

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Thermometrische Versuche

Recknagel, Georg

München, 1863

Abschnitt

[urn:nbn:de:bsz:31-272396](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-272396)

Der Hauptzweck der vorliegenden Arbeit ist die Vergleichung zwischen dem Gange des Quecksilberthermometers und Luftthermometers, innerhalb der Grenzen 0° und 100° der Celsius'schen Scala, oder die Ermittlung der scheinbaren Ausdehnung des Quecksilbers in ordinärem Glase für die zwischen 0° und 100° gelegenen Scalenpunkte des Luftthermometers, die man unter der Voraussetzung erhält, dass die Spannungszunahmen der Luft bei constantem Volumen den Temperaturerhöhungen proportional sind.

Von älteren Arbeiten findet man in den „Recherches sur la mesure des temperatures“ von Dulong und Petit¹⁾ Versuche von Gay-Lussac erwähnt, welche innerhalb des Intervalls von 0° bis 100° keine merkliche Abweichung beider Thermometer ergaben, und andere von Dalton, nach denen das Quecksilberthermometer in der Mitte der Scala um 1° höher steht, als das Luftthermometer²⁾. Dulong und Petit erwähnen keine Vergleichung, die sie selbst zwischen 0° und 100° angestellt haben; durch zwei Versuchsreihen unter 0° erhielten sie als Resultat Uebereinstimmung beider Thermometer bis zu -36° , während sie bei Vergleichen über 100° beträchtliche Abweichungen fanden. Als diese Vergleichen von den Herren Magnus³⁾ und Regnault⁴⁾ wieder

1) Annales de chimie et de physique t. 7. 1817.

2) Daltons Resultat ist durch den grossen Ausdehnungscoefficienten der Luft erklärlich der damals von Gay-Lussac zu 0.00375, von Dalton selbst sogar zu 0.003912 gefunden worden war. Die Uebereinstimmung bei Gay-Lussac ist dann erklärt, wenn man dessen grossen Coefficient einem mit der Temperatur wachsenden fehlerhaften Einfluss zuschreibt.

3) Pogg. Annalen Bd. 57. 1842.

4) Ebenda und in den Annales de chimie et de phys. III. Serie t. IV—VI. 1842.

aufgenommen wurden, zeigten sich zwischen den Resultaten dieser beiden Forscher grosse Differenzen, welche indessen durch eine spätere umfassende Arbeit Regnaults⁵⁾ einen Erklärungsgrund fanden. Diese hat nämlich den Beweis geliefert, dass die Abweichungen des Quecksilberthermometers vom Luftthermometer ihrer absoluten Grösse nach wesentlich durch die Glassorte bedingt sind, welche dem Quecksilber zur Hülle dient. Die grössten Abweichungen bis zu 10° über der Temperatur des Luftthermometers bei 350° zeigten Thermometer von stark bleihaltigem Glase (Krystall von Choisy le Roi). Diesem zunächst steht schwedisches Kali-Glas und grünes Glas mit starkem Kalkgehalt. Alle diese Glassorten zeigten auch zwischen 0° und 100° eine bedeutend geringere Gesamt-Ausdehnung (0.0021—0.0024) als das gewöhnliche Natron-Glas, dessen Gesamt-Ausdehnung zwischen 0° und 100° zu 0.0026—0.0027 gefunden wurde, und welches zugleich ziemlich übereinstimmend eine so viel raschere Zunahme des Ausdehnungscoefficienten zeigte, dass die aus ihm gefertigten Quecksilberthermometer bei 350° nur um etwa 4° höher standen als das Luftthermometer.

Sowohl aus diesen als aus den Versuchen von Dulong und Petit⁶⁾ und den späteren von Regnault⁷⁾ über die absolute Ausdehnung des Quecksilbers folgt, dass weder der Ausdehnungscoefficient des Quecksilbers noch der des Glases constant ist, dass vielmehr beide mit der Temperatur wachsen. Nach solchen Erfahrungen war eine vollkommene Uebereinstimmung zwischen Quecksilber- und Luftthermometer auch für das Intervall 0°—100° nicht mehr wahrscheinlich, und in der That haben drei Versuchsreihen, welche Regnault darüber mit je zwei bis drei Gewichtsthermometern aus ordinärem Glase anstellte, übereinstimmend Differenzen von 0.2 bis 0.3 ergeben, um welche das Quecksilberthermometer in der Mitte der Scala (50°) dem Luftthermometer vorauseilt.

5) Mem. de l'Acad. roy. de Sciences t. XXI. 1847. S. 191—239.

6) Annales de chimie et de physique t. 7. 1818.

7) Memoires de l'Academie roy. t. XXI. 1847. p. 240.

Diese Versuche sind veröffentlicht in den Annales de chimie et de physique Bd. VI 1842, in Pogg. Annalen Bd. 57 und im 21. Bande der Mem. de l'Acad. roy. 1847, und ihre Resultate folgende:

Quecksilbertherm.			Lufttherm.			Quecksilbertherm.			Lufttherm.		
T	Θ	Diff.	T	Θ	Diff.	T	Θ	Diff.	T	Θ	Diff.
1	50.17	49.88	0.29	26.52	26.42	0.10					
	50.63	50.44	0.29	31.62	31.62	0.					
	51.04	50.84	0.20	33.50	33.36	0.14					
	61.75	61.48	0.27	34.12	34.00	0.12					
	70.06	69.82	0.24	42.64	42.46	0.12					
	99.89	99.73	0.16	50.13	49.95	0.18					
2	34.10	33.78	0.32	51.39	51.22	0.17					
	35.11	34.85	0.26	55.59	55.35	0.24					
	40.89	40.61	0.28	61.18	61.02	0.16					
	46.54	46.36	0.18	71.59	71.42	0.17					
	49.25	49.07	0.18	82.06	81.96	0.10					
	49.42	49.14	0.28	99.91	99.92	-0.01					
	50.66	50.39	0.27								
	55.76	50.51	0.25								

Die unter T eingetragenen Zahlen sind grösserentheils Mittelwerthe aus den Angaben von 2—3 Gewichtsthermometern, nur die ersten 5 Versuche der dritten Reihe sind mit einem Thermometer gemacht. — Hierüber bemerkt Hr. Regnault⁸⁾ „Aus diesen Versuchen ersieht man, dass zwischen 0° und 100° das Luftthermometer beinahe genau mit dem Quecksilberthermometer übereinstimmt, was die älteren Beobachtungen des Herrn Gay-Lussac bestätigt. Es ist jedoch zu bemerken, dass bei meinen Versuchen das Luftthermometer gegen die Mitte seiner Scala beständig um etwa 0.2 hinter dem Quecksilberthermometer zurückblieb. Diess scheint anzuzeigen, dass in dem Gange beider Thermometer wirklich ein kleiner Unterschied vorhanden ist, aber ein zu kleiner, als dass es nöthig wäre, darauf Rücksicht zu nehmen. Er fällt überdiess zwischen die Unsicherheits-Grenzen,

8) Pogg. Annalen Bd. 57. 1842. S. 212.

welche von der Verrückung des Nullpunkts am Quecksilberthermometer abhängen.

Hr. Regnault hält also jene Differenz durch seine Versuche nicht für hinreichend constatirt und sieht von diesen soweit ab, dass man aus seinen Tafeln für die Ausdehnung des ordinären Glases⁹⁾ und die absolute Ausdehnung des Quecksilbers¹⁰⁾ die Temperatur des Quecksilberthermometers bei $+ 50^{\circ}$ sogar um 0.017 tiefer rechnet als die des Luftthermometers. Es differirt also die der Tafel entnommene Reduktion um 0.037 von der beobachteten, und da man andererseits mit einigem Fleisse Scalen-Quecksilberthermometer anfertigt, welche, vorsichtig behandelt, in ihren Angaben im Mittel bis auf 0.005 mit einander übereinstimmen, so erscheint jene Unsicherheit, welche nach den Versuchen Regnaults übrig bleibt, noch viel zu gross, als dass man nicht den Muth haben sollte zu dem Versuche, sie um ein gutes Stück zu vermindern.

Wenn nun in der vorliegenden Untersuchung wirklich eine grössere Präcision erreicht worden ist als bisher, so ist diess wohl vorzüglich einer verbesserten Construction des Luftthermometers zuzuschreiben, dessen Beschreibung desshalb zunächst erfolgen soll.

Das Luftthermometer, nach dem zuerst von Rudberg¹¹⁾ angewandten Prinzip des constanten Volumens construirt, war nach der Angabe von Herrn Professor Jolly in eine Form gebracht, welche eine grössere Genauigkeit der Einstellung

9) Mem. d. l'Acad. roy. t. XXI. 1847. p. 237.

10) Ebenda, Seite 328.

11) Rudberg diente es nur zur Bestimmung des Ausdehnungs- (vielleicht richtiger Spannungs-) Coefficienten der Luft. Pogg. Annalen Bd. 41 und 44. Man findet auch bei Dulong und Petit Andeutungen dass sie die Temperaturen mitunter durch die Spannungszunahme bei const. Vol. gemessen haben. Hr. Magnus und Hr. Regnault haben bei ihren thermometrischen Versuchen nur diese Methode angewendet. Nach den Erfahrungen über die Abweichung der Luft vom Mar. Gesetze ist es unwahrscheinlich, dass man mit verschiedenen Methoden genau die gleichen Resultate bekommt.

ermöglicht und zugleich die Technik des Versuches vereinfacht und erleichtert.

Die Vortheile der neuen Konstruktion bestehen erstlich darin, dass das constante Volumen, statt durch einen aussen auf die Röhre aufgeätzten horizontalen Strich, nun durch das Zusammenfallen einer in S eingeschmolzenen Glasspitze (Fig. 1 Taf. 1) mit ihrem Bilde auf dem Spiegel der Quecksilbersäule markirt ist. Hiedurch ist ein Ableser erspart und die Genauigkeit der Einstellung vermehrt. Zweitens werden die Druckhöhen über dem Niveau der Spitze in S mit einer innerhalb der Glasröhre NM durch den Trieb in r beweglichen Messingscala gemessen, welche in eine Stahlspitze ausläuft und in f eine Führung in der Röhre hat. Diese Einrichtung macht, wenn man die Messröhre NM mit Hilfe des Senkels und der Fusschrauben in F vertikal stellt, ein Kathetometer oder mindestens einen zweiten Ableser entbehrlich. Drittens erlaubt der Dreiweghahn in H die Kommunikation der Quecksilbersäulen unter sich und mit der als Quecksilberreservoir dienenden Stopfbüchse Q beliebig herzustellen und zu unterbrechen, was auf mehrfache Art ausgenützt werden kann.

Das Instrument kann man auf folgende Weise für den Versuch vorbereiten. Man bestimmt das Grössenverhältniss der Capillare (c) und des Raumes (v), in welchem sich die Spitze befindet, zu dem Inhalte des eigentlichen Luftbehälters V durch Wägung (wegen des umgekehrten Meniskus am besten mit Wasser), trocknet dann den Glasapparat Vcs vorläufig soweit aus, bis alle sichtbaren Spuren von Wasser entfernt sind, und kittet ihn, nachdem man die Capillare zweimal im Knie gebogen, in das Eisenstück LH ein, in welches auch die Messröhre NM eingesetzt ist, die zur Vermeidung eines ungleichen Einflusses der Capillarität mit der Röhre S gleiches Kaliber hat (hier 18^{mm} inneren Durchmesser).

