Resultate für den Maschinenbau

[Hauptband]

Redtenbacher, Ferdinand

Heidelberg, 1869

Anhang. Resultate aus der mechanischen Wärmetheorie

ANHANG.

Resultate aus der mechanischen Wärmetheorie.

Erster Theil.

Allgemeine Sätze und Formeln nebst Anwendung auf die Physik der Gase und Dämpfe.

1.

Mechanische Begriffe von Wärme und Temperatur.

Der *Zustand eines Körpers* ist ein äusserer und innerer.

Der *äussere Zustand* ist derjenige Bewegungszustand eines Körpers, welcher mit einer wahrnehmbaren Ortsveränderung seiner Massenelemente verbunden ist.

Der *innere Zustand* eines Körpers wird durch diejenigen Erscheinungen bestimmt, welche nicht in einer wahrnehmbaren Ortsveränderung seiner Massenelemente bestehen, wobei es nicht ausgeschlossen ist, dass gewisse Aenderungen des inneren Zustandes stets von solchen des äusseren Zustandes begleitet werden.

Während jede Ursache einer Aenderung des äusseren Zustandes eines Körpers eine *Kraft* (mechanische Kraft) genannt wird, werden Aenderungen des inneren Zustandes vorläufig verschiedenen Ursachen zugeschrieben, sofern ihre Zurückführung auf mechanische Kräfte von bestimmten Wirkungsgesetzen noch nicht mit Sicherheit gelungen ist.

Unter der Voraussetzung, dass der innere Zustand in allen Punkten eines Körpers gleich ist (widrigenfalls derselbe in unendlich kleine Volumenelemente zu zerlegen wäre, für welche diese Voraussetzung zutrifft), heisst *Wärme* die Ursache solcher Aenderungen des inneren Zustandes, welche sich durch eine Veränderung der Aggregatform des Körpers, seines Druckes oder Volumens zu erkennen geben. Insoweit der innere Zustand durch diese 3 Kriterien charakterisirt, also durch die Wärme bedingt ist, heisst er der *Wärmezustand*.

Unter dem *Druck eines Körpers in einem gewissen Punkte* ist hierbei im Allgemeinen das arithmetische Mittel der (positiven oder negativen) normalen Pressungen zu verstehen, welche in diesem Punkte für irgend drei durch ihn hindurchgehende zu einander senkrechte Ebenen pro Flächeneinheit derselben stattfinden. Im Folgenden wird jedoch stets vorausgesetzt, dass der Druck in demselben Punkte für alle hindurchgehende Ebenen gleich gross sei; immer ist dies der Fall und zudem der Druck stets positiv bei flüssigen, insbesondere bei luftförmig flüssigen Körpern (Gasen und Dämpfen), für welche die mechanische Wärmetheorie zur Zeit allein von technischer Wichtigkeit ist.

Bei einem *Körper von gleichförmigem Wärmezustande*, d. h. dessen Wärmezustand in demselben Augenblicke in allen seinen Punkten gleich ist, ist insbesondere auch der Druck in allen Punkten gleich und heisst dann kurzweg der *Druck des Körpers* wie in der obigen Definition von Wärme. Bei einem Körper von ungleichförmigem Wärmezustande kann sich der Druck nur stetig von Punkt zu Punkt desselben ändern und ist an irgend einem Punkte der Oberfläche gleich dem äusseren Druck auf die Flächeneinheit der Oberfläche an dieser Stelle. Bei einem Körper von gleichförmigem Wärmezustande ist deshalb auch der äussere Druck auf die Oberfläche pro Flächeneinheit überall gleich und gleich dem inneren Druck des Körpers.

Als Grösse wird die Wärme der Rechnung zugänglich gemacht durch die Definition: zwei Wärmen oder Wärmegrössen verhalten sich $= 1 : n$, wenn die Massen gleichartiger Körper sich $= 1 : n$ verhalten, in denen sie unter gleichen Umständen gleiche Aenderungen des Wärmezustandes hervorrufen. In Folge der älteren Stoffanschauung von der Wärme ist für Wärmegrösse die Bezeichnung *Wärmemenge* gebräuchlich geworden.

Die Wahl der Wärmeeinheit beruht auf dem Begriff der *Temperatur*. Man sagt: zwei Körper von gleichförmigen Wärmezuständen haben *gleiche Temperatur*, wenn in Folge ihrer gegenseitigen Berührung ihr Wärmezustand sich nicht ändert.

Ist nun bei normalem Atmosphärendruck (gemessen durch eine 0·76 Meter hohe Quecksilbersäule von der Temperatur des schmelzenden Eises)

V_1 das Volumen einer gewissen Menge reiner, d. h. von ihren nebensächlichen Bestandtheilen befreiten atmosphärischen Luft bei der Temperatur des schmelzenden Eises,

V_2 ihr Volumen bei der Temperatur des unter normalem Atmosphärendruck kochenden Wassers,

V ihr Volumen für einen anderen Wärmezustand,

so wird als *Maasszahl der Temperatur* in diesem letzteren Zustande diejenige Zahl t definirt, welche der Gleichung entspricht:

$$V = V_1 + \frac{V_2 - V_1}{n}\, t = V_1 \left(1 + \frac{V_2 - V_1}{n\, V_1}\, t\right)$$

Dabei ist n eine willkürlich zu wählende Zahl, welche nach Celsius $= 100$ gewählt wird. Eine Temperaturänderung $\varDelta t = 1$ heisst ein *Temperaturgrad*.

Nach diesen Definitionen beruht die Brauchbarkeit jedes *Thermometers*, d. h. eines Instrumentes zur Messung der Temperatur eines Körpers, auf der Bekanntschaft mit der Beziehung, welche zwischen seinen Angaben und denen eines idealen (d. h. ganz reine atmosphärische Luft von stets normalem Atmosphärendruck enthaltenden) Luftthermometers stattfindet.

Als *Wärmeeinheit* wird jetzt diejenige Wärmemenge definirt, wodurch die Temperatur der Gewichtseinheit (1 Kilg.) Wasser von 0^0 auf 1^0 Celsius erhöht wird.

2.

Zustandsgleichung und Zustandscurve.

Es sei p der Druck, v das specifische Volumen (Volumen der Gewichtsein heit), t die Temperatur eines Körpers von gleichförmigem Wärmezustande. Zwischen diesen Elementen besteht eine gewisse Gleichung:

$$F\,(p,\ v,\ t) = 0,$$

welche die *Zustandsgleichung* des Körpers der betreffenden Art und Aggregatform genannt wird. Ihre Form hängt nur von der Aggregatform ab; für verschiedene Körperarten sind nur ihre Coefficienten verschieden.

Durch die Zustandsgleichung ist t im Allgemeinen eindeutig als Function von p und v bestimmt; ausnahmsweise auch zweideutig, z. B. bei Wasser in der Nähe des Gefrierpunktes.

Wenn sich der stets gleichförmige Wärmezustand eines Körpers bei unveränderter Aggregatform, also unveränderter Zustandsgleichung stetig ändert, so kann das Gesetz dieser Aenderung durch eine ebene Curve dargestellt werden, deren allgemeine Gleichung, bezogen auf rechtwinkelige Coordinatenaxen der p und v

$$f\,(p,\ v) = 0$$

sei und welche die *Zustandscurve* genannt wird.

3.

Gleichwerthigkeit von Wärme und Arbeit.

Die Erfahrung lehrt, dass durch Veränderung des Wärmezustandes eines Körpers Arbeit verrichtet oder durch Aufwendung von Arbeit der Wärmezustand eines Körpers verändert werden kann, und sie lehrt ferner, dass, wenn man im ersten Falle die gewonnene Arbeit mit der Wärmemenge vergleicht, welche dem Körper zur Bewirkung der gleichen Aenderung des Wärmezustandes hätte entzogen werden müssen, oder im zweiten Falle die verbrauchte Arbeit mit der Wärmemenge, welche dem Körper zur Bewirkung der gleichen Aenderung des Wärmezustandes hätte zugeführt werden müssen, alsdann jene Arbeit dieser Wärmemenge stets in demselben Verhältnisse $= 1 : A$ proportional ist.

Die Wärmemenge A heisst der *Wärmewerth der Arbeitseinheit*, die Arbeit $\frac{1}{A}$ der *Arbeitswerth der Wärmeeinheit.*

Die gegenseitige Umwandelbarkeit von Wärme und Arbeit deutet darauf hin, dass das Wesen der Wärme in einer unsichtbaren Bewegung von Massentheilchen zu suchen ist, welche die *innere Bewegung* derselben heissen mag im Gegensatze zu ihrer äusseren Bewegung, wodurch der äussere Zustand des Körpers (Nr. 1) charakterisirt ist.

Für ein Kilogramm-Meter als Arbeitseinheit ist:

$$\frac{1}{A} = 424.$$

4.

Aeussere Arbeit (Expansionsarbeit) eines Körpers.

Wenn ein Körper einem äusseren Druck auf seine Oberfläche unterworfen ist, der in allen Punkten der Letzteren in demselben Augenblicke gleich gross $= p$ pro Flächeneinheit ist, insbesondere also wenn es sich um einen Körper von gleichförmigem Wärmezustande handelt (Nr. 1), so ist für irgend eine unendlich kleine Zustandsänderung des Körpers die zur Bewältigung jenes äusseren Druckes aufzuwendende Arbeit

$$= p \cdot dV,$$

unter d V die Volumänderung des Körpers verstanden. Diese Arbeit, welche die *äussere Arbeit* oder *Expansionsarbeit* des Körpers genannt wird, ist also unabhängig von der Gestalt und der äusseren Bewegung des Körpers, insoweit Letztere nicht durch die Volumänderung nothwendig bedingt ist.

5.

Körperwärme, inneres und gesammtes Arbeitsvermögen eines Körpers. Gleichung des inneren Arbeitsvermögens.

Unter der in einem Körper enthaltenen Wärme oder seiner *Körperwärme* in einem gewissen gleichförmigen Wärmezustande Z wird diejenige Wärmemenge verstanden, welche ihm zugeführt werden muss, um ihn aus einem gewissen ein für allemal conventionell bestimmten anfänglichen Wärmezustande Z_0 in den Wärmezustand Z zu versetzen, nach Abrechnung des Wärmewerthes der äusseren Arbeit, welche bei dieser Zustandsänderung verrichtet wurde. Diese Differenz ist nämlich für einen gegebenen Körper stets dieselbe, wie auch der Uebergang aus dem Wärmezustande Z_0 in den Wärmezustand Z stattgefunden haben möge, wogegen die äussere Arbeit und somit die im Ganzen zuzuführende Wärme je nach der Art jener Zustandsänderung wesentlich verschieden sein können.

Der Arbeitswerth der Körperwärme heisse das *innere Arbeitsvermögen* des Körpers. Im Falle äusserer Bewegung wird unter dem *gesammten Arbeitsvermögen* oder dem Arbeitsvermögen schlechtweg die Summe des inneren Arbeitsvermögens des Körpers und seiner äusseren lebendigen Kraft, d. h. der seiner äusseren Bewegung entsprechenden lebendigen Kraft (= halbe Summe der Producte aus den Massen der Körperelemente und den Quadraten ihrer äusseren Geschwindigkeiten) verstanden.

Das innere Arbeitsvermögen, welches pro Gewichtseinheit eines Körpers von gleichförmigem Wärmezustande mit U bezeichnet wird, ist, indem es durch den augenblicklichen Wärmezustand vollkommen bestimmt ist, mit den Grössen p, v, t (Nr. 2) durch eine Gleichung

$$\Phi\,(p, v, t, U) = 0$$

verbunden, deren Form von der Aggregatform und deren Coefficienten von der Art des Körpers abhängig sind. Diese Gleichung, in welcher vermöge der Zustandsgleichung auch jede der Grössen p, v, t durch die beiden übrigen ausgedrückt werden kann, mag die *Gleichung des inneren Arbeitsvermögens* des Körpers der betreffenden Art und Aggregatform genannt werden.

6.

Innere Arbeit und innere lebendige Kraft.

Das innere Arbeitsvermögen ist als aus zwei Theilen bestehend zu betrachten: der inneren Arbeit und der inneren lebendigen Kraft. Indem beide von demselben conventionellen anfänglichen Wärmezustande Z_0 aus gerechnet werden wie das innere Arbeitsvermögen, ist die *innere Arbeit* für einen gewissen Wärmezustand Z diejenige Arbeit, welche von den inneren Kräften, mit welchen die den Körper constituirenden kleinsten Massentheilchen gegenseitig auf einander wirken, bei der Veränderung der relativen Lage dieser Massentheilchen verrichtet wird, womit der Uebergang aus dem Wärmezustande Z_0 in den Wärmezustand Z im Allgemeinen verbunden ist; die *innere lebendige Kraft* im Wärmezustande Z ist dagegen der Ueberschuss der lebendigen Kraft der inneren Bewegung in diesem Zustande über dieselbe im Anfangszustande Z_0.

Auf ihrem heutigen Standpunkte vermag indessen die mechanische Wärmetheorie jene Zerlegung des inneren Arbeitsvermögens in die genannten beiden Bestandtheile noch nicht rechnungsmässig durchzuführen, weil es noch nicht gelungen ist, die Wärmeerscheinungen aus der Art der Gruppirung der kleinsten einen Körper constituirenden Massentheilchen (Körper- und Aetheratomen), aus den Wirkungsgesetzen ihrer gegenseitigen inneren Kräfte und der Art ihrer inneren Bewegung genügend zu erklären. Vorläufig wird deshalb das innere Arbeitsvermögen sowie ihr Wärmewerth, die Körperwärme, nur als Ganzes in Rechnung gebracht.

7.

Allgemeine Gleichungen zur Untersuchung der Zustandsänderungen eines Körpers.

Wenn im allgemeinsten Falle der augenblickliche äussere und innere Zustand eines Körpers in seinen verschiedenen Punkten verschieden (von Punkt zu Punkt stetig veränderlich) ist, muss zur Untersuchung einer Zustandsänderung des Körpers unter gegebenen Umständen derselbe in unendlich kleine Volumenelemente zerlegt werden der Art, dass in allen Punkten eines solchen Elementes der augenblickliche äussere und innere Zustand als gleich zu betrachten ist.

Es bezeichne dann, wie auch in der Folge immer, für ein solches Körperelement:

u die äussere Geschwindigkeit (Meter pro Sekunde),
p den Druck (Kilogramm pro Quadratmeter),
v das specifische Volumen (Cubikmeter pro Kilogramm),
t die Temperatur in Graden der Celsius'schen Skale,
U das innere Arbeitsvermögen (Kilogramm-Meter pro Kilogramm).

Ist nun für eine unendlich kleine Zustandsänderung des Körpers und somit des betrachteten Körperelementes pro 1 Kilogramm des Letzteren:

dQ die von Aussen, also von der umgebenden Körpermasse aus ihm zugeführte Wärme,
dM die Arbeit der auf die Masse des Elementes wirkenden äusseren Kraft,
dO die Arbeit des auf seine Oberfläche wirkenden äusseren Druckes der angrenzenden Körpertheile,

so gelten die folgenden allgemeinen Gleichungen:

$$d\left(U + \frac{u^2}{2g}\right) = \frac{1}{A}\,dQ + dM + dO$$

$$dU = \frac{1}{A}\,dQ - p\,dv$$

$$d\,\frac{u^2}{2g} = dM + dO + p\,dv$$

Die erste enthält den Satz, dass der Zuwachs an gesammtem Arbeitsvermögen des Körperelementes gleich ist der Summe aus dem Arbeitswerth der ihm zugeführten Wärme und den Arbeiten der auf dasselbe wirkenden Kräfte; die zweite Gleichung ist die in analytische Form gebrachte Definition des inneren Arbeitsvermögens (Nr. 5); die dritte ist die aus der Mechanik bekannte Gleichung der lebendigen Kraft für das als starr gedachte Körperelement.

Ausser diesen Gleichungen, von welchen jede die Folge der beiden anderen ist, hat man zur Lösung der auf die Zustandsänderungen eines Körpers sich beziehenden Aufgaben, abgesehen von den besonderen Bedingungen derselben, noch die Zustandsgleichung (Nr. 2) und die Gleichung des inneren Arbeitsvermögens (Nr. 5) zur Verfügung.

8.

Umkehrbare Zustandsänderungen.

Wenn die Zustandsänderung eines Körpers mit verschwindend kleiner äusserer Geschwindigkeit vor sich geht, so genügt eine blosse Umkehrung des Gesetzes der Wärmezuführung und der Aenderungsgesetze der auf die Körpermasse wirkenden äusseren Kräfte sowie des auf die Oberfläche wirkenden äusseren Drucks, um den Körper von irgend einem Augenblicke an dieselben Zustände in gerade umgekehrter Aufeinanderfolge durchlaufen zu lassen. Eine solche Zustandsänderung heisst deshalb *umkehrbar*. Die Gleichungen in Nr. 7 reduciren sich für dieselbe auf die einzige:

$$\frac{1}{A}\, d\, Q = d\, U + p\, d\, v.$$

Diese Gleichung kann zudem auf die Gewichtseinheit des *ganzen* Körpers bezogen werden, wenn sein Wärmezustand als gleichförmig (Nr. 1) vorausgesetzt wird, wozu es im Allgemeinen nöthig ist, von dem Einfluss der auf die Masse wirkenden äusseren Kräfte, insbesondere also der Schwerkraft zu abstrahiren.

9.

Gleichgewichtszustand für einen gewissen Augenblick einer nicht umkehrbaren Zustandsänderung.

Bei einer nicht umkehrbaren Zustandsänderung eines (tropfbar oder luftförmig) flüssigen Körpers wird unter dem *Gleichgewichtszustande für einen gewissen Augenblick* der Wärmezustand verstanden, welcher bei Abstraction von dem Einfluss der auf die Körpermasse etwa wirkenden äusseren Kräfte im ganzen Körper sich gleichförmig herstellen würde, wenn in dem betreffenden Augenblicke die Oberfläche des Körpers fixirt und dann bei gleichzeitiger Unterbrechung der (stets algebraisch, d. h. positiv oder negativ zu verstehenden) Wärmezuführung von Aussen der Zustand äusserer Bewegung in den Zustand äusserer Ruhe überginge, wobei die lebendige Kraft jener äusseren Bewegung sich in inneres Arbeitsvermögen umsetzt.

War bei der unendlich kleinen Zustandsänderung der äussere Druck in allen Punkten der Oberfläche, welche eine Bewegung normal zu derselben hatten, gleich gross $= p'$ pro Flächeneinheit, und ist U das innere Arbeitsvermögen für den Gleichgewichtszustand, so hat man pro Gewichtseinheit des ganzen Körpers:

$$\frac{1}{A}\, d\, Q = d\, U + p'\, d\, v.$$

10.

Voraussetzungen und Bezeichnungen in Betreff der folgenden Sätze. Absolute Temperatur.

Wenn im Folgenden das Gegentheil nicht ausdrücklich bemerkt ist, wird stillschweigend der Wärmezustand eines Körpers als gleichförmig und seine Zustandsänderung als umkehrbar vorausgesetzt. Der Druck p und das specifische Volumen v (Nr. 7) werden als diejenigen Grössen angenommen, welche bei gegebener Aggregatform als unabhängig Veränderliche den augenblicklichen Zustand (Wärmezustand) des Körpers bestimmen, so dass die Temperatur t und das innere Arbeitsvermögen U pro Gewichtseinheit Functionen von p und v sind (Nr. 2 und 5).

Statt der vom Gefrierpunkt des Wassers als Nullpunkt aus gerechneten Temperatur t wird häufig die vom sogen. absoluten Nullpunkt aus gerechnete *absolute Temperatur* T in die Formeln eingeführt, welche bei Voraussetzung der 100-theiligen Skale zu t in der Beziehung steht:

$$T = 273 + t.$$

Q bezeichnet stets die Wärmemenge, welche bei einer Zustandsänderung von endlicher Grösse dem Körper pro Gewichtseinheit von Aussen zugeführt wird; ein negativer Werth von Q entspricht einer nach Aussen abgegebenen Wärmemenge.

11.

Besondere Arten von Zustandsänderungen

von Interesse für die Anwendungen sind folgende:

1) Zustandsänderung bei constantem Druck: $dp = 0$. Die Zustandscurve (Nr. 2) ist eine zur v-Axe parallele Gerade.
2) Zustandsänderung bei constantem Volumen: $dv = 0$. Die Zustandscurve ist eine zur p-Axe parallele Gerade.
3) Zustandsänderung bei constanter Temperatur: $dt = dT = 0$. Die Zustandscurve heisst die *isothermische Curve.*
4) Zustandsänderung bei constantem inneren Arbeitsvermögen: $dU = 0$. Die Zustandscurve heisst die *isodynamische Curve.*
5) Zustandsänderung ohne Zuführung oder Entziehung von Wärme; $dQ = 0$. Die Zustandscurve heisst die *adiabatische Curve.*

12.

Hauptgleichungen.

Setzt man:

$$X = \frac{dU}{dp};^{*)} \quad Y = \frac{dU}{dv} + p$$

so ist die *erste Hauptgleichung*:

$$1 = \frac{dY}{dp} - \frac{dX}{dv}$$

---

*) Unter den nach p oder v genommenen Differentialquotienten von U, X, Y, T und andern Grössen, welche Functionen von p und v sind, sind hier und in der Folge selbstverständlich partielle Differentialquotienten zu verstehen.

und die *zweite Hauptgleichung*:

$$T = Y \frac{dT}{dp} - X \frac{dT}{dv}.$$

Ferner lässt sich die allgemeine Gleichung (Nr. 8):

$$\frac{1}{A} dQ = dU + p\,dv$$

auf folgende Formen bringen:

$$\frac{1}{A} dQ = X\,dp + Y\,dv$$

$$= \frac{X\,dT + T\,dv}{\frac{dT}{dp}}$$

$$= \frac{Y\,dT - T\,dp}{\frac{dT}{dv}};$$

sie dienen zur Berechnung der Wärmemenge dQ, welche der Gewichtseinheit eines Körpers behufs einer unendlich kleinen Zustandsänderung zugeführt werden muss, jenachdem dieselbe durch die Aenderungen von p und v, oder T und v, oder T und p gegeben ist.

13.

Specifische Wärme. Umformung der Hauptgleichungen.

Unter der *specifischen Wärme eines Körpers* versteht man den Differentialquotienten $\frac{dQ}{dT}$, d. h. das Verhältniss der bei einer unendlich kleinen Zustandsänderung pro Gewichtseinheit zugeführten Wärme zu der hervorgebrachten Temperaturerhöhung.

Die specifische Wärme eines Körpers von bestimmter Art und Aggregatform ist im Allgemeinen verschieden sowohl für verschiedene Wärmezustände als auch für verschiedene Arten von Zustandsänderungen desselben; sie ist folglich im Allgemeinen als eine Function von p und v zu betrachten, deren Form von dem Gesetz der Zustandsänderung abhängt. Bezeichnet insbesondere:

c_v die specifische Wärme bei constantem Volumen,

c_p die specifische Wärme bei constantem Druck,

d. h. ist:

$$c_v = \frac{dQ}{dT} \text{ für } dv = 0$$

$$c_p = \frac{dQ}{dT} \text{ für } dp = 0,$$

so lassen die Hauptgleichungen (Nr. 12) sich umgestalten wie folgt:

$$A = \frac{d\left(c_p \frac{dT}{dv}\right)}{dp} - \frac{d\left(c_v \frac{dT}{dp}\right)}{dv}$$

$$A\,T = \left(c_p - c_v\right) \frac{dT}{dp} \frac{dT}{dv}$$

$$d\,Q = c_v \frac{d\,T}{d\,p} d\,p + c_p \frac{d\,T}{d\,v} d\,v$$

$$= c_v\, d\,T + \frac{A\,T}{\frac{d\,T}{d\,p}} d\,v$$

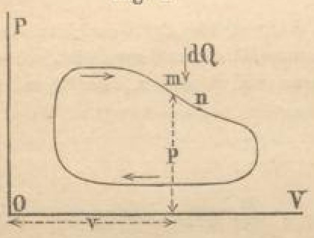
$$= c_p\, d\,T - \frac{A\,T}{\frac{d\,T}{d\,v}} d\,p$$

14.

Kreisprocesse.

Unter einem *Kreisprocess* wird eine solche Zustandsänderung eines Körpers verstanden, wobei derselbe schliesslich in seinen Anfangszustand zurückkehrt; die entsprechende Zustandscurve (Nr. 2) ist eine geschlossene Curve (Fig. 1). Der Kreisprocess heisst *umkehrbar*, wenn er in allen seinen Theilen aus umkehrbaren Zustandsänderungen besteht.

Fig. 1.



Die äussere Arbeit (Nr. 4) pro Gewichtseinheit des Körpers bei dem Kreisprocesse ist:

$$F = \int p\, d\,v$$

wenn die Integration über den ganzen Kreisprocess ausgedehnt wird; sie ist positiv oder negativ, einer gewonnenen oder verbrauchten Arbeit entsprechend, jenachdem der Kreisprocess in dem einen oder im umgekehrten Sinne, bei Fig. 1 z. B. jenachdem er im Sinne der Pfeile oder im entgegengesetzten Sinne ausgeführt wird. Der Absolutwerth dieser Arbeit ist = dem Inhalt der von der Zustandscurve umschlossenen Fläche.

15.

Sätze über den umkehrbaren Kreisprocess.

Es sei (Fig. 1):

T die absolute Temperatur im Zustande m,

d Q die Wärmemenge, welche bei der unendlich kleinen Zustandsänderung von m bis n pro Gewichtseinheit dem Körper von Aussen zugeführt wird,

A der Wärmewerth der Arbeitseinheit, während

F die in Nr. 14 erklärte Bedeutung hat; so ist, wenn die Integrationen über den ganzen Kreisprocess ausgedehnt werden:

$$F = \int \frac{d\,Q}{A}; \quad 0 = \int \frac{d\,Q}{A\,T}$$

d. h. bei jedem umkehrbaren Kreisprocesse ist

1) die gewonnene Arbeit = dem Arbeitswerthe der im Ganzen zugeführten (mehr zu-, als abgeführten) Wärme,

2) das im Ganzen zugeführte Wärmegewicht = Null.

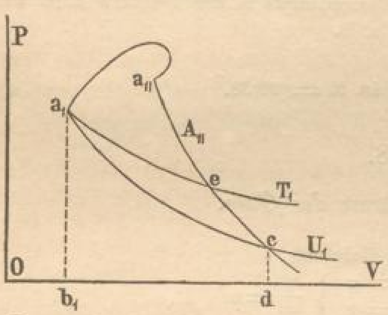
Es heisst nämlich $\frac{dQ}{AT}$ das auf dem Wege m n zugeführte *Wärmegewicht*; das Product aus demselben und der absoluten Temperatur, welche desshalb auch die *Wärmehöhe* genannt werden kann, ist der Arbeitswerth der zugeführten Wärmemenge.

16.

Sätze über umkehrbare Zustandsänderungen im Allgemeinen.

Die Gewichtseinheit eines Körpers sei aus dem Zustande a_1 (Fig. 2) auf irgend einem umkehrbaren Wege, welchem die Zustandscurve a_1 a_2 entspricht, in den Zustand a_2 übergegangen. Zur graphischen Darstellung der dabei von Aussen zugeführten Wärmemenge Q lege durch a_1 die isodynamische Curve U_1, durch a_2 die adiabatische Curve A_2 (Nr. 11) und ziehe, wenn c der Schnittpunkt von U_1 und A_2 ist, a_1 b_1 und c d senkrecht zur v-Axe O V. Dann ist:

Fig. 2.



$$\frac{Q}{A} = \text{Fläche } b_1\, a_1\, a_2\, c\, d\, b_1.$$

Zur graphischen Darstellung des auf dem Wege a_1 a_2 zugeführten Wärmegewichts (Nr. 15):

$$W = \int \frac{dQ}{AT}$$

lege noch durch a_1 die isothermische Curve T_1 (Nr. 11), welche A_2 in e schneidet, dann ist:

$$W\, T_1 = \text{Fläche } b_1\, a_1\, e\, c\, d\, b_1,$$

unter T_1 die absolute Temperatur im Zustande a_1 verstanden.

Hiernach behält W stets denselben Werth, wie auch die Lage des Punktes a_2 auf der Curve A_2 und die Zustandscurve a_1 a_2 sich ändern, d. h. welchem Punkte der adiabatischen Curve A_2 der Endzustand entsprechen und nach welchem Gesetze auch die umkehrbare Zustandsänderung bis zu demselben stattfinden möge.

A. Verhalten der Gase, insbesondere der atmosphärischen Luft.

17.

Zustandsgleichung der Gase.

Die Zustandsgleichung (Nr. 2) der Gase ist:

$$p\, v = R\, T.$$

Dabei ist R eine für verschiedene Gase verschiedene Constante, während p und v die Bedeutungen nach Nr. 7 haben und T die absolute Temperatur (Nr. 10) bedeutet.

Für reine und trockene atmosphärische Luft ist:

$$R = 29{\cdot}27;$$

für andere Gase: $R = \frac{29{\cdot}27}{\delta}$, wenn δ die Dichtigkeit derselben in Beziehung auf atmosphärische Luft von gleichem Druck und gleicher Temperatur bedeutet.

Auf mässig feuchte atmosphärische Luft kann dieselbe Gleichung $p\,v = R\,T$ angewendet werden, wenn

$$R = \frac{29{\cdot}27}{1 - \frac{3}{8}\frac{p_1}{p}}$$

gesetzt wird, unter p_1 den Druck des Wasserdampfs in der feuchten Luft verstanden, deren Gesammtdruck $= p$ ist; z. B.

$$\text{für } \frac{p_1}{p} = 0{\cdot}01 \text{ ist } R = 29{\cdot}38.$$

18.

Specifische Wärme der Gase.

Die specifische Wärme (Nr. 13) der Gase sei

$$\left.\begin{array}{ll} \text{bei constantem Volumen} & = c \\ \text{bei constantem Druck} & = c_1 \end{array}\right\} \frac{c_1}{c} = n.$$

Beide specifische Wärmen sind nach den bisherigen Erfahrungen für jedes Gas als constant, d. h. als unabhängig von dem Wärmezustande desselben zu betrachten, und zwar ist:

$$c_1 = \frac{0{\cdot}2375}{\delta};\ n = 1{\cdot}41;\ c = \frac{0{\cdot}1684}{\delta},$$

wenn δ die Dichtigkeit des Gases in Beziehung auf atmosphärische Luft ($\delta = 1$) bedeutet. Auch ist, unter A den Wärmewerth der Arbeitseinheit (Nr. 3) und unter R die Constante aus Nr. 17 verstanden:

$$c_1 - c = A\,R.$$

Das Verhältniss $n = \frac{c_1}{c}$ steht in Zusammenhang mit der Geschwindigkeit u, mit welcher der Schall oder irgend ein anderer Impuls in dem Gase fortgepflanzt wird; es ist nämlich:

$$u = \sqrt{g\,R\,T\,n}.$$

Mit $g = 9{\cdot}81$, $R = \frac{29{\cdot}27}{\delta}$, $n = 1{\cdot}41$ wird

$$u = 20{\cdot}12\sqrt{\frac{T}{\delta}} \text{ Mtr. pro Sek.}$$

z. B. für atmosphärische Luft ($\delta = 1$) und

t =	0°	10°	20°	30°
also T =	273	283	293	303
ist u =	332·5	338·5	344·4	350·2

19.

Gleichung des inneren Arbeitsvermögens der Gase.

Dieselbe (Nr. 5) hat die Form:

$$dU = \frac{c}{A}\,dT = \frac{c}{AR}\,d\,(p\,v)$$

$$\text{also } U = \frac{c}{A}\,(T - T_1) = \frac{c}{AR}\,(p\,v - p_1 v_1),$$

unter p_1 den Druck, v_1 das specifische Volumen, T_1 die absolute Temperatur für den anfänglichen Wärmezustand verstanden, von welchem aus U gerechnet wird.

20.

Wärmemenge, welche einem Kilogramm eines Gases behufs einer unendlich kleinen Aenderung des Wärmezustandes zuzuführen ist.

Dieselbe ist, jenachdem die Aenderung des Wärmezustandes durch die Aenderungen von p und v, oder von T und v, oder von T und p gegeben ist:

$$\begin{aligned} dQ &= \frac{1}{R}\,(c\,v\,d\,p + c_1\,p\,d\,v) \\ &= c\,d\,T + A\,p\,d\,v \\ &= c_1\,d\,T - A\,v\,d\,p. \end{aligned}$$

21.

Zustandsänderung eines Gases bei constanter Temperatur T.

Die entsprechende Zustandscurve, d. i. die isothermische Curve ist eine gleichseitige Hyperbel:

$$p\,v = \text{Const.} = R\,T,$$

deren Asymptoten die Axen der p und der v sind.

Aendert sich das specifische Volumen von v_1 bis v_2,

der Druck von p_1 bis p_2,

so ist die äussere Arbeit pro 1 Kilogr. des Gases:

$$L = R\,T.\ln\frac{v_2}{v_1} = R\,T.\ln\frac{p_1}{p_2},$$

worin auch $R\,T = p_1 v_1 = p_2 v_2$ gesetzt werden kann. Bei der Expansion ist L positiv, bei der Compression negativ; im ersteren Falle ist L eine gewonnene, im anderen Falle ist L eine aufzuwendende Arbeit.

Die Wärmemenge, welche bei dieser Zustandsänderung dem Gase pro 1 Kilogr. zugeführt werden muss, ist:

$$Q = A\,L.$$

Das innere Arbeitsvermögen ändert sich dabei nicht, und es fällt also die isodynamische mit der isothermischen Curve zusammen.

22.

Zustandsänderung eines Gases ohne Zuführung oder Entziehung von Wärme.

Die Gleichung der entsprechenden Zustandscurve, d. h. der adiabatischen Curve ist:

$$p\,v^n = \text{Const.};\; n = \frac{c_1}{c} \text{ (Nr. 18).}$$

Dieselbe hat die Axen der p und der v zu Asymptoten wie die isothermische Curve, nähert sich aber von demselben Punkte ausgehend der v-Axe schneller.

Der Druck, das specifische Volumen und die absolute Temperatur seien

im Anfangszustande: $p_1 \quad v_1 \quad T_1$
im Endzustande: $p_2 \quad v_2 \quad T_2$;

dann ist:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n;\; \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}.$$

Bei der Expansion (Zunahme von v) nehmen p und T ab.

Die äussere Arbeit pro 1 Kilogr. des Gases ist:

$$L = \frac{R\,T_1}{n-1}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right),$$

worin auch gesetzt werden kann:

$$R\,T_1 = p_1\,v_1 \text{ und } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}.$$

23.

Zustandsänderungen eines Gases nach dem Gesetz: $p\,v^m = \text{Const.}$

Es sei hier m eine beliebige Constante. Der Druck, das specifische Volumen und die absolute Temperatur seien

im Anfangszustande: $p_1 \quad v_1 \quad T_1$
im Endzustande: $p_2 \quad v_2 \quad T_2$,

dann ist:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^m;\; \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{m-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}}.$$

Die äussere Arbeit pro 1 Kilgr. des Gases ist:

$$L = \frac{R\,T_1}{m-1}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right),$$

worin auch gesetzt werden kann:

$$R\,T_1 = p_1\,v_1 \text{ und } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{m-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}}.$$

Die Wärmemenge, welche bei dieser Zustandsänderung dem Gase pro 1 Kilg. zugeführt werden muss, ist:

$$Q = \frac{m-n}{m-1}\,c\,(T_2 - T_1);\; n = \frac{c_1}{c} \text{ (Nr. 18).}$$

Die specifische Wärme ist also constant, und zwar:

$$\frac{dQ}{dT} = \frac{m-n}{m-1}\,c;$$

sie ist positiv für $m < 1$ und $m > n$
negativ für $1 < m < n$.

Für $m = 0$ ist $dp = 0$ und $\frac{dQ}{dT} = c_1$

für $m = 1$ ist $dT = 0$ und $\frac{dQ}{dT} = \infty$ (Nr. 21)

für $m = n$ ist $dQ = 0$ und $\frac{dQ}{dT} = 0$ (Nr. 22)

für $m = \infty$ ist $dv = 0$ und $\frac{dQ}{dT} = c.$

B. Verhalten der Dämpfe, insbesondere des Wasserdampfs.

24.
Gesättigter und überhitzter Dampf.

Ein bestimmter Raum kann von einem bestimmten Dampf bei einer bestimmten Temperatur nur eine bestimmte Menge enthalten, wobei übrigens gleichzeitig Dämpfe von anderer Art oder Gase in demselben Raum enthalten sein können. Ist solcher Art ein Raum mit einem gewissen Dampf gesättigt, so heisst dieser selbst *gesättigter Dampf*; sein specifisches Gewicht $\gamma = \frac{1}{v}$ und sein Druck p sind Maximalwerthe für die betreffende Temperatur t, die Letztere ist ein Minimum für das betreffende γ oder p. Durch *eine* der Grössen γ, p, t oder v, p, t sind die Uebrigen bestimmt.

Ueberhitzter Dampf ist solcher, bei welchem t grösser ist, als bei gesättigtem Dampf derselben Art für dasselbe γ oder p, oder bei welchem γ und p kleiner sind, als bei gesättigtem Dampf derselben Art für dasselbe t. Bei überhitztem Dampf ist ebenso wie bei Gasen nur durch *zwei* der Grössen γ, p, t oder v, p, t die dritte bestimmt.

Der Zustand gesättigten Dampfs ist ein Grenzzustand; je weiter sich ein Dampf von demselben entfernt mit Zunahme von t oder Abnahme von γ, p, desto mehr nähert er sich einem anderen Grenzzustande, nämlich dem eines idealen Gases, charakterisirt durch die Gleichung: $pv = RT$.

Ein Dampf ist immer gesättigt, wenn im Beharrungszustande oder bei einer stetigen Zustandsänderung in demselben Raum zugleich tropfbare Flüssigkeit derselben Art sich befindet. Das specifische Volumen (Volumen der Gewichtseinheit) einer solchen *Mischung von gesättigtem Dampf und gleichartiger Flüssigkeit* ist unabhängig vom Druck p oder von der entsprechenden Temperatur t, sofern nicht ausserdem das Gewichtsverhältniss von Dampf und Flüssigkeit gegeben ist, welches im Folgenden mit $x : 1 - x$ bezeichnet werden soll.

1. Gesättigter Dampf.

25.
Beziehung zwischen Druck und Temperatur.

Dieselbe ist für den Zustand der Sättigung verschiedener Dampfarten bisher nur empirisch bekannt. Die Tabelle in Nr. 32 enthält in ihren zwei ersten Columnen die zusammengehörigen Werthe von p in Atmosphären und t in Graden C. für gesättigten Wasserdampf nach Versuchen von *Regnault*, in naher Uebereinstimmung mit den betreffenden Versuchen von *Magnus*.

26.

Flüssigkeitswärme und specifische Wärme einer tropfbaren Flüssigkeit.

Unter der *Flüssigkeitswärme* q einer tropfbaren Flüssigkeit bei einer gewissen Temperatur t versteht man die Wärmemenge, welche der Gewichtseinheit (einem Kilogramm) derselben zugeführt werden muss, um sie aus einer gewissen conventionell gewählten Anfangstemperatur t_0 ohne Aenderung der Aggregatform in die Temperatur t zu versetzen; indem man dabei von der hier verhältnissmässig kleinen äusseren Arbeit abstrahirt, ist der äussere Druck bei dieser Zustandsänderung gleichgültig und die Flüssigkeitswärme identisch mit der Körperwärme der Flüssigkeit (Nr. 5).

Für solche Substanzen, welche bei dem Gefrierpunkt des Wassers tropfbar flüssig sind, wird $t_0 = 0$ gesetzt, also die Flüssigkeitswärme q vom Gefrierpunkt des Wassers aus gerechnet. Dann ist nach Regnault für Wasser:

$$q = t + 0{\cdot}00002\ t^2 + 0{\cdot}0000003\ t^3$$

Hiernach sind die Werthe von q in der dritten Columne der Tabelle in Nr. 32 berechnet.

Die *specifische Wärme* einer tropfbaren Flüssigkeit für eine gewisse Temperatur t ist:

$$c = \frac{dq}{dt};$$

insbesondere also die specifische Wärme des Wassers:

$$c = 1 + 0{\cdot}00004\ t + 0{\cdot}0000009\ t^2$$

z. B. für $t =$	0^0	50^0	100^0	150^0	200^0
$c =$	1	1·004	1·013	1·026	1·044

27.

Verdampfungswärme und Gesammtwärme gesättigten Dampfes.

Unter der *Verdampfungswärme* gesättigten Dampfes von einer gewissen Temperatur t oder von entsprechendem Druck p versteht man diejenige Wärmemenge = r, welche einem Kilogramm der betreffenden Flüssigkeit von der Temperatur t zugeführt werden muss, um dieselbe entgegen dem constanten äusseren Druck p in gesättigten Dampf von derselben Temperatur t zu verwandeln. Die Summe aus der Flüssigkeitswärme, welche der Temperatur t entspricht (Nr. 26), und der Verdampfungswärme heisst die *Gesammtwärme* des gesättigten Dampfs.

