilon_{Ic}\,\Sigma_c \frac{1}{R} & -J_c - \frac{\varepsilon_{I\,III}}{R_{c\,III}} & = 0
\end{array}\right\} \quad (106$$

Es bedeutet hierin ε_{Ia} den Spannungsunterschied zwischen den Spannungen E_I und E_a, $\varepsilon_{I\,II}$ den Unterschied zwischen E_I und E_{II} u. s. f., und zwar ist ε_{Ia} positiv, wenn $E_I > E_a$ ist. Das Ergebnis hätte sich übrigens auch ohne Rechnung, einfach durch Anwendung des Satzes von der Superposition der Klemmenspannungen ableiten lassen. — Die letzten Glieder der zweiten und dritten Gleichung lassen sich aus den beobachteten Speisepunktsspannungen berechnen; sie treten in der Rechnung genau so auf, als ob die Knotenpunktsbelastungen J_b und J_c um ihren Betrag erhöht oder vermindert wären, je nachdem $\varepsilon_{I\,II}$ u. s. f. positiv oder negativ ist. Nunmehr kann die Rechnung genau nach dem früher (§ 87 u. f.) angegebenen Verfahren vorgenommen werden.

Die Seidelsche Methode gestattet, die Stromverteilung sehr bequem für beliebige Knotenpunktsbelastungen zu berechnen; die für den einen Fall ermittelten Unbekannten können als erste Näherungswerte für die nächste Gleichungslösung mit anderen Belastungen angenommen werden. Um aber eine neue Auflösung des Systemes für neue Belastungen zu vermeiden, empfiehlt es sich, folgendes Verfahren einzuschlagen: Man bestimmt die Stromverteilung unter der Annahme, dass jedesmal nur ein Knotenpunkt mit einer Stromstärke von 100 Amp belastet sei — die Rechnung ist also sovielmal durchzuführen, als Knotenpunkte vorhanden sind — und stellt in einer Tabelle die Ströme zusammen, die die einzelnen Leitungen jeweils zu führen haben; die Stromrichtung ist hierbei positiv in der Richtung der Leitungsbezeichnung ($a\,b$, $b\,c$, u. s. f.) anzunehmen. Will man aus dieser Tabelle die Stromverteilung entnehmen, die sich ergeben würde, wenn alle Knotenpunkte gleichzeitig mit je 100 Amp belastet wären, so hat man die Leitungsströme der Einzelfälle sämtlich algebraisch zu addieren. Soll dagegen die Belastung eines Knotenpunktes etwa nur 70 Amp betragen, so sind die Leitungsströme, die sich für seine Einzelbelastung mit 100 Amp ergeben hatten, zuerst mit 0,7 zu multiplizieren und dann mit den übrigen, die, wenn nötig, ebenfalls durch Multiplikation mit einem Faktor geändert sind, zu addieren.

Beispiel. Für das auf Seite 148 behandelte Beispiel ergiebt sich folgende, mit übermässiger Genauigkeit berechnete Tabelle:

Tabelle der Leitungsströme unter der Annahme, dass die einzelnen Knotenpunkte mit 100 Amp belastet seien.

Belastet ist Knotenpunkt	Leitungsströme in Amp in der Leitung					
	I a	*II b*	*III c*	*a b*	*b c*	*c a*
a	+ 67,04	+ 12,68	+ 20,28	— 12,98	— 0,30	+ 19,98
b	+ 30,40	+ 43,71	+ 25,91	+ 26,34	— 29,96	— 4,05
c	+ 29,72	+ 15,84	+ 54,44	+ 2,92	+ 18,76	— 26,80
a, *b*, *c* gleichzeitig	+127,16	+ 72,23	+100,63	+ 16,28	— 11,5	— 10,87

Will man die Stromverteilung für die in Fig. 84, Seite 148, dargestellte Belastung feststellen, so ist die erste Zeile der Tabelle mit 0,8, die zweite mit 0,2, und die dritte mit 0,65 zu multiplizieren; es ergeben sich dann die Leitungsströme

Belastet ist Knotenpunkt	*I a*	*II b*	*III c*	*a b*	*b c*	*c a*
a	+ 53,63	+ 10,14	+ 16,22	— 10,38	— 0,24	+ 15,98
b	+ 6,08	+ 8,74	+ 5,18	+ 5,27	— 5,99	— 0,81
c	+ 19,32	+ 10,3	+ 35,39	+ 1,90	+ 12,19	— 17,42
a, *b*, *c* gleichzeitig	+ 79,03	+ 29,18	+ 56,79	— 3,21	+ 5,96	— 2,25

Das in der letzten Zeile erhaltene Ergebnis stimmt mit der in Fig. 85 angegebenen Stromverteilung hinreichend genau überein.

Um die Verschiedenheit der Spannungen an den Speisepunkten zu berücksichtigen, kann man in ähnlicher Weise Tabellen zusammenstellen, die für Spannungsunterschiede zwischen einem bestimmten und allen andern Speisepunkten etwa von 1 Volt berechnet sind, doch kann man diese Tabelle sparen, wenn man, wie oben [vergl. auch Gleichung (106)] angegeben ist, den Einfluss der Spannungsverschiedenheit durch eine Aenderung in der Belastung der den Speisepunkten benachbarten Knotenpunkte ausdrückt. Die Spannungsverluste an den einzelnen Knotenpunkten, die zur Aufstellung der obigen Stromtabellen bekannt waren, können schliesslich ebenfalls ganz ähnlich wie oben die Leitungsströme tabellarisch zusammengestellt werden. Dass man zum Schlusse stets von der Knotenpunktsbelastung auf die wahre Belastung der einzelnen Leitungen zurückgehen muss, ist selbstverständlich; vergl. § 89,2.

125. Ergänzungen und Erweiterungen im Betriebe befindlicher Netze. Ueber die wichtigsten Ergänzungen und Erweiterungen, die bei einem verlegten Netze im Laufe der Zeit durch Anwachsen des Bedürfnisses nach elektrischer Energie nötig werden, und über ihre rechnerische Behandlung soll hier ein kurzer Ueberblick gewährt werden. Die Ueberlegungen gelten der Hauptsache nach auch für die Behandlung von Aenderungen an projektierten Netzen.

1. Die Vergrösserung eines Querschnitts. Das Mass einer Querschnittsvergrösserung, die infolge zu hoher Stromdichte oder zu hohen Spannungsverlustes nötig werden kann, ist abzuschätzen und danach die Stromverteilung von neuem zu bestimmen. In dem Gleichungssysteme von der Form der Gleichungen (49) auf Seite 138, die zu der ersten Bestimmung benutzt waren, ändert sich nur ein Wert R. Wenige Durchrechnungen nach der Seidelschen Methode unter Benutzung der früheren Lösungen als erster Annäherungswerte werden die neuen Werte der Unbekannten mit hinreichender Genauigkeit ergeben; vergl. § 93.

2. Die Verlegung einer neuen Leitung zwischen zwei Kreuzungspunkten. Verbindet die neue Leitung zwei unmittelbar benachbarte, also schon direkt verbundene Kreuzungspunkte, so ist die Aufgabe identisch mit der vorigen. Sind die zu verbindenden Punkte aber nicht unmittelbar benachbart, wie z. B. die Punkte b und i in Fig. 86, so tritt, wenn beide Knotenpunkte sind, in die für den einen Punkt (z. B. b) aufgestellte Gleichung ein Glied mit dem Spannungsverlust des andern (z. B. i) ein, und umgekehrt. Die Neurechnung des Gleichungssystems vollzieht sich in derselben einfachen Weise, wie im vorigen Falle. Ist der eine der beiden Punkte ein Speisepunkt, so ändert sich bei Annahme von Spannungsgleichheit an allen Speisepunkten nur die Summe der Leitungsfähigkeiten, die nach Gleichung (49) als Faktor des Spannungsverlustes an dem betrachteten Knotenpunkte auftritt. Bei Ungleichheit der Spannungen tritt gemäss Gleichung (106) ein Glied von bekanntem Werte in die Gleichung des betrachteten Knotenpunktes ein. Es ist möglich, dass durch eine neue Leitung zwei

Bezirke zu einem vereinigt werden, eine Komplikation der Rechnung ist hiermit nicht verbunden (vergl. § 93). Sind beide Punkte, die mit einander verbunden werden, Speisepunkte, so bildet die neue Leitung einen Bezirk für sich.

3. Die Verlegung einer neuen Ausgleichleitung. Aendert sich die Belastung eines Netzes im Laufe der Zeit so, dass die Spannung an einem Speisepunkte sehr niedrig ist, während sie an benachbarten Speisepunkten normal oder höher als normal ist, so muss der Punkt mit einem oder einigen benachbarten Punkten durch neue Ausgleichleitungen verbunden werden. Die Berechnung dieser Leitungen erfolgt genau in der in § 105 und § 106 angegebenen Weise unter Benutzung der dort abgeleiteten Formeln (67) und (78). Die Grössen $\varepsilon'_{I\,II}$ und $\varepsilon'_{III\,II}$ stellen jetzt die mit Hilfe der Prüfdrähte thatsächlich beobachteten Spannungsunterschiede zwischen den Speisepunkten dar. Sollen zufällig vorrätige Kabel benutzt werden, so treten in den Gleichungen (67) und (78) die Grössen $\varepsilon_{I\,II}$ und $\varepsilon_{III\,II}$ als einzige Unbekannte auf. Sie können also berechnet werden und geben dann an, auf welchen Wert die Spannungsunterschiede durch Verwendung der vorhandenen Kabel herabgedrückt werden können.

VI. Erweiterung des Verteilungsgebietes.

126. Wir sind nunmehr in den Stand gesetzt, ein Leitungsnetz für ein vorliegendes Bedürfnis richtig zu berechnen. Es ist klar, dass ein Netz um so teurer wird, je grösser unter sonst gleichen Verhältnissen das Gebiet ist, auf das ein bestimmter Effekt verteilt werden soll, denn mit Vergrösserung des Verteilungsgebietes wächst sowohl die Länge der Speise- als auch der Verteilungsleitungen oder die Zahl der Speiseleitungen, und es muss daran liegen, die Kosten des Netzes dividiert durch den Gesamteffekt möglichst niedrig zu halten. Viele der vorangegangenen Rechnungen sind schon mit Rücksicht hierauf durchgeführt worden. Aber auch wenn man die Ergebnisse dieser Rechnungen bei der Berechnung des Netzes sorgfältig berücksichtigen würde, würde doch bald eine Grenze erreicht sein, über die hinaus das Verteilungsgebiet nicht mehr vergrössert werden kann, wenn nicht die hohen auf 1 Watt bezogenen Anlagekosten des Netzes eine Rentabilität der Gesamtanlage von vornherein unmöglich machen sollen. Diese Grenze liegt bei Gebieten von etwa 600 m Radius.

Es muss deshalb nach weiteren Mitteln gesucht werden, die die Kosten des Netzes bei gegebenen Verhältnissen verringern oder, was dasselbe ist, das Verteilungsgebiet zu erweitern gestatten. Hierzu bieten sich zwei Mittel.

Die Schaltung mit versetzten Speisepunkten (Gegenschaltung).

127. Wirkungsweise der Leitungen mit versetzten Speisepunkten. Wäre das in Fig. 99 skizzierte Leitungsnetz so gezeichnet, dass für die positiven und die negativen Leitungen jedesmal besondere Striche gezogen wären, so würde sofort eine Unzweckmässigkeit der Anlage in die Augen springen, die darin besteht, dass die Speisepunkte des positiven und die des negativen Netzes an homologen Punkten liegen. Denn auf diese Weise muss der Spannungsverlust, wie sich aus Betrachtung der Figuren 34 und 68 ergiebt, von den Speisepunkten aus in beiden Leitungen gleichmässig zunehmen, bis er da ein Maximum erreicht, wo er sowohl in der positiven als in der negativen Leitung seinen grössten Wert angenommen hat. Würde man statt dessen den Speisepunkt im negativen Netze mitten zwischen zwei Speisepunkte des positiven Netzes legen, so würde dadurch der maximale Spannungsverlust in den Verteilungsleitungen bedeutend verringert werden, oder es würde umgekehrt bei vorgeschriebenem Maximalverluste entweder der Querschnitt der Verteilungsleitungen kleiner oder bei demselben Querschnitte die Entfernung der Speisepunkte von einander grösser, die Zahl der Speiseleitungen also kleiner werden; die Kosten des Netzes werden somit verringert oder bei gleichen Kosten das Verteilungsgebiet erweitert. Ein genaueres Bild ergeben folgende Betrachtungen:

Erster Fall. Die Leitungen seien auf konstanten Querschnitt berechnet, die Stromentnahme sei auf die Leitung ihrer ganzen Länge nach gleichmässig verteilt. Die Kurve des Spannungsverlustes ist dann nach § 65 eine Parabel von der Gleichung

$$\varepsilon_+ = \frac{\Sigma_1}{Q}\, l \left(1 - \frac{l}{2\,\mathfrak{L}_m}\right) \varrho\,, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (107$$

vergl. Gleichung (29) Seite 97. Hierin stellt ε_+ den Spannungsverlust in der einen (positiven) Leitung dar, wenn die Entfernung der beiden Speisepunkte von einander $= 2\,\mathfrak{L}_m$ ist. Der maximale Verlust in dieser Leitung, für $l = \mathfrak{L}_m$ ist

$$\varepsilon_m = \frac{1}{2}\,\frac{\mathfrak{J}_1\,\mathfrak{L}_m}{Q}\,\varrho \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (108$$

Liegt der negative Speisepunkt dem positiven homolog, so ist der gesamte maximale Verlust

$$\varepsilon_{v\,h} = 2\,\varepsilon_m = \frac{\mathfrak{J}_1\,\mathfrak{L}_m}{Q}\,\varrho \;\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (109$$

Wendet man dagegen versetzte Speisepunkte in der in Fig. 102a gezeichneten Weise an, so verändert der maximale Spannungsverlust sowohl seinen Ort als seine Grösse. Es ist nämlich dann in jedem

Fig. 102 a.

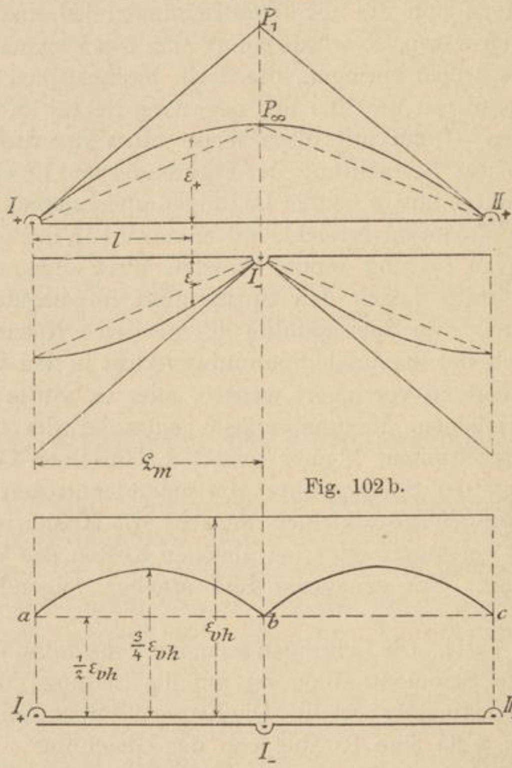


Fig. 102 b.

