Resultate für den Maschinenbau

[Hauptband]

Redtenbacher, Ferdinand

Heidelberg, 1869

Vierter Abschnitt. Reibung zwischen festen Körpern und Steifheit der Seile

urn:nbn:de:bsz:31-289815

VIERTER ABSCHNITT.

Reibung zwischen festen Körpern

und

Steifheit der Seile.

115.

Gesetze der Reibung.

Der Widerstand, welcher sich äussert, wenn zwei feste Körper gegen einander gedrückt sind und einer auf dem andern hinbewegt werden soll oder dauernd hinbewegt wird, ist der Erfahrung gemäss:

1) unabhängig von der Grösse der Fläche, in der sich die Körper berühren,

2) unabhängig von der Geschwindigkeit, mit welcher die Bewegung erfolgt,

3) proportional dem Druck, mit welchem die Körper gegen einander gepresst sind.

Nennt man:

P diesen Druck in Kilogrammen,

F den in Kilogrammen ausgedrückten Reibungswiderstand,

so ist:

$\frac{F}{P}$ eine von der Grösse der Berührungsflächen und von der Geschwindigkeit der Bewegung unabhängige Grösse, die jedoch von der materiellen Beschaffenheit der Körper und von dem Zustande der Berührungsflächen, so wie auch von dem Umstande abhängt, ob die Körper aus einem Ruhezustande, der längere Zeit andauerte, in Bewegung gebracht werden sollen, oder ob eine bereits vorhandene Bewegung weiter fortgesetzt werden soll. Man nennt dieses Verhältniss den Reibungscoefficienten. Bezeichnet man denselben mit f, so hat man:

$$\frac{F}{P} = f; \; F = P f; \; P = \frac{F}{f}$$

Die Werthe von f für die verschiedenen Materialien und für die verschiedenen Umstände, welche auf f Einfluss haben, sind in folgenden Tabellen enthalten.

116.

Tabelle über die Reibungscoeffizienten zur Berechnung des Widerstandes, welcher sich am Anfang einer Bewegung äussert.

Angabe der reibenden Flächen.	Lage der Fasern.	Zustand der Oberfläche.	Reibungs-coeffizient.
Eiche auf Eiche	parallel	ohne Schmiere	0·62
	"	mit trockener Seife	0·44
	rechtwinklig	ohne Schmiere	0·54
	"	mit Wasser befeuchtet	0·71
	Hirn auf platt liegendem	ohne Schmiere	0·43
Eiche auf Ulme	parallel	" "	0·38
Ulme auf Eiche	"	" "	0·69
	"	mit trockener Seife	0·41
	rechtwinklig	ohne Schmiere	0·57
Esche, Tanne, Buche, Vogelbeer auf Eiche	parallel	" "	0·53
Gegerbtes Leder auf Eiche	das Leder platt liegend	" "	0·61
	das Leder auf der Kante	" "	0·43
		m. Wasser befeucht.	0·79
Schwarze lederne Riemen auf ebener Eichenfläche	parallel	ohne Schmiere	0·74
Schwarze lederne Riemen auf einer eichenen Trommel	rechtwinklig	" "	0·47
Ungesponnener Hanf auf Eiche	parallel	" "	0·50
		mit Wasser	0·87
Hanfseil auf Eiche	"	ohne Schmiere	0·80
Schmiedeisen auf Eiche	"	" "	0·62
		mit Wasser	0·65
Gusseisen auf Eiche	"	" "	0·65
Gelbguss auf Eiche	"	ohne Schmiere	0·62
Rindsleder bei Kolben auf Gusseisen	platt oder auf der Kante	mit Wasser	0·62
		mit Oel, Seife oder Schweinefett	0·12
Lederne Riemen auf gusseisernen Rollen	platt liegend	ohne Schmiere	0·28
		mit Wasser	0·38
Gusseisen auf Gusseisen	. . . .	ohne Schmiere	0·16*
Schmiedeisen auf Gusseisen	. . . .	" "	0·19
Eiche, Ulme, Weissbuche, Eisen, Gusseisen und Bronze, zwei und zwei eines auf dem andern	. . . .	mit Talg	0·10**
		mit Oel oder Schweinefett	0·15***
Rogenstein auf Rogenstein	. . . .	ohne Schmiere	0·74

*) Die Oberflächen wenig fett. — **) Die Berührung dauerte nicht lange genug, um die Schmiere hinaus zu drücken. — ***) Die Berührung dauerte lange genug, die Schmiere wegzudrücken und einen nur wenig fettigen Zustand herbeizuführen.