Die Gesammtwärme gesättigten Wasserdampfs von der Temperatur t ist nach *Regnault*:

$$W = 606{\cdot}5 + 0{\cdot}305\ t,$$

also die Verdampfungswärme:

$$r = W - q.$$

28.

Innere und äussere Verdampfungswärme. Dampfwärme.

Die Verdampfungswärme r besteht aus zwei Theilen:

aus der *inneren Verdampfungswärme* ϱ, d. i. dem Zuwachse an Körperwärme beim Uebergange aus dem flüssigen in den dampfförmigen Zustand, und

aus der *äusseren Verdampfungswärme*, d. i. dem Wärmewerth der äusseren Arbeit, welche bei der Verdampfung verrichtet wird. Letztere ist $= A\,p\,u$, wenn

A den Wärmewerth der Arbeitseinheit,
p den Druck des gesättigten Dampfes,
v das specifische Volumen desselben,
w das specifische Volumen der Flüssigkeit bedeutet und
u $= v - w$ ist.

Die Summe aus der Flüssigkeitswärme und der inneren Verdampfungswärme ist die Körperwärme des gesättigten Dampfes; sie heisst auch kürzer die *Dampfwärme* und sei mit i bezeichnet. Hiernach, sowie mit Rücksicht auf Nr. 26 und Nr. 27 hat man das folgende Schema:

$$\overbrace{\underbrace{q \qquad \varrho}_{i} \qquad A\,p\,u}^{W}, \qquad \underbrace{\varrho \qquad A\,p\,u}_{r}$$

Von den in diesem Schema vorkommenden 6 Grössen sind die Flüssigkeitswärme q, die innere Verdampfungswärme ϱ und die Dampfwärme i durch den Wärmezustand des gesättigten Dampfes (durch seine Temperatur t oder seinen Druck p) vollkommen bestimmt; dagegen sind die äussere Verdampfungswärme A p u, die Verdampfungswärme r und die Gesammtwärme W ausserdem durch die Voraussetzung bedingt, dass der äussere Druck bei der Verdampfung beständig $=$ p war.

Von jenen 6 Grössen sind q und W (Nr. 26 und Nr. 27) als Functionen von t oder p für verschiedene Substanzen empirisch bekannt; für A p u gilt die theoretische Formel:

$$A\,p\,u = \frac{p\,r}{T\,\frac{d\,p}{d\,t}}.$$

Danach ist:
$$\varrho = W - q - A\,p\,u$$
$$i = q + \varrho = W - A\,p\,u$$
$$r = \varrho + A\,p\,u = W - q.$$

29.

Einfachere Formeln für die innere und äussere Verdampfungswärme.

Zeuner hat gefunden, dass sich die innere Verdampfungswärme ϱ für verschiedene Dämpfe sehr genau als ganze algebraische Function der Temperatur, nämlich durch eine empirische Formel von der allgemeinen Form:

$$\varrho = a - b\,t - c\,t^2$$

darstellen lässt, sofern nur die Coefficienten a, b, c für jede Dampfart schicklich bestimmt werden. Indem nun auch q und W ganze algebraische Functionen von t sind, so gilt dann dasselbe von A p u, i und r.

Insbesondere für Wasserdampf ist:

$$\varrho = 575{\cdot}40 - 0{\cdot}791\ t$$

$$A\,p\,u = W - \varrho - q = 31{\cdot}10 + 1{\cdot}096\ t - q,$$

worin für q der Werth nach Nr. 26 zu setzen ist. Nach diesen Formeln sind die Werthe von ϱ und $A\,p\,u$ in der vierten und fünften Columne der Tabelle in Nr. 32 berechnet worden. Mit Hülfe der Werthe von q, ϱ und $A\,p\,u$ in der dritten, vierten und fünften Columne dieser Tabelle findet man:

$$i = q + \varrho;\quad r = \varrho + A\,p\,u;\quad W = q + \varrho + A\,p\,u.$$

30.

Specifisches Volumen und specifisches Gewicht gesättigter Dämpfe.

Die Division der Grösse $A\,p\,u$ durch $A\,p$ (p in Kilogr. pro Quadratmeter ausgedrückt vorausgesetzt) liefert u, d. i. den Ueberschuss des specifischen Volumens des gesättigten Dampfs über dasjenige der Flüssigkeit. Danach ist das

specifische Volumen des Dampfs: $v = u + w$

specifische Gewicht des Dampfs: $\gamma = \frac{1}{v}$.

Auf diese Weise sind für Wasserdampf die Werthe von u und γ in der sechsten und siebenten Columne der Tabelle in Nr. 32 erhalten worden; aus Ersteren ergiebt sich v durch Vergrösserung der dritten Decimalziffer um eine Einheit.

Vergleicht man den Werth von γ mit dem specifischen Gewicht $= \frac{p}{29{\cdot}27\ T}$ atmosphärischer Luft für gleiche Werthe von p und t, so findet man die Dichtigkeit δ des gesättigten Dampfs in Beziehung auf atmosphärische Luft, z. B. für gesättigten Wasserdampf

bei p =	0·1	0·5	1	2	5	10 Atm.
δ =	0·621	0·633	0·640	0·648	0·662	0·676

Aus dem Umstande, dass diese Werthe von δ sehr merklich verschieden sind, ist zu schliessen, dass der Zusammenhang zwischen Druck, specifischem Volumen und Temperatur bei Wasserdampf und überhaupt bei gesättigten Dämpfen nicht durch eine der Zustandsgleichung von Gasen analoge Gleichung von der Form $\frac{p\,v}{T}$ = Const. dargestellt werden kann.

Die Probleme, welche das Verhalten gesättigter Dämpfe betreffen, führen häufig auf Formeln, in welchen die Grösse $\frac{\varrho}{u}$ vorkommt; die Werthe dieser Grösse, welche von $\frac{\varrho}{v}$, d. i. von der inneren Verdampfungswärme pro 1 Cubikmeter Dampf sehr wenig verschieden ist, sind für Wasserdampf in der letzten Columne der Tabelle Nr. 32 enthalten.

31.

Empirische Formeln für das specifische Gewicht gesättigter Dämpfe.

In manchen Fällen ist es bequem, das specifische Gewicht γ der Dämpfe direct als Function des Drucks p ausdrücken zu können. Die Navier'sche Formel:

$$\gamma = \alpha + \beta\, p$$

erfüllt diesen Zweck nicht in genügender Weise, weil je nach den Grenzen von p, welchen die Formel angepasst werden soll, den Coefficienten α und β sehr verschiedene Werthe beigelegt werden müssen. (Siehe Nr. 243 der Resultate, Anmerkung.)

Eine weit bessere Annäherung, und zwar zwischen sehr weiten Grenzen von p, wird nach *Zeuner* durch die Gleichung erhalten:

$$p\,v^b = a\,; \quad \gamma = \frac{1}{v} = \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{b}} p^{\frac{1}{b}} = \alpha\, p^{\beta}.$$

Setzt man insbesondere für gesättigten Wasserdampf und unter der Voraussetzung, dass p in Atmosphären ausgedrückt ist:

$$a = 1{\cdot}7049 \qquad b = 1{\cdot}0646$$
$$\text{also } \alpha = 0{\cdot}6058 \qquad \beta = 0{\cdot}9393$$

so unterscheiden sich die so berechneten Werthe von γ um höchstens eine Einheit in der dritten Decimalstelle von denen der folgenden Tabelle.

32.

Tabelle für gesättigte Wasserdämpfe nach Zeuner.

Die Bedeutung und die Berechnungsweise der in dieser Tabelle vorkommenden Grössen ist in den vorhergehenden Nummern (25—30) erklärt worden.

p Atmosph.	t Grad C. (Nr. 25)	q (Nr. 26)	ϱ (Nr. 29)	A p u (Nr. 29)	u Cub.-Mtr. pro 1 Kilgr. (Nr. 30)	γ Kilgr. pro 1 Cub.-Mtr. (Nr. 30)	$\frac{\varrho}{u}$ (Nr. 30)
0·1	46·2	46·28	538·85	35·46	14·551	0·069	37
0·2	60·4	60·59	527·58	36·76	7·542	0·133	70
0·3	69·5	69·69	520·43	37·57	5·139	0·194	101
0·4	76·2	76·50	515·09	38·17	3·915	0·255	132
0·5	81·7	82·02	510·77	38·64	3·170	0·315	161
0·6	86·3	86·66	507·12	39·04	2·670	0·374	190
0·7	90·3	90·70	503·96	39·39	2·309	0·433	218
0·8	93·9	94·30	501·14	39·69	2·035	0·491	246
0·9	97·1	97·54	498·61	39·96	1·822	0·549	273
1·0	100·0	100·50	496·30	40·20	1·649	0·606	301
1·1	102·7	103·22	494·18	40·42	1·508	0·663	328
1·2	105·2	105·74	492·21	40·63	1·389	0·719	354
1·3	107·5	108·10	490·37	40·82	1·288	0·776	381
1·4	109·7	110·32	488·64	40·99	1·201	0·832	407
1·5	111·7	112·41	487·01	41·16	1·126	0·887	433
1·6	113·7	114·39	485·47	41·31	1·059	0·943	458
1·7	115·5	116·27	484·01	41·46	1·001	0·998	484
1·8	117·3	118·06	482·62	41·60	0·948	1·053	509
1·9	119·0	119·78	481·28	41·73	0·901	1·108	534

p Atmosph.	t Grad C. (Nr. 25)	q (Nr. 26)	ϱ (Nr. 29)	A p u (Nr. 29)	u Cub.-Mtr. pro 1 Kilgr. (Nr. 30)	γ Kilgr. pro 1 Cub.-Mtr. (Nr. 30)	$\frac{\varrho}{u}$ (Nr. 30)
2·0	120·6	121·42	480·00	41·86	0·859	1·163	559
2·1	122·1	122·99	478·78	41·98	0·820	1·218	584
2·2	123·6	124·51	477·60	42·10	0·785	1·272	608
2·3	125·1	125·97	476·47	42·21	0·753	1·326	633
2·4	126·5	127·39	475·37	42·31	0·723	1·380	657
2·5	127·8	128·75	474·31	42·42	0·696	1·434	681
2·6	129·1	130·08	473·28	42·51	0·671	1·488	705
2·7	130·3	131·35	472·29	42·61	0·647	1·542	729
2·8	131·6	132·60	471·33	42·70	0·626	1·596	753
2·9	132·8	133·81	470·39	42·79	0·605	1·649	777
3·0	133·9	134·99	469·48	42·88	0·586	1·702	801
3·1	135·0	136·13	468·59	42·96	0·569	1·756	824
3·2	136·1	137·25	467·73	43·04	0·552	1·809	848
3·3	137·2	138·34	466·88	43·12	0·536	1·862	871
3·4	138·2	139·40	466·06	43·20	0·521	1·915	894
3·5	139·2	140·44	465·26	43·27	0·507	1·968	917
3·6	140·2	141·45	464·48	43·34	0·494	2·020	940
3·7	141·2	142·45	463·70	43·41	0·481	2·073	963
3·8	142·1	143·42	462·96	43·48	0·469	2·125	986
3·9	143·1	144·37	462·22	43·55	0·458	2·178	1009
4·0	144·0	145·31	461·50	43·61	0·447	2·230	1032
4·1	144·9	146·22	460·79	43·68	0·437	2·283	1054
4·2	145·8	147·11	460·10	43·74	0·427	2·335	1077
4·3	146·6	147·98	459·43	43·80	0·418	2·387	1099
4·4	147·5	148·86	458·76	43·86	0·409	2·439	1122
4·5	148·3	149·71	458·10	43·92	0·400	2·491	1144
4·6	149·1	150·54	457·46	43·97	0·392	2·543	1166
4·7	149·9	151·36	456·83	44·03	0·384	2·595	1188
4·8	150·7	152·17	456·20	44·08	0·377	2·647	1211
4·9	151·5	152·96	455·59	44·14	0·370	2·698	1233
5·0	152·2	153·74	454·99	44·19	0·363	2·750	1255
5·1	153·0	154·51	454·40	44·24	0·356	2·802	1277
5·2	153·7	155·26	453·82	44·29	0·349	2·853	1298
5·3	154·4	156·01	453·25	44·34	0·343	2·905	1320
5·4	155·1	156·74	452·68	44·39	0·337	2·956	1342
5·5	155·8	157·47	452·12	44·44	0·331	3·007	1364
5·6	156·5	158·18	451·58	44·49	0·326	3·059	1385
5·7	157·2	158·88	451·04	44·53	0·320	3·110	1407
5·8	157·9	159·58	450·50	44·58	0·315	3·161	1428
5·9	158·6	160·26	449·98	44·62	0·310	3·212	1450

p Atmosph.	t Grad C. (Nr. 25)	q (Nr. 26)	ϱ (Nr. 29)	A p u (Nr. 29)	u Cub.-Mtr. pro 1 Kilgr. (Nr. 30)	γ Kilgr. pro 1 Cub.-Mtr. (Nr. 30)	$\frac{\varrho}{u}$ (Nr. 30)
6·0	159·2	160·94	449·46	44·67	0·305	3·263	1471
6·1	159·9	161·61	448·94	44·71	0·301	3·314	1493
6·2	160·5	162·25	448·44	44·75	0·296	3·365	1514
6·3	161·1	162·91	447·94	44·79	0·292	3·416	1535
6·4	161·8	163·55	447·45	44·84	0·287	3·467	1557
6·5	162·4	164·18	446·96	44·88	0·283	3·518	1578
6·6	163·0	164·81	446·48	44·92	0·279	3·568	1599
6·7	163·6	165·43	446·01	44·96	0·275	3·619	1620
6·8	164·2	166·05	445·53	44·99	0·271	3·670	1641
6·9	164·8	166·64	445·07	45·03	0·268	3·721	1662
7·00	165·3	167·24	444·62	45·07	0·264	3·771	1683
7·25	166·8	168·72	443·48	45·16	0·256	3·897	1735
7·50	168·1	170·14	442·39	45·25	0·247	4·023	1787
7·75	169·5	171·53	441·32	45·34	0·240	4·149	1839
8·00	170·8	172·89	440·29	45·42	0·233	4·274	1890
8·25	172·1	174·22	439·27	45·50	0·226	4·400	1941
8·50	173·3	175·51	438·28	45·58	0·220	4·525	1992
8·75	174·6	176·77	437·31	45·65	0·214	4·649	2043
9·00	175·8	178·02	436·37	45·73	0·208	4·774	2093
9·25	176·9	179·23	435·44	45·80	0·203	4·898	2143
9·50	178·1	180·41	434·54	45·87	0·198	5·023	2193
9·75	179·2	181·58	433·64	45·93	0·193	5·147	2243
10·00	180·3	182·72	432·77	46·00	0·189	5·270	2293
10·25	181·4	183·83	431·93	46·06	0·184	5·394	2342
10·50	182·4	184·93	431·09	46·13	0·180	5·517	2392
10·75	183·5	186·00	430·27	46·19	0·176	5·640	2441
11·00	184·5	187·06	429·46	46·25	0·172	5·764	2489
11·25	185·5	188·11	428·66	46·31	0·169	5·886	2538
11·50	186·5	189·13	427·89	46·36	0·165	6·009	2587
11·75	187·5	190·14	427·12	46·42	0·162	6·132	2635
12·00	188·4	191·13	426·37	46·47	0·159	6·254	2683
12·25	189·3	192·10	425·62	46·52	0·156	6·376	2731
12·50	190·3	193·06	424·90	46·58	0·153	6·499	2779
12·75	191·2	194·01	424·18	46·63	0·150	6·621	2827
13·00	192·1	194·94	423·46	46·68	0·147	6·742	2874
13·25	193·0	195·86	422·77	46·72	0·145	6·864	2922
13·50	193·8	196·77	422·08	46·77	0·142	6·986	2969
13·75	194·7	197·66	421·40	46·82	0·140	7·107	3016
14·00	195·5	198·54	420·74	46·86	0·137	7·228	3063

2. Verhalten einer Mischung von gesättigtem Dampf und gleichartiger Flüssigkeit.

33.

Bezeichnungen. Zustandsgleichung und Körperwärme einer solchen Mischung.

Für irgend einen Zustand des Gemisches sei:

p der Druck in Kilg. pro Quadratmeter,
v das specifische Volumen des Gemisches (Cubikmeter pro 1 Kilg.),
v′ das specifische Volumen des Dampfs,
w das specifische Volumen der Flüssigkeit,
u $= v' - w$,
t die Temperatur, vom Gefrierpunkt des Wassers aus gerechnet,
T die absolute Temperatur,
q die entsprechende, von $t = 0$ aus gerechnete Flüssigkeitswärme (Nr. 26) pro 1 Kilgr. der vorhandenen Flüssigkeit,
r die Verdampfungswärme (Nr. 27),
ϱ die innere Verdampfungswärme (Nr. 28), beide pro 1 Kilg. des vorhandenen Dampfs,
x Kilgr. die Dampfmenge in 1 Kilgr. des Gemisches,
c die specifische Wärme der Flüssigkeit (Nr. 26),
U das innere Arbeitsvermögen pro 1 Kilg. des Gemisches, von dem Zustande aus gerechnet, in welchem die ganze Mischung tropfbar flüssig und $t = 0$ ist.

Dann ist, unter A den Wärmewerth der Arbeitseinheit verstanden, die augenblickliche *Körperwärme* (Nr. 5) *pro 1 Kilgr. des Gemisches*:

$$A U = q + x \varrho.$$

Im Gegensatze zu der Zustandsgleichung eines Körpers von durchweg gleichartigem Aggregatzustande, welche zwischen p, v und t stattfindet (Nr. 2), ist als *Zustandsgleichung einer Mischung von gesättigtem Dampf und gleichartiger Flüssigkeit* die folgende Gleichung zu betrachten:

$$v = w + x u.$$

Darin ist w eine Constante, u eine Function von p; die Gleichung stellt also eine Beziehung dar zwischen p, v und x.

34.

Wärmemenge, welche einem Kilogramm einer Mischung von gesättigtem Dampf und gleichartiger Flüssigkeit behufs einer unendlich kleinen Aenderung des Wärmezustandes zugeführt werden muss.

Diese Wärmemenge $= dQ$ ist:

$$dQ = dq + T.\, d\left(\frac{x r}{T}\right)$$

oder auch:

$$dQ = (1 - x)\, c\, dt + r\, dx + x\, h\, dt$$

$$h = c + \frac{dr}{dt} - \frac{r}{T}$$

Bedeutung der Buchstaben: siehe Nr. 33. In dem zweiten Ausdruck von dQ ist:

$(1-x)\,c\,dt$ die Wärmemenge zur Temperaturerhöhung der Flüssigkeitsmenge $= 1 - x$ Kilgr.,

$r\,dx$ die Wärmemenge zur Verdampfung der Flüssigkeitsmenge $= dx$ Kilgr., folglich

$x\,h\,dt$ die Wärmemenge, welche zur Temperaturerhöhung und Ausdehnung der Dampfmenge $= x$ Kilgr. verwendet wird.

Es bedeutet also h eine Art *specifischer Wärme des gesättigten Dampfs*, nämlich diejenige, welche einer solchen Ausdehnung bei der Wärmezuführung entspricht, dass dabei der Dampf ohne theilweise Condensation gerade gesättigt bleibt.

Der Wärmewerth der äusseren Arbeit bei der unendlich kleinen Zustandsänderung ist:

$$A\,.\,dL = dQ - A\,.\,dU = T.\ d\left(\frac{x\,r}{T}\right) - d\,(x\,\varrho).$$

35.

Zustandsänderung einer Dampf- und Flüssigkeitsmischung bei constantem Volumen.

Die Wärmemenge Q, welche einem Kilogramm einer Mischung von gesättigtem Dampf und gleichartiger Flüssigkeit behufs einer Zustandsänderung von endlicher Grösse zugeführt werden muss, wenn dabei das Volumen sich nicht ändert, ist:

$$Q = q - q_1 + x_1\,u_1\left(\frac{\varrho}{u} - \frac{\varrho_1}{u_1}\right).$$

Dabei beziehen sich die mit der Marke 1 versehenen Buchstaben, deren Bedeutung aus Nr. 33 hervorgeht, auf den Anfangszustand, die übrigen auf den Endzustand.

Hiernach lässt sich z. B. die Zeit $= \vartheta$ berechnen, binnen welcher in einem Dampfkessel bei gehemmter Dampfableitung, gehemmter Speisung und fortgesetzter Heizung der Druck von p_1 bis p wachsen würde. Ist M die Wasser- und Dampfmenge in Kilgr., welche im Kessel enthalten ist, und Q_1 die Wärmemenge, welche in der Zeiteinheit in den Kessel eindringt, so ist jene Zeit:

$$\vartheta = \frac{M\,Q}{Q_1}.$$

Bei gegebenem Werth von $(p - p_1)$ findet man sie unter übrigens gleichen Umständen um so kleiner, je grösser p_1 ist; bei einem cylindrischen Kessel mit äusserer Feuerung ist sie dem Durchmesser desselben fast proportional.

36.

Zustandsänderung einer Dampf- und Flüssigkeitsmischung bei constantem Gewichtsverhältniss von Dampf und Flüssigkeit.

(Bedeutung der Buchstaben: siehe Nr. 33.)

Die Dampfmenge in 1 Kilogr. des Gemisches sei constant $= x_1$ Kilogr. Die Gleichung der Zustandscurve (Nr. 2) ist:

$$v = w + x_1\,u$$

worin u eine Function von p ist.

Für $x_1 = 1$ heisse die Curve die *Grenzcurve*. Sie stellt die Beziehung zwischen p und v für gesättigten, nicht mit tropfbarer Flüssigkeit gemischten Dampf in allen möglichen Zuständen dar. Ihre Gleichung:

$$v = w + u$$

kann nach Nr. 31 mit grosser Annäherung auf die Form gebracht werden:

$$p\, v^b = a,$$

insbesondere für Wasserdampf, wenn p in Atmosphären, v in Cubikmetern pro Kilogr. ausgedrückt ist:

$$p\, v^{1 \cdot 065} = 1 \cdot 705.$$

Die Wärmemenge, welche einem Kilogramm des Gemisches behufs einer unendlich kleinen Zustandsänderung bei constanter Dampfmenge $= x_1$ Kilogr. zugeführt werden muss, ist:

$$d\,Q = (1 - x_1)\, c\, d\, t + x_1\, h\, d\, t$$

$$\text{mit } h = c + \frac{d\, r}{d\, t} - \frac{r}{T}$$

insbesondere für Wasserdampf:

$$h = 0 \cdot 305 - \frac{r}{T};$$

und der Wärmewerth der dabei verrichteten äusseren Arbeit ist:

$$A \,.\, d\, L = x_1\, (h\, d\, t - d\, q - d\, \varrho) = x_1 \left[d\, (A\, p\, u) - \frac{r}{T}\, d\, t \right].$$

Insbesondere für $x_1 = 1$ ist:

$$d\, Q = h\, d\, t$$

und es ist also das Vorzeichen von h dafür entscheidend, ob einem gesättigten, aber trockenen (nicht mit tropfbarer Flüssigkeit untermischten) Dampf, wenn er bei der Ausdehnung (Abnahme von t) gerade gesättigt und trocken bleiben soll, Wärme zugeführt oder entzogen werden muss. Für Wasserdampf ist innerhalb der Grenzen der Tabelle in Nr. 32 und noch weit darüber hinaus h negativ, z. B.

für t =	0^0	100^0	200^0
h =	$-1 \cdot 917$	$-1 \cdot 133$	$-0 \cdot 677$

Gesättigtem und trockenem Wasserdampf muss also Wärme zugeführt werden, wenn er bei der Ausdehnung, dagegen Wärme entzogen werden, wenn er bei der Compression gesättigt und trocken bleiben soll; auch darf der Wasserdampf bis zu gewissem Grade mit Wasser (mit ungefähr gleich viel dem Gewicht nach) gemischt sein unbeschadet des Umstandes, dass die Ausdehnung Wärmezuführung, die Compression Wärmeentziehung erfordert, wenn das Gewichtsverhältniss von Dampf und Wasser constant bleiben soll. Wenn bei der Expansion solchen Dampfes nicht Wärme zugeführt wird, wie z. B. bei der Expansion des Dampfes hinter dem Kolben einer Dampfmaschine, so erfolgt eine theilweise Condensation des Dampfes zu Wasser; und wenn bei der Compression solchen Dampfes nicht Wärme entzogen wird, wie z. B. bei der Compression des Dampfes vor dem Kolben gegen Ende des Kolbenschubes, so findet Verdampfung des etwa vorhandenen Wassers, resp. Ueberhitzung des vorher trockenen Dampfes statt.

Von den bisher untersuchten Dämpfen verhält sich in der in Rede stehenden Hinsicht nur der Aetherdampf entgegengesetzt dem Wasserdampf, indem für ihn die Grösse h (innerhalb der Versuchsgrenzen) einen positiven Werth hat.

37.

Zustandsänderung einer Dampf- und Flüssigkeitsmischung ohne Zuführung oder Entziehung von Wärme.

(Bedeutung der Buchstaben: siehe Nr. 33.)

Es sei:

$$\tau = \int_0^t \frac{d\,q}{T}$$

$$= 2{\cdot}43188 \log \frac{T}{273} - 0{\cdot}0002057\ t + 0{\cdot}00000045\ t^2.$$

Dann ist die in Rede stehende Zustandsänderung charakterisirt durch die Gleichung:

$$\tau + \frac{x\,r}{T} = \text{Const.} = \tau_1 + \frac{x_1\,r_1}{T_1}$$

worin die Marken 1 zur Bezeichnung der betreffenden Grössen im Anfangszustande dienen. Setzt man den aus dieser Gleichung sich ergebenden Ausdruck von x in die Zustandsgleichung des Gemisches (Nr. 33):

$$v = w + x\,u$$

so erhält man mit Rücksicht darauf, dass u, r, T und τ Functionen von p sind, die Gleichung der Zustandscurve, d. i. der *adiabatischen Curve* (Nr. 11).

Folgende Tabelle enthält (grösseren Theils nach *Zeuner*) für ein Gemisch von Wasserdampf und Wasser die Werthe von τ, welche verschiedenen Werthen von p entsprechen. Die Interpolation für andere Werthe von p hat mit Rücksicht darauf zu geschehen, dass für ein kleines Intervall $\varDelta\tau$ proportional $\varDelta t$ gesetzt werden kann, nämlich:

$$\varDelta\tau = \int_t^{t+\varDelta t} \frac{d\,q}{T} = \frac{c}{T} \cdot \varDelta t.$$

Die Werthe von u, $r = \varrho + A\,p\,u$ und $T = 273 + t$ sind der Haupttabelle in Nr. 32 zu entnehmen.

p Atm.	t	τ	Differenz für $\varDelta t = 1^0$.	p Atm.	t	τ	Differenz für $\varDelta t = 1^0$.
0·25	65·3	0·2150	0·0029	5	152·2	0·4469	0·0024
0·5	81·7	0·2627	0·0028	6	159·2	0·4639	0·0024
0·75	92·2	0·2922	0·0028	7	165·3	0·4784	0·0023
1·0	100·0	0·3136	0·0027	8	170·8	0·4912	0·0023
1·5	111·7	0·3449	0·0026	9	175·8	0·5027	0·0023
2·0	120·6	0·3681	0·0026	10	180·3	0·5130	0·0023
2·5	127·8	0·3866	0·0025	11	184·5	0·5227	0·0023
3·0	133·9	0·4020	0·0025	12	188·4	0·5315	0·0022
3·5	139·2	0·4153	0·0025	13	192·1	0·5397	0·0022
4·0	144·0	0·4271		14	195·5	0·5474	

Die äussere Arbeit L pro 1 Kilogr. des Gemisches ist:

$$L = \frac{1}{A} (q_1 - q + x_1 \varrho_1 - x \varrho)$$

$$\text{mit } x = \frac{T}{r} \left(r_1 - r + \frac{x_1 r_1}{T_1} \right).$$

Diese Arbeit ist es, welche der Dampf in den Dampfmaschinen durch Expansion verrichtet, wenn er ohne Ueberhitzung in den Cylinder tritt und Letzterer gegen Wärmeverluste geschützt ist. Es lässt sich diese Arbeit näherungsweise als unmittelbare Function der den Anfangszustand bestimmenden Grössen und des Expansionsverhältnisses $\frac{v_1}{v}$ ausdrücken, wenn man die adiabatische Curve durch eine einfachere empirische Gleichung zwischen p und v darstellt. Dazu ist zwischen ziemlich weiten, insbesondere solchen Grenzen der Zustandsänderung, wie sie bei Dampfmaschinen vorkommen, die Gleichung:

$$p\, v^{\mu} = \text{Const.}$$

geeignet, welche der Gleichung der adiabatischen Curve von Gasen (Nr. 22) entsprechend gebildet ist, worin aber der Exponent von v einen wesentlich anderen Werth hat, nämlich

$$\mu = 1{\cdot}035 + 0{\cdot}1\, x_1$$

gesetzt werden kann, sofern $x_1 > 0{\cdot}7$ ist.

Hiernach ist nun:

$$L = \frac{p_1 v_1}{\mu - 1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v} \right)^{\mu - 1} \right].$$

38.

Mischung zweier Dampfmengen von gleicher Art und verschiedenem Zustande.

Ein Gefäss A_1 enthalte m_1 Kilogr. eines Gemisches von Dampf und gleichartiger Flüssigkeit; der Druck sei $= p_1$, die Dampfmenge $= x_1$ Kilogr. in 1 Kilogr. des Gemisches.

Ein zweites Gefäss A_2 enthalte m_2 Kilogr. eines Dampf- und Flüssigkeitsgemisches von derselben Art wie das Gefäss A_1; der Druck in A_2 sei $= p_2$, die Dampfmenge $= x_2$ Kilogr. in 1 Kilogr. des Gemisches.

Beide Gefässe werden in Verbindung gebracht; welches ist der Zustand der Masse in den vereinigten Gefässen, nachdem eine gleichförmige Mischung eingetreten ist und die durch den Vorgang der Mischung bedingte Bewegung aufgehört hat, vorausgesetzt, dass unterdessen Wärme von Aussen weder zugeführt noch entzogen wurde? Dieser Zustand ist bestimmt durch den Druck $= p$ und durch die Dampfmenge $= x$ Kilogr. in 1 Kilogr. des resultirenden Gemisches, welche Grössen p und x aus den folgenden Gleichungen gefunden werden:

$$(m_1 + m_2)\, x u = m_1 x_1 u_1 + m_2 x_2 u_2$$

$$(m_1 + m_2)(q + x \varrho) = m_1 (q_1 + x_1 \varrho_1) + m_2 (q_2 + x_2 \varrho_2)$$

In denselben sind q, ϱ und u bekannte empirische Functionen von p; aus der Gleichung, welche durch Elimination von x entsteht, muss p durch Probiren ermittelt werden.

Die Wärmemenge Q_1, welche nach erfolgter Mischung und Herstellung des Gleichgewichtszustandes der vereinigten Masse zugeführt werden muss, um den Druck von p auf p_1 zu steigern ($p_1 > p_2$ vorausgesetzt), ist:

$$Q_1 = m_2 \left[p_1 - q_2 + x_2 u_2 \left(\frac{\varrho_1}{u_1} - \frac{\varrho_2}{u_2}\right)\right]$$

also (vergl. Nr. 35) ebenso gross wie die Wärme, welche vor der Mischung der Masse m_2 im Gefäss A_2 hätte zugeführt werden müssen, um daselbst den Druck von p_2 bis p_1 zu erhöhen.

Die Wärmemenge Q_2, welche nach erfolgter Mischung und Herstellung des Gleichgewichtszustandes der vereinigten Masse entzogen werden muss, um daselbst den Druck von p auf p_2 zu erniedrigen, ist:

$$Q_2 = m_1 \left[q_1 - q_2 + x_1 u_1 \left(\frac{\varrho_1}{u_1} - \frac{\varrho_2}{u_2}\right)\right]$$

also ebenso gross wie die Wärme, welche vor der Mischung der Masse m_1 im Gefäss A_1 hätte entzogen werden müssen, um daselbst den Druck von p_1 bis p_2 zu erniedrigen.

3. Ueberhitzter Dampf.

39.

Zustandsgleichung überhitzter Dämpfe.

Experimentelle Grundlagen, welche dazu dienen könnten, die Zustandsgleichung überhitzter Dämpfe in zuverlässiger und umfassender Weise abzuleiten, sind noch nicht genügend vorhanden. Aus Versuchen von *Hirn* und *Cazin* lässt sich schliessen, dass, wenn die (umkehrbaren) Zustandsänderungen überhitzten Wasserdampfs nach der adiabatischen Curve (Nr. 11) stattfinden, die absolute Temperatur T beständig derselben Potenz des Drucks p, und zwar ungefähr $p^{0 \cdot 25}$ proportional bleibt. Wenn man (abgesehen von dem näher zu bestimmenden Zahlenwerth des Exponenten) dieses Gesetz als auch für andere Dämpfe gültig voraussetzt und im Anschluss an die Form der betreffenden Gleichung für Gase (Nr. 22) allgemein:

$$T = \text{Const. } p^{\frac{n-1}{n}} \text{ für } dQ = 0$$

setzt, so ergibt sich mit Rücksicht auf die Hauptgleichungen der Wärmetheorie (Nr. 13) die Zustandsgleichung überhitzter Dämpfe zunächst in der Form:

$$\frac{A}{c_v} - \frac{A}{c_p} = \frac{(n-1)^2}{n} \frac{T}{p v}$$

Darin sind p, v, T mit den beiden specifischen Wärmen c_v und c_p durch die folgenden Gleichungen verbunden:

$$\frac{dT}{dv} = \frac{n}{n-1} \frac{A}{c_p} p; \quad \frac{dT}{dp} = \frac{1}{n-1} \frac{A}{c_v} v$$

Mit Rücksicht darauf lässt sich die Zustandsgleichung auch ohne c_v und c_p als partielle Differentialgleichung schreiben:

$$T = \frac{n}{n-1} p \frac{dT}{dp} - \frac{1}{n-1} v \frac{dT}{dv}.$$

Um diese Gleichung zu integriren, d. h. um die Zustandsgleichung in endlicher und entwickelter Form als eine Gleichung zwischen p, v und T zu erhalten, müssen weitere Thatsachen in Betreff des Verhaltens überhitzter Dämpfe oder, in Ermangelung solcher, weitere Annahmen benutzt werden.

1) Die Annahme, *dass c_p unabhängig von v sei*, führt zu der Folgerung, *dass c_p constant sein muss*, und zu der Zustandsgleichung:

$$BT = pv + Cp^{\frac{n-1}{n}}$$

sowie zu der Gleichung:

$$\frac{c_p}{c_v} = 1 + (n-1)\frac{BT}{pv}$$

Darin sind n, B und C Constante, insbesondere:

$$B = \frac{n-1}{n}\frac{c_p}{A}$$

Diese Gleichungen sind von *Zeuner* aufgestellt worden. Er setzt für *Wasserdampf* $n = \frac{4}{3}$, $c_p = 0{\cdot}4805$ nach Versuchen von *Regnault*, und findet so:

$$B = 50{\cdot}93$$

sowie demnächst die Constante C mit Rücksicht auf die bekannten Werthe von p, v, T für gesättigten Wasserdampf von atmosphärischem Druck:

$$C = 192{\cdot}5$$

Hierbei ist vorausgesetzt, dass p in Kilogr. pro 1 Quadratmtr. ausgedrückt sei; wird p in Atmosphären ausgedrückt, so ist:

$$B = 0{\cdot}004929; \quad C = 0{\cdot}1878$$

2) Die Annahme, *dass c_v unabhängig von p sei*, führt zu der Folgerung, *dass c_v constant sein muss*, und zu der Zustandsgleichung:

$$BT = pv + \frac{C}{v^{n-1}}$$

sowie zu der Gleichung:

$$\frac{c_v}{c_p} = 1 - \frac{n-1}{n}\frac{BT}{pv}$$

Darin sind n, B und C Constante, insbesondere:

$$B = (n-1)\frac{c_v}{A}$$

Diese Gleichungen sind von *Hirn* und *G. Schmidt* unabhängig von einander aufgestellt worden. Setzt man für *Wasserdampf* auch hier $n = \frac{4}{3}$ und bestimmt man ferner B und C so, dass $0{\cdot}4805 = c_p$ für Dampf von 1 Atm. Druck in unmittelbarer Nähe des Sättigungszustandes ist und dass die bekannten Werthe von p, v und T gesättigten Wasserdampfs von 1 Atm. Druck der Zustandsgleichung entsprechen, so findet man (p in Kilogr. pro Quadratmtr.):

$$B = 49{\cdot}52\,; \quad C = 1675$$

oder, wenn p in Atmosphären ausgedrückt wird:

$$B = 0{\cdot}004792\,; \quad C = 0{\cdot}1621$$

Die Annahme $c_v =$ Const. erscheint zwar an und für sich mehr gerechtfertigt, als die Annahme $c_p =$ Const. Indem jedoch vorläufig beide Formen der Zustandsgleichung nur als Näherungen zu betrachten sind, empfiehlt sich die *Zeuner*'sche Gleichung durch den Umstand, dass sie eine directe Berechnung von v vermittelst der gegebenen Grössen p und T gestattet, durch welche der Zustand überhitzten Dampfes in den Anwendungen allgemein charakterisirt zu werden pflegt. Auch gewährt sie für Wasserdampf im Grenzzustande der Sättigung eine recht gute Uebereinstimmung mit der Tabelle Nr. 32 im ganzen Umfang derselben.

Für den Gebrauch ist diese Gleichung bequemer zu schreiben:

$$p\,v = B\left(T - \beta\, p^{\frac{n-1}{n}}\right); \quad \beta = \frac{C}{B}; \quad B = \frac{n-1}{n}\,\frac{c_p}{A}$$

insbesondere für Wasserdampf:

$$p\,v = B\,(T - \beta\,\sqrt[4]{p})$$

mit $B = \dfrac{1}{4}\,\dfrac{c_p}{A} = 50{\cdot}93$, wenn p in Kilogr. pro Quadratmeter,

$B = 0{\cdot}004929$, wenn p in Atmosphären

ausgedrückt ist, während die Werthe von $\beta\,\sqrt[4]{p} = 38{\cdot}106\,\sqrt[4]{p}$ aus der folgenden Tabelle entnommen werden können.

p Atm.	$\beta\sqrt[4]{p}$	p Atm.	$\beta\sqrt[4]{p}$
0·1	21·43	5	56·98
0·2	25·48	6	59·64
0·5	32·04	7	61·98
1	38·11	8	64·09
2	45·32	9	66·00
3	50·15	10	67·76
4	53·89	11	69·40

40.

Wärmemenge, welche einem Kilogr. Dampf behufs einer unendlich kleinen Aenderung des Wärmezustandes zugeführt werden muss.

Jenachdem die Zustandsänderung gegeben ist durch die Aenderungen von p und v, oder von T und v, oder von T und p, lässt sich diese Wärmemenge ausdrücken wie folgt:

$$dQ = A\left(\frac{1}{n-1}\,v\,dp + \frac{n}{n-1}\,p\,dv\right)$$

$$= c_v\left(dT + (n-1)\,T\,\frac{dv}{v}\right)$$

$$= c_p\left(dT - \frac{n-1}{n}\,T\,\frac{dp}{p}\right)$$

und zwar sind diese Gleichungen ihrer Form nach unabhängig von besonderen Annahmen — siehe Nr 39 unter 1) und 2) — in Betreff der specifischen Wärmen c_v und c_p, also auch unabhängig von der besonderen Form der Zustandsgleichung des Dampfs; sie folgen aus den allgemeinen Gleichungen für dQ in Nr. 13 mit Rücksicht auf die Gleichungen:

$$\frac{dT}{dv} = \frac{n}{n-1}\,\frac{A}{c_p}\,p;\quad \frac{dT}{dp} = \frac{1}{n-1}\,\frac{A}{c_v}\,v \text{ (Nr. 39).}$$

Insbesondere für *Wasserdampf* ist mit $n = \frac{4}{3}$:

$$dQ = A\,(3\,v\,dp + 4\,p\,dv)$$

$$= c_v\left(dT + \frac{T}{3}\,\frac{dv}{v}\right)$$

$$= c_p\left(dT - \frac{T}{4}\,\frac{dp}{p}\right)$$

Es ist hiernach z. B. die Wärmemenge, welche einem Kilogr. Dampf, insbesondere einem Kilogr. Wasserdampf zugeführt werden muss,

1) um bei constantem Volumen v den Druck von p_1 auf p_2 zu steigern:

$$Q = \frac{A}{n-1}\,v\,(p_2 - p_1) = 3\,A\,v\,(p_2 - p_1)$$

2) um bei constantem Druck p das Volumen von v_1 bis v_2 zu vergrössern:

$$Q = A\,\frac{n}{n-1}\,p\,(v_2 - v_1) = 4\,A\,p\,(v_2 - v_1)$$

Dabei ist immer $A = \frac{1}{424}$ Wärmeeinheit zu setzen.