Punkte der Leitung zu dem aus Gleichung (107) folgenden Spannungsverluste der Spannungsverlust in der negativen Leitung hinzuzuaddieren, der den Wert

$$\varepsilon_- = \frac{\mathfrak{J}_1}{Q}\,(\mathfrak{L}_m - l)\left(1 - \frac{\mathfrak{L}_m - l}{2\,\mathfrak{L}_m}\right)\varrho \;\ldots\ldots\ldots \quad (110$$

besitzt. Der von I_+ aus gemessene Spannungsverlust wird also dargestellt durch die Gleichung

$$\varepsilon_g = \varepsilon_+ + \varepsilon_- = \frac{\mathfrak{J}_1}{Q}\left[\frac{1}{2}\,\mathfrak{L}_m + \frac{l}{\mathfrak{L}_m}(\mathfrak{L}_m - l)\right]\varrho \quad . . . (111$$

Auch diese Gleiche stellt wie die vorige eine Parabel dar, doch liegt jetzt der Scheitel mitten zwischen den beiden versetzten Speisepunkten. Der Scheitelpunkt ist gleichzeitig der Punkt des Maximums, das also für $l = \frac{\mathfrak{L}_m}{2}$ eintritt (vergl. Fig. 102 b) und den Wert

$$\varepsilon_{vg} = \frac{3}{4}\,\frac{\mathfrak{J}_1 \mathfrak{L}}{Q}\,\varrho$$

hat. Es ist also

$$\varepsilon_{vg} = \frac{3}{4}\,\varepsilon_{vh} \quad . . . . (112$$

Das heisst: Die Entfernung der Speisepunkte von einander darf bei Anwendung der Gegenschaltung im Verhältnis 4 : 3 vergrössert werden, wenn der maximale Spannungsverlust derselbe wie bei der Schaltung mit homologen Speisepunkten sein soll.

Zweiter Fall. Es werden gleiche Ströme in gleichen Abständen abgezweigt. Der Querschnitt der ganzen Leitung ist konstant.

Wie sich hier die Verhältnisse gestalten, ist nach einem Blick auf Fig. 51 leicht einzusehen. Nimmt man an, dass die dort dargestellten Kurven nur für die eine, die positive Leitung gelten sollen, und denkt sich nun in den verschiedenen Fällen, für $m = 1$, $= 2$ u. s. f., jedesmal eine genau gleiche Kurve addiert, so erhält man den wahren Spannungsverlust, und das thatsächliche Maximum ist offenbar immer

$$\varepsilon_{vh} = 2\,\varepsilon_m$$

wenn unter ε_m die grössten in Fig. 51 erreichten Verluste verstanden werden. Denkt man sich die Figur aber für die Schaltung mit versetzten Speisepunkten gezeichnet, so erhält man Fig. 102 a; in dieser stellen die Parabel $I_+\,P_\infty\,II_+$ und die gebrochene Linie $I_+\,P_1\,II_+$ die Grenzlinien dar, zwischen denen alle anderen Kurven liegen müssen, wenn man m von 1 bis ∞ variiert.

Um die Spannungsverluste bei Gegenschaltung und bei homologer Schaltung mit einander vergleichen zu können, ist es besser die gleichen maximalen Spannungsverluste anzunehmen, es gelten dann die Parabel und die punktierte Kurve. Aus Fig. 102 b erkennt man, dass der Spannungsverlust für den Fall, dass die Stromentnahme von den Speisepunkten I_+ II_+ u. s. f. und von der Mitte zwischen denselben stattfindet, an allen Punkten gleich ε_m ist; es gelten dann in beiden Figuren die punktierten Geraden, und es ist

$$\varepsilon_{vg} = \frac{1}{2}\,\varepsilon_{vh} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (113$$

Die Speisepunkte dürfen im günstigsten Falle also doppelt so weit von einander entfernt sein, wenn sie gegeneinander versetzt werden. Für den Fall, dass die Zahl der Abzweigstellen grösser wird, bleibt der Spannungsverlust an den positiven und negativen Speisepunkten immer derselbe — die Punkte a, b und c verändern ihren Ort nicht —, dagegen streben alle anderen Punkte von den punktierten Geraden weg zur Parabel.

Die Betrachtung soll uns gleichzeitig lehren, dass für den Fall des gleichen Querschnittes der Spannungsverlust, also auch die Nutzspannung ausschliesslich nur dann auf der ganzen Leitungslänge gleich sein kann, wenn nur von den (versetzten) Speisepunkten und keinem dazwischen liegenden Punkte Strom abgenommen wird.

Hiermit ist eine Anschauung widerlegt, die eine Zeit lang eine gewisse Rolle gespielt hat. In den ersten Jahren der praktischen Elektrotechnik glaubte man einen viel grösseren Wert auf die örtliche als auf die zeitliche Gleichmässigkeit im Leuchten der Glühlampen legen zu müssen, und das Bestreben, alle Lampen mit derselben Spannung brennen zu lassen, führte zu der in Fig. 103 gezeichneten Schaltung, die für einen offenen Leitungsstrang das bedeutet, was die Gegenschaltung der Speisepunkte in Netzen ist. Dass diese Schaltung bei Anwendung gleichen Querschnittes nicht, wie man geglaubt hat, gleiche Nutzspannungen erreichen lässt, ist durch die angestellten Betrachtungen erwiesen.

Fig. 103.

Dritter Fall. Die Gegenschaltung würde in zu günstigem Lichte erscheinen, wenn man nicht den Fall betrachtete, dass in einem Netze mit homologen Speisepunkten nur diese Punkte belastet sind. Die Verteilungsleitungen haben dann nur den Zweck als Ausgleichleitungen zu wirken, und der thatsächliche Spannungsverlust für die Abzweigströme ist $\varepsilon_{vh} = 0$. Versetzt man dagegen jetzt die Speisepunkte des einen Netzes, so treten in diesem Spannungsverluste auf und die Leitungen müssen auch mit Rücksicht hierauf dimensioniert werden.

Vierter Fall. Die Stromentnahme sei zunächst wie im ersten Falle völlig gleichmässig verteilt, die Leitung sei aber auf konstante Stromdichte berechnet. Der Querschnitt ändert sich also mit dem Strome nach dem Gesetze

$$\frac{i}{q} = j,$$

worin j eine Konstante ist. Der Spannungsverlust, der durch die Beziehung

$$\varepsilon = \varrho \int_0^l \frac{i}{q}\, dl$$

ausgedrückt ist, ist somit stets proportional der Länge, nämlich

$$\varepsilon = j \cdot l\, \varrho$$

Es ist hierbei gleichgültig, ob die Belastung gleichmässig verteilt ist oder nicht; die in jedem einzelnen Leitungsstück vorhandene Proportionalität zwischen Spannungsverlust und Länge setzt sich eben über die Abzweigpunkte hinaus fort (vergl. S. 88), und die Kurven des Spannungsverlustes sind gerade Linien, wenn die Längen als Abscissen aufgetragen werden. Es folgt hieraus ohne Weiteres, dass

$$\varepsilon_{vh} = 2\varepsilon_m,$$

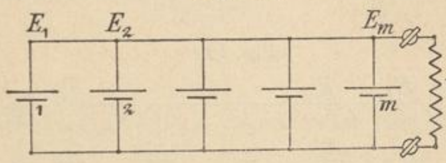
dass dagegen

$$\varepsilon_{vg} = \varepsilon_m = \frac{1}{2}\varepsilon_{vh}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (114$$

und ausserdem, dass die Nutzspannungen bei Gegenschaltung an allen Punkten der Leitung gleich gross sind.

128. Gegenschaltung bei Akkumulatorenbatterien. Der Umstand, dass im vierten Falle des vorigen Paragraphen Gleichheit der Spannungen an allen Punkten nicht nur für den theoretischen Fall gleichmässiger Belastung, sondern unter allen Umständen eintritt, gestattet direkt eine praktische Verwertung. In Leitungsnetzen selbst spielt, wie schon früher erwähnt, die örtliche Gleichmässigkeit der Nutzspannungen keine grosse Rolle, wohl aber lässt sich das Ergebnis der obigen Rechnung bei der Aufstellung von Akkumulatorenbatterien mit parallel geschalteten Zellen, wie sie in Laboratorien und auch in elektrochemischen Anlagen zeitweise vorkommt, nützlich verwenden.

Fig. 104.



Für die Lebensdauer von Akkumulatorenbatterien ist es von Bedeutung, dass die einzelnen Zellen stets gleichmässig, d. h. alle mit gleicher Stromstärke entladen und geladen werden. Schaltet man nun die Batterie in der in Fig. 104 gezeichneten Weise, so kann die Entladung unmöglich völlig gleichmässig sein, denn die ersten Zellen sind durch einen grösseren Widerstand geschlossen als die letzten, die dem Widerstande W nahe sind. Eine deutlichere Erklärung liefert folgende Ueberlegung: Alle Zellen haben dieselbe $EMK\ E$ und denselben inneren Widerstand W_A, der Strom, der die einzelnen Zellen durchfliesst, lässt sich ausdrücken als

$$J_1 = \frac{E - E_1}{W_A}, \quad J_2 = \frac{E - E_2}{W_A} \text{ u. s. f.}, \ldots\ldots \quad (115$$

wenn unter E_1, E_2 u. s. f. die Klemmenspannungen der einzelnen Zellen verstanden werden.

Zwischen den Anschlusspunkten zweier benachbarten Zellen, z. B. der ersten und zweiten, muss nun bei Anwendung der gewöhnlichen Schaltung notwendigerweise eine Spannungsdifferenz bestehen der Art, dass

$$\epsilon_1 = E_1 - E_2$$
$$\epsilon_2 = E_2 - E_3$$

u. s. f. einen positiven Wert haben, denn es fliesst Strom von der ersten in der Richtung zur zweiten Zelle. Es muss also sein

$$E_1 > E_2 > E_3 \cdot\cdot\cdot\cdot > E_m,$$

woraus in Verbindung mit Gleichung (115) folgt, dass

$$J_1 < J_2 < J_3 \cdot\cdot\cdot\cdot < J_m. \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (116$$

Soll umgekehrt die Entladung für alle Zellen dieselbe, also

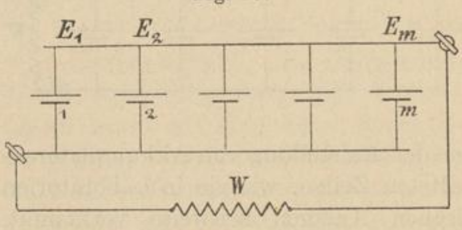
$$J_1 = J_2 = \cdot\cdot\cdot\cdot = J_m$$

sein, so muss sein

$$E_1 = E_2 \cdot\cdot\cdot\cdot = E_m.$$

Das ist aber nur dann der Fall, wenn die Gegenschaltung dem vierten der behandelten Fälle entsprechend gewählt wird, was in Fig. 105 gezeichnet ist. Die Leitungen zwischen den einzelnen Zellen müssen also von den gegeneinander versetzten Hauptklemmen aus proportional der Stromstärke, und da diese der Zellenzahl proportional ist, proportional der Zahl der Zellen abnehmen.

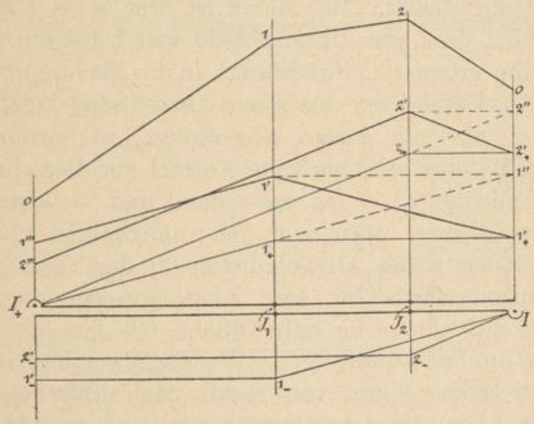
Fig. 105



Der Beweis für die Richtigkeit dieser Behauptung deckt sich mit der Betrachtung des vierten Falles, denn es ist ganz gleichgültig, ob an Stelle der dortigen positiven Stromentnahmen jetzt negative, also Stromzuführungen, gesetzt werden und umgekehrt.

129. Die Berechnung der Leitungen mit versetzten Speisepunkten. Für die Berechnung der Leitungen in der neuen Anordnung genügen die alten Regeln nicht mehr, die richtigen kann man aber aus den vorigen Paragraphen ableiten. Man muss jetzt jede Leitung, die positive und die negative, für sich behandeln, und denke sich nun die Leitungen jedesmal an den Stellen aufgeschnitten, denen ein Speisepunkt gegenüber liegt. Will man dann auf konstante Stromdichte berechnen, so darf man schon für die Berechnung der positiven Leitung den ganzen zulässigen Spannungsverlust annehmen und auch die negative hiernach berechnen, denn dieser Wert wird, wie aus § 127 hervorgeht, an keinem Punkte der beiden kombinierten Leitungen überschritten werden. Vorausgesetzt ist hierbei natürlich, dass am Schnittpunkte der Leitung thatsächlich noch Strom, wenn auch ein sehr geringer, abgenommen wird, und dass nicht etwa, wenn diese Abzweigung fehlt, der zu-

Fig. 106.



lässige Spannungsverlust schon früher, an dem letzten Abzweigpunkte, erreicht wird.

Schwieriger gestaltet sich die Berechnung auf konstanten Querschnitt, die in der Praxis fast allein in Betracht kommt. Die Schwierigkeit liegt darin, dass man den Ort des maximalen Spannungsverlustes nicht, wie es bisher immer bei offenen oder durch Aufschneiden geöffneten Leitungen der Fall war, vor der Rechnung kennt. Zur näheren Erläuterung der Verhältnisse diene Folgendes:

Von dem Leitungsstrang, bei dem Gegenschaltung angewendet werden soll, mögen zunächst nur zwei Ströme J_1 und J_2 abgezweigt sein, vergl. Fig. 106; die positive und negative Leitung sollen denselben konstanten Querschnitt haben. Der Spannungsverlust für den Abzweigstrom J_1 allein auf der positiven Leitung wird dann dargestellt durch die Kurve $I_+ 1_+ 1'_+$. In der negativen Leitung kommt hierzu der Spannungsverlust, der durch die Gerade $I_- 1_-$ dargestellt ist; diese Gerade ist aber gegen die Leitungslinie unter demselben Winkel geneigt wie die Gerade $I_+ 1_+$, denn die die beiden Leitungen durchfliessenden Ströme sind dieselben und die Neigung der Geraden ist $= \operatorname{arctg} \mathfrak{J}_1$. Addiert man nun die Spannungsverluste der negativen zu denen der positiven Leitung, so erkennt man, dass der im Punkte 1′ erreichte Spannungsverlust (ε_1), unter dem der Strom J_1 abfliessen würde, wenn er allein eingeschaltet wäre, gerade so gross ist, als wenn J_1 am Ende der positiven Leitung abgezweigt wäre; es ist also

$$(\varepsilon_1) = J_1 \frac{\mathfrak{L}_{m+1}}{Q} \varrho \,, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (117$$

worin $\mathfrak{L}_{m+1}$ die einfache Entfernung zwischen den beiden versetzten Speisepunkten bedeutet. Der Index ist hier $m + 1$ genannt, um hervorzuheben, dass zum Unterschiede von früherem jetzt im allgemeinen eine grössere Leitungslänge in die Rechnung einzuführen ist als sie der Entfernung der $m$ten Abzweigung entspricht.

