

# **Badische Landesbibliothek Karlsruhe**

## **Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe**

Die Eisenverluste in elliptischen Drehfeldern

[urn:nbn:de:bsz:31-285099](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-285099)

# Die Eisenverluste in elliptischen Drehfeldern.

Von Dr.-Ing. M. Radt.

## I. Theoretischer Teil.

### 1. Einleitung.

Ein elliptisches Drehfeld ist ein rotierendes Feld, dessen räumliche Verteilung am Ankerumfang durch die Feldkurve gegeben ist, und dessen Amplitude bei der Bewegung um eine doppelte Polteilung sich periodisch in der Weise ändert, daß bei der Darstellung in Polarkoordinaten der radius vector eine Ellipse beschreibt. Ist die eine Halbachse der Ellipse Null, so geht als Grenzfall das elliptische Drehfeld in ein Wechselfeld über, sind beide Halbachsen gleichgroß, so erhalten wir ein Kreisdrehfeld.

Ein elliptisches Drehfeld entsteht im einphasigen Induktionsmotor und allen einphasigen Kommutatormotoren, die mit Rotor kurzschluß arbeiten. Da diese Motoren erst seit einigen Jahren eine Rolle in der Technik spielen, und zunächst ihre prinzipielle Durchbildung die Hauptfrage bildete, sind Untersuchungen über Einzelfragen, wie z. B. über die Eisenverluste, noch verhältnismäßig wenig angestellt worden. Die besten theoretischen Arbeiten über dieses Thema sind die Abhandlungen von R. Rüdenberg<sup>1)</sup>, der im Anschluß an seine Untersuchungen über die Verteilung der Induktion in Dynamoankern Formeln für den Wirbelstromverlust in elliptischen Drehfeldern aufstellte<sup>2)</sup>. Eingehendere Versuche über die Eisenverluste sind, soweit dem Verfasser bekannt ist, nur von E. Rother<sup>3)</sup> publiziert worden, der eine Formel für die Gesamtverluste empirisch aufstellte, die für eine ruhende Eisenmasse zu ähnlichen Ergebnissen führt wie die vorliegende Arbeit. In den übrigen Punkten weichen allerdings Rother's Resultate von den hier gegebenen nicht unerheblich ab.

<sup>1)</sup> ETZ 1906, S. 109, Voith'sche Sammlung, Bd. V.

<sup>2)</sup> E. u. M. 1907, S. 533.

<sup>3)</sup> E. u. M. 1909, S. 961.

Im folgenden ist nun der Versuch gemacht, theoretisch und empirisch zu Formeln zu gelangen, die eine Berechnung der Einzelverluste von ruhenden und rotierenden Eisenmassen in elliptischen Drehfeldern mit einiger Genauigkeit gestatten.

## 2. Allgemeines über die Vorausberechnung der Eisenverluste in Dynamoankern.

Die Eisenverluste trennt man bekanntlich in Wirbelstromverluste  $W_w$  und Hysteresisverluste  $W_h$  und berechnet sie zu

$$W_w = \sigma_w \left( A \frac{c}{100} \frac{f_\epsilon B}{1000} \right)^2 V^1 \quad . . . . . (1)$$

$$W_h = \sigma_h \frac{c}{100} \left( \frac{B}{1000} \right)^{1,6} V \quad . . . . . (2)$$

Die Frage, ob die Hysteresisverluste bei wechselnder und bei drehender Ummagnetisierung voneinander verschieden sind, ist seit vielen Jahren heiß umstritten und auch heute noch ungelöst, da über das Wesen der Hysteresis noch nichts bekannt ist. Diese Frage liegt daher außerhalb der folgenden Untersuchung, in der im übrigen angenommen wird, daß die Verluste bei beiden Ummagnetisierungsarten gleich groß sind.

Außer diesen beiden Arten von Verlusten treten in Maschinen mit Nuten noch zusätzliche Eisenverluste auf. Die abwechselnde Folge von Zähnen und Nutenöffnungen bringt Ungleichmäßigkeiten in der Feldkurve hervor, die an der Oberfläche des gegenüberliegenden Maschinenteiles bei der Rotation Wirbelströme induzieren. Sind Stator und Rotor genutet, so ist die Leitfähigkeit eines Zahnes für den Hauptkraftfluß davon abhängig, ob ein Zahn oder eine Nut vor ihm steht, es entstehen Pulsationen des Hauptkraftflusses im Zahn und im Ankereisen und entsprechende Verluste. Ferner wird auch der Streufluß einer Nut sich in derselben Weise ändern und seinerseits Verluste hervorrufen. Alle diese zusätzlichen Verluste müssen nun soweit es geht von den anderen Eisenverlusten getrennt und besonders berechnet werden.<sup>2)</sup>

Ferner hängt die Größe der Verluste von der Temperatur des Eisens ab, und zwar werden diese mit wachsender Erwärmung geringer. Bei guten Blechen beträgt die Verminderung 1,5 bis 2% und bei gewöhnlichen Blechen 3 bis 4% für 10° C Temperatur-

<sup>1)</sup> Die Bedeutung der einzelnen Buchstaben ist aus dem Buchstabenverzeichnis S. 5 zu ersehen.

<sup>2)</sup> Siehe O. S. Bragstad und A. Fraenckel ETZ 1908, S. 1074.

erhöhung. Bei experimentellen Untersuchungen muß also jedesmal die gleiche Temperatur innegehalten werden, oder es müssen die bei verschiedenen Temperaturen gemessenen Verluste auf die gleiche Temperatur reduziert werden.

Schließlich ändern sich die Eisenverluste auch mit der Form der Spannungskurve. Sie sind bei spitzen Kurven kleiner, bei flachen größer als bei Sinusform. Versuche über den Einfluß der Temperatur und der Spannungskurve auf die Verluste sind häufig angestellt worden, und es wird im folgenden nur so weit auf diese Faktoren eingegangen, wie es ihre Berücksichtigung bei der experimentellen Untersuchung verlangt.

Die Eisenverluste  $W_h$  und  $W_w$  berechnet man nun gewöhnlich mit einer Induktion  $B$ , die sich aus der Formel

$$B = \frac{\Phi}{Q}$$

ergibt.

Man trennt dabei noch die Verluste in die der Zähne und des vollen Eisenquerschnittes, wobei man die Veränderlichkeit der Induktion in den Zähnen vom Zahnkopf bis zum Zahnfuß berücksichtigt.<sup>1)</sup> Unsere folgenden Betrachtungen beziehen sich zunächst nur auf ungenutzte Anker.

Die Einführung von  $B$  als maximale Induktion in die Gl. 1 und 2 setzt voraus, daß die Induktion im Anker in radialer Richtung (über die ganze Eisenhöhe  $h$  hin) konstant ist. Diese Voraussetzung trifft aber durchaus nicht zu. W. M. Thornton<sup>2)</sup> und v. Studniarski<sup>3)</sup> haben experimentell festgestellt, daß die Induktion von der Oberfläche des Ankers nach innen zu erst wächst und dann bis zur inneren Begrenzung des Ankers wieder fällt, also eine Bockkurve bildet. Rüdénberg<sup>4)</sup> hat, ausgehend von den Maxwell'schen Gleichungen, die Gleichung für die Induktionsverteilung aufgestellt und ist zu Resultaten gekommen, die den genannten Versuchen recht gut entsprechen. Nach diesen Formeln ist die Induktionsverteilung abhängig von dem Verhältnis: Eisenhöhe: Polteilung ( $h:\tau$ ) und der Krümmung der Ankeroberfläche (also auch der Polzahl). Es müssen sich also bei gleichen Feldkurven, gleicher Periodenzahl und mittlerer Induktion im Eisen die Eisenverluste mit den geometrischen Abmessungen des Ankers ändern.

<sup>1)</sup> Siehe E. Arnold, Gleichstrommaschine, Bd. I.

<sup>2)</sup> Electrician 1904, S. 749 und E. Arnold, Die Gleichstrommaschine, Bd. I, S. 635.

<sup>3)</sup> Dissertation, Über die Verteilung der magnetischen Kraftlinien im Anker einer Gleichstrommaschine, Berlin 1905.

<sup>4)</sup> ETZ 1906, S. 109.

Nach Rüdberg ist die Konstante zur Berechnung der Wirbelstromverluste noch zu multiplizieren mit

$$\pi \frac{h}{\tau} \frac{1 + \left(1 - \frac{\pi h}{p \tau}\right)^{2p}}{1 - \left(1 - \frac{\pi h}{p \tau}\right)^{2p}}, \dots \dots \dots (3)$$

der Einfluß der ungleichmäßigen Verteilung auf die Hysterisisverluste ist dagegen bei Maschinen mit größerer Polzahl (von 6 an) nur gering. Die Formel ist nicht ganz korrekt, da sie unter der Annahme einer unveränderlichen Permeabilität  $\mu$  des Eisens und unter Vernachlässigung der Rückwirkung der Wirbelströme auf das Feld abgeleitet ist. Diese Abweichungen von der Wirklichkeit geben aber keine großen Fehler.

Formel 3 gilt für ein sinusförmiges Feld oder für die Grundwelle eines verzerrten Feldes. Für jede höhere Harmonische muß man die Rechnung besonders durchführen und dann superponieren. Die höheren Harmonischen ändern die Feldverteilung im Anker, ihr Einfluß nimmt aber nach dem Ankerinnern zu schnell ab.

Die nachfolgende Untersuchung erstreckt sich nicht auf die Abhängigkeit des Verlustes bei gleichbleibendem Feld von der Eisenhöhe, sondern bestimmt den Einfluß verschiedener elliptischer Felder, Induktionen und Periodenzahlen auf die Verluste eines gegebenen Ankerkörpers. Solange nicht weitere Untersuchungen vorliegen, müssen die Ergebnisse an Hand der Rüdbergschen Formel auf Anker mit einem anderen Verhältnis  $h:\tau$  übertragen werden.

### 3. Das elliptische Drehfeld.

Ein elliptisches Drehfeld entsteht durch das Zusammenwirken zweier oder mehrerer Wechselfelder, die räumlich und zeitlich Phasenverschiebung gegeneinander besitzen. Wir wollen zunächst zwei Wechselfelder mit den Amplituden  $B_1$  und  $B_2$  betrachten, die räumlich und zeitlich um  $90^\circ$  gegeneinander verschoben sind.

In Fig. 1 sind  $\overline{MA} = B_1$  und  $\overline{MB} = B_2$  die Amplituden der beiden Wechselfelder. Für die Stellungen 0 bis 3 des Zeitvektors ist die Zusammensetzung der Felder eingezeichnet, der resultierende Vektor geht durch die entsprechenden Punkte  $B, I, II, III$ , die auf dem Umfange einer Ellipse liegen. Der Vektor des elliptischen Feldes bewegt sich mit ungleichmäßiger Geschwindigkeit (er beschreift in gleichen Zeiten gleiche Flächen), was man an den Winkeln  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  erkennen kann, die der Feldvektor mit dem Zeit-

vektor bildet. Im Punkt  $B$  hat der Feldvektor die größte Geschwindigkeit. Die Winkelgeschwindigkeit ist hier gleich

$$\omega \frac{B_1}{B_2}.$$

In  $A$  ist die (kleinste) Winkelgeschwindigkeit des Feldes gleich

$$\omega \frac{B_2}{B_1},$$

das Verhältnis der Geschwindigkeiten in  $B$  und  $A$  ist also

$$\frac{B_1^2}{B_2^2}.$$

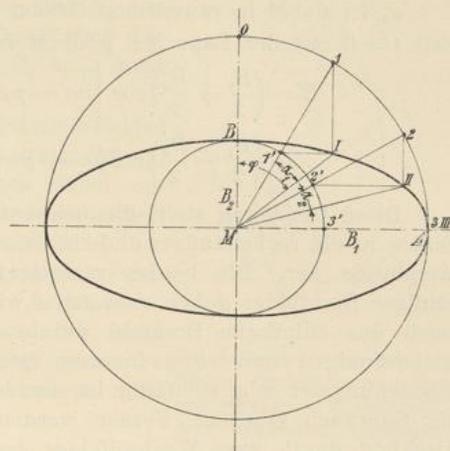


Fig. 1. Entstehung eines elliptischen Drehfeldes aus zwei Wechselfeldern.

In einem beliebigen Augenblicke, zur Zeit  $\omega t$ , bekommen wir für den Winkel  $\varphi$ , um den sich der Vektor des elliptischen Feldes aus der Lage  $\overline{MO}$  gedreht hat:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{B_1 \sin \omega t}{B_2 \cos \omega t} = \frac{B_1}{B_2} \operatorname{tg} \omega t \quad \dots \quad (4)$$

Die Winkelgeschwindigkeit des Feldvektors ist zu dieser Zeit

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{d}{dt} \operatorname{arctg} \left( \frac{B_1}{B_2} \operatorname{tg} \omega t \right) = \frac{\frac{B_1}{B_2} \omega}{1 + \frac{B_1^2}{B_2^2} \operatorname{tg}^2 \omega t} \\ &= \frac{B_1 B_2}{B_1^2 \sin^2 \omega t + B_2^2 \cos^2 \omega t} \omega \quad \dots \quad (5) \end{aligned}$$

Die Leistungsübertragung eines elliptischen Feldes auf einen Rotor ist also ungleichmäßig. In dem Bereich der Geschwindigkeiten  $\omega \frac{B_2}{B_1}$  bis  $\omega \frac{B_1}{B_2}$  des Rotors läuft das Feld in einem Augenblick synchron mit dem Rotor und kurz vorher und nachher schneller oder langsamer.

Nehmen wir an, daß die Feldkurven der beiden Wechselfelder Sinusform besitzen, so ist, wenn der Rotor die Geschwindigkeit  $\omega_r = \frac{\pi n}{30}$  besitzt, die Induktion an einer Stelle  $P$  des Umfanges

$$B = B_1 \sin \omega t \sin p(\alpha_0 + \omega_r t) + B_2 \cos \omega t \cos p(\alpha_0 + \omega_r t) \quad (6)$$

$\alpha_0$  ist dabei in räumlichen Graden der Winkel, um den  $P$  zur Zeit  $t=0$  aus der Lage  $\overline{MB}$  gedreht ist. Es ist nun

$$B = \left(\frac{B_1}{2} + \frac{B_2}{2}\right) \cos [(\omega - p\omega_r)t - p\alpha] - \left(\frac{B_1}{2} - \frac{B_2}{2}\right) \cos [(\omega + p\omega_r)t + p\alpha_0] \dots (7)$$

Diese Gleichung stellt die bekannte Zerlegung eines Wechselfeldes in ein rechtsläufiges und ein linksläufiges Drehfeld von halber Amplitude dar. Die beiden rechtsläufigen und die beiden linksläufigen Drehfelder geben zusammen wieder je ein Drehfeld, so daß auch das elliptische Drehfeld durch das Zusammenwirken eines gleichsinnigen und eines inversen Drehfeldes entsteht. Da diese Entstehungsart sehr sinnfällig ist, werden wir, soweit es geht, von ihr Gebrauch machen. Ferner werden wir uns jedes elliptische Drehfeld durch zwei Wechselfelder erzeugt denken, die räumlich und zeitlich um  $90^\circ$  gegeneinander verschoben sind.

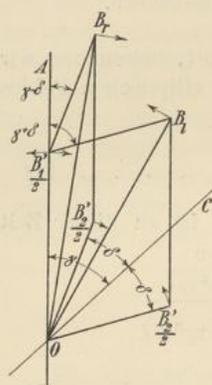


Fig. 2.