41.

Inneres Arbeitsvermögen und Körperwärme der Dämpfe.

Für irgend eine unendlich kleine Aenderung des Wärmezustandes ist der Zuwachs an innerem Arbeitsvermögen pro 1 Kilogr. Dampf:

$$dU = \frac{1}{n-1}\,d(pv)$$

unabhängig von den Annahmen unter 1) und 2) in Nr. 39; also das innere Arbeitsvermögen selbst:

$$U = U_0 + \frac{pv}{n-1}$$

und die Körperwärme:

$$A\,U = A\,U_0 + \frac{A}{n-1}\,p\,v$$

Die Constante U_0 ist abhängig von dem Anfangszustande, von welchem aus U gerechnet wird. Wird U vom Zustande tropfbarer Flüssigkeit bei $t = 0$ an gerechnet, so dass für diesen Zustand $U = 0$ gesetzt wird, so ist insbesondere für *Wasserdampf*:

$$A\,U = 476{\cdot}11 + 3\,A\,p\,v.$$

42.

Zustandsänderung der Dämpfe ohne Zuführung oder Entziehung von Wärme.

Die Gleichung der entsprechenden Zustandscurve, d. h. der adiabatischen Curve ist:

$$p\,v^n = \text{Const.}$$

Wenn der Druck, das specifische Volumen und die absolute Temperatur

$$\begin{array}{lllll} \text{im Anfangzustande} & = p_1 & v_1 & T_1 \\ \text{im Endzustande} & = p_2 & v_2 & T_2 \end{array}$$

sind, so ist:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

Die äussere Arbeit pro 1 Kilogr. Dampf bei der Expansion von v_1 bis v_2 ist:

$$L = \frac{p_1 v_1}{n-1}\left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1}\right]$$

Diese Gleichungen folgen aus den Gleichungen für d Q in Nr. 40 und sind deshalb auch unabhängig von den Annahmen unter 1) und 2) in Nr. 39; sie unterscheiden sich von den betreffenden Gleichungen für Gase (Nr. 22) nur durch den Werth und die Bedeutung von n.

Bei der Compression nach der adiabatischen Curve nimmt die Ueberhitzung zu, bei der Expansion ab; im letzteren Falle kann zu Ende der Expansion der Zustand der Sättigung überschritten sein. Die Formeln gelten zunächst nur für den Fall, dass der Dampf beständig trocken bleibt, und zwar kann dann für *Wasserdampf* $n = \frac{4}{3}$ gesetzt werden. Wollte man die Formeln auf die Expansion auch in dem Falle anwenden, dass der Sättigungszustand überschritten wird, so müsste man n einen veränderlichen Werth, für Wasserdampf:

$$n = 1{,}135 \text{ bis } n = 1{,}333$$

beilegen, der ersten oder der zweiten Grenze um so näher, je früher oder später bei der Expansion der Sättigungszustand überschritten wird (Nr. 37).

43.

Wärmemenge zur Erzeugung überhitzten Wasserdampfs aus Wasser unter constantem Druck, und Verhältniss dieser Wärme zur äusseren Arbeit bei der Erzeugung.

Die Herstellung des überhitzten Wasserdampfs zum Betrieb von Dampfmaschinen geschieht entweder dadurch, dass die ganze Dampfmenge auf dem Wege vom Kessel zum Cylinder durch einen Ueberhitzungsapparat geführt wird, oder dadurch, dass nur ein Theil des Dampfs durch den Ueberhitzungsapparat geleitet und mit dem anderen Theil, welcher, direct vom Kessel herkommend, gesättigt und im Allgemeinen zugleich feucht ist, vor dem Schieberkasten der Maschine gemischt wird. In beiden Fällen geschieht die Ueberführung aus Wasser in überhitzten Dampf unter constantem Druck p, abgesehen von solchen Druckdifferenzen, welche durch die Bewegungswiderstände auf dem Wege vom Kessel zum Schieberkasten bedingt sind. Die Wärmemenge Q, welche zur Bildung von 1 Kilogr. überhitzten Dampfes vom Zustande p, v, T aus Wasser von einer gewissen Temperatur, z. B. von 0^0 erfordert wird, ist deshalb auch in beiden Fällen gleich gross und zwar sehr nahe (bei Vernachlässigung des specifischen Volumens w des Wassers gegen das specifische Volumen v des Dampfes):

$$Q = A\left(U_0 + \frac{n}{n-1}\,p\,v\right) = 476 + 4\,A\,p\,v$$
$$= 476 + 0{\cdot}48\,(T - \beta\,\sqrt[4]{p})$$

Das Verhältniss dieser Wärme zum Wärmewerth der äusseren Arbeit:

$$A\,L = A\,p\,(v - w) \text{ sehr nahe } = A\,p\,v$$

nämlich:

$$\frac{Q}{A\,L} = \frac{U_0}{p\,v} + \frac{n}{n-1} = \frac{3963}{T - \beta\sqrt[4]{p}} + 4$$

kann als Massstab für die Oekonomie der Verwendung mehr oder weniger überhitzten Wasserdampfs zur Verrichtung äusserer Arbeit zunächst in Maschinen ohne Expansion dienen. Dieses Verhältniss ist um so kleiner, die mit einem gewissen Wärmeaufwand gewonnene Arbeit folglich um so grösser, je bedeutender die Ueberhitzung bei gegebenem Druck p ist. Bei der Expansion tritt dieser Vortheil der Ueberhitzung wieder etwas zurück infolge des Umstandes, dass der Druck rascher abnimmt, als wenn der Dampf im Anfangszustande gesättigt ist.

44.

Mischung von überhitztem mit gesättigtem und im Allgemeinen zugleich feuchten Dampf von derselben Art.

Es sollen m_1 Kilogr. gesättigten Dampfs, dessen Druck $= p_1$ ist (Temperatur entsprechend $= t_1$, specifisches Volumen $= v_1$) und welcher in 1 Kilogr. aus x Kilogr. Dampf und $(1 - x)$ Kilogr. Flüssigkeit besteht, mit

m_2 Kilogr. überhitzten Dampfs von derselben Art, dessen Druck auch $= p_1$, dessen Temperatur aber $= t_2$ ist,

unter constant bleibendem Druck p_1 gemischt werden.

Die Temperatur t der Mischung ist bestimmt durch die Gleichung:

$$(m_1 + m_2)\,t = m_1 t_1 + m_2 t_2 - m_1\,(1 - x)\,\frac{r_1}{c_p}$$

Darin bedeutet r_1 die Verdampfungswärme im Sinne von Nr. 27. Ist die zu erzielende Mischungstemperatur t gegeben, so sind die dazu nöthigen verhältnissmässigen Gewichte der beiden Gemengtheile:

$$\frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{t_2 - t}{t_2 - t_1 + (1 - x)\frac{r_1}{c_p}}; \quad \frac{m_2}{m_1 + m_2} = 1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2}$$

Bei der Mischung tritt im Allgemeinen eine Aenderung des Gesammtvolumens ein, nämlich:

$$\varDelta V = m_1 v_1 (1 - x)\left(1 - \frac{n-1}{n}\frac{r_1}{A p_1 v_1}\right)$$

Dieselbe ist, wenn $x < 1$ ist, für Wasserdampf mit $n = \frac{4}{3}$ stets negativ. Ist $x = 1$, so ist $\varDelta V = 0$; in diesem Falle gelten obige Formeln auch für den Fall, dass zwei verschiedene Mengen überhitzten Dampfs derselben Art, deren Pressungen gleich sind, unter constant bleibendem Druck gemischt werden.

Zweiter Theil.

Mechanisch-technische Anwendungen.

A. Bewegung von Flüssigkeiten, insbesondere von Gasen und Dämpfen, in Canälen und Ausfluß derselben aus Gefäßmündungen *).

45.

Allgemeine Gleichungen für den Beharrungszustand der Bewegung irgend einer Flüssigkeit in einem Canal.

Der Beharrungszustand ist dadurch charakterisirt, dass für jeden Punkt im Inneren des Canals sowohl die Geschwindigkeit nach Grösse und Richtung, als auch der Wärmezustand der Flüssigkeit unabhängig von der Zeit ist. Unter dieser Voraussetzung sei in der Entfernung x vom Anfange des Canals, längs der Mittellinie desselben gemessen:

ψ der Neigungswinkel der Mittellinie, im Sinne der Bewegung genommen, gegen die Vertikale,

F der Flächeninhalt des Querschnitts, welcher im Allgemeinen als ebene und zur Mittellinie senkrechte Fläche zu denken ist, in besonderen Fällen aber auch als krumme Fläche, sofern nur immer die Mittellinie als der Ort der Schwerpunkte aller Querschnitte verstanden wird,

p die Pressung der Flüssigkeit in Kilogr. pro Quadratmeter,

v das specifische Volumen (Cubikmeter pro Kilogr.),

T die absolute Temperatur,

U das innere Arbeitsvermögen pro 1 Kilogr. der Flüssigkeit,

u die Geschwindigkeit.

Alle diese Grössen sind im Allgemeinen Functionen von x, und zwar nur von x, indem von den Grössen:

$$p \quad v \quad T \quad U \quad u$$

*) Unter einem Canal ist hierbei irgend eine *ringsum geschlossene*, nur am Anfang und Ende offene Leitung verstanden, was in Beziehung auf Gase und Dämpfe zwar selbstverständlich, in Beziehung auf tropfbare Flüssigkeiten aber im Gegensatze zu oben offenen Leitungen (Canälen im engeren Sinne) ausdrücklich zu bemerken ist.

vorausgesetzt wird, dass sie in allen Punkten desselben Querschnitts gleich gross seien. In Betreff der Geschwindigkeit u wird zudem angenommen, dass sie überall senkrecht gegen den betreffenden Querschnitt gerichtet sei; streng genommen erfordert dies solche Querschnitte, welche die Canalwand ringsum rechtwinkelig schneiden.

G sei das Gewicht der in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt hindurchgehenden Flüssigkeitsmenge in Kilogr.

Die *allgemeine Aufgabe*, aus welcher durch Vertauschung von gegebenen und gesuchten Grössen sowie durch Specialisirung eine grosse Zahl veränderter und besonderer Aufgaben abgeleitet werden kann, besteht darin:

die Grössen p, v, T, U, u als Functionen von x zu bestimmen, wenn diese Grössen für *einen* Werth von x bekannt, sowie auch F und ψ als Functionen von x nebst der Constanten G gegeben sind.

Zur Lösung dieser Aufgabe hat man 5 Gleichungen, von welchen 3 allgemein für jede Flüssigkeit gelten, während die beiden übrigen von der Art der Flüssigkeit abhängig sind.

1) Die erste dieser Gleichungen, die *Continuitätsgleichung*:

$$F u = G v$$

beruht auf der Voraussetzung continuirlicher Raumerfüllung durch die Flüssigkeit im Innern des Canals.

2) Die *Gleichung des Arbeitsvermögens*:

$$\frac{u\,d u}{g} + d U + d\,(p\,v) = d x \cos\psi + \frac{d\,Q_1}{A}$$

ist die der Aufgabe entsprechende besondere Form der ersten von den in Nr. 7 angeführten allgemeinen Gleichungen. Darin bedeutet $d\,Q_1$ die Wärmemenge, welche der Flüssigkeit pro 1 Kilogr. durch die Wand der Canalstrecke d x hindurch von Aussen zugeführt wird. Dieses $d\,Q_1$ kann positiv oder negativ sein; im letzteren Falle bedeutet sein Absolutwerth eine durch die Canalwand hindurch nach Aussen abgegebene Wärmemenge.

Diese zweite Gleichung setzt voraus, dass der Canal in Ruhe sei. Ist derselbe in Bewegung, also u die relative Geschwindigkeit der Flüssigkeit gegen den selbst bewegten Canal, und bedeutet:

f die Beschleunigung seiner Mittellinie an der Stelle des Schwerpunktes des betreffenden Querschnitts F,

β den Winkel, welchen diese Beschleunigung mit der Mittellinie, Letztere entgegengesetzt dem Sinne von u genommen, bildet,

so ist auf der ersten Seite der Gleichung des Arbeitsvermögens das Glied:

$$\frac{f}{g}\,d x \cos\beta$$

hinzuzufügen. Wenn z. B. der Canal mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit ω um eine feste Axe rotirt, und y den Schwerpunktsabstand des Querschnitts F von dieser Axe bedeutet, so ist:

$$\frac{f}{g}\,d x \cos\beta = \frac{\omega^2}{g}\,y\,d y.$$

3) Die Gleichung:

$$d U + p\,d v = \frac{d\,Q_1}{A} + \lambda\,\frac{d x}{d}\,\frac{u^2}{2 g}$$

welche die *Wärmegleichung* (Gleichung des Wärmezustandes) heissen mag, ist die der Aufgabe entsprechende besondere Form der zweiten von den in Nr. 7 angeführten allgemeinen Gleichungen. Darin hat dQ_1 die unter 2) erklärte Bedeutung;

d ist der mittlere Durchmesser des Canals, bei kreisförmigem Querschnitt identisch mit dem Durchmesser desselben, im Allgemeinen aber:

$$d = \frac{4F}{P}$$

wenn P die Peripherie des Querschnitts bedeutet, dessen Flächeninhalt $= F$ ist;

λ ist ein Erfahrungscoefficient, dessen Bedeutung darin besteht, dass $\lambda \frac{dx}{d}$ der Coefficient des Canalwiderstandes für das Längenelement dx des Canals ist, d. h. das Verhältniss der Arbeit, welche durch diesen Widerstand pro Secunde verbraucht, nämlich in Wärme umgesetzt wird, zu derjenigen (äusseren) lebendigen Kraft, mit welcher pro Secunde die Flüssigkeit durch die Canalstrecke dx hindurchfliesst. Dieser Widerstand besteht hauptsächlich in der Reibung zwischen Flüssigkeit und Canalwand, indessen auch in dem Widerstande, welchen die relative Bewegung der Flüssigkeitstheilchen gegen einander verursacht, so dass man in der empirischen Bestimmung von λ ein Mittel besitzt, die mehr oder weniger fehlerhafte Voraussetzung einer regelmässig schichtenweisen Bewegung der Flüssigkeit (gleiche Grösse und zu F normale Richtung von u in allen Punkten von F) zu corrigiren.

Die Combination der Gleichung des Arbeitsvermögens mit der Wärmegleichung liefert:

$$\frac{u\,du}{g} + v\,dp = dx \cos\psi - \lambda \frac{dx}{d} \frac{u^2}{2g}$$

d. i. die der Aufgabe entsprechende besondere Form der dritten von den in Nr. 7 angeführten allgemeinen Gleichungen, nämlich die aus der Mechanik bekannte *Gleichung der lebendigen Kraft.*

Die beiden noch übrigen Gleichungen, welche zur Lösung der allgemeinen Aufgabe dienen, sind je nach der Art der Flüssigkeit verschieden; es sind

4) die Zustandsgleichung (Nr. 2),

5) die Gleichung des inneren Arbeitsvermögens (Nr. 5),

und sie betreffen nur die 4 Grössen p, v, T, U.

46.
Besondere Widerstände.

Ausser dem allgemeinen Canalwiderstande, welcher in den Gleichungen unter 3) in Nr. 45 durch das Glied mit λ berücksichtigt ist, können mancherlei besondere Widerstände an gewissen Stellen des Canals vorkommen, welche nur im Ganzen beurtheilt, nicht in Elemente zerlegt und deshalb auch nicht in den Differentialgleichungen unter 3) in Nr. 45 zum Ausdruck kommen können; sie müssen aber bei der Integration dieser Gleichungen berücksichtigt werden.

Dergleichen Widerstände werden gemessen durch die betreffenden *Widerstandscoefficienten.* Man versteht darunter das Verhältniss der Arbeit, welche durch den fraglichen Widerstand pro Secunde verbraucht (in Wärme verwandelt) wird, zu derjenigen (äusseren) lebendigen Kraft, mit welcher die Flüssigkeit pro Secunde von der Stelle des Widerstandes abfliesst.

Jeder solche besondere Widerstand lässt sich auf einen Stoss zurückführen, welcher seine unmittelbare Ursache in einer plötzlichen Verkleinerung der Geschwindigkeit u hat, seine mittelbare Ursache entweder in einer plötzlichen Vergrösserung des Querschnitts F oder in einer plötzlichen Verkleinerung des specifischen Volumens v (z. B. durch Condensation von Dampf) oder in beiden Umständen zugleich. Wenn an einer gewissen Stelle des Canals plötzlich

die Geschwindigkeit von u_1 in u_2,
der Querschnitt von F_1 in F_2,
das specifische Volumen der Flüssigkeit von v_1 in v_2

übergeht, so ist der Widerstandscoefficient:

$$\zeta = \left(\frac{u_1}{u_2} - 1\right)^2 = \left(\frac{F_2}{F_1}\frac{v_1}{v_2} - 1\right)^2$$

und der Arbeitsverlust pro 1 Kilogr. Flüssigkeit:

$$\zeta \frac{u_2^2}{2g}$$

An der Stelle eines besonderen Widerstandes kommen häufig unregelmässig wirbelförmige Bewegungen vor, oder es wird wenigstens nicht der ganze Querschnitt des Canals von der regelrecht strömenden Flüssigkeit erfüllt (innere Contraction); in allen solchen Fällen und ebenso dann, wenn die Aenderung von u zwar sehr schnell, doch nicht so schnell stattfindet, dass sie als plötzlich stattfindend zu betrachten ist, kann der Coefficient ζ nur empirisch durch Versuche bestimmt werden.

1. Bewegung tropfbarer Flüssigkeiten, insbesondere des Wassers *).

47.

Fundamentalgleichungen.

Es sei:

l die Länge einer Canalstrecke zwischen den Querschnitten F_1 und F, in der Richtung von F_1 gegen F von der Flüssigkeit durchströmt,
p_1 der Druck, u_1 die Geschwindigkeit im Querschnitte F_1,
p „ „ u „ „ „ F,
Q Cubikmeter das Flüssigkeitsvolumen, welches pro Secunde durch jeden Querschnitt hindurchfliesst,
γ das specifische Gewicht der Flüssigkeit, d. h. das Gewicht von 1 Cubikmeter in Kilogr.,
h die Höhe des Schwerpunktes von F_1 über dem Schwerpunkte von F,
h_1 die *Widerstandshöhe* der Canalstrecke l, nämlich

$$h_1 = \int_0^l \lambda \frac{dx}{d}\frac{u^2}{2g} + \Sigma\left(\zeta \frac{u^2}{2g}\right)$$

*) Der Ausfluss des Wassers aus Gefässmündungen und die Bewegung desselben in Röhren sind im fünften Abschnitte des Hauptwerks abgehandelt. Die folgenden Nummern enthalten nur einige Ergänzungen.

In diesem Ausdrucke haben λ und d die in Nr. 45 unter 3) erklärten Bedeutungen:

ζ ist der Coefficient irgend eines in der Canalstrecke l vorkommenden besonderen Widerstandes,

u im ersten Gliede ist die Geschwindigkeit für das beliebige Längenelement dx der betrachteten Canalstrecke,

u im zweiten Gliede ist die Geschwindigkeit, mit welcher die Flüssigkeit von der Stelle des betreffenden besonderen Widerstandes abfliesst.

Hiernach reduciren sich die in Nr. 45 besprochenen allgemeinen Gleichungen des Beharrungszustandes, wenn man die Zusammendrückbarkeit einer tropfbaren Flüssigkeit und ihre Ausdehnbarkeit durch die Wärme vernachlässigt, auf die folgenden zwei Fundamentalgleichungen (Continuitätsgleichung und Gleichung der lebendigen Kraft):

$$F u = F_1 u_1 = Q$$

$$\frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} + h - h_1$$

Die Grösse $\frac{p}{\gamma}$ heisst die *Druckhöhe* im Querschnitte F. Die letztere Gleichung drückt somit aus, dass die Summe aus der Druckhöhe und der Geschwindigkeitshöhe für irgend einen Querschnitt F gleich ist der analogen Summe für einen vorhergegangenen Querschnitt F_1, plus der Höhe von F_1 über F, minus der Widerstandshöhe für die Canalstrecke zwischen F_1 und F. Dass unter dem Höhenunterschiede h der Querschnitte F_1 und F hierbei der Höhenunterschied ihrer Schwerpunkte verstanden wird, entsprechend der Voraussetzung einer für alle Punkte desselben Querschnitts gleichen Grösse des Drucks und der Geschwindigkeit, ist nur mit einer solchen Annäherung richtig, mit welcher die Höhe der Verticalprojection des Querschnitts gegen die betreffende Summe $\frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}$ vernachlässigt werden kann; unter Umständen ist gerade bei tropfbaren, specifisch schwereren Flüssigkeiten eine Correction in dieser Hinsicht nöthig. (Siehe z. B. die Anmerkung zu Nr. 131 des Hauptwerks.)

Hat der Canal eine eigene Bewegung, so kommt in der letzteren obigen Fundamentalgleichung auf der rechten Seite noch das Glied:

$$\frac{1}{g}\int_0^l f\, dx \cos\beta$$

hinzu; f und β: siehe Nr. 45 unter 2).

48.

Ausfluss aus einer Mündung in der Gefässwand oder am Ende der Ansatzröhre eines Gefässes, in welchem die Oberfläche der Flüssigkeit durch entsprechenden Zufluss auf constanter Höhe erhalten wird.

Es sei:

p_1 der Druck pro Flächeneinheit auf die Oberfläche der Flüssigkeit im Gefäss,

p der äussere Druck an der Mündung,

F_1 der Horizontalschnitt des Gefässes an der Stelle der Flüssigkeitsoberfläche,

F die Grösse der Mündung,

α der *Contractionscoefficient*, also

αF der kleinste Querschnitt des contrahirten Strahls ausserhalb der Mündung,
h die Höhe von F_1 über dem Schwerpunkt von αF,
u_1 die vertical abwärts gerichtete Geschwindigkeit an der Oberfläche F_1,
u die Ausflussgeschwindigkeit im kleinsten Querschnitt αF,
Q das Ausflussquantum in Cubikmetern pro Secunde,
ζ der *resultirende Widerstandscoefficient* für die Bewegung von der Oberfläche F_1 bis zum kleinsten Querschnitte αF des contrahirten Strahls, nämlich $h_1 = \zeta \frac{u^2}{2g}$ die resultirende Widerstandshöhe.

Dann heisst:

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta}} \text{ der Geschwindigkeitscoefficient,}$$

$$\mu = \alpha\varphi \text{ der } \textit{Ausflusscoefficient,}$$

und es ist:

$$u = \varphi\sqrt{2gH}; \quad Q = \alpha F u = \mu F \sqrt{2gH}$$

$$H = h + \frac{p_1 - p}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = \frac{h + \frac{p_1 - p}{\gamma}}{1 - \left(\frac{\mu F}{F_1}\right)^2}$$

Unter F_1 kann auch der Querschnitt an einer beliebigen Stelle, unter p_1 der Druck, unter u_1 die Geschwindigkeit in demselben, unter h die Höhe seines Schwerpunktes über dem Schwerpunkte des Ausflussquerschnitts αF und unter ζ der resultirende Widerstandscoefficient für die Strecke von jenem bis zu diesem Querschnitte verstanden werden.

Hat das Gefäss eine eigene Bewegung, so ist:

$$u = \varphi\sqrt{2gH_1}; \quad Q = \alpha F u = \mu F \sqrt{2gH_1}$$

und es hat H_1 eine von der obigen Grösse H je nach der Art der Bewegung des Gefässes verschiedene Bedeutung.

Bewegt sich das Gefäss in verticaler Richtung mit der Beschleunigung f (positiv, wenn aufwärts, negativ, wenn abwärts gerichtet), so ist:

$$H_1 = H + \frac{f}{g} h$$

Rotirt das Gefäss um eine verticale Axe mit constanter Winkelgeschwindigkeit ω, und ist r die Entfernung des Schwerpunktes des Ausflussquerschnitts αF von der Rotationsaxe, so ist:

$$H_1 = H + \frac{(r\omega)^2}{2g}$$

Hierbei bildet die Oberfläche der Flüssigkeit ein Umdrehungsparaboloid mit der Rotationsaxe als geometrischer Axe, und für welches der Halbmesser y des horizontalen Querschnitts in der Höhe x über dem Scheitelpunkte durch die Gleichung:

$$y^2 = \frac{2g}{\omega^2} x$$

bestimmt ist. Auch ist in diesem Falle unter h in der Formel für H die Höhe des Scheitelpunktes, also des tiefsten Punktes der Oberfläche über dem Schwerpunkte des Ausflussquerschnitts zu verstehen, und es gelten die Formeln auch dann, wenn das Gefäss oben geschlossen und soweit gefüllt ist, dass sich der parabolische Trichter nur unvollständig oder gar nicht ausbilden kann, sofern nur immer unter p_i der Druck an der Oberfläche in der Rotationsaxe verstanden wird.

Hat das Gefäss eine geradlinige Bewegung mit constanter Geschwindigkeit, so gelten alle Formeln gerade so, als ob das Gefäss in Ruhe wäre; nur sind die Geschwindigkeiten u und u_1 relative Geschwindigkeiten der Flüssigkeit gegen das Gefäss.

49.

Reaction einer ausströmenden Flüssigkeit.

Wenn eine Flüssigkeit aus der Mündung eines Gefässes ausströmt, so übt sie in Folge dessen auf Letzteres einen Druck R aus, welcher, sofern die Ausflussmündung im Verhältniss zur Oberfläche im Gefäss genügend klein ist, der (relativen) Ausflussgeschwindigkeit u entgegengesetzt gerichtet, und dessen Grösse:

$$R = \frac{Q\gamma}{g} u = 2\gamma\alpha F \frac{u^2}{2g}$$

ist. Diese Reaction ist also gleich der Bewegungsgrösse (Product aus Masse und Geschwindigkeit) der pro Secunde ausströmenden Flüssigkeit oder gleich dem doppelten Gewicht einer Flüssigkeitssäule, deren Basis dem kleinsten Ausflussquerschnitte αF und deren Höhe der Ausflussgeschwindigkeitshöhe gleich ist.

50.

Stadt-Wasserleitung.

Der Hauptröhrenstrang einer städtischen Wasserleitung von der Länge L soll aus n Rohrstrecken von successive abnehmenden Durchmessern gebildet werden, deren Längen, vom Anfange der Leitung an gerechnet,

$= l_1 \;\; l_2 \;\; l_3 \; . \; . \; . \; . \; l_n$ sind.

Die Weiten $= d_1 \;\; d_2 \;\; d_3 \; . \; . \; . \; . \; d_n$

dieser Rohrstrecken sollen so berechnet werden, dass der Verlust an Druckhöhe des Wassers in den einzelnen Rohrstrecken den Längen derselben proportional ist.

Bezeichnet man mit

H die Druckhöhe am Anfang,

h „ „ „ Ende der ganzen Hauptleitung,

$Q_1, Q_2, Q_3 \ldots$ die Wassermengen pro Secunde am Anfang der einzelnen Rohrstrecken,

$q_1 + Q_2,\; q_2 + Q_3,\; q_3 + Q_4 \ldots$ die Wassermengen pro Secunde am Ende der einzelnen Rohrstrecken, woselbst die Wassermengen:

$q_1, q_2, q_3 \ldots$ pro Secunde durch Zweigleitungen abgezweigt werden sollen, während die Wassermengen:

$Q_1 - q_1 - Q_2,\; Q_2 - q_2 - Q_3 \ldots$ längs den Rohrstrecken der Hauptleitung allmählig durch kleinere Nebenleitungen abgeführt werden,

so hat man:

$$d_1^5 = \frac{\lambda_1}{6g}\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \frac{L}{H-h} Q_1^2 \left(1 + \alpha_1 + \alpha_1^2\right); \quad \alpha_1 = \frac{q_1 + Q_2}{Q_1}$$

$$d_2^5 = \frac{\lambda_2}{6g}\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \frac{L}{H-h} Q_2^2 (1 + \alpha_2 + \alpha_2^2); \quad \alpha_2 = \frac{q_2 + Q_3}{Q_2} \text{ u. s. w.}$$

Die Coefficienten λ_1, λ_2 .. sind gemäss der Anmerkung zu Nr. 157 des Hauptwerks zu wählen, falls besondere Widerstände ausser dem allgemeinen Röhrenwiderstande nicht vorkommen.

51.

Ausfluss einer tropfbaren Flüssigkeit aus einem Gefäss, welches keinen Zufluss hat.

Die Mündung $= F$ sei sehr klein im Vergleich mit den Horizontalschnitten des Gefässes; dann kann ohne merklichen Fehler die veränderliche Ausflussgeschwindigkeit in jedem Augenblicke derjenigen gleich gesetzt werden, welche im Beharrungszustande dem augenblicklichen Flüssigkeitsstande entsprechen würde. Ist ferner der äussere Druck an der Oberfläche im Gefäss ebenso gross, wie an der Mündung, und

$A = f(h)$ der Horizontalschnitt des Gefässes in der Höhe h über (dem Schwerpunkte) der Mündung,

μ der Ausflusscoefficient,

t die Zeit in Secunden, binnen welcher die Flüssigkeitsoberfläche von der Höhe h_1 bis zur Höhe h über der Mündung herabsinkt, so ist:

$$t = \frac{1}{\mu F \sqrt{2g}} \int_h^{h_1} \frac{A\,dh}{\sqrt{h}}$$

1) Ist A constant (prismatisches Gefäss), so ist:

$$t = \frac{A}{\mu F}\left(\sqrt{\frac{2h_1}{g}} - \sqrt{\frac{2h}{g}}\right)$$

insbesondere mit $h = 0$ die Zeit der Entleerung bis zur Höhe der Mündung:

$$t_0 = \frac{A}{\mu F}\sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \frac{2Ah_1}{\mu F \sqrt{2gh_1}}$$

gleich dem Doppelten der Zeit, in welcher bei constant bleibendem anfänglichen Flüssigkeitsstande h_1 ein ebenso grosses Flüssigkeitsvolumen $= A h_1$ ausfliessen würde.

2) Ist A eine algebraische Function 2. Grades von h (z. B. Conoid 2. Grades oder Prismoid):

$$A = p + qh + rh^2 \text{ (p, q, r Constante)}$$

so ist, wenn

B	den Horizontalschnitt	in	der	Höhe	$\frac{h}{2}$
A_1 „	„	„	„	„	h_1
B_1 „	„	„	„	„	$\frac{h_1}{2}$
A_0 „	„	„	„	„	0

über (dem Schwerpunkt) der Mündung bedeutet:

$$t = \frac{1}{\mu F}\left(\frac{A_1 + 8B_1 + 6A_0}{15}\sqrt{\frac{2h_1}{g}} - \frac{A + 8B + 6A_0}{15}\sqrt{\frac{2h}{g}}\right)$$

3) Ist das Gefäss von beliebiger, mathematisch bestimmter oder unregelmässiger Form, so kann die Gleichung unter 2) als Näherungsformel besonders für die Entleerungszeit t_0 benutzt werden, sofern es nicht nöthig erscheint, das Integral

$$\int_h^{h_1} \frac{A\,dh}{\sqrt{h}}$$

der allgemeinen Formel mit Hülfe einer grösseren Zahl von Horizontalschnitten nach den Methoden der mechanischen Quadratur genauer zu berechnen.

52.

Communicirende Gefässe.

Es sei:

F die Grösse der Mündung, durch welche zwei Gefässe, in welchen sich einerlei tropfbare Flüssigkeit befindet, unterhalb der beiderseitigen Flüssigkeitsoberflächen communiciren,

$F_1 = f_1(x_1)$ der Horizontalschnitt des ersten Gefässes in der Höhe x_1 über einer gewissen Horizontalebene,

$F_2 = f_2(x_2)$ der Horizontalschnitt des zweiten Gefässes in der Höhe x_2 über derselben Horizontalebene,

f_1 und f_2 die allgemeinen Bezeichnungen irgend welcher Functionen,

$h = x_1 - x_2$ in irgend einem Augenblick die Höhe der Flüssigkeitsoberfläche im ersten Gefäss über derselben im zweiten Gefäss.

Der äussere Druck an den Flüssigkeitsoberflächen sei in beiden Gefässen gleich gross. Dann ist, wenn keines von beiden Gefässen einen Zufluss oder Abfluss hat ausser durch die Mündung F, die Zeit, in welcher der Höhenunterschied beider Flüssigkeitsoberflächen $= h$ wird, wenn er Anfangs $= h_1$ war:

$$t = \frac{1}{\mu F\sqrt{2g}}\int_h^{h_1} \frac{F_1 F_2}{F_1 + F_2}\,\frac{dh}{\sqrt{h}}$$

Um x_1 und x_2, somit auch F_1 und F_2 behufs Ausführung der Integration als Functionen von h auszudrücken, dienen die beiden Gleichungen:

$$x_1 - x_2 = h; \quad F_1\,dx_1 + F_2\,dx_2 = 0$$

Sind F_1 und F_2 constant (z. B. zwei Schleusenkammern, welche durch Oeffnungen des sie trennenden Thores communiciren), so ist:

$$t = \frac{1}{\mu F}\,\frac{F_1 F_2}{F_1 + F_2}\left(\sqrt{\frac{2h_1}{g}} - \sqrt{\frac{2h}{g}}\right)$$

Die Substitution $F_1 = \infty$, wodurch $\frac{F_1 F_2}{F_1 + F_2} = F_2$ wird, entspricht dem Falle, dass der Flüssigkeitsstand im ersten Gefässe constant ist (z. B. Füllung einer Schleusenkammer vom unbegrenzten Oberwasser aus); die Substitution

$F_2 = \infty$, wodurch $\frac{F_1 F_2}{F_1 + F_2} = F_1$ wird, entspricht dem Falle, dass der Flüssigkeitsstand im zweiten Gefässe constant ist (z. B. Entleerung einer Schleusenkammer in das unbegrenzte Unterwasser).

53.

Ausfluss einer tropfbaren Flüssigkeit aus einem Gefässe, welches einen beliebig grossen constanten Zufluss hat.

Es sei der äussere Druck an der Oberfläche im Gefässe ebenso gross wie an der Mündung, ferner

$A = f(h)$ der Horizontalschnitt des Gefässes in der Höhe h über (dem Schwerpunkte) der Mündung $= F$, Letztere sehr klein im Vergleich mit A,

Q das Flüssigkeitsvolumen, welches pro Secunde dem Gefässe zufliesst,

μ der Ausflusscoefficient.

Dann ist die Zeit $= t$ Secunden, in welcher die Höhe der Flüssigkeitsoberfläche von h_1 in h übergeht:

$$t = \frac{1}{\mu F \sqrt{2g}} \int_h^{h_1} \frac{A\,dh}{\sqrt{h} - \sqrt{k}}; \quad \sqrt{k} = \frac{Q}{\mu F \sqrt{2g}}$$

Die Höhe h nähert sich asymptotisch (nach unendlich langer Zeit erst sie vollständig erreichend) der Grenze k, und es muss deshalb h nothwendig zwischen h_1 und k liegend gegeben sein.

Ist A constant, so wird:

$$t = \frac{A}{\mu F} \sqrt{\frac{2}{g}} \left(\sqrt{h_1} - \sqrt{h} + \sqrt{k} \ln \frac{\sqrt{h_1} - \sqrt{k}}{\sqrt{h} - \sqrt{k}} \right).$$

2. Bewegung der Gase, insbesondere der atmosphärischen Luft.

54.

Fundamentalgleichungen.

Die in Nr. 45 unter 4) und 5) genannten Gleichungen (Zustandsgleichung und Gleichung des inneren Arbeitsvermögens) sind für den Fall eines Gases:

$$p\,v = R\,T \quad \text{(Nr. 17)}$$

$$dU = \frac{c}{A}\,dT = \frac{R}{n-1}\,dT \quad \text{(Nr. 18 und 19).}$$

Wenn man vermittelst dieser Gleichungen unter Beibehaltung der in Nr. 45 erklärten Buchstabenbezeichnungen die Grössen v und U in den daselbst unter 1) bis 3) angeführten allgemeinen Gleichungen eliminirt, erhält man die Continuitätsgleichung:

$$\frac{F u}{G} = \frac{R T}{p},$$

die Gleichung des Arbeitsvermögens:

$$\frac{u\,d\,u}{g} + \frac{n}{n-1} R\,d\,T = d\,x \cos\psi + \frac{d\,Q_1}{A},$$

die Wärmegleichung:

$$\frac{R}{n-1} d\,T + R\,T \frac{d\,(F\,u)}{F\,u} = \frac{d\,Q_1}{A} + \lambda \frac{d\,x}{d} \frac{u^2}{2\,g}$$

und die Gleichung der lebendigen Kraft:

$$\frac{u\,d\,u}{g} + R\,d\,T - R\,T \frac{d\,(F\,u)}{F\,u} = d\,x \cos\psi - \lambda \frac{d\,x}{d} \frac{u^2}{2\,g}.$$

Von den 3 letzten dieser 4 Gleichungen folgt jede aus den beiden anderen; die Gleichungen bestimmen daher p, T, u als Functionen von x, wenn diese Grössen für einen bestimmten Werth von x bekannt, wenn ferner F und ψ als Functionen von x gegeben sind, sowie auch die Constante G und das Gesetz der Wärmeleitung der Canalwand, d. h. $d\,Q_1$ als Differentialfunction von x gegeben ist.

Insbesondere für atmosphärische Luft ist: $n = 1{\cdot}41$ und für ganz trockene Luft: $R = 29{\cdot}27$, für feuchte Luft etwas grösser: siehe Nr. 17.

Wenn man vermittelst obiger Gleichungen die Aenderung des Wärmezustandes (p, T) und des äusseren Bewegungszustandes (u) eines Gases vom Anfang bis zum Ende eines zusammengesetzten Canals verfolgen will, so macht die Berücksichtigung etwaiger besonderer Widerstände an gewissen Stellen des Canals, sowie auch anderer Stetigkeitsunterbrechungen, welche durch plötzliche Aenderungen des Querschnitts F, der Richtung ψ des Canals oder des Gesetzes der Wärmeleitung der Canalwand verursacht werden können, im Allgemeinen eine Theilung der Integration jener Gleichungen nöthig, entsprechend einer Zerlegung des Canals in einzelne Strecken, welche unterschieden werden können in:

1) *kurze Strecken*, für welche die Zustandsänderung des Gases nur durch eine plötzliche Querschnittsänderung, einen besonderen Widerstand oder Beides zugleich bedingt ist, während von dem allgemeinen Canalwiderstand, dem Einfluss der Schwere und der Wärmeleitung der Canalwand abgesehen werden kann, und

2) *längere Strecken*, in denen keinerlei Stetigkeitsunterbrechungen, insbesondere also auch keine besondere Widerstände vorkommen.

Zu der Bewegung auf kurzer Strecke gehört insbesondere auch der Ausfluss aus Gefässmündungen.

a. Bewegung auf kurzer Strecke.

55.

Allgemeine Gleichungen.

Es seien der Druck, die absolute Temperatur und die Geschwindigkeit:
am Anfang der Strecke $= p_1 \quad T_1 \quad u_1$
am Ende der Strecke $= p \quad T \quad u$
F der Querschnitt am Ende,

φ der Geschwindigkeitscoefficient, welcher zu dem Coefficienten ζ des besonderen Widerstandes der kurzen Strecke in der Beziehung steht:

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta}}$$

Dann ist:

$$u = \varphi \sqrt{u_1^2 + \frac{n}{n-1}\, 2\, g\, R\, T_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}$$

$$T = T_1 - \frac{n-1}{n} \frac{u^2 - u_1^2}{2\, g\, R}$$

$$\frac{F\, u}{G} = \frac{R\, T}{p}$$

Wenn die kurze Strecke ins Freie mündet, so ist der Mündungsquerschnitt F in der letzten Gleichung im Allgemeinen mit einem Contractionscoefficienten α zu multipliciren.

Die Gleichungen können zur Berechnung von 3 Grössen dienen, wenn di übrigen bekannt sind, z. B.

von p T u, wenn F und G
F T u, wenn G und p
G T u, wenn p und F

ausser p_1, T_1 und u_1 gegeben sind.