Ist also nur ein Strom abgezweigt, so gewinnt man in Gleichung (117) eine sehr einfache Formel zur Berechnung, denn in diesem Falle ist $(\varepsilon_1) = \varepsilon_m$ zu setzen und Q kann berechnet werden. Sucht man aber nach dem maximalen Spannungsverluste bei beliebig vielen Abzweigungen (in der Figur ist die Kurve des Spannungsverlustes für zwei Abzweigungen konstruiert), so kommt man auf eine sehr unhandliche Gleichung. Nennt man nämlich den am Speisepunkte I_+ etwa abgezweigten Strom J_o und zählt in den Indices dann von rechts nach links weiter bis zur Abzweigung J_m an einer bestimmten Stelle oder bis J_{m+1} an dem Speisepunkte $I\_$, so ergiebt die Rechnung, die hier nicht durchgeführt werden soll, als Ausdruck für den Spannungsverlust ε_ν, unter dem der Strom J_ν abfliesst, die Gleichung

$$\varepsilon_\nu = \left\{ \mathfrak{L}_{m+1} \sum_o^m {}^k J_k + \mathfrak{L}_\nu \left(\sum_\nu^{m+1} {}^k J_k - \sum_o^\nu {}^k J_k \right) + \sum_o^{\nu-1} {}^k J_k \mathfrak{L}_k - \sum_{\nu+1}^m J_k \mathfrak{L}_k \right\} \frac{\varrho}{Q} \quad \cdots \quad (118$$

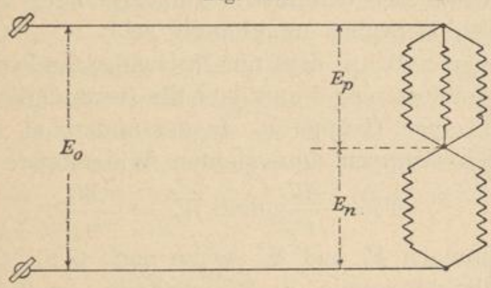
Mit Hilfe dieser Formel würde man den Ort des maximalen Spannungsverlustes ermitteln können, indem man die Verluste für verschiedene ν berechnet und mit einander vergleicht.

Ein solches Verfahren würde aber in den meisten Fällen viel zu umständlich sein und kann um so weniger empfohlen werden, als die praktischen Verhältnisse ein Aufscheiden der Leitungen in der vorausgesetzten Weise i. A. nicht gestatten. Es bleibt unter diesen Umständen nichts weiter übrig, als Proberechnungen in folgender Weise anzustellen: Man bestimmt die Stromverteilung unter Annahme eines konstanten Querschnittes oder bekannter Querschnittsverhältnisse in den positiven und negativen Leitungen für sich zwischen je zwei Speisepunkten. Als Punkte des maximalen Spannungsverlustes können im allgemeinen nur wenige Punkte in Frage kommen, unter denen durch Proberechnungen zu entscheiden ist. Danach können die Querschnitte, die im positiven und negativen Netze verschieden sein können, bestimmt werden.

Die Mehrleitersysteme.

130. Die Entstehung der Mehrleitersysteme. Die Formel (25) auf Seite 67, nach der die Länge einer Leitung bei gleichem Effekt, gleichem Querschnitt und gleichem prozentualen Spannungsverlust mit dem Quadrate der Nutzspannung oder Betriebsspannung zu-

Fig. 107.

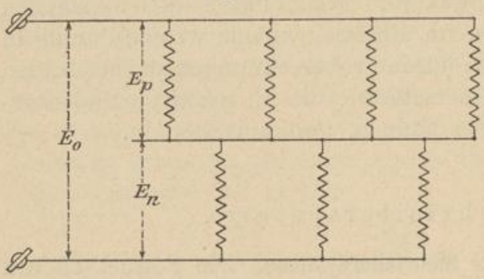


nehmen darf, hatte uns veranlasst, die Spannung so hoch zu wählen als es aus anderen Rücksichten noch zulässig war. Die Grenze war — vergl. § 42 — gezogen durch die Fabrikation der Glühlampen und durch die Spannung an den Klemmen der Bogenlampen. Es frägt sich, ob nicht selbst bei Berücksichtigung der hierdurch gestellten Bedingungen die Betriebsspannung noch weiter erhöht werden kann. Ein Mittel hierzu bietet die gemischte Schaltung der Nutzwiderstände, bei der Gruppen parallel geschalteter Stromempfänger hintereinander geschaltet sind, wie es in Fig. 107 für einfache Effektübertragung und in Fig. 108 für räumliche Effektverteilung abgebildet ist. Die mittlere Leitung in Fig. 108 soll Zwischenleitung, Mittelleitung oder Nullleitung genannt werden; die beiden anderen

Leitungen heissen im Gegensatze hierzu Aussenleitungen. Die Indices p, n und z sollen an die Worte positiv, negativ und zwischen erinnern.

Die Betriebsspannung würde durch diese Schaltungen auf das Doppelte, oder bei n hintereinandergeschalteten Gruppen auf das $n$fache erhöht werden können. Bestimmt man aber nach dem im § 34 angegebenen Verfahren die Verteilung der Spannung und zwar unter der praktisch notwendigen Annahme, dass die Zahl der in den einzelnen Gruppen parallel geschalteten Nutzwiderstände beliebig sich ändern darf, so wird man sofort einsehen, dass diese Schaltungen eine praktische Verwendung nicht gestatten, denn es ist die notwendige Bedingung nicht im Entferntesten erfüllt, dass das Funktionieren der einzelnen Stromempfänger von der angeschlossenen Zahl derselben unabhängig sei.

Fig. 108.



Nimmt man z. B. an, dass nur Nutzwiderstände von gleichem Werte W angeschlossen sind und dass die (veränderliche) Zahl derselben in der einen Gruppe m_p, in der andern m_n sei, so haben die den beiden Gruppen äquivalenten Widerstände die Beträge

$$W_p = \frac{W}{m_p} \text{ und } W_n = \frac{W}{m_n} \quad \ldots\ldots\ldots (119$$

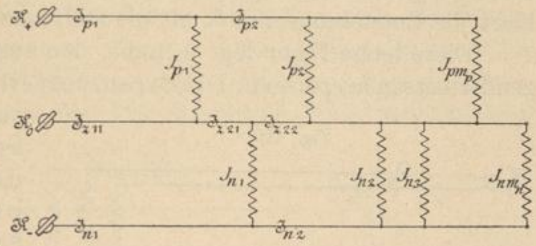
und die Spannungen E_p und E_n stehen nach § 21, Gleichung (3), im gleichen Verhältnis wie die Widerstände, an deren Klemmen sie gemessen sind; es ist also

$$E_p : E_n = m_n : m_p. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (120$$

Für Glühlampenbeleuchtung war eine Spannungsänderung von 2% für zulässig erachtet worden; sollten demnach die skizzierten Anlagen für Glühlampen tauglich sein, so müsste die Bedingung erfüllt sein, dass sich auch m_p und m_n um nicht mehr als 2% von einander unterscheiden können; dass diese Bedingung aber immer erfüllt sei, kann praktisch nicht gefordert werden.

Teilt man aber die Betriebsspannung E_o in so viel gleiche Teile als Gruppen von Nutzwiderständen gebildet sind und zieht von den Teilpunkten zu den Verbindungspunkten der Gruppen oder zu den Zwischenleitungen besondere Leitungen, so ist hierdurch die Möglichkeit gegeben, die Nutzspannungen innerhalb der durch die Bedingung vollkommener Elastizität gezogenen Grenzen zu halten. Durch dieses Verfahren ändert sich Fig. 108 in Fig. 109. Diese Figur stellt das sogenannte *Dreileitersystem* dar. Teilt man die Betriebsspannung in vier Teile, so erhält man das *Fünfleitersystem*. Es liegt theoretisch kein Bedenken vor, die Zahl der Teile beliebig zu vergrössern, doch nur die beiden genannten Systeme sind praktisch ausgeführt worden. Die Zwischenleitungen im Fünfleitersystem sind als positive und negative Zwischenleitung und Nullleitung zu unterscheiden.

Fig. 109.



131. Die Stromverteilung im Dreileitersystem. Die Stromverteilung in den Aussenleitungen ist genau dieselbe, als ob jeder Leitung für sich eine gleiche Rückleitung gegenüberstünde; es gelten die in § 52 aufgestellten Ausdrücke des Satzes von der Superposition der Ströme. Dieser Satz giebt aber auch Aufschluss über die Stromverteilung in der Mittelleitung, denn es ist seine allgemeine Gültigkeit sowohl für positive als negative Abzweigungen, also Stromzu- und -abführungen in allgemeinster Form bewiesen (vergl. § 90). Als Stromzuführungen treten im vorliegenden Falle alle Ströme der p-Hälfte auf; diese sind also negativ einzuführen, und es ergiebt sich — siehe Fig. 109 —:

$$\mathfrak{J}_{z11} = \sum_{1}^{m_n}{}^{\mu} J_{n\mu} - \sum_{1}^{m_p}{}^{\mu} J_{p\mu} \quad \text{u. s. f.} \;.\;.\;.\;.\;.\; (121$$

Diese Summen bedeuten aber für sich die Leitungsströme in den ersten Stücken der Aussenleitungen, es ist also

$$\mathfrak{J}_{z11} = \mathfrak{J}_{n1} - \mathfrak{J}_{p1} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (122$$

In gleicher Weise ergiebt sich

$$\mathfrak{J}_{z21} = \mathfrak{J}_{n1} - \mathfrak{J}_{p2}$$

u. s. f. für jedes beliebige Leitungsstück. Hierdurch ist bewiesen, *dass die Zwischenleitung die Differenz der Ströme in den Aussenleitungen zu führen hat.* Will man das Vorzeichen mit berücksichtigen und die Richtung von der Klemme fort als positiv bezeichnen, so lautet der Satz:

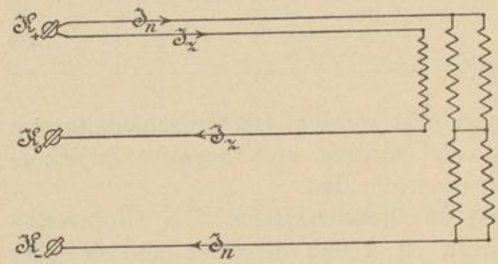
Der Strom in einem Stück der Zwischenleitung ist gleich dem negativen Werte der algebraischen

Summe der Ströme in den gegenüberstehenden Aussenleitungen.

Ein anschauliches Bild von der Wirkungsweise des Dreileitersystemes liefern die beiden Figuren 110 und 111. Die erste der beiden Figuren zeigt $\mathfrak{J}_p$ als aus $\mathfrak{J}_n + \mathfrak{J}_z$ entstanden, die zweite erklärt die Entstehung von $\mathfrak{J}_z$ als die Differenz $\mathfrak{J}_p - \mathfrak{J}_n$.

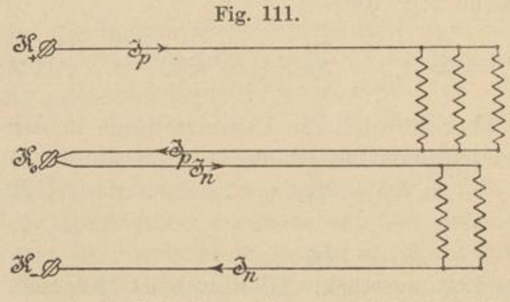
Diese letzte Figur legt es nahe, den ausgesprochenen Satz folgendermassen auszulegen: *Die Stromverteilung in der Mittelleitung eines Dreileitersystemes entsteht durch einfache Superposition aus den Strömen, die in einer besonderen Rückleitung der p-Hälfte und denen, die in einer besonderen Hinleitung der n-Hälfte fliessen würden.* Dasselbe Ergebnis erhält man, wenn man sich die Mittelleitung nicht räumlich geteilt, sondern zeitlich nach einander zuerst als Rückleitung für die p-Hälfte, danach als Hinleitung für die n-Hälfte benützt denkt, und die dann fliessenden Ströme algebraisch addiert, also superponiert.

Fig. 110.



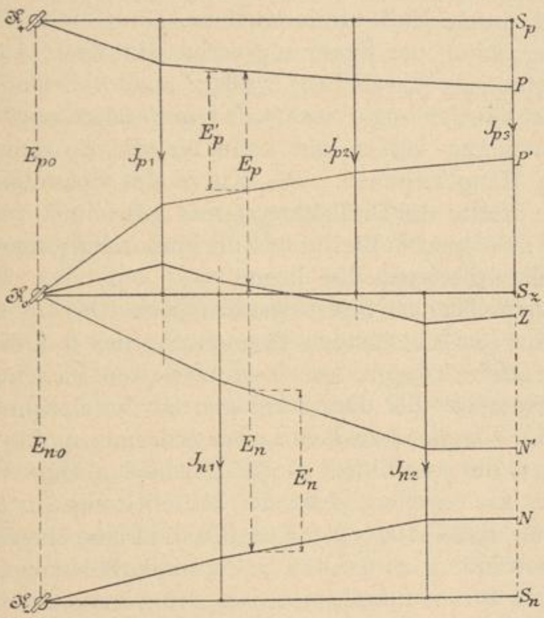
132. Die Spannungsverteilung im Dreileitersystem. Die Kurve der Spannungsverluste muss für jede der drei Leitungen besonders betrachtet werden. In den Aussenleitungen haben sich die Kurven gegenüber den Kurven eines einfachen Zweileitersystemes zweifellos gar nicht geändert, nur in der Mittelleitung liegen neue Verhältnisse vor, die die Spannungsverteilung beeinflussen. Wie sich diese Verhältnisse gestalten, lässt sich mit Hilfe des Satzes von der Superposition der Spannungsverluste sofort übersehen.

Fig. 111.



Aus diesem Satze, wie er in § 131 ausgesprochen ist, kann ohne weiteres gefolgert werden, dass sich die wahre Kurve des Spannungsverlustes in der Mittelleitung durch einfache Superposition aus den Kurven ergiebt, die man erhalten würde, wenn diese Leitung erst ausschliesslich für die eine, danach für die andere Hälfte des Dreileitersystemes benutzt würde. Die nähere Betrachtung soll auf die Voraussetzung beschränkt werden, dass die Aussenleitungen ihrer ganzen Länge nach und unter einander gleichen Querschnitt haben, und dass der Querschnitt der Mittelleitung ebenfalls konstant sei; dass er aber auch gleich dem der Aussenleitungen sei, wird nicht gefordert. Die Spannungsverteilung lässt sich dann in der in Fig. 112 skizzierten Form zur Anschau-

Fig. 112.



ung bringen; der Querschnitt der Mittelleitung ist hier gleich der Hälfte des Querschnittes der Aussenleitungen angenommen.

Wäre die negative Aussenleitung vollständig stromlos, die Mittelleitung also nur als Rückleitung für die positive Aussenleitung wirksam, so würden sich die Nutzspannungen wie in Fig. 112 als Ordinatenabschnitte zwischen den Kurven $K_+ P$ und $K_o P'$ darstellen; eine Spannung zwischen beliebigen Punkten der Leitungen ist in E'_p eingezeichnet. Diente dagegen die Mittelleitung ausschliesslich für die negative Hälfte des Systemes, so würden die Kurven $K_- N$ und $K_o N'$, und dementsprechend die Spannung E'_n gelten. Die wahre für die Mittelleitung gültige Kurve ergiebt sich nun durch algebraische Addition der Ordinatenabschnitte von $K_o\,P'$ und $K_o\,N'$, welche immer entgegengesetztes Vorzeichen haben. So entsteht die Kurve $K_o\,Z$, und an den vorhin ins Auge gefassten Punkten treten thatsächlich die Spannungen E_p und E_n auf; diese Spannungen sind demnach für beide Hälften grösser, der wahre Spannungsverlust also kleiner geworden als vorher.