Angabe der reibenden Flächen.	Lage der Fasern.	Zustand der Oberfläche.	Reibungs-coeffizient.
Muschelkalk auf Rogenstein .	. . . .	ohne Schmiere	0·75
Backstein auf Rogenstein . .	. . . .	„ „	0·67
Eichen auf Rogenstein . . .	auf dem Hirn	„ „	0·63
Schmiedeisen auf Rogenstein .	. . . .	„ „	0·49
Muschelkalk auf Muschelkalk	. . . .	„ „	0·70
Rogenstein auf Muschelkalk .	. . . .	„ „	0·75
Backstein auf Muschelkalk .	. . . .	„ „	0·67
Schmiedeisen auf Muschelkalk	. . . .	„ „	0·42
Eiche auf Muschelkalk . . .	. . . .	„ „	0·64
Rogenstein auf Rogenstein . .	. . . .	mit Mörtel aus drei Theilen feinem Sand und einem Theil hydraulischem Kalk	0·74*

117.

Tabelle über die Reibungscoeffizienten für die Fortsetzung einer Bewegung.

Angabe der reibenden Flächen.	Lage der Fasern.	Zustand der Oberfläche.	Reibungs-coeffizient.
Eiche auf Eiche	parallel	ohne Schmiere	0·48
	„	mit trockener Seife	0·16
	rechtwinklig	ohne Schmiere	0·34
	„	mit Wasser	0·25
	Hirnholz auf den Fasern	ohne Schmiere	0·19
Ulme auf Eiche	parallel	„ „	0·43
	rechtwinklig	„ „	0·45
	parallel	„ „	0·25
Esche, Tanne, Buche, wilder Birnbaum und Vogelbeer auf Eiche	„	„ „	0·36—0·40
Schmiedeisen auf Eiche . .	„	„ „	0·62
		mit Wasser	0·26
		mit trockener Seife	0·21
Gusseisen auf Eiche	„	ohne Schmiere	0·49
		mit Wasser	0·22
		mit trockener Seife	0·19
Gelbguss auf Eiche	„	ohne Schmiere	0·62
Schmiedeisen auf Ulme . . .	„	„ „	0·25
Gusseisen auf Ulme	„	„ „	0·20
Lederne Riemen auf Eiche .	„	„ „	0·27

*) Nach einer Berührung von 10′ bis 15′.

Angabe der reibenden Flächen.	Lage der Fasern.	Zustand der Oberfläche.	Reibungscoeffizient.
Gegerbtes Leder auf Eiche .	platt oder auf der Kante	ohne Schmiere	0·30—0·35
		mit Wasser	0·29
Gegerbtes Leder auf Gusseisen oder Bronze	platt oder auf der Kante	ohne Schmiere	0·56
		mit Wasser	0·36
		fett und mit Wasser	0·23
		mit Oel geschmiert	0·15
Ungesponnener Hanf od. Hanfseile auf Eiche	parallel	ohne Schmiere	0·52
	rechtwinklig	nass	0·33
Eiche und Ulme auf Gusseisen	parallel	ohne Schmiere	0·38
Wilder Birnbaum auf Gusseisen	„	„ „	0·44
Schmiedeisen auf Schmiedeisen	. . . .	„ „	*
Schmiedeisen auf Gusseisen und Bronze	. . . .	„ „	0·18**
Gusseisen auf Gusseisen und Bronze	. . . .	„ „	0·15**
Bronze auf Bronze	. . . .	„ „	0·20
Bronze auf Gusseisen . . .	. . . .	„ „	0·22
Bronze auf Schmiedeisen .	. . . .	„ „	0·16***
Eiche, Ulme, Weissbuche, wilder Birnbaum, Gusseisen, Schmiedeisen, Stahl u. Bronze eines auf dem andern oder sich selbst	. . . .	auf gewöhnliche Art geschm. mit Talg, Schweinefett, Oel, Wagenschm. etc.	0·07—0·08 †
		nur wenig fettes Anfühlen	0·15
Rogenstein auf Rogenstein .	. . . .	ohne Schmiere	0·64
Muschelkalk auf Rogenstein .	. . . .	„ „	0·67
Backstein „ „	. . . .	„ „	0·65
Eiche „ „	auf dem Hirn	„ „	0·38
Schmiedeisen „ „	parallel	„ „	0·38
Muschelkalk auf Muschelkalk	. . . .	„ „	0·69
Rogenstein „ „	. . . .	„ „	0·65
Backstein „ „	. . . .	„ „	0·60
Eiche „ „	auf dem Hirn	„ „	0·38
Schmiedeisen „ „	parallel	„ „	0·24
		nass	0·30