In Fig. 2 denken wir uns zwei Wechselfelder  $B_1'$  und  $B_2'$ , die in den Richtungen  $\overline{OA}$  bzw.  $\overline{OC}$  pulsieren, also räumlich um den Winkel  $\gamma$  verschoben sind. Die zeitliche Verschiebung sei  $\delta$ . Wir zerlegen jedes der beiden Wechselfelder in zwei Drehfelder. In Fig. 2 ist angenommen, daß  $B_1'$  im Maximum ist, die beiden Drehfeldvektoren  $\frac{1}{2}B_1'$  liegen also in  $\overline{OA}$ , während die Vektoren  $\frac{1}{2}B_2'$  noch je um den Winkel  $\delta$  von der Achse  $\overline{OC}$  entfernt sind. Wir setzen nun die beiden rechtsläufigen und die beiden linksläufigen Drehfelder geometrisch zusammen. Es ist

$$\left. \begin{aligned} B_r &= \frac{1}{2} \sqrt{B_1'^2 + B_2'^2 + 2 B_1' B_2' \cos(\gamma - \delta)} \\ \text{und} \\ B_l &= \frac{1}{2} \sqrt{B_1'^2 + B_2'^2 + 2 B_1' B_2' \cos(\gamma + \delta)} \end{aligned} \right\} (8)$$

Das gleiche elliptische Feld entsteht aber auch durch zwei aufeinander senkrecht stehende Wechselfelder mit den Amplituden  $B_1 = B_r + B_l$  und  $B_2 = B_r - B_l$ . Es ist somit auch

$$B_r = \frac{B_1 + B_2}{2}, \quad B_l = \frac{B_1 - B_2}{2}.$$

Die eine Hauptachse der Ellipse finden wir, wenn wir in einem beliebigen Zeitpunkte den Winkel zwischen  $B_l$  und  $B_r$  halbieren.

In Fig. 3 ist die Ellipse gezeichnet, und es sind hier das rechts- und das linksläufige Feld  $B_r$  und  $B_l$  und die beiden aufeinander

senkrechten Wechselfelder  $B_1$  und  $B_2$  eingetragen, während die ursprünglich angenommenen Felder  $B_1'$  und  $B_2'$  nicht mehr eingezeichnet sind.

Diese Zerlegung des elliptischen Feldes in zwei Drehfelder ist nicht streng richtig, da die Sättigung des Eisens dabei unberücksichtigt bleibt. In Wirklichkeit besitzt das elliptische Drehfeld in der großen Achse eine mehr abgeflachte Feldkurve als in der kleinen Achse. Solange die Induktion im Eisen aber nicht sehr groß ist, ist der hierbei gemachte Fehler für technische Berechnungen noch zulässig.

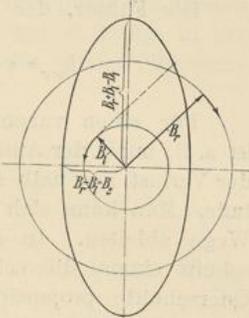


Fig. 3. Entstehung eines elliptischen Drehfeldes aus zwei gegenläufigen Kreisdrehfeldern ungleicher Amplitude.

#### 4. Die Wirbelstromverluste in elliptischen Drehfeldern.

Da die Periodenzahl des elliptischen Drehfeldes entsprechend den beiden Drehfeldern eine zusammengesetzte ist, Ströme verschiedener Periodenzahl sich aber in demselben Leiter gegenseitig nicht beeinflussen, können wir die Wirbelstromverluste für die beiden Drehfelder einzeln berechnen und dann addieren. Es ist also der gesamte Wirbelstromverlust

$$W_w = \sigma_w c^2 A^2 \left[ B_r^2 \left( 1 - \frac{c_r}{c} \right)^2 + B_i^2 \left( 1 + \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] V \cdot 10^{-10} \text{ Watt.}$$

$$c_r = \frac{pn}{60} = \frac{p\omega_r}{2\pi}$$

ist die Periodenzahl der Rotation. Wir wollen nun den Verlust durch die Amplituden der Wechselfelder  $B_1$  und  $B_2$ , also durch die Halbachsen der Ellipse, ausdrücken und setzen

$$\frac{B_2}{B_1} = k \dots \dots \dots (9)$$

Es ist dann

$$W_w = \sigma_w c^2 A^2 \left[ \left( \frac{B_1 + B_2}{2} \right)^2 \left( 1 - \frac{c_r}{c} \right)^2 + \left( \frac{B_1 - B_2}{2} \right)^2 \left( 1 + \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] V \cdot 10^{-10}$$

$$W_w = \sigma_w c^2 A^2 \frac{B_1^2}{4} \left[ (1+k)^2 \left( 1 - \frac{c_r}{c} \right)^2 + (1-k)^2 \left( 1 + \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] V \cdot 10^{-10}$$

$$W_w = \frac{1}{2} \sigma_w \left( A \frac{c}{100} \frac{B_1}{1000} \right)^2 \left[ \left( k - \frac{c_r}{c} \right)^2 + \left( 1 - k \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] V \dots \dots (10)$$

Der Faktor, der das elliptische Feld berücksichtigt, ist also:

$$k_{wr} = \frac{1}{2} \left[ \left( k - \frac{c_r}{c} \right)^2 + \left( 1 - k \frac{c_r}{c} \right)^2 \right]. \quad 1)$$

Für einen ruhenden Anker im Wechselfelde ( $k=0$ ,  $c_r=0$ ) ist z. B. unter der Annahme eines in allen Fällen gleichbleibenden  $\sigma_w$  der Verlust nur halb so groß wie in einem Drehfelde gleicher Amplitude. Man kann sich übrigens dieses Resultat auch auf folgendem Wege ableiten. In einem Drehfelde erhält jeder radiale Querschnitt einmal die volle Induktion  $B$ , der Verlust ist also für alle Querschnitte proportional  $B^2$ . Beim Wechselfelde erhält nur ein Querschnitt die volle Induktion, während die Induktion in den anderen Querschnitten bis zur neutralen Zone hin nach einer Sinusfunktion abnimmt. Nehmen wir nun den Mittelwert des Verlustes für alle Querschnitte, so finden wir ihn deshalb proportional  $\frac{1}{2} B^2$ .

Den Verlust in den Zähnen berechnet man in bekannter Weise mit Hilfe eines Korrekturfaktors  $k_s$ ,<sup>2)</sup> der die ungleiche Verteilung der Induktion über die Zahnhöhe berücksichtigt. Für die Statorzähne bekommen wir z. B. nach Gl. 10 den Verlust

$$W_{zw} = \frac{k_s}{2} \sigma_w \left( A \frac{c}{100} \frac{B_{z \min}}{1000} \right)^2 (1 + k^2) V_z \text{ Watt.}$$

Enthält die Feldkurve höhere Harmonische, deren Größe neben der Grundharmonischen in Betracht kommt, so muß der Verlust für jede Harmonische nach Gl. 10 besonders berechnet werden. Wird das elliptische Feld z. B. durch ein Zweiphasensystem erzeugt, so bekommen wir sämtliche ungeraden Oberfelder des Grundstromes, die elliptische Drehfelder erzeugen, die je nach der Ordnungszahl der Oberfelder mit verschiedenen Geschwindigkeiten teils gleichsinnig, teils gegenläufig sich bewegen. Bei Motoren, die mit Bürstenvorstellung arbeiten, können dabei noch besondere Komplikationen auftreten. In Fig. 4 sind über den Polteilungen  $AC=BD$  zwei Feldkurven in ihrer räumlichen Lage zueinander gezeichnet. Die Feldkurven mögen beliebige Form haben, wir denken sie uns in ihre Harmonischen aufgelöst, von denen in Fig. 4 die erste und dritte gezeichnet sind. Die Felder selbst sollen Wechselfelder sein. Ist nun die Feldkurve  $St$  gegen die Feldkurve  $R$  räumlich um  $90^\circ$  verschoben, liegt also der Punkt  $B$  in  $M$ , und ist die Phasenverschiebung der die Felder erzeugenden Ströme  $90^\circ$ , so bilden die ersten Harmonischen rechtsrotierende Drehfelder, die dritten links-

1) Zu dem gleichen Resultate ist auf anderem Wege auch R. Rüdtenberg gelangt, E. u. M. 1907, S. 533.

2) s. E. Arnold, Gleichstrommaschine, Bd. I.



Es ist

$$\begin{aligned} \frac{d}{dc_r} \left[ \left( k - \frac{c_r}{c} \right)^2 + \left( 1 - k \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] &= 0 \\ -\frac{4k}{c} + \frac{1+k^2}{c^2} 2c_r &= 0 \\ c_r &= \frac{2k}{1+k^2} c \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

Für ein Wechselfeld,  $k=0$ , sind die Verluste bei Stillstand, für ein Kreisdrehfeld,  $k=1$ , bei Synchronismus am geringsten.

Für alle übrigen Achsenverhältnisse liegt das Minimum zwischen Stillstand und Synchronismus.

Für die Wirbelstromverluste im Wechselfeld ( $k=0$ )

nimmt der Faktor die Form

$$\frac{1}{2} \left[ 1 + \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right]$$

an. Die Verluste bestehen also aus einem konstanten Gliede, das durch die Periodenzahl  $c$  bedingt ist, und aus einem mit der Rotorgeschwindigkeit wachsenden Teil. Die vom Stator auf den Rotor übertragenen Wirbelstromverluste sind also, ob sich der Rotor dreht oder nicht, immer die gleichen. Die bei Rotation hinzukommenden Verluste werden mechanisch gedeckt. Dies Verhalten ist auch leicht

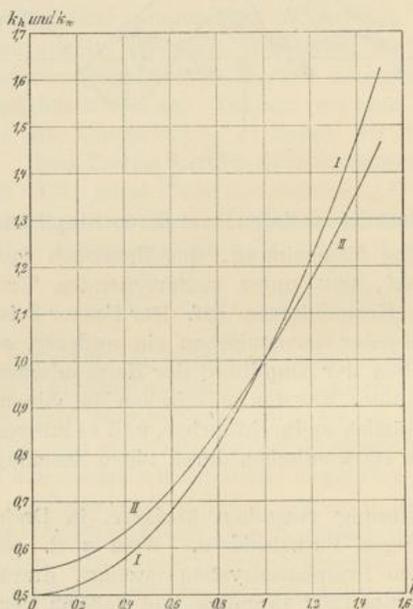


Fig. 5. I Faktor  $k_w$  zur Berechnung der Wirbelstromverluste im Stator.  
II Faktor  $k_h$  zur Berechnung der Hysterisisverluste im Stator.

zu verstehen, da der Statorstrom keine Verluste decken kann, die eine andere Periodenzahl als er selbst haben.

Die Wirbelstromverluste des Statoreisens sind im elliptischen Felde

$$\frac{1}{2} (1 + k^2) = k_w$$

von denen im Kreisdrehfelde. Um die Berechnung zu erleichtern, ist dieser Faktor in Fig. 5, I, als Funktion von  $k$  aufgetragen.

Ebenso sind in Fig. 6 für verschiedene Werte von  $k$  Kurven des Faktors  $k_{wr}$  zur Berechnung der Wirbelstromverluste im Rotor als Funktion von  $\frac{c_r}{c}$  aufgetragen.

### 5. Die Hysterisisverluste in elliptischen Drehfeldern.

Beim zyklischen Ummagnetisieren von Eisen tritt bekanntlich ein Zurückbleiben des Magnetismus der Eisenteilchen hinter der

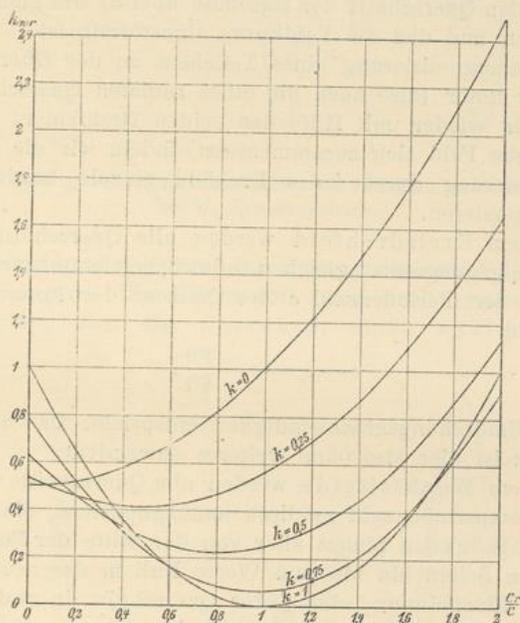


Fig. 6. Faktor  $k_{wr}$  zur Berechnung der Wirbelstromverluste im Rotor.

magnetisierenden Kraft auf, wodurch Wärmeverluste bedingt werden. Neben dieser, Hysterisis genannten Erscheinung beobachtet man ferner, daß bei Änderung der magnetisierenden Kraft das Eisen nicht sofort den entsprechenden magnetischen Zustand annimmt, sondern daß eine kleine Zeit verstreicht, bis dieser erreicht wird. Diese „Viskosität“ des Eisens ist aber nur von untergeordneter Bedeutung.

Nach Steinmetz berechnet man bei zyklischer Ummagnetisierung zwischen zwei entgegengesetzt gleichen Induktionen den Verlust durch Hysterisis mit Hilfe der empirischen Formel

$$W_h = \sigma_h \frac{c}{100} \left( \frac{B}{1000} \right)^{1,6} V \dots \dots \dots (12)$$

setzt ihn also proportional der Zahl der Ummagnetisierungen und der 1,6<sup>ten</sup> Potenz der Induktion. Wir müssen nun zunächst untersuchen, ob die Anwendung dieser Formel auch bei elliptischen Drehfeldern gestattet ist, d. h. ob die Eisenteilchen auch hier zyklische Ummagnetisierungen zwischen entgegengesetzt gleichen Induktionen erleiden. Wir nehmen dabei im folgenden an, daß in einem radialen Querschnitt der Maschine überall die gleiche Induktion herrscht, und daß die Feldkurve sinusförmig ist.

Die Ummagnetisierung eines Teilchens an der Oberfläche von Stator oder Rotor (also auch die eines radialen Querschnittes) bestimmen wir wieder mit Hilfe der beiden Drehfelder, aus denen das elliptische Feld sich zusammensetzt, indem wir die Kurve der Ummagnetisierung durch jedes Drehfeld einzeln bestimmen und dann superponieren.

In einem Kreisfeld werden alle Querschnitte zyklisch zwischen entgegengesetzt gleichen Induktionen ummagnetisiert, der Stator mit der Periodenzahl  $c$  des Netzes, der Rotor mit einer Periodenzahl

$$c - c_r = c - \frac{pn}{60},$$

die seiner Umdrehungsgeschwindigkeit entspricht. Das Steinmetzsche Gesetz ist hier also ohne weiteres anwendbar.

In einem Wechselfelde werden alle Querschnitte des Stators mit der Netzperiodenzahl zyklisch ummagnetisiert, die Größe der maximalen Induktion nimmt aber von der Mitte der Polteilung an nach beiden Seiten hin bis zum Werte Null in der neutralen Zone ab. Diese Erscheinung, daß jeder Querschnitt in anderer Weise ummagnetisiert wird, ist von großer Bedeutung, da sie die charakteristische Eigentümlichkeit der Ummagnetisierung durch ein elliptisches Drehfeld ist. Ungleich verwickelter sind nun die Vorgänge im Rotor, die durch einige Beispiele erläutert werden sollen.

In Fig. 7 ist die Kurve der Ummagnetisierung bei  $\frac{3}{4}$ -Synchronismus für einen Punkt  $P$  konstruiert, der die gezeichnete Lage besitzt zur Zeit, in der der Wechselfluß sein positives (in der Figur nach oben gerichtetes) Maximum hat. Die beiden Drehfelder überdecken sich also gerade. Da der Rotor langsamer läuft als das rechtsdrehende Drehfeld, kommt der Punkt  $P$  im nächsten Moment in den negativen Teil dieses Drehfeldes, wird entsprechend der Feldkurve sinusförmig ummagnetisiert und zwar mit einer Periodenzahl  $(1 - \frac{3}{4}c)$ , wenn  $c$  die Netzperiodenzahl ist. Das linksläufige

Drehfeld beginnt dagegen den Punkt  $P$  mit seinem positiven Teile umzumagnetisieren und zwar mit der Periodenzahl  $(1 + \frac{3}{4})c$ , also 7 mal schneller als das rechtsdrehende Feld. Die aus den beiden

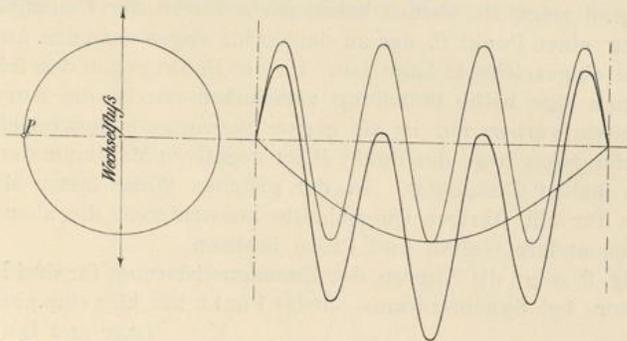


Fig. 7. Ummagnetisierung eines Rotorquerschnittes im Wechselfelde bei  $\frac{3}{4}$  Synchronismus.