In Fig. 112 sollen folgende Punkte besonders beachtet werden: 1. Der Spannungsverlust, unter dem die Nutzwiderstände funktionieren wird durch Anwendung einer Mittelleitung an Stelle der vorher gedachten einzelnen Leitungen (vergl. Fig. 111) wesentlich verringert. 2. Die Spannungskurve $K_o\,Z$ kann ein oder mehreremal durch Null hindurchgehen. 3. Durch Wirkung der Mittelleitung kann der Spannungsverlust in einer Aussenleitung nicht nur teilweise ausgeglichen, sondern auch vollständig kompensiert und schliesslich sogar mehr als kompensiert werden, so dass eine Nutzspannung höher sein kann als die Spannung E_{po} oder E_{no} an den Hauptklemmen. Die Kurve des Spannungsverlustes, die für jede Hälfte des Dreileitersystemes gezeichnet werden kann, würde also in diesem Falle durch Null hindurchgegangen sein und unterhalb der Abscissenachse liegen.

133. Der Einfluss von Belastungsänderungen. Das Dreileitersystem wird, wie aus der einleitenden Betrachtung des § 126 hervorgeht nur bei grossen Anlagen, wie Leitungsnetzen für Städtebeleuchtungen, verwendet. Bei diesen Anlagen ist der einzelne Nutzstrom sehr klein im Vergleich zu dem Leitungsstrome, und es ist deshalb nicht schwer, die Anschlüsse so auf die beiden Hälften des Dreileitersystems zu verteilen, dass die Mittelleitung im Falle der maximalen Belastung, d. h. der in die Pläne eingeschriebenen und der Berechnung zu Grunde zu legenden Belastung, nur einen sehr geringen Strom führt, und dass demgemäss der Spannungsverlust in jeder Hälfte nur oder fast nur durch den Verlust in der zugehörigen Aussenleitung gebildet wird.

Aendert sich aber die Belastung, so kann diese zwar so gleichmässig in beiden Hälften vor sich gehen, dass auch dann noch die Mittelleitung annähernd stromlos bleibt, sie kann aber auch so erfolgen, dass der Strom in dieser Leitung mehr und mehr zunimmt und schliesslich den überhaupt möglichen grössten Wert erreicht, nämlich dann, wenn die eine Hälfte voll, die andere gar nicht belastet ist. In diesem Grenzfalle addiert sich in der voll belasteten, z. B. der positiven Hälfte zu dem Spannungsverluste in der Aussenleitung ε_p der in der Mittelleitung auftretende Verlust ε_z, der bei gleichem Querschnitte denselben, bei halbem Querschnitte den doppelten Wert wie ε_p hat; vergl. Fig. 112, in der $P' S_z = 2 P S_p$, also $\varepsilon_z = 2 \varepsilon_p$ ist. In der negativen, unbelasteten oder ganz schwach belasteten, Hälfte wird gleichzeitig die Spannung um den Betrag ε_z erhöht. Wirft sich nun die ganze Belastung von der p-Hälfte auf die n-Hälfte, so tritt umgekehrt in der ersteren eine Spannungserhöhung, in der letzteren eine Spannungserniedrigung von derselben Grösse wie in dem vorigen Falle auf.

Die Grenzen des Spannungsverlustes, unter dem ein Stromempfänger funktionieren kann, sind also

für $Q_z = Q_p = Q_n$

$$\varepsilon_{max} = 2 \varepsilon_p ; \; \varepsilon_{min} = - \varepsilon_p ;$$

für $Q_z = {}^1/_2 \, Q_p = {}^1/_2 \, Q_n$

$$\varepsilon_{max} = 3 \varepsilon_p ; \; \varepsilon_{min} = - 2 \varepsilon_p .$$

Die Spannungsschwankungen erreichen demnach die Beträge

$$\Delta E = \varepsilon_{max} - \varepsilon_{min} = 3 \varepsilon_p \quad \text{(123}$$

für den ersten, oder

$$\Delta E = \varepsilon_{max} - \varepsilon_{min} = 5 \varepsilon_p \quad \text{(124}$$

für den zweiten Fall; sie sind also ihrem Betrag und ihrem Charakter nach wesentlich verschieden von den Schwankungen, die bei Belastungsänderungen im Zweileitersystem vorkommen können. Während bei diesem der Spannungsverlust ε_m, der der Berechnung zu Grunde gelegt war, niemals überschritten werden konnte, die Nutzspannungen also nur zwischen den Werten E_o und $E_o - \varepsilon_m$ schwanken konnten, sind beim Dreileitersystem Schwankungen in viel weiteren Grenzen denkbar, und die Nutzspannungen können sogar grösser werden als die Betriebsspannung.

134. Grundlagen für die Berechnung der Leitungen im Dreileitersystem. Die Grundlagen für die Berechnung müssen, wenn die Leitungen vollkommen elastisch sein sollen, offenbar die möglichen Spannungsschwankungen bilden.

Von den verschiedenen Berechnungsarten soll nur die praktisch allein wichtige auf konstanten Querschnitt genauer betrachtet werden. Es werde ferner angenommen, dass die Belastung so gleichmässig auf beide Hälften des Systems verteilt ist, dass bei der maximal möglichen Belastung die Mittelleitung vollständig stromlos sei, während die Belastungsschwankungen in den einzelnen Hälften vorläufig in den weitesten Grenzen zugelassen werden sollen. In dem Falle der maximalen Belastung kann das System als ein Zweileitersystem angesehen werden, bei dem die Nutzwiderstände in zwei Gruppen hintereinander geschaltet sind. Die kleinen Differenzströme zwischen je zwei Anschlusspunkten der Mittelleitung, die natürlich auftreten müssen, werden also vernachlässigt. Die beiden Aussenleitungen erhalten dann nach § 64 am besten denselben Querschnitt; der Querschnitt der Mittelleitung, über dessen Verhältnis zu dem der Aussenleitungen vorläufig noch völlig frei verfügt werden kann, soll ebenso gross oder halb so gross sein.

Könnte man den Spannungsverlust in der Mittelleitung ganz unberücksichtigt lassen, so würde die Rechnung genau der im Zweileitersystem entsprechen, und man hätte im Vergleich zu diesem erstens nur mit dem halben Strome, zweitens mit dem doppelten Spannungsverluste zu rechnen, hätte also den in § 46 behandelten Vorteil der Spannungsverdoppelung ganz erreicht; der dieser Berechnung zu Grunde zu legende Spannungsverlust heisse ε_m und werde, wo es nötig ist, als ε_{m3} von dem Verluste im Zweileitersystem, ε_{m2}, der gleichzeitig den Spannungsverlust für vollkommen elastische Leitungen bezeichnet, unterschieden. Zunächst ist festzustellen, dass

$$\varepsilon_{m3} = 2\,\varepsilon_{m2}$$

sein darf.

Legt man aber der unter Vernachlässigung der Mittelleitung auszuführenden Berechnung diesen Spannungsverlust zu Grunde, so dass in einer Aussenleitung der Verlust $^1/_2\,\varepsilon_{m3}$ $(= \varepsilon_p = \varepsilon_n)$ auftritt, so ist die Spannungsschwankung nach Gleichung (123)

$$\varDelta E = \frac{3}{2}\,\varepsilon_{m3} = 3\,\varepsilon_{m2}\,, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (125$$

also dreimal so gross, als sie für Glühlampen sein dürfte. Es folgt hieraus, dass der Berechnung an Stelle von ε_{m3} nur der dritte Teil dieses Verlustes

$$\frac{\varepsilon_{m3}}{3} = \frac{2}{3}\,\varepsilon_{m2}$$

zu Grunde gelegt werden darf. Verglichen mit dem Zweileitersystem werden die Aussenleitungen jetzt $^3/_4$ mal so stark, da der Spannungsverlust $^2/_3$, die Stromstärke die Hälfte beträgt. Die Mittelleitung hat denselben Querschnitt, die Summe der Querschnitte aller drei Leitungen hat also den relativen Wert

$$3\,Q_3 = \frac{9}{4} \quad \text{gegenüber} \quad 2\,Q_2 = 2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (126$$

bei dem Zweileitersystem. Der erhoffte Vorteil der Spannungserhöhung würde also hierbei in das Gegenteil umgeschlagen sein.

Noch ungünstiger liegen die Verhältnisse, wenn man die Mittelleitung halb so stark annimmt wie die Aussenleitungen. Es darf, unter der Voraussetzung vollkommener Elastizität, dann nur der Verlust $^1/_5\ \varepsilon_{m3}$ der Berechnung zu Grunde gelegt werden, und es ergiebt sich die Querschnittsumme zu

$$2\,Q_3 + \frac{Q_3}{2} = \frac{12{,}5}{4} \quad \text{gegen} \quad 2\,Q_2 = 2 \ldots\ldots (127$$

Das Eintreten der äussersten Grenzfälle der Belastung ist nun unter allen Umständen unwahrscheinlich, wenn nicht unmöglich, und die Strom- und Spannungsschwankungen werden um so weiter von diesen Grenzen entfernt bleiben, je sorgfältiger die Verteilung der Nutzwiderstände auf die beiden Hälften des Dreileitersystems vorgenommen ist. Die Betrachtungen lehren, dass das Dreileitersystem nur dann vorteilhaft ist, wenn die Belastung sorgfältig auf die beiden Hälften des Systemes verteilt ist, und dass diese Sorgfalt sich nicht nur auf eine gleichmässige Teilung der überhaupt angeschlossenen Stromempfänger erstrecken muss, sondern ganz besonders auch darauf, dass die Stromempfänger in den beiden Hälften gleichen Charakter haben, denn nur dann kann es erreicht werden, dass auch bei beliebiger, etwa halber Belastung die Mittelleitung annähernd stromlos ist. Es würde z. B. ganz verkehrt sein, eine Hausinstallation in der Weise an ein Dreileiternetz anzuschliessen, dass die Lampen in den Wohnräumen, Fluren u. dergl. an die eine, in den Festräumen an die andere Hälfte des Systemes gelegt würden, denn bei dem verschiedenen Charakter der Räume muss es wahrscheinlich sein, dass zu einer bestimmten Zeit die Stromentnahme in der einen Hälfte die in der anderen weit überwiegt, auch wenn bei dem grössten möglichen Stromverbrauch beide Seiten völlig gleich belastet wären.

Ist dies vermieden, so ist der Einfluss der Mittelleitung auf den Spannungsverlust, wie durch die Praxis bewiesen ist, sehr gering, und der mit der Spannungserhöhung angestrebte Vorteil wird, wenn auch infolge der Notwendigkeit einer Mittelleitung nicht im vollen Umfange, erreicht. Da aber diese Voraussetzung erfüllt sein muss, so können die Mehrleitersysteme nicht mehr als vollkommen elastisch angesehen werden, sondern verdienen nur den Namen bedingt elastischer Leitungen.

Da nun die Mittelleitung nur dann zur Wirkung kommt, wenn die Belastung in den beiden Hälften des Systemes ungleich ist, also unter Verhältnissen, über die — da die oben betrachteten Grenzfälle als ausgeschlossen anzusehen sind — bestimmte Aussagen gar nicht gemacht werden können, die vielmehr durch rein praktische Umstände bestimmt sind, so fehlt auch eine genaue Unterlage für die Berechnung der Mittelleitung, nämlich die Stromverteilung. Eine exakte Berechnung der Leitungen ist deshalb überhaupt nicht möglich, und es bleibt nur übrig, ein bestimmtes Verhältnis zwischen dem Querschnitt der Mittelleitung Q_z und dem der Aussenleitungen Q_p und Q_n anzunehmen.

135. Wahl des Verhältnisses der Querschnitte im Dreileitersystem. Die endgültige Beantwortung der Frage nach diesem Verhältnis muss also auf empirischem Wege aus der Praxis gefunden werden, da nur diese über die Grösse der Stromschwankungen Aufschluss geben kann. Eine theoretische Ueberlegung aber kann uns zu Hilfe kommen, die nämlich, die schon früher angedeutet wurde und jetzt in dem Satze präzisiert werden soll: Ist die Schalteinheit dieselbe und die Verteilung auf beide Hälften des Systemes gleich sorgfältig durchgeführt, so kann der Querschnitt der Mittelleitung im Vergleich zu dem der Aussenleitungen da dünner angenommen werden, wo die Stromstärke in den Aussenleitungen grösser ist. Die Richtigkeit dieses Satzes erhellt daraus, dass eine gleichmässige Belastungsschwankung in beiden Seiten des Systemes um so wahrscheinlicher ist, je grösser der Gesamtstrom im Vergleich zur Schalteinheit ist.

Die Praxis hat diesen Satz bestätigt, und sie berücksichtigt ihn dadurch, dass das Verhältnis $Q_z : Q_p$ in den Speiseleitungen eines Netzes kleiner genommen wird als in den Verteilungsleitungen; man setzt nämlich gewöhnlich

$$Q_z = \frac{1}{2} Q_p = \frac{1}{2} Q_n$$

für die Verteilungsleitungen, dagegen

$$Q_z = \frac{1}{2} Q_p, \frac{1}{3} Q_p \text{ bis } \frac{1}{4} Q_p$$

für die Speiseleitungen. In Netzen mit vielen Speisepunkten lässt man auch einige Speiseleitungen ganz ohne Mittelleitung, was aber nicht zu empfehlen ist. Zweckmässig würde es sein, auch in dem Verteilungsnetze einen Unterschied zwischen stark und schwach belasteten Leitungen zu machen und die Mittelleitung der letzteren relativ schwächer zu nehmen als die der ersteren, was neuerdings auch geschieht. Offenbar setzen aber, was nochmals betont werden soll, diese Querschnittsverhältnisse eine sehr sorgfältige Verteilung der Belastung auf beide Hälften des Systemes voraus, wenn man sich nicht mit einem sehr geringen Spannungsverluste in den Aussenleitungen begnügen soll.

136. Die Berechnung der Leitungen. Unter der Voraussetzung dieser genauen Verteilung wählt man den Spannungsverlust, der

der Berechnung zu Grunde gelegt wird, prozentual zur Nutzspannung fast so hoch wie im Zweileitersystem. Lässt man in diesem letzteren 2 % zu, so nimmt man für das Dreileitersystem gewöhnlich 1,5 % und nimmt an, dass durch diese Verminderung beide Systeme auf gleiche Elastizität gebracht wären. In den Speiseleitungen vermindert man den Verlust etwa von 10 % auf 7,5 %. Die Rechnung vollzieht sich im Uebrigen genau so wie beim Zweileitersystem, nämlich so, als ob die Mittelleitung nicht vorhanden und jede einzelne Belastung in zwei vollständig gleichen Gruppen hintereinander geschaltet wäre. Die Stromstärke ist dann auf die Hälfte gesunken, der Spannungsverlust im Verhältnis 3 : 2 gestiegen, der Querschnitt der Aussenleitungen ist demnach den dritten Teil so stark wie beim Zweileitersystem.

137. Die zulässige Belastung der Mittelleitung bei vollkommener Elastizität. Liegt eine nach dem Dreileitersystem ausgeführte Leitung vor, die nur am äussersten Ende belastet ist, so ist durch die Annahme von $\varepsilon_{m3} = 1{,}5\,\%$ gegenüber dem für vollkommen elastische Leitungen zulässigen $\varepsilon_{m2} = 2\,\%$ und durch Festsetzung der Querschnittsverhältnisse die Belastungsdifferenz in den beiden Hälften des Systemes, also die Belastung der Mittelleitung bestimmt, die eintreten darf, wenn die Spannungsschwankung den zulässigen Betrag nicht überschreiten soll.