*) Die Oberflächen greifen sich ohne Schmiere an. — **) Die Oberflächen waren noch etwas fett. — ***) Ein wenig fettig. — †) Ist die Schmiere fortwährend erneuert und gleichförmig vertheilt, so kann dieses Verhältniss bis zu 0·05 herabsinken.

118.

Tabelle über die Reibungscoeffizienten für Zapfen und Wellen, die sich in Lagern drehen.

Angabe der Oberflächen.	Zustand der Oberflächen.	Reibungscoeffizent, wenn die Schmiere erneuert wird: auf gewöhnliche Art.	Reibungscoeffizent, wenn die Schmiere erneuert wird: ununterbrochen.
Zapfen von Gusseisen auf Lagern von Gusseisen	geschmiert mit Oliven-Oel, Schweinefett, Talg oder mit weicher Wagenschmiere . .	0·07—0·08	0·054
	mit denselben Schmieren, nass	0·08	—
	mit Asphalt	0·054	—
	fettig	0·14	—
	fettig und nass	0·14	—
Zapfen von Gusseisen auf Lagern von Bronze	geschmiert mit Oliven-Oel, Schweinefett, Talg oder weicher Wagenschmiere	0·07—0·08	0·054
	fettig	0·16	—
	fettig und nass	0·16	—
	sehr wenig fettig	0·19	—*
	ohne Schmiere	0·18	—**
Zapfen von Gusseisen auf Lagern von Franzosenholz.	geschmiert mit Oel oder Schweifett	—	0·090
	fettig von Oel oder Schweinefett	0·10	—
	fettig von Schweinefett und Graphit	0·14	—
Zapfen von Schmiedeisen auf gusseisernen Lagern	geschmiert mit Olivenöl, Talg, Schweinefett oder weicher Wagenschmiere	0·07—0·08	0·054
Zapfen von Schmiedeisen auf Lagern von Bronze	geschmiert mit Oliven-Oel, Schweinefett oder Talg . . .	0·07—0·08	0·054
	geschmiert mit fester Wagenschmiere	0·09	—
	fettig und nass	0·19	—
	sehr wenig fett	0·25	—***
Schmiedeiserne Zapfen auf Lagern von Franzosenholz	geschmiert mit Oel oder Schweinefett	0·11	—
	fettig	0·19	—
Zapfen von Bronze auf Lagern von Bronze	geschmiert mit Oel	0·10	—
	geschmiert mit Schweinefett . .	0·09	—
Zapfen von Bronze auf Lagern v. Gusseisen	geschmiert mit Oel oder Talg .	—	0·045 bis 0·052
Zapfen von Franzosenholz auf Lagern von Gusseisen	geschmiert mit Schweinefett . .	0·12	—
	fettig	0·15	—
Zapfen von Franzosenholz auf Lagern von Franzosenholz	geschmiert mit Schweinefett . .	—	0·07

*) Die Oberflächen beginnen sich anzugreifen. — **) Die Oberflächen sind etwas fettig. — ***) Die Oberflächen beginnen sich anzugreifen.

119.

Effektverlust durch Reibung bei liegenden Zapfen oder Wellen.

Nennt man:

d den Durchmesser des Zapfens in Centimetern,
P den Druck des Zapfens gegen die Pfanne in Kilogrammen,
f den Reibungs-Coeffizienten,
e den Effektverlust in Kilogramm-Metern per Sekunde, welcher durch die Zapfenreibung entsteht,
n die Anzahl der Umdrehungen des Zapfens per 1 Minute,
so ist:

$$e = \frac{n\,d\,f\,P}{1910} \text{ Klgm.-Mtr.}$$

120.

Effektverlust durch Reibung bei stehenden Zapfen.