Ist $\frac{p}{p_1} = 1 - \delta$ und δ ein kleiner Bruch, so kann gesetzt werden:

$$f(p) = 1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \frac{n-1}{n}\, \delta \left(1 + \frac{\delta}{2\, n}\right)$$

Für $n = 1{\cdot}41$, also

$$\frac{n-1}{n} = 0{\cdot}2908\,; \quad \frac{n}{n-1} = 3{\cdot}4388$$

erhält man die folgenden Werthe von f(p):

$\frac{p}{p_1} =$	0·95	0·9	0·85	0·8	0·75	0·7
f(p) =	0·0148	0·0302	0·0462	0·0628	0·0802	0·0985
$\frac{p}{p_1} =$	0·65	0·6	0·55	0·5	0·45	0·4
f(p) =	0·1178	0·1380	0·1596	0·1825	0·2072	0·2339
$\frac{p}{p_1} =$	0·35	0·3	0·25	0·2	0·15	0·1
f(p) =	0·2631	0·2954	0·3318	0·3738	0·4240	0·4881

56.

Ausfluss eines Gases aus der Mündung eines Gefässes.

Das Gefäss sei gross genug, um die Geschwindigkeit u_1 des Gases im Inneren desselben = 0 setzen zu dürfen.

Ist dann:

p_1 der Druck, T_1 die absolute Temperatur im Inneren des Gefässes,

p der äussere Druck an der Mündung,
F die Grösse der Letzteren,
α der Contractionscoefficient,
φ der Geschwindigkeitscoefficient,
$\mu = \alpha\varphi$ der Ausflusscoefficient,
so ist für den Beharrungszustand, wenn

$$1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = f(p)$$

gesetzt wird, die Ausflussgeschwindigkeit:

$$u = \varphi \sqrt{\frac{n}{n-1}\, 2\, g\, R\, T_1\, f(p)}$$

die absolute Temperatur des ausfliessenden Gases in der Mündung:

$$T = T_1\,[1 - \varphi^2\, f(p)]$$

das Gewicht des pro Secunde ausfliessenden Gases:

$$G = \alpha F u \frac{p}{RT} = \mu F p \frac{\sqrt{\frac{n}{n-1}\frac{2g}{RT_1}\, f(p)}}{1 - \varphi^2\, f(p)}$$

Für atmosphärische Luft ist mit:

$$n = 1{\cdot}41;\quad R = 29{\cdot}3;\quad g = 9{\cdot}81$$

$$u = 44{\cdot}46\, \varphi \sqrt{T_1\, f(p)};\quad G = 1{\cdot}517\, \mu F p \frac{\sqrt{\frac{f(p)}{T_1}}}{1 - \varphi^2 f(p)}$$

Werthe von $f(p)$: siehe Nr. 55.

Wenn $\delta = \frac{p_1 - p}{p_1}$ ein so kleiner Bruch ist, dass gesetzt werden kann:

$$f(p) = \frac{n-1}{n}\,\delta \text{ (Nr. 55)}$$

so ist, wenn γ_1 das specifische Gewicht des Gases im Inneren des Gefässes (entsprechend p_1 und T_1) bedeutet:

$$u = \varphi \sqrt{2\, g \frac{p_1 - p}{\gamma_1}} = \varphi \sqrt{2\, g \frac{p_1}{\gamma_1}\,\delta}$$

$$T = T_1\left(1 - \varphi^2 \frac{n-1}{n}\,\delta\right)$$

$$G = \mu F \gamma_1 \left[1 - \left(1 - \varphi^2 \frac{n-1}{n}\right)\delta\right] \sqrt{2\, g \frac{p_1}{\gamma_1}\,\delta}$$

57.

Erfahrungscoefficienten für den Ausfluss der Luft.

Die Werthe, welche den Coefficienten α, φ, μ in den Gleichungen Nr. 56 unter verschiedenen Umständen beizulegen sind, kennt man noch nicht mit ebenso grosser Zuverlässigkeit wie die entsprechenden Werthe für den Ausfluss des Wassers. Aus Versuchen von *Weisbach* lassen sich durch Interpolation und durch Umrechnung der von ihm angegebenen, einer anderen Formel entsprechenden Werthe von μ (Ingen. u. Masch.-Mechanik, Bd. I, §§. 464 u. 465, 4. Aufl.) auf die betreffende Formel in Nr. 56 die in folgender Tabelle enthaltenen Werthe entnehmen, wobei

d den Durchmesser der kreisförmigen Mündung in Centimetern,
l die Länge eines Mundstücks in Centimetern,
β den Convergenzwinkel eines conischen Mundstücks

bedeutet. Bei der Umrechnung der *Weisbach*'schen Werthe von μ wurde im ersten Falle $\varphi = 0{\cdot}99$, in den übrigen Fällen $\varphi = \mu$ angenommen.

Werthe von μ.

$\frac{p}{p_1} =$	0·95	0·8	0·65	0·5
1) Mündung in ebener dünner Wand ($d = 1 - 2$)	0·56	0·62	0·69	0·76
2) Cylindrische Ansatzröhre, mit scharfkantiger Einmündung von einer ebenen Gefässwand ausgehend ($d = 1 - 2$, $l = 3\,d$)	0·73	0·82	0·87	0·90
3) Kurze conische Ansatzröhre ohne Abrundung an der Einmündung ($d = 1$, $l = 4$, $\beta = 7^0$)	0·91	0·94	0·97	0·98
4) Düsenförmiges längeres conisches Mundstück mit innerer Abrundung ($d = 1$, $l = 14{\cdot}5$, $\beta = 6^0$)	0·93	0·96	0·98	0·99
5) Kurzes conisches Mundstück, innen mit stetiger Krümmung in die ebene Gefässwand, aussen cylindrisch verlaufend ($d = 1$, $l = 1{\cdot}6$)	0·99	0·99	0·99	0·99

Mit zunehmendem Ueberdruck nimmt μ im Allgemeinen merklich zu; mit zunehmender Weite der Mündung nimmt μ in geringerem Grade ab.

58.

Düsenmündung eines Gebläses.

Es sei:

G die durch das Gebläse zu liefernde Windmenge in Kilogr.,
p der atmosphärische Luftdruck,
p_1 der Druck in der Windleitung vor den Düsen,
T_1 die absolute Temperatur der Gebläseluft,
F die erforderliche Grösse aller Düsenmündungen zusammen in Quadratmetern.

Wenn man die Geschwindigkeit der Luft in der Windleitung an der Stelle, wo p_1 gemessen wird, vernachlässigt, wodurch F um höchstens 2 % zu gross gefunden werden kann, gleichwohl aber in der Gleichung:

$$G = 1{\cdot}517\,\mu F p \frac{\sqrt{\frac{f(p)}{T_1}}}{1 - \varphi^2 f(p)} \quad \text{(Nr. 56)}$$

den Coefficienten μ mit Rücksicht auf den Gegendruck der Schmelzmassen und eine mögliche Verengung der Düsenmündungen durch Schlackenansätze nur mässig veranschlagt, etwa:

$$\mu = \varphi^2 = 0{\cdot}85 \text{ entsprechend } \alpha = \varphi = 0{\cdot}922$$

$$\text{und } p = 10333\ b$$

setzt, unter b das Verhältniss des örtlichen Barometerstandes zum normalen Barometerstande = 0·76 Mtr. verstanden, so wird:

$$\frac{G}{bF} = \frac{13324}{1 - 0{\cdot}85\, f(p)} \sqrt{\frac{f(p)}{T_1}}$$

Darin kann gesetzt werden (Nr. 55):

$$f(p) = \frac{n-1}{n} \delta \left(1 + \frac{\delta}{2n}\right) = 0{\cdot}291\, \delta\, (1 + 0{\cdot}355\, \delta)$$

weil bei den hier vorausgesetzten Gebläsen, welche zu metallurgischen Zwecken dienen, höchstens

$$\delta = \frac{p_1 - p}{p_1} = 0{\cdot}2$$

zu sein pflegt.

59.

Zustandsänderung eines in einem Canal strömenden Gases in Folge einer plötzlichen Querschnittsänderung und eines besonderen Widerstandes an einer gewissen Stelle.

Wenn in einem Canal an einer gewissen Stelle ein besonderer Widerstand vorkommt, verursacht durch eine Querschnitts- oder Richtungsänderung des Canals, durch ein Ventil, einen Schieber, einen Hahn, eine Drosselklappe etc., so hat man, wenn der Querschnitt, der Druck, die absolute Temperatur und die Geschwindigkeit

vor dieser Stelle $= F_1 \quad p_1 \quad T_1 \quad u_1$
hinter dieser Stelle $= F_2 \quad p_2 \quad T_2 \quad u_2$

sind, zur Berechnung von p_2, T_2, u_2 bei gegebenen Werthen der übrigen Grössen die folgenden Gleichungen, worin ζ den betreffenden Widerstandscoefficienten (Nr. 46) bedeutet:

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{n-1}{n} \frac{u_2^2 - u_1^2}{2gRT_1}; \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{F_1 u_1}{F_2 u_2} \frac{T_2}{T_1}$$

$$1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \frac{n-1}{n} \frac{(1+\zeta)\, u_2^2 - u_1^2}{2gRT_1}$$

Für einen versuchsweise angenommenen Werth von u_2 findet man T_2 aus der ersten, damit p_2 aus der zweiten Gleichung, und man hat dann den Werth von u_2 so lange zu verändern, bis derselbe, sowie der entsprechende Werth von p_2 auch der dritten Gleichung genügend entsprechen.

Bei Geschwindigkeiten von höchstens etwa 30 Mtr. pro Secunde, wie sie in Windleitungen vorzukommen pflegen, oder auch selbst bei grösseren Geschwindigkeiten, falls F_1 und F_2 nicht übermässig verschieden sind, darf $T_2 = T_1$ gesetzt werden. Dann findet man p_2 aus der Gleichung:

$$1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \frac{n-1}{n} \frac{u_1^2}{2gRT_1} \left[(1+\zeta) \left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 - 1\right]$$

und damit:

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{F_1}{F_2} \frac{p_1}{p_2}$$

Setzt man:

$$p_2 = p_1 \,(1 - \delta)$$

so ist gewöhnlich δ ein sehr kleiner Bruch und zwar mit meistens ausreichender Näherung:

$$\delta = \frac{u_1^2}{2\,g\,R\,T_1}\left[(1+\zeta)\left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2 - 1\right]$$

Nöthigenfalls kann hiermit ein corrigirter Werth nach der Formel:

$$\delta = \frac{u_1^2}{2\,g\,R\,T_1}\left[\frac{1+\zeta}{(1-\delta)^2}\left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2 - 1\right]\left(1 - \frac{\delta}{2\,n}\right)$$

berechnet werden. Schliesslich ist:

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{F_1}{F_2\,(1-\delta)}$$

Insbesondere für atmosphärische Luft ist:

$$n = 1{\cdot}41 \qquad \frac{n-1}{n} = 0{\cdot}291 \qquad \frac{1}{2\,n} = 0{\cdot}355$$

$$1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} : \text{siehe die Tabelle in Nr. 55.}$$

Die Werthe von ζ sind bisher nur für wenige Fälle experimentell bestimmt worden (siehe Nr. 62); im Allgemeinen müssen bis auf Weiteres die entsprechenden Werthe für die Bewegung des Wassers als Anhalt dienen. —

Wenn trotz der Kürze des Weges doch eine merkliche Wärmezuführung zum strömenden Gase stattfindet, so dass in Folge dessen T_2 wesentlich $> T_1$ wird, wie es namentlich beim Durchgang der Verbrennungsluft durch die Brennstoffschicht auf dem Roste einer Feuerung der Fall ist, so kann gesetzt werden:

$$\delta = \frac{u_1^2}{g\,R\,(T_1+T_2)}\left[(1+\zeta)\left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 - 1\right]$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 - \delta; \qquad \frac{u_2}{u_1} = \frac{F_1}{F_2}\,\frac{T_2}{T_1}\,\frac{p_1}{p_2}$$

b. Bewegung auf längerer Strecke von constantem Querschnitt.

60.

Bewegung eines Gases in einem Canal (einer Röhre), dessen Wand die Wärme nicht leitet.

Wenn der Canal horizontal ist oder wenn man wenigstens von dem Einfluss der Schwere absieht (mit um so geringerem Fehler, je kleiner die Länge und die Neigung des Canals gegen den Horizont, und je grösser die Druckdifferenz des Gases am Anfang und Ende des Canals ist), wenn ferner für den Anfang des Canals gegeben sind:

der Druck $= p_1$,
die absolute Temperatur $= T_1$,

die Geschwindigkeit $= u_1$ oder

die Geschwindigkeitshöhe $\frac{u_1^2}{2g} = h_1$,

so ist in der Entfernung x vom Anfang des Canals, längs der Mittellinie desselben gemessen, die Geschwindigkeitshöhe h bestimmt durch die Gleichung:

$$\left(\frac{R\,T_1}{h_1} + \frac{n-1}{n}\right)\left(1 - \frac{h_1}{h}\right) - \frac{n+1}{n} \ln \frac{h}{h_1} = 2\lambda \frac{x}{d}$$

dann die Geschwindigkeit: $u = \sqrt{2gh}$

die absolute Temperatur: $T = T_1 - \frac{n-1}{n} \frac{h - h_1}{R}$

der Druck: $p = R\,T \frac{G}{F\,u}$

Bedeutung der Buchstaben: siehe Nr. 45 und 54.

Uebrigens findet man selbst für sehr lange Röhren und grosse Geschwindigkeiten die Temperaturdifferenz $(T_1 - T)$ stets nur so klein, dass es gerechtfertigt ist, in solchen Fällen, in welchen die Wärmeleitungsfähigkeit der Canalwand nicht besonders in Rechnung gestellt werden muss, die einfachere Voraussetzung $T =$ Const. der Rechnung zu Grunde zu legen.

61.

Bewegung eines Gases in einem Canal (einer Röhre) unter der Voraussetzung constanter Temperatur.

(Bedeutung der Buchstaben: Nr. 45 und Nr. 54.)

Ist die constante absolute Temperatur des Gases $= T$, so ist die Geschwindigkeitshöhe $h = \frac{u^2}{2g}$ in der längs der Mittellinie gemessenen Entfernung x vom Anfange des Canals bestimmt durch die Gleichung:

$$\left(\frac{R\,T}{2h} - 1\right) dh = \left(\lambda \frac{h}{d} - \cos\psi\right) dx$$

In der Regel ist $\frac{R\,T}{2h}$ eine grosse Zahl, z. B. für atmosphärische Luft von gewöhnlicher Temperatur schon dann > 100, wenn nur $u < 30$ Mtr. pro Secunde ist. Wenn man in solchem Falle 1 gegen $\frac{R\,T}{2h}$ vernachlässigt, ergiebt sich durch Integration *bei constanter Neigung des Canals* ($\psi =$ Const. von $x = 0$ bis $x = x$) für h die Gleichung:

$$\ln \frac{1 - \dfrac{d \cos\psi}{\lambda h}}{1 - \dfrac{d \cos\psi}{\lambda h_1}} = \frac{2x \cos\psi}{R\,T}$$

Darin ist $h_1 = \frac{u_1^2}{2g}$ die Geschwindigkeitshöhe des Gases am Anfange des Canals, und unter ψ ist der Winkel zu verstehen, unter welchem die Strömungsrichtung gegen die Verticale geneigt ist, so dass z. B. $\cos\psi = \pm 1$ ist, wenn ein verticaler Canal abwärts oder aufwärts vom Gase durchströmt wird.

Bei einem *horizontalen Canal* oder wenn von der Wirkung der Schwere abgesehen wird, hat man für h die Gleichung:

$$\frac{R\,T}{2}\left(\frac{1}{h_1}-\frac{1}{h}\right)=\lambda\,\frac{x}{d}$$

In allen Fällen ergiebt sich aus der Geschwindigkeitshöhe h:

$$\text{die zugehörige Geschwindigkeit } u = \sqrt{2\,g\,h}$$

$$\text{und der Druck } p = R\,T\,\frac{G}{F\,u}.$$

Ist der *Druckverlust* $= p_1 - p$ *für die Canalstrecke* x *sehr klein*, wie z. B. bei einer Leuchtgasleitung, wobei selbst für eine ganze Stadt von dem Gasometer der Gasanstalt bis zu den entferntesten Stellen der Strassenleitung dieser Druckverlust nur höchstens etwa 30 Millim. Wassersäule oder 0·003 Atm. beträgt, so kann gesetzt werden:

$$\frac{p_1 - p}{p_1} = \lambda\,\frac{x}{d}\,\frac{u_1^2}{2\,g\,R\,T}$$

Für atmosphärische Luft ist:

$$2\,g\,R = 575, \text{ entsprechend } g = 9{\cdot}81 \text{ und } R = 29{\cdot}3.$$

62.

Erfahrungscoefficienten für die Bewegung der Luft in Röhren.

Der in den Formeln von Nr. 59 und 60 vorkommende Coefficient λ ergiebt sich aus Versuchen von *Girard*, *d'Aubuisson* und *Pecqueur* im Durchschnitt = 0·024, aus Versuchen von *Buff* = 0·0375. *Weisbach* fand denselben in hohem Grade von der Geschwindigkeit u abhängig, ungefähr der empirischen Formel entsprechend:

$$\lambda = \frac{0{\cdot}12}{\sqrt{u}}$$

wonach z. B. für u =	9	16	25	36
λ =	0·04	0·03	0·024	0·02

wäre. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, dass diese Formel aus Versuchen mit Messing-, Zink- und Glasröhren von 1 bis 2·4 Centim. Weite abgeleitet wurde, bei welchen die Geschwindigkeit u = 25 bis 150 Mtr. pro Secunde war, und dass für kleinere Geschwindigkeiten die Formel vermuthlich zu grosse Werthe von λ liefert. Vom Material der Röhre zeigte sich λ kaum merklich abhängig, nahm aber etwas ab mit zunehmender Weite d.

Den Coefficienten des besonderen Widerstandes, welchen bei der Bewegung der Luft in einer Röhre die plötzliche Richtungsänderung durch ein Knie oder die allmählige Richtungsänderung durch einen Kropf, in beiden Fällen um 90°, verursacht, fand *Weisbach*

	Knie.	Kropf.
bei einer Rohrweite von 1 Centim.: ζ =	1·61	0·48
„ „ „ „ 1·4 „ : ζ =	1·24	0·47

63.

Bewegung eines Gases in einem Canal, dessen Wand eine wesentliche Wärmeübertragung nach Aussen hin oder von Aussen her vermittelt.

Ausser den Bezeichnungen in Nr. 45 und Nr. 54 sei noch:

P' derjenige Theil des Umfanges $= P$ eines Querschnitts $= F$, welcher dem Wandtheil angehört, durch den die Wärmeübertragung stattfindet,

T' die absolute Temperatur des Mediums, welches diesen Wandtheil von Aussen berührt,

k der Wärmeüberführungs-Coefficient, d. h. die Wärmemenge, welche durch 1 Quadratmeter Wandfläche in 1 Secunde und für jeden Grad Temperaturdifferenz der beiderseits angrenzenden Medien übertragen wird,

c_1 die specifische Wärme des durch den Canal strömenden Gases für constanten Druck,

$a = \frac{G c_1}{k P'}$.

Ebenso wie die Grössen:

$$\psi, \quad F, \quad P, \quad \text{folglich } d = \frac{4F}{P}$$

seien auch die Grössen:

$$T', \quad k, \quad P', \quad \text{folglich } a$$

für die ganze in Rechnung gezogene Länge des Canals constant.

Sind ferner der Druck, die absolute Temperatur und die Geschwindigkeit des Gases

am Anfange der betrachteten Canalstrecke $= p_1 \quad T_1 \quad u_1$

in der Entfernung x davon . . . . $= p \quad T \quad u$

so hat man bei Vernachlässigung des untergeordneten Einflusses, welchen die Aenderung von u sowie die Schwere auf die Aenderung von T ausüben:

$$T = T' + (T_1 - T')\, e^{-\frac{x}{a}}$$

$e =$ Basis der natürlichen Logarithmen; dann für p die Gleichung:

$$\frac{1}{2}\left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^2\right] = \frac{\frac{1}{\alpha}\left[\lambda \frac{x}{d} + \left(\lambda \frac{a}{d} - 2\right)\frac{T_1 - T}{T'}\right] - \frac{\cos\psi}{R T'}\left(x + a \ln \frac{T}{T_1}\right)}{1 - \frac{\cos\psi}{R T'}\left(x + a \ln \frac{T}{T_1}\right)}$$

$$\text{mit } \alpha = \frac{2 g R}{T'}\left(\frac{T_1}{u_1}\right)^2$$

Endlich ist:

$$\frac{u}{u_1} = \frac{T}{T_1} \cdot \frac{p_1}{p}$$

Setzt man $p = p_1 (1 - \delta)$, so ist gewöhnlich δ ein sehr kleiner Bruch und hinreichend genau:

$$\delta = \frac{1}{\alpha}\left[\lambda \frac{x}{d} + \left(\lambda \frac{a}{d} - 2\right)\frac{T_1 - T}{T'}\right] - \frac{\cos\psi}{R T'}\left(x + a \ln \frac{T}{T_1}\right)$$

3. Bewegung der Dämpfe, insbesondere des Wasserdampfs.

64.

Fundamentalgleichungen für die Bewegung gesättigter Dämpfe.

Der gesättigte Dampf kann im Allgemeinen mehr oder weniger feucht, d. h. mit tropfbarer Flüssigkeit von derselben Art gemischt sein, und es sei dann:

y die Dampfmenge in Kilogr., welche an irgend einer Stelle des Canals in 1 Kilogr. des Gemisches enthalten ist,

w das specifische Volumen der tropfbaren Flüssigkeit,

$w + \Delta$ das specifische Volumen des Dampfs, also

$w + y\Delta$ das specifische Volumen des Gemisches,

q und r: siehe Nr. 33,

x, ψ, F, p, T, u, G, dQ_1, d, λ: siehe Nr. 45.

Durch die Gleichungen:

$$F u = G (w + y\Delta)$$

$$A \frac{u\,du}{g} + A w\,dp + dq + d(yr) = A\,dx \cos\psi + dQ_1$$

$$dq + T\,d\frac{yr}{T} = dQ_1 + A\lambda \frac{dx}{d} \frac{u^2}{2g}$$

$$\frac{u\,du}{g} + w\,dp + \frac{yr}{AT}\,dT = dx \cos\psi - \lambda \frac{dx}{d} \frac{u^2}{2g}$$

worin T, Δ, q und r bekannte Functionen von p sind (für Wasserdampf: siehe die Tabelle in Nr. 32 mit $T = 273 + t$, $\Delta = u$, $r = \varrho + A p u$) und von welchen jede der drei Letzteren aus den beiden anderen folgt, sind p, y und u als Functionen von x bestimmt, wenn diese Grössen für einen bestimmten Werth von x bekannt, wenn ferner F und ψ als Functionen von x gegeben sind, sowie auch die Constante G und das Gesetz der Wärmeleitung der Canalwand gegeben ist.

65.

Ausfluss eines Gemisches von gesättigtem Dampf und gleichartiger Flüssigkeit aus der Mündung eines Gefässes.

Es sei:

F die Grösse der Mündung in Quadratmetern,

α der Contractionscoefficient,

φ der Geschwindigkeitscoefficient,

$\mu = \alpha\varphi$ der Ausflusscoefficient,

τ siehe Nr. 37.

Uebrigens ist die Bedeutung der Buchstaben dieselbe, wie in Nr. 64, und es beziehen sich:

$$y \quad \Delta \quad p \quad T \quad \tau \quad q \quad r \quad u$$

auf den Zustand des Gemisches in der Mündung,

$$y_1 \quad \Delta_1 \quad p_1 \quad T_1 \quad \tau_1 \quad q_1 \quad r_1 \quad u_1$$

auf den Zustand im Inneren des Gefässes; Letzteres sei gross genug, um $u_1 = 0$ setzen zu dürfen. Der Zustand im Inneren des Gefässes sei gegeben, sowie der äussere Druck an der Mündung $= p$. Dann ist, wenn

$$f(p) = A\,w\,(p_1 - p) + q_1 - q + \frac{y_1 r_1}{T_1}(T_1 - T) - T(\tau_1 - \tau)$$

gesetzt wird, die Ausflussgeschwindigkeit:

$$u = \varphi\sqrt{2g\frac{f(p)}{A}}$$

der verhältnissmässige Dampfgehalt des Gemisches in der Mündung:

$$y = \frac{1}{r}\left[y_1 r_1 + A\,w\,(p_1 - p) + q_1 - q - \varphi^2 f(p)\right]$$

und die Ausflussmenge in Kilogr. pro Secunde:

$$G = \frac{\alpha F u}{w + y\varDelta} = \frac{\mu F}{w + y\varDelta}\sqrt{2g\frac{f(p)}{A}}$$

Die Formeln sind nicht mehr gültig, wenn $y > 1$ wird, was bei grossem Widerstande eines Mundstücks, also bei kleinem Werthe von φ, für Aetherdampf in Folge seines entgegengesetzten Verhaltens (Nr. 36) schon mit $\varphi = 1$ der Fall sein kann.

Wenn insbesondere Wasserdampf, welcher im Inneren des Gefässes zwar gesättigt, aber nicht nass ist ($y_1 = 1$), in die freie Luft ausfliesst ($p = 10333$), liefern die obigen Formeln mit $\alpha = \varphi = 1$, womit

$$y = \frac{T}{r}\left(\frac{y_1 r_1}{T_1} + \tau_1 - \tau\right)$$

wird, nach *Zeuner* die folgenden Werthe:

p_1 Atm.	u Mtr.	y	G Kilogr.	p_1 Atm.	u Mtr.	y	G Kilogr.
2	481·7	0·960	304·1 F	8	834·9	0·884	572·0 F
3	606·6	0·937	392·3 „	9	858·3	0·878	592 0 „
4	681·5	0·921	448·3 „	10	878·7	0·873	609·8 „
5	734·3	0·909	489·4 „	11	896·8	0·868	625·9 „
6	774·9	0·899	522·0 „	12	913·0	0·864	640·2 „
7	807·6	0·891	549·0 „	13	927·7	0·860	653·5 „

Wenn man in obigen Gleichungen die Glieder mit w vernachlässigt, ferner (c siehe Nr. 26):

$$q_1 - q = c\,(T_1 - T);\quad \tau_1 - \tau = c\ln\frac{T_1}{T}$$

setzt, so ist einfacher:

$$f(p) = \left(c + \frac{y_1 r_1}{T_1}\right)(T_1 - T) - c\,T\ln\frac{T_1}{T};\quad u = \varphi\sqrt{2g\frac{f(p)}{A}}$$

$$y = \frac{1}{r}\left[y_1 r_1 + c\,(T_1 - T) - \varphi^2 f(p)\right];\quad G = \frac{\alpha F u}{y\varDelta}$$

Ist p_1 nur wenig $> p$, so kann auch gesetzt werden:

$$f(p) = y_1 r_1 \frac{T_1 - T}{T_1}$$

66.

Angenäherte Gleichungen für die Bewegung gesättigter oder überhitzter Dämpfe, wenn keine wesentliche Wärmeleitung durch die Canalwand stattfindet.

Wenn man von der Wärmeleitung der Canalwand und zugleich von der durch die Widerstände entwickelten Wärme abstrahirt (beide Fehler sind von entgegengesetztem Einfluss, sofern die Temperatur des Dampfs höher als die äussere Temperatur ist), so kann man setzen:

$$p v^n = p_1 v_1^n = \text{Const.}$$

Insbesondere für Wasserdampf ist dabei:

$n = \frac{4}{3}$ für überhitzten Dampf (Nr. 42),

$n = 1{\cdot}035 + 0{\cdot}1\, y_1$ für ein Gemisch von gesättigtem Dampf und Wasser (Nr. 37), wenn $y_1 > 0{\cdot}7$ die verhältnissmässige Dampfmenge in 1 Kilogr. des Gemisches am Anfange des Canals resp. im Inneren des Gefässes bedeutet.

Mit den Bezeichnungen von Nr. 45 hat man nun nach der Continuitätsgleichung und nach der Gleichung der lebendigen Kraft:

$$F u = G \left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{1}{n}} v_1$$

$$\frac{u\, du}{g} + p_1 v_1 \left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{1}{n}} d\left(\frac{p}{p_1}\right) = dx \cos\psi - \lambda \frac{dx}{d} \frac{u^2}{2g}$$

wodurch im Allgemeinen p und u als Functionen von x bestimmt sind. Dann ist:

$$v = \left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{1}{n}} v_1$$

und T für überhitzte Dämpfe durch die Zustandsgleichung (Nr. 39) oder für gesättigte Dämpfe auch unmittelbar mit p bestimmt.

67.

Ausfluss gesättigten oder überhitzten Dampfs aus der Mündung eines Gefässes.

Unter der Voraussetzung von Nr. 66 hat man, wenn

p_1 den Druck, v_1 das specifische Volumen des Dampfs im Inneren des Gefässes,
p den äusseren Druck an der Mündung,
F die Grösse der Mündung,
φ und α Coefficienten bedeuten, durch welche dem Bewegungswiderstande, der etwa stattfindenden äusseren Contraction und zugleich den Fehlern der Voraussetzung Rechnung getragen werden soll, und wenn

$$1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = f(p)$$

gesetzt wird, die Ausflussgeschwindigkeit:

$$u = \varphi \sqrt{\frac{n}{n-1}\, 2\, g\, p_1\, v_1\, f(p)} \text{ Mtr.}$$

und die pro Secunde ausfliessende Dampfmenge in Kilogr.:

$$G = \alpha F u \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{v_1}$$

Folgende Tabelle enthält die Werthe von

$$\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}} \text{ und } f(p)$$

1) für $n = \frac{4}{3}$, d. h. für überhitzten Wasserdampf,

2) für $n = 1{\cdot}135$, d. h. für gesättigten, aber nicht nassen Wasserdampf,

3) für $n = 1{\cdot}125$, d. h. für gesättigten Wasserdampf mit 10 % Wassergehalt im Inneren des Gefässes.

Im ersten Falle sind die Formeln an die Voraussetzung gebunden, dass der Dampf auch in der Mündung noch überhitzt ist, dass also $v = \left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{1}{n}} v_1$ grösser ist, als das specifische Volumen gesättigten Dampfs vom Drucke p.

$\frac{p}{p_1}$	$n = \frac{4}{3}$		$n = 1{\cdot}135$		$n = 1{\cdot}125$	
	$\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}}$	f(p)	$\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}}$	f(p)	$\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}}$	f(p)
0·9	0·9240	0·0260	0·9114	0·0125	0·9106	0·0116
0·8	0·8459	0·0543	0·8215	0·0262	0·8201	0·0245
0·7	0·7653	0·0853	0·7303	0·0416	0·7283	0·0388
0·6	0·6817	0·1199	0·6376	0·0590	0·6350	0·0552
0·5	0·5946	0·1591	0·5430	0·0792	0·5400	0·0741
0·45	0·5494	0·1810	0·4949	0·0907	0·4917	0·0849
0·4	0·5030	0·2047	0·4461	0·1033	0·4429	0·0968
0·35	0·4550	0·2308	0·3966	0·1175	0·3933	0·1101
0·3	0·4054	0·2599	0·3462	0·1335	0·3430	0·1252
0·25	0·3536	0·2929	0·2948	0·1521	0·2916	0·1428
0·2	0·2991	0·3313	0·2422	0·1743	0·2392	0·1637
0·15	0·2410	0·3777	0·1880	0·2021	0·1852	0·1901
0·12	0·2039	0·4114	0·1544	0·2230	0·1519	0·2099
0·1	0·1778	0·4377	0·1315	0·2397	0·1292	0·2257
0·08	0·1504	0·4682	0·1080	0·2596	0·1059	0·2447
0·06	0·1212	0·5051	0·0839	0·2845	0·0820	0·2685

Die Werthe von u und G, welche hiernach für den Ausfluss gesättigter Dämpfe gefunden werden, sind von den Resultaten der genaueren Formeln in Nr. 65 nur sehr wenig verschieden. Für den Ausfluss gesättigten, aber nicht nassen Wasserdampfs in die freie Luft ergiebt sich z. B. mit $\alpha = \varphi = 1$ und

$p_1 =$	2	4	10	Atm.
$u =$	481·8	681·9	880·4	Mtr.
$G =$	304·3 F	448·3 F	610·2 F	Kilogr.

68.

Zustandsänderung des in einem Canal strömenden Dampfes in Folge einer plötzlichen Querschnittsänderung und eines besonderen Widerstandes an einer gewissen Stelle.

Es sei der Querschnitt, der Druck, das specifische Volumen und die Geschwindigkeit

vor der fraglichen Stelle $= F_1 \quad p_1 \quad v_1 \quad u_1$

hinter „ „ „ $= F_2 \quad p_2 \quad v_2 \quad u_2$

und der betreffende Widerstandscoefficient (Nr. 46) $= \zeta$. Dann sind p_2 und u_2 unter der Voraussetzung von Nr. 66 bestimmt durch die Gleichungen:

$$1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \frac{n-1}{n} \frac{u_1^2}{2\,g\,p_1 v_1} \left[(1+\zeta)\left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{2}{n}} - 1\right]$$

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{n}}$$

Bedeutung von n: siehe Nr. 66.

Setzt man $p_2 = p_1(1 - \delta)$, so ist gewöhnlich δ ein kleiner Bruch und dann näherungsweise:

$$\delta = \frac{u_1^2}{2\,g\,p_1 v_1} \left[(1+\zeta)\left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2 - 1\right]$$

69.

Bewegung des Dampfs in einer Canalstrecke von constantem Querschnitt und constanter Neigung, durch deren Wand keine wesentliche Wärmeleitung stattfindet, und in welcher nur der allgemeine Canalwiderstand zu überwinden ist.

Es seien der Druck, das specifische Volumen und die Geschwindigkeit:

am Anfang der Canalstrecke $= p_1 \quad v_1 \quad u_1$

in der Entfernung x davon $= p \quad v \quad u$

ψ, d, λ siehe Nr. 45,

n siehe Nr. 66.

Unter der Voraussetzung von Nr. 66 hat man (mit einem Fehler von höchstens etwa 1 % bis zu Geschwindigkeiten von 25 Mtr. pro Secunde) für p die Gleichung:

$$1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n+1}{n}} = \frac{n+1}{n} \frac{x}{p_1 v_1} \left\{\lambda \frac{u_1^2}{2\,g\,d} - \frac{\cos\psi}{2}\left[1 + \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{2}{n}}\right]\right\}$$

Danach sind v und u bestimmt durch:

$$\frac{v}{v_1} = \frac{u}{u_1} = \left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{1}{n}}$$

Ist $p = p_1 (1 - \delta)$ und dabei, wie gewöhnlich, δ ein kleiner Bruch, so ist näherungsweise:

$$\delta = \frac{x}{p_1 v_1} \left(\lambda \frac{u_1^2}{2 g d} - \cos \psi\right)$$

Vorbehaltlich specieller Versuche ist bis auf Weiteres der Coefficient λ nach Nr. 62 zu nehmen wie für die Bewegung von Luft.

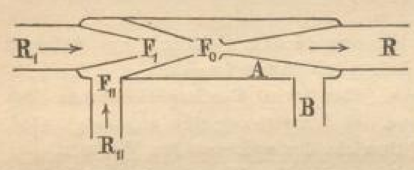
B. Dampfstrahlpumpe.

70.

Erklärung und Bezeichnungen.

Die Dampfstrahlpumpe oder der Injector ist ein Apparat zur Förderung von Wasser vermittelst der lebendigen Kraft des aus einer Mündung ausströmenden Wasserdampfs; er kann eine gewöhnliche Pumpe in solchen Fällen mit Vortheil ersetzen, wo zugleich die Wärme des geförderten Wassers, welche theils von der Körperwärme des Dampfs, theils von der mit der Condensation desselben verbundenen äusseren Arbeit, sowie von Arbeitsverlusten durch Stoss und Reibungswiderstände herrührt, nützliche Verwendung findet, wie es namentlich bei der Förderung des Speisewassers von Dampfkesseln der Fall ist, und zwar nicht nur bei der unmittelbaren Kesselspeisung, sondern auch in anderen Fällen, z. B. auf den Wasserstationen von Eisenbahnen zur Förderung vorgewärmten Wassers in die Behälter, von welchen aus die Füllung des Tenders stattfindet. Das Princip des Apparates ist folgendes (Fig. 3):

Fig. 3.



In das Gehäuse $F_1 F_2$ münden die Dampfzuflussröhre R_1 und die Wasserzuflussröhre R_2. Der Dampf wird durch Mischung mit dem kälteren Wasser condensirt. Die äussere Arbeit, welche dieser Condensation entspricht, setzt sich in Wärme (äussere Condensationswärme) um, welche ebenso wie die Dampfwärme an das aus der Mischung resultirende Wasser als freie Wärme übergeht. Auch von der lebendigen Kraft des bei F_1 ausfliessenden Dampfs geht durch den Stoss infolge der plötzlichen Geschwindigkeitsabnahme dieses Dampfs und der plötzlichen Geschwindigkeitszunahme des bei F_2 zufliessenden Wassers ein Theil unter Umsetzung in Wärme als lebendige Kraft verloren; der übrige Theil verbleibt dem resultirenden warmen Wasser, welches bei F_0 aus der engen düsenförmigen Mündung des Condensationsraums mit entsprechend grosser Geschwindigkeit ausfliesst. Dieser Wasserstrahl wird von der Einmündung des Druckrohrs R aufgefangen, welche zwar, um dieses Auffangen zu sichern und eine Verspritzung am Rande zu vermeiden, nach Aussen hin sich trichterförmig etwas erweitert, deren kleinster Querschnitt aber nur ebenso gross sein darf, wie der Ausmündungsquerschnitt des Condensationsraums, um das Ansaugen von Luft oder Wasser aus dem

Raum A zu vermeiden, welcher die Uebertrittsstelle F_0 umgiebt. In dem Maasse wie das Druckrohr R von der Einmündung aus allmählig sich erweitert, die Geschwindigkeit des Wassers also abnimmt, wird der Druck entsprechend grösser und somit geeignet, das Wasser auf eine gewisse Höhe zu heben oder in einen Raum zu pressen, in welchem ein gewisser höherer Druck herrscht.

Es sei für 1 Mtr. als Längeneinheit, 1 Kilogr. als Gewichts- oder Krafteinheit und 1 Secunde als Zeiteinheit:

l_1 die Länge, d_1 die Weite der Dampfzuflussröhre,
d' die volle Weite ihrer kreisförmigen Mündung,
F_1 die Grösse der Ausflussöffnung des Dampfs, welche höchstens $= \frac{\pi d'^2}{4}$ ist, infolge theilweiser Ausfüllung der Mündung durch die conische Spitze einer den Dampfzufluss regulirenden Spindel jedoch auch kleiner sein kann,
p_1 der Druck, t_1 die entsprechende Temperatur in dem Behälter, aus welchem der Dampf zufliesst, gemessen an einer Stelle, welche um
h_1 höher liegt, als der Condensationsraum des Apparates,
y_1 der verhältnissmässige Dampfgehalt des im Allgemeinen schon mehr oder weniger feucht zufliessenden Dampfs, also $(1 - y_1)$ Kilogr. der Wassergehalt in 1 Kilogr. desselben,
γ_1 das specifische Gewicht dieses Dampfs, welches genau genug $= \frac{1}{y_1 v_1}$ gesetzt werden kann, unter
v_1 das specifische Volumen gesättigten Dampfs vom Drucke p_1 verstanden,
ζ_1 der Widerstandscoefficient für die Bewegung des Dampfs in der Zuflussröhre, bezogen auf:
u_1 = der Geschwindigkeit, mit welcher der Dampf aus der Oeffnung F_1 ausfliesst,
m_1 das Gewicht des pro Secunde ausfliessenden Dampfs,
γ' das specifische Gewicht desselben in der Ausflussöffnung;
l_2 die Länge, d_2 die Weite der Wasserzuflussröhre,
F_2 die Grösse der Oeffnung, durch welche das Wasser in den Condensationsraum einfliesst,
p_2 der Druck an der Oberfläche des Wassers in dem Behälter, aus welchem dasselbe zufliesst (gewöhnlich = dem Atmosphärendruck),
h_2 die Höhe dieser Wasseroberfläche über dem Condensationsraum des Apparates, welche negativ ist, wenn das Wasser zugleich angesaugt wird,
t_2 die Temperatur, γ_2 das specifische Gewicht des zufliessenden Wassers,
ζ_2 der Widerstandscoefficient für die Bewegung des Wassers in der Zuflussröhre, bezogen auf:
u_2 = der Ausflussgeschwindigkeit in der Mündung F_2,
m_2 das Gewicht des pro Secunde zufliessenden und geförderten Wassers;
p' der Druck im Condensationsraum des Apparates, also auch des Dampfs in der Mündung F_1 und des Wassers in der Mündung F_2;
d_0 der Durchmesser, $F_0 = \frac{\pi d_0^2}{4}$ die Grösse des kleinsten Querschnitts an der Einmündung des Druckrohrs,
u_0 die Geschwindigkeit des Wassers in diesem Querschnitte,
p_0 der äussere Druck an der Uebertrittsstelle von der Ausmündung des Condensationsraums zur Einmündung des Druckrohrs, also auch der Druck des Wassers im Querschnitte F_0 (gewöhnlich = dem Atmosphärendruck, bei

dem Injector von *Schau* aber: $p_0 = p'$, indem hier der Raum A, (Fig. 3), welcher die Uebertrittsstelle des Wasserstrahls umgiebt, mit dem Condensationsraum communicirt),

γ_0 das specifische Gewicht des in das Druckrohr eintretenden Wassers im Querschnitte F_0, welches $< \gamma_2$ ist nicht nur wegen der höheren Temperatur, sondern auch hauptsächlich deswegen, weil das in das Druckrohr einfliessende Wasser noch mehr oder weniger uncondensirte Dampftheilchen beigemischt enthält,

γ das specifische Gewicht des Wassers in dem Druckrohr nach erfolgter Condensation der bei Eintritt unter dem niederen Drucke p_0 noch beigemischten Dampftheilchen, welches also nur wegen der höheren Temperatur etwas $< \gamma_2$ ist,

t die Temperatur des Wassers im Druckrohr, welche auch im Querschnitte F_0 ebenso gross gesetzt werden darf, indem die geringe Wärmemenge, welche durch die Condensation der hier noch beigemischten Dampftheilchen frei wird, ungefähr als aufgewogen zu betrachten ist durch die Wärmeleitung der Rohrwand,

l die Länge, d die Weite der Druckröhre,

p der Druck in dem Raum, in welchen das Wasser gefördert wird, gemessen an einer Stelle, welche um

h höher liegt, als der Condensationsraum des Apparates,

ζ der Widerstandscoefficient für die Bewegung des Wassers in der Druckröhre, bezogen auf die Geschwindigkeit u_0,

u die Ausflussgeschwindigkeit des Wassers aus der Druckröhre.