Das Verhältnis der absoluten Beträge der beiden Spannungsverluste ist $\varepsilon_{m3} : \varepsilon_{m2} = 3 : 2$ oder unter Einführung des Verlustes $\varepsilon_{mp} = \varepsilon_{mn} = {}^1/_2\, \varepsilon_{m3}$ in einer Aussenleitung allein

$$\varepsilon_{m2} = \frac{4}{3}\, \varepsilon_{mp} = \varDelta E, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (128$$

womit die zulässige Spannungsschwankung ausgedrückt ist. Das Verhältnis der Querschnitte sei gegeben durch die Grösse k aus

$$Q_p = k \cdot Q_z$$

Im Falle der maximalen Belastung sei die Mittelleitung, wie früher, stromlos, also $J_{mp} = J_{mn}$. Die gesuchte Belastung der Mittelleitung J_z bei Belastungsschwankungen kann ausgedrückt werden als ein Bruchteil von J_{mp}, nämlich

$$J_z = \gamma J_{mp},$$

dann ist γ die gesuchte Grösse.

Die gesamte Spannungsschwankung setzt sich nun nach § 133 zusammen aus einer Spannungserniedrigung und einer Spannungserhöhung. Die erstere hat den Betrag

$$\frac{J_{mp}\,\mathfrak{L}}{Q_p}\,\varrho + \frac{\gamma J_{mp}\,\mathfrak{L}}{\frac{Q_p}{k}}\,\varrho,$$

wenn $\mathfrak{L}$ die einfache Länge der Leitung ist, und sie wird erreicht, wenn die p-Hälfte des Systemes voll mit J_{mp} belastet ist, während die Belastung der n-Hälfte um den Betrag γJ_{mp} abgenommen hat. Eine Spannungserhöhung tritt ein, wenn nur die n-Hälfte, und zwar mit dem Strome γJ_{mp} belastet ist; sie beträgt

$$\frac{\gamma J_{mp} \mathfrak{L}}{\frac{Q_p}{k}} \varrho;$$

also insgesamt ist

$$\varDelta E = (1 + 2 \gamma k) \frac{J_{mp} \mathfrak{L}}{Q_p} \varrho \quad \ldots\ldots\ldots (129$$

Hierin ist aber

$$\frac{J_{mp} \mathfrak{L}}{Q_p} \varrho = \varepsilon_{mp};$$

durch Verbindung von Gleichung (128) mit Gleichung (129) ergiebt sich also unter Benutzung der zuletzt genannten Beziehung

$$\gamma = \frac{1}{6k} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (130$$

Ist $Q_p = 2\, Q_z$, so ist $\gamma = {}^1/_{12}$, die Mittelleitung darf also dann bei beliebiger Belastung einer Aussenleitung mit 8,33 % des maximalen Aussenstromes belastet sein, ohne dass die zulässige Grenze der Elastizität überschritten würde.

Die Verteilung der Belastung auf die beiden Hälften des Systemes ist also so vorzunehmen, dass im Falle der maximalen Belastung die Belastungsdifferenz 8,33 % nicht überschreitet, wenn $Q_p = 2 Q_z$ ist. Ist bei der Verteilung mit der im § 134 geforderten Sorgfalt unter Berücksichtigung des Charakters der einzelnen Anschlussstellen verfahren, so ist die Wahrscheinlichkeit, dass J_z den angegebenen Wert von 8,33 % des maximalen Aussenstromes überschreitet, sehr gering, denn je kleiner der Strom in den Aussenleitungen wird, um so grösser wird der Wert von J_z relativ zu den Aussenströmen. Nimmt also die Gesamtbelastung ab, so darf die Differenz in der Belastung der beiden Hälften zunehmen. Nach Erfahrungen der Praxis kann man annehmen, dass das Dreileitersystem unter den angegebenen Verhältnissen im allgemeinen thatsächlich dieselbe Elastizität besitzt wie das Zweileitersystem.

138. Das Fünfleitersystem. Wie man sich das Dreileitersystem aus dem Zweileitersystem dadurch entstanden denken kann, dass man zwei von einander unabhängige Leitungsstränge des letzteren in der Weise mit einander verbindet, dass die positive Leitung des einen mit der negativen des andern vereinigt wird, so kann man von zwei nach dem Dreileitersystem ausgeführten Leitungssträngen die positive Aussenleitung des einen mit der negativen des anderen zusammenlegen und erhält dann das Fünfleitersystem.

Ueber die Stromverteilung und die Spannungsverteilung gelten genau dieselben Betrachtungen, wie sie in den vorigen Paragraphen für das Dreileitersystem angestellt wurden, doch bedürfen sie noch einer Erweiterung, da jetzt Nutzwiderstände vorkommen, die nur an Zwischenleitungen, nicht auch an eine Aussenleitung, angeschlossen sind, und an den Klemmen dieser Widerstände können die Spannungsschwankungen wesentlich höher werden als an den andern.

Die Verhältnisse lassen sich leicht erläutern, wenn man gleiche Querschnitte in allen fünf Leitungen und nur eine Stromentnahme

Fig. 113.

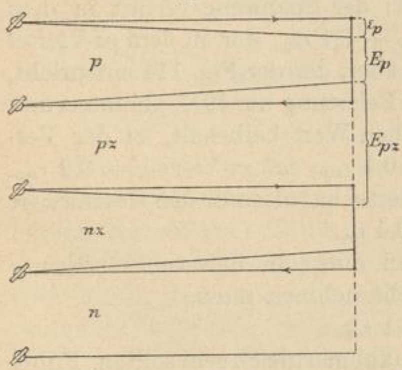
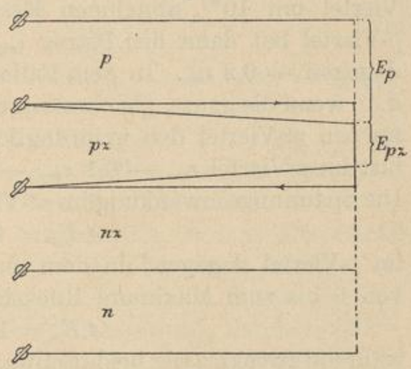


Fig. 114.



am Endpunkte der Leitung annimmt, die zunächst auf alle vier Viertel des Systemes gleichmässig verteilt ist. Lässt man die Belastung jetzt so schwanken, dass ein oder zwei oder drei bestimmte Viertel voll, die andern dagegen gar nicht belastet sind, und lässt man bei diesem Wechsel alle möglichen Kombinationen zu, so tritt der ungünstigste Fall dann ein, wenn einmal das p-Viertel und das nz-Viertel voll, das pz-Viertel dagegen gar nicht belastet ist (vergl. Fig. 113), und wenn das andere Mal das Umgekehrte der Fall ist (vergl. Fig. 114). Die beiden Figuren geben die Spannungsverteilung nach der in Fig. 112 angewendeten Darstellungsweise an und lassen erkennen, dass im Falle gleicher Querschnitte für alle Leitungen die Nutzspannung E_{pz} (und wegen der Symmetrie des Systemes auch E_{nz}) um $4\ \varepsilon_p$ schwanken kann, dass also

$$\varDelta E_{pz} = \varDelta E_{nz} = 4\ \varepsilon_p\ ,$$

während

$$\varDelta E_p = \varDelta E_n = 3\ \varepsilon_p$$

wie beim Dreileitersystem bleibt.

Da wir solche extremen Fälle einseitiger Belastung für praktisch ausgeschlossen halten müssen, so muss man die Betrachtung und die Figuren so umdeuten, dass unter den eingezeichneten Kurven nicht die Kurven des wahren, sondern eines Spannungsverlustes zu denken sind, der zu dem Verluste einer auf alle Viertel gleichmässig verteilten Belastung zu superponieren ist; der Spannungsverlust dieser gleichmässigen Belastung tritt also nur in den beiden Aussenleitungen auf.

Nimmt man an, dass die Verschiedenheit in der Belastung der einzelnen Viertel 10 % der maximalen betrage und dass der Verlust in den beiden Aussenleitungen bei völlig gleichmässiger, maximaler Belastung gleich $\varepsilon_{mp} = \varepsilon_{mn}$ sei, so erhält man den der Fig. 113 entsprechenden Fall, wenn man die Belastung in dem *pz*-Viertel um 10 % abnehmen lässt; der Spannungsverlust in dem *p*-Viertel hat dann den Betrag $\varepsilon_{mp} + 0{,}1\ \varepsilon_{mp}$, der in dem *pz*-Viertel dagegen $-\ 0{,}2\ \varepsilon_{mp}$. In dem Falle aber, der der Fig. 114 entspricht, d. h. wenn die ganze, gleichmässige Belastung um 10 % abnimmt und nur im *pz*-Viertel den ursprünglichen Wert beibehält, ist der Verlust im *p*-Viertel $\varepsilon_{mp} - 0{,}1\ \varepsilon_{mp} - 0{,}1\ \varepsilon_{mp}$, im *pz*-Viertel $+\ 0{,}2\ \varepsilon_{mp}$. Die Spannungschwankung im *pz*-Viertel hat also nur den Gesamtwert

$$\Delta E_{pz} = 0{,}4\ \varepsilon_{mp}$$

im *p*-Viertel dagegen, in dem man auf eine Belastungsänderung von 0 bis zum Maximum Rücksicht nehmen muss,

$$\Delta E_p = 1{,}1\ \varepsilon_{mp},$$

während zweckmässig beide Schwankungen gleich sein sollten. Führt man dieselbe Betrachtung für $Q_{pz} = Q_z = Q_{nz} = 0{,}5\ Q_p = 0{,}5\ Q_n$ durch, so erhält man

$$\Delta E_{pz} = 0{,}8\ \varepsilon_{mp}$$

und

$$\Delta E_p = 1{,}2\ \varepsilon_{mp}\,,$$

und schliesslich wird für $Q_{pz} = Q_{nz} = 0{,}5\ Q_p$ und $Q_z = 0{,}25\ Q_p$

$$\left.\begin{aligned}\Delta E_{pz} &= 1{,}2\ \varepsilon_{mp} \\ \text{und}\quad \Delta E_p &= 1{,}2\ \varepsilon_{mp}\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (131$$

Es geht hieraus hervor, dass unter der Annahme einer Belastungsverschiedenheit von 10 % unter sonst maximaler Belastung die Mittelleitung zweckmässig den vierten Teil, die anderen Zwischenleitungen zweckmässig die Hälfte des Querschnittes der Aussenleitungen erhalten.

Nimmt man dagegen, wie oben in § 136 an, dass der Spannungsverlust zu 1,5 % in den Verteilungs- und zu 7,5 % in den Speiseleitungen gesetzt wäre, sodass wiederum

$$\varepsilon_{m2} = \frac{4}{3}\,\varepsilon_{mp}\,,$$

und frägt nach der zulässigen Belastungsverschiedenheit, so bleibt diese für das p- und das n-Viertel offenbar dieselbe wie beim Dreileitersystem, nämlich

$$\gamma_1 = \frac{1}{6\,k_1}, \qquad \text{(132}$$

für die beiden andern Viertel aber ergiebt sich folgendes: Es ist

$$\varDelta E_{pz} = \varDelta E_{nz} = \frac{2\,\gamma_2\,J_{mp}\,\mathfrak{L}}{\frac{Q_p}{k_1}}\,\varrho + \frac{2\,\gamma_2\,J_{mp}\,\mathfrak{L}}{\frac{Q_p}{k_2}}\,\varrho\,,$$

wenn $Q_p = k_1\,Q_{pz}$ und $Q_p = k_2\,Q_z$ gesetzt ist. In ähnlicher Weise wie oben folgt hieraus

$$\gamma_2 = \frac{2}{3\,(k_1 + k_2)} \qquad \text{(133}$$

Hierin kann k_2 so gewählt werden, dass $\gamma_1 = \gamma_2$ ist; dann ist nämlich

$$k_2 = 3\,k_1. \qquad \text{(134}$$

Wenn also die Zwischenleitungen halb so stark gewählt sind wie die Aussenleitungen, so würde es zweckmässig sein, die Mittelleitung den sechsten Teil so stark anzunehmen, da dann alle Viertel gleiche Elastizität besitzen. Die Elastizität ist dann dieselbe wie beim Dreileitersystem, d. h. es können dieselben Belastungsdifferenzen im Vergleich zum maximalen Aussenstrome, nämlich 8,33 % auftreten. Hierbei ist aber zu berücksichtigen, dass der Strom in den Aussenleitungen beim Fünfleitersystem im allgemeinen kleiner sein wird, als beim Dreileitersystem, denn die gesamte Stromentnahme wird bei diesem Systeme nur halbiert, bei jenem aber gevierteilt. Infolgedessen sind nach dem in § 135 ausgesprochenen Satze im Fünfleitersysteme grössere Belastungsschwankungen, also auch Belastungsdifferenzen in den Vierteln zu erwarten als beim Dreileitersystem. Man pflegt deshalb das oben angegebene Verhältnis

$$(Q_p = Q_n) : (Q_{pz} = Q_{nz}) : Q_z = 4 : 2 : 1$$

beizubehalten. Bei stark belasteten Speiseleitungen kann, wie oben beim Dreileitersystem, das Verhältnis noch zu Ungunsten der Zwischen- und Mittelleitungen verändert werden.

Die Berechnung bleibt nach Festsetzung des Spannungsverlustes wieder prinzipiell dieselbe wie beim Zwei- und Dreileitersystem.

Die Vergleiche der drei Systeme mit einander, die in den obigen Betrachtungen angestellt wurden, bedürfen noch der Ergänzung. Das Drei- und das Fünfleitersystem waren eingeführt, damit das Verteilungsgebiet durch die hiermit verbundene Spannungserhöhung erweitert werden könne. Es sollen jetzt Vergleiche angestellt werden, aus denen hervorgeht, wie weit das angestrebte Ziel erreicht ist.

139. Vergleichung der Systeme in Bezug auf den Aufwand von Leitungsmetall. In § 46 ist in Formel (28 a) die Abhängigkeit der Leitungslänge von dem Kupferaufwand und der Spannung bei gleichem zu übertragendem Effekt und prozentual gleichem Spannungsverlust angegeben. Setzt man in dieser Formel statt der Leitungslänge die einfache Entfernung ein, die aber (was wohl zu beachten ist) mit demselben Buchstaben L oder l bezeichnet werden soll, so wird daraus für das Zweileitersystem

$$2\,l = \frac{1}{10}\sqrt{\frac{pM}{\mathfrak{E}\,\varrho}}\,.\,e\,,$$

wobei wieder die Grössen, die ausdrücklich als Veränderliche bezeichnet werden sollen, durch kleine Buchstaben kenntlich gemacht sind. Für konstante Länge und veränderliche Kupfermenge ist für das Zweileitersystem

$$m_2 = C \cdot \frac{L^2}{e^2}\,, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (135$$

worin

$$C = \frac{4 \cdot 100 \cdot \mathfrak{E}\,\varrho}{p}\,.$$

Diese Gleichung gilt also für den Fall, dass zwei Leitungen vorhanden sind. Für das Drei- oder das Fünfleitersystem drückt die Gleichung (135) nur den Kupferaufwand in den beiden Aussenleitungen aus; es kommen also noch Kupfermengen hinzu, deren Betrag von der Stärke der andern Leitungen abhängt. Die Rechnung soll durchgeführt werden erstens für den Fall, dass im Dreileiter- und im Fünfleitersystem alle drei oder alle fünf Leitungen untereinander gleich sind, und zweitens für den Fall ungleicher Querschnitte, das heisst, dass beim Dreileitersystem das Verhältnis

$$Q_z : (Q_p = Q_n) = 1 : 2$$

beim Fünfleitersystem das Verhältnis

$$Q_z : (Q_{pz} = Q_{nz}) : (Q_p = Q_n) = 1 : 2 : 4$$

bestehe. Es soll ferner die Berechnung auf prozentual gleichen Spannungsverlust und die Berechnung auf gleiche Elastizität unterschieden werden.