Kurven resultierende Kurve der Ummagnetisierung ist in Fig. 7 stark ausgezogen. Die Kurve ist zwar noch symmetrisch zur Abszissenachse, aber der Charakter einer zyklischen Um-

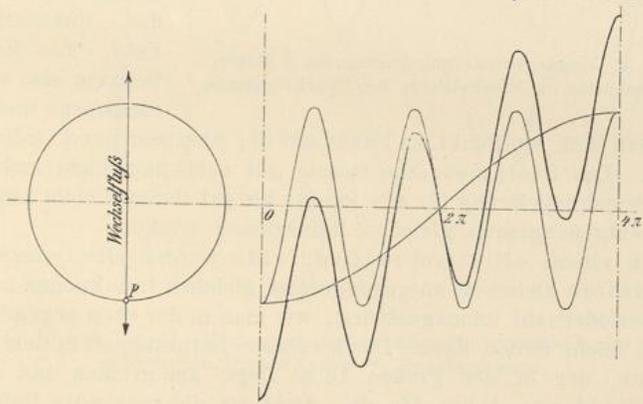


Fig. 8. Ummagnetisierung eines Rotorquerschnittes im Wechselfelde bei  $\frac{3}{4}$  Synchronismus.

magnetisierung ist nicht mehr vorhanden. Die Zahl der Ummagnetisierungen ist aus den beiden Frequenzahlen zusammengesetzt, die Induktion weist mehrere Maxima auf. Die Änderung der magnetisierenden Kraft ist teils von  $+$  über  $0$  nach  $-$ , teils erfolgt sie hauptsächlich nur von  $+$  oder  $-$  bis  $0$  hin. Die Hysterisischleife,

die der Querschnitt  $P$  beschreibt, ist also ein mehrfach verschlungenes Schleifengebilde, auf das die Steinmetzsche Formel nicht mehr anwendbar ist.

Fig. 8 zeigt die ebenso konstruierte Kurve der Ummagnetisierung für einen Punkt  $P$ , der zu der vorhin angenommenen Anfangszeit die eingezeichnete Lage hat. Da der Punkt gegen den früheren um genau eine halbe Polteilung verschoben ist, ist die Kurve die gleiche wie vorher, nur ist sie gegen die vorige phasenverschoben. Zur Anfangszeit liegt der Punkt  $P$  im negativen Maximum der Feldkurven beider Drehfelder. In der gleichen Weise lassen sich die Kurven für alle übrigen Querschnitte konstruieren, die aber jedesmal eine andere Gestalt und Phase besitzen.

Fig. 9 zeigt die Kurven der Ummagnetisierung für drei Punkte des Rotors bei Synchronismus. Jeder Punkt hat hier eine konstante

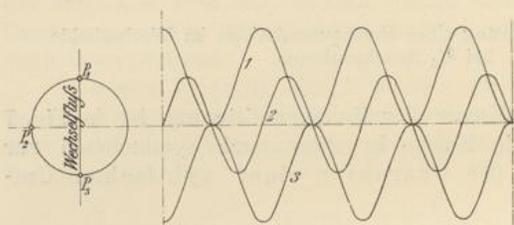


Fig. 9. Ummagnetisierungskurven für 3 Rotorquerschnitte im Wechselfelde bei Synchronismus.

Lage und Induktion in rechtsdrehendem Felde, und darüber lagert sich mit der doppelten Netzperiodenzahl die Ummagnetisierung durch das linksdrehende Feld. Die Kurven besitzen also wieder Sinusform und ver-

schieben sich von Punkt zu Punkt auf der Abszissen- und Ordinatenachse. Das Steinmetzsche Gesetz gilt auch hier nicht mehr, da die Ummagnetisierung für alle Punkte bis auf Punkt 2 nicht zwischen zwei entgegengesetzt gleichen Induktionen erfolgt.

In einem elliptischen Drehfelde werden alle Querschnitte des Stators zwischen entgegengesetzt gleichen Induktionen mit der Netzperiodenzahl ummagnetisiert, wie man in der eben angegebenen Weise leicht finden kann. Die maximale Induktion ist in dem Querschnitte, der in der großen Achse liegt, am größten und nimmt bis zur kleinen Achse hin ab. Doch ist die maximale Induktion eines Querschnittes nicht durch den zugehörigen Radiusvektor der Ellipse bestimmt, wie wir noch näher sehen werden. Das Steinmetzsche Gesetz hat für jeden Querschnitt des Stators Gültigkeit.

Fig. 10 zeigt bei  $3/4$ -Synchronismus die Ummagnetisierung eines Punktes  $P$  des Rotors, der die gezeichnete Lage besitzt zur Zeit, in der der Radiusvektor der Ellipse in der großen Achse liegt. Die Kurve entspricht der in Fig. 8 für ein Wechselfeld konstruierten Kurve. Die Hysteresisschleife, die der Punkt  $P$  beschreibt, bildet

in ihrem Verlaufe mehrere Extraschleifen. Fig. 11 gibt die entsprechende Kurve für einen Punkt  $P$ , der um  $\frac{2}{3}$ -Polteilung gegen den vorigen verschoben ist. Die Kurve besitzt einen etwas anderen Charakter als die frühere. In gleicher Weise sind in den Fig. 12

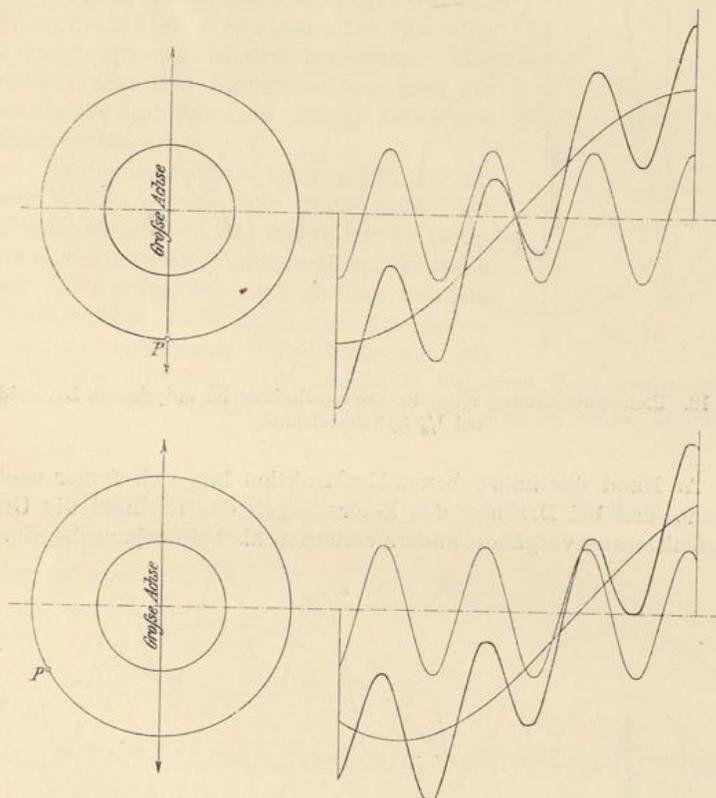


Fig. 10 und Fig. 11. Ummagnetisierung eines Rotorquerschnittes im elliptischen Drehfelde bei  $\frac{3}{4}$  Synchronismus.

und 13 die Kurven für je einen Punkt bei  $\frac{1}{2}$ -Synchronismus und  $\frac{1}{4}$ -Übersynchronismus konstruiert. Die Ummagnetisierung ist bei Kurve 12 ein eigentümlicher Wechsel zwischen sehr großen und sehr kleinen Induktionsänderungen. Die Hysterisischleife, die ein nach Fig. 13 ummagnetisiertes Eisenteilchen beschreibt, ist eine Kette kleiner Schleifen.

Die eben angestellten Betrachtungen lehren uns, daß für einen im elliptischen Drehfelde rotierenden Eisenkörper das Steinmetz-

sche Gesetz nicht mehr gilt, und daß es überhaupt unwahrscheinlich erscheint, diese Vorgänge in ein einfaches Gesetz fassen zu können. Man kann die hierbei auftretenden Verluste zunächst nur angenähert berechnen.

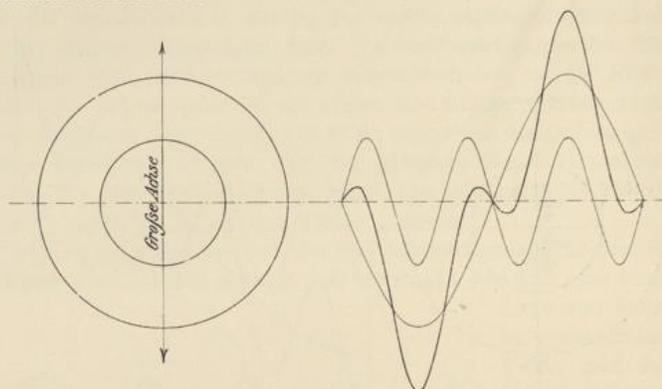


Fig. 12. Ummagnetisierung eines Rotorquerschnittes im elliptischen Drehfelde bei  $\frac{1}{2}$  Synchronismus.

An Hand der angegebenen Konstruktion läßt sich ferner nachweisen, daß bei Drehung des Rotors gegen das Drehfeld die Ummagnetisierungsvorgänge anders verlaufen als bei Drehung im Sinne

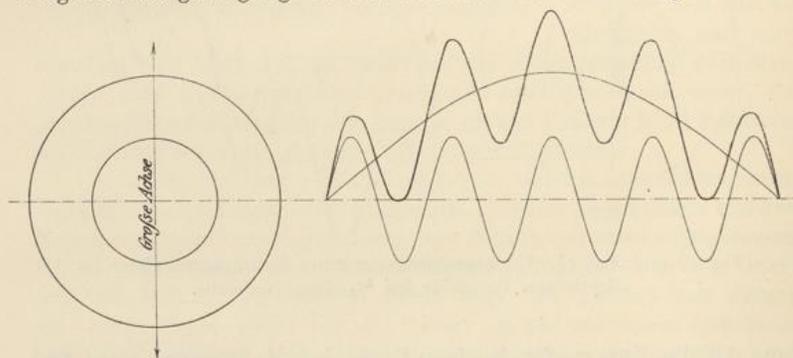


Fig. 13. Ummagnetisierung eines Rotorquerschnittes im elliptischen Drehfelde bei  $\frac{1}{4}$  Übersynchronismus.

des Feldes. Diese Erscheinung ist insofern für experimentelle Arbeiten von Wichtigkeit, als es nicht wie im Kreisfeld möglich ist, die Verluste bei Übersynchronismus durch Drehung gegen das Drehfeld zu bestimmen.

Wie wir sahen, gilt aber für jeden Querschnitt einer ruhenden Eisenmasse das Steinmetzsche Gesetz. Da dies Gesetz für beliebig kleine Eisenmassen noch Gültigkeit hat, können wir es als ein Differentialgesetz auffassen und den Gesamtverlust durch Integration der Verluste in den einzelnen Querschnitten berechnen. Wir müssen dazu erst bestimmen, wie groß die maximale Induktion in einem beliebigen Querschnitt ist.

Für einen radialen Querschnitt, der um den Winkel  $\alpha$  gegen die große Achse der Ellipse verschoben ist, finden wir die sinusförmige Kurve der Ummagnetisierung, wenn wir die Kurven des mitdrehenden und des gegenläufigen Drehfeldes um  $2\alpha$  gegeneinander verschoben aufzeichnen und die Ordinaten addieren. Die maximale Ordinate der resultierenden Kurve können wir auch geometrisch, wie Fig. 14 zeigt, finden.

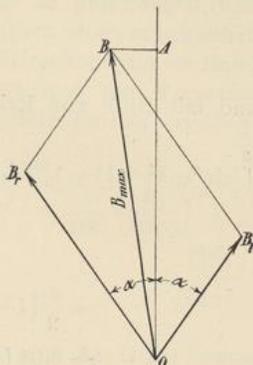


Fig. 14.

Es ist

$$B_{max} = \sqrt{(B_r \cos \alpha + B_l \cos \alpha)^2 + (B_r \sin \alpha - B_l \sin \alpha)^2} \\ = \sqrt{B_r^2 + B_l^2 - 2B_r B_l + 4B_r B_l \cos^2 \alpha}.$$

Nun ist aber

$$B_r = \frac{B_1 + B_2}{2}$$

und

$$B_l = \frac{B_1 - B_2}{2},$$

also wird

$$B_{max} = \sqrt{B_2^2 + (B_1^2 - B_2^2) \cos^2 \alpha} = B_1 \sqrt{\sin^2 \alpha (h^2 - 1) + 1} \quad (13)$$

Der gesamte Hysterisisverlust ist nun, wenn  $Q$  den radialen Querschnitt der Eisenmasse und  $r$  den mittleren Radius bedeutet,

$$W_h = 4\sigma_h \frac{c}{100} \left( \frac{1}{1000} \right)^{1,6} \int_0^{\frac{\pi}{2}} B_{max}^{1,6} Q r d\alpha \\ = 4\sigma_h \frac{c}{100} \left( \frac{B_1}{1000} \right)^{1,6} Q r \int_0^{\frac{\pi}{2}} [\sin^2 \alpha (h^2 - 1) + 1]^{0,8} d\alpha.$$

Um das Integral lösen zu können, entwickeln wir den Klammerausdruck nach dem binomischen Lehrsatz.

Es ist

$$\begin{aligned} [\sin^2 \alpha (k^2 - 1) + 1]^{0,8} &= 1 + 0,8(k^2 - 1) \sin^2 \alpha - \frac{0,8 \cdot 0,2}{1 \cdot 2} (k^2 - 1)^2 \sin^4 \alpha \\ &+ \frac{0,8 \cdot 0,2 \cdot 1,2}{1 \cdot 2 \cdot 3} (k^2 - 1)^3 \sin^6 \alpha - \dots \end{aligned}$$

und mit Hilfe von Rekursionsformeln lösen wir das Integral.

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} [\sin^2 \alpha (k^2 - 1) + 1]^{0,8} d\alpha &= \frac{\pi}{2} \left[ 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{0,8}{1} (k^2 - 1) - \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 2} \cdot \frac{0,8 \cdot 0,2}{1 \cdot 2} (k^2 - 1)^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{5 \cdot 3 \cdot 1}{6 \cdot 4 \cdot 2} \cdot \frac{0,8 \cdot 0,2 \cdot 1,2}{1 \cdot 2 \cdot 3} (k^2 - 1)^3 - \dots \right] \\ &= \frac{\pi}{2} [1 + 0,4(k^2 - 1) - 0,03(k^2 - 1)^2 \\ &\quad + 0,01(k^2 - 1)^3 - 0,0048(k^2 - 1)^4 + \dots] \\ &= \frac{\pi}{2} \cdot k_h. \end{aligned}$$

Der Hysteresisverlust ist also

$$W_h = k_h \cdot \sigma_h \frac{c}{100} \left( \frac{B_1}{1000} \right)^{1,6} V, \dots \dots \dots (14)$$

worin  $V = 2\pi r Q$  das Volumen der ganzen Eisenmasse bedeutet.

Die Reihe für  $k_h$  konvergiert für die Werte  $k < 1$  außerordentlich schnell, so daß für überschlägige Rechnungen nur die beiden ersten Glieder zu berücksichtigen sind und man setzen kann:

$$W_h = (0,6 + 0,4k^2) \sigma_h \frac{c}{100} \left( \frac{B_1}{1000} \right)^{1,6} V \dots \dots (15)$$

Der genaue Wert von  $k_h$  ist als Funktion von  $k$  in der Kurve Fig. 5, II aufgetragen.