Um die Wirkung des Apparates verschiedenen Umständen anzupassen, sowie auch zum Zweck der Ingangsetzung sind im Allgemeinen die Querschnitte F_1 und F_2 beide regulirbar, wie bei dem ursprünglichen Apparat von *Giffard*, bei der verbesserten Construction von *Turk* u. A. Die Regulirbarkeit von F_1 (durch die conische Spitze einer Spindel, welche mehr oder weniger die Mündung des Dampfrohrs ausfüllt) ist unerlässlich, wenn der Apparat das Wasser ansaugen und ohne Zuhilfenahme einer mit der Wasserzuflussröhre vorübergehend zu verbindenden Druckwassersäule soll in Gang gesetzt werden können. Die Regulirbarkeit von F_2, welche dadurch erreicht zu werden pflegt, dass das Wasserzuflussrohr nicht seitwärts, sondern in der Richtung der Axe des Apparats mit einer das Dampfrohr umgebenden, veränderlichen ringförmigen Oeffnung in den Condensationsraum einmündet, ist eher entbehrlich und fehlt z. B. bei der Construction nach dem Patent *Schäffer und Budenberg*. Bei solchen Apparaten, welche das Wasser nicht anzusaugen haben und stets unter ganz ähnlichen Umständen, z. B. zur Speisung eines Locomotivkessels benutzt werden sollen, können beide Mündungen F_1 und F_2 unveränderlich sein, wie bei den Injectoren von *Krauss* und von *Schau*.

71.

Widerstandscoefficienten.

Es sei:

l_0 die Länge des conischen Anfangsstücks der Druckröhre von der Weite d_0 bis zur Weite d,

ζ_0 der Widerstandscoefficient dieses Rohrstücks, bezogen auf die Geschwindigkeit u_0,

ϑ der Widerstandscoefficient des Druckventils und sonstiger besonderer Widerstände im Druckrohr, bezogen auf die Geschwindigkeit im Querschnitte $\frac{\pi d^2}{4}$.

Dann ist:

$$\zeta = \zeta_0 + \left(\lambda \frac{l}{d} + \vartheta\right)\left(\frac{d_0}{d}\right)^4 \text{mit } \zeta_0 = \frac{\lambda}{4}\frac{l_0}{d}\left(1 + \frac{d_0}{d}\right)\left[1 + \left(\frac{d_0}{d}\right)^2\right]$$

Ist ferner ϑ_1 der Coefficient besonderer Widerstände in der Dampfzuflussröhre, bezogen auf die Geschwindigkeit im Querschnitte $\frac{\pi d_1^2}{4}$, so ist:

$$\zeta_1 = \left(\lambda_1 \frac{l_1}{d_1} + \vartheta_1\right)\left(\frac{4 F_1}{\pi d_1^2}\right)^2$$

worin für die Maximalleistung bei voller Oeffnung des Mundstücks, oder falls F_1 überhaupt nicht regulirt werden kann, zu setzen ist: $\frac{4 F_1}{\pi d_1^2} = \left(\frac{d'}{d_1}\right)^2$.

Ist endlich ϑ_2 der Coefficient besonderer Widerstände in der Wasserzuflussröhre, bezogen auf die Geschwindigkeit im Querschnitte $\frac{\pi d_2^2}{4}$, so ist:

$$\zeta_2 = \left(\lambda_2 \frac{l_2}{d_2} + \vartheta_2\right)\left(\frac{4 F_2}{\pi d_2^2}\right)^2$$

Dabei kann, falls F_2 nicht regulirbar ist, sonst aber wenigstens für die Maximalleistung, $F_2 = \frac{\pi d_2^2}{4}$ gemacht werden.

Setzt man für gewöhnlich:

$$\zeta_0 = \lambda;\quad \lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = 0{\cdot}03;\quad \vartheta = \vartheta_1 = 3;\quad \vartheta_2 = 1$$

so wird:

$$\zeta = 0{\cdot}03\left[1 + \left(\frac{l}{d} + 100\right)\left(\frac{d_0}{d}\right)^4\right]$$

und (event. für die Maximalleistung):

$$\zeta_1 = 0{\cdot}03\left(\frac{l_1}{d_1} + 100\right)\left(\frac{d'}{d_1}\right)^4$$

$$\zeta_2 = 0{\cdot}03\,\frac{l_2}{d_2} + 1$$

72.
Zustand des Wassers in der Druckröhre.

Bei Vernachlässigung untergeordneter Einflüsse ergiebt sich etwas zu gross, übrigens genau genug:

$$t = \frac{m_1 W_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2} \text{ mit } W_1 = 606{\cdot}5 + 0{\cdot}305\, t_1$$

Das specifische Gewicht γ ist so wenig mit t veränderlich, dass dafür stets derselbe Werth, etwa $\gamma = 9{\cdot}81 = 100$ g gesetzt werden darf (streng genommen einer Temperatur von etwa 55° entsprechend).

Das specifische Gewicht γ_0 des mit Dampftheilchen vermischten Wassers im Querschnitte F_0 kann dagegen nur durch Vergleichung der Resultate von Versuchen mit der Gleichung:

$$m_1 + m_2 = \gamma_0 F_0 u_0$$

ermittelt werden, in welcher

$$u_0 = \sqrt{\frac{2g}{\gamma} \frac{p + \gamma h - p_0}{1 - \zeta}} = \sqrt{\frac{0{\cdot}02}{1 - \zeta} (p + \gamma h - p_0)}$$

zu setzen ist. Die wenigen Versuchsresultate, welche zu diesem Zwecke dem Verfasser bisher zur Verfügung standen, leiden freilich an verschiedenen Mängeln und lassen das Abhängigkeitsgesetz der Grösse γ_0 noch nicht mit Sicherheit erkennen. Jedenfalls ist unter übrigens gleichen Umständen γ_0 um so kleiner, je grösser t, und man scheint der Wahrheit ziemlich nahe zu kommen, wenn man bis auf Weiteres

$$\gamma_0 = 1100 - 5t \quad \text{für } t = 25^0 - 85^0$$

setzt unter der Voraussetzung, dass m_1, somit auch t nicht wesentlich grösser ist, als es die regelrechte Wirkung des Apparats unter den gegebenen Umständen erfordert, sowie dass $p_0 =$ dem Atmosphärendruck oder (im Falle: $p_0 = p'$) nur wenig davon verschieden, und dass endlich die Mündung des Condensationsraums etwas $> F_0$ ist, um das Ansaugen von Luft durch den in die Druckröhre einfliessenden Strahl, wodurch γ_0 erheblich kleiner werden kann, zu vermeiden. Bei dem Injector von *Schau* ist dieser letztere Uebelstand zwar principiell vermieden, doch ist es auch bei ihm zu empfehlen, die Mündung des Condensationsraums nicht $< F_0$ zu machen.

73.

Allgemeine Formeln zur Beurtheilung der Leistungsfähigkeit einer Dampfstrahlpumpe von gegebenem kleinstem Durchmesser d_0 des Druckrohrs unter gegebenen Umständen, sowie zur Berechnung der erforderlichen Mündungsweite d' des Dampfrohrs.

Es seien gegeben (siehe Nr. 70) die Grössen:

$$t_2 \quad h_1 \quad h_2 \quad h \quad l_1 \quad l_2 \quad l \quad d_1 \quad d_2 \quad d \quad y_1 \quad p_1 \quad p_2 \quad p \quad p_0$$

Durch y_1 und p_1 sind auch γ_1 und t_1 bestimmt; γ_2 kann immer $= 1000$ gesetzt werden.

Die Mündungen des Dampfrohrs und des Wasserzuflussrohrs seien:

$$F_1 = \frac{\pi d'^2}{4}; \quad F_2 = \frac{\pi d_2^2}{4}$$

indem sie mit ihren Maximalwerthen der Rechnung zu Grunde gelegt werden, sofern sie regulirbar sind.

Die Widerstandscoefficienten:

$$\zeta_1 \quad \zeta_2 \quad \zeta$$

sind dann nach Nr. 71 zu berechnen, wobei es in Betreff ζ_1 genügt, für den Durchmesser d' einen vorläufigen Werth nach Schätzung anzunehmen nach Massgabe der Beispiele in Nr. 74.

Nach Nr. 72 findet man u_0, sowie auch t und γ_0, wenn für das Verhältniss $\frac{m_1}{m_2}$

ein vorläufiger Werth angenommen wird, wobei die Beispiele in Nr. 74 als Anhalt dienen können. Danach ist:

$$u_2 = \frac{u_0}{1 + \frac{m_1}{m_2}} \frac{\gamma_0}{\gamma_2} \left(\frac{d_0}{d_2}\right)^2$$

$$p' = p_2 + \gamma_2 h_2 - \gamma_2 (1 + \zeta_2) \frac{u_2^2}{2g}$$

und bei Vernachlässigung des ganz untergeordneten Einflusses von h_1, d. h. bei Vernachlässigung von $\gamma_1 h_1$ gegen p_1:

$$u_1 = \sqrt{\frac{n}{n-1} \frac{2g}{1+\zeta_1} \frac{p_1}{\gamma_1} f(p')}$$

mit $f(p') = 1 - \left(\frac{p'}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$ und $n = 1{\cdot}035 + 0{\cdot}1\, y_1$ (Nr. 66 und 67); endlich:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\frac{u_0(u_0 - u_2)}{g} + \frac{p_0 - p'}{\gamma_0}}{\frac{u_0(u_1 - u_0)}{g} - \frac{p_0 - p'}{\gamma_0}}$$

oder näherungsweise (genau im Falle: $p_0 = p'$):

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{u_0 - u_2}{u_1 - u_0}.$$

Wenn der so gefundene Werth von $\frac{m_1}{m_2}$ mit dem vorläufig angenommenen Werthe dieses Verhältnisses nicht schon genügend übereinstimmt, so sind damit durch Wiederholung der Rechnung corrigirte Werthe von

$$t \quad \gamma_0 \quad u_2 \quad p' \quad u_1 \quad \frac{m_1}{m_2}$$

zu ermitteln bis die genügende Uebereinstimmung erzielt ist, was in der Regel eine nochmalige Wiederholung der Rechnung nicht erfordern wird. Schliesslich ist dann die pro Secunde geförderte Wassermenge:

$$m_2 = \frac{\gamma_0 F_0 u_0}{1 + \frac{m_1}{m_2}} \text{ Kilogr.}$$

und die erforderliche Mündungsweite des Dampfrohrs:

$$d' = d_0 \sqrt{\frac{m_1}{\gamma' u_1} \frac{\gamma_0 u_0}{m_1 + m_2}} \text{ mit } \gamma' = \gamma_1 \left(\frac{p'}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}}$$

Bei dem Injector von *Schau* ist $p_0 = p'$ und somit a priori nicht gegeben; man kann dann vorläufig nach Schätzung p_0 etwas $< p_2 + \gamma_2 h_2$ annehmen und damit in die Rechnung eintreten bis sich ein corrigirter Werth von $p' = p_0$ ergiebt, mit welchem dann nöthigenfalls die Rechnung zu wiederholen ist.

Wenn die Mündung des Dampfrohrs regulirbar ist, so ist der berechnete Werth von d' die wenigstens erforderliche Mündungsweite desselben; der Sicherheit wegen kann man jedoch auch bei constanter Grösse der Mündung ihre Weite etwas grösser machen vorbehaltlich der Regulirung des Dampfausflusses durch einen Hahn in der Dampfröhre.

74.

Formeln und Tabellen für die gewöhnlichen Fälle der Kesselspeisung.

Es sei:

$$h = 0; \quad \gamma_1 = 0{\cdot}9, \quad \text{also } n = \frac{9}{8}$$

$$p_1 = p = 10333\,a; \quad p_2 = p_0 = 10333$$

$$\zeta = \zeta_1 = 0{\cdot}04; \quad \zeta_2 = 4$$

Durch die Werthe von a sind:

$$t_1 \text{ und } \frac{1}{\gamma_1} = 0{\cdot}9\, v_1 \text{ nach der Tabelle in Nr. 32}$$

$$\text{und } W_1 = 606{\cdot}5 + 0{\cdot}305\, t_1$$

bestimmt. Für gegebene Werthe von

$$a, \; p' = 10333\, a' \text{ und } t_2$$

findet man:

$$u_0 = 14{\cdot}67 \sqrt{a-1}$$

$$u_1 = 1324{\cdot}5 \sqrt{\frac{a}{\gamma_1} f(p')}; \quad \gamma' = \gamma_1 \left(\frac{a'}{a}\right)^{\frac{8}{9}}$$

$$f(p') = 1 - \left(\frac{a'}{a}\right)^{\frac{1}{9}} \text{ und } \left(\frac{a'}{a}\right)^{\frac{8}{9}} \text{ siehe Nr. 67.}$$

Mit einem vorläufig angenommenen Werth von $\frac{m_1}{m_2}$ $\left(\text{ungefähr} = \frac{u_0}{u_1 - u_0}\right)$ ergiebt sich dann:

$$t = \frac{t_2 + \frac{m_1}{m_2} W_1}{t + \frac{m_1}{m_2}}; \quad \gamma_0 = 1100 - 5\,t$$

und (dem durchschnittlichen Verhältnisse: $\frac{F_2}{F_0} = \left(\frac{d_2}{d_0}\right)^2 = 20$ entsprechend, nämlich $\frac{d_2}{d_0} = 4$ bis 5, wachsend mit a):

$$u_2 = \frac{\gamma_0\, u_0}{20000\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)}$$

Jetzt kann der Werth des Verhältnisses:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{u_0 - u_2 + \frac{g\,(p_0 - p')}{\gamma_0\, u_0}}{u_1 - u_0 - \frac{g\,(p_0 - p')}{\gamma_0\, u_0}}$$

genauer berechnet und damit nöthigen Falls die Berechnung von t, γ_0, u_2 und $\frac{m_1}{m_2}$ wiederholt werden. Endlich ist:

$$\frac{d'}{d_0} = \sqrt{\frac{20000}{\gamma' u_1} \frac{m_1}{m_2} u_2}$$

und die stündlich geförderte Wassermenge in Kilogrammen oder Litern:

$$M_2 = 3600\ m_2 = A\ d_0^2 \sqrt{a - 1}\ \text{mit}\ A = \frac{0{\cdot}04148\ \gamma_0}{1 + \frac{m_1}{m_2}},$$

in welcher Formel d_0 in Millimetern ausgedrückt vorausgesetzt ist. Die Höhe h_2, welche dem gegebenen Werthe von a′ entspricht, ist:

$$h_2 = 10{\cdot}33\ (a' - 1) + 0{\cdot}255\ u_2^2.$$

Folgende Tabelle enthält die Werthe von u_0 und W_1, welche verschiedenen Werthen von a, sowie die Werthe von u_1 und $\frac{20000}{\gamma' u_1}$, welche verschiedenen Werthen von a und a′ entsprechen.

a	u_0	W_1	a′ = 1		a′ = 0·9		a′ = 0·8	
			u_1	$\frac{20000}{\gamma' u_1}$	u_1	$\frac{20000}{\gamma' u_1}$	u_1	$\frac{20000}{\gamma' u_1}$
2	14·67	643·3	448·5	63·91	480·1	65·57	512·7	68·17
4	25·41	650·4	635·9	43·53	658·7	46·17	680·9	49·56
6	32·80	655·1	725·5	37·41	742·9	40·09	764·1	43·30
8	38·81	658·6	781·3	34·21	798·4	36·77	816·6	39·90
10	44·01	661·5	822·1	32·14	839·2	34·59	856·0	37·66

Damit ergeben sich dann weiter für verschiedene Werthe von a′, t_2 und a die in der folgenden Tabelle enthaltenen Werthe von h_2, $\frac{m_1}{m_2}$, t, $\frac{d'}{d_0}$ und A.

a′	t_2	a	h_2	$\frac{m_1}{m_2}$	t	$\frac{d'}{d_0}$	A
1	15	2	0·11	0·0323	34·7	1·17	37·2
1	15	4	0·31	0·0398	39·3	1·38	36·0
1	15	6	0·49	0·0454	42·8	1·54	35·2
1	15	8	0·66	0·0501	45·7	1·66	34·4
1	15	10	0·82	0·0543	48·3	1·77	33·8
1	30	2	0·09	0·0324	49·2	1·12	34·3
1	30	4	0·26	0·0400	53·9	1·33	33·1
1	30	6	0·41	0·0455	57·2	1·47	32·3
1	30	8	0·56	0·0[illegible]03	60·1	1·59	31·6
1	30	10	0·69	0·0545	62·6	1·70	30·9

a'	t_2	a	h_2	$\frac{m_1}{m_2}$	t	$\frac{d'}{d_0}$	A
1	45	2	0·08	0·0325	63·8	1·07	31·4
1	45	4	0·22	0·0401	68·3	1·27	30·2
1	45	6	0·34	0·0457	71·7	1·41	29·4
1	45	8	0·46	0·0505	74·5	1·52	28·7
1	45	10	0·57	0·0546	76·9	1·62	28·1
0·9	15	2	− 0·92	0·0318	34·4	1·18	37·3
0·9	15	4	− 0·72	0·0391	38·9	1·41	36·1
0·9	15	6	− 0·54	0·0447	42·4	1·58	35·3
0·9	15	8	− 0·37	0·0494	45·3	1·71	34·5
0·9	15	10	− 0·21	0·0534	47·8	1·82	33·9
0·8	15	2	− 1·96	0·0312	34·0	1·19	37·4
0·8	15	4	− 1·75	0·0385	38·6	1·46	36·2
0·8	15	6	− 1·57	0·0439	41·9	1·63	35·4
0·8	15	8	− 1·40	0·0486	44·8	1·77	34·7
0·8	15	10	− 1·23	0·0527	47·4	1·89	34·0

Die Werthe von $\frac{m_1}{m_2}$ und $\frac{d'}{d_0}$ in dieser Tabelle sind als Minimalwerthe zu betrachten. Lässt man mehr Dampf zuströmen, so tritt der Strahl mit grösserer Geschwindigkeit in das Druckrohr ein, als zur Ueberwindung des Gegendrucks nöthig ist; indem aber dann gleichzeitig die Condensation weniger schnell und vollkommen stattfindet, also γ_0 kleiner ausfällt, so ist eine erhebliche Steigerung der geförderten Wassermenge auf diese Weise nicht zu erreichen. Unnöthig viel Dampf zuzulassen, ist auch deshalb nicht zu empfehlen, weil damit die Wärmeverluste wachsen und weil der Apparat um so besser und sicherer arbeitet, je schneller und vollständiger der Dampf condensirt wird.

75.

Folgerungen.

Aus der Tabelle in Nr. 74, welche für den Fall der Kesselspeisung unter Verwendung von Dampf des zu speisenden Kessels selbst gilt, ergeben sich nachstehende Folgerungen:

1) Vermittelst desselben Apparates kann um so mehr Wasser in einen Kessel gefördert werden, je höher die Dampfspannung desselben ist, und zwar wächst diese Wassermenge in etwas geringerem Maasse, als die Quadratwurzel aus dem Ueberdruck des Dampfes im Kessel.

2) Mit steigender Temperatur t_2 des Wassers nimmt das Förderquantum ab.

3) Die Saughöhe ($- h_2$) hat, so lange sie eine gewisse Grenze nicht überschreitet, nur ganz untergeordneten Einfluss auf die zu fördernde Wassermenge.

4) Wenn der Apparat für sehr verschiedene Dampfspannungen gleich gut soll verwendet werden können, so muss die Ausflussmündung des Dampfs regulirbar sein und um so weiter geöffnet werden, je höher die Dampfspannung ist.

5) In geringerem Grade ist auch die Dampfmündung um so weiter zu öffnen, je kälter das anzusaugende Wasser und je grösser die Saughöhe ist.

6) Die erforderliche Weite d' der Dampfmündung bei gegebener kleinster Weite d_0 des Druckrohrs ist also mit Rücksicht auf die grösste Dampfspannung, die kleinste Wassertemperatur und die grösste Saughöhe zu berechnen, für welche der Apparat benutzt werden soll.

76.

Grenzen der Wirksamkeit des Apparats.

Die Möglichkeit der Wirkung einer Dampfstrahlpumpe ist an die Bedingung gebunden, dass die Temperatur t_2 des zu fördernden Wassers und die Höhe $(-h_2)$, bis zu welcher dasselbe angesaugt werden soll, gewisse Grenzen nicht überschreiten.

Keinenfalls kann das Wasser kochend von der Ausmündung des Condensationsraums zur Einmündung in das Druckrohr übertreten, und muss also t kleiner sein, als die Temperatur gesättigten Wasserdampfs, dessen Druck $= p_0 =$ demjenigen Druck ist, welcher in dem Raum A (Fig. 3) herrscht. Thatsächlich hört aber die regelrechte und sichere Function des Apparats schon bei einer geringeren Temperatur t_0 des in das Druckrohr einfliessenden Wassers auf; derselben entspricht dann der höchstens zulässige Werth von t_2:

$$\max. t_2 = t_0 - \frac{m_1}{m_2}(W_1 - t_0) \text{ mit } W_1 = 606{\cdot}5 + 0{\cdot}305\, t_1$$

Dabei kann $\frac{m_1}{m_2}$ ohne wesentlichen Fehler als unabhängig von t_2 betrachtet werden (siehe die Tabelle in Nr. 74). Unter den Voraussetzungen von Nr. 74 findet man z. B. mit $t_0 = 80^0$

für $a' = 1$ und $a =$	2	4	6	8	10 Atm.
$\max. t_2 =$	61·7	57·1	53·7	50·8	48·3

Unter übrigens gleichen Umständen kann also der Injector um so wärmeres Wasser fördern, je kleiner die Dampfspannung und der zu überwindende Gegendruck ist. Sofern übrigens die bei dieser Rechnung gemäss der Tabelle in Nr. 74 benutzten Werthe von $\frac{m_1}{m_2}$ als Minimalwerthe zu betrachten sind, müssen die Temperaturen t_2 noch kleiner sein, wenn mehr Dampf, als nöthig ist, zugelassen wird.

Auch muss die Temperatur t_2 kleiner sein, als die Siedetemperatur des Wassers unter dem Drucke p' im Condensationsraum, welcher selbst um so kleiner ist, je grösser die Saughöhe. Umgekehrt muss die Saughöhe so klein sein, dass der entsprechende Druck p' grösser ist, als der Druck gesättigten Wasserdampfs von der Temperatur t_2; ist Letzterer $= a_2$ Atm., so ergiebt sich die Bedingung:

$$-h_2 < 10{\cdot}33\,(1 - a_2) - (1 + \zeta_2)\frac{u_2^2}{2g}$$

Erfahrungsmässig wird aber schon bei erheblich kleinerer Saughöhe die Wirkung unsicher der Art, dass z. B. Wasser von ungefähr $t_2 = 15^0$ im Falle:

$$p_1 = p + \gamma h = 10333\, a$$

vorausgesetzt, dass ζ_2 und u_2 nicht übermässig gross sind,

für $a = 2 - 6$ Atm.

höchstens auf eine Höhe: $-h_2 = 3 - 5$ Mtr.

gesaugt werden kann, wachsend mit a.

Von dieser zulässigen Saughöhe während des Ganges ist diejenige Höhe zu unterscheiden, bis zu welcher das Wasser bei der Ingangsetzung des Apparats angesaugt werden kann; Letztere ist kleiner und in höherem Grade, als jene, von der Dampfspannung $p_1 = 10333\ a_1$ abhängig, auch *nur* von dieser, indem der später zu überwindende Gegendruck bei dem Ansaugen des Wassers in den Condensationsraum des Apparats noch nicht in Betracht kommt. Unter Voraussetzung einer durch allmählige Regulirung zu erzielenden vortheilhaftesten Grösse der Dampfmündung F_1 kann man setzen:

$$\max.\ (-h_2) = 10{\cdot}33\ (1 - a')$$

wenn $a' > a_2$ ist und gemäss der folgenden Gleichung bestimmt wird:

$$\frac{a'}{a_1} + m\left(\frac{a'}{a_1}\right)^{\frac{1}{n}}\left[1 - \left(\frac{a'}{a_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right] = \frac{1}{a_1}$$

Darin kann $n = \frac{9}{8}$ gesetzt, der Coefficient m aber nur durch Versuche bestimmt werden. Setzt man insbesondere im Mittel aus verschiedenen Angaben für $a_1 = 4$ Atm. Dampfspannung die grösstmögliche Saughöhe beim Anlassen des Apparats ungefähr $= 2{\cdot}5$ Mtr., so kann $m = 1{\cdot}6$ gesetzt werden, und man findet damit für verschiedene Werthe von $\frac{a'}{a_1}$ die folgenden Werthe von:

$$F\left(\frac{a'}{a_1}\right) = \frac{a'}{a_1} + 1{\cdot}6\left(\frac{a'}{a_1}\right)^{\frac{8}{9}}\left[1 - \left(\frac{a'}{a_1}\right)^{\frac{1}{9}}\right]$$

$\frac{a'}{a_1} =$ 0·9	0·8	0·7	0·6	0·5	0·45	0·4	0·35
$F\left(\frac{a'}{a_1}\right) =$ 0·9169	0·8321	0·7452	0·6561	0·5640	0·5168	0·4686	0·4193
$\frac{a'}{a_1} =$ 0·3	0·25	0·2	0·15	0·12	0·1	0·08	0·06
$F\left(\frac{a'}{a_1}\right) =$ 0·3687	0·3166	0·2627	0·2063	0·1710	0·1467	0·1215	0·0952

Hiernach ist z. B. für $a_1 =$	2	4	6	8	Atm.
max. $(-h_2) =$	1·39	2·53	3·11	3·49	Mtr.

Man erkennt daraus in Uebereinstimmung mit der Erfahrung, dass bei der Ingangsetzung des Injectors das Wasser um so höher angesaugt werden kann, je grösser die Dampfspannung ist.

Das Wasser würde höher angesaugt werden können, wenn sich eine Einrichtung treffen liesse, vermöge welcher bei der Ingangsetzung zunächst die Einmündung des Druckrohrs von der Ausmündung des Condensationsraums weiter entfernt gehalten wird, bis aus Letzterer das Wasser mit auszufliessen anfängt; auch ist es in dieser Hinsicht vortheilhaft, das Ansatzrohr B des Raumes A (Fig. 3) möglichst weit zu machen.

C. Calorische Kraftmaschinen.

77.

Allgemeines Princip und Uebersicht verschiedener Arten calorischer Maschinen.

Das allgemeine Princip, welches einer calorischen Kraftmaschine zu Grunde liegt, besteht darin, dass man eine Flüssigkeit einen Kreisprocess (Nr. 14) der Art wiederholt durchlaufen lässt, dass ihr dabei mehr Wärme zugeführt, als entzogen, und die überschüssig zugeführte Wärme als äussere Arbeit gewonnen wird. Die vermittelnde Flüssigkeit heisse die *Arbeitsflüssigkeit* der Maschine. Von der lebendigen Kraft, welche der äusseren Bewegung dieser Flüssigkeit bei ihrer Zustandsänderung in der Maschine entspricht, darf dabei im Allgemeinen abstrahirt, somit die Letztere als eine sogen. umkehrbare Zustandsänderung (Nr. 8) betrachtet werden.

Zur Erzielung einer grossen Arbeit ist eine grosse Volumänderung der Arbeitsflüssigkeit nöthig; diese ist deshalb entweder beständig luftförmig flüssig, oder es erstreckt sich ihre Zustandsänderung auf den Uebergang von dem Zustande tropfbarer in den Zustand luftförmiger Flüssigkeit und umgekehrt.

Unter einer *geschlossenen calorischen Maschine* soll eine solche verstanden werden, bei welcher (abgesehen von dem Ersatz für Verluste wegen unvollkommener Dichtungen) die Arbeitsflüssigkeit stets dieselbe bleibt und wiederholten Kreisläufen von Zustandsänderungen unterworfen ist; bei einer *offenen calorischen Maschine* entweicht dagegen die Arbeitsflüssigkeit periodisch ins Freie und muss durch neue Flüssigkeit ersetzt werden. Wenn auch im letzteren Falle der Endzustand, in welchem die Flüssigkeit die Maschine verlässt, von dem Anfangszustande verschieden zu sein pflegt, in welchem sie eingetreten war, somit ihre Zustandsänderung nicht wirklich ein Kreisprocess ist, so kann man sich doch dieselbe ohne Aenderung der im Ganzen gewonnenen Arbeit zu einem Kreisprocess vervollständigt denken, indem man annimmt, dass unter entsprechender Zuführung oder Entziehung von Wärme die aus der Maschine entweichende Flüssigkeit zuerst bei constantem Volumen auf den Druck $= 0$ gebracht, dann bei constantem Druck $= 0$ in das anfängliche Volumen und schliesslich bei constantem Volumen in den anfänglichen Druck zurückversetzt werde.

Eine offene calorische Maschine kann eine *offene oder geschlossene Feuerung* haben, d. h. es können die gasförmigen Verbrennungsproducte der Feuerung entweder offen ins Freie entweichen, indem sie durch eine als Heizfläche wirkende Scheidewand von der Arbeitsflüssigkeit getrennt bleiben, oder sie können durch Mischung mit der Arbeitsflüssigkeit die Wärme an diese übertragen und mit derselben gemischt in der Maschine Arbeit verrichtend wirken, so dass dann die Verbrennungsgase als Bestandtheil der Arbeitsflüssigkeit zu betrachten sind. Eine geschlossene calorische Maschine hat nothwendig stets eine offene Feuerung.

Zu technischen Zwecken im Grossen kommen nur Wasser und atmosphärische Luft als Arbeitsflüssigkeiten resp. als Hauptbestandtheile derselben in Betracht, und es sind demnach *Dampfmaschinen* und *Luftmaschinen* zu unterscheiden.

Die Dampfmaschine benutzt die Aenderung des Aggregatzustandes behufs einer bedeutenden Volumänderung und dadurch bedingten äusseren Arbeit. Sie hat stets eine offene Feuerung, kann übrigens eine offene oder geschlossene Maschine sein, Letzteres, wenn sie mit Condensation versehen ist und das im Condensator gewonnene Wasser zur Kesselspeisung wieder benutzt wird.

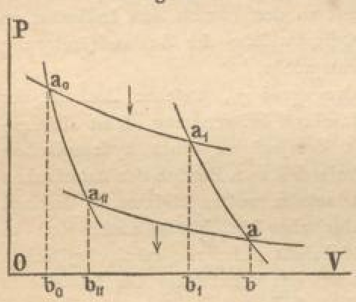
Bei der Luftmaschine finden sich alle erwähnten Unterschiede vertreten. Ein besonderer Fall ist die *Gasmaschine*; sie ist eine offene Luftmaschine mit geschlossener Feuerung, indem der Verbrennungsraum des Brennstoffs, hier des Leuchtgases, in das Innere des Maschinencylinders selbst verlegt ist und das Product dieser Verbrennung mit der überschüssigen Luft gemischt treibend auf den Kolben wirkt, dann aber ins Freie entweicht.

78.

Absoluter Effect, Nutzeffect und Wirkungsgrad einer calorischen Maschine.

Wenn (analog den gegebenen Höhenlagen des Ober- und des Unterwasserspiegels bei einer hydraulischen Kraftmaschine) bei einer calorischen Maschine die grösste und die kleinste Temperatur der Arbeitsflüssigkeit in der Maschine als gegeben betrachtet werden, so erhält man durch einen Kreisprocess die grösstmögliche äussere Arbeit, wenn die Wärmezuführung bei constanter Maximaltemperatur und die Wärmeentziehung bei constanter Minimaltemperatur stattfindet, wenn also die Zustandscurve (Nr. 2) des Kreisprocesses aus zwei isothermischen Curven besteht, welche durch zwei adiabatische Curven (Nr. 11) verbunden sind.

Fig. 4.



Durch Fig. 4 wird ein solcher idealer Kreisprocess versinnlicht. Im Sinne $a_0\ a_1\ a\ a_2\ a$ findet die Zustandsänderung statt, und die dabei gewonnene Arbeit wird durch die Fläche dargestellt, welche von dieser viertheiligen geschlossenen Curve umgrenzt wird. Ist

T_1 die absolute Maximaltemperatur,

T_2 die absolute Minimaltemperatur,

so ist $a_0\ a_1$ ein Stück der isothermischen Curve $T = T_1$, längs welcher die Zuführung von Wärme, $a\,a_2$ ein Stück der isothermischen Curve $T = T_2$, längs welcher die Entziehung von Wärme stattfindet; $a_1 a$ und $a_2\ a_0$ sind adiabatische Curven. Ist ferner:

Q die pro Secunde der Arbeitsflüssigkeit zugeführte Wärmemenge,

A der Wärmewerth der Arbeitseinheit,

so ist der *absolute Effect* der calorischen Maschine, d. h. die Arbeit, welche abgesehen von allen Verlusten pro Secunde gewonnen würde, wenn bei gegebenen Grenztemperaturen der Kreisprocess genau nach dem obigen Gesetze stattfände:

$$E_0 = \frac{Q}{A}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{Q}{A\,T_1}\,(T_1 - T_2)$$

Er kann aufgefasst werden als die Arbeit, welche dem Niedersinken des Wärmegewichts (Nr. 15) $= \frac{Q}{A\,T_1}$ von dem Wärmegefälle $= T_1 - T_2$ entspricht, analog dem absoluten Effect einer hydraulischen Kraftmaschine = der Arbeit der Schwere des Aufschlagwassers beim Niedersinken von einer Höhe gleich dem disponiblen Gefälle.

Der *Nutzeffect* E ist $< E_0$

1) wegen der Wärmeverluste, welche theils durch Wärmeleitung und Strahlung der festen Wände, theils durch Verluste an Arbeitsflüssigkeit in Folge unvollkommener Dichtungen verursacht werden,
2) wegen der Abweichung des wirklichen Gesetzes der Zustandsänderung von dem idealen Kreisprocesse,
3) wegen der Arbeitsverluste durch Reibung und Nebenwiderstände überhaupt.

Diesen drei Umständen entsprechend kann auch der Wirkungsgrad in drei Factoren zerlegt, nämlich:

$$\eta_0 = \frac{E}{E_0} = (1 - w)\ \eta_s\ \eta_i$$

gesetzt werden. Dabei bedeutet:

w den *verhältnissmässigen Wärmeverlust*, also $(1 - w)$ Q denjenigen Theil der zugeführten Wärme Q, welcher nach Abzug des Verlustes zur Wirkung in der Maschine gelangt,

η_s den *Wirkungsgrad des Systems der Maschine* gleich dem Verhältniss der Arbeit, welche der wirklichen Zustandsänderung der Arbeitsflüssigkeit entspricht, zu derjenigen Arbeit, welche bei denselben Grenztemperaturen dem idealen Kreisprocesse entsprechen würde,

η_i den *indicirten Wirkungsgrad* gleich dem Verhältniss der (durch ein Bremsdynamometer zu ermittelnden) Nutzarbeit zu der (durch den Indicator zu ermittelnden) sogenannten indicirten Arbeit, welche der Zustandsänderung der Arbeitsflüssigkeit in der Maschine entspricht.

Nur mit Rücksicht auf den obigen Wirkungsgrad η_0, welcher deshalb der *mechanische Wirkungsgrad* der calorischen Maschine heissen mag, lässt sich gerechter Weise ihr Vollkommenheitsgrad mit demjenigen einer hydraulischen Kraftmaschine vergleichen. Sofern aber der Preis des zum Betrieb der calorischen Maschine aufzuwendenden Brennstoffes durch seinen vollen Heizwerth bedingt ist, muss die Vergleichung verschiedener calorischer Maschinen unter sich in Betreff ihres wirthschaftlichen Werthes mit Rücksicht auf ihren *wirthschaftlichen Wirkungsgrad* geschehen, d. h. mit Rücksicht auf das Verhältniss des Nutzeffects zu dem Arbeitsäquivalent des vollen Heizwerthes des pro Secunde aufgewendeten Brennstoffs. Dieser wirthschaftliche Wirkungsgrad η hat ausser dem mechanischen Wirkungsgrad η_0 im Allgemeinen noch drei andere Factoren, so dass er im Ganzen aus 6 Factoren besteht:

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \eta_0 = \eta_1 \eta_2 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) (1 - w)\ \eta_s\ \eta_i$$

Darin bedeutet:

η_1 den *Wirkungsgrad der Feuerung*, d. h. das Verhältniss der in der Feuerung pro Secunde nutzbar entwickelten (theils an die Heizgase übergehenden, theils event. der Heizfläche direct zugestrahlten) Wärme W zu dem Heizwerth des gleichzeitig verbrauchten Brennstoffs,

η_2 den *Wirkungsgrad der Heizfläche*, d. h. das Verhältniss der pro Secunde an die Arbeitsflüssigkeit abgegebenen Wärme Q zu jener Wärmemenge W,

$1 - \frac{T_2}{T_1}$ das Verhältniss des absoluten Effects E_0 zu dem Arbeitswerth der Wärme Q.

Hat die Maschine eine geschlossene Feuerung (Nr. 77), so fehlt die Heizfläche und ist $\eta_2 = 1$.

Zur vollständigen Beurtheilung des technischen und wirthschaftlichen Werthes einer calorischen Maschine zu einem gewissen Zweck kommen ausser dem Wirkungsgrad η noch manche andere Umstände in Betracht, insbesondere der Anschaffungspreis im Verhältniss zum Preis des Brennstoffs, die Unterhaltungskosten bezüglich auf den Verbrauch an Schmiere, die Kosten der Bedienung, die Dauerhaftigkeit und die Sicherheit der gleichmässigen Wirkung im Betriebe, die mehr oder weniger grosse Gefährlichkeit und sonstige Unannehmlichkeit des Betriebes und die dadurch bedingten Beschränkungen der Anlage, der Verlust an Zeit und Brennstoff in Folge des Anlassens und Abstellens der Maschine bei häufig unterbrochenem Betriebe. Insoweit diese Umstände überhaupt durch Zahlen ausgedrückt werden können, ist diejenige Maschine die beste, für welche die Summe aus den jährlichen Betriebs- und Unterhaltungskosten (im weitesten Sinne des Worts), sowie aus den Zinsen und der Amortisationsquote der Herstellungskosten ein Minimum ist.

1. Dampfmaschinen.

a. Doppeltwirkende Dampfmaschine mit einem Cylinder.

79.

Bezeichnungen.