1. Vergleichung auf der Grundlage procentual gleichen Spannungsverlustes. Sind die Querschnitte gleich, so wird

$$m_3 = 1{,}5\;C\,\frac{L^2}{e^2} \quad \text{und} \quad m_5 = 2{,}5\;C\,\frac{L^2}{e^2}\,,$$

sind dagegen die Querschnitte in den oben angegebenen Verhältnissen ungleich, so erhöhen die Zwischenleitungen den Kupferaufwand weniger, nämlich nur auf die Beträge

$$m_3 = 1{,}25\, C \frac{L^2}{e^2} \quad \text{und} \quad m_5 = 1{,}625\, C \frac{L^2}{e^2};$$

alle Zahlen folgen unmittelbar aus den Verhältnissen der Querschnitte.

Jetzt soll die Spannung den Systemen entsprechend variiert, nämlich für das Dreileitersystem verdoppelt, für das Fünfleitersystem vervierfacht werden, dann ergiebt sich

$$\left.\begin{aligned} M_2 &= C \frac{L^2}{E_2^{\,2}} \\ \text{und}\qquad & \\ M_3 &= \frac{1{,}5}{4}\, C \frac{L^2}{E_2^{\,2}} \quad \text{oder} \quad \frac{1{,}25}{4}\, C \frac{L^2}{E_2^{\,2}} \\ \text{und}\qquad & \\ M_5 &= \frac{2{,}5}{16}\, C \frac{L^2}{E_2^{\,2}} \quad \text{oder} \quad \frac{1{,}625}{16}\, C \frac{L^2}{E_2^{\,2}}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (136$$

Hieraus folgen als die Verhältnisse μ der Kupfermengen zu einander

$$\left.\begin{aligned} \mu_{32} &= M_3 : M_2 = 3 : 8 \quad \text{oder} \quad = 5 : 16 \\ \text{und}\qquad & \\ \mu_{52} &= M_5 : M_2 = 5 : 32 \quad \text{oder} \quad = 13 : 128 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (137$$

2. Vergleichung auf der Grundlage gleicher Elastizität. Unter Gleichheit der Elastizität soll hier die bedingte Gleichheit verstanden werden, die (vergl. § 134) erreicht wird, wenn man für das Drei- und das Fünfleitersystem drei Viertel des für das Zweileitersystem zugelassenen procentualen Spannungsverlustes annimmt, und zwar soll, um die Rechnung nicht weiter zu komplizieren, derselbe Spannungsverlust sowohl bei gleichen als bei ungleichen Querschnitten angenommen werden, obwohl im ersteren Falle dieselbe Elastizität schon mit einem etwas höheren Spannungsverluste erreicht würde. Die Kupfermengen der beiden Mehrleitersysteme wachsen dann im Verhältnis 4 : 3, und man erhält

$$\left.\begin{aligned} \mu'_{32} &= 1 : 2 \quad \text{oder} \quad = 5 : 12 \\ \text{und}\qquad & \\ \mu'_{52} &= 5 : 24 \quad \text{oder} \quad = 13 : 96. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (138$$

Die hierdurch ermittelten Verhältnisse, welche den relativen Kupferaufwand der drei Systeme darstellen, sind übersichtlicher in der folgenden Tabelle gegenübergestellt, in der das Kupfergewicht für das Zweileitersystem gleich 1000 angenommen ist.

Vergleichung der drei Leitungssysteme mit Rücksicht auf den Aufwand von Leitungsmetall.

	procentual gleicher Spannungsverlust		gleiche Elastizität	
	gleiche Querschnitte	verschiedene Querschnitte	gleiche Querschnitte	verschiedene Querschnitte
Zweileiter	1000	1000	1000	1000
Dreileiter	375	312,5	500	417
Fünfleiter	156	101,5	208	135

140. Vergleichung der bei gleichem Kupferaufwande erreichten Entfernungen. Die Beziehungen zwischen Kupferaufwand und Entfernung sind in den Formeln (136) ausgedrückt. Setzt man in diesen alle M einander gleich, so kann das unter der Annahme gleicher Nutzspannung E_2 nur geschehen, wenn die Entferungen L sich ändern, nämlich in folgenden Verhältnissen stehen

$$\left.\begin{aligned} \lambda_{32} &= L_3 : L_2 = \sqrt{\frac{8}{3}} \quad \text{oder} \quad = \sqrt{\frac{16}{5}} \\ \text{und} \qquad & \\ \lambda_{52} &= L_5 : L_2 = \sqrt{\frac{32}{5}} \quad \text{oder} \quad = \sqrt{\frac{128}{13}}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots . (139$$

Sind aber die Leitungen auf (bedingt) gleiche Elastizität berechnet, so waren die Kupfermengen M für die beiden Mehrleitersysteme jedesmal im Verhältnis 3 : 2 grösser, und es ergeben sich dann die Beziehungen

$$\left.\begin{aligned} \lambda'_{32} &= \sqrt{\frac{2}{1}} \quad \text{oder} \quad = \sqrt{\frac{12}{5}} \\ \text{und} \qquad & \\ \lambda'_{52} &= \sqrt{\frac{24}{5}} \quad \text{oder} \quad = \sqrt{\frac{96}{13}}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots .. (140$$

Die Verhältnisse kommen in der Tabelle auf der folgenden Seite deutlicher zum Ausdruck.

Die hiermit ermittelten Verhältnisse sind durch die Kurven in Fig. 115 ausgedrückt, welche die Abhängigkeit des Kupferaufwandes von der Leitungslänge oder umgekehrt bei den verschiedenen Systemen und unter den verschiedenen Bedingungen angeben. Die Kurven sind berechnet für einen Effekt $\mathfrak{E} = 1000$ Watt und einen Spannungsverlust von 2% bei 110 Volt Nutzspannung. Die in der Figur angewendeten Zeichen bedeuten

II = Zweileitersystem, III = Dreileitersystem, V = Fünfleitersystem.
a = gleiche Elastizität, gleiche Querschnitte
b = „ „ ungleiche „
c = proc. gleicher Spannungsverlust, gleiche Querschnitte,
d = „ „ „ ungleiche „

Vergleichung der drei Leitungssysteme in Bezug auf die mit dem gleichen Kupferaufwande erreichten Entfernungen.

	procentual gleicher Spannungsverlust		gleiche Elastizität	
	gleiche Querschnitte	verschiedene Querschnitte	gleiche Querschnitte	verschiedene Querschnitte
Zweileiter	1000	1000	1000	1000
Dreileiter	1633	1790	1414	1549
Fünfleiter	2530	3137	2191	2718

141. Vergleichung mit Rücksicht auf die Kosten. Die Kupfermengen sind natürlich noch keineswegs massgebend für die Kosten der Leitungen bei Anwendung der verschiedenen Systeme, und die Frage nach diesen ist wichtiger als die Frage nach den Kupfermengen. Die Kosten einer Leitung lassen sich nach § 18 ausdrücken durch die Gleichung $k = (a + bq)\, l$ oder, wenn man das ganze Leitungssystem mit Hin- und Rückleitung und den etwaigen Zwischenleitungen ins Auge fasst, durch

$$k_n = (n\, a_n + n'\, b_n q)\, l, \quad \cdots\cdots\cdots \quad (141$$

worin l die einfache Entfernung, n die Zahl der Leitungen, also 2, 3 oder 5, ist, während n' das Verhältnis des Querschnitts der Zwischenleitungen zu dem der Aussenleitungen schon berücksichtigt, indem es die Grösse der Querschnittssumme aller nebeneinander liegenden Leitungen bedeutet, wenn der Querschnitt einer Aussenleitung gleich Eins gesetzt ist. Für gleiche Querschnitte ist also allemal $n' = n$, für ungleiche dagegen $n' = 2{,}5$ für das Dreileiter-, und $n' = 3{,}25$ für das Fünfleitersystem, wenn die Ungleichheit nach den in § 139 angegebenen Verhältnissen gewählt wird. Es ist dann immer

$$n'\, q\, l = m_n\,,$$

also gleich dem in dem besonderen Falle erforderlichen Kupferaufwande. Durch Einführung dieses Wertes kann man die oben abgeleiteten Ergebnisse benutzen und hierdurch die Rechnung verein-

Fig. 115. Kupfermenge der Leitungen in Abhängigkeit von der Entfernung.
𝔈 = 1000 Watt.

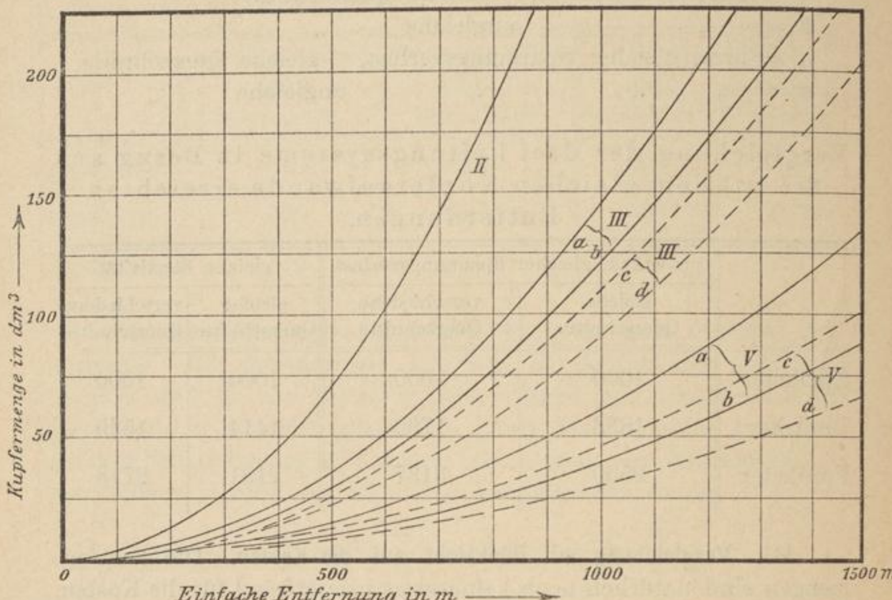


Fig. 116. Kosten der Leitungen in Abhängigkeit von der Entfernung bei oberirdischer Verlegung.
𝔈 = 1000 Watt.

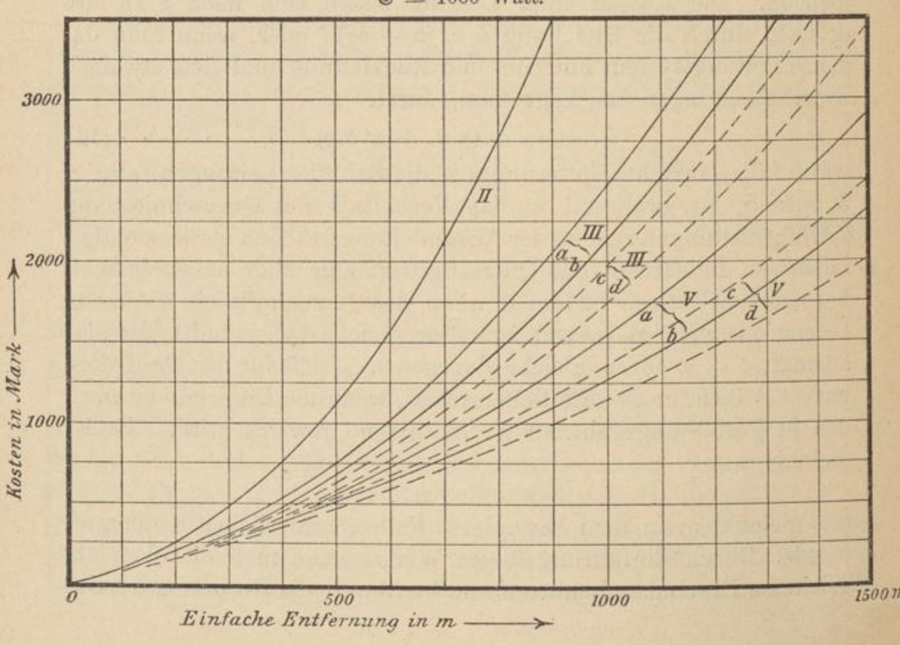


Fig. 117. Kosten der Leitungen in Abhängigkeit von der Entfernung bei unterirdischer Verlegung.
𝕰 = 1000 Watt.

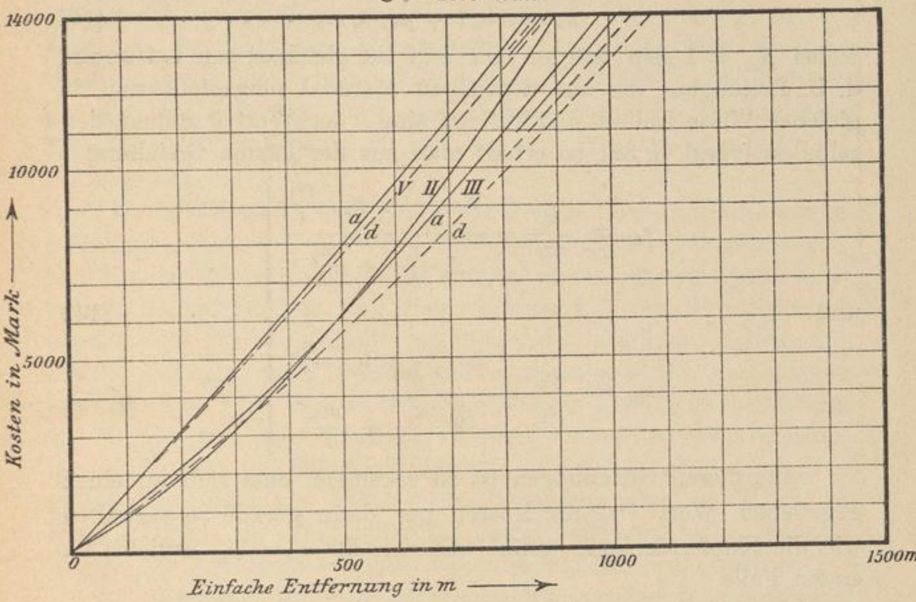
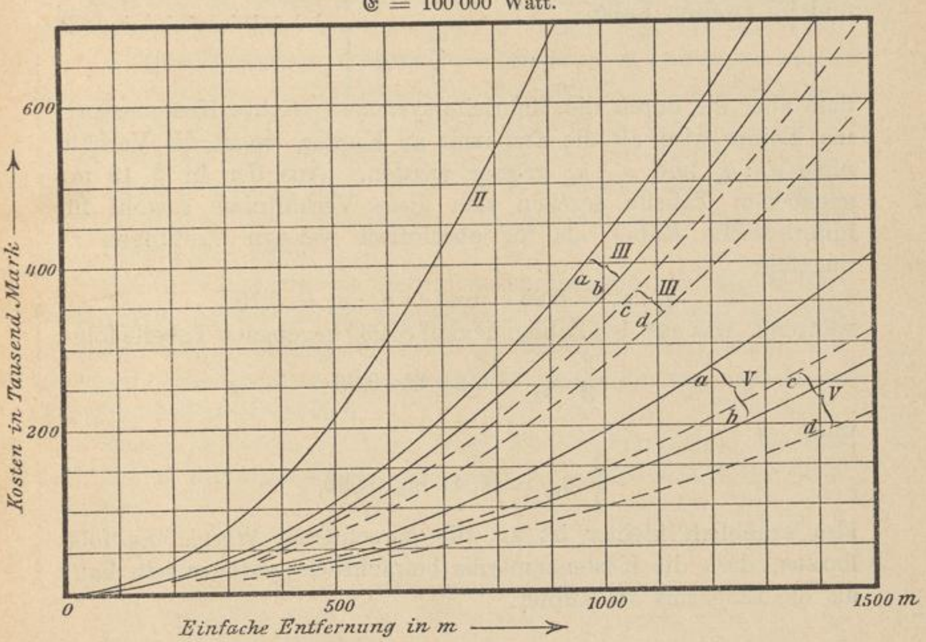