Will man für  $k > 1$  die Reihe schnell konvergieren lassen, so berechnet man die Reihe für

$$k' = \frac{1}{k}$$

und hat dann

$$k_h = k^{1,6} k'_h.$$

Eine exakte Rechnung für die Hysteresisverluste von in elliptischen Drehfeldern rotierenden Eisenmassen läßt sich nach den vorhergehenden Betrachtungen nicht ausführen. Im allgemeinen erfährt hier jeder Querschnitt eine andere Ummagnetisierung, und die Hysteresisschleifen sind komplizierte Gebilde. Es liegt aber der Gedanke nahe, zur annähernden

Schätzung der Verluste ähnlich wie bei den Wirbelströmen die Verluste durch das links- und das rechtsdrehende Drehfeld einzeln zu berechnen und dann zu superponieren. Die so gefundenen Verluste werden zu groß ausfallen, so daß man durch einen empirischen Faktor die Werte korrigieren muß. Durch Proberechnungen an Hand der für  $k=0$  und  $k=1$  bekannten Werte und der Versuchsergebnisse hat sich für  $k=0$  bis  $k=1$  folgende Formel ergeben:

$$W_{hr} = \frac{\pm(1+k)^{1,6} \left(1 - \frac{c_r}{c}\right) + (1-k)^{1,6} \left(1 + \frac{c_r}{c}\right)}{3,6 - 0,6k} \sigma_h \frac{c}{100} \left(\frac{B_1}{1000}\right)^{1,6} V \quad (16)$$

$$= k_{hr} \sigma_h \frac{c}{100} \left(\frac{B_1}{1000}\right)^{1,6} V \quad (16a)$$

Das  $\pm$  vor der ersten Klammer bedeutet, daß das Glied immer positiv sein muß.

Für die Werte  $k > 1$  berechnet man wie vorher den Ausdruck für  $k' = \frac{1}{k}$  und muß die so erhaltene Zahl mit  $k^{1,6}$  multiplizieren.

Die Kurven der nach dieser Gleichung berechneten Hysterisisverluste zeigen bei Synchronismus eine Unstetigkeit, deren tatsächliches Vorkommen nicht zu beweisen und zum mindesten zweifelhaft ist. Doch ist die Abweichung von den wirklichen Verhältnissen wie die Versuchsergebnisse lehrten, so gering, daß für technische Rechnungen genügend genaue Resultate erhalten werden können.

Für ein Wechselfeld führt die Formel zu der Folgerung, daß die Hysterisisverluste zwischen Null und Synchronismus konstant bleiben. Daß die Hysterisisverluste sich nur

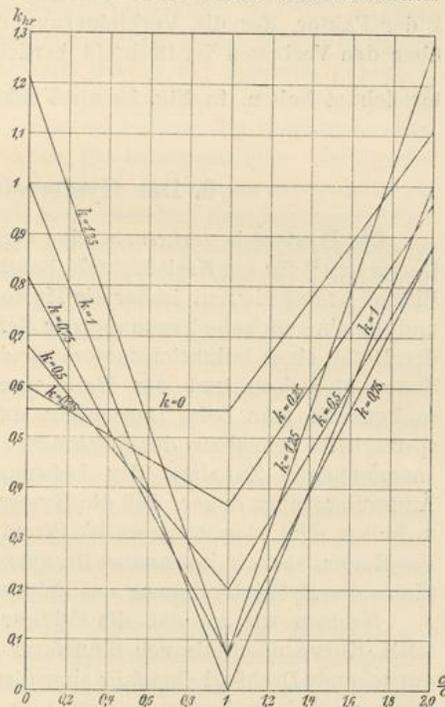


Fig. 15. Faktor  $k_{hr}$  zur Berechnung der Hysterisisverluste im Rotor.

wenig ändern können, lehren schon die in Fig. 7 bis 9 gegebenen Ummagnetisierungskurven. Mit wachsender Geschwindigkeit des Rotors erhöht sich zwar die Zahl der Ummagnetisierungen, aber gleichzeitig nimmt von Stillstand bis Synchronismus die Amplitude der magnetisierenden Kraft von  $B_1$  auf  $\frac{1}{2}B_1$  ab. Bei Synchronismus ist für jeden Querschnitt die Periodenzahl  $2c$  und die Amplitude der Induktion  $\frac{1}{2}B_1$ . Nehmen wir zunächst an, daß für alle Querschnitte das Steinmetzsche Gesetz anwendbar wäre, so würde der Verlust sein  $(\frac{1}{2})^{1,6} \cdot 2 = 0,66$  von dem in einem Drehfeld. Da aber nur Punkt 2 und der ihm diametral gegenüberliegende Punkt zyklisch zwischen zwei gleichen und entgegengesetzten Werten der Induktion ummagnetisiert werden, für alle übrigen Querschnitte die Hysteresisschleife kleiner ausfällt, wird der Gesamtverlust geringer als 0,66 und sich dem Werte 0,55 bei Stillstand nähern. Von Übersynchronismus an wächst der Verlust, da die Amplitude der magnetisierenden Kraft wieder größer wird und die Periodenzahl ständig wächst.

Um die Rechnung zu erleichtern, ist für verschiedene Werte von  $k$  der Faktor, der die Verkleinerung der Hysteresisverluste gegenüber den Verlusten im Drehfeld berücksichtigt und den wir mit  $k_{hr}$  bezeichnet haben, in Fig. 15 als Funktion von  $\frac{c_r}{c}$  aufgetragen.

## 6. Der Hysteresissprung.

Die Hysteresis verursacht eine eigentümliche, zuerst von O. Th. Lehmann<sup>1)</sup> für ein Kreisdrehfeld beschriebene Erscheinung, die von Einfluß ist auf die Art, in der die Hysteresisverluste gedeckt werden, und die eine einfache Trennung der Verluste ermöglicht. Treibt man den Rotor eines Induktionsmotors mechanisch an und mißt die dem Stator elektrisch und der Welle mechanisch zugeführte Leistung, so bemerkt man beim Durchgang durch den Synchronismus eine sprunghafte Abnahme der Leistungszuführung zum Stator und eine entsprechende Zunahme der Leistung an der Rotorwelle. Diese Änderung rührt daher, daß die Hysteresis eine konstante Anziehung zwischen dem magnetisierenden Strom und dem magnetischen Feld des Rotors, also ein konstantes Drehmoment verursacht, das immer im Sinne der Relativbewegung des Feldes gegenüber dem Rotor wirkt.

Nehmen wir an, daß die Feldkurve genau sinusförmig und die EMK.-Kurve ebenfalls von Sinusform sei, so muß das im Luftspalt entstehende Drehfeld ebenfalls sinusförmig sein. Der Magnetisierungsstrom muß dann immer so groß sein und eine solche Kurvenform

<sup>1)</sup> ETZ 1903, S. 735.

besitzen, daß er dies Feld erzeugen kann, er muß z. B. an der Stelle, an der die Feldstärke Null sein soll, bereits eine gewisse Größe haben, d. h. dem Felde etwas voreilen. Infolgedessen besteht zwischen dem Strom und dem Felde eine Anziehung. Von dem zeitlichen Zurückbleiben des Magnetismus hinter der magnetisierenden Kraft, der sogenannten Viskosität, sehen wir hierbei ab, da ihr Einfluß unbedeutend ist.

Den ganzen Strom können wir uns aus zwei Komponenten bestehend denken, von denen eine den Stator, die andere den Rotor ummagnetisiert. Jede Komponente wirkt zusammen mit der Magnetisierung des betreffenden Eisenkörpers so, daß im Luftspalt sowohl vom Stator, als auch vom Rotor aus erzeugt je ein sinusförmiges Feld entsteht. Da aber zwischen diesen beiden sinusförmig verteilten magnetischen Feldern von Rotor und Stator nur eine radiale Anziehung besteht, bildet jede Stromkomponente nur mit dem von ihr ummagnetisierten Eisenteil ein Drehmoment, aber nicht mit dem andern. Da der Stator fest mit der Wicklung verbunden ist, ist an der Welle nur das Drehmoment bemerkbar, das die magnetisierten Eisenteile des Rotors mit der zu ihnen gehörigen Stromkomponente bilden. Da innerhalb der in der Technik gebräuchlichen Periodenzahlen die Form der Hysteresisschleife sich nur unwesentlich ändert, bleibt die Größe und Form der Magnetisierungskomponente des Rotors bei allen Umdrehungszahlen die gleiche. Nur die Geschwindigkeit, mit der sich die Stromwelle relativ zur Rotoroberfläche bewegt, ändert sich, zwischen dem konstanten Feld und dem konstanten Strom herrscht aber eine konstante Anziehung, deren Richtung von dieser Relativbewegung abhängt. Unterhalb Synchronismus treibt das Feld den Rotor deswegen an, unmittelbar über Synchronismus muß man dem Rotor das konstante Drehmoment mechanisch erteilen, die Maschine arbeitet als Generator. Beim Durchgang durch Synchronismus findet der „Hysteresissprung“ zeitlich nicht plötzlich statt, sondern es vergehen erst einige Magnetisierungszyklen, bis ein stationärer Zustand erreicht ist.

Wäre es möglich, den Rotor ganz allmählich von Untersynchronismus bis zum Synchronismus zu bringen, so herrscht in dem Augenblick, in dem Synchronismus erreicht wird, noch das volle Drehmoment, und der Motor könnte als Synchronmotor eine Leistung abgeben, die gleich dem Hysteresisdrehmoment mal der Winkelgeschwindigkeit ist. Wird jetzt die äußere Belastung so verringert, daß sie kleiner ist als dem vollen Hysteresisdrehmoment entspricht, so wird die Form der Magnetisierungskomponente des Rotors sich etwas ändern (der Sinusform nähern), bis die Anziehung so klein geworden ist, daß Gleichgewicht herrscht. Bei der Belastung Null

ist keine tangential wirkende Kraft mehr vorhanden. Es wäre auf solche Weise also möglich, alle die Stadien, die der Rotor im Hysteressprung schnell durchläuft, ganz allmählich eintreten zu lassen.

Ist  $W_h$  der Hysteressverlust im Rotor bei Stillstand,  $s$  die Schlüpfung, so ist der Verlust im rotierenden Rotor  $s \cdot W_h$ . Dieser Verlust muß von dem magnetischen Felde, das mit der Geschwindigkeit  $s\omega$  relativ zum Rotor sich bewegt, auf den Rotor übertragen werden, und es ist

$$\begin{aligned} \vartheta_h \cdot s\omega &= W_h s \\ \vartheta_h &= \frac{W_h}{\omega} \dots \dots \dots (17) \end{aligned}$$

Das konstante Hysteressdrehmoment  $\vartheta_h$  entspricht also den Hysteressverlusten im Rotor bei Stillstand, und um den doppelten Betrag dieses Wertes muß die Leistungsaufnahme des Stators bei Durchgang durch Synchronismus abnehmen.

Im elliptischen Drehfelde liegen die Verhältnisse bei Synchronismus nicht mehr so einfach. Wir haben auf Seite 253 gesehen, daß die Drehgeschwindigkeit des Feldes sich zwischen den

Werten  $\omega \frac{B_1}{B_2}$  und  $\omega \frac{B_2}{B_1}$  ändert. Der Rotor läuft also bei allen

Umdrehungszahlen, die zwischen diesen Geschwindigkeiten liegen, bald schneller, bald langsamer, bald gleichschnell mit dem Felde. Da aber die Bewegung des elliptischen Feldes die Resultierende aus den gleichförmigen Winkelgeschwindigkeiten zweier gegenläufiger Drehfelder ist, so ist auch hier wieder der Synchronismus des Rotors von besonderer Bedeutung, da hierbei der Rotor seine Relativbewegung zum rechtsdrehenden Felde ändert. Tatsächlich beobachtet man auch im elliptischen Felde einen Hysteressprung, nur ist er nicht so groß wie im Kreisdrehfeld, weil der Einfluß des linksdrehenden Feldes sich geltend macht. Die Größe des Sprunges ist rechnerisch nicht zu bestimmen, da er eine komplizierte Funktion der durch die beiden Drehfelder gemeinsam hervorgebrachten Umagnetisierung ist.

Im Wechselfelde ist der Hysteressprung am geringsten, aber noch deutlich meßbar. Er entsteht hier einmal, weil die Relativbewegung zwischen Rotor und dem gedachten rechtsdrehenden Felde sich ändert, und zweitens, weil auch die Wirbelströme zusammen mit dem Hauptfelde ein schwaches rechtsdrehendes Feld erzeugen. Hier ruft der Sprung noch eine weitere interessante Erscheinung hervor. Schaltet man, wie Fig. 28 zeigt, in eine quer zum Wechselflusse liegende Wicklung ein Voltmeter ein, so mißt man eine geringe induzierte EMK. Diese EMK rührt zum Teil

vom Querfeld der Wirbelströme her, das ungefähr proportional mit der Geschwindigkeit des Rotors wächst. Bei Synchronismus ist eine sprunghafte Vergrößerung der EMK zu beobachten, die ebenfalls von der sprunghaften Änderung der magnetischen Verhältnisse im Rotor zeugt. Eine einwandfreie physikalische Erklärung dieses Vorganges konnte nicht gefunden werden. In Fig. 16 ist als Beispiel die in der Querspule gemessene Spannung als Funktion der Rotorumdrehungszahl aufgetragen. Der Versuch ist bei einer Periodenzahl von  $c = 40$  und einer maximalen Luftinduktion von 3000 angestellt. Als Voltmeter diente ein Spiegelinstrument von 3000 Ohm Widerstand.

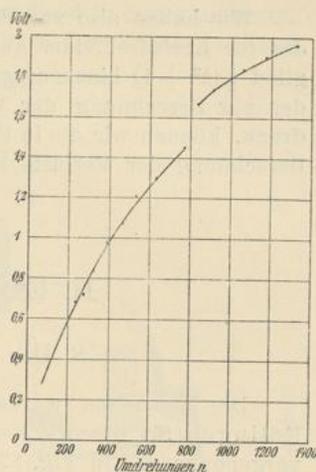


Fig. 16. Bei Drehung des Rotors im Wechselfelde in der Querspule induzierte Spannung.

## 7. Die zusätzlichen Verluste in elliptischen Drehfeldern.

Die zusätzlichen Verluste, die aus Oberflächenverlusten und Pulsationsverlusten bestehen, sind nach den Untersuchungen von Bragstad und Fraenckel<sup>1)</sup> abhängig von der 1,5. Potenz der Geschwindigkeit des Rotors und dem Quadrate der Induktion, dagegen unabhängig von der Periodenzahl des Statorstromes und von der Drehrichtung. Da hiernach für die Berechnung der Verluste in elliptischen Drehfeldern gegenüber den Kreisdrehfeldern nur die veränderte Verteilung der Induktion in Betracht kommt, müssen wir an Stelle der in den Formeln für Kreisdrehfelder vorkommenden konstanten Maximalinduktion hier den Mittelwert aus der Summe der Quadrate der von Punkt zu Punkt veränderlichen Maximalinduktion bilden. Da wir auf Seite 265 schon den Wert dieser Induktion berechnet haben, können wir sofort das Integral ansetzen

$$\begin{aligned} \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} B_{max}^2 d\alpha &= \frac{2}{\pi} B_1^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} [\sin^2 \alpha (k^2 - 1) + 1] d\alpha \\ &= \frac{2}{\pi} B_1^2 \left[ (k^2 - 1) \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} \right] = \frac{1}{2} (k^2 + 1) B_1^2 \quad (18) \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> ETZ 1908, S. 1074.

Wir haben also zur Berechnung der zusätzlichen Verluste nur der für Kreisdrehfelder abgeleiteten Formel noch das Korrektionsglied  $\frac{1}{2}(k^2 + 1)$  hinzuzufügen. Da dieser Faktor der gleiche ist, wie der zur Berechnung der Wirbelströme im Stator abgeleitete Ausdruck, können wir die in Fig. 5, I gezeichnete Kurve auch hier zur Berechnung der Verluste benutzen.