Unter der Voraussetzung, dass alle Längen in Metern, Flächen in Quadratmetern, Dampfspannungen in Atmosphären ausgedrückt sind, sei:

d der Durchmesser des Cylinders im Lichten,

F die wirksame Kolbenfläche, welche, jenachdem die Kolbenstange durch beide oder nur durch einen Cylinderdeckel hindurch geht, um den ganzen oder halben Querschnitt der Kolbenstange kleiner als $\frac{\pi d^2}{4}$ zu setzen ist,

s der Kolbenschub,

e s F der schädliche Raum, bestehend aus dem Raum zwischen Kolben und Cylinderdeckel zu Anfang oder Ende eines Schubes und aus dem Raum des betreffenden Dampfcanals,

$s_1 = e_1 s$ der Kolbenweg bis zu Ende der Einströmung, also Beginn der Expansion des Hinterdampfs (e_1 der sogenannte Füllungsgrad),

$s_2 = e_2 s$ der Kolbenweg bis zu Ende der Ausströmung, also Beginn der Compression des Vorderdampfs,

$s_3 = e_3 s$ der Kolbenweg bis zu Ende der Expansion, also Beginn der Ausströmung des Hinterdampfs,

$s_4 = e_4 s$ der Kolbenweg bis zu Ende der Compression des Vorderdampfs, also Beginn der Einströmung des frischen Kesseldampfs vor dem Kolben,

$\varepsilon_1 = \frac{e + e_1}{e + e_3}$ der Expansionsgrad des Hinterdampfs,

$\varepsilon_2 = \frac{1 + e - e_2}{1 + e - e_4}$ der Compressionsgrad des Vorderdampfs,

a $= 10333$ der normale Atmosphärendruck in Kilogr. pro Quadratmtr.,

p_1 die mittlere Hinterdampfspannung während der Einströmung auf dem Wege s_1,

p_2 die mittlere Vorderdampfspannung während der Ausströmung auf dem Wege s_2,

$\beta_1 p_1$ die Hinterdampfspannung zu Ende der Einströmung,
$\beta_2 p_2$ die Vorderdampfspannung zu Ende der Ausströmung,
p_3 die mittlere Hinterdampfspannung während der Ausströmung auf dem Wege $s - s_3$ zu Ende des Schubes,
p_4 die mittlere Vorderdampfspannung während der Einströmung frischen Kesseldampfs auf dem Wege $s - s_4$ zu Ende des Schubes,
$L_i = F s a p_i$ die indicirte Arbeit pro Kolbenschub, welche der (durch den Indicator angezeigten) mittleren Spannungsdifferenz $= p_i$ Atm. auf beiden Seiten des Kolbens entspricht,
$L_m = F s a p_m$ die Arbeit der leer gehenden Maschine pro Kolbenschub, welche durch die der Maschine an und für sich eigenthümlichen Widerstände, durch die Pumpen und andere Hülfsvorrichtungen verbraucht wird,
$L_n = F s a p_n = \frac{L_i - L_m}{1 + \mu}$ die Nutzarbeit pro Kolbenschub,
$p_n = \frac{p_i - p_m}{1 + \mu}$ Atm. die entsprechende mittlere Nutzspannung, unter
μ (= 0·12 bis 0·14) den Coefficienten der zusätzlichen Reibung, nämlich unter μL_n die Arbeit der Reibung verstanden, welche pro Kolbenschub in Folge grösserer Anstrengung der arbeitenden im Vergleich mit der leer gehenden Maschine hinzukommt,
u die Anzahl der Doppelschübe des Kolbens oder der Kurbelumdrehungen pro Minute,
$c = \frac{s u}{30}$ die mittlere Kolbengeschwindigkeit,
$N_i = \frac{u L_i}{75 . 30} = \frac{F c a p_i}{75}$ die indicirte Pferdestärke,
$N_n = \frac{u L_n}{75 . 30} = \frac{F c a p_n}{75}$ die Nutzpferdestärke,
$\eta_i = \frac{L_n}{L_i} = \frac{N_n}{N_i} = \frac{p_n}{p_i}$ der indicirte Wirkungsgrad,
D der Dampfverbrauch in Kilogr. pro Stunde,
t die Temperatur, p die Dampfspannung im Kessel,
t_0 die Temperatur des Speisewassers,
$W = 606{\cdot}5 + 0{\cdot}305\, t - t_0$ die erforderliche Wärme zur Verdampfung von 1 Kilogr. Wasser im Kessel,
η_1 der Wirkungsgrad der Feuerung,
η_2 der Wirkungsgrad der Heizfläche des Kessels,
$\eta_3 = \frac{3600 . 75\, N_n}{424\, W\, D}$ das Verhältniss der gewonnenen Nutzarbeit zum Arbeitswerth der Wärme, welche der Arbeitsflüssigkeit (dem Kesselwasser) zugeführt wird,
$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3$ der resultirende wirthschaftliche Wirkungsgrad.

Der Factor η_3 hat nach Nr. 78 auch die Bedeutung:

$$\eta_3 = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) (1 - w)\, \eta_s\, \eta_i$$

80.

Allgemeiner Ausdruck für die mittlere Spannungsdifferenz p_i *des Dampfs zu beiden Seiten des Kolbens.*

Wenn man annimmt, dass die Zustandsänderung des Dampfes hinter dem

Kolben bei seiner Expansion während des Kolbenweges $s_3 - s_1$ dem Gesetze:

$$p\, v^{n_1} = \text{Const.}$$

und die Zustandsänderung des Dampfes von dem Kolben bei seiner Compression während des Kolbenweges $s_4 - s_2$ dem Gesetze:

$$p\, v^{n_2} = \text{Const.}$$

folgt, unter p die Spannung, v das specifische Volumen des Dampfs in irgend einem Augenblicke und unter n_1 und n_2 Constante verstanden, so ist:

$$p_i = (e_1 + \lambda_1)\, p_1 + (1 - e_3)\, p_3 - (e_2 + \lambda_2)\, p_2 - (1 - e_4)\, p_4$$

$$\text{mit } \lambda_1 = \beta_1\, (e + e_1)\, \frac{1 - \varepsilon_1^{n_1 - 1}}{n_1 - 1}; \quad \lambda_2 = \beta_2\, (1 + e - e_2)\, \frac{\varepsilon_2^{n_2 - 1} - 1}{n_2 - 1}$$

Der Druck p_3 ist $< e_1 p_i$ und $> p_2$, so dass allgemein:

$$p_3 = \lambda\, e_1 p_1 + (1 - \lambda)\, p_2$$

gesetzt werden kann, unter λ einen Bruch < 1 verstanden, welcher um so grösser ist, je kleiner die mittlere Grösse der Oeffnung ist, durch welche der Hinterdampf während des Kolbenweges $s - s_3$ ausströmt, und je grösser dabei der Austrittswiderstand sowie die Kolbengeschwindigkeit ist.

Der Kolbenweg $s - s_4$ ist immer so klein, dass $p_4 = p_1$ gesetzt werden darf.

Durch diese Substitutionen für p_3 und p_4 erhält man:

$$p_i = f_1\, p_1 - f_2\, p_2$$

$$\text{mit } f_1 = e_1 + \lambda_1 + \lambda\, e_1\, (1 - e_3) - (1 - e_4)$$

$$f_2 = e_2 + \lambda_2 - (1 - \lambda)\, (1 - e_3)$$

Ueber die in diesen Gleichungen vorkommenden Buchstabengrössen ist im Allgemeinen Folgendes zu bemerken.

Der Coefficient e des schädlichen Raums ist in der Regel $= 0{\cdot}05$ zu setzen, wenn die Dampfcanäle die halbe Länge des Cylinders haben, dagegen $= 0{\cdot}02$, wenn (wie z. B. bei der Corliss-Maschine) die Länge dieser Canäle auf ein Minimum reducirt ist und somit der schädliche Raum fast nur aus dem Raum zwischen dem Cylinderdeckel und dem Kolben zu Anfang oder zu Ende seines Hubes besteht. In dem Ausdruck von λ_1 ist jedoch e etwas grösser, etwa 1·5 Mal so gross zu setzen, um dadurch dem Nachströmen von Dampf in den hinteren Cylinderraum während der Expansion wegen unvollkommen dichten Schlusses des Expansionsschiebers oder Expansionsventils Rechnung zu tragen.

Die Constante n_1 kann $= 1{\cdot}125$ gesetzt werden, wenn der Dampf unmittelbar dem Kessel entnommen wird. Wird er vor dem Einströmen in den Cylinder durch Wärmezuführung getrocknet oder gar überhitzt, so wird n_1 grösser bis $= 1{\cdot}333$ (Nr. 42) im Falle so bedeutender Ueberhitzung, dass auch zu Ende der Expansion der Dampf noch trocken ist.

n_2 darf immer $= 1{\cdot}15$ gesetzt werden.

Der Coefficient β_1 ist $= 0{\cdot}95$ resp. $= 1$ zu setzen, jenachdem der Abschluss des hinter dem Kolben einströmenden Dampfs allmählig (durch schleichende Excenterbewegung) oder plötzlich (wie bei der Corliss-Maschine) erfolgt. Dabei ist vorausgesetzt, dass der Hinterdampfdruck nicht etwa schon während der Einströmung bedeutend abnimmt, wie es bei grosser Kolbengeschwindigkeit und übermässig grossem Widerstande im Dampfzuführungsrohre der Fall sein kann, und wodurch dann auch β_1 kleiner wird.

β_2 kann im Allgemeinen $= 1{\cdot}05$ gesetzt werden; $\lambda = 0{\cdot}8$ bei allmähliger Oeffnung des Ausströmungscanals, kleiner bei plötzlicher Oeffnung desselben.

Das Verhältniss der mittleren Hinterdampfspannung p_1 im Cylinder während der Einströmung zur Kesselspannung p ist besonders von der Stellung der Dampfklappe, des Schiebers oder sonstigen Regulirungsmittels im Dampfrohr abhängig. Dieses Verhältniss $\frac{p_1}{p}$ muss unter normalen Umständen kleiner gehalten werden, wenn die Regulirung des Ganges der Maschine nur durch die Stellung jenes Regulirungsmittels im Dampfrohr erfolgt und wenn besondere Gründe für die Sicherung einer bedeutenden Reservekraft für eine aussergewöhnliche Vermehrung des Arbeitsbedarfs vorhanden sind (z. B. bei der Locomotive mit Rücksicht auf das Befahren von Steigungen), als wenn solche Umstände in geringerem Masse zu berücksichtigen sind und zudem die stetige Regulirung des Ganges durch Veränderung des Füllungsgrades $e_1 = \frac{s_1}{s}$, nämlich durch Verbindung des Schwungkugelregulators mit der Expansionsvorrichtung erfolgt. Im letzteren Falle ist es angemessen, unter normalen Umständen p_1 wenigstens $= 0{\cdot}8\,p$ zu erhalten.

Was endlich p_2 betrifft, so kann, unter
f den Querschnitt der Dampfcanäle, und event. unter
p'' den mittleren Druck im Condensator verstanden, gesetzt werden:

$$p_2 = 1 + \frac{1}{9000}\left(\frac{F}{f}\,c\right)^2 \text{ für eine Maschine ohne Condensation,}$$

$$p_2 = p'' + \frac{1}{18000}\left(\frac{F}{f}\,c\right)^2 \text{ für eine Condensationsmaschine.}$$

Die verhältnissmässigen Kolbenwege e_1, e_2, e_3 und e_4 bis zu Anfang und Ende der Ein- und Ausströmung des Dampfs sind von der Art und von den Verhältnissen der Steuerung abhängig.

81.

Werthe von p_1 für eine Maschine, bei welcher die Dampfvertheilung durch einen Schieber erfolgt, der durch ein Excentrik bewegt wird.

Es sei:

φ der Drehungswinkel der Kurbel, welche durch Kurbel- und Kolbenstange mit dem Kolben verbunden ist, vom todten Punkt, d. h. von dem Augenblicke an gerechnet, in welchem sich der Kolben zuletzt in seiner Endstellung befand,

x der von diesem Augenblicke an gerechnete Kolbenweg,

ξ die entsprechende Entfernung des Schiebers von seiner Mittelstellung, welche positiv oder negativ gesetzt wird, jenachdem die Abweichung von der Mittelstellung im Sinne der Kolbenbewegung oder im entgegengesetzten Sinne stattfindet,

ϱ die Excentricität des Schieberexcentriks,

α der Voreilungswinkel desselben.

Dann ist (streng genommen für eine unendlich lange Kurbel- und Excenterstange):

$$x = \frac{s}{2}(1 - \cos\varphi)$$

$$\xi = \varrho \sin(\alpha + \varphi)$$

Ist ferner:

a_1 die äussere Schieberdeckung,

a_2 die innere Schieberdeckung, also

$\varrho \sin\alpha - a_1$ das sogen. äussere Voreilen des Schiebers oder die Oeffnungsweite des Dampfeintrittscanals zu Anfang des Kolbenweges,

$\varrho \sin\alpha - a_2$ das innere Voreilen des Schiebers oder die Oeffnungsweite des Dampfaustrittscanals zu Anfang des Kolbenweges,

so ist mit $\sin\alpha_1 = \frac{a_1}{\varrho}$ und $\sin\alpha_2 = \frac{a_2}{\varrho}$:

$$e_1 = \frac{1 + \cos(\alpha + \alpha_1)}{2} \qquad e_3 = \frac{1 + \cos(\alpha - \alpha_2)}{2}$$

$$e_2 = \frac{1 + \cos(\alpha + \alpha_2)}{2} \qquad e_4 = \frac{1 + \cos(\alpha - \alpha_1)}{2}$$

Dieser Füllungsgrad e_1 ist als Maximalwerth zu betrachten, welcher beliebig verkleinert werden kann, wenn durch einen besonderen Expansionsschieber oder durch ein Expansionsventil eine frühere Absperrung des Dampfs bewirkt wird; die Werthe von e_2, e_3 und e_4 werden dadurch nicht verändert, sofern die Expansionsvorrichtung richtig angeordnet ist.

Setzt man im Durchschnitt:

$$a_1 = 0{\cdot}25\ \varrho, \qquad \text{also } \alpha_1 = 14^\circ\, 29'$$

$$a_2 = 0{\cdot}05\ \varrho, \qquad \text{also } \alpha_2 = 2^\circ\, 52'$$

$$\varrho \sin\alpha - a_1 = 0{\cdot}1\ \varrho, \qquad \text{also } \alpha = 20^\circ\, 29'$$

wodurch $\varrho \sin a - a_2 = 0{\cdot}3\,\varrho$ wird, so findet man:

$$\text{max. } e_1 = 0{\cdot}910;\quad e_2 = 0{\cdot}959;\quad e_3 = 0{\cdot}977;\quad e_4 = 0{\cdot}997.$$

Mit diesem Werthe von e_3 und mit:

$$e = 0{\cdot}07;\quad n_1 = 1{\cdot}125;\quad \beta_1 = 0{\cdot}95 \text{ (Nr. 80)}$$

ergeben sich die in der folgenden Tabelle enthaltenen Werthe von

$$\varepsilon_1 = \frac{e + e_1}{e + e_3} \text{ und } \lambda_1 = \beta_1 (e + e_1) \frac{1 - \varepsilon_1^{n_1 - 1}}{n_1 - 1}$$

Ferner ergiebt sich mit den obigen Werthen von e_2 und e_4 sowie mit:

$$e = 0{\cdot}05;\quad n_2 = 1{\cdot}15;\quad \beta_2 = 1{\cdot}05 \text{ (Nr. 80)}:$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1 + e - e_2}{1 + e - e_4} = 1{\cdot}717$$

$$\text{und } \lambda_2 = \beta_2 (1 + e - e_2) \frac{\varepsilon_2^{n_2 - 1} - 1}{n_2 - 1} = 0{\cdot}0538.$$

Hiermit und mit $\lambda = 0{\cdot}8$ sowie mit obigen Specialwerthen von e_2, e_3 und e_4 findet man endlich (Nr. 80):

$$p_i = f_1 p_1 - f_2 p_2 \text{ mit } \begin{cases} f_1 = 1{\cdot}0184\, e_1 + \lambda_1 - 0{\cdot}003 \\ f_2 = 1{\cdot}008 \end{cases}$$

Folgende Tabelle enthält die Werthe von ε_1, λ_1 und f_1, welche verschiedenen Füllungsgraden e_1 entsprechen. Zugleich sind die Werthe von $\beta_1\, \varepsilon_1^{n_1}$ hinzugefügt, mit deren Hülfe die Hinterdampfspannung zu Ende der Expansion, welche näherungsweise $= e_1 p_1$ ist, genauer

$$= \beta_1 p_1 \varepsilon_1^{n_1}$$

berechnet werden kann.

e_1	ε_1	λ_1	f_1	$\beta_1\, \varepsilon_1^{n_1}$	e_1	ε_1	λ_1	f_1	$\beta_1\, \varepsilon_1^{n_1}$
0·1	0·1623	0·2627	0·3615	0·123	0·55	0·5920	0·2987	0·8558	0·527
0·15	0·2100	0·2963	0·4461	0·164	0·6	0·6398	0·2765	0·8845	0·575
0·2	0·2578	0·3199	0·5206	0·207	0·65	0·6875	0·2501	0·9091	0·623
0 25	0·3055	0·3351	0·5867	0·250	0·7	0·7353	0·2206	0·9305	0·672
0·3	0·3533	0·3428	0·6453	0·295	0·75	0·7830	0·1876	0·9484	0·721
0·35	0·4010	0·3444	0·6978	0·340	0·8	0·8308	0·1514	0·9631	0·771
0·4	0·4488	0·3404	0·7448	0·386	0·85	0·8785	0·1119	0·9745	0·821
0·45	0·4965	0·3312	0·7865	0·432	0·9	0·9263	0·0700	0·9836	0·872
0·5	0·5443	0·3171	0·8233	0·479	0·91	0·9358	0·0618	0·9855	0·882

0,6768

Setzt man im Durchschnitt für eine Maschine ohne Condensation:

$$p_2 = 1{\cdot}1, \text{ entsprechend } \frac{F}{f}\, c = 30 \text{ (Nr. 80)}$$

und für eine Maschine mit Condensation:

$$p_2 = 0{\cdot}2, \text{ entsprechend } \frac{F}{f}\, c = 30 \text{ und } p'' = 0{\cdot}15 \text{ (Nr. 80)}$$

so ergeben sich die folgenden durchschnittlichen Werthe von p_i, welche verschiedenen Fällen in Betreff p_1 und e_1 entsprechen und wobei solche Fälle als unzulässig ausgeschlossen sind, in welchen $\beta_1 p_1\, \varepsilon_1^{n_1} < p_2$ werden würde.

1) p_i für Maschinen ohne Condensation.

	$p_1 = 3$	$p_1 = 4$	$p_1 = 5$	$p_1 = 6$	$p_1 = 7$	$p_1 = 8$	$p_1 = 9$
$e_1 = 0{\cdot}1$	—	—	—	—	—	—	2·145
$e_1 = 0{\cdot}15$	—	—	—	—	2·014	2·460	2·906
$e_1 = 0{\cdot}2$	—	—	—	2·015	2·535	3·056	3·577
$e_1 = 0{\cdot}25$	—	—	1·825	2·411	2·998	3·585	4·171
$e_1 = 0{\cdot}3$	—	1·472	2·118	2·763	3·408	4·054	4·699
$e_1 = 0{\cdot}35$	—	1·682	2·380	3·078	3·776	4·474	5·171
$e_1 = 0{\cdot}4$	1·126	1·870	2·615	3·360	4·105	4·850	5·594
$e_1 = 0{\cdot}45$	1·251	2·037	2·824	3·610	4·397	5·183	5·970

	$p_i = 3$	$p_i = 4$	$p_i = 5$	$p_i = 6$	$p_i = 7$	$p_i = 8$	$p_i = 9$
$e_1 =$ 0·5	1·361	2·184	3·008	3·831	4·654	5·478	6·301
$e_1 =$ 0·55	1·459	2·314	3·170	4·026	4·882	5·738	6·593
$e_1 =$ 0·6	1·545	2·429	3·314	4·198	5·083	5·967	6·852
$e_1 =$ 0·65	1·618	2·528	3·437	4·346	5·255	6·164	7·073
$e_1 =$ 0·7	1·683	2·613	3·544	4·474	5·405	6·335	7·266
$e_1 =$ 0·75	1·736	2·685	3·633	4·582	5·530	6·478	7·427
$e_1 =$ 0·8	1·780	2·744	3·707	4·670	5·633	6·596	7·559
$e_1 =$ 0·85	1·815	2·789	3·764	4·738	5·713	6·687	7·662
$e_1 =$ 0·9	1·842	2·826	3·809	4·793	5·776	6·760	7·744
$e_1 =$ 0·91	1·848	2·833	3·819	4·804	5·790	6·775	7·761

2) p_i für Maschinen mit Condensation.

	$p_i = 1·5$	$p_i = 2$	$p_i = 2·5$	$p_i = 3$	$p_i = 4$	$p_i = 5$	$p_i = 6$
$e_1 =$ 0·1	—	0·521	0·702	0·883	1·244	1·606	1·967
$e_1 =$ 0·15	0·468	0·691	0·914	1·137	1·583	2·029	2·475
$e_1 =$ 0·2	0·579	0·840	1·100	1·360	1·881	2·401	2·922
$e_1 =$ 0·25	0·678	0·972	1·265	1·558	2·145	2·732	3·319
$e_1 =$ 0·3	0·766	1·089	1·412	1·734	2·380	3·025	3·670
$e_1 =$ 0·35	0·845	1·194	1·543	1·892	2·590	3·287	3·985
$e_1 =$ 0·4	0·916	1·288	1·660	2·033	2·778	3·522	4·267
$e_1 =$ 0·45	0·978	1·371	1·765	2·158	2·944	3·731	4·517
$e_1 =$ 0·5	1·033	1·445	1·857	2·268	3·092	3·915	4·738
$e_1 =$ 0·55	1·082	1·510	1·938	2·366	3·222	4·077	4·933
$e_1 =$ 0·6	1·125	1·567	2·010	2·452	3·336	4·221	5·105
$e_1 =$ 0·65	1·162	1·617	2·071	2·526	3·435	4·344	5·253
$e_1 =$ 0·7	1·194	1·659	2·125	2·590	3·520	4·451	5·381
$e_1 =$ 0·75	1·221	1·695	2·169	2·644	3·592	4·540	5·489
$e_1 =$ 0·8	1·243	1·725	2·206	2·688	3·651	4·614	5·577
$e_1 =$ 0·85	1·260	1·747	2·235	2·722	3·696	4·671	5·645
$e_1 =$ 0·9	1·274	1·766	2·257	2·749	3·733	4·716	5·700
$e_1 =$ 0·91	1·277	1·769	2·262	2·755	3·740	4·726	5·711

82.

Mittlere Spannungsdifferenz p_m, *welche der Arbeit der leer gehenden Maschine entspricht.*

Ausser den in Nr. 79 erklärten Bezeichnungen sei für Meter und Kilogramm als Einheiten:

G das Gewicht des Schwungrades sammt Welle,

d_1 der Zapfendurchmesser resp. der Durchmesser des Wellenhalses der Schwungradwelle,

und für eine Condensationsmaschine:

h die Förderhöhe der Kaltwasserpumpe,

n D Kilogr. die stündlich zur Condensation des Dampfes verbrauchte Wassermenge.

Dann ist zu setzen:

$$p_m = 0{\cdot}00002 \frac{G\,d_1}{d^2\,s} + \frac{0{\cdot}0227}{d} + p'_m$$

Der erste Summand entspricht der Reibung der Schwungradwelle in ihren Lagern, der zweite den übrigen Reibungen (des Kolbens, der Kolbenstange, der Schieber, des Kurbelmechanismus, des Excentriks etc.) und der Betriebsarbeit der Speisepumpe. Der dritte Summand, den Betriebsarbeiten der Kaltwasserpumpe und der Luftpumpe entsprechend, bezieht sich nur auf Condensationsmaschinen und kann gesetzt werden:

$$p'_m = 0{\cdot}00015\,n\,(h + 15)\,\frac{D}{120\,F\,s\,u}$$

insbesondere mit $n = 20$ (Nr. 84):

$$p'_m = (0{\cdot}003\,h + 0{\cdot}045)\,\frac{D}{120\,F\,s\,u}$$

D siehe Nr. 85. Ist

G_1 das Gewicht des Schwungrades (Nr. 83),

G_2 das Gewicht der Schwungradwelle,

so kann gesetzt werden:

$$G = 1{\cdot}3\,G_1 + G_2$$

83.

Schwungrad.

Es sei:

R der mittlere Halbmesser des Schwungringes,

$r = \frac{1}{2}\,s$ die Länge der Kurbel,

l die Länge der Kurbelstange,

$v = \frac{\pi}{2}\,c$ die mittlere, v' die grösste, v'' die kleinste Geschwindigkeit des Kurbelzapfens bei einer Umdrehung,

$\delta = \frac{v' - v''}{v}$ der Ungleichförmigkeitsgrad der Bewegung der Kurbelwelle,

$g = 9{\cdot}81$ die Beschleunigung der Schwere.

Dann ist, unter M die auf den Kurbelzapfen reducirte Masse des Schwungrades mit seiner Welle verstanden und unter der Voraussetzung, dass Letztere unmittelbar mit der Kurbel verbunden ist, das Gewicht des Schwungringes:

$$G_1 = 0{\cdot}9\left(\frac{r}{R}\right)^2 Mg; \quad M = f\,\frac{L_i}{\delta\,v^2}$$

$$f = 0{\cdot}2105\left[1 + 0{\cdot}96\,\frac{r}{l} + 0{\cdot}81\left(\frac{r}{l}\right)^2\right] + \frac{1 - e_1}{\left(6{\cdot}4 + 23\,\frac{p_2}{p_1}\right)e_1 + 8{\cdot}3 - 31\,\frac{p_2}{p_1}}$$

Werthe von f für $\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$ und für verschiedene Werthe von $\frac{p_2}{p_1}$ und e_1 (dort mit $\frac{1}{x}$ bezeichnet): siehe die Anmerkung zu Nr. 289 des Hauptwerks. Wenn $\frac{r}{l} \lessgtr \frac{1}{5}$ ist, so hat man zu den dort angeführten Werthen von f

für $\frac{r}{l}$ =	0·14	0·16	0·18	0·20	0·22	0·24
hinzuzufügen:	— 0·016	— 0·011	— 0·006	0·000	0·005	0·011

Für eine *Zwillingsmaschine* mit rechtwinkelig versetzten Kurbeln der beiden Einzelmaschinen, d. h. wenn die Kurbelstangen der Letzteren die gemeinschaftliche Kurbel- oder Schwungradwelle so angreifen, dass nach je ¼ Umdrehung dieser Welle abwechslungsweise die Kurbel der einen und der anderen Maschine durch einen todten Punkt geht, hat man, wenn L_i die indicirte Arbeit jeder einzelnen Maschine und f den obigen Coefficienten bedeutet:

$$G_1 = 0{\cdot}9 \left(\frac{r}{R}\right)^2 Mg; \quad M = f_1 \frac{2 L_i}{\delta v^2}$$

$$\frac{f_1}{f} = \frac{0{\cdot}1 + 1{\cdot}188 \frac{r}{l}}{1 + 0{\cdot}96 \frac{r}{l} + 0{\cdot}81 \left(\frac{r}{l}\right)^2} - 0{\cdot}1\,(1 - e_1)\,\frac{p_2}{p_1}$$

Das von $\frac{r}{l}$ abhängige erste Glied dieses Ausdrucks von $\frac{f_1}{f}$ ist

	= 0·232	0·247	0·262	0·276	0·289	0·302
für $\frac{r}{l}$ =	0·14	0·16	0·18	0·20	0·22	0·24

Das zweite Glied ist höchstens = 0·025, sofern $\frac{p_2}{p_1} \overline{\overline{<}}\, e_1$ ist.

84.

Condensator und zugehörige Pumpen.

Es sei:

t' die mittlere Temperatur im Condensator,

p' der entsprechende Druck gesättigten Wasserdampfs,

p'' der mittlere Gesammtdruck im Condensator, also $p'' - p'$ der Druck der in demselben enthaltenen Luft,

n D Kilogr. die stündlich zur Condensation des abgehenden Dampfs verbrauchte Menge Kühlwasser,

t_1 die Temperatur dieses Wassers,

C das Volumen des Condensators.

Jenachdem die Kaltwasserpumpe resp. Warmwasserpumpe (Luftpumpe) einfach oder doppelt wirkend ist, sei:

V_1 das halbe oder ganze Volumen, welches vom Kolben der Kaltwasserpumpe,

V_2 das halbe oder ganze Volumen, welches vom Kolben der Warmwasserpumpe während eines einfachen Kolbenschubes der Maschine durchlaufen wird.

Dann ist zu setzen:

$$n = \frac{600 - t'}{t' - t_1}$$

$$p'' = p' + \frac{0{\cdot}0875}{\frac{V_2}{V_1} - 1{\cdot}17} + 0{\cdot}02 \text{ Atm.}$$

$$C = \frac{F\,s}{4} \text{ bis } \frac{F\,s}{3};\ V_1 = \frac{n\,D}{108000\,u} \text{ Cubikmtr.}$$

D siehe Nr. 85.

Setzt man im Durchschnitt:

$\frac{V_2}{V_1} = 4$ bis $4{\cdot}5$, $p' = 0{\cdot}1$ Atm., entsprechend $t' = 46^0$, so wird: $p'' = 0{\cdot}15$ Atm., und $n = 20$ ist dann genügend für $t_1 = 18^0$. Ist die Temperatur des Kühlwassers kleiner, so wird mit $n = 20$ auch p', folglich p'' kleiner; bei einer zu entwerfenden Maschine ist es jedoch angemessen, p'' nicht $< 0{\cdot}15$ Atm. vorauszusetzen, um auch für ungünstige Fälle gesichert zu sein.

Die Kaltwasserpumpe ist unter Umständen entbehrlich, indem bei mässigen Saughöhen der Condensator selbstthätig das Kühlwasser ansaugen kann. —

Obige Formeln beziehen sich auf den gewöhnlichen Fall, dass das Kühlwasser in das Innere des Condensators eingeführt wird. Für einen *Oberflächen-Condensator* sei dagegen:

O Quadratmtr. die Grösse der Oberfläche, an welcher das Kühlwasser entlang fliesst,

$t_2 - t_1$ die Temperaturerhöhung, welche es dabei erfährt,

k der Wärmeüberführungscoefficient der Wand des Condensators, d. h. die Wärmemenge, welche stündlich durch 1 Quadratmtr. derselben für jeden Grad der Temparaturdifferenz hindurchdringt, welche beiderseits von der Wand stattfindet.

Dann ist:

$$n = \frac{600 - t'}{t_2 - t_1};\quad O = \frac{n}{k} \ln \frac{t' - t_1}{t' - t_2} D$$

$$p'' = p' + 0{\cdot}02;\quad V_1 = \frac{n\,D}{108000\,u}.$$

Die Warmwasserpumpe kann wesentlich kleinere Dimensionen erhalten, als bei dem Einspritzcondensator; sie braucht nur so viel grösser zu sein, als die Speisepumpe, als erforderlich ist, um Luft, welche durch undichte Stellen in den Condensator eingedrungen sein kann, zugleich mit dem Condensationswasser zu entfernen.

85.

Dampf- und Brennstoff-Verbrauch.

Die Dampfmenge = D Kilogr., welche die Maschine stündlich verbraucht, kann im Durchschnitt nach folgender Formel berechnet werden:

$$D = 120\,F\,s\,u\left[(e + e_i)\,\gamma_i - e\,\gamma_2\right] + 450\,d\,\sqrt{p_i}$$

Darin bedeutet γ_i das Gewicht in Kilogr. von 1 Cubikmtr. Dampf von der Spannung p_i Atm., welches für gesättigten Dampf der Tabelle in Nr. 32 zu entnehmen, für überhitzten Dampf nach Nr. 39 zu berechnen ist.

Für Maschinen ohne Condensation ist $\gamma_2 = 1{\cdot}32$

" " mit " " $\gamma_2 = 0{\cdot}264$ zu setzen.

Der zweite Summand in dem Ausdruck von D entspricht den Dampf- und Wärmeverlusten sowie dem etwaigen Feuchtigkeitsgehalt des Dampfes nach Versuchen von *Völckers* für einen mittelguten Zustand der Maschine; p_i siehe Nr. 81.

Mit Rücksicht darauf, dass in dem obigen Ausdruck von D auch solche Wärmeverluste berücksichtigt sind, welche nicht durch eigentliche Dampfverluste verursacht werden, ist die stündlich aufzuwendende Brennstoffmenge:

$$B = \frac{W\,D}{\eta_1\,\eta_2\,K}\ \text{Kilogr.}$$

Darin bedeutet K den Heizwerth des Brennstoffs, d. h. die Wärmemenge, welche bei vollkommener Verbrennung von 1 Kilogr. desselben entwickelt werden würde; W, η_1 und η_2 siehe Nr. 79.

86.

Kosten einer Pferdestärke pro Stunde.

Es sei:

z die jährliche Arbeitszeit der Maschine in Stunden,
B die stündlich aufzuwendende Brennstoffmenge in Kilogr. (Nr. 85),
P der Preis von 1 Kilogr. Brennstoff,
P_1 der Anschaffungspreis der Maschine,
P_2 der Anschaffungspreis der zugehörigen Kessel,
P_3 der Herstellungspreis des Kesselgemäuers nebst zugehöriger Esse, sowie der Gebäude zur Aufnahme der Maschine und der Kessel,
$A + A_1 z + A_2 N_n$ der jährliche Aufwand für Wartung und Unterhaltung der Maschine und der Kessel, unter A, A_1 und A_2 Constante verstanden.

Rechnet man für Verzinsung und Amortisation des Anlagecapitals x Procent mit Rücksicht auf Maschine und Kessel, y Procent mit Rücksicht auf die Baukosten, so betragen die Kosten einer Pferdestärke pro Stunde:

$$\frac{A + A_1 z + A_2 N_n + z\,B\,P + \frac{x}{100}(P_1 + P_2) + \frac{y}{100} P_3}{z\,N_n}$$

Die Kosten sind um so kleiner:

1) je grösser z, d. h. je anhaltender der Betrieb ist;

2) je grösser N_n, d. h. je grösser die Maschine ist, so dass bei grösserem Arbeitsbedarf im Allgemeinen und bis zu einer gewissen praktischen Grenze eine grössere Maschine vortheilhafter ist, als zwei oder mehr kleinere von derselben Gesammtleistung;

3) je höher das Speisewasser vorgewärmt in den Kessel eingeführt wird vermittelst solcher Wärme (der abziehenden Heizgase oder des abgehenden Dampfes), welche sonst verloren sein würde;

4) je höher die Spannung p_1 ist, mit welcher der Dampf in den Cylinder eintritt;

5) bis zu gewissem Grade, je grösser die mittlere Kolbensgeschwindigkeit c ist. Der angemessenste Werth von c, welcher auch von anderen Umständen, insbesondere von der erforderlichen Geschwindigkeit der zu treibenden Arbeitsmaschinen abhängt, ist im Allgemeinen = 1 bis 2 Mtr. pro Sek., unter übrigens gleichen Umständen wachsend mit der Grösse der Maschine.

6) Der vortheilhafteste Füllungsgrad e_1 ist unter übrigens gleichen Umständen um so kleiner, je grösser die Maschine und je höher die Dampfspannung p_1 ist; für Condensationsmaschinen ist er kleiner, als für Maschinen ohne Condensation Als ungefährer Anhalt kann die folgende Tabelle dienen, in welcher nach *Hrabák* die unter gewissen Voraussetzungen für einige Fälle berechneten vortheilhaftesten Werthe von e_1 eingetragen sind.

	Maschinen ohne Condensation.				Maschinen mit Condensation.			
$N_n =$	7	20	60	180	7	20	60	180
$p_1 = 2$	—	—	—	—	0·33	0·30	0·25	0·23
$p_1 = 3$	0·41	0·40	0·39	0·38	0·30	0·25	0·23	0·20
$p_1 = 4$	0·33	0·32	0·31	0·30	0·25	0·22	0·20	0·15
$p_1 = 6$	0·30	0·25	0·23	0·20	0·24	0·20	0·18	0·13

Diese Werthe sind auf die Weise erhalten worden, dass für gegebene Werthe von z, N_n und p_1 und für verschiedene Werthe von e_1 die Grösse:

$$z\,B\,P + \frac{x}{100}(P_1 + P_2)$$

berechnet und so jedesmal der Werth von e_1 ermittelt wurde, wodurch jene Grösse am kleinsten ausfiel. Die wesentlichsten Voraussetzungen, welche dabei zu Grunde gelegt wurden, sind folgende:

$$x = 10;\; z = 3600;\; D = 7\,B$$

c wachsend mit N_n ungefähr so, dass

30 c =	30	35	40	45	50	55
für $N_n =$	1	10	20	45	80	150

$$P = 0{\cdot}12 \text{ Sgr.}$$

und in österr. Gulden (²/₃ Rthlr.) als Einheit der Preis einer Maschine ohne Condensation:

$$P_1 = 300 + 46\,N_n + 5000\,F\,(p_1 - 1) \text{ für } N_n < 45$$

$$P_1 = 1000 + 21\,N_n + 4000\,F\,(p_1 - 1) \text{ für } N_n > 45,$$

der Preis einer Condensationsmaschine:

$$P_1 = 400 + 52\,N_n + 6000\,F\,p_1 \text{ für } N_n < 45$$

$$P_1 = 1300 + 23\,N_n + 5000\,F p_1 \text{ für } N_n > 45;$$

endlich Preis der Kessel in Gulden zu $^2/_3$ Rthlr.:

$$P_2 = 200 + \frac{5}{12} D\,(p_1 + 1).$$

Sind die obwaltenden Umstände besonders in Beziehung auf z, P, P_1 und P_2 von anderer Art, so kann man bemerken, dass unter übrigens gleichen Umständen der vortheilhafteste Füllungsgrad um so grösser ist, je kleiner die jährliche Betriebszeit und je billiger der Brennstoff, je höher dagegen der Preis der Maschine und der Kessel ist.

7) Die Rentabilität der Condensationsvorrichtung, d. h. der ökonomische Vortheil einer Condensationsmaschine in Vergleich mit einer Maschine ohne Condensation ist zwar um so geringer, je grösser p_1 und je kleiner N_n ist; bei den Annahmen jedoch, welche der Tabelle unter 6) in Betreff der Grössen z, P, P_1 und P_2 zu Grunde liegen, erstreckt sich nach Rechnungen von *Hrabák* jener Vortheil bis zu $p_1 = 6$ und $N_n = 7$, falls das erforderliche Kühlwasser leicht zu beschaffen ist.

87.

Verfahren bei der Berechnung einer zu entwerfenden Dampfmaschine von gegebenem Nutzeffect.

Wenn eine Dampfmaschine für einen bestimmten Zweck entworfen werden soll, hat man sich zunächst über die Dampfspannung und den Füllungsgrad, welche (unter normalen Umständen) angewendet werden sollen, sowie darüber zu entscheiden, ob die Maschine ohne oder mit Condensation arbeiten soll. Mit Rücksicht auf Nr. 80 und 86 sind dann

$$N_n \qquad p_1 \qquad p_2 \qquad e_1$$

gegebene Grössen. Darauf ist p_n zu ermitteln, um damit gemäss der Gleichung:

$$N_n = \frac{F\,c\,a\,p_n}{75}$$

das Product F c und daraus mit einem angenommenen Werth der mittleren Kolbengeschwindigkeit c (siehe z. B. die zusammengehörigen Werthe von c und N_n unter 6) in Nr. 86) die wirksame Kolbenfläche F zu finden. Aus F ergiebt sich der Cylinderdurchmesser d mit Rücksicht auf die Dicke der Kolbenstange, welche im Verhältniss zu d um so grösser ist, je grösser p_1, so dass etwa:

$$\frac{\pi\,d^2}{4} = \begin{cases} (1{\cdot}0075 - 1{\cdot}015)\,F & \text{für eine einseitige Kolbenstange,} \\ (1{\cdot}015 - 1{\cdot}03)\,F & \text{,, ,, zweiseitige ,,} \end{cases}$$

gesetzt werden kann. Der Kolbenschub s kann entweder im Verhältniss zu d angenommen (im Allgemeinen ist $\frac{s}{d} = 2{\cdot}8 - d$ ein passendes Verhältniss) und dann u gemäss der Gleichung $s\,u = 30\,c$ bestimmt werden, oder es kann u den Umständen gemäss angenommen und danach s bestimmt werden. Endlich sind die Hauptdimensionen des Schwungrades (Nr. 83), der Pumpen (Nr. 84), sowie der Dampf- und Brennstoffverbrauch (Nr. 85) zu berechnen. Für die Wahl der übrigen Dimensionen der Maschine können die in Nr. 294, 296, 298 und 300 des Hauptwerks angegebenen Verhältnisszahlen als Anhalt dienen.