Darauf wird der vordere Theil des Apparats mittelst der Ueberwurfschraube in K abgenommen und auf den Trocken-Apparat geschraubt, der bei den vorliegenden Versuchen schliesslich in einer über 4 Fuss langen mit geschmolzenem

Chlorcalcium gefüllten, mit der Luftpumpe in Verbindung gesetzten Röhre bestand. Man wird bei gut luftdichtem Verschluss unter beständiger Erhitzung des ganzen Glasapparats 20 bis 30 Mal evacuiren und trockene Luft möglichst langsam einströmen lassen, bis man das Geschäft des Austrocknens beendigt und, nach Abschliessung des ausgetrockneten Raumes durch den Hahn H, den Apparat zurückbringt, um nun das Niveau zu bestimmen, d. i. diejenige Ablesung in O zu ermitteln, bei welcher die beiden Spitzen, S und die der Scala, in horizontaler Linie liegen. Dies wird durch Einstellung beider auf den horizontalen Faden eines Fernrohrs bewerkstelligt, und dessen etwaige Abweichung von der Horizontalen in dem arithmetischen Mittel aus zwei Ablesungen vor und nach der Drehung des Luftthermometers oder Umlegung des Fernrohrs eliminiert.

2. Die zu messende Spannung der eingeschlossenen Luft ist nun theils durch die Höhe h der Quecksilbersäule über dem Niveau der Spitzen, theils durch den Barometerstand H bestimmt und die Summe aus beiden. Es ist somit die Zuverlässigkeit der Messungen durch die Güte des Barometers wesentlich bedingt. Das hier verwendete ist ein Gefässbarometer, welches wiederholt ausgekocht und mit einer Versicherung gegen aufsteigende Luftblasen versehen war. Der Durchmesser des Röhrenstückes, in welchem die Quecksilbersäule endigt, beträgt über 22mm , so dass eine Capillardepression nicht in Rechnung zu bringen ist¹²⁾. Der kubische Inhalt des Vacuums beträgt bei dem mittleren Barometerstande von 720mm über 33 Cubikcentimeter. Das äussere Niveau des Quecksilbers kann durch eine Schraube stets so verstellt werden, dass der durch eine Schneide repräsentirte Nullpunkt der neben der

12) Sie beträgt für den Durchmesser von 22mm nach den Tafeln von Bravais (Pogg. A. Bd. 57 S. 579) $0,018\text{mm}$ für den Maximalwinkel von 45° , was einen Fehler von $0,002$ für die Temperaturbestimmung hereinbringt (Vgl. unten den Einfluss des constanten Fehlers).

Röhre vertikal aufgestellten Glasscala mit seinem Spiegelbilde zusammenfällt. Die Ablesung wird nach einigen kleinen Erschütterungen der Röhre mit einem 5 bis 6 Fuss entfernten horizontal gestellten Fernrohre mit horizontalem Faden gemacht. Sowohl die Glasscala des Barometers als die messingene des Luftthermometers waren nach der Spindel der Theilmaschine des hiesigen Mechanikers Stollenreuther in Millimeter getheilt. Ein Pariser Fuss en bout in Glas, der von Herrn von Steinheil mit dem Comparator in Paris war abgenommen worden, diente dazu die Zahl der Schraubenumgänge zu ermitteln, welche auf ein Millimeter treffen (1 Meter = 443,296 pariser Linien). Die Temperatur, bei welcher die Theilung der Glasscala aufgetragen wurde, ist nicht bekannt, da sich aber die Coefficienten der Längenausdehnung von Eisen (0.0000111) und Glas (0.0000086) nur wenig unterscheiden, so würden 720^{mm} beispielsweise bei 20°C aufgetragen, während die Vergleichung des Normals bei 0° erfolgte, doch nur um nahezu 720.0.0000025.20 = 0.036^{mm} zu gross geworden sein und nun für jede andere Temperatur bleiben. Indessen muss gleich hier bemerkt werden, dass bei der Rechnung der Temperatur des Luftthermometers nur die Verhältnisse der Spannungen in Betracht kommen, folglich die Identität des Theilstrichs der Scalen mit dem Normalmillimeter im Allgemeinen nicht erforderlich ist. Die Kenntniss der Reduktion auf das Normal wird nur dann nöthig, wenn man den Ausdehnungscoefficienten der verwendeten Luft aus der Spannungszunahme von 0° bis zur Temperatur des bei dem jeweiligen Barometerstande gesättigten Wasserdampfes bestimmen und diese Temperatur z. B. Regnaults Tabellen (Bd. XXI. der Mem. de l'Ac. roy. S. 633) entnehmen will. Hier geben aber 2,6^{mm} erst 0.01 Temperatur-Differenz, so dass man sich sowohl über den besprochenen als über kleine Fehler, die bei Eichung der Spindel vorkamen, vollständig beruhigen darf. Hiegegen ist erforderlich, dass der Scala am Barometer dieselbe Einheit zu Grunde liege, wie der Scala am Luftthermometer. Um hierüber die nöthige Sicherheit zu erlangen, wurden beide Scalen bei 18°C. einer

Prüfung auf der Theilmaschine unterzogen, ohne dass es möglich gewesen wäre, bei Vergleichung von 150^{mm} Länge eine constante Differenz zu ermitteln. Nimmt man dieses Resultat für exacte Uebereinstimmung, so würde bei +10°C, in welche Temperatur die meisten Versuche fallen, der Theilstrich der Messingscala nahezu um (0.000019 — 0.0000086) 8 zu klein sein, was für die grössten mit dieser Scala gemessenen Höhen von 300^{mm} eine fehlerhafte Vermehrung der abgelesenen Theilstriche um 0.024^{mm} ergeben würde. Man hat also auch von dieser Seite keine merkliche Beeinträchtigung der Sicherheit zu erwarten.

Aus diesen und ähnlichen Ueberlegungen geht ferner hervor, dass man sich, so lange die Temperatur in der Gegend des Barometers nur wenig von der um das Luftthermometer verschieden ist, wie bei diesen Versuchen, welche in demselben Lokale gemacht wurden, in dem einige Schritte entfernt, das Barometer aufgestellt war, der Reduktion der Scalen überhaupt entheben kann, ohne einen Fehler von mehr als 0.01 C zu riskiren.

3. Zum Zwecke der beabsichtigten Untersuchung mussten mindestens zwei normale Quecksilberthermometer construirt werden, an welche man die Anforderung stellt, dass ihre Angaben unter günstigen Verhältnissen mit der Genauigkeit der Ablesung unter sich übereinstimmen. Da es mir nicht möglich war, sehr nahe cylindrische oder rein konische Röhrenstücke von mehr als 200^{mm} — 300^{mm} Länge zu finden, so musste jene Genauigkeit auf $\frac{1}{20}$ bis $\frac{1}{30}$ Grad beschränkt werden. Nachdem auf zwei solche ausgewählte Röhren eine willkürliche Theilung (Millimeter) aufgeätzt war, wurde ihr Kaliber und damit zugleich die Theilung in der gewöhnlichen Weise durch successiv eingelassene Quecksilberfäden von verschiedener Länge sorgfältigst untersucht, woraus sich folgende Tabelle von Correcturen ergab.

<i>Therm. I.</i>		<i>Therm. II.</i>	
Theilstrich	Correctur.	Theilstrich	Correctur.
35	+ 0.05	150	0.
70	+ 0.10	194	+ 0.10
90	+ 0.05	240	+ 0.20
120	0	250	+ 0.32
140	- 0.05		
175	- 0.10		
210	- 0.10		
280	- 0.05		
290	- 0.10		
300	- 0.15		
310	- 0.20		
320	- 0.25		
325	- 0.30		

Th. I ist auf mittleres Kaliber zwischen 0 und 280,

Th. II auf das gleichförmige Kaliber zwischen 0 und 150 reducirt.

Da das Intervall von 100°C sich annähernd bei Th. I vom Theilstrich 16 bis 320, bei Th. II von 38 bis 256 erstreckt, so erhebt sich die Correctur wegen ungleichen Kalibers nur bei den höchsten Temperaturen auf 0,1 C.

Den Thermometerröhren wurden cylindrische Gefässe von c. 30^{mm} Länge und 5^{mm} Durchmesser angeblasen, die Thermometer bei der Füllung mit Quecksilber luftleer gemacht und verschlossen, und kurz darauf die Bestimmung der fixen Punkte vorgenommen.

Schon vor der Anfertigung dieser beiden Instrumente waren zwei mehre Jahre alte Thermometer von Fastré in Paris zur Vergleichung mit dem Luftthermometer verwendet worden, welche zwar nur das Intervall von - 15° bis + 50° umfassten, aber direkt in Zehntel Celsius'scher Grade getheilt waren und mehre Monate lang die grösste Beharrlichkeit des Nullpunkts gezeigt hatten. Beide Instrumente weichen in der Nähe von 50° um 0,2 von einander ab, sie wurden daher miteinander durch verglichen und eine Tabelle entworfen, welche die Angaben des einen auf die des andern Thermometers reducirt. Es war dann nichts übrig, als später eines von beiden noch an mehrere Stellen mit den Normalthermometern zu vergleichen, sowohl um den wahren Gradwerth der Theilstriche zu bestimmen als die etwa vorkommenden Ungleichheiten des Kalibers zu eliminiren; dann konnten die mit ihnen und dem Luftthermometer vorgenommenen Verglei-

chungen so angesehen werden, als seien sie mit den Normalthermometern selbst gemacht. Diese Vergleichung, am 21. Mai 1862 jedesmal bei lange erhaltenem Maximum der Temperatur zwischen dem Therm. I und dem Therm. 1.) von Fastré (das bei 50° um 0.02 höher steht als Nro. 2) angestellt, ergab

<i>Therm. I.</i>	<i>Therm. 1.)</i>	<i>Diffs. I—1.)</i>
16.926	16.926	0
43.75	43.85	— 0.10
28.49	28.46	— 0.03
30.77	30.77	0

4. Unter den Apparaten ist noch des Wasserbehälters zu gedenken, welcher zur Herstellung constanter Temperaturen verwendet wurde. Ein Kessel von Zinkblech und $1\frac{1}{2}$ Fuss Durchmesser ist in einen zweiten ähnlichen Kessel eingesetzt, so dass das Wasser im inneren mittelbar durch das Wasser des äusseren erwärmt wird.

Wenn die Temperatur nahezu erreicht ist, bei welcher die Vergleichung stattfinden soll, so ist es leicht, die Gasflammen unter dem äusseren Kessel so zu schwächen, dass die Temperatur Stunden lang innerhalb Schwankungen von 0.01 erhalten bleibt. Dabei setzt ein Rührer, dessen Schaufeln die Gruppe der vertikal eingelassenen drei Thermometer fast ganz umschliessen, das Wasser des inneren Gefässes fortwährend so in Bewegung, dass lokale Temperaturdifferenzen sich nicht ausbilden können. Den ganzen Kessel verschliesst ein Deckel, welcher Oeffnungen für Rührer und Thermometer enthält. Die Ablesung an den sorgfältig vertikal gestellten Quecksilberthermometern geschieht zur Vermeidung der Parallaxe mittelst eines Fernrohrs. —

Eine empfehlenswerthe Vorsichtsmassregel für die Versuche mit dem Luftthermometer, insbesondere, wenn man durch mehrere Tage fortgesetzte Beobachtungen auf denselben Nullpunkt beziehen will, fand ich darin, dass man grössere Schwankungen der in S schliessenden Säule durch rechtzeitiges Abschliessen in H zu vermeiden sucht. Man überzeugt

sich nämlich leicht, dass solche Schwankungen Verrückungen des Nullpunkts (in der Regel Sinken desselben) und sogar Eintritt von Feuchtigkeit aus dem mit der äusseren Luft comunizirenden Quecksilber zur Folge haben, wie gut man auch dieses vor den Versuchen mag getrocknet haben. Dieselben Gründe lassen es, wenn man grosse Genauigkeit betont, überhaupt nicht rathsam erscheinen, länger als zwei bis drei Tage zu experimentiren, ohne den Apparat von Neuem mit trockener Luft zu füllen.