## II. Experimenteller Teil.

### 8. Die Versuchsanordnung.

Die Messungen wurden an einer von der Maschinenfabrik Eßlingen für diesen Zweck besonders gebauten Versuchsmaschine vorgenommen. In Fig. 17 ist die Maschine im Schnitt dargestellt. Sie besteht aus dem Stator eines gewöhnlichen dreiphasigen Induktionsmotors von 5 PS und einem Rotor, der weder Wicklung noch Nuten besitzt. Durch diese Anordnung erreicht man, daß die magnetischen Verhältnisse eines normalen Motors innegehalten werden, daß aber die für die vorliegende Untersuchung besonders störenden zusätzlichen Verluste sehr klein sind. Sie bestehen hier nur aus den an der Oberfläche des Rotors auftretenden Oberflächenverlusten.<sup>1)</sup> Um ferner Wirbelstromverluste in den massiven Eisenteilen des Rotors möglichst zu vermeiden, sind die Rotorbleche allseitig von Holzteilen gefaßt. Der Motor besitzt Kugellager, so daß plötzliche geringe Änderungen der Lagerreibung, wie sie in Gleitlagern vorkommen können, nicht zu befürchten sind. Der Stator ist 6polig, besitzt Spulenwicklung mit 117 Windungen in einer Phase und ist für 110 Volt Phasenspannung gebaut. In jeder Nut liegen 13 Leiter von 2,5 mm Durchmesser. Der Luftspalt ist 0,5 mm, die Nutenöffnung 2,5 mm, die Nuttiefe 26 mm, die Nutbreite 8,5 mm, die gesamte Nutenzahl 54. Die Blechstärke beträgt in Stator und Rotor 0,5 mm.

Zur Erzeugung eines Wechselfeldes wurden 2 Statorphasen in Serie geschaltet. Ein elliptisches Drehfeld entstand, wenn man noch der dritten Phase eine 90° zur ersten Spannung phasenverschobene Klemmenspannung aufdrückte. Das elliptische Feld wurde also zweiphasig erzeugt, wobei allerdings durch die ungleiche Verteilung der beiden Phasen über die Polteilung eine Unsymmetrie entstand.

<sup>1)</sup> Bragstad und Fraenckel a. a. O.

Zur Bestimmung der Verluste müssen die dem Stator elektrisch und die dem Rotor mechanisch zugeführten Leistungen gemessen

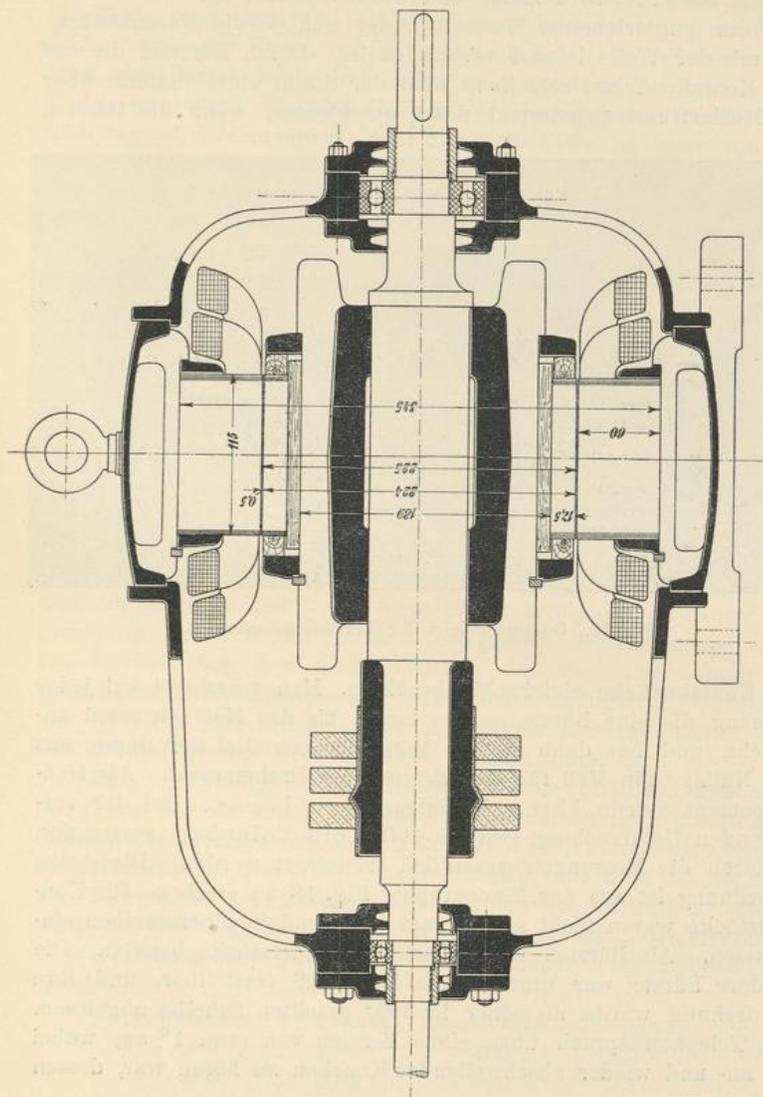


Fig. 17. Längsschnitt durch die Versuchsmaschine.

werden. Zur genauen Bestimmung der zuletzt genannten Verluste war der Rotor mit dem ihn antreibenden Gleichstrommotor durch

Arnold, Arbeiten. II.

eine Spiralfeder gekuppelt, aus deren Verdrehung das übertragene Drehmoment bestimmt wurde. Diese Meßmethode ist vor einigen Jahren von E. Arnold angegeben worden.<sup>1)</sup> Auf der antreibenden und der angetriebenen Welle befindet sich je ein Kontaktstück, das mit der Welle leitend verbunden ist. Durch Bürsten, die auf den Kontaktstücken schleifen, wird der Strom einer Batterie über ein Meßinstrument jedesmal dann geschlossen, wenn die Bürsten

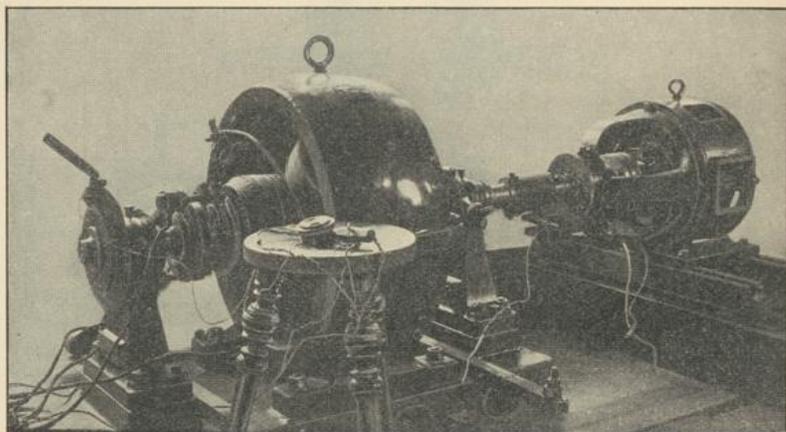


Fig. 18. Gesamtansicht der Versuchsanordnung.

die Kontaktstücke gleichzeitig berühren. Man verschiebt bei jeder Messung die eine Bürste nun so lange, bis das Meßinstrument anspricht, und hat dann in dem Verdrehungswinkel der Bürste aus der Nullage ein Maß für das übertragene Drehmoment. Als Meßinstrument wurde bisher ein Galvanometer benutzt. Bei der vorliegenden Untersuchung wurde dafür ein Telephone verwendet, wodurch die Messungen wesentlich erleichtert werden. Die ganze Anordnung ist aus der Photographie Fig. 18 zu ersehen. Die Kontaktstücke waren nicht ganz 1 mm breit und in Fiberscheiben eingelassen. Als Bürsten wurden schmale Silberstücke benutzt. Die vordere Bürste war durch einen Handgriff verstellbar, und ihre Verdrehung wurde an einer in  $360^{\circ}$  geteilten Scheibe abgelesen. Das Telephone sprach über einen Bereich von etwa  $1^{\circ}$  an, wobei ein an- und wieder abschwellendes Knacken zu hören war, dessen

<sup>1)</sup> Eine Konstruktionszeichnung befindet sich u. a. in Ottenstein, Die Wirbelstromverluste in massiven Armaturkuperleitern, Voitsche Sammlung elekt. Vorträge, Bd. V.

Maximum sich deutlich erkennen ließ. Sehr schön ließen sich auch Pendelungen der Feder beobachten.

Es wurde nun jedesmal der gewünschte magnetische Zustand im Motor hergestellt und die zugehörige Bürstenstellung ermittelt. Dann wurde der Strom im Stator unterbrochen und die neue Stellung der Bürste beobachtet. Die so gefundene Verdrehung der Feder war dann ein Maß für das zur Deckung der Eisenverluste übertragene Drehmoment. Bei dieser Methode ist man von der Größe der Reibung unabhängig, falls man davon absieht, daß in der kurzen Zeit zwischen den beiden Messungen sich die Reibung etwas ändern kann, und daß die Reibung in der belasteten und der unbelasteten Maschine z. B. durch einseitigen magnetischen Zug möglicherweise eine andere ist.

Die Eichung der Kupplungsfeder wurde bisher im ruhenden Zustande vorgenommen, indem man annahm, daß der Einfluß der in der rotierenden Feder auftretenden Zentrifugalkräfte zu vernachlässigen sei. Da aber diese Vermutung nicht ohne weiteres plausibel erschien, wurde die folgende einfache Methode ausgebildet, die es gestattet, die rotierende Feder zu eichen. Es wurde auf die Welle des Versuchsmotors eine Wirbelstrombremse aufgesetzt und bei verschiedenen, jedesmal konstant gehaltenen Tourenzahlen eine Belastungsreihe aufgenommen. Die Messung erfolgte in der eben beschriebenen Weise, so daß die Größe der Lager- und Luftreibung nicht in Betracht kam. Auf diese Weise erfolgte eine direkte Abgleichung des von der Feder übertragenen Drehmomentes. Man hat hierbei noch den großen Vorteil, daß man unabhängig von technischen Instrumenten nur unter Verwendung von Gewichten ein Verfahren zur Messung von zugeführter Leistung besitzt, also fast absolut genaue Bestimmungen machen kann.

Die so durchgeführten Versuche haben ergeben, daß zwar innerhalb der für die vorliegende Untersuchung in Betracht kommenden Drehmomente bei jeder Tourenzahl Proportionalität zwischen Federverdrehung und Drehmoment herrscht, daß aber mit wachsender Tourenzahl bei gleichem Drehmoment die Verdrehung größer wird. In der folgenden Tabelle ist zusammengestellt, wieviel mmkg 1° Verdrehung der Feder bei verschiedenen Tourenzahlen entspricht.

Tourenzahl $n$	1° = mmkg	Tourenzahl $n$	1° = mmkg
300	2,90	800	2,70
400	2,85	900	2,66
500	2,80	1000	2,63
600	2,76	1100	2,60
700	2,73	1200	2,59

Die zu den Versuchen benutzte Feder war 5 mm stark. Eine dickere Feder zeigte dieselben Erscheinungen, wenn auch nicht ganz so deutlich.

Die durch die Feder übertragenen Watt berechnen sich zu

$$\text{Watt} = \frac{\vartheta \cdot n}{974}.$$

Bei 300 Umdrehungen entspricht also 1° Verdrehung 0,9 Watt, bei 1200 Umdrehungen 3,2 Watt. Da man  $\frac{1}{2}^\circ$  noch sicher ablesen kann, ist die Genauigkeit der Meßmethode sehr gut.

Zur Bestimmung der Induktion im Luftspalt wurde der Rotor mit einer Prüfspule versehen, die eine Polteilung umfaßte. Sie bestand aus 12 Windungen Emailedraht von 0,25 mm Durchmesser und lag in einer Nut von etwa 1 mm Breite und 2 mm Tiefe. Die induzierte EMK wurde teils mit einem Westonvoltmeter von 150 Ohm Widerstand, teils mit einem Spiegelinstrument von mehreren 1000 Ohm Vorschaltwiderstand gemessen, so daß der Spannungsabfall des Meßstromes zu vernachlässigen war. Bei verschiedenen Sättigungen wurde oszillographisch die Kurve der EMK in der Prüfspule aufgenommen und daraus der Formfaktor der Welle bestimmt. Da die Sättigungen, um die Feldform nicht zu verzerren, klein gehalten wurden, änderte sich der Formfaktor von der größten bis zur kleinsten Sättigung nur um  $1\%$ .

### 9. Die Korrekturen.

Um die Größe der Eisenverluste selbst zu bestimmen, sind an den gemessenen Werten im allgemeinen eine Reihe von Korrekturen vorzunehmen. Neben den Korrekturen, die die abgelesenen Werte an Hand der Eichkurven der Instrumente erfahren, ist von großer Bedeutung die Berücksichtigung der Stromwärmeverluste, die oft 30 bis 50% und mehr der ganzen gemessenen Leistung betragen. Die Bestimmung des Ohmschen Widerstandes der Statorwicklung genügt, obwohl dies oft allein ausgeführt wird, nicht. Bei Wechselstrom treten durch den Skineneffekt und die in den massiven Kupferleitern induzierten Wirbelströme zusätzliche Verluste auf, deren Größe man ungefähr kennen muß. Auch treten bei zunehmender Sättigung der Zähne andere Streuverhältnisse für die Nuten ein, und die von den Streufüssen herrührenden zusätzlichen Eisenverluste ändern sich. Alle diese Verluste kann man unter den Begriff Stromwärmeverluste zusammenfassen, wobei ein mit dem Strome wachsender Widerstand  $r$  einzuführen ist. Zur Bestimmung von  $r$  wurde folgender Versuch gemacht:

Bei Stillstand des Rotors wurde nach der Schaltung Fig. 19 Strom in eine Statorphase geschickt und Strom und Leistung gemessen. Die zugeführte Leistung ist hierbei  $W = PJ \cos \varphi$ . Wäre es nun möglich, die in der Phase induzierte EMK  $E$  zu bestimmen und die Leistung  $EJ \cos \varphi$  zu messen, so ist die Differenz

$$PJ \cos \varphi - EJ \cos \varphi = J^2 r,$$

also gleich den gesamten „Stromwärme“-Verlusten. Nun induziert das Hauptfeld, das in der einen betrachteten Phase  $E$  erzeugt, auch die beiden andern Statorphasen, und  $E$  steht zu den beiden anderen EMK in einem bestimmten, berechenbaren Verhältnis.

Legt man also statt der Klemmenspannung  $P$  die in einer der beiden anderen Statorphasen induzierte EMK  $E'$  an die Spannungsspule des Wattmeters, so zeigt dies eine Leistung  $E'J \cos \varphi$  an, die man nur mit dem bekannten Verhältnis  $E : E'$  zu multiplizieren hat, um die gesuchte Leistung  $EJ \cos \varphi$  zu finden. Da es günstig ist, für die beiden Leistungsmessungen nicht allzu weit auseinanderliegende Teile der Wattmeterskala zu benutzen, wurden die beiden anderen Statorphasen gegeneinander geschaltet und die Spannung  $2E'$ , wie die Fig. 19 zeigt, an das Wattmeter geführt.

Zunächst ist das Verhältnis der induzierten EMKe  $E : E'$  zu bestimmen. Der Stator besitzt im vorliegenden Falle 3 Nuten pro Pol und Phase, und bei Erregung der Phase I entsteht ein treppenförmiges Feld, wie es in Fig. 20 stark ausgezogen ist. Wir wollen die Höhe der ersten Stufe mit 1, die der zweiten mit 2 bezeichnen und die Kraftlinienverkettungen berechnen, die Phase I mit dem von ihr erzeugten Felde besitzt. Die Polteilung denken wir uns der Nutenzahl entsprechend in 9 Teile geteilt. Ein Maß für die Verkettungen ist jedesmal die Fläche, die die über der betreffenden Spule errichteten Ordinaten aus der Feldkurve schneiden. Für die mittlere Spule der Phase I ist diese Fläche

$$1 \cdot 1 + 7 \cdot 3 + 1 \cdot 1 = 23.$$

Für die beiden äußeren Spulen je  $7 \cdot 3 = 21$ , insgesamt für Phase I  $= 2 \cdot 21 + 23 = 65$ .

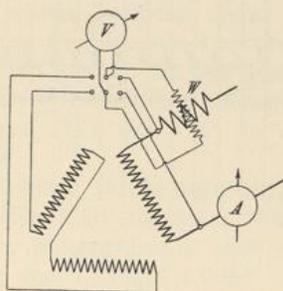


Fig. 19. Schaltung zur Messung des effektiven Widerstandes der Statorwicklung.

Für die linke Spule der Phase II ist punktiert die betreffende Fläche abgegrenzt. Im ganzen haben wir für Phase II

$$5 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 1 \cdot 3 = 27.$$

Das Verhältnis der in den Phasen I und II vom Hauptkraftflusse induzierten EMKe ist also  $65 : 27 = 2,41$ .