Fig. 118. Kosten der Leitungen in Abhängigkeit von der Entfernung bei unterirdischer Verlegung.
𝕰 = 100 000 Watt.



fachen; man erhält nämlich dann unter Berücksichtigung der in § 139 festgestellten Beziehung $M_n = \mu_{n2} M_2$ allgemein

$$k_n = n\,a_n\,l + \mu_{n2}\,b_n\,m_2 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (142$$

wobei $\mu_{22} = 1$ sein würde. Da nun bei gleichartigen Leitungen, d. h. Leitungen, die aus demselben Material hergestellt und in gleicher Weise isoliert und verlegt sind, der Wert b immer derselbe ist (vergl. S. 32), so erhält man aus der letzten Gleichung

$$\varkappa_{32} = \frac{k_3}{k_2} = \frac{3\,\frac{a_3}{b} + \mu_{32}\,\frac{m_2}{l}}{2\,\frac{a_2}{b} + \frac{m_2}{l}}$$

und

$$\varkappa_{52} = \frac{k_5}{k_2} = \frac{5\,\frac{a_5}{b} + \mu_{52}\,\frac{m_2}{l}}{2\,\frac{a_2}{b} + \frac{m_2}{l}} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (143$$

Aus diesen Gleichungen ist zu erkennen, dass sich für einen gegebenen Wert m_2/l die Kosten nur dann gerade so verhalten wie die Kupfermengen, wenn (was sich für $\varkappa_{32} = \mu_{32}$ ergiebt) im ersten Falle

$$a_3 : a_2 = \frac{2}{3}\,\mu_{32}$$

und im zweiten Falle

$$a_5 : a_2 = \frac{2}{5}\,\mu_{52} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (144$$

dass aber die durch die Mehrleitersysteme erreichte Kostenersparnis kleiner wird als die Ersparnis an Kupfer, wenn die Verhältnisse $a_3 : a_2$ und $a_5 : a_2$ grösser werden. Aus der in § 19 angegebenen Tabelle ergeben sich diese Verhältnisse sowohl für unterirdische Kabel als für oberirdisch verlegte Leitungen zu ungefähr

$$a_3 : a_2 = 0{,}85 \quad \text{und} \quad a_5 : a_2 = 0{,}75$$

während, was aus den Zahlen der auf S. 230 gegebenen Tabelle folgt,

$$\frac{2}{3}\,\mu_{32} = 0{,}21 \text{ bis } 0{,}33$$

und

$$\frac{2}{5}\,\mu_{52} = 0{,}041 \text{ bis } 0{,}083,$$

also erheblich kleiner ist als die berechneten Werte. Es folgt daraus, dass die Kostenersparnis beträchtlich geringer sein kann als die Ersparnis an Kupfer.

Das Verhältnis der Kosten wird aber, wie Gleichung (143) lehrt, ausserdem durch die Grösse $^{m_2}/_l$, also die beim Zweileitersystem auf 1 m Entfernung zu verwendende Kupfermenge, beeinflusst, die bei gegebener Leitungslänge proportional dem zu übertragenden Effekte ist (vergl. Gleichung (27) in § 46). Der Einfluss ist offenbar der, dass mit wachsendem $^{m_2}/_l$, also wachsendem Effekte, die Verhältnisse $\varkappa_{32}$ und $\varkappa_{52}$ sich den Verhältnissen μ_{32} und μ_{52} nähern.

Um alle diese Beziehungen ohne weitere Rechnung illustrieren zu können, sind die Kurven der drei Figuren 116 bis 118 gezeichnet. Der bei der Berechnung dieser Kurven angenommene Spannungsverlust ist, wie in Fig. 115, gleich $2\,^0/_0$ bei 110 Volt Nutzspannung gesetzt; die in der Tabelle auf Seite 32 fehlenden Zahlen für blanke Leitungen sind in der Rechnung zu $\alpha_3 = 0{,}19$ und $\alpha_5 = 0{,}154$ angenommen. Die Bezeichnung der Kurven ist in derselben Weise wie in Fig. 115 durchgeführt. In allen Figuren ist der Abscissenmassstab derselbe, während der Ordinatenmassstab jedesmal so gewählt ist, dass die für das Zweileitersystem gültige Kurve in allen Figuren ungefähr dieselbe Lage beibehält. Die Kurven bringen u. A. folgende Thatsachen anschaulich zum Ausdruck:

1. Während durch die Mehrleitersysteme eine Kupferersparnis unter allen Umständen erzielt wurde (vergl. Fig. 115), können die Kosten der Mehrleitersysteme bei geringeren Entfernungen grösser sein als beim Zweileitersystem (vergl. Fig. 116 und 117).

2. Eine Kostenersparnis ist bei oberirdischen Leitungen schon bei viel geringeren Entfernungen zu erreichen als bei unterirdischen (vergl. Fig. 116 mit Fig. 117. — Die Kurven in Fig. 116 konnten nicht zum Schnitt gebracht werden, weil die Zeichnung sonst zu undeutlich geworden wäre. Dass sie sich aber teilweise schneiden müssen, ist aus der Richtung zu erkennen, die sie in der Gegend des Nullpunktes haben).

3) Die Verhältnisse ändern sich zu Gunsten der Mehrleitersysteme, je grösser der zu übertragende Effekt ist (vergl. Fig. 118 mit Fig. 117). In Fig. 118 hat die Kostenersparnis schon annähernd ihren grössten Wert erreicht, denn die Kurven sind denen der Fig. 115 sehr ähnlich.

Die praktischen Schlüsse über die Anwendbarkeit der verschiedenen Systeme ergeben sich aus diesen Feststellungen von selbst.

VII. Gegenschaltung und Mehrleitersysteme in der Praxis.

142. Wahl des Systemes. Die Betrachtungen der letzten Paragraphen mussten auf praktische Verhältnisse schon viel mehr Rücksicht nehmen als es in den früheren Abschnitten der Fall gewesen war, weil — wie aus § 134 hervorgeht — die Mehrleitersysteme ihre Berechtigung nur auf die praktische Wahrscheinlichkeit stützen, dass die einzelnen Hälften und Viertel der Systeme zu allen Zeiten annähernd gleich belastet sind. Es bleibt deshalb jetzt auch nur noch sehr wenig zu erwähnen.

Die erste Frage, vor die uns ein Projekt stellt, ist die nach der Wahl des Systemes. Die Antwort muss durch wirtschaftliche Erwägungen bestimmt sein; in den meisten Fällen wird es aber genügen, einfacher die Kosten der Netze bei Anwendung der verschiedenen Systeme, bezogen auf ein nutzbar abgegebenes Watt, durch Proberechnungen mit einander zu vergleichen.

Was zunächst die Gegenschaltung betrifft, die offenbar nur bei Zweileiternetzen erfolgreich angewendet werden kann, so hat die Praxis bisher keine grosse Neigung dafür gezeigt. Die Notwendigkeit, im positiven und negativen Netze gesonderte Speisepunkte an verschiedenen Stellen anzulegen, bringt mancherlei Nachteile mit sich: Die Uebersichtlichkeit der Anlage wird verringert, die Kosten werden, besonders bei unterirdischen Netzen, erhöht, vor allen Dingen aber ist es schwer, die Speisepunkte in Netzen von nicht ganz einfacher Gestalt dem Prinzipe der Gegenschaltung entsprechend zu verteilen; ein Versuch wird die Schwierigkeiten sofort erkennen lassen. Die Gegenschaltung wird deshalb nur in sehr kleinen Netzen von einfachster Form, also etwa bei Anlagen von dem Umfange eines Häuserblocks oder einer Fabrik verwendet; auch in Fest- und Fabriksälen kann eine Ringleitung mit versetzten Zuführungspunkten sehr am Platze sein. Für grosse Anlagen aber kommt die Gegenschaltung nicht mehr in Frage, es sind dann Mehrleitersysteme heranzuziehen.

Die Praxis hat ergeben, dass das Dreileitersystem anwendbar ist, wenn das Versorgungsgebiet innerhalb eines um die Zentrale geschlagenen Kreises von etwa 600 bis 1000 m Radius liegt. Ist der Radius kleiner als 600 m, so ist das einfache Zweileitersystem anwendbar, bei einem Radius von über 1000 oder 1200 m wird das Fünfleitersystem in Betracht zu ziehen sein, das bis zu einer äussersten Grenze von etwa 1800 m zu gehen gestattet.

Bei städtischen Zentralen herrscht das Dreileitersystem bei weitem vor. Die Vorliebe für dieses System wird unterstützt durch die Besorgnis, es möchte die Erweiterungsfähigkeit der Anlage bei Annahme des Zweileitersystemes zu sehr beschränkt sein. Und diese Besorgnis ist in vielen Fällen um so mehr berechtigt, als in kleinen Ortschaften, in denen das Zweileitersystem in Frage kommt, das Versorgungsgebiet sehr häufig sich wesentlich in einer Richtung zu erstrecken und zu erweitern pflegt. Das Fünfleitersystem ist verhältnismässig sehr selten ausgeführt, und es scheint, als ob seine Verbreitung nicht weiter zunehmen würde. In § 138 ist angedeutet worden, dass es schwer ist, mit dem Fünfleitersystem dieselbe Elastizität der Anlage zu erreichen, wie mit dem Dreileitersystem, weil die Ströme im Vergleich zu der (gleich gebliebenen) Schalteinheit erheblich vermindert sind. In der Praxis hat sich dieser Mangel an Elastizität in einigen Fällen sehr störend bemerkbar gemacht.

143. Verteilung der Belastung auf die einzelnen Teile der Mehrleitersysteme. In der Praxis haben sich mit der Zeit Regeln über die Verteilung der Belastung herausgebildet, die in den von den einzelnen Elektrizitätswerken erlassenen Vorschriften ihren Ausdruck finden*). Nach diesen wird der Anschluss einer Hausinstallation an die eine Hälfte des Dreileitersystemes im allgemeinen noch gestattet, wenn der Installationswert der Anlage nicht mehr als 15 Hektowatt beträgt, doch ist auch bei kleineren Anlagen eine Teilung auf beide Hälften erwünscht, besonders wenn hoher Wert auf Betriebssicherheit gelegt wird. Als Installationswert wird hierin der Effekt bezeichnet, der sich ergiebt, wenn für jede Glühlampe und jeden für eine Glühlampe bestimmten Steckkontakt ein Stromverbrauch von 0,8 Amp bei 110 *V* Klemmenspannung angenommen wird, solange der wahre Stromverbrauch diesen Wert nicht überschreitet; im letzteren Falle wird der wahre Wert eingesetzt. Ebenso werden alle Bogenlampen bis 8 Amp zu 8 Amp angenommen.

Ueberschreitet der Installationswert den Betrag von 15 *H W*, so ist die Anlage nach dem Dreileitersysteme auszuführen, doch kann die Verteilung auf die beiden Hälften unmittelbar hinter dem Elektrizitätszähler vorgenommen werden, wenn der Installationswert eines Zweiges 15 *H W* nicht übersteigt. Andernfalls ist das Dreileitersystem im Hause durchzuführen, bis die Belastungen der

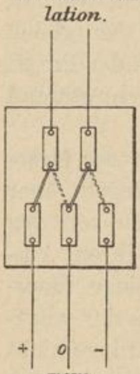
*) Die folgenden Angaben sind der Hauptsache nach den Vorschriften des Aachener Elektrizitätswerkes entnommen, die in dieser Beziehung mit denen vieler anderer Werke im wesentlichen übereinstimmen.

Abzweigungen unterhalb der gegebenen Grenze von 15 *H W* bleiben. Man berücksichtige übrigens bei der Verteilung der Belastung auf beide Hälften des Systems nach Möglichkeit den Charakter der einzelnen Räume gemäss § 134.

Alle Stromempfänger, deren Natur die Beschränkung der Klemmenspannung auf 110 Volt nicht unbedingt verlangt, also fast alle Stromempfänger ausser den Glüh- und Bogenlampen, insbesondere Elektromotoren, sind an die Aussenleitungen anzuschliessen, wenn ihr Effektverbrauch nicht kleiner als 10 *HW* ist.

Fig. 119.

zur Hausinstallation.



vom Leitungsnetz.

In Fünfleiternetzen pflegt man die Gesamtbelastung so zu teilen, dass etwa nur 10 *H W* selbständig an ein Viertel des Systemes angeschlossen werden. Bis 20 *H W* werden auf zwei, bis 30 *H W* auf drei Viertel gelegt, während zu noch grösseren Anlagen alle fünf Leitungen geführt werden.

Um die Verteilung auch nach Herstellung und Inbetriebsetzung der Anlage noch ausgleichen zu können, führt man vom Leitungsnetz aus alle Leitungen, oder beim Fünfleitersystem wenigstens drei, bis zur Hauptsicherung der angeschlossenen Hausinstallation, auch wenn diese selbst nach dem Zweileitersystem ausgeführt ist. Man hat dann die Möglichkeit die Hausleitungen durch einfache Umlegung der Sicherungen an die eine oder andere Hälfte des Leitungssystemes anzuschliessen, wie es in Fig. 119 skizziert ist.

144. Berechnung der Leitungen bei Mehrleitersystemen. Der Berechnung von Netzen ist die Festlegung der Speisepunkte vorauszuschicken. Aus den Ergebnissen des § 111 ist zu erkennen, dass die Entfernungen der Speisepunkte bei Spannungserhöhung, also bei den Mehrleitersystemen, nicht sehr erheblich wachsen können. Während bei Zweileiternetzen 150 bis 250 m üblich waren, wachsen die Entfernungen beim Dreileiternetz auf 200 bis 350 m, beim Fünfleiternetz auf etwa 350 bis 450 m. Bei Anwendung von Sammelleitungen werden diese Zahlen kleiner; sie gehen bei Dreileiternetzen auf etwa 150 m herunter. An den Grenzen der Verteilungsgebiete können die Abstände der Speisepunkte wesentlich grösser angenommen werden.

Nach dieser Festsetzung ist die Berechnung der Leitungen unter Annahme vollständig gleichmässiger Verteilung der Belastung auf die Hälften oder Viertel der Systeme vorzunehmen, und es gilt nunmehr alles, was über die Berechnung der Verteilungs-, Ausgleich-, Speise- und anderen Leitungen bei der Behandlung des Zweileitersytems gesagt ist. Die Wahl der Querschnitte für die Zwischenleitungen erfolgt nach den in § 135 ausgesprochenen Grundsätzen.

Die Berechnung von offenen Leitungsverzweigungen, wie sie bei Hausinstallationen vorkommen, kann in derselben Weise unter Annahme völlig gleichmässiger Verteilung der Belastung auf die einzelnen Systemteile vorgenommen und der wahre Spannungsverlust unter Annahme der wahren Verteilung hernach geprüft und die Anlage unter Umständen geändert werden. Erleichtert wird die Rechnung in der Regel dadurch wesentlich, dass nur ein kurzes Stück des Hauptstranges der gesamten Verzweigung nach dem Mehrleitersystem ausgeführt wird, dass also die Verästelung in Zweileiterzweige schon bald hinter, oft unmittelbar an der Hausanschlussstelle beginnt.