Rechnung der Temperaturen des Luftthermometers.

In dem vereinigten Mariotteschen und Gay-Lussacschen Gesetze

$$P v = R (1 + \alpha x)$$

durch welche die Spannung P , das Volumen v , der Ausdehnungscoefficient α und die Temperatur x eines Gases mit einander verbunden sind, ist R eine Constante und dem Gewichte der betrachteten Glasmenge gleich, wenn man das Gewicht der Volumen-Einheit des Gases unter dem Drucke 1 und der Temperatur des schmelzenden Schnees (0°C) der Einheit gleich setzt.

Es kommen hier nun zwei solche Gasmengen in Betracht: erstlich, die dem Bade ausgesetzte im Ballon V_0 und eine zweite v_0 in s und dem anstossenden Theile der Capillare c , für welche die Temperatur der Umgebung wird in Rechnung zu bringen sein.

Das durch obige Einheit gemessene Gewicht der Luft in V_0 bei dem Drucke P_0 und der Temperatur des schmelzenden Schnees ist

$$V_0 P_0$$

bei dem Drucke P_x und der Temperatur x , wenn β den kubischen Ausdehnungscoefficienten des Glases bezeichnet:

$$V_0 \frac{1 + \beta x}{1 + \alpha x} P_x$$

ebenso das Gewicht der Luft in v_0 bei den Temperaturen t und t' der Umgebung und den Spannungen P_0 und P_x

$$v_0 \frac{1 + \beta t}{1 + \alpha t} P_0 \quad \text{und} \quad v_0 \frac{1 + \beta t'}{1 + \alpha t'} P_x$$

Wenn die Masse der eingeschlossenen Luft die nämliche bleibt, so besteht demnach die Gleichung

$$P_0 V_0 + P_0 v_0 \frac{1 + \beta t}{1 + \alpha t} = P_x V_x \frac{1 + \beta x}{1 + \alpha x} + P_x v_0 \frac{1 + \beta t'}{1 + \alpha t'}$$

Die Spannungen P_0 und P_x setzen sich zusammen aus den auf 0°C reduzierten Barometerhöhen H und den am Luftthermometer über dem Niveau der Spitzen gemessenen und ebenfalls auf 0° reduzierten Höhen h , so dass man hat

$$(H_0 + h_0) \left(1 + \frac{v_0}{V_0} \frac{1 + \beta t}{1 + \alpha t} \right) = (H_x + h_x) \left(\frac{1 + \beta x}{1 + \alpha x} + \frac{v_0}{V_0} \frac{1 + \beta t'}{1 + \alpha t'} \right).$$

Die linke Seite dieser Gleichung (der Nullpunkt) ist durch einen Versuch im schmelzenden Schnee (oder bei irgend einer anderen bekannten Temperatur wie der des gesättigten Wasserdampfes von bekannter Spannung) ein für allemal bestimmt, so lange man mit der nämlichen Luftquantität experimentirt; sie sei mit (0) bezeichnet. Dann ist

$$\frac{1 + \beta x}{1 + \alpha x} = \frac{(0)}{H_x + h_x} - \frac{v_0}{V_0} \frac{1 + \beta t'}{1 + \alpha t'}$$

Setzt man die durch die Beobachtung bestimmte rechte Seite der Gleichung $= 1 - B$, so folgt

$$x = \frac{B}{(\alpha - \beta) - B\alpha}$$

welches die bequemste Form sein dürfte, in die sich der Werth x ohne Beeinträchtigung der Genauigkeit bringen lässt.

Einfluss der Fehler.

Um die Abhängigkeit der Genauigkeit einer Temperaturbestimmung von den einzelnen Bestimmungsstücken zu rechnen, kann man sich einer vereinfachten Formel bedienen:

$$1 + (\alpha - \beta)x = \frac{H_x + h_x}{H_0 + h_0}$$

1. Der Einfluss des Beobachtungsfehlers in Bestimmung von H_x und h_x ist von der Temperatur nahezu unabhängig, um so geringer, je grösser $H_0 + h_0$ ist und beträgt bei $H_0 + h_0 = 760^{\text{mm}}$ dann $\pm 0,1$ wenn der Fehler selbst von der Grösse $\pm 0,27^{\text{mm}}$ ist. Ebenso hat der Fehler von $\pm 0,27^{\text{mm}}$ in der Nullpunktbestimmung ($H^0 + h^0$) den Einfluss von $\mp 0,1$.

2. Ein constanter Fehler von der Grösse $-m$ im Barometerstande (oder in der Niveaubestimmung) vergrössert den Quotienten rechts nahezu um $\frac{h_x - h_0}{(H_0 + h_0)^2} m$. Dieser Werth ist wieder nahe der Temperatur x proportional, und es wird für $H_0 + h_0 = 760^{\text{mm}}$ annähernd

$$\Delta x = 0.0013. x. m$$

so dass m ein ganzes Millimeter betragen dürfte, bis Δx bei 100° von der Grösse 0.13 wird. Bei 50° wäre die gemessene Temperatur nur um 0.06 zu hoch u. s. f.

3. Der Einfluss eines Fehlers in dem zur Rechnung benützten Ausdehnungcoefficienten α der Luft ist

$$\Delta x = - \frac{\Delta \alpha}{\alpha - \beta} x$$

also z. B. — 27500 $\Delta \alpha$ bei 100°
 — 13750 $\Delta \alpha$ „ 50°
 — 5500 $\Delta \alpha$ „ 20° .

Es könnte auffallend erscheinen, dass hier noch von einer Unsicherheit im Ausdehnungcoefficienten der Luft die Rede ist, da derselbe doch durch ausgedehnte Versuchsreihen der Herren Magnus¹³⁾ und Regnault¹⁴⁾ mit einer bis in die 6te Decimale reichenden Uebereinstimmung ($\alpha = 0.003665$) bestimmt scheint. Es wird aber hier nicht zum ersten Male darauf aufmerksam gemacht¹⁵⁾, dass diese genaue Uebereinstimmung nur scheinbar ist, da Hr. Magnus, indem er die Temperatur des bei 28 Pariser Zoll siedenden Wassers $= 100^\circ\text{C}$ setzt, in der That die 100 Grade der Celsius'schen Scala auf ein kleineres Temperaturintervall bezieht als Hr. Regnault, der den oberen fixen Punkt dieser Scala in die Temperatur des bei 760^{mm} siedenden Wassers verlegt. Nun sind 28 Zoll nur $757,96^{\text{mm}}$ und nach Regnaults Tafeln ist die Temperatur

13) Sämmtliche Versuche Regnaults hierüber sind im 21ten Bande der Memoiren der Pariser Akademie von 1847 zusammengestellt, die ersten schon 1842 in den Annales de chemie et de phys. veröffentlicht.

14) Pogg. Annalen Bd. 55. 1842.

15) Hr. Magnus selbst gibt die einschlägige Reduktion S. 25 des 55. Bandes von Pogg. Annalen.

des bei diesem Drucke gesättigten Wasserdampfes um $0^{\circ}.08$ tiefer als die Temperatur des Wasserdampfes von 760^{mm} Spannung. Schliesst man sich in der Wahl des Intervalls an Regnault an, so ist $99^{\circ}.92$ die Temperatur des Dampfes von $28''$ Spannung und demnach die von Hrn. Magnus zwischen 0° und dieser Temperatur beobachtete Spannungszunahme 0.366508 noch durch 99.92 zu dividiren wodurch man 0.0036679 für den Ausdehnungscoefficienten erhält.¹⁶⁾ Es bleibt also in der That eine Differenz von 0.000003 zwischen den Mittelwerthen beider Forscher, was, je nachdem man den einen oder andern dieser Coefficienten benützt, eine Unsicherheit von $0^{\circ}.04$ bei 50° , von $0^{\circ}.016$ bei 20° . . . hereinbringt.

Indessen bemerkt man wohl, dass Versuche wie die hier vorzulegenden erst dadurch den erforderlichen Grad von Zuverlässigkeit gewinnen, wenn der Ausdehnungscoefficient der zu jeder Versuchsreihe verwendeten Luft selbständig bestimmt wird. Denn erstlich wird man dadurch, dass man bei diesen nicht ganz leichten Versuchen Zahlen findet, welche von den Resultaten erprobter Forscher nicht bedeutend abweichen, mehr Vertrauen in die Güte der Instrumente und die Methode

16) Es muss hier bemerkt werden, dass Hr. Regnault die nämliche Zahl als Mittel aus 12 Versuchen der 3. Reihe (S. 51 des 21. Bandes) findet, 0.0036650 als Mittel aus 6 Versuchen der 4. Reihe (S. 58 des 21. Bandes). In diesen beiden Versuchsreihen hat Regnault dieselbe Methode wie Rudberg und Magnus angewendet, nach deren Prinzip auch das hier verwendete Instrument construirt ist. Der Umstand, dass Hr. Regnault in den beiden ersten Versuchsreihen etwas kleinere Werthe findet, erklärt sich aus einem kleinen, aber bei den dort angewandten Methoden unvermeidlichen Beobachtungsfehler. Denn man wird Quecksilber in einer mit Luft gefüllten Glasröhre nicht aufsteigen lassen können, ohne dass ein kleiner Theil der Luft zwischen der Glaswand und dem Quecksilber eingeschlossen wird. Dieser Theil geht, wenn man wägt, nur für die Spannung, wenn man calibrirt, auch noch für das Volumen verloren. Es ist also, wenn ich es auch nicht wagen darf, meine Beobachtungen hier mit in die Wagschale zu legen, doch wohl der von Hrn. Magnus für die Spannungszunahme zwischen 0° und 100° gegebene Werth wahrscheinlicher.

der Messung erwecken als durch jede Beschreibung, und zweitens gewinnt man den nicht unbedeutenden Vortheil dass man durch Rechnung der Temperaturen mit dem eigens hiefür bestimmten Ausdehnungscoefficienten die kleinen Fehler eliminiert, deren Einfluss mit der Temperatur wächst. Hierher gehören kleine Quantitäten untermischten Wasserdampfes, welche trotz aller Sorgfalt im Austrocknen zurückgeblieben oder mit eingedrungen sein mögen und sich durch Vergrößerung des Ausdehnungscoefficienten geltend machen werden; constante Fehler im Barometerstande u. A. — Würde man z. B. mit Hilfe eines sehr mangelhaften Barometers, welches um 1^{mm} zu tief steht, den Ausdehnungscoefficienten trockener Luft bestimmen, so müsste man denselben nach Nr. 2 S. (13) um $(0.013 + 0.004) 0.003668 : 100$ d. i. um 0.0000062 zu gross finden. Die Temperaturbestimmung bei 50° müsste wegen des Fehlers am Barometer um 0.0065 zu hoch ausfallen, wird aber dadurch, dass man sie mit dem selbstbestimmten (auch zu gross gefundenen) Ausdehnungscoefficienten rechnet, wieder um 0.0085 erniedrigt, so dass nur ein Fehler von $- 0.002$ übrig bleibt.