Nun weicht der wirkliche Verlauf der Feldkurve von der Treppenform ab. Um ihn zu finden, wurde Phase I mit Gleich-

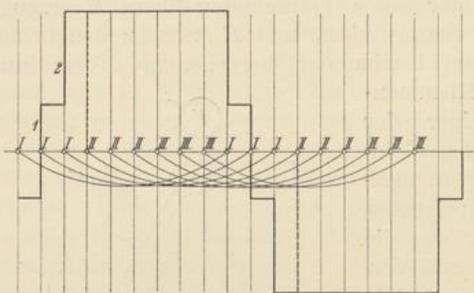


Fig. 20.

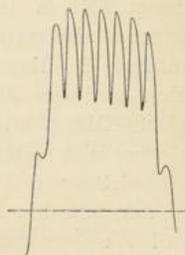


Fig. 21.

strom erregt, und die bei Rotation in diesem Felde in der Prüfspule induzierte EMK oszillographisch aufgenommen. Diese EMK-Kurve ist in Fig. 21 wiedergegeben, sie stellt zugleich die Feldkurve dar. An dieser Feldkurve wurde das eben beschriebene Verfahren ebenfalls ausgeführt, und die Flächen planimetriert.

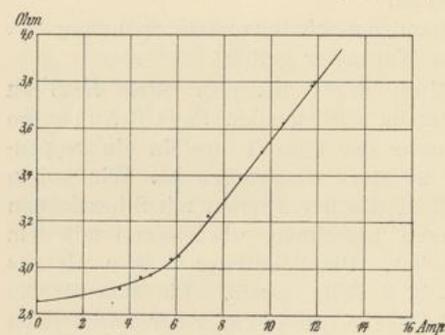


Fig. 22. Abhängigkeit des effektiven Widerstandes von der Stromstärke.

Das Ergebnis war die Verhältniszahl 2,46. Es wurden nun Feldkurven bei verschiedenen Sättigungen aufgenommen, doch waren die Resultate untereinander wenig verschieden. Im Mittel war die Verhältniszahl 2,45, also für die Phasen II und III zusammen 1,225.

Die nach diesem Verfahren gefundenen Werte des Widerstandes  $r$  sind in Fig. 22 als Funktion des Stromes aufgetragen. Der Gleichstromwiderstand betrug bei  $18^{\circ} \text{C}$  0,286 Ohm. Die Erhöhung von  $r$

ist zunächst sehr gering, bei  $J=6$  etwa 5%, und steigt dann geradlinig an. Die Periodenzahl hat auf die Erhöhung von  $r$  keinen meßbaren Einfluß. Da bei den nachfolgenden Untersuchungen der Strom maximal 8 Amp. betrug, war die Erhöhung von  $r$  im allgemeinen gering.

Um den Einfluß der Temperatur auf die Eisenverluste möglichst auszuschalten, wurde jede Versuchsreihe so schnell es ging ausgeführt. Die Temperaturerhöhung der Maschine war im allgemeinen am Ende einer Versuchsreihe 1 bis 2° C über der Anfangstemperatur und war bei großen Tourenzahlen gleich 0. Nach jeder Versuchsreihe wurde der Motor durch die Antriebsmaschine so lange auf etwa 1000 Touren gehalten, bis die Anfangstemperatur wieder erreicht war. Die Temperaturerhöhung wurde bestimmt durch ein Thermometer auf dem Statorrücken und aus der Widerstandserhöhung der Statorwicklung und der Prüfspule des Rotors. In den ganzen Wechselfeldversuchen betrug der maximale Temperaturunterschied 5° C, bei den Versuchen im elliptischen Feld nur 2° C, so daß eine Korrektur nicht vorzunehmen war.

Um ferner Feldverzerrungen zu vermeiden, wurde bei niedrigen Induktionen gearbeitet, maximal im Stator 7500, im Rotor 14200. Der Formfaktor der EMK-Kurve in der Rotorprüfspule sank von der kleinsten bis zur größten Sättigung von 1,11 auf 1,095.

Von Wichtigkeit ist auch eine am ganzen Umfange konstante Größe des Luftspaltes. Um dies zu prüfen, wurde der Stator mit Dreiphasenstrom gespeist, und der Rotor in dem Felde langsam von Hand gedreht. In der Prüfspule muß dann überall die gleiche EMK induziert werden (abgesehen von den örtlichen Schwankungen durch die Zähne und Nuten), und die Lagerschilde wurden so lange verschoben, bis dies erreicht war. Diese Untersuchungsmethode<sup>1)</sup> ist sehr genau. Ist der Luftspalt auf einer Seite z. B. um 10%, also hier um  $\frac{1}{20}$  mm zu groß, so mißt man an dieser Stelle eine etwa 10% kleinere Spannung, im vorliegenden Falle z. B. 1,5 Volt weniger.

## 10. Die Versuchsergebnisse und ihre Auswertung.

Um zunächst einen Überblick über die Güte des Eisens und Vergleichswerte für die späteren Untersuchungen zu bekommen, wurden die Verluste im Kreisfeld in bekannter Weise<sup>2)</sup> gemessen und getrennt. Es wurden zuerst bei verschiedenen Induk-

<sup>1)</sup> Sie rührt von Dr.-Ing. Fraenckel her.

<sup>2)</sup> s. E. Arnold, Wechselstromtechnik, Bd. V, S. 313 bis 323.

tionen und Periodenzahlen die Gesamtverluste der stillstehenden Maschine im Drehfeld (Fig. 23) und im Wechselfeld (Fig. 24) ermittelt. Dann wurden durch Aufnahme des Hysteresissprunges<sup>1)</sup> bei verschiedenen Periodenzahlen und Induktionen die Rotorhysteresis- (Fig. 25) und Wirbelstromverluste (Fig. 26) und die zusätzlichen Verluste an der Rotoroberfläche (Fig. 27) bestimmt. Die Trennung der Verluste gestaltet sich hier besonders leicht, weil durch die benutzte Meßmethode (Federkuppung) die Reibungsverluste von selbst eliminiert werden.

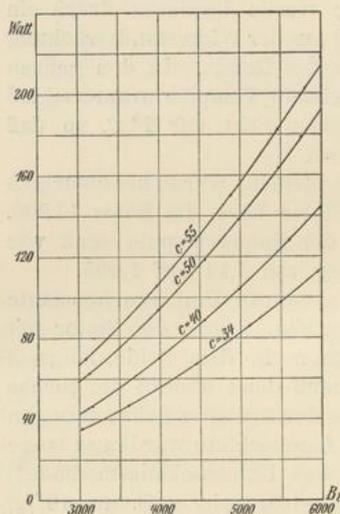


Fig. 23. Gesamtverluste im Kreis-drehfelde bei Stillstand.

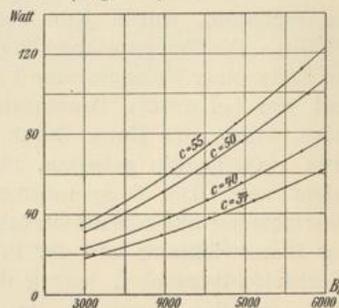


Fig. 24. Gesamtverluste im Wechselfeld bei Stillstand.

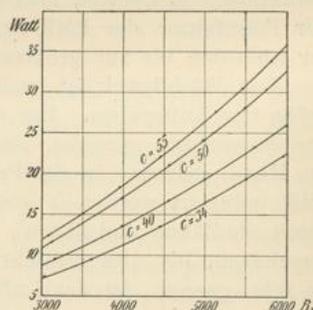


Fig. 25. Rotorhysteresisverluste im Kreis-drehfelde.

Die Messungen im Wechselfelde und im elliptischen Drehfelde wurden so ausgeführt, daß von Stillstand anfangend die Verluste bis etwa 20% Übersynchronismus gemessen wurden. Höhere Tourenzahlen konnten nicht erreicht werden, da die Feder bei etwa 1250 Umdrehungen in Resonanzschwingungen kam, und auch die bei so hoher Geschwindigkeit auftretenden mechanischen Spannungen

<sup>1)</sup> Eine ausführliche Beschreibung des Verfahrens findet sich außer in E. Arnold, Wechselstromtechnik, Bd. V, a. a. O. in ETZ 1908, S. 1704, Bragstad und Fraenckel, Die zusätzlichen Verluste in Induktionsmotoren.

für die Feder gefährlich waren. Eine stärkere Feder konnte aber nicht verwendet werden, da bei den hier vorliegenden kleinen Verlusten ihre Verdrehung zu gering gewesen wäre.

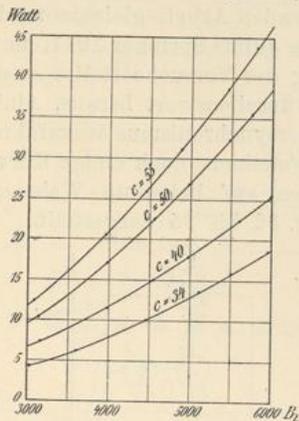


Fig. 26. Rotorwirbelstromverluste im Kreisfeld.

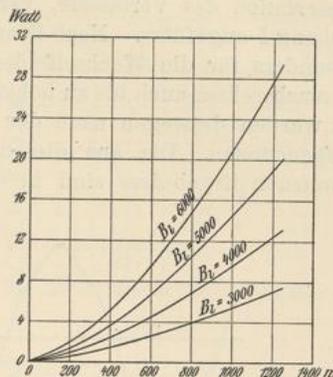


Fig. 27. Zusätzliche Verluste an der Rotoroberfläche.

Fig. 28 zeigt das Schaltungsschema für die Messung der dem Stator elektrisch zugeführten Leistung beim Wechselfeld. Zwei Statorphasen sind in Serie geschaltet, in der dritten liegt ein Voltmeter zur Messung der auf Seite 270 erwähnten EMKe. Die Form der Spannungskurve zeigt das Oszillogramm, Fig. 29, der Formfaktor liegt bei verschiedenen Sättigungen zwischen 1,095 und 1,11. Es wurde hierbei der Dreiphasengenerator benutzt, der auch bei den Drehfeldversuchen benutzt worden war.

Zur Erzeugung des elliptischen Drehfeldes wurde der Stator nach Fig. 30 geschaltet. Als Spannungsquelle dienten zwei genau gleiche Einphasengeneratoren, die auf derselben Welle saßen und deren Feldsysteme  $90^\circ$  gegeneinander versetzt waren. Die Spannungskurve der Generatoren zeigt Fig. 31. Die Kurve ist etwas flacher als die erste Spannungskurve. — Die Versuche wurden bei den Periodenzahlen 34, 40, 50 und 55 angestellt. Im Wechselfeld wurden bei jeder der Periodenzahlen vier verschiedene Induktionen eingestellt. Im elliptischen Felde wurde die Spannung  $V_1$

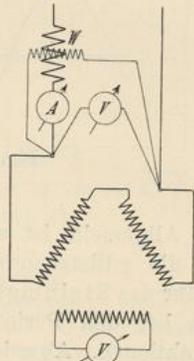


Fig. 28. Schaltungsschema zur Erzeugung eines Wechselfeldes.

(Fig. 30) konstant gelassen und  $V_2$  so geändert, daß das Achsenverhältnis der Ellipsen ungefähr 0,25, 0,5, 0,75, 1 und 1,25 betrug.

Die ausführlichen Meßresultate sind hier nicht mit abgedruckt; man findet sie in der mit der vorliegenden Arbeit gleichlautenden Dissertation des Verfassers, Verlag von Julius Springer 1911, unter Anhang I angeführt. Nach Beendigung der Versuche stellte es sich besonders für die Wechselfelder als wünschenswert heraus, einige Versuchsreihen auch bis zu höherem Übersynchronismus auszuführen. Es wurden deswegen nach der Auslaufmethode noch einige Kurven aufgenommen. Die aus diesen Kurven auf bekannte Weise gewonnenen Ergebnisse sind in den Fig. 32 bis 35 dargestellt.

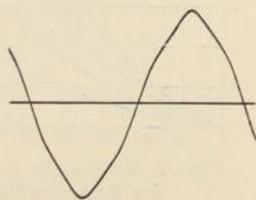


Fig. 29.

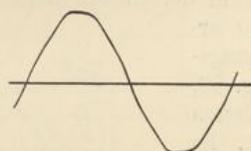


Fig. 31.

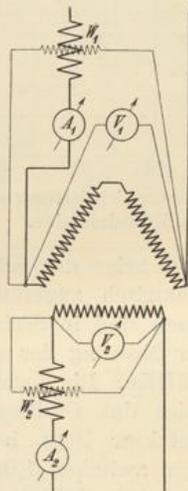


Fig. 30. Schaltungsschema zur Erzeugung eines elliptischen Drehfeldes.

Allgemein ist zunächst zu sagen, daß die gemessenen Werte für die stillstehende Maschine im Drehfeld und Wechselfeld ungefähr das Steinmetzsche Gesetz befolgen. Nur im Drehfeld finden sich bei den Periodenzahlen 50 und 55, besonders bei höheren Induktionen, Abweichungen, die aber im Wechselfeld nicht vorhanden sind.

In Fig. 36 sind für  $c=40$  die Hysteresis- und Wirbelstromverluste im Dreh- und Wechselfeld zum Vergleich miteinander aufgezeichnet. Im Mittel sind die Wirbelstromverluste im Wechselfeld 0,5 von denen im Drehfeld und die Hysteresisverluste 0,56 der Verluste im Drehfeld, so daß eine gute Bestätigung der theoretisch abgeleiteten Werte erreicht ist.

Um die Änderung der Verluste bei stillstehendem Rotor im elliptischen Drehfeld zu erkennen, sind in der folgenden Tabelle

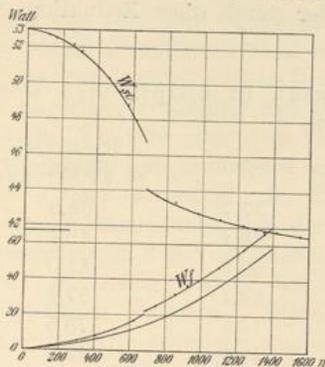


Fig. 32.

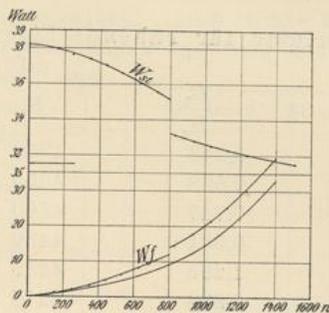


Fig. 33.

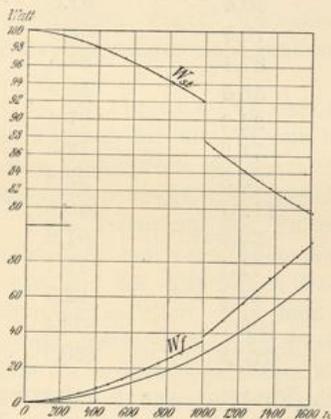


Fig. 34.

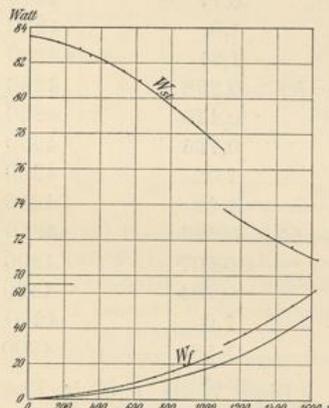


Fig. 35.

Fig. 32—35. Verluste in Wechselfeldern.

$W_{st}$  dem Stator elektrisch zugeführte Leistung.

$W_f$  dem Rotor mechanisch zugeführte Leistung.

Die untersten Kurven jeder Figur sind die aus  $W_{st}$  und  $W_f$  resultierenden Kurven der Gesamtänderung der Verluste bei Drehung des Rotors.

Fig. 32. Periodenzahl  $c = 34$ . Luftinduktion  $B_1 = 5500$

„ 33. „  $c = 40$ . „  $B_1 = 4050$

„ 34. „  $c = 50$ . „  $B_1 = 5770$

„ 35. „  $c = 55$ . „  $B_1 = 4850$ .

die betreffenden Werte den Versuchsreihen entnommen und zusammengestellt. Zum Vergleich ist es aber notwendig, alle Größen auf gleiche Induktion in der großen Achse zu reduzieren. Diese

Reduktion erfolgte hier auf den Wert  $B_1 = 4200$ , von dem die gemessenen Induktionen wenig verschieden sind, und zwar mit  $B_1^{1,8}$  als Reduktionsfaktor. Der Fehler, der durch diese Reduktion entsteht, ist unbedeutend.