Dieses Rechnungsverfahren setzt indessen voraus, dass sich die mittlere Nutzspannung:

$$p_n = \frac{p_i - p_m}{1 + \mu}\,;\ \mu = 0{\cdot}12 \text{ bis } 0{\cdot}14$$

von vornherein ermitteln lässt, während in der That zwar p_i nach Nr. 80 resp. Nr. 81 berechnet werden kann, dagegen p_m (Nr. 82) wesentlich von solchen Grössen abhängt, welche erst mit Hülfe von p_n gefunden werden sollen. Sonach müssen diese letzteren Grössen (F, d, s, u, G, D) zuvörderst näherungsweise mit Hülfe eines Näherungswerthes von p_n berechnet werden. Setzt man zu dem Ende:

$$p_n = \eta_i\, p_i$$

so kann man vorläufig annehmen

1) für Maschinen ohne Condensation und ohne Expansion:

$$\eta_i = \frac{N_n + 35}{N_n + 50} \text{ bis } \eta_i = 0{\cdot}8 \text{ für } N_n = 25$$

$$\eta_i = \frac{N_n + 75}{N_n + 100} \text{ für } N_n > 25 \text{ bis } \eta_i = 0{\cdot}86$$

2) für Maschinen ohne Condensation mit Expansion:

$$\eta_i = \frac{N_n + 32}{N_n + 50} \text{ bis } \eta_i = 0{\cdot}8 \text{ für } N_n = 40$$

$$\eta_i = \frac{N_n + 72}{N_n + 100} \text{ für } N_n > 40 \text{ bis } \eta_i = 0{\cdot}86$$

3) für Maschinen mit Condensation und mit Expansion:

$$\eta_i = \frac{N_n + 26}{N_n + 50} \text{ bis } \eta_i = 0{\cdot}75 \text{ für } N_n = 46$$

$$\eta_i = \frac{N_n + 86}{N_n + 130} \text{ für } N_n > 46 \text{ bis } \eta_i = 0{\cdot}86.$$

Hiernach sind für die genannten 3 Fälle die folgenden Werthe von η_i berechnet, welche eher etwas zu klein, als zu gross sind.

$N_n =$	5	10	15	20	25	30	40
1)	0·727	0·750	0·769	0·786	0·800	0·808	0·821
2)	—	0·700	0·723	0·743	0·760	0·775	0·800
3)	—	—	0·631	0·657	0·680	0·700	0·733

$N_n =$	50	60	80	100	120	150	180
1)	0·833	0·844	0·861	—	—	—	—
2)	0·813	0·825	0·844	0·860	—	—	—
3)	0·756	0·768	0·790	0·809	0·824	0·843	0·858

88.

Locomotive.

Es sei:

P der grösste vorkommende Totalwiderstand des Zuges in Kilogr. mit Einschluss der auf den Umfang der Triebräder reducirten Reibungswiderstände der beiden Maschinen, welcher nach der Anmerkung zu Nr. 309 des Hauptwerks berechnet werden kann, woselbst dieser Totalwiderstand mit W bezeichnet wurde,

Δ der Durchmesser der Triebräder in Metern, während im Uebrigen die Buchstabenbezeichnungen von Nr. 79 — 81 hier für jeden der beiden Cylinder gelten.

Dann ist mit Rücksicht auf eine mittlere Dicke der Kolbenstange $= 0{\cdot}18$ d:

$$P = 10167\, d^2 \frac{s}{\Delta}\, p_i$$

Setzt man im Durchschnitt
die äussere Deckung des Schiebers: $a_1 = 0{\cdot}45\, \varrho$
die innere „ „ „ $a_2 = 0{\cdot}1\, \varrho$
den Voreilungswinkel: $\alpha = 30^0$
so ist nach Nr. 81 bei grösstmöglicher Füllung der Cylinder:

$$e_1 = 0{\cdot}774;\ e_2 = 0{\cdot}906;\ e_3 = 0{\cdot}956;\ e_4 = 0{\cdot}999$$

Hiermit und mit $\lambda = 0{\cdot}8$ ergiebt sich:

$$p_i = f_1\, p_1 - f_2\, p_2 \text{ mit } f_1 = 0{\cdot}800 + \lambda_1 \text{ und } f_2 = 0{\cdot}897 + \lambda_2$$

$$\text{Mit } \beta_1 = 0{\cdot}9,\ e = 0{\cdot}07,\ n_1 = 1{\cdot}125 \text{ ist } \lambda_1 = 0{\cdot}146$$

$$\beta_2 = 1{\cdot}1,\ e = 0{\cdot}05,\ n_2 = 1{\cdot}15 \text{ ist } \lambda_2 = 0{\cdot}178$$

also

$$p_i = 0{\cdot}946\, p_1 - 1{\cdot}075\, p_2$$

Der Gegendampfdruck p_2 ist wegen des Widerstandes der Blasrohrvorrichtung etwas grösser, als unter sonst gleichen Umständen bei einer stehenden Maschine; setzt man hier (siehe Nr. 80):

$$p_2 = 1 + \frac{1}{7000}\left(\frac{F}{f}\, c\right)^2$$

so ist mit durchschnittlich $\frac{F}{f} = 14$:

$$p_2 = 1 + 0{\cdot}028\ c^2 = 1{\cdot}15 \text{ bis } 1{\cdot}27 \text{ Atm.}$$

für $c = 2{\cdot}3$ (Güterzüge) bis $c = 3{\cdot}1$ (Schnellzüge).

Hiernach ergeben sich für verschiedene Werthe von p_1 und p_2 die in der folgenden Tabelle enthaltenen

Werthe von p_i.

p_2	$p_1 = 6$	$p_1 = 6{\cdot}5$	$p_1 = 7$	$p_1 = 7{\cdot}5$	$p_1 = 8$	$p_1 = 8{\cdot}5$	$p_1 = 9$
1·15	4·440	4·913	5·386	5·859	6·332	6·805	7·278
1·18	4·407	4·880	5·353	5·826	6·299	6·772	7·245
1·21	4·375	4·848	5·321	5·794	6·267	6·740	7·213
1·24	4·343	4·816	5·289	5·762	6·235	6·708	7·181
1·27	4·311	4·784	5·257	5·730	6·203	6·676	7·149

Bei Güterzügen ist $\frac{\Delta}{s}$ am kleinsten, bei Schnellzügen am grössten, also im Allgemeinen auch p_2 um so grösser, je grösser $\frac{\Delta}{s}$; setzt man

$$p_2 = 1{\cdot}15 \qquad 1{\cdot}18 \qquad 1{\cdot}21 \qquad 1{\cdot}24 \qquad 1{\cdot}27$$

$$\text{für } \frac{\Delta}{s} = 2 \qquad 2{\cdot}4 \qquad 2{\cdot}8 \qquad 3{\cdot}2 \qquad 3{\cdot}6$$

so findet man für verschiedene Werthe von $\frac{\Delta}{s}$ und p_1 mit obigen Werthen von p_i die folgenden Werthe von

$$\frac{P}{d^2} = 10167 \frac{s}{\Delta} p_i$$

$\frac{\Delta}{s}$	$p_1 = 6$	$p_1 = 6{\cdot}5$	$p_1 = 7$	$p_1 = 7{\cdot}5$	$p_1 = 8$	$p_1 = 8{\cdot}5$	$p_1 = 9$
2	22571	24975	27380	29784	32189	34593	36998
2·4	18669	20673	22677	24680	26684	28688	30692
2·8	15886	17603	19321	21038	22756	24473	26191
3·2	13799	15301	16804	18307	19810	21313	22815
3·6	12175	13511	14847	16182	17518	18854	20190

b. Woolf'sche Dampfmaschine.

89.

Bezeichnungen und Annahmen.

Unter der Voraussetzung, dass alle Längen in Metern, Flächen in Quadratmetern, Dampfspannungen in Atmosphären ausgedrückt sind, haben die Buchstaben:

$$d,\ F,\ s,\ e,\ e_1,\ e_2,\ e_3,\ e_4,\ p_i$$

die in Nr. 79 angegebenen Bedeutungen für den grossen Cylinder,

$$d',\ F',\ s',\ e',\ e'_1,\ e'_2,\ e'_3,\ e'_4,\ p'_i$$

die entsprechenden Bedeutungen für den kleinen Cylinder.

Ferner sei:

$z = \frac{F' s'}{F s}$ das Verhältniss der Cylinderinhalte oder vielmehr der vom kleinen und grossen Kolben bei einem Schube durchlaufenen Räume,

β das Verhältniss der mittleren Hinterdampfspannung im grossen Cylinder zur mittleren Vorderdampfspannung im kleinen Cylinder, nach Beobachtungen von *Völckers* im Durchschnitt $= 0{\cdot}95$,

p_1 die mittlere Hinterdampfspannung im kleinen Cylinder während der Einströmung,

p_2 die mittlere Vorderdampfspannung im grossen Cylinder während der Ausströmung des Dampfes,

$\beta_1 p_1$ die Hinterdampfspannung im kleinen Cylinder zu Ende der Einströmung,

$\beta_2 p_2$ die Vorderdampfspannung im grossen Cylinder zu Ende der Ausströmung des Dampfes,

$a = 10333$ der Atmosphärendruck in Kilogr. pro Quadratmtr.,

$L_i = F s a\,(z\,p'_i + p_i)$ die indicirte Arbeit pro Kolbenschub, welche der auf den grossen Kolben reducirten mittleren Spannungsdifferenz auf beiden Seiten der Kolben in beiden Cylindern $= (z\,p'_i + p_i)$ Atm. entspricht,

$L_m = F s a\, p_m$ die Arbeit der leer gehenden Maschine pro Kolbenschub,

$L_n = F s a\, p_n = \frac{L_i - L_m}{1 + \mu}$ die Nutzarbeit pro Kolbenschub,

$p_n = \frac{z\,p_i' + p_i - p_m}{1 + \mu}$ Atm. die entsprechende auf den grossen Kolben bezogene mittlere Nutzspannung,

μ $(= 0{\cdot}13 - 0{\cdot}15)$ der Coefficient der zusätzlichen Reibung,

u die Anzahl der Doppelschübe jedes Kolbens oder der Kurbelumdrehungen pro Minute,

$c = \frac{s\,u}{30}$ die mittlere Geschwindigkeit des grossen Kolbens,

$N_i = \frac{u\,L_i}{75 \cdot 30} = \frac{F c a\,(z\,p_i' + p_i)}{75}$ die indicirte Pferdestärke,

$N_n = \frac{u\,L_n}{75 \cdot 30} = \frac{F c a\, p_n}{75}$ die Nutzpferdestärke,

D der Dampfverbrauch in Kilogr. pro Stunde.

Bei den zur Berechnung des Effects und des Dampfverbrauchs dienenden Formeln der folgenden Nummern ist angenommen worden, dass die gleichzeitig beginnenden Wege beider Kolben einander stets in demselben Verhältniss proportional sind, dass ferner die Dampfvertheilung für beide Cylinder in einer solchen Weise stattfindet (z. B. durch einen *Hick*'schen Doppelschieber mit nahe gleich grossen Deckungen der inneren und äusseren Gleitflächen), welche es gestattet,

$$e'_2 = e_2,\ \ e'_3 = e_3,\ \ e'_4 = e_4$$

zu setzen, während $e_1' < e_1$ sein kann in Folge der Wirkung eines besonderen Expansionsschiebers oder Expansionsventils für die Absperrung des Hinterdampfes im kleinen Cylinder. Wird dann noch $e_4 = 1$ gesetzt, so ergiebt sich folgende Art der Dampfwirkung.

1) Hinter dem kleinen Kolben findet auf dem Wege $e_1' s'$ Einströmung, auf dem übrigen Kolbenwege Expansion des abgesperrten Dampfes statt, welcher sich dabei in dem schädlichen Raum $e' F' s'$ mit verbreitet; der Expansionsgrad ist:

$$\varepsilon_1 = \frac{e' + e_1'}{e' + 1}$$

2) Vor dem kleinen Kolben strömt der Dampf auf dem Wege $e_1 s'$ in den hinteren Raum des grossen Cylinders, wobei der schädliche Raum $e' F' s' + e F s$ vom Dampf mit erfüllt und der Expansionsgrad:

$$\varepsilon_3 = \frac{z(1 + e') + e}{z(1 + e' - e_1) + e + e_1}$$

ist. Auf dem übrigen Theil des Kolbenweges wird der Dampf comprimirt, wobei er sich in dem schädlichen Raum $e' F' s'$ mit verbreitet; der entsprechende Compressionsgrad ist:

$$\varepsilon_4 = \frac{1 + e' - e_1}{e'}$$

3) Hinter dem grossen Kolben findet auf dem Wege $e_1 s$ Dampfzuströmung aus dem vorderen Raum des kleinen Cylinders statt, auf dem Wege $(e_3 - e_1)\, s$ Expansion des abgesperrten Dampfs mit dem schädlichen Raum $e F s$, auf dem übrigen Wege Nachwirkung des zum Condensator abströmenden Dampfes. Der entsprechende mittlere Dampfdruck wird durch den oben erklärten Coefficienten β empirisch auf den nach 2) zu bestimmenden mittleren Dampfdruck vor dem kleinen Kolben bezogen.

4) Vor dem grossen Kolben findet auf dem Wege $e_2\, s$ Abströmung des Dampfs zum Condensator, auf dem übrigen Theil des Kolbenweges Compression statt mit dem schädlichen Raum $e F s$; der entsprechende Compressionsgrad ist:

$$\varepsilon_2 = \frac{1 + e - e_2}{e}$$

90.

Berechnung der auf den grossen Kolben reducirten mittleren Spannungsdifferenz: $z\, p_i' + p_i$.

Wenn man annimmt, dass die Zustandsänderung des Dampfes bei der Expansion dem Gesetze $p\, v^{n_1} = \text{Const.}$, bei der Compression dem Gesetze $p\, v^{n_2} = \text{Const.}$ folgt, unter p die Spannung, v das specifische Volumen des Dampfes in irgend einem Augenblicke und unter n_1 und n_2 Constante verstanden, so kann gesetzt werden:

$$z\, p_i' + p_i = [z\, f_1 + (\beta - z)\, f_3]\, p_1 - [f_2 - (\beta - z)\, f_4]\, p_2$$

$$f_1 = e'_1 + \beta_1 (e' + e'_1)\, \frac{1 - \varepsilon_1^{\,n_1 - 1}}{n_1 - 1}$$

$$f_2 = e_2 + \beta_2 (1 + e - e_2)\, \frac{\varepsilon_2^{\,n_2 - 1} - 1}{n_2 - 1}$$

$$f_3 = \beta_1 \varepsilon_1^{n_1} \left[\frac{z}{1-z} (1+e') \frac{1-\varepsilon_3^{n_1-1}}{n_1-1} + (1+e'-e_1) \varepsilon_3^{n_1} \frac{\varepsilon_4^{n_2-1}-1}{n_2-1} \right]$$

$$f_4 = \frac{\beta_2 \, e \, \varepsilon_2^{n_2}}{1-z} \quad \frac{1-\varepsilon_3^{n_1-1}}{n_1-1}$$

Setzt man im Durchschnitt (siehe Nr. 81):

$$e_1 = 0{\cdot}910;\ e_2 = 0{\cdot}959;\ e_3 = 0{\cdot}977$$

$$\beta_1 = 0{\cdot}95;\ \beta_2 = 1{\cdot}05$$

und für die Expansion: $e' = e = 0{\cdot}07$, $n_1 = 1{\cdot}125$

für die Compression: $e' = e = 0{\cdot}05$, $n_2 = 1{\cdot}15$

$$\text{so wird: } \varepsilon_1 = \frac{e_1' + 0{\cdot}07}{1{\cdot}07};\ \varepsilon_2 = 1{\cdot}82$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1{\cdot}07\,z + 0{\cdot}07}{0{\cdot}16\,z + 0{\cdot}98};\ \varepsilon_4 = 2{\cdot}8$$

$$f_1 = e_1' + 7{\cdot}6\,(e_1' + 0{\cdot}07)\left(1 - \varepsilon_1^{0{\cdot}125}\right);\ f_2 = 1{\cdot}019$$

$$f_3 = \varepsilon_1^{1{\cdot}125} \left[8{\cdot}132 \frac{z}{1-z} \left(1 - \varepsilon_3^{0{\cdot}125}\right) + 0{\cdot}148\,\varepsilon_3^{1{\cdot}125} \right]$$

$$f_4 = 1{\cdot}17 \frac{1-\varepsilon_3^{0{\cdot}125}}{1-z}.$$

Hiernach ist die fragliche Grösse $(z\,p_1' + p_1)$ nur noch von dem Füllungsgrad e_1' des kleinen Cylinders, dem Cylinderverhältniss z und von den Dampfspannungen p_1 und p_2 abhängig, von welchen Letztere wie bei eincylindrigen Expansionsmaschinen beurtheilt, also im Durchschnitt = 0·2 Atm. gesetzt werden kann.

Die Werthe von

$$\varepsilon_1^{0{\cdot}125} \qquad \varepsilon_3^{0{\cdot}125} \qquad \varepsilon_1^{1{\cdot}125} \qquad \varepsilon_3^{1{\cdot}125}$$

können aus der folgenden Tabelle durch Interpolation entnommen werden.

ε	$\varepsilon^{0{\cdot}125}$	$\varepsilon^{1{\cdot}125}$	ε	$\varepsilon^{0{\cdot}125}$	$\varepsilon^{1{\cdot}125}$
0·2	0·8178	0·1636	0·45	0·9050	0·4073
0·22	0·8276	0·1821	0·5	0·9170	0·4585
0·24	0·8366	0·2008	0·55	0·9280	0·5104
0·27	0·8490	0·2292	0·6	0·9381	0·5629
0·3	0·8603	0·2581	0·7	0·9564	0·6695
0·35	0·8770	0·3070	0·8	0·9725	0·7780
0·4	0·8918	0·3567	0·9	0·9869	0·8882

91.

Bestes Cylinderverhältniss z.

Es sei in irgend einem Augenblick:
P der Dampfüberdruck auf den grossen Kolben,
P′ „ „ „ „ kleinen „ , also
$zP' + P$ der auf den grossen Kolben reducirte resultirende Dampfdruck.

Letzterer ist am grössten zu Anfang, am kleinsten zu Ende eines Kolbenschubes, und man kann mit Rücksicht sowohl auf die Gleichförmigkeit des Ganges, als auf die Anstrengung der die Kraft übertragenden Maschinentheile denjenigen Werth von z als besonders vortheilhaft betrachten, für welchen unter übrigens gegebenen Umständen

$$m = \frac{\max.\,(zP' + P)}{\min.\,(zP' + P)}$$

so klein wie möglich ausfällt. Unter gewissen vereinfachenden Voraussetzungen:

$$e' = e = 0;\ e_1 = e_2 = e_3 = e_4 = 1;\ n_1 = n_2 = 1$$

deren Fehler sich theilweise gegenseitig compensiren, findet man für einen gegebenen resultirenden Füllungsgrad $z^{*}e_1' = i$:

$$m = \frac{z + \frac{i}{z} - i - \frac{p_2}{p_1}}{2i - \frac{p_2}{p_1} - iz} = \min. = \frac{1}{z^2} - \frac{1}{i}$$

$$\text{für } \frac{1}{z} = \frac{i + \sqrt{(4-i)\,i - (4+i)\frac{p_2}{p_1} + \frac{1+i}{i}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2}}{2i - \frac{p_2}{p_1}}$$

während bei einer Maschine mit nur einem Cylinder und dem Füllungsgrade i das Verhältniss m_1 des grössten und kleinsten Kolbendrucks unter denselben vereinfachenden Voraussetzungen:

$$m_1 = \frac{1 - \frac{p_2}{p_1}}{i - \frac{p_2}{p_1}}$$

wesentlich grösser als m ist. Man findet z. B. für $\frac{p_2}{p_1} = 0{\cdot}05$ und

$i =$	0·1	0·15	0·2
$\min. m =$	4·0	2·0	1·4
$=$	$0{\cdot}21\,m_1$	$0{\cdot}21\,m_1$	$0{\cdot}22\,m_1$
für $z =$	0·267	0·340	0·395
$=$	$0{\cdot}845\sqrt{i}$	$0{\cdot}879\sqrt{i}$	$0{\cdot}884\sqrt{i}$

$$e_1' = \frac{i}{z} = 0{\cdot}374 \qquad 0{\cdot}442 \qquad 0{\cdot}507$$

$$= 1{\cdot}40\,z \qquad 1{\cdot}30\,z \qquad 1{\cdot}28\,z$$

92.

Die auf den grossen Kolben reducirte mittlere Spannungsdifferenz p_m, welche der Arbeit der leer gehenden Maschine entspricht,

ist analog Nr. 82 zu setzen:

$$p_m = 0{\cdot}00002 \frac{G\,d_1}{d^2\,s} + 0{\cdot}0227 \left(\frac{1}{d} + \frac{z}{2\,d'}\right) + p'_m$$

mit $G = 1{\cdot}3\ G_1 + G_2$

$$p'_m = 0{\cdot}00015\,n\,(h + 15)\,\frac{D}{120\,F\,s\,u}$$

$$= (0{\cdot}003\,h + 0{\cdot}045)\,\frac{D}{120\,F\,s\,u} \quad \text{für } n = 20.$$

Bedeutung der Buchstaben d_1, G, G_1, G_2, h, n wie in Nr. 82.

Berechnung von G_1: siehe Nr. 93.
Berechnung von D: siehe Nr. 94.
Berechnung des Coefficienten n und der zum Condensator gehörigen Pumpen wie bei der Maschine mit einem Cylinder (Nr. 84).

93.

Schwungrad.

Bedeutung der Buchstaben R, δ und (auf den grossen Kolben mit entsprechender Kurbel bezogen) der Buchstaben r, l, v: siehe Nr. 83.

Auf das erforderliche Gewicht G_1 des Schwungringes einer *Woolf*'schen Maschine für einen gegebenen Ungleichförmigkeitsgrad δ der Bewegung ist nicht nur die verhältnissmässige Länge der Kurbelstange, sondern auch der Umstand von wesentlichem Einfluss, ob die Kolben beider Cylinder sich, wie gewöhnlich, in gleichem Sinne, oder ob sie sich, was vorzuziehen ist, in entgegengesetztem Sinne bewegen. Setzt man:

$$G_1 = 0{\cdot}9 \left(\frac{r}{R}\right)^2 Mg \text{ mit } M = \varphi \frac{L_i}{\delta\,v^2}$$

und versteht unter f (Nr. 83) den Coefficienten, welcher an Stelle von φ einer Eincylindermaschine entspricht, deren Füllungsgrad e_1 bei gleichen Werthen von $\frac{r}{l}$ und $\frac{p_2}{p_1}$ dem resultirenden Füllungsgrade $i = z\,e_1'$ der *Woolf*'schen Maschine gleich ist, so findet man durch Anwendung der complicirten Formeln, welche sich zur Berechnung von φ unter den in Nr. 91 genannten vereinfachenden Voraussetzungen ableiten lassen, auf den mittleren Fall:

$$\frac{r}{l} = \frac{1}{5}, \quad \frac{p_2}{p_1} = 0{\cdot}05, \quad i = 0{\cdot}15, \quad e_1' = 0{\cdot}45, \quad z = \frac{1}{3}$$

bei gleich gerichteter Bewegung der beiden Kolben:

$$\varphi = 0{\cdot}300 = 0{\cdot}82\, f$$

und bei entgegengesetzt gerichteter Bewegung der Kolben:

$$\varphi = 0{\cdot}256 = 0{\cdot}70\, f.$$

Dieselben Verhältnisse $\frac{\varphi}{f} = 0{\cdot}82$ und $0{\cdot}70$, durch welche die Berechnung von φ auf die Berechnung von f nach Nr. 83 zurückgeführt wird, können näherungsweise auch in anderen Fällen zu Grunde gelegt werden zwischen den Grenzen $i = 0{\cdot}1$ und $0{\cdot}2$, falls $z = 0{\cdot}84 \sqrt{i}$ bis $0{\cdot}88 \sqrt{i}$ (Nr. 91) gewählt wird und $\frac{r}{l}$ nicht erheblich von dem Mittelwerth $\frac{1}{5}$ verschieden ist.

Der günstige Einfluss, welchen die entgegengesetzte Bewegungsrichtung beider Kolben auf die Gleichförmigkeit des Ganges resp. die Ersparniss an Schwungradmasse ausübt, tritt besonders auffallend bei Zwillingsmaschinen hervor mit rechtwinkelig versetzten Kurbeln der beiden einzelnen *Woolf*'schen Maschinen. Wenn man, unter L_i die indicirte Arbeit jeder einzelnen der beiden gekuppelten Maschinen verstanden,

$$G_1 = 0{\cdot}9 \left(\frac{r}{R}\right)^2 Mg; \quad M = \varphi_1 \frac{2\, L_i}{\delta\, v^2}$$

setzt, so findet man zunächst für den obigen Specialfall in Betreff der Grössen $\frac{r}{l}$, $\frac{p_2}{p_1}$, i, e_1' und z

bei gleich gerichteter Kolbenbewegung: $\varphi_1 = 0{\cdot}24\ \varphi$
bei entgegengesetzter „ $\varphi_1 = 0{\cdot}09\ \varphi$.

94.

Dampf- und Brennstoff-Verbrauch.

Die Dampfmenge = D Kilogr., welche die Maschine bei mittelgutem Zustande stündlich verbraucht, kann nach folgender Formel berechnet werden:

$$D = 120\, F' s' u \left[(e' + e_1')\gamma_1 - (1 + e' - e_1)\gamma_2\right] + 450\, d' \sqrt{p_1'}$$

Darin bedeutet γ_1 das specifische Gewicht (Gewicht von 1 Cubikmtr.) des in den kleinen Cylinder einströmenden Dampfes von der Pressung p_1, γ_2 das specifische Gewicht des Dampfes von der Pressung:

$$\beta_1\, p_1 (\varepsilon_1 \varepsilon_3)^{n_1}$$

wobei der Umstand, dass dieser stark expandirte Dampf ziemlich feucht und deshalb γ_2 entsprechend grösser, als das specifische Gewicht gesättigten Dampfes ist, zu grösserer Sicherheit nicht besonders berücksichtigt zu werden braucht.

Im zweiten Summand, welcher nach *Völckers* den Dampf- und sonstigen als Dampfverlust gemessenen Wärmeverlust ausdrückt, ist:

$$p_1' = (f_1 - f_3)\, p_1 - f_4\, p_2$$

e', e_1, β_1, ε_1, ε_3, n_1, f_1, f_3 und f_4: siehe Nr. 89 und 90.

Die stündlich aufzuwendende Menge Brennstoff ist, unter K seinen Heizwerth verstanden:

$$B = \frac{W\,D}{\eta_1\,\eta_2\,K} \text{ Kilogr.}$$

W, η_1 und η_2: siehe Nr. 79.

c. Einfach wirkende Dampfmaschine.

95.

Bezeichnungen.

Unter Voraussetzung einer direct wirkenden Maschine mit einem Cylinder und mit Condensation, wie sie besonders zur Wasserhaltung beim Bergwerksbetrieb Anwendung findet, und unter der Voraussetzuug, dass alle Längen in Metern, Flächen in Quatratmetern, Gewichte und Widerstände in Kilogrammen, Dampfspannungen in Atmosphären ausgedrückt sind, sei:

G das Gewicht des Gestänges (incl. der damit verbundenen Pumpenkolben),

G_1 der Theil von G, welcher zum Zweck der Regulirung des Ganges durch einen mit dem Gestänge event. verbundenen Gegengewichtsbalancier getragen wird, also

$G - G_1$ das für die Kraftäusserung wirksame Gestängegewicht,

Q_1 der vom Gestänge bei seinem Aufgang zu bewältigende Widerstand,

Q_2 der vom Gestänge bei seinem Niedergang zu bewältigende Widerstand,

c_1 die mittlere Geschwindigkeit des Gestänges beim Aufgang ($= 0{\cdot}6 - 1{\cdot}2$ Mtr. pro Sec.),

c_2 die mittlere Geschwindigkeit des Gestänges beim Niedergang ($= 0{\cdot}3 - 0{\cdot}6$ Mtr. pro Sec.),

t_1 die Zeit des Aufganges,

t_2 die Zeit des Niederganges in Secunden,

t_3 Sec. die Dauer der oberen und unteren Pause zusammen, also

$t = t_1 + t_2 + t_3$ die Zeit eines Kolbenspiels,

F die wirksame Kolbenfläche der Dampfmaschine (Cylinderquerschnitt — Querschnitt der Kolbenstange),

d der Durchmesser des Cylinders,

$s = c_1\,t_1 = c_2\,t_2$ die Hubhöhe des Gestänges und des Kolbens,

e F s der schädliche Raum, welcher bei der tiefsten Stellung des Kolbens von dem unter ihm befindlichen Dampf erfüllt wird ($e = 0{\cdot}05 - 0{\cdot}1$),

$s_1 = e_1\,s$ der Kolbenweg bis zur Absperrung des Dampfes unter dem aufsteigenden Kolben, von der tiefsten Stellung desselben aus gerechnet, von welcher bis zur unteren Ruhelage der Kolben im Allgemeinen schon wieder etwas in die Höhe geht,

e_1 also der Füllungsgrad,

$a = 10333$ der Druck einer Atmosphäre in Kilogr. pro Quadratmtr.,
p_1 der mittlere Druck des in den Cylinder einströmenden Dampfes in Atm.,
γ_1 das specifische Gewicht (Kilogr. pro Cubikmtr.) dieses Dampfes,
$\beta_1 p_1$ der Dampfdruck zu Ende der Einströmung, also bei Beginn der Expansion,
p_2 der mittlere Gegendampfdruck im Cylinder während des Gestängeaufgangs,
p_i die mittlere Spannungsdifferenz des Dampfes auf beiden Seiten des Kolbens beim Aufgang,
r die mittlere Spannungsdifferenz in Atm., welche beim Aufgang und beim Niedergang des Kolbens den Nebenwiderständen der Maschine (des Kolbens, der Kolbenstange und der Steuerung) entspricht,
r_1 die mittlere Spannungsdifferenz in Atm., welche beim Aufgang des Gestänges durch die zum Condensator gehörige Kalt- und Warmwasserpumpe verbraucht wird,
r_2 der mittlere Ueberschuss der Vorderdampfspannung über die Hinterdampfspannung während des Niedersinkens des Gestänges,
D_1 der Dampfverbrauch in Kilogr. pro Kolbenspiel,
$D = 3600 \frac{D_1}{t}$ derselbe pro Stunde.

96.

Kolbenfläche, wirksames Gestängegewicht und Dampfverbrauch.

Zur Berechnung dieser Grössen, wenn die übrigen gegeben sind oder angenommen resp. erfahrungsmässig geschätzt werden, dienen die folgenden Formeln:

$$F = \frac{1}{a} \frac{Q_1 + Q_2}{p_i - 2r - r_1 - r_2}$$

$$G - G_1 = Q_2 + F a (r + r_2) = \frac{(r + r_2) Q_1 + (p_i - r - r_1) Q_2}{p_i - 2r - r_1 - r_2}$$

$$D_1 = F s e_1 \gamma_1 + \frac{t_1 + 0{\cdot}4 (t_2 + t_3)}{8} d \sqrt{p_i}$$

Für die Kesselanlage ist das Maximum des stündlichen Dampfverbrauchs massgebend, welches dem Maximum der Leistung, also $t_3 = 0$ entspricht; dasselbe ist:

$$\max. D = 3600 \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} F e_1 \gamma_1 + 450 \frac{0{\cdot}4 c_1 + c_2}{c_1 + c_2} d \sqrt{p_i}$$

In diesen Formeln ist:

$$p_i = f p_1 - p_2$$

$$\text{mit } f = e_1 + \beta_1 (e + e_1) \frac{1 - \varepsilon_1^{n-1}}{n-1}; \; \varepsilon_1 = \frac{e + e_1}{e + 1}$$

Insbesondere mit

$$e = 0{\cdot}1; \; n = 1{\cdot}125; \; \beta_1 = 0{\cdot}95 \text{ (Nr. 81)},$$

wobei e absichtlich etwas gross geschätzt ist mit Rücksicht auf einen unvollkommenen Abschluss des Einlassventils während der Expansion, ergiebt sich:

für $e_1 =$	$^1/_8$	$^1/_6$	$^1/_5$	$^1/_4$	$^1/_3$	$^1/_2$
$f =$	0·4327	0·4957	0·5418	0·6048	0·6953	0·8327

Bei einer Maschine ohne Expansion kann entsprechend $e_1 = 0{\cdot}9$ gesetzt werden:

$$p_1 = 0{\cdot}99\ p_1 - p_2$$

Der Gegendampfdruck p_2 ist bei der nur mässigen Kolbengeschwindigkeit und dem infolge reichlich vorhandenen Kühlwassers hier sehr kleinen Condensationsdruck:

$$p_2 = 0{\cdot}1 \text{ bis höchstens } 0{\cdot}15 \text{ Atm.}$$

zu schätzen, trotzdem dadurch der verstärkte Druck des zu Ende des Aufgangs vor dem Kolben comprimirten Dampfs mit berücksichtigt werden soll.

Was endlich die Widerstandsspannungen r, r_1 und r_2 betrifft, so kann gesetzt werden:

$$r = \frac{0{\cdot}03}{d} \text{ für direct wirkende Maschinen,}$$

$$r = \frac{0{\cdot}04}{d} \text{ für indirect wirkende (Balancier-) Maschinen,}$$

$$r_1 = (0{\cdot}003\ h + 0{\cdot}045)\frac{D_1}{F\,s} \quad \text{(Nr. 82)}$$

unter h die Förderhöhe der Kaltwasserpumpe verstanden, behufs vorläufiger Schätzung etwa:

$$r_1 = 0{\cdot}015 \text{ Atm.}$$

und falls der Hub des Gleichgewichtsventils nicht etwa beschränkt und dadurch r_2 zum Zweck der Regulirung absichtlich gesteigert ist:

$$r_2 = 0{\cdot}02 \text{ Atm.}$$

Eine Balancier-Maschine kann ebenso berechnet werden wie eine direct wirkende; nur ist bei ungleicher Länge der beiden Arme des Balanciers die wirksame Kolbenfläche schliesslich in demselben Verhältniss kleiner zu machen, als der berechnete Werth von F, in welchem die Schublänge des Kolbens den Hub des Gestänges übertrifft, sowie auch in den Formeln für D_1 und D unter d der wirkliche Cylinderdurchmesser zu verstehen ist.

97.

Regulirungsmasse bei Expansionsmaschinen.

Bei Anwendung von einigermassen bedeutender Expansion tritt ein gleichförmiger Beharrungszustand beim Aufgang des Gestänges nicht ein, geht vielmehr die beschleunigte Bewegung des Anlaufs unmittelbar in die verzögerte Bewegung des Endlaufs über, und damit die Maximalgeschwindigkeit c auf der Grenze dieser beiden Bewegungszustände einen gewissen als höchstens zulässig erachteten Werth (= 1·5 — 2 Mtr.) nicht überschreite, kann es nöthig sein, den Gegenbalancier massiger zu construiren und ihn wesentlich stärker zu belasten, als nur mit Rücksicht auf die Ausgleichung des theilweisen Gestängegewichts G_1 nöthig sein würde. Ist M die jener Forderung entsprechende, auf die Geschwindigkeit des Gestänges reducirte gesammte bewegte Masse, d. h. $\frac{1}{2}Mv^2$ die lebendige Kraft der bewegten Masse in einem Augenblick, in welchem die Geschwindigkeit des Gestänges = v ist, so hat man:

$$M = \mu \frac{F s p_1}{c^2}; \quad \mu = 2 a x (y - f)$$

$$x = (e + e_1)\left(\frac{\beta_1}{f}\right)^{\frac{1}{n}} - e$$

$$y = \frac{e_1}{x} + \frac{\beta_1}{n-1}\,\frac{e + e_1}{x}\left[1 - \left(\frac{f}{\beta_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]$$

Dabei ist $x s$ der Kolbenweg und $y p_1$ die Spannung des in der Expansion begriffenen Hinterdampfes im Augenblick der grössten Geschwindigkeit; Bedeutung der übrigen Buchstaben: Nr. 95 und 96.

Mit $e = 0·1$; $n = 1·125$; $\beta_1 = 0·95$ und den entsprechenden Werthen von f nach Nr. 96 findet man

für e_1 =	1/8	1/6	1/5	1/4	1/3	1/2
x =	0·353	0·375	0·394	0·423	0·472	0·575
μ =	2387	2520	2570	2571	2427	1815

Das Gewicht Mg besteht in der Regel aus folgenden Bestandtheilen:

1) G = Gewicht des Gestänges;
2) G_1 = derjenigen Belastung an dem vom Gestänge abgekehrten Ende des gleicharmigen Gegengewichts-Balanciers, wodurch nach Nr. 96 ein ebenso grosser Theil von G für die Kraftäusserung unwirksam gemacht wird;
3) B im Falle einer indirect wirkenden Maschine = dem auf das Gestänge reducirten Gewicht des Maschinen-Balanciers, ungefähr:

$$B = \frac{1}{4}\left[L_1 + \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2 L_2\right]$$

wenn L_1 das wirkliche Gewicht, a_1 die Länge des Gestängearms, L_2 das wirkliche Gewicht, a_2 die Länge des Cylinderarms dieses Balanciers bedeutet;

4) B' = dem auf das Gestänge reducirten Gewicht des gleicharmigen Gegenbalanciers, ungefähr:

$$B' = \frac{1}{4} L',$$

wenn L' das wirkliche Gewicht dieses Balanciers ist;

5) W im Falle des Pumpenbetriebs = dem auf die Geschwindigkeit des aufsteigenden Gestänges reducirten Gewicht des in den Pumpen-Cylindern und Röhren in Bewegung befindlichen Wassers;

6) G_2 = demjenigen Gewicht, womit der Gegenbalancier (ausser durch G_1 am einen Ende) noch ferner an jedem Ende belastet werden muss.

Man hat also:

$$2\,G_2 = Mg - G - G_1 - B - B' - W$$

Ergiebt sich hiernach G_2 negativ, so ist es ein Zeichen dafür, dass auch ohne weitere Belastung des Gegenbalanciers (ausser G_1) die Maximalgeschwindigkeit c des aufsteigenden Gestänges den gegebenen Werth nicht überschreitet.

Wenn übrigens die Maximalgeschwindigkeit c gegeben ist, kann nicht zugleich auch die mittlere Geschwindigkeit c_1 willkürlich angenommen werden; beide stehen in einem Verhältniss zu einander, welches näherungsweise nach folgender Gleichung beurtheilt werden kann:

$$24\sqrt{\frac{2a}{\mu}}\,\frac{c}{c_1} = \frac{7}{\sqrt{y_1 - \frac{1}{8}f}} + \frac{4}{\sqrt{y_2 - \frac{2}{8}f}} + \frac{2}{\sqrt{y_3 - \frac{3}{8}f}} + \frac{4}{\sqrt{y_4 - \frac{4}{8}f}}$$

$$+ \frac{2}{\sqrt{y_5 - \frac{5}{8}f}} + \frac{4}{\sqrt{y_6 - \frac{6}{8}f}} + \frac{7}{\sqrt{y_7 - \frac{7}{8}f}}$$

Darin haben μ und f die aus Obigem und aus Nr. 96 bekannten Bedeutungen; $y_1, y_2 \ldots y_7$ sind die Werthe einer gewissen Function y von x, welche x = $^1/_8$, $^2/_8$ . . . $^7/_8$ entsprechen, und zwar ist

$$\text{für } x < e_1 : y = x$$

$$\text{für } x > e_1 : y = e_1 + \frac{\beta_1}{n-1}(e + e_1)\left[1 - \left(\frac{e + e_1}{e + x}\right)^{n-1}\right]$$

Insbesondere für $e_1 = {}^1/_5$ ergiebt sich hiernach:

$$\frac{c}{c_1} = 1{\cdot}701 \;;\; \frac{c_1}{c} = 0{\cdot}588$$

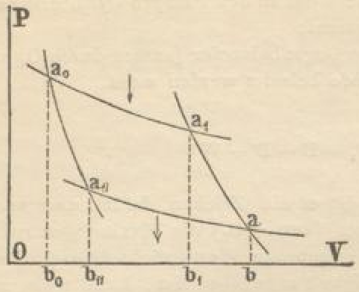
2. Luftmaschinen.

98.

Bezeichnungen und Voraussetzungen.

Unter Bezugnahme auf die Definitionen und Bezeichnungen in Nr. 77 und 78 wird im Folgenden eine *geschlossene* Luftmaschine vorausgesetzt, indem eine solche (abgesehen von der Gasmaschine) z. Z. allein zu einiger Hoffnung auf vortheilhafte Verwendung in gewissen Fällen berechtigt.

Fig. 4.



In Betreff der Gesetzmässigkeit des Kreisprocesses wird vorausgesetzt, dass die beiden Theile $a_0\,a_1$ und aa_2 der Zustandscurve $a_0\,a_1\,a\,a_2\,a_0$ (Fig .4) von einerlei Art sind und der Gleichung:

$$p\,v^m = \text{Const.}$$

entsprechen, dass ebenso auch die beiden anderen Theile $a_1\,a$ und $a_2\,a_0$ von einerlei Art sind und der Gleichung:

$$p\,v^{m_1} = \text{Const.}$$

entsprechen. Es ist dabei vorbehalten, die Exponenten m und m_1 als constante Mittelwerthe in jedem Falle so zu wählen, dass dieser angenommene einfach gesetzmässige Kreisprocess sich dem wirklichen möglichst genau anschliesst. Während bei dem idealen Kreisprocess nach Nr. 78

$$m = 1 \text{ und } m_1 = n$$

sein sollte, unter $n = \frac{c_1}{c} = 1{\cdot}41$ das Verhältniss der beiden specifischen Wärmen der Luft bei constantem Druck und constantem Volumen verstanden, wird hier

$$m \overline{\overline{<}}\ 1 \text{ und } m_1 \overline{\overline{>}}\ n$$

vorausgesetzt, so dass die specifischen Wärmen μ und μ_1 für beiderlei Zustandsänderungen:

$$\mu = \frac{m-n}{m-1}\,c;\quad \mu_1 = \frac{m_1-n}{m_1-1}\,c \quad \text{(Nr. 23)}$$

niemals negativ sind.