4) Ein besonderes Interesse bietet noch die Betrachtung des Einflusses, welchen ein Fehler in dem zur Rechnung verwendeten Ausdehnungscoefficienten des Glases auf die Temperaturbestimmungen mit dem Luftthermometer übt, erstlich, weil nach Regnaults Versuchen selbst bei zwei Glasgefässen von der nämlichen Glassorte, welche beim Blasen verschiedene Behandlung erfahren haben, Verschiedenheiten der Ausdehnungscoefficienten um eine Einheit der sechsten Decimale (zweiten Zahl) vorkommen, zweitens weil gerade durch die hier vorliegenden Versuche zuverlässigere Anhaltspunkte für den Gang der Ausdehnung des Glases sollen gewonnen werden, was nicht möglich wäre, wenn der Einfluss der bis jetzt obwaltenden Unsicherheit auf die Temperaturbestimmungen mit dem Luftthermometer von Belang wäre. Man verdankt es der grossen Ueberlegenheit des Ausdehnungscoefficienten der Luft, dass dies nicht der Fall ist. Denn die Un-

sicherheit der zweiten Zahl im Ausdehnungscoefficienten des Glases nun eine Einheit macht, da

$$\Delta x = \frac{\Delta \beta}{\alpha - \beta} x$$

die Temperaturbestimmung bei 50° nur um 0°.014 unsicher. Selbst dieser kleine Fehler, insoferne er von der Ungewissheit über den Werth der Gesamt-Ausdehnung zwischen 0° und 100° herrührt, wird durch die selbständige Bestimmung des Ausdehnungscoefficienten α der Luft eliminirt, in welchen er übergeht, und es bleibt nur noch der Fehler übrig, der von der Unsicherheit des Ganges des Coefficienten β zwischen 0° und 100° herrührt. Dieser erhebt sich, wenn man vorläufig

zwischen 0° und 30° . . .	0.0000260
„ 30° „ 60° . . .	0.0000265
„ 60° „ 100° . . .	0.0000271

in Rechnung bringt, unserem Endresultate gemäss nirgends auf 0°.01, so dass man völlig davon absehen kann.

5. Dadurch, dass man die Temperatur, welche ein neben der Röhre S aufgehängtes Thermometer anzeigt, für die Luft im Volumen v_0 in Rechnung bringt, darf man, wenn $\frac{v_0}{V_0} = 0.003$, einen Fehler von 3° begehen, bis dadurch die Temperaturbestimmung selbst um 0°.01 falsch wird. Zur Annahme eines solchen Fehlers ist kein Grund vorhanden, wenn man nur nicht versäumt, den Raum, in welchem sich die Spitze befindet, durch einen Schirm vor der Wärme des Bades zu schützen, und die Capillare sehr eng genommen hat.

Nach Allem, was im Vorausgehenden angeführt worden ist, wird man eine Sicherheit von 0°.1 für die aus mehreren Einstellungen resultirende Temperaturbestimmung nicht von vorneherein für illusorisch halten dürfen, wenn man nur die Berechtigung zur Benützung eines von dem oben erwähnten, nicht weit abweichenden Ausdehnungscoefficienten der Luft für den speciellen Fall nachgewiesen hat, und die zu messenden Temperaturen lange genug constant erhält, dass sie sich der gesammten Luftmasse im Ballon V mittheilen können.

Die Versuche selbst sind in drei Abtheilungen gemacht. Die erste im Februar und April 1862 mit den alten Thermometern von Fastré, die zweite im Juli 1862 mit den kurz vorher construirten Normalthermometern, die dritte mit eben diesen Thermometern im Februar 1863. Von der zweiten Versuchsreihe an bis zum Schlusse wurde der gleiche Glasballon am Luftthermometer benützt, dessen Ausdehnung zwischen 0° und 100° zahlreichen Versuchen gemäss, die im hiesigen physikalischen Cabinet mit derselben Glassorte von verschiedenen Beobachtern waren angestellt worden, $100\beta = 0.00271$ angenommen ist.

Das Verhältniss $\frac{v_0}{V_0}$ ergab sich durch Wägung der Zahl 0.003309 gleich, wovon 0.000102 auf die Capillare c trifft. In der ersten Beobachtungsreihe ist ein Glasapparat von der nämlichen Glassorte verwendet worden, dessen Capillare (c) einen ziemlich grossen Durchmesser hatte, so dass es nöthig schien, für die Rechnung das Volumen v_0 zu trennen in das Volumen des Raumes mit der Spitze s, welches 0.005416, und das Volumen der Capillare, welches 0.0008546 vom Volumen V_0 betrug. Für jenen Theil wurde die Temperatur der Umgebung, für diesen aber das arithmetische Mittel der Temperaturen in V_0 und der Umgebung in Rechnung gebracht, was insoferne annähernd gerechtfertigt schien, als ein Theil der Röhre (etwa $\frac{1}{3}$) wirklich in das Bad miteintauchte, ein anderer über den Kessel hineinreichte, also der von demselben aufsteigenden warmen Luft ausgesetzt war. Ich suchte diese Annahme dadurch zu prüfen, dass ich unter Voraussetzung derselben den Ausdehnungscoefficienten der Luft bestimmte. Es ergab sich aus vier Einstellungen auf den Siedpunkt und zwei auf den Nullpunkt bei derselben Füllung im Mittel $\alpha = 0.0036701$, was so nahe an den von Hrn. Magnus gefundenen Werth fällt, dass jene Annahme zulässig schien.

Die folgenden Tafeln geben eine Zusammenstellung der Beobachtungsergebnisse mit allen Elementen der Rechnung für die Temperaturen des Luftthermometers. Sie bedürfen keiner

weiteren Erklärung als vielleicht der Bemerkung, dass durch die in den Rubriken der Quecksilberthermometer eingetragenen Zeichen 0 und 100 Controlen des Nullpunkts und Siedpunkts angezeigt werden, welche in der bezeichneten Reihenfolge vorgenommen worden sind, und dass jeder der 9 Beobachtungsreihen, welche mit den fortlaufenden römischen Ziffern bezeichnet sind, eine neue Füllung des Ballons mit Luft vorausging. Auszuschliessen wäre nur Nro. 8 der dritten Abtheilung gewesen, welche eilig bei noch steigender Temperatur gemacht wurde, hier aber der Vollständigkeit wegen eingetragen ist. Sie kann als Beleg dienen, dass das Luftthermometer die Temperaturen früher annahm als die Quecksilberthermometer.

Tafel I.

Zusammenstellung der Beobachtungen.

I. Abtheilung. (Februar 1862).

Nr. des Versuchs	Reduc. Barometerstand H	Reduc. Höheüber dem Niveau, h	Temperat. der Umgebung t'	$\frac{V_0}{V} \frac{1+\beta t'}{1+\alpha t'}$	Temp. des Luftthermometers T	Temperaturangaben der Quecksilberthermometer Th.1) u. Th. 2)	Difizen. $\frac{t_1+t_2}{2} - T$		
I. Reihe.									
1	717.932	79.912	11.0	0.0060142	21.24	21.42	—	0.18	16. Febr.
2	717.950	80.385	11.1	0.0060124	21.42	21.51	—	0.12	
3	717.887	80.357	11.3	0.0060088	21.38	21.51	—	0.16	
4	717.838	80.257	11.3	"	21.33	21.46	—	0.13	
5	717.465	92.002	11.7	0.0059946	25.58	25.72	—	0.14	
6	717.445	92.228	11.6	0.0059964	25.66	25.76	—	0.10	
7	717.425	92.228	11.6	"	25.65	25.76	—	0.11	
8	717.379	92.079	11.5	0.0059982	25.60	25.71	—	0.11	
9	717.214	104.823	11.8	0.0059860	30.27	30.44	—	0.17	
10	717.202	104.873	11.8	"	30.28	30.43	—	0.15	
11	717.164	104.723	11.8	"	30.21	30.34	—	0.13	
12	717.105	106.973	11.8	0.0059847	31.03	31.18	—	0.15	
13	717.014	107.198	11.8	"	31.08	31.24	—	0.16	
14	712.281	119.638	10.8	0.0059988	33.97	34.14	—	0.17	Zweiter Tag. 17. Febr.
15	712.137	122.237	11.3	0.0059898	34.89	35.09	—	0.20	
16	712.156	122.537	11.2	0.0059916	35.01	35.15	—	0.14	
17	712.124	122.287	11.3	0.0059898	34.90	35.09	—	0.19	
18	711.867	132.849	10.9	0.0060042	38.77	39.02	—	0.25	
19	711.889	132.849	10.2	0.0060060	38.78	39.06	—	0.28	
20	710.233	67.965	8.6	0.0060718	13.92	14.02	—	0.10	Dritter Tag. 18. Febr.
21	710.179	68.090	8.6	0.0060718	13.95	14.06	—	0.11	
22	710.170	68.115	8.6	"	13.95	14.06	—	0.11	
23	709.985	65.040	8.6	0.0060729	12.73	12.91	—	0.18	
24	710.417	63.186	9.6	0.0060515	12.20	12.34	—	0.14	

Tafel I. (Fortsetzung.)

Nro. des Versuchs.	Reduc. Barometerstand H	Reduc. Höheüber dem Niveau h	Temperatur der Umgebung t'	$V_0 \frac{1+\beta t'}{1+\alpha t'}$	Temp. des Luftthermometers T	Temperaturangaben der Quecksilberthermometer. Th. 1) t Th. 2)	Difizen. $\frac{t_1+t_2}{2} - T$	
25	710.581	62.512	9.5	0.0060563	12.01	12.14	—	0.13
26	716.279	24.675	10.2	0.0060620	0	—	—	—
27	716.229	24.750	10.2	"	0	0	0	—
28	714.659	110.150	11.1	0.0060005	31.29	31.52	31.52	0.23
29	714.659	109.750	11.1	"	31.14	31.34	31.35	0.20
30	714.362	46.567	9.4	0.0060652	7.39	7.44	—	0.05
31	714.392	46.542	9.4	0.0060652	7.39	7.44	—	0.05

Der Nullpunkt des Luftthermometers ist durch Nr. 26 und 27 gegeben.

Der Ausdehnungscoefficient nach Magnus $\alpha = 0.003668$ angenommen.

II. R e i h e. (April 1862.)

1	714.243	43.471	16.5	0.0031217	16.68	16.76	—	0.08	22. April (?)
2	714.243	43.571	"	"	16.71	16.77	—	0.06	
3	713.593	254.988	17.7	0.0031090	98.25	—	—	—	
4	713.443	255.088	"	"	98.24	—	—	—	
5	714.448	-0.025	12.0	0.0031706	0	—	—	—	
6	714.485	-0.100	"	"	0	0	—	—	

Aus den Beobachtungen 3—6 ergibt sich der Ausdehnungscoefficient $\alpha = 0.0036730$, womit die Temperaturen in 1 und 2 gerechnet sind.

III. R e i h e.

1	715.685	64.975	15.0	0.0031378	25.59	25.75	25.75	0.16	23. April.
2	715.735	65.125	"	"	25.67	25.89	25.87	0.21	24. April
3	720.721	87.990	18.0	0.0031057	36.41	36.63	36.63	0.22	
4	720.708	88.031	17.0	0.0031164	36.43	36.64	36.65	0.21	
5	717.888	250.725	18.0	0.0031057	98.42	—	—	—	

Der Nullpunkt des Luftthermometers ist hier aus dem Siedpunkt (Nro. 5) gerechnet, der Ausdehnungscoefficient nach Magnus $\alpha = 0.003668$ angenommen.

Tafel I. (Fortsetzung.)