Verluste für ruhende Eisenmassen in elliptischen Drehfeldern.

$c = 34$	$k = \frac{B_1}{B_2}$	$B_1$	$W_{St}$ gem.	$W_{St}$ auf $B_1$ = 4200 reduz.
	0,242	4350	37,7	35,3
	0,508	4350	43,4	40,4
	0,747	4380	50,7	47,0
	0,984	4430	63,1	57,2
	1,265	4280	76,3	73,5
$c = 40$	0,238	4210	42,2	42,0
	0,508	4210	48,6	48,4
	0,77	4240	58,6	57,6
	1,0	4230	70,5	69,5
	1,21	4280	87,4	84,5
$c = 50$	0,258	4260	56,6	55,3
	0,478	4330	64,9	61,4
	0,725	4330	76,9	72,8
	1,02	4230	93,8	92,8
	1,22	4250	112,1	110,5
$c = 55$	0,253	4240	62,9	61,8
	0,507	4200	71,1	71,1
	0,734	4260	85,1	82,7
	1,0	4200	103,4	103,4
	1,18	4300	125,8	120,2

Diese Werte sind in Fig. 37 als Funktion von  $k$  aufgetragen, und hiermit ist die Fig. 38 gezeichnet, in der für konstante Verhältnisse  $k$  die Verluste als Funktion der Periodenzahl dargestellt sind. Um die Hysterisis- und Wirbelstromverluste zu trennen, ist für jede der letzten Kurven  $W_{St}/c$  als Funktion von  $c$  in Fig. 39 aufgetragen. Die Punkte liegen auf geraden Linien, die auf der Ordinatenachse die Hysterisisverluste für eine Periode bei dem betreffenden  $k$  abschneiden. Die Neigung der geraden Linie ist dagegen ein Maß für die Wirbelstromverluste.

In Fig. 40 sind noch einmal die theoretisch abgeleiteten Kurven für das Verhältnis der Verluste in elliptischen Drehfeldern zu denen in reinen Drehfeldern aufgezeichnet und die an Hand der Fig. 39 ermittelten Punkte in diese Kurven eingetragen. Man erkennt, daß die Übereinstimmung gut ist.

Auffallend ist in Fig. 37, daß die Verluste für  $k=1$  kleiner sind (im Mittel  $10\%$ ) als die im Dreiphasendrehfeld gemessenen (siehe Fig. 23). Der Grund für diese Erscheinung ist der, daß das von einem Zweiphasensystem erzeugte Drehfeld viel unvollkommener ist als das Drehfeld einer Dreiphasenwicklung. Auch wirkte hier die ungleiche Verteilung der beiden Wicklungen ungünstig mit, so daß die Verluste sich den Verlusten in Wechselfeldern zu nähern scheinen, also kleiner ausfallen. In Übereinstimmung damit steht, daß der Hysteresissprung in den Versuchsreihen für  $k=1$  durchweg kleiner ist, als im dreiphasigen Drehfeld. Diese Beobachtung dürfte deswegen einiges Interesse beanspruchen, als sie lehrt, daß in Zweiphasenmotoren die Trennung der Verluste durch Aufnahme des Hysteresissprunges nicht ganz einwandfrei ist.

In den Fig. 41 bis 44 sind schließlich Beispiele für die Verluste in elliptischen Drehfeldern für die dort näher bezeichneten Verhältnisse gegeben.

Eine Trennung der Verluste im Wechselfeld bei rotierendem Anker ist ebenso wie im elliptischen Drehfelde nicht mehr möglich. Man muß daher, um die genügende Richtigkeit der früher theoretisch abgeleiteten Formeln darzulegen, zu einer indirekten Beweisführung greifen. Sie ist im folgenden so geführt, daß die Verluste, die bei Drehung des Rotors zu den Verlusten im Stillstand hinzukommen (oder abzuziehen sind), gemessen und berechnet sind. In allen Fällen nimmt die dem Stator elektrisch zugeführte Leistung ab. Die dem Rotor zugeführte mechanische Leistung ist teils positiv, teils negativ. Es wurde nun immer die dem Stator elektrisch und die dem Rotor mechanisch zugeführte Leistung als Funktion der Tourenzahl aufgetragen. Die Ordinaten der Kurve der dem Rotor zugeführten Leistung wurden dann je um das Stück, das der Abnahme der Statorverluste bei Lauf gegenüber Stillstand entsprach, verkleinert. Die so entstandene resultierende Kurve stellt die gesamte Änderung der Verluste bei Lauf

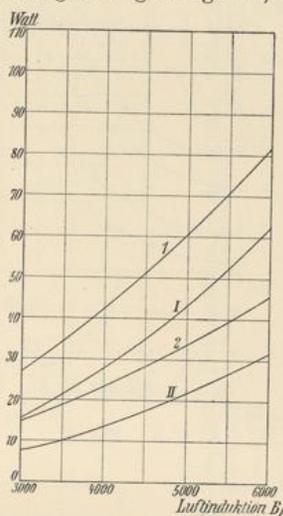


Fig. 36. Vergleich der Hysteresis- und Wirbelstromverluste im Wechselfeld und Drehfeld.

- 1 Gesamte Hysteresisverluste im Drehfelde.
- 2 Gesamte Hysteresisverluste im Wechselfelde.
- I Gesamte Wirbelstromverluste im Drehfelde.
- II Gesamte Wirbelstromverluste im Wechselfelde.

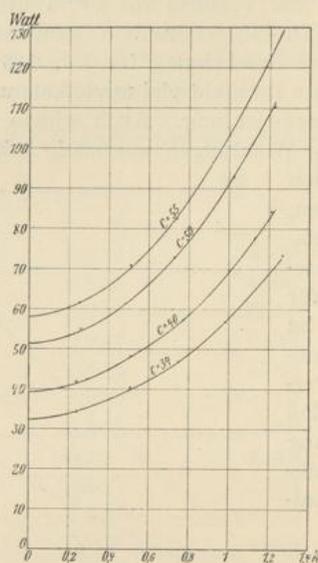


Fig. 37.

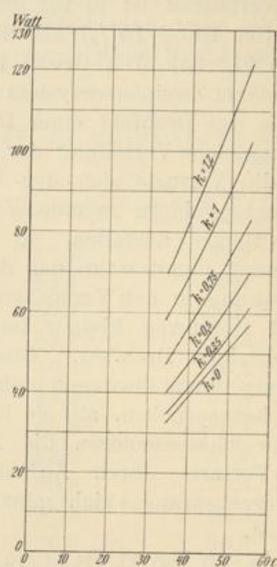


Fig. 38.

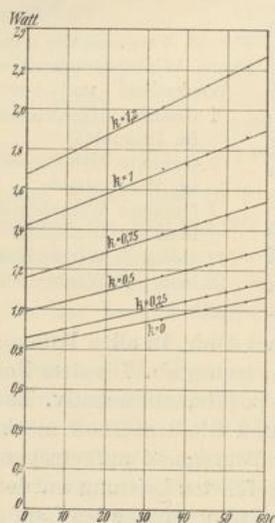


Fig. 39.

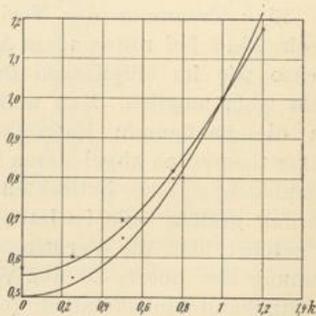


Fig. 40.

Fig. 37—40. Trennung der Verluste in elliptischen Drehfeldern für die ruhende Maschine.

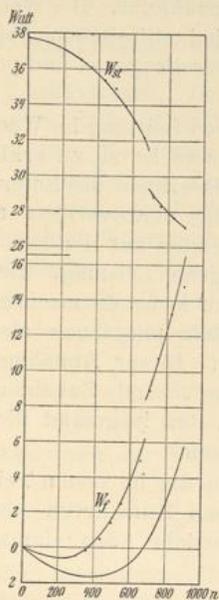


Fig. 41.

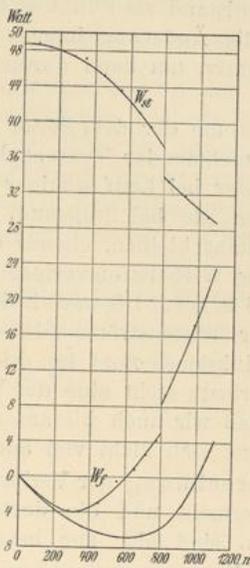


Fig. 42.

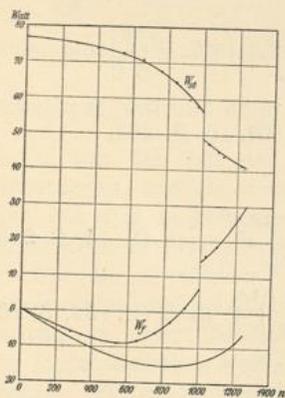


Fig. 43.

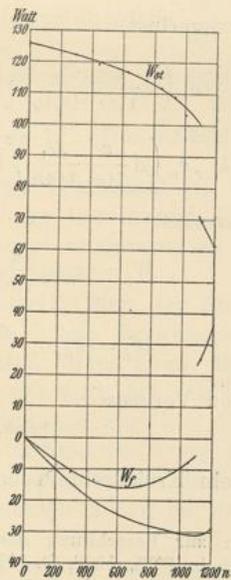


Fig. 44.

Fig. 41—44. Verluste in elliptischen Drehfeldern. Bezeichnungen vgl. Fig. 32—35.

Fig. 41.	Periodenzahl $c = 34$ .	Achsenverhältnis $k = 0,242$ .	Luftinduktion in der großen Achse $B_1 = 4350$ .
" 42.	" $c = 40$ .	" $k = 0,508$ .	" $B_1 = 4210$ .
" 43.	" $c = 50$ .	" $k = 0,725$ .	" $B_1 = 4380$ .
" 44.	" $c = 55$ .	" $k = 1,18$ .	" $B_1 = 4300$ .

gegenüber Stillstand als Funktion der Tourenzahl dar. Bei Wechsel-  
feldern ist die Änderung immer positiv, bei elliptischen Feldern  
zunächst negativ, um dann durch Null hindurchzugehen und positiv  
zu werden.

Die Abnahme der dem Stator zugeführten Leistung im Wechsel-  
felde mit zunehmender Tourenzahl des Rotors ist so zu erklären.  
daß vom Stator bei Lauf weniger Hysterisverluste des Rotors ge-  
deckt werden als bei Stillstand. Denn die Statorverluste selbst  
müssen konstant bleiben, ebenso die vom Stator auf den Rotor zur  
Deckung der Wirbelstromverluste übertragene Leistung, wie wir  
auf Seite 258 sahen. Die noch in Betracht zu ziehende mechanische  
Leistung der Wirbelströme (der Motor läuft mit ihnen als ein-  
phasiger Induktionsmotor) ist sehr gering. Dieser Abnahme der  
Hysterisverluste steht eine der Welle zuzuführende Zunahme ent-  
gegen, so daß wir auch hieraus erkennen, daß insgesamt die Hy-  
sterisverluste sich nicht viel ändern können.

Zur Berechnung der Verluste wurden die im ersten Teil ent-  
wickelten Formeln und die dort gegebenen Hilfskurven benutzt.  
Die Formeln sind hier zur besseren Übersicht noch einmal zu-  
sammengestellt.

Es ist allgemein:

der Wirbelstromverlust

$$W_w = \frac{1}{2} \sigma_w \left( \Delta \frac{c}{100} \frac{B_1}{1000} \right)^2 \left[ \left( k - \frac{c_r}{c} \right)^2 + \left( 1 - k \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] V$$

$$= k_{wr} \sigma_w \left( \Delta \frac{c}{100} \frac{B_1}{1000} \right)^2 V \text{ nach Gl. 10, S. 255,}$$

der Hysterisverlust

im Stator  $W_h = k_h \sigma_h \frac{c}{100} \left( \frac{B_1}{1000} \right)^{1,6} V$  nach Gl. 14, S. 266,

im Rotor  $W_h = k_{hr} \sigma_h \frac{c}{100} \left( \frac{B_1}{1000} \right)^{1,6} V$  nach Gl. 16 a, S. 267,

die zusätzlichen Verluste

$$\frac{1}{2} (k^2 + 1)$$

von den für ein Kreisdrehfeld bestimmten Verlusten.<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Formeln zur Berechnung der zusätzlichen Verluste im Kreisdreh-  
felde finden sich in ETZ, 1908, S. 1074 von Bragstad und Fraenckel an-  
gegeben und sind wiederholt in E. Arnold, Wechselstromtechnik, Bd. V, Die  
Induktionsmaschinen, S. 208.

Es sind die Faktoren  $k_{wr}$  in Fig. 6, S. 259,  $k_{hr}$  in Fig. 15, S. 267 als Funktion von  $\frac{c_r}{c}$  und  $k_h$  in Fig. 5, S. 258 als Funktion von  $k$  aufgetragen. Bei Lauf des Motors ändern sich für den vorliegenden Fall, da hier keine zusätzlichen Verluste im Stator auftreten, nur die Verluste im Rotor. Um die Änderung der Verluste zu bestimmen, sind also auf Grund der im Kreisdrehfelde im Rotor gemessenen Verluste die jetzt bei Stillstand und bei einer gewünschten Tourenzahl auftretenden Verluste zu berechnen und ihre Differenz zu bilden.

Für das Wechselfeld sind bei Stillstand die Wirbelstromverluste  $\frac{1}{2}$  von denen im Kreisdrehfelde bei Stillstand und bei Lauf

$$\frac{1}{2} \left[ 1 + \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right].$$

Die Änderung der Verluste ist also

$$\frac{1}{2} \left[ 1 + \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{c_r}{c} \right)^2$$

von den bei Stillstand im Kreisdrehfeld gemessenen Verlusten. Für die Hysteresisverluste sind die entsprechenden Faktoren bei Stillstand  $\frac{2}{3,6}$ , bei Lauf bis Synchronismus ebenfalls  $\frac{2}{3,6}$ , bei Übersynchronismus  $\frac{2}{3,6} \frac{c_r}{c}$ , die Differenzfaktoren also von Stillstand bei Synchronismus Null und dann  $\frac{2}{3,6} \left( \frac{c_r}{c} - 1 \right)$ . Die zusätzlichen Verluste sind  $\frac{1}{2}$  von den bei der gleichen Tourenzahl im Kreisdrehfelde auftretenden, und sie werden bei der Berechnung der Verluständerung mit dem so gefundenen Betrage eingesetzt, da ja die zusätzlichen Verluste bei Stillstand Null sind.

Für die elliptischen Felder schreibt man sich für verschiedene Tourenzahlen die bei Drehung des Rotors in diesem auftretenden Verluste in einer Tabelle auf und bildet dann die Differenzen. Für die zusätzlichen Verluste gilt das eben bei den Wechselfeldern Gesagte. Für die elliptischen Felder sind aber hier die den Verlustkurven für das Kreisdrehfeld entnommenen Werte durchweg um 10% kleiner in Rechnung gesetzt entsprechend den kleineren Verlusten im Zweiphasendrehfeld gegenüber denen im Dreiphasendrehfeld (vgl. S. 285).

Für die in den Fig. 32 bis 35 und 41 bis 44 gezeichneten Versuchsreihen sind im folgenden die Rechnungen ausführlich an-

gegeben. Doch sollen hier zum leichteren Verständnis einige Berechnungsbeispiele vollständig durchgeführt werden.

Wir nehmen als erstes Beispiel aus der Tabelle S. 291: Wechselfelder,  $c = 34$ ,  $B_l = 5500$  die Zahlenreihe, die zur Tourenzahl  $n = 1000$  gehört.