Nennt man:

P den Druck auf die Umfangsfläche des Zapfens,
P_1 den Druck auf die Grundfläche des Zapfens,
n, d, f, e wie bei Nr. 119,
so ist:

$$e = \frac{n\,d\,f}{1910}\left(P + \frac{2}{3} P_1\right)$$

121.

Reibung auf der schiefen Ebene.

Nennt man:

Q das Gewicht des Körpers,
α den Neigungswinkel der schiefen Ebene gegen den Horizont,
P die Kraft in Kilogrammen, welche erforderlich ist, um den Körper längs der schiefen Ebene hinaufzuziehen,
p die Kraft, welche erforderlich ist, um das Herabgleiten des Körpers längs der schiefen Ebene zu verhindern,
β den Winkel, welchen die Richtung von P oder von p mit der schiefen Ebene bildet,
f den Reibungs-Coeffizienten,
so ist:

$$P = Q \frac{\sin\alpha + f\cos\alpha}{\cos\beta + f\sin\beta}$$

$$p = Q \frac{\sin\alpha - f\cos\alpha}{\cos\beta - f\sin\beta}$$

122.

Reibung bei der Schraube.

Wenn eine Schraube mit Mutter angewendet wird, kommen jederzeit zweierlei Reibungen vor: 1) die Reibung zwischen Mutter und Spindel; 2) die Reibung des Theiles, welcher gedreht wird (Mutter oder Spindel) gegen eine gewisse Widerhaltfläche. Nennt man

P, P_1 die Kräfte, welche am äusseren Umfang der Schraubenfläche wirken müssen, um jene beiden Reibungswiderstände und den Hauptwiderstand Q zu überwinden,

Q die Kraft in Kilogrammen, mit welcher Mutter und Spindel nach der Richtung ihrer Axen gegen einander gepresst werden,

α den Neigungswinkel der äusseren Schraubenlinie der Spindel,

β für eine Schraube mit dreieckigem Gewinde die Hälfte des Kantenwinkels,

D den Durchmesser der Schraubenspindel,

d_1, d_0 den äusseren und den inneren Durchmesser der im Allgemeinen ringförmigen Berührungsfläche zwischen dem sich drehenden Theile und der Widerhaltfläche,

f, f_1 die Reibungs-Coeffizienten, welche den Widerständen ad 1) und 2) entsprechen,

so ist annähernd

für Schrauben mit flachen Gewinden:

$$P = Q \frac{\operatorname{tang}\alpha + f}{1 - f\operatorname{tang}\alpha}$$

für Schrauben mit scharfen Gewinden:

$$P = Q \frac{\operatorname{tang}\alpha\cos\beta + f}{\cos\beta - f\operatorname{tang}\alpha}$$

$$P_1 = \frac{2}{3}\,\frac{Q}{D}\,\frac{d_1^3 - d_0^3}{d_1^2 - d_0^2}\,f_1$$

123.

Reibung bei der Schraube ohne Ende.

Die Kraft P, welche am Umfange der Schraube ohne Ende wirken muss, um die zwischen den Gewinden der Schraube und den Zähnen des Rades stattfindende Reibung und den Hauptwiderstand Q zu überwinden, ist annähernd

für eine Schraube mit flachen Gewinden: $P = Q \frac{\tang \alpha + f}{1 - f \tang \alpha}$

für eine Schraube mit scharfen Gewinden: $P = Q \frac{\tang \alpha \cos \beta + f}{\cos \beta - f \tang \alpha}$

wobei Q den Widerstand bedeutet, welcher am Umfange des Rades der Bewegung entgegenwirkt, und α, β wie in voriger Nummer zu verstehen sind.

124.

Reibungswiderstand der verzahnten Räder.