Nr. des Ver- suchs.	Reduc. Barome- terstand.	Reduc. Höheüber dem Niveau	Tem- perat. der Umge- bung	$\frac{V_0}{V_1} \frac{1+\beta t'}{1+\alpha t'}$	Temp. des Luft- thermo- meters	Temperatur- angaben der Quecksilber- Thermometer.	Difizen.	
	H	h	t'	T	Th.1) t Th.2)	$\frac{t_1+t_2}{2} - T$		
IV. Reihe.								
	mm	mm	°		°	°	°	
1	718.940	41.502	16.8	0.0031485	0	0	0	28. April.
2	718.144	433.026	19.8	0.0030868	45.48	45.66	45.68	0.19
3	717.991	133.026	"	"	45.43	45.68	45.70	0.26
4	717.991	133.101	"	"	45.46	45.66	45.71	0.22
5	717.891	133.376	"	"	45.53	45.74	45.76	0.22
<p>Der Nullpunkt des Luftthermometers ist hier direkt in schmelzendem Eis bestimmt (Nro. 1) der Ausdehnungscoefficient nach Magnus $\alpha = 0.003668$ angenommen.</p> <p>Der Nullpunkt des Th. 1.) wurde einmal bei 0.°36, das zweite Mal bei 0.°38 gefunden.</p>								
II. Abtheilung. (Juli 1862.)								
V Reihe.								
					Th. I.	Th. II.		
1	718.630	492.84	19.0	0.0030952	98.44	—	—	2. Juli.
2	717.898	1.046	18.7	0.0030982	19.07	19.25	19.20	0.15
						0	0	
						100	100	
						0	0	
3	717.534	70.248	21.0	0.0030742	47.41	47.80	47.81	0.39
4	717.534	70.148	21.0	"	47.36	47.70	47.72	0.35
						100	100	
<p>Der Nullpunkt des Luftthermometers ist aus dem Siedpunkt (Nr. 1) gerechnet, $\alpha = 0.003668$ angenommen.</p> <p>Der Nullpunkt an Th. I stand am zweiten Tage um 0.°03, der von Th. II um 0.°01 tiefer als am ersten.</p>								
VI. Reihe.								
					Th. I.	Th. II.		
1	714.578	488.34	20.7	0.0030774	98.28	—	—	5. Juli.
						0	0	
2	713.439	2.79	21.2	0.0030722	20.72	20.89	20.89	0.17
3	712.434	71.945	22.6	0.0030639	48.95	49.11	49.08	0.14
4	712.434	72.014	22.7	"	48.99	49.14	49.13	0.14
						100	100	
<p>Der Nullpunkt des Luftthermometers ist wieder aus dem Siedpunkte (Nr. 1) gerechnet, $\alpha = 0.003668$.</p> <p>Der Nullpunkt an Th. II stand um 0°05 höher als bei der letzten Vergleichung (V.)</p>								

Tafel I. (Fortsetzung.)

Nr. des Ver- suchs.	Reduc. Barome- terstand H	Reduc. Höheüber dem Niveau h	Temp- erat. der Umge- bung t'	$\frac{v_0 l + \beta v'}{V_0 l + \alpha v'}$	Temp- des Luft- thermo- meters T	Temperatur- angaben der Quecksilber- Thermometer (Th.I) + (Th.II)			Diffr. $\frac{t_2 + t_3}{2} - T$
VII. Reihe.									
1	717.045	296.18	21.0	0.0030742	93.38	0	0	0	6. Juli. 7. Juli.
2	717.232	29.989	20.5	0.0030794	0				
3	717.032	30.089	20.4	0.0040804	0				
4	717.255	87.258	20.5	0.0030794	21.13	21.37	21.42	0.26	

Aus den Beobachtungen 1—3 ergibt sich der Ausdehnungscoefficient der Luft $\alpha = 0.0036714$.

Der Nullpunkt des Th. II stand um 0°.07 tiefer als bei der letzten Kontrolle (VI), während der Nullpunkt des Th. I.) (von Fastré) bei den zwei Kontrollen in (VI) und (VII) constant bei 0°.38 gefunden wurde.

III. Abtheilung. (Februar 1863.)
VIII Reihe.

1	723.553	350.040	7.7	0.0032169	98.63	—	—	—	23. Febr.
2	723.301	68.037	7.2	0.0032245	0.	—	—	—	
3	721.350	352.120	8.3	0.0032121	98.55	—	—	—	
4	722.802	86.316	7.0	0.0032268	6.19	6.21	6.22	0.02	Zweiter Tag. 24. Febr.
5	722.802	408.270	8.0	0.0032154	13.84	13.86	13.93	0.05	
6	721.576	187.940	8.5	0.0032098	41.21	41.39	41.48	0.22	
7	721.476	187.890	8.5	"	41.16	41.34	41.48	0.25	
8	721.050	228.770	8.7	0.0032075	55.30	55.34	55.36	0.05*)	
9	722.776	123.645	8.1	0.0032143	19.19	19.30	19.24	0.08	
10	723.210	145.553	8.4	0.0032109	26.98	27.13	27.16	0.16	
11	723.254	212.626	9.8	0.0031951	50.34	50.50	50.53	0.17	
12	723.304	212.101	"	"	50.17	50.37	50.39	0.21	
13	723.304	212.126	"	"	50.18	50.40	50.39	0.21	
14	723.941	242.841	9.4	0.0031996	61.14	61.36	61.38	0.23	
15	723.941	243.000	9.2	0.0032019	61.19	61.39	61.38	0.19	
16	723.967	67.542	8.9	0.0032053	0.	0.	—	—	

Der Nullpunkt des Th. I wurde in Nr. 16 ebenda gefunden, wo er nach Nr. 8 lag.

Combinirt man die Beobachtungen 1, 2, 3, 16 zur Berechnung des Ausdehnungscoefficienten der Luft, so erhält man

$$\text{aus 1 und 2} \quad \alpha = 0.0036689$$

$$\text{aus 2 und 3} \quad \alpha = 0.0036702$$

$$\text{aus 1 und 16} \quad \alpha = 0.0036661$$

$$\text{aus 2 und 16} \quad \alpha = 0.0036674$$

$$\text{Mittel} \quad \alpha = 0.0036681$$

*) Die Beobachtung Nr. 8 ist durch „ungünstige Umstände“ im Beobachtungs-Journal bezeichnet; sie wurde bei einbrechender Dunkelheit gemacht, ohne dass das Maximum der Temperatur war abgewartet worden.

Tafel I. (Fortsetzung.)

Nr. des Versuchs	Reduc. Barometerstand H	Reduc. Höheüber dem Niveau h	Temperat. der Umgebung t'	$\frac{v_0 l + \beta v'}{V_0 l + \alpha t'}$	Temp. des Luftthermometers T	Temperaturangaben der Quecksilberthermometer Th.I) t Th.II)	Diffen. $\frac{t_1 + t_2}{2} - T$	
IX. Reihe.								
1	727.817	345.030	9.1	0.0032030	98.79	—	—	25. Eebr.
2	727.827	62.925	7.7	0.0032189	0.	0.	—	
3	727.325	237.320	9.8	0.0031951	60.86	61.05	60.99	0.16
4	727.475	237.670	9.8	"	60.93	61.22	61.13	0.24
5	727.425	237.245	9.8	"	60.77	60.95	60.90	0.15
6	727.459	266.438	9.4	0.0031996	71.00	71.17	71.07	0.12
7	729.115	344.090	6.8	0.0032291	98.835	—	—	—
						100	100	—
8	728.684	421.914	7.9	0.0032166	20.99	21.11	21.03	0.08
9	727.448	292.855	9.2	0.0032049	48.83	49.02	49.05	0.20
10	727.368	203.000	9.3	0.0032008	48.80	49.02	49.05	0.17
11	727.428	63.286	8.9	0.0032053	0.	0.	0.	—

Aus den Beobachtungen 1, 2, 7, 12 berechnet sich der Ausdehnungscoefficient der Luft wie folgt:

aus 1 und 2	$\alpha = 0.0036634$
aus 1 und 12	$\alpha = 0.0036695$
aus 2 und 7	$\alpha = 0.0036669$
aus 7 und 12	$\alpha = 0.0036729$
Mittel	$\alpha = 0.0036682$

In Nr. 2 zeigte sich noch keine Verrückung des Nullpunkts an Th. II in Nr. 12 war derselbe um 0.032 gefallen und der Nullpunkt des Th. I um 0.05 . (Folge der Siedpunktsbestimmung nach Nr. 7).

Schon die Beobachtungen in den beiden ersten Abtheilungen schienen ausser Zweifel zu setzen, dass Abweichungen des Quecksilberthermometers vom Luftthermometer in dem Sinne und von der Grösse stattfinden, wie sie sie schon von Regnault beobachtet worden. Indessen waren die Beobachtungsfehler insbesondere in der Abtheilung II, in welcher die erst neu angefertigten Thermometer verglichen worden sind,

noch viel zu gross (Vgl. die Beobachtungen V₃ und VII₃), als dass man sich dabei hätte beruhigen können. Auch der Ausdehnungscoefficient der Luft war in beiden Bestimmungen etwas grösser ausgefallen als die Mittelwerthe von Magnus und Regnault¹⁷⁾, ein Umstand, welcher der Grösse seines Einflusses gemäss zwar das Resultat nur um wenige Hundertel von Graden unsicher machen kann, aber doch als eine Unvollkommenheit anzusehen war, von der man die Arbeit befreien konnte. Es wurde desshalb, nachdem einerseits die neuen Quecksilberthermometer abgelagert, andererseits der Trockenapparat verbessert und die etwas gekrümmte Messröhre NM des Luftthermometers durch eine gerade ersetzt war, die Arbeit nochmals aufgenommen und führte durch die Beobachtungen der Abtheilung III zu Resultaten, womit man die Untersuchung für beendet halten durfte. Denn erstlich zeigten die Nullpunkte der Quecksilberthermometer bei den Controlen vor und nach den Vergleichen keine Verrückungen bis nach der endlichen Bestimmung des Siedpunktes; und wären wirklich solche Verrückungen momentan während der Vergleichung selbst vorgekommen, so dass sich der alte Nullpunkt erst nachher wieder hergestellt hätte, so müssen dieselben, da sie erfahrungsgemäss bei Temperaturerhöhungen vertikal eintauchender Thermometer ausnahmslos als Depressionen des Nullpunkts auftreten,¹⁸⁾ die Angaben der Quecksilberthermometer erniedrigt und also dem Luftthermometer näher gebracht haben. Würden daher solche Verrückungen nachtheiligen Ein-

17) Sie liegen übrigens innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler, da der höchste Werth, den Regnault findet, 0.0036747, bei Magnus 0.0036790 ist.

18) Man findet unten zahlreiche Beobachtungen als Belege für diese Behauptung aufgeführt, für welche auch die Erfahrungen von Egen (Pogg. Annalen Bd. 11 S. 353) und Henrici (Pogg. Annalen Bd. 50 S. 251) sprechen. J. J. Pierre beobachtete bei horizontal eintauchenden Thermometern in dieser Beziehung gar keine Regelmässigkeit (Annales de chim. et de phys. Bd. VI 1842).

fluss auf die Resultate geübt haben, so müsste man die Abweichungen beider Thermometer in demselben Sinne, wie sie die Beobachtung ergibt, nur noch grösser annehmen, was aus andern Gründen unzulässig erscheint. — Die Angaben der beiden Quecksilberthermometer treffen durchaus so nahe zusammen, dass die mittlere Abweichung in den Beobachtungen, in welchen die neuen Thermometer verwendet wurden, $0^{\circ}.043$ beträgt.¹⁹⁾ Ferner stimmen in beiden Versuchsreihen der Abtheilung III die für den Ausdehnungscoefficienten der Luft erhaltenen Mittelwerthe unter sich und mit dem von Magnus gefundenen auf das Beste überein. Endlich steht unter den 19 Beobachtungen der letzten Abtheilung nur ein Resultat vereinzelt: Nro. 8 der ersten Reihe, welches dem Beobachtungsjournal gemäss auszuschliessen ist. Vergleichen über 70° wurden vermieden, weil nach den Beobachtungen von Henrici hier schon merkliche Depressionen des Nullpunkts zu fürchten sind, denen ich die Thermometer nicht ohne Noth aussetzen wollte. Die Siedpunktsbestimmung gegen das Ende der neunten Reihe (Abth. III) war zur genauen Ermittlung des Intervalls nothwendig, und die unmittelbar folgenden, zwischen Siedpunkts- und Nullpunkts-Bestimmung fallenden Vergleichen wurden hauptsächlich darum gemacht, dass von den Folgen

Siedpunkt — Nullpunkt — Messung

Nullpunkt — Messung — Siedpunkt

Siedpunkt — Messung — Nullpunkt

jede in diesen Beobachtungen vertreten sei. Ich kann zwar schon hier bemerken, dass meinen Erfahrungen gemäss die

19) Bei richtiger Schätzung der Zehntel von Millimetern wurden am Thl. I noch $0^{\circ}.03$ am Thl. II $0^{\circ}.05$ abgelesen. Selbstverständlich sind dabei die Angaben sowohl der Quecksilberthermometer als des Luftthermometers stets auf den Nullpunkt bezogen, dessen Bestimmung der Beobachtungszeit zunächst liegt, und das Intervall der ersteren Thermometer von diesem Nullpunkt und dem zunächst bestimmten Siedpunkt hergenommen. Vgl. den Anhang.

zweite Folge dann bei weitem den Vorzug verdient, wenn vor der Bestimmung des Nullpunkts mehrere Tage der Ruhe für die Thermometer (Zimmertemperatur) vorhergegangen sind, werde aber unten bei Gelegenheit der Bestimmung des mittleren Fehlers auf die Kritik dieser Methoden noch eingehender zurückkommen.