145. Erdung der Mittelleitung. Seit einigen Jahren werden unterirdische Dreileiternetze auch mit blank in die Erde verlegter Mittelleitung ausgeführt. Die anfängliche Ansicht, dass man hierdurch an Kupfer sparen könne, weil man die Leitungsfähigkeit der Erde mit zur Stromleitung heranzöge, hat sich nur in sehr bescheidenem Masse bestätigt. Die Leitungsfähigkeit der Erde ist gegenüber der des Kupfers so gering, dass sie fast gar nicht in Betracht kommt. Natürlich werden die Kosten der Anlage trotzdem nicht unbeträchtlich vermindert, was man sich in einigen neueren Anlagen zu Nutze gemacht hat. In der letzten Zeit hat sich aber herausgestellt, dass die Spannungen in elastischen Leitungsnetzen mit geerdeter Mittelleitung durch die Erdrückströme einer gleichzeitig im Betriebe befindlichen elektrischen Strassenbahn sehr störend beeinflusst werden können. Es ist deshalb zweifelhaft, ob sich die Erdung der Mittelleitung weiter einbürgern wird.

146. Die Teilung der Betriebsspannung bei Mehrleitersystemen. Bei den älteren Mehrleiteranlagen fast ausschliesslich ausgeführt ist die Teilung der Spannung durch Anwendung von zwei oder vier Maschinen, zu denen meistens Akkumulatorenbatterien parallel geschaltet sind, wie es in Fig. 120 für das Dreileitersystem dargestellt ist. Später verringerte man die Kosten der Maschinenanlage dadurch, dass man die zwei oder vier Maschinen durch eine einzige von der doppelten oder vierfachen Spannung ersetzte und die Spannung nur durch eine Akkumulatorenbatterie teilte, vergl. Fig. 121. Diese Einrichtung hat der vorigen gegenüber den Nachteil, dass die einzelnen Teile der Batterie nicht für sich geladen werden können. Da aber die Entladung oft sehr ungleichmässig ist, so ist es unbedingt erforderlich, dass Einzelladungen vorgenommen werden können. Es

Fig. 120.

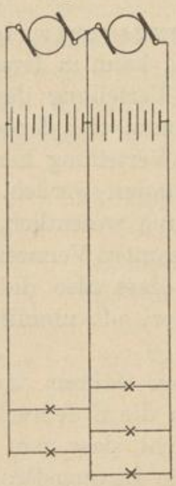


Fig. 121.

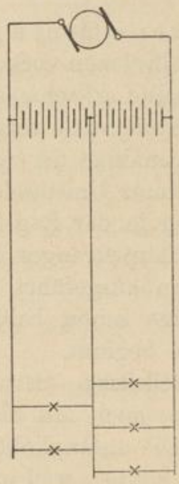
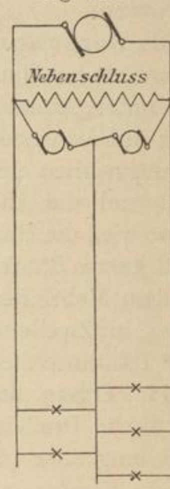


Fig. 122.



muss deshalb eine zweite Maschine hierfür aufgestellt werden, die aber im Vergleich zur ersten nur sehr klein zu sein braucht, so dass eine Ersparnis doch noch gemacht wird. Ein anderer Nachteil ist der, dass eine Betriebsunterbrechung der Batterie den Betrieb der ganzen Anlage unmöglich macht.

In Fig. 122 ist das Schema einer Spannungsteilung durch Ausgleichmaschinen dargestellt. Solche Maschinen können mit oder ohne Akkumulatoren in der Zentrale selbst oder aber auch in einer entfernten Unterstation aufgestellt werden.

Eine Ausgleichmaschine, wie sie zuerst von E. Thomson gebaut worden ist, besteht aus zwei gekuppelten Nebenschlussdynamos, deren Nebenschlusswindungen und Anker für sich hintereinander geschaltet sind. Ihre Wirkungsweise im Dreileitersystem ist folgende: Sind beide Hälften des Systems vollständig gleich belastet, so dass die Spannung ohne weiteres in gleiche Teile zerlegt ist, so läuft die Ausgleichmaschine als Motor mit dem geringen Stromverbrauch, den der Leerlauf erfordert. Würden in diesem Falle die beiden Teile der Maschine getrennt sein, so würden beide, da sie ganz gleich gebaut sind, mit genau gleicher Geschwindigkeit laufen, mit der Geschwindigkeit nämlich, die eine elektromotorische Gegenkraft erzeugen würde, die gleich der um den Spannungsverlust im Anker verminderten Nutzspannung in einer Systemhälfte ist.

Tritt jetzt eine Belastungsverschiedenheit der beiden Systemhälften ein, so ist die Betriebsspannung nicht mehr in gleiche Teile geteilt, sondern sie ist (vergl. § 130) in der minder belasteten Hälfte grösser als in der anderen. Die höhere Spannung beschleunigt aber die Geschwindigkeit des Motors, die beiden Teile der Ausgleichmaschine würden also getrennt nicht mehr gleiche Geschwindigkeit haben können, sondern der Teil in der schwach belasteten Hälfte würde schneller laufen als der andere und zwar um so mehr, da die Erregung mit der Spannungserhöhung nicht gewachsen, sondern dieselbe geblieben ist, was bei Hintereinanderschaltung der Erregerwindungen der Fall sein muss.

Da nun aber die beiden Teile der Ausgleichmaschine nur eine Geschwindigkeit haben können, so wird diese offenbar einen mittleren Wert besitzen. Infolgedessen wird der in der stark belasteten Systemhälfte rotierende Anker eine höhere *EMK* entwickeln, als wenn er nur als Motor liefe, und diese wird, sobald die Belastungsverschiedenheit einen gewissen Wert übersteigt, so gross sein, dass der Anker, als Generator wirkend, Strom in die stark belastete Netzhälfte entsendet. Die Ausgleichmaschine ist also bestrebt die Betriebsspannung stets in gleiche Teile zu teilen.

Statt die Wellen zweier Anker zu kuppeln, baut man die Ausgleichmaschinen auch so, dass man den Anker einer Maschine mit zwei Wicklungen und dementsprechend zwei Kollektoren versieht.

Sind Ausgleichmaschinen in einer Unterstation aufgestellt, so ist ihr Einfluss auf die Spannungsschwankungen in den Leitungen, also ihr Einfluss auf die Leitungsberechnung, mit Hilfe der Sätze von der Superposition der Ströme und der Spannungsverluste leicht zu überblicken, sobald die Wirkung der Maschine auch ihrer Grösse nach bekannt ist.

Für das Dreileitersystem ist in neuerer Zeit die Spannungsteilung durch Dreileitermaschinen vielfach angewendet worden.

Am einfachsten würde man die Spannung in einer Maschine durch Auflegung einer dritten Bürste, nach Fig. 123, teilen können; der Umstand jedoch, dass diese Bürste jedesmal die in der stärksten Induktion befindlichen Spulen kurzschliessen, also sehr stark feuern würde, macht die Verwendung dieser Anordnung unmöglich. Im Jahre 1890 suchte H. Müller dieses Feuern dadurch zu vermeiden, dass er durch Teilung eines Poles eine induktionsfreie Zone schuf, in der die dritte Bürste funkenfrei aufgelegt werden konnte, vergl. Fig. 124. In ähnlicher Weise ging Kingdon im Jahre 1893 vor, indem er ein vierpoliges Magnetgestell nach Fig. 125 so erregte, dass je zwei gleichnamige Pole nebeneinander lagen, in Wirklichkeit also nur eine zweipolige Maschine mit geteilten Polen entstand. Der Anker war ein Ringanker.

Fig. 123.

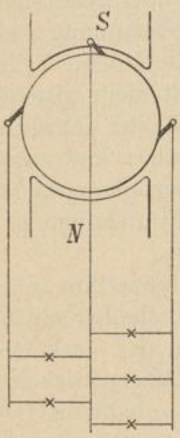
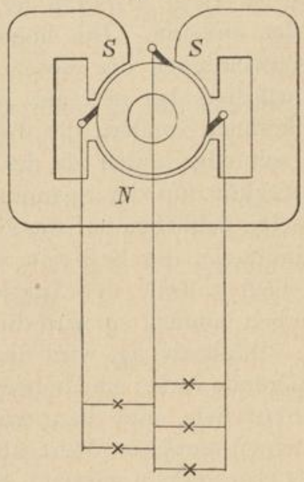


Fig. 124.



Beide Maschinen haben eine nennenswerte Anwendung nicht gefunden und zwar deshalb, weil*) sich die *EMK*'te in den beiden Ankerhälften aus hier nicht näher zu erörternden Gründen nicht unabhängig voneinander regulieren liessen.

Zu einer durchaus brauchbaren Dreileitermaschine gelangte erst im Jahre 1894 Dettmar, der unabhängig von Kingdon eine der vorigen ähnliche Maschine konstruierte. Dettmar schaltet nach der in Fig. 126 gezeichneten Weise zwei gegenüberliegende Pole in einen Erregerstromkreis und wendet einen Trommelanker an. Da in diesem je zwei diametral einander gegenüberliegende Stäbe zu einer Spule gehören, so beeinflusst jeder der beiden Erregerstromkreise immer nur eine Ankerhälfte allein, und die *EMK*'te in den beiden Hälften lassen sich unabhängig voneinander regulieren. Eine Selbstregulierung in gewissen Grenzen wird dann erreicht, wenn man nach Rotherts Vorschlage die zum +0-Stromkreise gehörigen Magnete von der —0-Hälfte des Systems aus erregt und umgekehrt.

Eine sehr interessante Dreileitermaschine ist von v. Dolivo-Dobrowolsky**) im Jahre 1894 angegeben. Dobrowolsky verbindet zwei gegenüberliegende Punkte der Ringankerwicklung durch eine Spule mit hoher Selbstinduktion und kleinem Widerstande, eine

*) Vergl. Rothert, Theorie der Dreileitermaschinen. *ETZ* 1897 Seite 230.
**) Vergl. *ETZ* 1894 Seite 323.

sogenannte Drosselspule (vergl. Fig. 127). An den Verbindungspunkten herrscht offenbar eine Wechselspannung, die auch bei Leerlauf der Maschine einen Wechselstrom durch die Spule schickt; da diese aber eine hohe Selbstinduktion besitzt, so ist der an und

Fig. 125.

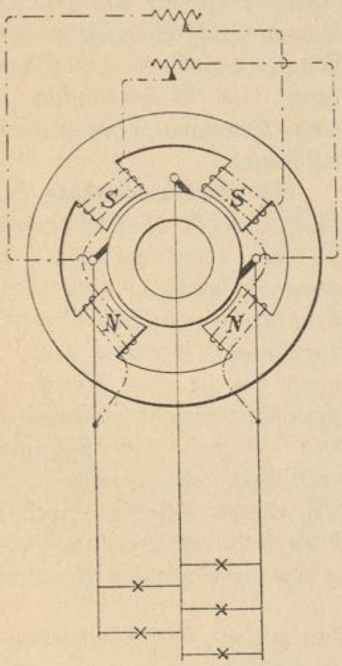
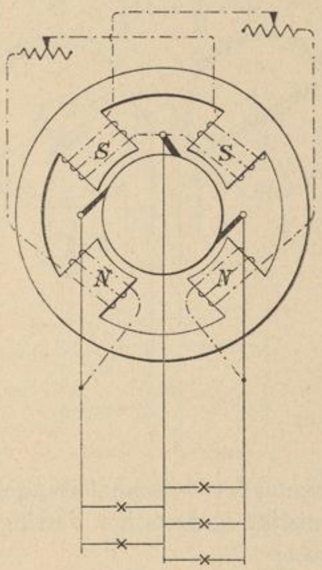


Fig. 126.



für sich kleine Strom in seiner Phase sehr stark gegen die Phase der Klemmenspannung verschoben, der Effektverbrauch in der Spule also sehr gering.

Schliesst man nun an die Bürsten der Maschine die Aussenleitungen, an den Halbierungspunkt der Spule die Mittelleitung eines Dreileitersystemes an, so werden die Verhältnisse in der Spule nicht geändert, so lange die beiden Systemhälften gleich stark belastet sind. Aendert sich aber die Belastung, so bleibt die *EMK* der Maschine durch die Mittelleitung nach wie vor halbiert; der Differenzstrom durchfliesst die Mittelleitung und die eine Hälfte der Drosselspule, welche diesem Strome nur einen sehr geringen Widerstand entgegensetzt, nämlich — weil der Strom ein Gleichstrom ist — nur den reinen Ohmschen Widerstand. Die

Drosselspule lässt man nun nicht mit dem Anker mitrotieren, sondern stellt sie ausserhalb der Maschine fest auf und führt ihr den Strom mit Hilfe von Schleifringen zu, wie es in Fig. 128 dargestellt ist.

Die Maschine hat den Nachteil, dass die *EMK* für die beiden Systemhälften in der Maschine selbst nicht unabhängig voneinander reguliert werden kann. Um eine Regulierung zu ermöglichen, bedarf es der Einschaltung von Widerständen oder einer Zusatzmaschine in der Mittelleitung.

Fig. 127.

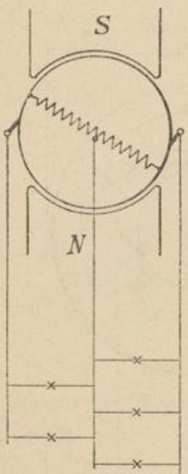
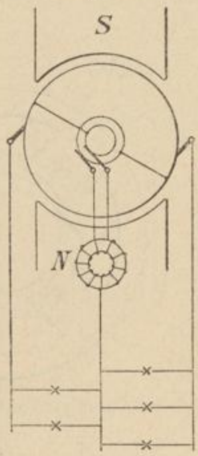


Fig. 128.



147. Schlussbemerkung. Durch Einführung der Mehrleitersysteme ist das Verteilungsgebiet zwar erweitert worden, aber nicht in dem Masse, wie es vielleicht von vornherein erwartet war, und nicht bis zu den Grenzen, die praktisch erreicht werden müssen. Der Vorteil der Spannungserhöhung geht eben zum guten Teil wieder verloren durch Hinzufügung der Zwischenleitungen und durch die zur Erzielung gleicher Elastizität notwendige Verringerung des prozentualen Spannungsverlustes.

Das weitere Streben muss dahin gehen, die Fortleitung des elektrischen Effektes in der Weise vornehmen zu können, dass der Vorteil hoher Spannungen in seinem ganzen Umfange zum Ausdruck kommt. Hierzu bieten sich zwei Wege. Der eine besteht darin, dass die Glühlampen für eine höhere Klemmenspannung gebaut werden, denn diese Stromempfänger waren es nach § 42, welche die Betriebsspannung begrenzten. Es ist in den letzten Jahren gelungen, haltbare Lampen für 150 und 250 Volt zu bauen, und einige Elektrizitätswerke mit dieser Nutzspannung sind bereits angelegt worden, das Urteil über die Zweckmässigkeit solcher Anlagen ist aber noch schwankend.

Der andere Weg ist der, dass man für die Leitung des Effektes eine andere, höhere Spannung verwendet als für seine Ausnutzung in den Stromempfängern. Hierbei muss also der Effekt = Spannung mal Strom in der Weise transformiert werden, dass in den Leitungen der erste Faktor gross, der zweite klein ist, dass dieses

Verhältnis sich aber umkehrt, sobald der Effekt nutzbar gemacht werden soll.

Zu einer solchen Transformierung eignet sich der Gleichstrom schlecht, der Wechselstrom dagegen bekanntlich sehr gut. Es wird deshalb überall da, wo sehr grosse Entfernungen zu überwinden sind, Wechselstrom verwendet. Die Eigentümlichkeiten dieser Stromart, die ein besonderes Studium verlangen, machen auch eine besondere Behandlung der für ihn verwendeten Leitungen erforderlich.