Nennt man:

Q die Kraft, welche am Umfange der Räder wirkt,
M, m die Anzahl der Zähne des grösseren und kleineren Rades,
R den Halbmesser des grösseren Rades in Metern,
n die Anzahl der Umdrehungen des grösseren Rades in einer Minute,
α den Winkel, welchen bei Kegelrädern die Axen derselben mit einander bilden,
f den Reibungs-Coeffizienten, welcher den auf einander wirkenden Zahnflächen entspricht,
F die Kraft in Kilogrammen, welche, am Umfange der Räder wirkend, die Reibung der Zähne zu überwinden vermag,
e den Effekt in Klgmtr., welcher zur Ueberwindung der Zahnreibung erforderlich ist; — so ist annähernd

a) für Stirnräder mit äusserer Verzahnung:

$$F = f Q \pi \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m}\right)$$

$$e = 0{\cdot}1047\, n R f Q \pi \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m}\right)$$

b) für Stirnräder mit innerer Verzahnung:

$$F = f Q \pi \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{M}\right)$$

$$e = 0{\cdot}1047 \; n \, R f Q \pi \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{M}\right)$$

c) für Kegelräder mit äusserer Verzahnung:

$$F = f Q \pi \sqrt{\frac{1}{m^2} + \frac{1}{M^2} + \frac{2}{M\,m} \cos \alpha}$$

$$e = 0{\cdot}1047 \; n \, R f Q \pi \sqrt{\frac{1}{m^2} + \frac{1}{M^2} + \frac{2}{M\,m} \cos \alpha}$$

125.

Reibung eines Seiles auf der Mantelfläche eines Cylinders.

Nennt man:

s die Länge des Bogens, längs welchem der Cylinder in der Ebene eines Querschnitts vom Seil berührt wird,

r den Halbmesser des Cylinders,

f den Reibungs-Coeffizienten,

e = 2·718 die Basis der natürlichen Logarithmen,

Q den Widerstand oder die Last, welche an einem der beiden Enden des Seiles wirkt,

P die Kraft, welche an dem andern Ende des Seiles wirken muss, um sowohl Q als auch die am Umfange des Cylinders stattfindende Reibung zu überwinden, so ist:

$$P = Q \, e^{f \frac{s}{r}}$$

126.

Reibung einer liegenden Transmissionswelle.

Nennt man:

E den Effekt in Klgmtr., welchen die Welle überträgt,

e den Effekt in Klgmtr., welcher zur Ueberwindung der Reibung nothwendig ist, die aus dem Gewicht der Welle entsteht, L die Länge der Welle in Metern,

f den Reibungs-Coeffizienten für die Berührung zwischen der Welle und den Lagern,

so ist, wenn die Welle eine der Kraft, welche dieselbe überträgt, angemessene Stärke hat:

$$\frac{e}{E} = \frac{1}{60} L f$$

Hinsichtlich des Effektverlustes, welcher aus dem Gewicht einer Welle entspringt, ist daher eine starke und langsam gehende Transmission gleich einer schwachen und schnell laufenden.

127.

Effektverlust einer Uebersetzung mit Rollen und Riemen.

Nennt man:

d, d_1 die Durchmesser der beiden Wellen,

D, D_1 die Durchmesser der mit denselben verbundenen Rollen,

E den Effekt in Klgmtr., welcher vermittelst der Rollen und des Riemens von einer Axe auf die andere übertragen wird,

f den Reibungs-Coeffizienten für die Bewegung der Axen in den Lagern,

e den Effekt in Klgmtr., welcher zur Ueberwindung der Reibung nothwendig ist, die aus dem Druck entsteht, mit welchem die Axen vermöge der in dem Riemen herrschenden Spannung gegen die Lager gepresst werden,

so ist, wenn die ganze Kraft, welche in der treibenden Welle enthalten ist, auf die getriebene Welle übertragen wird, und wenn ferner die Spannung des Riemens gerade nur so gross ist, dass kein Gleiten desselben eintritt:

$$\frac{e}{E} = 3 f \left(\frac{d}{D} + \frac{d_1}{D_1}\right)$$

128.

Steifheit der Seile.

Die genaue Berechnung des Widerstandes, den die Seile durch ihre Steifheit verursachen, ist für praktische Berechnungen zu umständlich; annähernd findet man diesen Widerstand durch folgenden Ausdruck:

$$0{\cdot}26\ Q\ \frac{\delta^2}{D}\ \text{Kilogr.}$$

Dabei bezeichnet:
Q die Spannung, die in dem sich aufwickelnden Seilstück vorhanden ist,
δ den Durchmesser des Seiles in Centimetern,
D den Durchmesser der Rolle in Centimetern.