Die Temperaturangaben der Quecksilberthermometer sind hier so eingetragen, wie sie der Beobachtung unmittelbar entnommen sind. Sie müssen indessen, ehe man sie weiter und speciell zur Ableitung der scheinbaren Ausdehnung verwendet, noch eine Korrektur²⁰⁾ erfahren, welche durch einen kleinen Unterschied zwischen dem definirten Grade und dem direkt abgelesenen hereingebracht wird. Man nennt den hundertsten Theil des Volumens Quecksilber, welches bei der Erwärmung des Thermometers von der Temperatur des schmelzenden Schnees bis zu der Temperatur des bei 760^{mm} Druck gesättigten Wasserdampfes über die Marke 0 herausgetreten ist, einen Grad, misst aber dieses Volumen in einer cylindrischen Röhre, welche selbst die Temperatur hat, die bestimmt werden soll. Sie ist also nicht immer gleich weit, und es ist deutlich, dass sie, wenn der Quecksilberfaden bei 50° steht, nicht gerade die Hälfte des Quecksilbers fasst, welches sie bei 100° enthalten hat, sondern weniger, so dass das Einstehen des Fadens auf 50° nicht die oben definirten 50 Grade anzeigt, sondern eine etwas tiefere Temperatur, die man allgemein erhält, wenn man die Anzahl der abgelesenen Grade t

mit dem Faktor $\frac{1+\beta t}{1+\beta 100}$ multipliziert, worin β den cubischen Ausdehnungscoefficienten des Glases bezeichnet. Statt dieses Faktors lässt sich mit hinreichender Annäherung der Subtrahend

$$\beta (100 - t) t$$

setzen, der an der abgelesenen Temperatur t zur Reduction

²⁰⁾ Diese Korrektur hat Hr. Poggendorff im 41. Bande seiner Annalen S. 372 gegeben.

auf die definitive Temperatur (des Quecksilberthermometers) anzubringen ist.

Es soll noch in Kürze hier der Nachweis geliefert werden, dass die oben genannte Korrektur auch an den durch Gewichtsthermometer angezeigten Temperaturen dann anzubringen ist, wenn man die letzteren nach den von den Herren Regnault und Magnus angewandten Formeln gerechnet hat.

Seien Volumen und Dichtigkeit der Masse Quecksilber, die bei $t^{\circ}\text{C}$ ein Glasfläschchen ausfüllt beziehungsweise V_t und D_t , so ist im Allgemeinen

$$V_t D_t = P_t$$

das Gewicht dieses Quecksilbers, und analog gelten die Gleichungen

$$\begin{aligned} V_0 D_0 &= P_0 && \text{für } 0^{\circ}\text{C} \text{ und} \\ V_c D_c &= P_c && \text{für } 100^{\circ}\text{C}. \end{aligned}$$

Man setzt wieder ohne eine besondere Voraussetzung

$$V_t = V_0 (1 + \beta t),$$

worin β den mittleren kubischen Ausdehnungscoefficienten des Glases zwischen 0° und t° bezeichnet, ferner

$$D_t = \frac{D_0}{1 + \gamma t},$$

worin γ die analoge Bedeutung für Quecksilber hat.

Sei nun p_t das Gewicht des Quecksilbers, welches bei der Erwärmung von 0° auf t° ausgeflossen ist, so ist

$$\begin{aligned} P_t &= P_0 - p_t \\ P_c &= P_0 - p_c; \end{aligned}$$

und es bestehen also die Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} V_0 D_0 \frac{1 + \beta t}{1 + \gamma t} &= P_0 - p_t \\ V_0 D_0 \frac{1 + \beta 100}{1 + \gamma 100} &= P_0 - p_c \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

eliminiert man hieraus γ , so folgt, wenn noch $P_0 = V_0 D_0$ eingesetzt wird,

$$t = 100 \frac{P_0 - p_c}{P_0 - p_t} \cdot \frac{p_t + P_0 \beta t}{p_c + P_0 \beta 100}$$

und setzt man hier $\beta=0$, so erhält man die Formel, nach welcher Magnus und Regnault gerechnet haben; setzt man aber

$$\frac{p_t + P_0 \beta t}{p_c + P_0 \beta 100} = \frac{p_t}{p_c} x,$$

so wird $x = \frac{1 + \frac{P_0 \beta t}{p_t}}{1 + \frac{P_0 \beta 100}{p_c}}$, und wenn man für $\frac{P_0}{p_t}$ und $\frac{P_0}{p_c}$

aus den obigen Gleichungen (1 substituirt, so reduzirt sich dieser Faktor auf $\frac{1 + \beta t}{1 + \beta 100}$, was zu beweisen war.

Die folgende Tafel II zeigt, dass der Werth dieser Korrektur bald über 300° schon 2° beträgt, also keineswegs vernachlässigt werden darf.

Versteht man nun unter t die nach vorstehender Vorschrift corrigirte Ablesung am Quecksilberthermometer, unter q_0 das Volumen irgend einer Masse Quecksilber bei 0° und den cubischen Inhalt des dasselbe umschliessenden Glases, unter q_t und Q das Volumen des Quecksilbers beziehungsweise bei t° und 100° , unter v_t und V den cubischen Inhalt des Glases bei t° und 100° , so ist

$$t = 100 \frac{q_t - v_t}{Q - V}$$

Aus dieser Gleichung lässt sich $q_t - v_t$ als aliquoter Theil der Differenz $Q - V$ rechnen, und aus den Vergleichen beider Thermometer kennt man jene Temperatur des Luftthermometers, zu welcher die Volumina q_t des Quecksilbers und v_t des Glases gehören, deren Differenz man gefunden hat. Dies ist neben der Reduktion der Angaben des Quecksilberthermometers auf die des Luftthermometers, welche zunächst ein theoretisches Interesse haben kann, ein praktischer Gewinn, welcher sich für die Temperaturen zwischen 0° und 100° aus der vorliegenden Untersuchung ergibt. Denn kennt man dazu uoch die absolute Ausdehnung des einen von beiden Körpern, des Quecksilbers ($q_t - q_0$) oder des Glases ($v_t - v_0$), so lässt sich die des andern aus den bekannten Werthen der Differenz

$q_t - v_t$ berechnen, welche man die scheinbare Ausdehnung des Quecksilbers nennen kann.

Es wurden nun die zwischen den Angaben des Quecksilber- und Luftthermometers beobachteten Differenzen als Ordinaten zu den Temperaturen des Luftthermometers aufgetragen, der durch sie bestimmten Linie zur Elimination der zufälligen Beobachtungsfehler ein mittlerer Curvenzug substituirt, und theils zur Vergleichung, theils zur weiteren Verwendung die von 10 zu 10 Graden auf der Curve genommenen Werthe in der Tafel II mit den Resultaten zusammengestellt, welche Regnault durch seine Vergleichungen über 100° gewonnen hat. Die letztern sind demjenigen Theile der Tabelle Regnault's (S. 239 des 21. Bandes der Memoiren der Par. Akademie) entnommen, welcher sich auf ordinäres Glas (Nr. 5) bezieht, weil solches auch in der vorliegenden Untersuchung verwendet worden ist. In der dritten Spalte sind die Correkturen angegeben, welche die direkten Ablesungen an den Scalenthermometern und die nach Regnault's Formel gerechneten Angaben der Gewichtsthermometer erfahren mussten. In der vierten Spalte stehen die Produkte der Temperaturangaben des Quecksilberthermometers in die scheinbare Ausdehnung zwischen 0 und 100 ($Q - V = 0.015392$), d. h. die Werthe der Differenz $q_t - v_t$.

Diese wurden nun zur Ermittlung des Glasvolumens (v_t Spalte 5) von den Zahlen für die absolute Ausdehnung des Quecksilbers (q_t) subtrahirt, welche Regnault als Resultate seiner Beobachtungen (zwischen 68° und 300°) in der Tafel Seite 328 des 21. Bandes niedergelegt hat. In der sechsten Spalte findet man die daraus folgenden Werthe des mittleren Glas-Ausdehnungscoefficienten und in der letzten Spalte die Differenzen in Einheiten der 8. Dezimale beigegeben, welche den Gang dieses Coefficienten charakterisiren.

Tafel II.

1	2	3	4	5	6	7
Temperatur des Luftthermomet. T	Corrigirt. Temp. des Quecksilberthermometers t	Correktur der direkten Ablesung $-\beta(t(100-t))$	Scheinbare Ausdehnung $q_t - v_t$	Volumen des ordinären Glases v_t	Mittlerer Ausdehnungscoefficient des Glases $\beta = \frac{v_t - 1}{T}$	Differenzen.
10	10.05	-0.02	0.0015470	1.0002450	0.00002450	
20	20.09	0.04	0.0030928	1.0004972	0.00002486	36
30	30.12	0.05	0.0046367	1.0007563	0.00002521	35
40	40.14	0.06	0.0061786	1.0010224	0.00002556	35
50	50.14	0.07	0.0077175	1.0012955	0.00002591	35
60	60.13	0.06	0.0092554	1.0015756	0.00002626	35
70	70.12	0.05	0.0107923	1.0018627	0.00002661	35
80	80.08	0.04	0.0123252	1.0021568	0.00002696	35
90	90.04	0.02	0.0138589	1.0024561	0.00002729	33
100	100.00	0.	0.0153920	1.0027610	0.00002761	32
110	110.01	+0.03	0.016933	1.003063	0.00002785	24
120	120.02	0.07	0.018473	1.003371	0.00002809	24
130	130.02	0.11	0.020013	1.003684	0.00002834	25
140	140.01	0.16	0.021550	1.004005	0.00002861	27
150	150.01	0.21	0.023090	1.004329	0.00002886	25
160	160.01	0.27	0.024629	1.004658	0.00002911	25
170	170.02	0.34	0.026170	1.004990	0.00002935	24
180	180.04	0.41	0.027712	1.005327	0.00002959	24
190	190.14	0.49	0.029266	1.005656	0.00002977	18
200	200.28	0.58	0.030827	1.005984	0.00002992	15
210	210.43	0.68	0.032390	1.006314	0.00003007	15
220	220.59	0.79	0.033953	1.006650	0.00003023	16
230	230.75	0.90	0.035517	1.006989	0.00003039	16
240	240.91	1.01	0.037081	1.007334	0.00003056	17
250	251.17	1.12	0.038660	1.007669	0.00003068	12
260	261.44	1.24	0.040241	1.008006	0.00003080	12
270	271.75	1.37	0.041828	1.008343	0.00003090	10
280	282.03	1.51	0.043410	1.008690	0.00003103	13
290	292.46	1.66	0.045015	1.009019	0.00003110	7
300	302.91	1.82	0.046624	1.009349	0.00003116	6
310	313.44	1.99	0.048250	1.009667	0.00003119	3
320	323.96	2.16	0.049864	1.010002	0.00003126	7
330	334.74	2.34	0.051513	1.010307	0.00003123	- 3
340	345.52	2.52	0.053182	1.010596	0.00003117	- 6
350	356.71	+2.71	0.054905	1.010838	0.00003097	-10

Aus dieser Zusammensetzung geht einerseits hervor, dass sich meine Beobachtungen recht gut an die Regnaults anschliessen, andererseits wird man beim Anblicke der stetigen

Abnahme der Differenzen und ihres endlichen Zeichenwechsels gerechte Zweifel in die Wahrscheinlichkeit des Ganges setzen, den der Ausdehnungscoefficient des ordinären Glases demgemäss nehmen soll. Der Grund dieser abnormen Erscheinung dürfte in Hrn. Regnault's Tafel für die absolute Ausdehnung des Quecksilbers zu suchen sein.