Für  $c = 34$  und  $B_l = 5500$  finden wir aus

$$\text{Fig. 26} \quad W_w = 15,8,$$

$$\text{Fig. 25} \quad W_h = 19,4.$$

Der Kurve Fig. 27 entnehmen wir zu  $B_l = 5000$  und  $n = 1000$ ,  $W_{zus} = 14,5$ , also haben wir bei  $B_l = 5500$

$$W_{zus} = 14,5 \left( \frac{5500}{5000} \right)^2 = 17,6.$$

Die Verluständerungen bei  $n = 1000$  gegenüber Stillstand sind daher

$$\text{Wirbelstromverluste} \quad \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1000}{680} \right)^2 \cdot 15,8 = 17,1$$

$$\text{Hysteresisverluste} \quad \frac{2}{3,6} \left( \frac{1000}{680} - 1 \right) 19,4 = 5,06$$

$$\text{Zusätzliche Verluste} \quad \frac{1}{2} \cdot 17,6 = 8,8$$

zusammen 30,96 Watt.

Gemessen wurden, wie der Fig. 32 zu entnehmen ist, 30 Watt. Da die gesamten Verluste bei Stillstand, wie ebenfalls aus Fig. 32 zu ersehen ist, 53 Watt betragen, so sind bei 1000 Umdrehungen 83 Watt gemessen und 83,96 Watt berechnet. Der Fehler beträgt demnach nur 1,1%.

Als Beispiel für die Berechnung im elliptischen Felde nehmen wir auf S. 293 aus der Tabelle  $c = 40$ ,  $B_l = 4210$ ,  $k = 0,508$  die Reihe für  $n = 1000$ .

Wir finden aus den Kurven 25 und 26 wie vorher angegeben

$$W_w = 13 \quad \text{und} \quad W_h = 14,8,$$

also bei der Reduktion um 10%.

$$W_w = 11,7 \quad \text{und} \quad W_h = 13,3.$$

Die Verluste bei Stillstand sind, da wir in Fig. 5 für  $k = 0,508$

$$k_w = 0,634$$

und

$$k_h = 0,687$$

finden,

$$W_{w \text{ stillst}} = 11,7 \cdot 0,634 = 7,4,$$

$$W_{h \text{ stillst}} = 13,3 \cdot 0,687 = 9,1.$$

Bei Lauf, für  $\frac{c_r}{c} = \frac{1000}{800} = 1,25$ , finden wir aus Kurve Fig. 6

$$k_{wr} = 0,333$$

und aus Kurve Fig. 15

$$k_{hr} = 0,36,$$

also

$$W_{wlauf} = 11,7 \cdot 0,333 = 3,9,$$

$$W_{hlauf} = 13,3 \cdot 0,36 = 4,8.$$

Die Differenzen gegenüber Stillstand sind daher

$$\text{Wirbelströme} \quad - 3,5,$$

$$\text{Hysteresis} \quad - 4,3.$$

Die zusätzlichen Verluste für  $n = 1000$  und  $B = 4000$  sind nach Fig. 27 9,5. Da  $k_w = 0,634$  ist, ist bei  $n = 1000$

$$\text{zusätzliche Verluste} \quad 0,9 \cdot 9,5 \left( \frac{4210}{4000} \right)^2 \cdot 0,634 = 6,0.$$

Die gesamte berechnete Änderung der Verluste ist also

$$6,0 - 3,5 - 4,3 = -1,8 \text{ Watt.}$$

Gemessen wurde nach Fig. 42  $-0,4$ . Da der gesamte Verlust bei Stillstand 48,6 Watt ist, beträgt der Fehler

$$\frac{-1,8 - (-0,4)}{48,6 - 0,4} 100 = -2,9\%.$$

Auf diese Weise sind die folgenden Tabellen berechnet, wobei alle Einzelwerte angegeben sind.

Vergleich zwischen den gemessenen und berechneten Werten der bei Drehung des Rotors zu den Verlusten bei Stillstand hinzukommenden Verluste.

#### I. Wechselfeld.

Fig. 32  $c = 34$ ,  $B_i = 5500$ .

Verlust bei Stillstand  $W_0 = 53$  Watt.

Tourenzahl	Hinzukommende Wirbelstromverluste	Hinzukommende zusätzl. Verluste	Hinzuk. Hysteresisverluste	Ber. Änderung der Verluste	Gemesene Änderung d. Verluste	Prozentualer Gesamtfehler
$n$	$W_w'$	$W_{zus}'$	$W_h'$	$W_{ber}$	$W_{gem}$	$\%$
200	0,68	0,79	—	1,47	2,0	- 1,0
400	2,73	2,23	—	4,96	5,5	- 0,9
600	6,15	4,09	—	10,24	10,5	- 0,4
800	10,90	6,3	1,9	19,1	19,0	0
1000	17,10	8,8	5,06	30,96	30,0	+ 1,1
1200	24,6	11,55	8,23	44,38	45,0	- 0,6
1400	33,5	14,58	11,4	59,48	59,0	- 0,5

19\*

Fig. 33  $c=40$ ,  $B_l=4050$ ,  $W_0=38,2$ .

$n$	$W_n'$	$W_{zus}'$	$W_h'$	$W_{ber}$	$W_{gem}$	%
200	0,38	0,43	—	0,81	1,0	— 0,5
400	1,50	1,21	—	2,71	3,0	— 0,7
600	3,38	2,24	—	5,62	5,5	+ 0,3
800	6,0	3,43	—	9,43	9,0	+ 0,9
1000	9,4	4,8	1,92	16,12	14,0	+ 4,1
1200	13,5	6,32	3,83	23,65	23,0	+ 1,0
1400	18,4	9,71	5,74	33,85	33,0	+ 1,2

Fig. 34  $c=50$ ,  $B_l=5770$ ,  $W_0=100$ .

$n$	$W_n'$	$W_{zus}'$	$W_h'$	$W_{ber}$	$W_{gem}$	%
200	0,70	0,87	—	1,57	1,6	0
400	2,85	2,46	—	5,01	6,0	— 1,0
600	6,5	4,51	—	11,01	12,0	— 1,0
800	11,5	6,94	—	18,44	18,5	— 0,6
1000	17,9	9,7	—	27,6	27,0	+ 0,5
1200	25,7	12,75	3,4	41,85	40,0	+ 1,3
1400	35,0	16,1	6,8	57,9	55,0	+ 1,9
1600	45,6	19,65	10,2	75,45	70,0	+ 3,3

Fig. 35  $c=55$ ,  $B_l=4850$ ,  $W_0=83,5$ .

$n$	$W_n'$	$W_{zus}'$	$W_h'$	$W_{ber}$	$W_{gem}$	%
200	0,5	0,61	—	1,11	1,0	0
400	2,03	1,72	—	3,75	3,0	+ 0,9
600	4,56	3,15	—	7,71	6,6	+ 1,2
800	8,1	4,85	—	12,95	11,4	+ 1,6
1000	12,7	6,78	—	19,48	17,6	+ 1,9
1200	18,3	8,92	1,28	28,50	25,0	+ 3,2
1400	24,8	11,25	3,92	39,97	35,2	+ 4,0
1600	32,6	13,7	6,36	52,66	47,0	+ 4,3

## II. Elliptisches Drehfeld.

Versuchsreihe 17. Fig. 41  $c=34$ ,  $B_l=4350$ ,  $k=0,242$ ,  $W_0=37,7$ .

$n$	$W_n'$	$W_{zus}'$	$W_h$	$W_{ber}$	$W_{gem}$	%
200	— 0,86	+ 0,47	— 0,81	— 1,2	— 1,3	+ 0,2
400	— 0,92	+ 1,33	— 1,62	— 1,21	— 1,7	+ 1,3
600	— 0,26	+ 2,43	— 2,29	— 0,12	— 0,9	+ 2,1
800	+ 1,31	+ 3,75	— 1,52	+ 3,53	+ 2,5	+ 2,6
900	+ 2,33	+ 4,72	— 0,46	+ 6,59	+ 5,8	+ 3,2

Versuchsreihe 23. Fig. 42  $c = 40$ ,  $B_i = 4210$ ,  $k = 0,508$ ,  $W_0 = 48,6$ .

$n$	$W_n'$	$W_{zus}'$	$W_h$	$W_{ber}$	$W_{gem}$	%
200	- 2,5	+ 0,5	- 1,6	- 3,6	- 4,0	+ 0,9
400	- 4,1	+ 1,5	- 3,2	- 5,8	- 6,2	+ 3,8
600	- 4,7	+ 2,7	- 4,8	- 6,8	- 6,4	- 0,9
800	- 4,5	+ 4,2	- 6,4	- 6,7	- 6,5	- 0,5
1000	- 3,5	+ 6,0	- 4,3	- 1,8	- 0,4	- 2,9

Versuchsreihe 29. Fig. 43  $c = 50$ ,  $B_i = 4330$ ,  $k = 0,725$ ,  $W_0 = 76,9$ .

$n$	$W_n'$	$W_{zus}'$	$W_h$	$W_{ber}$	$W_{gem}$	%
200	- 5,0	+ 0,7	- 2,4	- 6,7	- 6,0	- 1,0
400	- 8,8	+ 1,9	- 5,1	- 12,0	- 11,0	- 1,5
600	- 11,4	+ 3,5	- 7,6	- 15,5	- 14,0	- 2,4
800	- 12,9	+ 5,3	- 10,0	- 17,6	- 15,5	- 3,5
1000	- 13,2	+ 7,45	- 12,4	- 18,1	- 14,3	- 6,2
1200	- 12,5	+ 9,8	- 9,6	- 12,3	- 9,5	- 4,1

Versuchsreihe 36. Fig. 44  $c = 55$ ,  $B_i = 4300$ ,  $k = 1,18$ ,  $W_0 = 125,8$ .

$n$	$W_n'$	$W_{zus}'$	$W_h'$	$W_{ber}$	$W_{gem}$	%
200	- 7,6	+ 1,1	- 3,7	- 10,2	- 10,0	- 0
400	- 14,7	+ 2,9	- 7,4	- 19,2	- 18,6	- 1,3
600	- 20,0	+ 5,4	- 10,9	- 25,5	- 24,5	- 1,0
800	- 23,5	+ 8,2	- 14,0	- 29,9	- 28,0	- 2,0
1000	- 25,0	+ 11,4	- 18,7	- 32,3	- 30,5	- 1,9
1200	- 24,6	+ 15,1	- 18,7	- 28,2	- 28,5	+ 0,3

Die Übereinstimmung ist also durchweg befriedigend. In der oben erwähnten Dissertation des Verfassers ist die Vergleichsrechnung für das gesamte Versuchsmaterial durchgeführt.

## 11. Kritik der Versuchsergebnisse.

Im allgemeinen sind die Abweichungen zwischen gemessenen und berechneten Werten so gering, daß für den berechnenden Ingenieur die Formeln genügen dürften, zumal die Berechnungsweise — an Hand von Kurven sind die in gewöhnlicher Weise für ein Drehfeld bestimmten Verluste für den jedesmal vorliegenden Fall zu reduzieren — sehr einfach ist. Daß im einzelnen Abweichungen vorkommen, bisweilen sogar der Charakter der errechneten und der gemessenen Kurven verschieden ist, war von vornherein zu erwarten. Denn ganz abgesehen von Beobachtungsfehlern und der

Ungenauigkeit der benutzten technischen Messinstrumente ist die Theorie auf den einfachen Voraussetzungen eines sinusförmigen und vollkommenen Kreisdrehfeldes aufgebaut, das praktisch nicht vorhanden ist. Auch scheint es, als ob der vernachlässigte Unterschied zwischen drehender und wechselnder Ummagnetisierung teilweise doch, wenn auch nicht sehr stark, sich bemerkbar macht. Für die Verluste in der stehenden Maschine, praktisch also für den Stator, scheint allerdings der Beweis für die Richtigkeit der theoretischen Werte erbracht zu sein. Im sich drehenden Rotor herrschen dagegen so komplizierte Ummagnetisierungsvorgänge, daß für die nächste Zeit kaum Aussicht auf Klärung der Verhältnisse vorhanden zu sein scheint. Zu beachten ist ferner, daß bei der vorliegenden Untersuchung mit sehr geringen Energiemengen zu arbeiten war, so daß schon ein Fehler von wenigen Watt das Bild trüben kann. Trotzdem erscheint nach den Ergebnissen die Annahme gerechtfertigt, daß an Hand der gegebenen Formeln sich die Eisenverluste mit genügender Genauigkeit berechnen lassen.

### Erklärung der verwendeten Buchstaben.

- $B$  = Induktion.
- $B_1, B_2$  = Amplituden der beiden aufeinander senkrecht stehenden Wechselfelder, die das elliptische Drehfeld erzeugen.
- $B_1', B_2'$  = Amplituden der beiden Wechselfelder beliebiger Phase und Größe, die das elliptische Drehfeld erzeugen.
- $B_r, B_l$  = Amplituden des rechts- und des linksdrehenden Drehfeldes.
- $B_l$  = Induktion im Luftspalt zwischen Stator und Rotor.
- $B_{zmin}$  = kleinste Induktion in einem Zahn (an der breitesten Stelle des Zahnes).
- $c$  = Periodenzahl in der Sekunde.
- $c_r = \frac{pn}{60}$  = Periodenzahl der Rotation.
- $E$  = Elektromotorische Kraft.
- $f_s$  = Formfaktor der Spannungskurve.
- $h$  = Eisenhöhe.
- $J$  = Strom.
- $k = \frac{B_2}{B_1}$  = Achsenverhältnis der Ellipse.
- $k_s$  = Faktor zur Berechnung der Wirbelstromverluste in den Zähnen.
- $k_w$  = Faktor zur Berechnung der Wirbelstromverluste im Stator.
- $k_{wr}$  = Faktor zur Berechnung der Wirbelstromverluste im Rotor.
- $k_h$  = Faktor zur Berechnung der Hysterisisverluste im Stator.
- $k_{hr}$  = Faktor zur Berechnung der Hysterisisverluste im Rotor.
- $n$  = Tourenzahl in der Minute.
- $P$  = Klemmenspannung.
- $p$  = Zahl der Polpaare.
- $Q$  = Eisenquerschnitt.
- $r$  = mittlerer Radius des Stators oder Rotors.
- $r$  = Ohmscher Widerstand.
- $s$  = Schlüpfung.
- $t$  = Zeit in Sekunden.

- $V$  = Volumen.  
 $V_z$  = Volumen der Zähne.  
 $W$  = Leistung in Watt.  
 $W_h$  = Hysteresisverlust.  
 $W_w$  = Wirbelstromverlust.  
 $W_0$  = Verlust bei Stillstand.  
 $W_{zus}$  = zusätzliche Verluste.  
 $W_{st}$  = dem Stator elektrisch zugeführte Leistung.  
 $W_r$  = dem Rotor mechanisch zugeführte Leistung (ohne Reibungsverluste).  
 $W_{ber}$  = berechnete Änderung der Verluste.  
 $W_{gem}$  = gemessene Änderung der Verluste.  
 $W'_h$  = bei Lauf gegenüber Stillstand hinzukommende Hysteresisverluste.  
 $W'_{w}$  = bei Lauf gegenüber Stillstand hinzukommende Wirbelstromverluste.  
 $W'_{us}$  = bei Lauf gegenüber Stillstand hinzukommende zusätzliche Verluste.  
 $W_{zw}$  = Wirbelstromverluste in den Zähnen.  
 $\alpha_0$  = Winkel in räumlichen Graden, um den ein Punkt  $P$  zur Zeit  $t=0$  aus der Richtung der einen Hauptachse der Ellipse gedreht ist.  
 $\gamma$  = räumlicher Verschiebungswinkel zweier Wechselfelder.  
 $\delta$  = zeitlicher Verschiebungswinkel zweier Wechselfelder.  
 $\Delta$  = Blechdicke in mm.  
 $\vartheta_h$  = Hysteresisdrehmoment.  
 $\mu$  = Permeabilität.  
 $\sigma_h, \sigma_w$  = Konstanten zur Berechnung der Hysteresis-, Wirbelstromverluste.  
 $\tau$  = Polteilung.  
 $\Phi$  = Kraftfluß.  
 $\varphi$  = Winkel zwischen Klemmenspannung  $P$  und Strom  $J$ .  
 $\psi$  = Winkel zwischen elektromotorischer Kraft  $E$  und Strom  $J$ .  
 $\omega$  = Winkelgeschwindigkeit (für den Wechselstrom  $\omega = 2\pi c$ ).  
 $\omega_r = \frac{\pi n}{30}$  = Winkelgeschwindigkeit des Rotors.