Um sowohl den Widerstand Q, als auch die Steifheit des Seiles zu überwinden, ist demnach an dem ablaufenden Seilstück eine Kraft erforderlich von:

$$Q\left(1 + 0{\cdot}26\ \frac{\delta^2}{D}\right)\ \text{Kilogr.}\ ^{*)}$$

*) Setzt man diese Kraft allgemein $= Q\ (1 + x)$, so ist der Ausdruck

$$x = 0{\cdot}26\ \frac{\delta^2}{D}$$

aus Versuchen von Coulomb mit Hanfseilen gefolgert. Aus Versuchen von Weisbach lässt sich im Durchschnitt

$$\text{für Hanfseile: } x = \left(\frac{0{\cdot}075}{D} + \frac{0{\cdot}054}{Q}\right)\delta^2$$

$$\text{für Drahtseile: } x = \left(\frac{0{\cdot}109}{D} + \frac{0{\cdot}203}{Q}\right)\delta^2$$

schliessen. Wenn das Seil sich auf eine Trommel nur aufwickelt, so kann die am Umfange derselben erforderliche Kraft

für Hanfseile $= Q\ (1 + 0{\cdot}75\ x)$
für Drahtseile $= Q\ (1 + 1{\cdot}5\ x)$

gesetzt werden.

Bei einer Kette, welche über eine Rolle geleitet oder auf eine Trommel aufgewickelt wird, tritt die Reibung zwischen den Kettengliedern oder zwischen diesen und den Kettenbolzen an die Stelle der Steifheit des Seils. Ist dann δ der Durchmesser des Ketteneisens resp. Kettenbolzens, f der Reibungs-Coeffizient, so ist für den Fall einer Leitrolle die erforderliche Kraft am ablaufenden Kettenstück:

$$Q\left(1 + 2f\frac{\delta}{D}\right)$$

und für den Fall einer Windetrommel die erforderliche Kraft am Umfange derselben:

$$Q\left(1 + f\ \frac{\delta}{D}\right)$$

G.

129.

Annäherungs-Ausdruck für $\sqrt{x^2+y^2}$.

Die Berechnung der Widerstände, welche bei zusammengesetzteren Maschinen vorkommen, wird oft sehr verwickelt, weil man auf Ausdrücke von der Form $\sqrt{x^2 + y^2}$ geführt wird; es ist daher für derlei Rechnungen sehr wünschenswerth, für jene Wurzelgrösse einen Ausdruck von der Form: $\alpha\, x + \beta\, y$ ausfindig zu machen. Die Constanten α und β können, wenn die Grenzen bekannt sind, innerhalb welchen der Werth des Verhältnisses $\frac{x}{y}$ liegt, nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt werden.

Es sei:

tang. φ_1 und tang. φ_0 der grösste und der kleinste Werth von $\frac{x}{y}$, innerhalb welchen der wahre Werth dieses Verhältnisses liegt, dann findet man die Werthe von α und β, durch welche die Differenz $\sqrt{x^2 + y^2} - (\alpha x + \beta y)$ zwischen dem wahren und dem Annäherungs-Ausdruck möglichst klein ausfällt, durch folgende Ausdrücke:

$$\alpha = 2\,\frac{\cos\varphi_0 - \cos\varphi_1}{\varphi_1 - \varphi_0 + \sin(\varphi_1 - \varphi_0)}$$

$$\beta = 2\,\frac{\sin\varphi_1 - \sin\varphi_0}{\varphi_1 - \varphi_0 + \sin(\varphi_1 - \varphi_0)}$$

Wenn man also weiss, dass $\frac{x}{y} > \text{tang. } \varphi_0$, $\frac{x}{y} < \text{tang. } \varphi_1$ ist, so kann man setzen:

$$\sqrt{x^2+y^2} = 2\,\frac{\cos\varphi_0 - \cos\varphi_1}{\varphi_1 - \varphi_0 + \sin(\varphi_1 - \varphi_0)}\,x + 2\,\frac{\sin\varphi_1 - \sin\varphi_0}{\varphi_1 - \varphi_0 + \sin(\varphi_1 - \varphi_0)}\,y$$

Gewöhnlich weiss man über die Werthe von x und y nur, welcher von denselben der grössere ist. Es sei also:

$$y > x$$

dann ist:

$$\text{tang } \varphi_0 = 0 \qquad \text{tang } \varphi_1 = 1$$

$$\varphi_0 = 0 \qquad \varphi_1 = \frac{\pi}{4}$$

und man findet:

$$\sqrt{x^2+y^2} = 0{\cdot}392\; x + 0{\cdot}948\; y$$

Diese Formeln haben nur dann zur Vereinfachung von Rechnungen einen Werth, wenn x und y Ausdrücke sind, welche die zu suchenden Grössen enthalten, oder auch wenn x und y selbst die zu suchenden Grössen sind *).