Diese Tafel ist nämlich nach der empirischen Formel

$$q_t - 1 = bt + ct^2$$

gerechnet, und darin die Constanten b und c aus den zu 150° und 300° des Luftthermometers auf der Curve der Beobachtungen gefundenen Ausdehnungen bestimmt. Man bemerkt, dass diese Formel die Voraussetzung enthält, dass innerhalb des ganzen Intervalls von 0° bis 350° , auf welches sie bezogen ist, der mittlere Ausdehnungscoefficient des Quecksilbers $\frac{q_t - 1}{t}$ eine lineare Function der Temperatur sei. Diese Annahme hat zwar die Einfachheit für sich, nicht aber die Analogie aller übrigen bisher untersuchten Flüssigkeiten, an denen wir vielmehr die Bemerkung machen, dass ihre Ausdehnungscoefficienten mit der Annäherung an den Gefrierpunkt der Flüssigkeit langsamer abnehmen, mit der Annäherung an den Siedpunkt rascher zunehmen als bei mittleren Temperaturen.

Dazu kommt, dass das rasche Abfallen dieser Parabel zwischen 100° und 0° durch die einschlägigen Beobachtungsergebnisse über die absolute Ausdehnung des Quecksilbers keineswegs gerechtfertigt ist²¹⁾, während über 300° , wo der merk-

21) Diese Beobachtungen sind:

Temp. d. Luftth.	Ausdehnungscoefficient.	Temp. d. Luftth.	Ausdehnungscoefficient.
0°	γ	0°	γ
68.31	0.00018106	24.07	0.00018218
75.18	0.00018206	64.19	0.00018213
85.98	0.00018105	77.42	0.00018254
90.22	0.00018135	80.19	0.00018172
100.52	0.00018173		

Bd. 21 S. 300—313.

Diese Beobachtungen sind der zweiten Abtheilung entnommen, welche nach einer Abänderung am Apparate von Regnault gemacht ist und daraus grössere Werthe für γ lieferte als die erste. Regnault hält einen kleinen constanten Fehler für die Ursache.

würdige Zeichenwechsel in den Differenzen der Spalte 7 eintritt, überhaupt keine Beobachtungen mehr über jene Ausdehnung vorliegen.

Ferner stellen die beiden Tafeln Regnault's, die eine für die Ausdehnung des ordinären Glases (wobei ebenfalls eine lineare Function der Temperatur für den Ausdehnungscoefficienten des Glases vorausgesetzt ist), die andere für die Ausdehnung des Quecksilbers, zusammengenommen, Hr. Regnault's eigene und meine thermometrischen Versuche (Tafel II. Sp. 2) sehr mangelhaft dar, wie folgende Zusammenstellung zeigt.

Temp. des Luftth.	Temp. des Quecks. Therm. berechnet	beobachtet	Diffzen R.-B.
50°	49°.82	50°.14	— 0°.32
150	150.51	150.01	+ 0°.50
200	201.37	200.28	+ 1°.09
250	252.55	251.17	+ 1°.38
300	304.08	302.91	+ 1°.17

Es ist also eine Revision dieser Tabellen geboten, und zwar darf sich dieselbe nicht auf die Tafel für Glas allein beschränken, weil man dadurch auf den Gang der Differenzen in Spalte 7 geführt wird, welcher alle Analogie gegen sich, also die grösste Unwahrscheinlichkeit für sich hat. — Geht man nun von den empirischen Formeln und Tabellen auf die Originalbeobachtungen zurück, so überzeugt man sich einerseits, dass die Versuche Regnault's über die scheinbare Ausdehnung des Quecksilbers mit denen über die absolute zwischen 200° und 300° in keinen plausiblen Zusammenhang zu bringen sind, sondern, beide in gleichem Masse berücksichtigt, in der That auf die abnehmenden Differenzen der Spalte 7 führen. Da sich nun schwer entscheiden lässt, welchem von beiden grösseres Gewicht beizulegen ist, so wird man vorläufig von ihnen ganz absehen und sich auf das Intervall zwischen 0° und 200° beschränken. Lässt man hier für Glas, als einen festen Körper, für welchen eine Temperaturerhöhung von 0° auf 200° noch kaum eine Annäherung an den Schmelzpunkt zu nennen ist, die Annahme zu, dass sein

Ausdehnungscoefficient innerhalb dieser Grenzen annähernd durch eine lineare Function der Temperatur dargestellt werden könne, und bestimmt die beiden Constanten dieser Function aus Regnault's Beobachtungen über die absolute und scheinbare Ausdehnung des Quecksilbers bei 100° und 200°; so kommt man zunächst auf die Werthe von β , welche von 10 zu 10 Graden in Spalte 2 der folgenden Tafel III. verzeichnet sind und durch die Formel

$$100 \beta = 0.002531 + 0.0000023t$$

gerechnet werden. Stellt man mittelst dieser Formel die den Temperaturen t des Luftthermometers entsprechenden Werthe von v_t her und addirt sie zu den aus den thermometrischen Versuchen abgeleiteten scheinbaren Ausdehnungen $q_t - v_t$ so erhält man die Werthe q_t (Volumen des Quecksilbers) für die Temperaturen des Luftthermometers zwischen 0° und 200°, aus welchen der in der dritten Spalte der Taf. III verzeichnete Gang für den Ausdehnungscoefficienten γ des Quecksilbers folgt.

Tafel III

für die Ausdehnung des Glases und des Quecksilbers zwischen 0° u. 200°.

1	2	3	4	5
Temperatur des Luftther- mometers T	Mittlerer Ausdehnungscoefficient des Glases. β	Mittlerer Ausdehnungscoefficient des Quecksilbers. γ	Differenzen von γ	
10°	0.00002554	0.00018038		
20	0.00002577	0.00018047	9	
30	0.00002600	0.00018057	10	
40	0.00002623	0.00018068	11	
50	0.00002646	0.00018079	11	
60	0.00002669	0.00018091	12	
70	0.00002692	0.00018104	13	
80	0.00002715	0.00018119	15	
90	0.00002738	0.00018135	16	
100	0.00002761	0.00018153	18	
110	0.00002784	0.00018174	21	
120	0.00002807	0.00018198	24	
130	0.00002830	0.00018222	24	
140	0.00002853	0.00018246	24	
150	0.00002877	0.00018270	24	
160	0.00002900	0.00018295	25	
170	0.00002923	0.00018321	26	
180	0.00002946	0.00018348	27	
190	0.00002969	0.00018376	28	
200	0.00002992	0.00018405	29	

Hypothetische Fortsetzung der Tafel III
(auf Grundlage der thermometrischen Versuche Regnaults und der zwischen 0° und 200° erprobten empirischen Formel für die Ausdehnung des Glases)

1	2	3	4	5
Temperatur des Luftthermometers T	Mittlerer Ausdehnungscoefficient des Glases, β	Mittlerer Ausdehnungscoefficient des Quecksilbers γ	Differenzen von γ	Mittlerer Ausdehnungscoefficient des Quecksilbers nach den direkten Beobachtungen interpolirt.
210	0.00003015	0.00018435		0.00018430
220	0.00003038	0.00018466		
230	0.00003061	0.00018499	31	0.00018456
240	0.00003084	0.00018534	33	0.00018481
250	0.00003107	0.00018570	35	0.00018506
260	0.00003130	0.00018607	36	0.00018531
270	0.00003153	0.00018645	37	0.00018557
280	0.00003176	0.00018684	38	0.00018582
290	0.00003199	0.00018724	39	0.00018607
300	0.00003222	0.00018766	40	0.00018632
310	0.00003245	0.00018811	42	0.00018658
320	0.00003268	0.00018859	45	
330	0.00003291	0.00018910	48	
340	0.00003314	0.00018965	51	
350	0.00003337	0.00019024	55	
			59	

Vergleicht man nun die so aus unserer Tafel für die Ausdehnung des Glases (Tafel II. Spalte 2) und den thermometrischen Versuchen gerechneten Werthe von γ mit den direkt beobachteten, so sieht man, dass sie sich der Beobachtung sogar noch etwas besser anschliessen, als die nach der oben erwähnten empirischen Formel Regnaults gerechneten. Denn es sind die Beobachtungsfehler der Versuche Regnault's über die absolute Ausdehnung des Quecksilbers zwischen 0° und 200°:

Temp. des Luftth.	B-R.	
	Nach Tafel III.	Nach Regnaults Tafel.
68.31	+ 4	+ 32
75.18	+ 94	+ 116
85.98	- 23	- 12
90.22	0	+ 7
100.52	+ 19	+ 19
123.46	+ 17	+ 12

Temp. des Luftth.	B.-R.	
	Nach Tafel III.	Nach Regnaults Tafel.
124.06	— 1	— 6
132.15	+ 45	+ 41
138.76	+ 37	+ 33
140.12	+ 32	+ 24
147.48	— 11	— 20
159.25	— 13	— 21
166.43	— 20	— 28
169.16	+ 16	+ 8
198.79	— 56	— 32
205.57	+ 21	+ 24

(Die Differenzen sind zwischen den beobachteten und berechneten mittleren Ausdehnungscoefficienten γ in Einheiten der 8. Dezimale genommen)

so dass die Differenz der positiven und negativen Fehler nach Tafel III nur 171, bei Regnault 197 beträgt, und die Quadratsumme der Fehler, welche nach Regnault 21709 Einheiten der 16. Dezimale war, nun auf 18973 solche Einheiten herabgebracht ist.

Dabei ist die Uebereinstimmung der Rechnung mit den thermometrischen Versuchen durch Tafel III. vollkommen hergestellt, was schon aus der Art der Ableitung der Werthe von γ folgt.