---

*) Bezeichnet

$$f = \pm \frac{\sqrt{x^2 + y^2} - (\alpha x + \beta y)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

den Absolutwerth des verhältnissmässigen Fehlers, so ist, wenn α und β nach den oben angegebenen Formeln berechnet werden,

$$\max.\ f = \frac{\varphi_1 - \varphi_0 - \sin(\varphi_1 - \varphi_0)}{\varphi_1 - \varphi_0 + \sin(\varphi_1 - \varphi_0)}$$

z. B. für den Fall: $0 < \frac{x}{y} < 1$

$$\max.\ f = 0{\cdot}0525.$$

Nach einer anderen Methode, angemessene Werthe der Coeffizienten α und β zu finden, hat man:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \frac{\sin\frac{\varphi_1 + \varphi_0}{2}}{\cos^2\frac{\varphi_1 - \varphi_0}{4}}\,x + \frac{\cos\frac{\varphi_1 + \varphi_0}{2}}{\cos^2\frac{\varphi_1 - \varphi_0}{4}}\,y$$

wobei der verhältnissmässige Fehler:

$$f < \operatorname{tg}^2\frac{\varphi_1 - \varphi_0}{4}$$

ist. Z. B. für $0 < \frac{x}{y} < 1$ ist:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 0{\cdot}398\,x + 0{\cdot}960\,y\,;\ f < 0{\cdot}0396\,;$$

für $0 < \frac{x}{y} < \frac{1}{2}$ ist:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 0{\cdot}233\,x + 0{\cdot}986\,y\,;\ f < 0{\cdot}0136\,;$$

für $\frac{1}{2} < \frac{x}{y} < 1$ ist:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 0{\cdot}588\,x + 0{\cdot}817\,y\,;\ f < 0{\cdot}0065.$$

G.

130.

Flaschenzüge.

Nennt man:

δ den Durchmesser des Seiles in Centimetern,
d den Durchmesser der Axen, auf welchen sich die Rollen drehen, in Centimetern,
D den Durchmesser der Rollen in Centimetern,
f den Reibungs-Coeffizienten für die Reibung der Rollen auf den Axen,
n die Anzahl der Rollen einer Flasche,
Q in Kilogrammen die an den Flaschenzug gehängte Last, welche gehoben werden soll,
P die Kraft in Kilogrammen, welche an dem freien Ende des Seiles wirken muss, um die Last aufzuziehen,
T die Spannung in Kilogrammen des innersten, an die unbewegliche Flasche befestigten Seilstückes, so ist:

$$\frac{Q}{P} = \frac{K^{2n} - 1}{K^{2n}(K-1)}$$

$$T = \frac{P}{K^{2n}}$$

$$K = 1 + 0{\cdot}26\,\frac{\delta^2}{D} + 2\,f\,\frac{d}{D}\,^{*)}$$

*) Nach der in der Anmerkung zu Nr. 128 angeführten Formel für die Steifheit der Seile ist, wenn die mittlere Spannung eines Seilstücks $= \frac{2}{3}$ P gesetzt wird:

$$K = 1 + \left(\frac{0{\cdot}075}{D} + \frac{0{\cdot}081}{P}\right)\delta^2 + 2\,f\,\frac{d}{D}$$

und insbesondere mit $P = 80\,\delta^2$ (nach Nr. 59):

$$K = 1{\cdot}001 + 0{\cdot}075\,\frac{\delta^2}{D} + 2\,f\,\frac{d}{D}.$$

Für Flaschenzüge mit Ketten ist:

$$K = 1 + 2\,\frac{f\,d + f_1\,\delta}{D}$$

wenn δ der Durchmesser des Ketteneisens und f_1 der Reibungscoeffizient desselben ist. —

Für den Seilflaschenzug ist mit:

$$D = 7\,\delta;\ d = 1{\cdot}1\,\delta;\ f = 0{\cdot}16$$

$$K = 1{\cdot}051 + 0{\cdot}011\,\delta$$

8.

Setzt man: $\delta = 3$, $d = 5$, $D = 27$, $f = 0{\cdot}16$, so wird $K = 1{\cdot}15$ und dann findet man:

$n =$	2	3	4	5	6	7	8
$\frac{Q}{2nP} =$	0·71	0·63	0·56	0·50	0·45	0·41	0·37
$\frac{T}{P} =$	0·57	0·43	0·33	0·25	0·19	0·14	0·11

Die wichtigsten Abmessungen für Flaschenzüge sind:

a) Flaschenzüge mit Seilen.

Anzahl der Rollen einer Flasche . . n =	2	3	4
Durchmesser des Seiles in Centimetern . .	δ	δ	δ
Durchmesser der Rollen	$7\,\delta$	$7\,\delta$	$7\,\delta$
P Zugkraft am freien Seil-Ende	$80\,\delta^2$	$80\,\delta^2$	$80\,\delta^2$
Q Last, welche mit Sicherheit an den Flaschenzug gehängt werden darf (K = 1·08)	$266\,\delta^2$	$370\,\delta^2$	$461\,\delta^2$
Durchmesser der Zapfen an der Traverse des grossen Hakens, und Durchmesser der Axe, auf welcher sich die Rollen drehen . .	$0{\cdot}9\,\delta$	$1{\cdot}1\,\delta$	$1{\cdot}2\,\delta$

b) Flaschenzüge für Ketten.

Anzahl der Rollen einer Flasche . . n =	2	3	4
Durchmesser des Ketteneisens	δ	δ	δ
Durchmesser der Rollen	$21\,\delta$	$21\,\delta$	$21\,\delta$
Zugkraft am freien Ende der Kette . . .	$950\,\delta^2$	$950\,\delta^2$	$950\,\delta^2$
Last, welche mit Sicherheit gehoben werden kann (K = 1·08)	$3154\,\delta^2$	$4389\,\delta^2$	$5472\,\delta^2$

---

wofür im Durchschnitt gesetzt werden kann:

$$K = 1{\cdot}08 \text{ entsprechend } \delta = 2{\cdot}6.$$

Ebenso ist für den Kettenflaschenzug mit durchschnittlich:

$$D = 21\,\delta;\ d = 4\,\delta;\ f = 0{\cdot}16;\ f_1 = 0{\cdot}2$$

$$K = 1{\cdot}08.$$

Entsprechend $K = 1{\cdot}08$ ist für $n =$ 2 3 4

der Wirkungsgrad: $\eta = \frac{Q}{2\,n\,P} =$ 0·83 0·77 0·72

G.

Durchmesser der Zapfen an der Traverse des grossen Hakens, und Durchmesser der Axe, auf welcher die Rollen sich drehen	$3{\cdot}5\delta$	4δ	$4{\cdot}3\delta$*)

*) Für einen Differential-Flaschenzug — bestehend aus einer losen Rolle, an deren Gehänge die Last Q hängt, und aus zwei fest verbundenen Rollen, welche sich um einen gemeinschaftlichen festen Bolzen drehen und deren Durchmesser D und D_1 etwas verschieden sind, während alle drei Rollen von einer endlosen Kette in zwei Buchten umschlungen sind — hat man ($D > D_1$):

$$\frac{Q}{P} = \frac{K+1}{K^2 - \frac{D_1}{D}}$$

und den Wirkungsgrad: $\eta = \dfrac{1 - \frac{D_1}{D}}{2} \; \dfrac{K+1}{K^2 - \frac{D_1}{D}}$

Soll der Flaschenzug die Eigenschaft der Selbsthemmung haben, d. h. die Last Q selbst für $P = 0$ in der Schwebe bleiben, so muss sein:

$$\frac{D}{D_1} < K^2; \text{ z. B. für } K = 1{\cdot}08: \frac{D}{D_1} < 1{\cdot}1664$$

Mit $K = 1{\cdot}08$ ist für $\frac{D_1}{D} = \frac{7}{8} \quad \frac{8}{9} \quad \frac{9}{10}$

$$\frac{Q}{P} = 7{\cdot}1 \quad 7{\cdot}5 \quad 7{\cdot}8$$

$$\eta = 0{\cdot}44 \quad 0{\cdot}42 \quad 0{\cdot}39.$$

G.