Man wird daher diese Tafel, welche die Ausdehnung des ordinären Glases und des Quecksilbers zwischen 0° und 200° gibt, den von Hrn. Regnault hiefür gegebenen Tafeln vorziehen, weil sie sowohl die Versuche über die absolute, als insbesondere die thermometrischen über die scheinbare Ausdehnung ungleich besser darstellt als jene, ganz abgesehen von den Analogien, welche für den hier auftretenden Gang der Differenzen (Spalte 4) sprechen.²¹⁾

21) Dehnt man nun die Formel für den Ausdehnungscoefficienten des Glases, welche sich zwischen 0° und 200° so gut bewährt, noch weiter aus und rechnet wie oben aus v_1 und den durch die thermometrischen Versuche Regnaults gegebenen scheinbaren Ausdehnungen ($q_1 - v_1$) die Ausdehnung des Quecksilbers, so erhält man entsprechend die mittleren Ausdehnungscoefficienten γ in Spalte (3) mit

Die Tafel III soll nun noch zur Ableitung des mittleren Fehlers meiner Beobachtungen benützt werden. Der Gang des Quecksilberthermometers bezüglich des Luftthermometers zwischen 0° und 100° ist nach dieser Tafel definitiv folgender:

Temp. d. Luft.	Temperaturangabe des Quecksilberth.	
	corrig. Ablesung.	direkte Ablesung.
10°	10.06	10.08
20	20.10	20.14
30	30.13	30.18
40	40.14	40.20
50	50.13	50.20
60	60.12	60.18
70	70.09	70.14
80	80.06	80.10
90	90.03	90.05
100	100.00	100.00

den zugehörigen Differenzen in Spalte (4), und bemerkt, dass sie von den in Spalte (5) beigesetzten, den direkten Beobachtungen über γ entnommenen Werthen abweichen. — Verbindet man aber nun umgekehrt mit unserer Formel für die Ausdehnung des Glases die Versuchsergebnisse Regnaults über die absolute Ausdehnung des Quecksilbers (γ in Spalte 5), so vermag man die thermometrischen Versuche nicht darzustellen und die Differenz beträgt mehrere Grade, um welche demnach die Temperaturangaben der Quecksilberthermometer näher an die des Luftthermometers fallen müssten, als in den zahlreichen Versuchen mit Thermometern aus ordinärem Glase beobachtet worden ist. — Die Resultate beider Arbeiten Regnaults lassen sich demnach nur um den Preis vereinigen, dass man den fortschreitenden Gang der Differenzen von γ (Tafel III Sp. 4) der die Analogie aller Flüssigkeiten für sich hat, aufgibt und zu dem Gange der Differenzen von β (Tafel II Sp. 7) zurückkehrt, den man mindestens für höchst unwahrscheinlich halten darf. — Man wird somit, bis weitere Versuche endgiltig entschieden haben in der obschwebenden Unsicherheit zwischen 200° und 350° jene Werthe von γ als die wahrscheinlicheren vorziehen welche durch die Versuche von der grösseren Anzahl und einfacheren Methode unterstützt sind. Dies sind die in der Fortsetzung der Tafel II Sp. 3 eingetragenen Werthe von γ , bei deren Herstellung allerdings die Formel für den Coefficienten β von 200° bis 350° vorausgesetzt wurde. Da wohl nicht angenommen werden kann, dass die zwischen 0° und 200° als constant erprobten Differenzen von β , bei höheren Temperaturen anfangen abzunehmen, da vielmehr Zunahme in Analogie mit allen Erfahrungen ist, so müssen die eingetragenen Werthe von γ noch als Minimalwerthe betrachtet werden.

Hiernach ergeben sich die Beobachtungsfehler in Hunderteln von Graden in der Reihenfolge der Beobachtungen aufgeführt:

I. Abtheilung.	II. Abtheilung	III. Abtheilung.
R-B	R-B	R-B
- 4 0	- 2	+ 3
+ 2 - 1	- 19	+ 5
- 2 - 1	- 15	- 2
+ 1 - 8	- 3	- 5
- 1 - 5	+ 6	+ 5
+ 3 - 4	+ 6	+ 1
+ 2 - 5	- 12	+ 3
+ 2 - 2		- 1
+ 1 + 1		- 1
+ 3 + 1		- 5
+ 5 + 4		- 1
+ 3 + 6		+ 2
+ 2 0		- 6
+ 1 + 5		+ 3
- 1 - 3		+ 2
+ 5 - 2		+ 6
0 + 1		0
- 5 - 6		+ 3
- 8 - 2		
- 2		

Die Fehler der dritten Abtheilung, deren Beobachtungen nach vorausgegangener langer Ruhe der Thermometer so an gestellt wurden, dass die zur genauen Ermittlung des Inter valls nöthige Siedpunktsbestimmung an das Ende der Verglei chungen verlegt wurde, übertreffen um nichts die der ersten Abtheilung, in welcher mehre Jahre alte Thermometer von un veränderlichem Nullpunkte nur bis zu Temperaturen von 45° benützt worden sind. Hingegen geben die starken Differenzen der II. Abtheilung ein abschreckendes Beispiel gegen die dort angewandte Methode. Die Normalthermometer sind hier bald nach ihrer Anfertigung verglichen, in welche Zeit bekanntlich ohnedies die bedeutendsten Verrückungen des Nullpunkts fal len. Dazu kommt, dass häufige Siedpunktsbestimmungen zwis chen die Vergleichen eingeschoben wurden, welche jedes mal eine momentane Erniedrigung des Nullpunktes bewirken. (Vgl. den Anhang), so dass die Temperaturmessung stets in

die Zeit der Hebung des Nullpunktes und folglich zu hoch ausfällt, wenn sie auf einen vor der Messung und nach dem Siedpunkt bestimmten Nullpunkt bezogen wird; zu tief hingegen, wenn der Nullpunkt erst nach der Messung bestimmt wird. Man wird also beide Methoden, sowohl die Folge:

Siedpunkt-Nullpunkt-Beobachtung,
welche von Henrici vorgeschlagen ist, als die zweite

Siedpunkt-Beobachtung-Nullpunkt

vermeiden und vielmehr die Siedpunkts-Controle erst nach der Messung selbst vornehmen. Findet man vor und nach der Messung den Nullpunkt an derselben Stelle, während man die gemessene Temperatur selbst mittelst des durch die folgende Siedpunktsbestimmung ermittelten Intervalls rechnet, so wird man jeden Grund des Zweifels in eine normale Temperaturbestimmung vermieden haben. Die Erfüllung der ersteren von beiden Bedingungen wird man aber nur dann mit einiger Zuversicht erwarten können, wenn man die Thermometer vorher längere Zeit höheren Temperaturen als etwa 50° nicht ausgesetzt hat, und zugleich die gemessene Temperatur selbst nicht weit über dieser Grenze liegt. Was das Letztere betrifft, wird wohl die Individualität des benützten Thermometers entscheiden; denn es zeigten z. B. die Thermometer I. und II. nach Temperaturerhöhungen bis zu 61° keine Depression des Nullpunkts, während Henrici in diesem Falle eine solche von $0^{\circ}.1$ an seinem Thermometer bemerkt hat.

Da man die grossen Fehler der II. Abtheilung einer ungeschickten Behandlung der Quecksilberthermometer zuschreiben muss, so wird man, um ein genähertes Mass für die Sicherheit einer Temperaturbestimmung mit Prof. Jolly's Construction des Luftthermometers zu erhalten, nur die 57 Beobachtungen der I. und III. Abtheilung zur Ableitung des mittleren Fehlers benutzen. Dieser berechnet sich als Quadratwurzel aus der durch die Anzahl der Beobachtungen²²⁾ divi-

22) Es wird hier der Einfachheit wegen allen diesen 57 Beobachtungen das gleiche Gewicht beigelegt, obwohl denen der dritten Abtheilung offenbar die grösste Zuverlässigkeit zukommt.

dirten Quadratsumme der Fehler zu $0^{\circ}.035$ und daraus ergibt sich

$$0^{\circ}.023$$

als wahrscheinlicher Fehler einer Beobachtung. Von den 57 beobachteten Fehlern fallen 30 zwischen 0 und den wahrscheinlichen Fehler (soll die Hälfte), 41 bis 51 (je nachdem man 0.05 mitrechnet oder nicht) zwischen 0 und das Doppelte dieses Fehlers (soll 46), und der dreifache Betrag desselben wird nur zweimal überschritten, so dass den Anforderungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung vorzüglich genügt ist.

Als Resultat der vorliegenden Experimental-Untersuchung ist zunächst die Seite 35 eingetragene Reductionstabelle der Temperaturangaben des Quecksilberthermometers auf die des Luftthermometers zu betrachten, und dann mittelbar derjenige Theil der Tafel III für die Ausdehnung des Glases und Quecksilbers, welcher sich auf die Temperaturen zwischen 0° und 100° bezieht.

Wenn es noch einer Rechtfertigung bedarf, dass man die Reduction anderer Thermometer auf das Luftthermometer betont, so mag sie darin gefunden werden, dass wir nach Regnault's Versuchen über die specifische Wärme der Luft bei constantem Drucke²³⁾, den Arbeiten zur Bestimmung des mechanischen Aequivalents der Wärme²⁴⁾, der genauen Uebereinstimmung von Gasthermometern²⁵⁾ unter sich (wie Luft und Wasserstoff) — allen Grund haben anzunehmen, dass gleiche Spannungszunahmen der Luft bei constantem Volumen sehr nahe durch gleiche Wärmemengen hervorgerufen werden, dass wir somit in der Scala des Luftthermometers eine

23) Relation des experiences..... par V. Regnault. Paris 1862. tome II

24) Joule und Person sind auf sehr verschiedene Weise zu nahe übereinstimmenden Resultaten gelangt, was für die Beharrlichkeit des Verhältnisses der Wärmecapacitäten bei constantem Druck und const. Volumen spricht.

25) Regnaults Vergleichen im 21. Bande der Pariser Akademieschriften von 1847. S. 186 ff.

rationelle Thermometerscala besitzen, welche zugleich durch die grosse Ueberlegenheit des Ausdehnungscoefficienten der Luft über den ihrer Glashülle wesentliche praktische Vortheile bietet. — In aller Strenge wird indessen nach den Erfahrungen über die Abweichung der Luft vom Mariotte'schen Gesetze²⁶⁾ und die Zunahme ihres Spannungs- und Ausdehnungscoefficienten²⁷⁾ mit der Dichtigkeit jene Annahme nicht richtig sein, und man wird der Wahrheit damit um so näher kommen, je geringer die Dichtigkeit der betrachteten Luft ist. Nach einer empirischen Gleichung²⁸⁾, welche an der Stelle des vereinigten Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetzes durch Beifügung eines weiteren Gliedes Regnault's Versuche über die Compressibilität und die Zunahme des Ausdehnungscoefficienten sehr gut darstellt:

$$Pv = 1,0020109 (1 + 0,003642t) - 0,0020109 \cdot 10^{-0,00715t} \cdot v^{-\frac{2}{3}}$$

würde für mittlere Dichtigkeiten ($v = 1$, $P = 1$ Atmosphäre) der mittlere Spannungscoefficient der Luft von constantem Volumen mit wachsender Temperatur abnehmen, so dass beispielsweise bei $+ 50^\circ$, $\alpha = 0,003672$, bei 300° , $\alpha = 0,003656$ statt des constanten $0,003665$ in Rechnung zu bringen wäre. Indessen ist die Formel nur auf Versuche bei 5° und 100° basirt und bedarf vor ihrer Verwendung zur Reduction der Spannungszunahmen der Luft durch die Wärme auf die Scala eines idealen Gases (dem man sich der Formel gemäss durch Verminderung der Dichtigkeit und Erhöhung der Temperatur nähert) noch der Bestätigung durch weiter ausgedehnte Versuche.

26) Oersted, Edinb. Journal of Sciences Bd. 4. 1826. Despretz, Comptes rendus II. 14. 21. 23 — Dulong und Arago im 10. Bande der Memoiren der Pariser Akademie 1831, und Regnault im 21. Bande derselben 1847.

27) Regnault im 21. Bande der Memoiren S. 110 ff. und in der „Relation des experiences“ v. 1862.

28) Versuche zu derartigen Gleichungen findet man in Pogg. Annalen im Bande 116 Nr. 7 für 1862 von Schroeder van der Kolk und von Theodor Reye, welche indessen einen neuen Versuch nicht eben überflüssig machten.