Es seien der Druck (Kilogr. pro Quatratmtr.), das specifische Volumen (Cubikmtr. pro Kilogr.) und die absolute Temperatur der Arbeitsluft:

im Zustande $a_0 = p_0,\ v_0,\ T_0$

im Zustande $a_1 = p_1,\ v_1,\ T_1$

im Zustande $a\ = p,\ \ v,\ \ T$

im Zustande $a_2 = p_2,\ v_2,\ T_2$

Wenn dann, wie vorausgesetzt wird, die Wärmezuführung auf dem Wege $a_2\,a_0\,a_1$, die Wärmeentziehung auf dem Wege $a_1\,a\,a_2$ stattfindet, so ist:

T_1 die grösste, T_2 die kleinste absolute Temperatur,

v das grösste, v_0 das kleinste specifische Volumen,

und, wenn p' den grössten, p'' den kleinsten Druck bezeichnet,

so ist für $m > 0 : p' = p_0$ und $p'' = p$

für $m < 0 : p' = p_1$ und $p'' = p_2$

Es sei ferner:

Q_1 die Wärmemenge, welche bei einem Kreisprocess der Arbeitsluft pro 1 Kilogr. derselben zugeführt wird,

Q_2 die Wärmemenge, welche bei einem Kreisprocess der Arbeitsluft pro 1 Kilogr. derselben entzogen wird,

$L_0 = \frac{Q_1}{A}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$ das Maximum der Arbeit eines Kreisprocesses pro 1 Kilogr. Luft bei gegebenen Werthen Q_1, T_1 und T_2 (Nr. 78),

L_i die indicirte Arbeit eines Kreisprocesses von der vorausgesetzten Art pro 1 Kilogr. Luft,

η_s der Wirkungsgrad des Systems der Maschine bei dieser Art des Kreisprocesses, also:

$$\eta_s = \frac{L_i}{L_0} = \frac{A\,L_i}{Q_1}\,\frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

G Kilogr. die dem Kreisprocess in der Maschine unterworfene Gewichtsmenge Luft,

u die Anzahl der Kreisprocesse pro Minute,

$E_i = \frac{u}{60}\,G\,L_i$ der indicirte Effect,

$E = \eta_i\,E_i$ der Nutzeffect in Kilogrmtr. pro Secunde,

V das grösste Volumen, welches die Arbeitsluft in der Maschine (im Zustande a) einnimmt:

$$V = G\,v = G\,\frac{R\,T}{p} = \frac{60}{u}\,\frac{E_i}{L_i}\,\frac{R\,T}{p}$$

99.

Allgemeine Formeln.

Bei der in Nr. 99 vorausgesetzten Art des Kreisprocesses ist immer:

$$T_0\,T = T_1\,T_2$$

und wenn man vermittelst dieser Gleichung T_0 durch T, T_1 und T_2 ausdrückt, ergiebt sich:

$$Q_1 = \mu\,(T_1 - T_0) + \mu_1\,(T_0 - T_2) = \mu\,(T - T_2)\,\frac{T_1}{T} + \mu_1\,(T_1 - T)\,\frac{T_2}{T}$$

$$Q_2 = \mu\,(T - T_2) + \mu_1\,(T_1 - T)$$

$$L_i = \frac{Q_1 - Q_2}{A} = \frac{\mu - \mu_1}{A}\,\frac{(T_1 - T)\,(T - T_2)}{T}$$

$$V = \frac{60}{u}\,\frac{E_i}{p}\,\frac{A\,R}{\mu - \mu_1}\,\frac{T^2}{(T_1 - T)\,(T - T_2)}$$

100.

Vortheilhafteste Verhältnisse.

Bei gegebenen Grenztemperaturen T_1 und T_2 sind die Zwischentemperaturen

T_0 und T zunächst nur an die eine Beziehung: $T_0 \, T = T_1 \, T_2$ gebunden; eine zweite Bedingung kann willkürlich gewählt werden. Mit Rücksicht darauf, dass es besonders die grossen Dimensionen der Luftmaschinen sind, welche ihre erfolgreiche Concurrenz mit anderen Kraftmaschinen erschweren, und dass diese Dimensionen mit dem Maximalvolumen V der Arbeitsluft wachsen und abnehmen, erscheint es am angemessensten, den Kreisprocess möglichst so zu leiten, dass infolge des entsprechenden Werthes von T das erforderliche Volumen V unter übrigens gegebenen Umständen, insbesondere bei gegebenen Werthen von

$$E_i, \; u, \; p, \; \mu, \; \mu_1, \; T_1, \; T_2$$

möglichst klein sei. Das ist der Fall für:

$$T = 2 \frac{T_1 \, T_2}{T_1 + T_2}, \text{ also } T_0 = \frac{T_1 \, T_2}{T} = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

wodurch eine solche Begrenzung der einzelnen 4 Perioden des Kreisprocesses bedingt wird, welche den Volumenverhältnissen:

$$\frac{v_0}{v_1} = \frac{v_2}{v} = \left(\frac{2\,T_1}{T_1 + T_2}\right)^{\frac{1}{m-1}}; \quad \frac{v_0}{v_2} = \frac{v_1}{v} = \left(\frac{2\,T_2}{T_1 + T_2}\right)^{\frac{1}{m_1-1}}$$

entspricht. Es ist dann

$$\text{für } m > 0: \frac{p'}{p''} = \frac{p_0}{p} = \left(\frac{2\,T_1}{T_1 + T_2}\right)^{\frac{m}{1-m}} \left(\frac{T_1 + T_2}{2\,T_2}\right)^{\frac{m_1}{m_1-1}}$$

$$\text{für } m < 0 \,.\, \frac{p'}{p''} = \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{2\,T_1}{T_1 + T_2}\right)^{\frac{m}{m-1}} \cdot \left(\frac{T_1 + T_2}{2\,T_2}\right)^{\frac{m_1}{m_1-1}}$$

Unter diesen Umständen wird der indicirte Effect:

$$E_i = \frac{u}{60} \, \frac{\mu - \mu_1}{A\,R} \, \frac{(T_1 - T_2)^2}{4\,T_1\,T_2} \, V p$$

Ferner:

$$Q_1 = (\mu + \mu_1) \frac{T_1 - T_2}{2}; \; Q_2 = (\mu\,T_2 + \mu_1\,T_1) \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2}$$

und der Wirkungsgrad des Systems:

$$\eta_s = \frac{\mu - \mu_1}{\mu + \mu_1} \, \frac{T_1}{T_1 + T_2}$$

Um die Wärmemengen zu finden, welche der Arbeitsluft stündlich zugeführt und entzogen werden müssen, hat man Q_1 und Q_2 mit 60 u G zu multipliciren; dabei ist, abgesehen von Luftverlusten:

$$G = V \frac{p}{R\,T} = \frac{V\,p}{2\,R} \, \frac{T_1 + T_2}{T_1\,T_2}$$

Was endlich die angemessenen Werthe von μ und μ_{1}, also m und m_1 betrifft, so ist es mit Rücksicht auf η_s vortheilhaft, dass μ_1 möglichst klein, also m_1 möglichst wenig $>$ n sei, dass also die Zustandscurven a_1 a und a_2 a_0 möglichst wenig von adiabatischen Curven verschieden seien. Mit Rücksicht auf einen möglichst kleinen Werth von $\frac{p'}{p''}$ wäre dann $m = 0$ am besten, einem constanten Maximaldruck von a_0 bis a_1 sowie einem constanten Minimaldruck von a bis a_2 entsprechend; indessen wird E_1 bei gegebenem Werth von V grösser, wenn p grösser als der Minimaldruck, wenn also $m < 0$ ist.

101.

Ausgeführte Luftmaschinen.

Die bisherigen Ausführungen geschlossener Luftmaschinen, insbesondere die Maschinen von *Laubereau*, *Schwartzkopff* und von *Lehmann*, haben im Wesentlichen die folgenden Eigenthümlichkeiten gemein.

Der Behälter für die Arbeitsluft ist an der Stelle offen, wo der bewegliche Arbeitskolben K den Abschluss bildet, so dass dieser Kolben einerseits von der Arbeitsluft, anderseits von der atmosphärischen Luft berührt wird, die Maschine also einfach wirkend ist. In jenem Behälter sind ausser dem cylindrischen Raum R, in welchem sich K bewegt, zwei Räume R_1 und R_2 zu unterscheiden; die Wand von R_1 wird von den Heizgasen, die Wand von R_2 von Kühlwasser berührt, so dass in R_1 die Wärmezuführung stattfindet und stets eine höhere Temperatur herrscht, als in R_2, wo die Wärmeentziehung stattfindet. Mit Rücksicht auf die Dauerhaftigkeit der Liederung von K communicirt R am besten mit dem kälteren Raum R_2 oder fällt damit zusammen (Maschine von *Lehmann*). Zwischen R_1 und R_2 bewegt sich in dem daselbst cylindrisch gestalteten Behälter ein zweiter Kolben K_1, der Verdränger, welcher vermöge seines Materials und seiner bedeutenden Dicke resp. Länge die Wärme schlecht leitet und welcher nicht dicht anschliessend ist, so dass er nur die Temperaturausgleichung in R_1 und R_2 möglichst verhindert, die Communication dagegen und somit die Druckausgleichung nur wenig erschwert. Jenachdem durch die Stellung von K_1 die Arbeitsluft in R_1 oder in R_2 hinein gedrängt wird, findet eine überschüssige Zuführung oder Entziehung von Wärme statt. Indem nun die Bewegung von K und K_1 so geregelt ist, insbesondere bei ähnlicher Art beider Bewegungen der Verdränger K_1 eine solche Voreilung vor dem Arbeitskolben K hat, dass die Arbeitsluft gegen die Mitte der Auswärtsbewegung von K fast ganz in R_1, gegen die Mitte der Einwärtsbewegung von K fast ganz in R_2 angesammelt ist, ergiebt sich der folgende allgemeine Verlauf des Kreisprocesses, wenn mit p, v, T für irgend einen Augenblick die Mittelwerthe des Drucks, des specifischen Volumens und der absoluten Temperatur der Arbeitsluft im ganzen Behälter bezeichnet werden.

1ter Theil des Auswärtsschubes von K (a_0 a_1, Fig. 4): Uebergang der Luft aus R_2 in R_1, Zunahme von T, wegen gleichzeitiger Zunahme von v aber geringe Aenderung von p.

2ter Theil des Auswärtsschubes von K (a_1 a, Fig. 4): Uebergang der Luft aus R_1 in R_2, Abnahme von T, deshalb und wegen gleichzeitiger Zunahme von v wesentliche Abnahme von p.

1ter Theil des Einwärtsschubes von K (a a_2, Fig. 4): Fortdauer des Luftüberganges aus R_1 in R_2, weitere Abnahme von T, wegen gleichzeitiger Abnahme von v aber geringe Aenderung von p.

2ter Theil des Einwärtsschubes von K ($a_2\ a_0$, Fig. 4): Uebergang der Luft aus R_2 in R_1, Zunahme von T, deshalb und wegen gleichzeitiger Abnahme von v wesentliche Zunahme von p.

Bei der Unmöglichkeit eines absolut dichten Abschlusses, insbesondere durch den Kolben K, ist im Beharrungszustande, wo bei jedem Kolbenspiele ebenso viel Luft ein- wie austritt, der kleinste Druck im Behälter kleiner als der Atmosphärendruck, und zwar um so mehr, ein je grösserer Widerstand dem Eindringen der Luft entgegengesetzt wird. Bei der Maschine von *Lehmann* ist dieser Widerstand durch eine entsprechende Art der Liederung von K absichtlich ermässigt; die nützliche Wirkung dieser Massregel ist wesentlich an den Umstand gebunden, dass K nur mit der kälteren Arbeitsluft in Berührung kommt.

Bei der Anwendung der Formeln aus Nr. 98—100, welche streng genommen einen in demselben Augenblick durchweg gleichen Zustand in allen Theilen der Arbeitsluft voraussetzen, müssen unter p, insbesondere aber unter v und T gewisse Mittelwerthe der in den verschiedenen Räumen der Maschine mehr oder weniger verschiedenen Werthe dieser Grössen verstanden werden. Die rechnungsmässige Berücksichtigung dieser Verschiedenheiten würde die Formeln sehr complicirt machen; auch ist deshalb die vortheilhafteste Voreilung des Verdrängers K_1 am besten durch Probiren zu bestimmen.

Eine *Lehmann*'sche Maschine, gebaut von *F. Ringhoffer* in Smichow bei Prag, mit welcher *W. Eckerth* sehr vollständige Versuche anstellte (Technische Blätter, Vierteljahrsschrift des deutschen Arch. u. Ingen.-Vereins in Böhmen, Jahrg. 1, Heft 2), hatte folgende Hauptdimensionen.

K: Durchm. $d = 0{\cdot}349$ Mtr., Fläche $F = 0{\cdot}09566$ Quadratmtr., Hub $s = 0{\cdot}175$ Mtr.

K_1: Durchm. $d_1 = 0{\cdot}342$ Mtr., Hub $s_1 = 0{\cdot}244$ Mtr.

Kleinstes Luftvolumen $V_0 = 0{\cdot}02125$ Cubikmtr.,

grösstes „ $V = 0{\cdot}03795$ „

Der Indicator wurde mit dem Raum R (also R_2) in Verbindung gebracht; den betreffenden Diagrammen zufolge kann sehr nahe $m = 0$, also

$$\mu = nc = 0{\cdot}2375;\ p' = p_0 = p_1;\ p'' = p = p_2$$

gesetzt werden, und zwar ist (im Durchschnitt aus den Diagr. Nr. 4, 5 und 6 a. a. O.):

$$p' = 17640;\ p'' = 10000$$

und die mittlere Spannungsdifferenz bei gleicher Stellung des auswärts und einwärts gehenden Kolbens K:

$$p_i = 4203$$

Hieraus und mit $u = 97$ ergiebt sich $E_i = \frac{u}{60} F p_i\, s = 113{\cdot}7$, während zufolge der Messung mit dem *Prony*'schen Zaum:

$$E = 73{\cdot}5 \text{ war, entsprechend } \eta_i = 0{\cdot}646.$$

Die Formeln in Nr. 98 und 99 ergeben mit diesen Beobachtungswerthen:

$$T_0 : T_1 : T : T_2 = 0{\cdot}657 : 1 : 0{\cdot}665 : 0{\cdot}437$$

$$m_i = 1{\cdot}453;\ \mu_i = 0{\cdot}0160$$

$$Q_1 = 0{\cdot}08498\,T_1\,;\; Q_2 = 0{\cdot}05951\,T_1$$

$$L_i = 0{\cdot}02547\,\frac{T_1}{A}\,;\; L_0 = 0{\cdot}04784\,\frac{T_1}{A}\,;\; \eta_s = \frac{L_i}{L_0} = 0{\cdot}532$$

Mit $G = V \frac{p}{R\,T} = \frac{19{\cdot}477}{T_1}$ ist die Wärmemenge, welche die Arbeitsluft (abgesehen von dem Luftaustausch und entsprechenden Wärmeverlust durch die Liederung des Kolbens K) stündlich entzogen, also vom Kühlwasser aufgenommen wurde:

$$60\,u\,G\,.\,Q_2 = 6746 \text{ Wärmeeinheiten.}$$

Die Circulation des Kühlwassers wurde durch eine kleine Pumpe vermittelt, welche bei $u = 97$ stündlich 663 φ Kilogr. Wasser förderte, unter φ ihren Förderungsgrad verstanden, welcher gemäss einer anderen Controlbeobachtung zu $\varphi = 0{\cdot}96$ geschätzt werden darf. Die Temperatur des aus dem Kühlraum abfliessenden Wassers war fast beständig 9° C. höher, als die des eintretenden; es wurden also pro Stunde

$$9.663.0{\cdot}96 = 5728 \text{ W. E.}$$

dauernd vom Kühlwasser aufgenommen, und der Rest: $6746 - 5728 = 1018$ W. E. ging durch die äussere Wand des den Raum R_2 begrenzenden Wassermantels verloren.

Pro Nutzpferdestärke und pro Stunde verbrauchte die Maschine 4·6 Kilogr. einer Steinkohle, deren Heizwerth nach Massgabe ihres Preisverhältnisses zu einer anderen Kohle von bekanntem Heizwerth auf nur 3500 W. E. (?) pro 1 Kilogr. geschätzt wird. —

Nach Versuchen von *Tresca* in Paris gebrauchte eine *Laubereau*'sche Maschine von 0·8 Nutzpferdestärken 4·5—5 Kilogr. Coaks mit einem Heizwerth von ungefähr 7000 W. E.

3. Gasmaschinen.

102.

Verschiedene Systeme.

Die bisher ausgeführten Gasmaschinen sind offene calorische Maschinen mit geschlossener Feuerung (Nr. 77). Die Maschinen von *Lenoir* und von *Hugon* sind nach Art von Dampfmaschinen gebaute doppelt wirkende Maschinen; die Maschine von *Otto* und *Langen* ist eine einfach wirkende atmosphärische Maschine, indem das Gemenge von Gas und atmosph. Luft stets auf derselben Seite des Kolbens zugeführt und entzündet, und die Expansionsarbeit unmittelbar zur Erzeugung eines luftverdünnten Raumes benutzt wird, in Folge dessen dann der äussere Luftdruck den Kolben rückwärts treibt.

Bei der Maschine von *Lenoir* wird die Entzündung durch einen elektrischen Funken, bei den übrigen durch besondere Gasflämmchen bewirkt; bei der *Hugon*'schen Maschine wird behufs der Temperaturerniedrigung mit einem geringeren Aufwand an Kühlwasser und einem geringeren Druckverlust zugleich etwas Wasser in das Innere des Cylinders bei jedem Kolbenspiele eingeführt.

103.

Physikalische Constanten, betreffend das Steinkohlengas und seine Verbrennung.

1 Cubikmeter Steinkohlengas enthält im Durchschnitt:

0·42 Cubikmtr. Einfach-Kohlenwasserstoffgas ($C\,H_4$),
0·08 „ Zweifach-Kohlenwasserstoffgas ($C_2\,H_4$),
0·40 „ Wasserstoffgas,
0·07 „ Kohlenoxydgas,
0·03 „ Stickstoffgas.

Werden im Folgenden alle Volumina und specifischen Gewichte (Gewichte von 1 Cubikmeter) auf den normalen Atmosphärendruck (0·76 Mtr. Quecksilbersäule) und 15° C. bezogen, die Dichten auf atmosphärische Luft = 1, so ist bei obiger Zusammensetzung:

specif. Gewicht des Gases . . . . $\Gamma_0 = 0{\cdot}535$ Kilogr.

Dichte des Gases . . . . $\Delta_0 = \frac{\Gamma_0}{\gamma_0} = 0{\cdot}4367$

nämlich das specif. Gewicht der Luft . . . . . $\gamma_0 = 1{\cdot}225$ Kilogr.

Heizwerth von 1 Kilogr. Gas . . . . $K_1 = 10430$ W. E.

Heizwerth von 1 Cubikmtr. Gas . . . . $K = \Gamma K_1 = 5580$ W.E.

Luftgewicht zu vollkommener Verbrennung von 1 Kilogr. Gas . . . . $L_1 = 14{\cdot}5$ Kilogr.

Luftvolumen zu vollkommener Verbrennung von 1 Cubikmtr. Gas . . . . $L = 6{\cdot}3$ Cubikmtr.

Wenn 1 Cubikmtr. Gas mit a Cubikmtr. Luft gemischt wird, so ist das specif. Gewicht der Mischung:

$$\gamma = \frac{1{\cdot}225\,a + 0{\cdot}535}{a + 1}$$

$$\text{die Dichte } \delta = \frac{\gamma}{1{\cdot}225} = \frac{a + 0{\cdot}4367}{a + 1}$$

Nach der Entzündung und vollkommenen Verbrennung wird für das aus Kohlensäure, Wasser, Stickstoffgas und überschüssiger Luft ($a > 6{\cdot}3$ vorausgesetzt) bestehende Gasgemenge

$$\text{die Dichte: } \Delta = \frac{a + 0{\cdot}48}{a + 0{\cdot}83}$$

die specif. Wärme für constanten Druck:

$$c_1 = \frac{0{\cdot}2375\,a + 0{\cdot}343}{a + 0{\cdot}48}$$

und die specif. Wärme für constantes Volumen:

$$c = \frac{0{\cdot}1684\,a + 0{\cdot}286}{a + 0{\cdot}48}$$

Die chemische Umsetzung der Atome bei der Verbrennung ist also mit einer mässigen Verdichtung:

$$\vartheta = \frac{\Delta}{\delta} = \quad 1{\cdot}024 \qquad 1{\cdot}020 \qquad 1{\cdot}017 \qquad 1{\cdot}014$$

$$\text{für a} = \quad 8 \qquad 10 \qquad 12 \qquad 14$$

verbunden.

Ist ferner T_0 die absolute Temperatur und p_0 Kilogr. pro Quadratmtr. der Druck des Gasgemenges vor der Entzündung, T_1 die absolute Temperatur und p_1 Kilogr. pro Quadratmtr. der Druck unmittelbar nach der Entzündung, so ist näherungsweise, wenn man annimmt, dass pro 1 Cubikmtr. Gas α K Wärmeeinheiten momentan bei constantem Volumen entwickelt werden,

$$T_1 - T_0 = \frac{1}{c} \frac{\alpha K}{(a+1)\gamma}; \quad \frac{p_1}{p_0} = \frac{1}{\vartheta} \frac{T_1}{T_0}$$

Werden dabei c und ϑ in der obigen Weise berechnet, so kommen diese Formeln der Wahrheit um so näher, je weniger $\alpha < 1$ ist.

Wenn aber in dem Raum, in welchem die Entzündung des Gasgemenges stattfindet, sich tropfbar flüssiges Wasser befindet (*Hugon*'sche Gasmaschine), etwa q Liter (oder Kilogr.) Wasser pro 1 Cubikmtr. Gas von atm. Druck und 15° C., also pro (a + 1) Cubikmtr. Gasgemenge, so ist, wenn jetzt für das Gasgemenge nach der Entzündung die Dichte und die specif. Wärme für constanten Druck resp. constantes Volumen mit

$$\Delta'; \; c_1'; \; c'$$

bezeichnet werden, während im Uebrigen die Buchstaben ihre obigen Bedeutungen (entsprechend q = 0) behalten:

$$\Delta' = \frac{(a+1)\gamma + q}{\frac{(a+1)\gamma}{\Delta} + 1{\cdot}6q}$$

$$c_1' = \frac{(a+1)\gamma c_1 + 0{\cdot}48q}{(a+1)\gamma + q}; \quad c' = c_1' - \frac{0{\cdot}069}{\Delta'}$$

Wenn man ferner annimmt, dass die Verdampfung des vorhandenen Wassers in demselben Verhältniss α momentan stattfindet wie die Verbrennung des Gases, so sind die Temperaturerhöhung und der Druck, welche momentan hervorgebracht werden, bestimmt durch die Gleichungen:

$$T_1 - T_0 = \frac{1}{c'} \frac{\alpha(K - 600\,q)}{(a+1)\gamma + q}; \quad \frac{p_1}{p_0} = \left(\frac{1}{\vartheta} + \frac{1{\cdot}306\,q}{a+1}\right)\frac{T_1}{T_0}$$

Durch die Gegenwart von Wasser wird der Druck in geringerem Grade vermindert, als die absolute Temperatur.

Aus Versuchen mit Gasmaschinen lässt sich auf

$$\alpha = \tfrac{2}{3} \text{ bis } \tfrac{3}{4}$$

schliessen.

104.

Doppelt wirkende Gasmaschinen.

Es sei:

F Quadratmtr. die wirksame Kolbenfläche,
s Mtr. die Länge des Kolbenschubes,

$s_1 = e_1\,s$ der Kolbenweg während der Einströmung des Gasgemenges in den Cylinder,

p_0 der Druck des in den Cylinder einströmenden und des aus demselben ausströmenden Gasgemenges, welcher unter Abstraction von den hydraulischen Widerständen (vorbehaltlich ihrer Berücksichtigung durch den empirisch zu bestimmenden Wirkungsgrad η_i: siehe unten) = dem Atmosphärendruck gesetzt wird,

p_1 der Druck, T_1 die absolute Temperatur des Gasgemenges unmittelbar nach der Entzündung, von welcher vorausgesetzt wird, dass sie unmittelbar nach der Absperrung bei dem Kolbenwege s_1 stattfindet,

p der Druck, T die absolute Temperatur des abgesperrten Gasgemenges zu Ende der Expansion.

Alle diese Drucke sind in Kilogr. pro Quadratmtr. ausgedrückt vorausgesetzt. Ferner sei:

T_0 die absolute Temperatur, welche das Gasgemenge annimmt, indem zu Ende eines Kolbenweges infolge der Eröffnung des Austrittscanals der Druck sehr schnell von p auf p_0 herabsinkt,

T_2 die mittlere absolute Temperatur, mit welcher das Gasgemenge demnächst bei fast constantem Drucke p_0 weiter ausströmt,

T' die mittlere absolute Temperatur des den Cylinder umfliessenden Kühlwassers,

u die Anzahl der Doppelschübe des Kolbens oder der Kurbelumdrehungen pro Min.,

E_i der indicirte Effect in Kilogrmtr. pro Sec., welcher unter Abstraction vom schädlichen Raum und unter der Voraussetzung berechnet wird, dass die Expansion des Gasgemenges bis zu Ende des Schubes, also während des Kolbenweges $(1 - e_1)\,s$, die Ausströmung vor dem Kolben während des ganzen Schubes s dauert, und dass bei der Expansion sich der Druck umgekehrt proportional der m^{ten} Potenz des Volumens ändert,

$E = \eta_i\,E_i$ der Nutzeffect in Kilogrmtr. pro Sec.,

G Cubikmtr. der Gasverbrauch im Cylinder pro Stunde und Nutzpferdestärke, gemessen bei dem Drucke p_0 und der Temperatur von etwa 15° C., womit das Gasgemenge in den Cylinder einströmt,

Q die Wärmemenge, welche von dem den Cylinder umfliessenden Kühlwasser pro 1 Cubikmtr. verbrauchten Gases aufgenommen wird,

a, γ, q, K, α, c_1', c': siehe Nr. 103, $n = \dfrac{c_1'}{c'}$.

Ist $q = 0$ (*Lenoir*'sche Maschine), so sind die specif. Wärmen des Gasgemenges nach der Entzündung $= c_1$ und c (Nr. 103) statt c_1' und c'.

Hiernach ist:

$$E = \varphi\,F\,s\,u \text{ mit } \varphi = \frac{\eta_i}{30}\left[p_1\,\frac{e_1 - e_1^{\,m}}{m-1} - p_0\,(1 - e_1)\right]$$

$$G = \frac{9000}{a+1}\,\frac{e_1}{\varphi}$$

und unter gewissen nur angenähert richtigen Voraussetzungen, insbesondere bei der Annahme, dass die momentan nur unvollständig (im Verhältniss α) stattfindende Verbrennung des Gases und Verdampfung des in den Cylinder etwa mit eingeführten Wassers nachträglich bei der Expansion noch vollständig stattfinde:

$$Q = (1-\alpha)\left(K - 600\,q\right) + \left[(a+1)\,\gamma + q\right]\left[\frac{m-n}{m-1}\,c'(T_1 - T) + c_1'(T_0 - T_2)\right]$$

$$\text{mit } T = T_1\,e_1^{\,m-1}\,;\; T_0 = T_1\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} e_1^{\,\frac{m-n}{n}}$$

$$T_2 = T' + (T_0 - T') \times$$

$$\frac{\frac{1}{2}(1-e_1^2)\,c_1'(T_1 + T - 2\,T')}{\frac{(1-\alpha)(K-600\,q)}{(\alpha+1)\,\gamma+q} + \frac{m-n}{m-1}\,c'(T_1 - T) + \frac{1}{2}(1-e_1^2)\,c_1'(T_1 + T - 2\,T')}$$

Berechnung von T_1 und $\frac{p_1}{p_0}$ siehe Nr. 103, woselbst $T_0 = 273 + 15 = 288$ zu setzen ist entsprechend der Voraussetzung einer Temperatur von 15° des in den Cylinder einströmenden Gemenges von Gas und Luft. Die Formeln dieser Nr. 104 gelten für die *Lenoir*'sche und für die *Hugon*'sche Maschine gemeinschaftlich; Specialisirung derselben für diese beiden Systeme: Nr. 105 und 106.

105.

Lenoir'sche *Gasmaschine.*

Bei derselben ist $q = 0$. Die Zahl m ist vorzugsweise von Q abhängig; je reichlicher Wärme durch das Kühlwasser entzogen wird, desto grösser ist m, desto kleiner also zwar die Expansionswirkung, desto besser aber der Schutz des Cylinders gegen den schädlichen Einfluss der hohen Temperatur. Mit Versuchen von *Tresca* ist die Annahme:

$$m = 2$$

in befriedigender Uebereinstimmung; damit und mit $p_0 = 10333$ ergiebt sich:

$$E = \varphi\,F\,s\,u \quad \text{mit } \varphi = 344{\cdot}4\,\eta_i\,(1 - e_1)\left(\frac{p_1}{p_0}\,e_1 - 1\right)$$

und es ist somit unter übrigens gleichen Umständen

$$\varphi = \text{max., folglich } E = \text{max. für } e_1 = \frac{p_1 + p_0}{2\,p_1}$$

$$\text{dagegen } \frac{e_1}{\varphi} = \text{min., folglich } G = \text{min. für } e_1 = \sqrt{\frac{p_0}{p_1}}$$

Hiernach soll der Füllungsgrad e_1 so gewählt werden, dass

$$\sqrt{\frac{p_0}{p_1}} \lesseqgtr e_1 \lesseqgtr \frac{p_1 + p_0}{2\,p_1}$$

ist. Bei dem Betriebe der *Lenoir*'schen Maschine wird dem Gase etwa doppelt so viel Luft beigemischt, als zur vollkommenen Verbrennung nöthig wäre, insbesondere auch bei den oben erwähnten Versuchen von *Tresca* war a = 13. Damit und mit $\alpha = {}^2/_3$ ist für Steinkohlengas von mittlerer Zusammensetzung nach Nr. 103:

$$c_1 = 0{\cdot}2545,\quad c = 0{\cdot}1836,\quad n = 1{\cdot}386,\quad \vartheta = 1{\cdot}016$$

und mit $T_0 = 288$:

$$T_1 = 1519^0,\quad \frac{p_1}{p_0} = 5{\cdot}19$$

Unter diesen Umständen ist $e_1 = 0{\cdot}44$ bis $0{\cdot}60$ zu wählen. Zwischen diesen Grenzen ist Q nicht erheblich von e_1 abhängig, und zwar findet man für $T' = 273 + 40 = 313^0$ im Durchschnitt:

$$Q = 4200 \text{ W. E.}$$

übrigens etwas abnehmend mit wachsendem Werthe von e_1.

Die Vergleichung der erwähnten Versuchsresultate mit obigen Formeln ergiebt auch:

$$\eta_i = 0{\cdot}57$$

wenn ebenso wie bei den übrigen Folgerungen in Ermangelung anderweitiger Anhaltspunkte vorausgesetzt wird, die Beschaffenheit des verwendeten Gases sei mit der in Nr. 103 vorausgesetzten nahe übereinstimmend gewesen.

Mit $a = 13$, $\frac{p_1}{p_0} = 5{\cdot}19$ und $\eta_i = 0{\cdot}55$

findet man für $e_1 =$	0·45	0·5	0·55	0·6
$\varphi =$	139·1	151·1	158·1	160·2
$G =$	2·08	2·13	2·24	2·41

106.

Hugon'sche Gasmaschine.

Die Einführung von etwas Wasser in den Cylinder bei jeder neuen Füllung gestattet eine geringere Wärmeentziehung durch das Kühlwasser, also einen kleineren Werth von m (Nr. 104), und zwar kann gesetzt werden:

$$m = 2 - 0{\cdot}2\,q \qquad \text{für } q = \gtrless 3 \text{ (Nr. 103)}$$

Mit Rücksicht auf einen möglichst grossen Werth von E und einen möglichst kleinen Werth von G (Nr. 104) ist dann der Füllungsgrad e_1 so zu wählen, dass

$$\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{1}{m}} \gtreqless e_1 \gtreqless \text{Num.}\left(\lg = \frac{1}{m-1} \lg \frac{p_1 + (m-1)\,p_0}{m\,p_1}\right)$$

ist, für m = 2 in Uebereinstimmung mit der Bedingung unter Nr. 105. Setzt man auch hier im Durchschnitt $\alpha = {}^2/_3$, a = 13 und dabei q = 2 (bei Versuchen von *Tresca* mit einer *Hugon*'schen Maschine war a = 13·88, q = 2·3, und aus den Beobachtungen zu folgern: $\alpha = 0{\cdot}66$ bei Voraussetzung einer mittleren Beschaffenheit des Gases wie in Nr. 103), so findet man nach Nr. 103:

$$c'_1 = 0{\cdot}2789,\ c' = 0{\cdot}2038,\ n = 1{\cdot}368$$

und mit $T_0 = 288$:

$$T_1 = 1064^0,\ \frac{p_1}{p_0} = 4{\cdot}33$$

Unter diesen Umständen und mit $m = 1{\cdot}6$ ist $e_1 = 0{\cdot}40 - 0{\cdot}57$ zu wählen, und mit $p_0 = 10333$ ist (Nr. 104):

$$E = \varphi F s u \quad \text{mit}\ \varphi = 344{\cdot}4\ \eta_i \left[7{\cdot}21\left(e_1 - e_1^{1{\cdot}6}\right) - 1 + e_1\right]$$

Den erwähnten Versuchen zufolge kann auch hier

$$\eta_i = 0{\cdot}55$$

gesetzt werden; damit ergiebt sich für den hier vorausgesetzten Fall:

$$a = 13,\ q = 2,\ \frac{p_1}{p_0} = 4{\cdot}33,\ m = 1{\cdot}6$$

und für	$e_1 = 0{\cdot}4$	$0{\cdot}45$	$0{\cdot}5$	$0{\cdot}55$
	$\varphi = 117{\cdot}4$	$129{\cdot}8$	$137{\cdot}6$	$141{\cdot}2$
	$G = 2{\cdot}19$	$2{\cdot}23$	$2{\cdot}34$	$2{\cdot}50$

Die zur Entzündung des Gasgemenges dienenden Flämmchen erfordern ausserdem etwa 0·25 Cubikmtr. Gas pro Stunde. Sind diese Werthe von φ und G auch etwas ungünstiger, als bei der *Lenoir*'schen Maschine, so lässt sich dagegen bei der bedeutend kleineren Maximaltemperatur eine grössere Dauerhaftigkeit insbesondere der Kolbenliederung erwarten. Auch der Bedarf an Kühlwasser ist erheblich kleiner; insbesondere für $e_1 = 0{\cdot}5$ findet man unter obigen Voraussetzungen und mit $T' = 273 + 40 = 313$ nach den Formeln in Nr. 104:

$$Q = 2780\ \text{W. E.}$$

107.

Atmosphärische Gasmaschine von Otto & Langen.

Bei Voraussetzung von Meter, Quadratmtr., Kilogr., Kilogr. pro Quadratmtr. und Kilogrmtr. als Einheiten von Längen, Flächen, Gewichten oder Kräften, specif. Pressungen und Arbeiten sei:

F der Querschnitt des vertical stehenden Cylinders,

und wenn unter der Höhe des Kolbens in irgend einem Augenblicke die Höhe der unteren Kolbenfläche über einer Horizontalebene verstanden wird, welche um $\frac{V}{F}$ (V = Volumen des Einströmungscanals bis zur Schieberfläche) tiefer liegt, als die wirkliche Bodenfläche des Cylinders, so sei:

s diese Höhe bei der höchsten Lage des Kolbens,

e s dieselbe bei der tiefsten Lage (e Coefficient des schädlichen Raumes),

$s_1 = e_1 s$ dieselbe zu Ende der Einströmung des Gasgemenges unter dem aufsteigenden Kolben oder im Augenblick der Entzündung des abgesperrten Gasgemenges,

$s_2 = e_2$ s dieselbe in dem Augenblick, in welchem das Gasgemenge unter dem niedergehenden Kolben auszuströmen anfängt; ferner sei:

p_0 der Atmosphärendruck, unter welchem bei Abstraction von hydraulischen Widerständen das Gasgemenge ein- und ausströmend vorausgesetzt wird, und welcher auch beständig auf der oberen Kolbenfläche lastet,

$p_1 = n_1 p_0$ der Druck, T_1 die absol. Temperatur des Gasgemenges unmittelbar nach seiner Entzündung,

T die absol. Temperatur des einströmenden Gasgemenges,

T_0 diese absol. Temperatur nach erfolgter Mischung mit dem im schädlichen Raume vom vorigen Kolbenspiele restirenden Gasgemenge, dessen absol. Temperatur $= T_2$ gesetzt werden kann, unter

T_2 die nahezu constante absol. Temperatur verstanden, mit welcher das Gasgemenge aus dem Cylinder ausströmt,

1 : a das Volumverhältniss von Gas und Luft im einströmenden Gasgemenge,

$1 : a_0$ dieses Verhältniss nach erfolgter Mischung mit dem im schädlichen Raume vom vorigen Kolbenspiele restirenden Gasgemenge, welches dabei wie überschüssige Luft in Rechnung gebracht wird,

$p\, v^{m_1} =$ Const. das angenommene Gesetz der Zustandsänderung des Gasgemenges beim Aufflug des Kolbens auf dem Wege $s - s_1$,

$p\, v^{m_2} =$ Const. das entsprechende Gesetz beim Niedergang des Kolbens auf dem Wege $s - s_2$,

$P = \pi\, F p_0$ das Gewicht des Kolbens nebst Kolbenstange,

$R = \varrho\, F p_0$ die Kolbenreibung,

z die Zahl der Kolbenspiele pro Minute,

u die Umdrehungszahl der Schwungradwelle (und der Steuerwelle) pro Minute,

L_z die Arbeit pro Kolbenspiel derjenigen Nebenwiderstände, welche durch die Bewegung des Kolbens bedingt werden (Kolbenreibung, Reibung zwischen den Zähnen des Zahnkranzes und der Kolbenstange, Reibung des Schiebers, Arbeitsverlust infolge der stossweisen Mitnahme und Hemmung der excentrischen Steuerungsscheiben),

L_u die Arbeit der übrigen, beständig wirkenden Nebenwiderstände pro Umdrehung der Schwungradwelle (Zapfenreibung der Schwungradwelle, der Steuerwelle und Zahnreibung der diese beiden Wellen verbindenden gleichen Räder),

L_i die Arbeit, welche abgesehen von jenen Nebenwiderständen pro Kolbenspiel gewonnen wird,

$L = \eta_i\, L_i$ die Nutzarbeit pro Kolbenspiel,

E der Nutzeffect in Kilogrmtr. pro Sec.,

G Cubikmtr. der Gasverbrauch pro Stunde und Nutzpferdestärke, gemessen bei atm. Druck und der Temperatur T,

t_1 Sec. in Zeit, während welcher der Kolben auf die Höhe s_1 gehoben wird und dann in dieser Höhe ruhend schwebt,

t Sec. die Zeit des Aufflugs von der Höhe s_1 auf die Höhe s,

t_2 Sec. die Zeit des Kolbenniederganges.

Es seien gegeben oder erfahrungsmässig angenommen die Grössen:

$$F \quad s \quad e \quad e_1 \quad \pi \quad \varrho \quad a \quad T \quad T_2$$

Die letztere Temperatur T_2 hängt unter übrigens gleichen Umständen ab von dem Grade der Abkühlung des Cylinders durch das denselben umfliessende Kühlwasser.

Dann sind zunächst T_0, a_0 und e_2 bestimmt durch die Gleichungen:

$$\frac{T}{T_0} = 1 - \frac{e}{e_1}\left(1 - \frac{T}{T_2}\right); \quad \frac{a_0 + 1}{a + 1} = \frac{T_2 - T}{T_2 - T_0}; \quad \frac{e_2}{e_1} = \frac{1}{\vartheta}\,\frac{T_2}{T_0}$$

ferner T_1 und n_1 durch die Gleichungen:

$$T_1 = T_0 + \frac{1}{c}\,\frac{\alpha K}{(a_0 + 1)\gamma}; \quad n_1 = \frac{1}{\vartheta}\,\frac{T_1}{T_0}$$

α, K, c, γ, ϑ siehe Nr. 103. Insbesondere für Steinkohlengas von mittlerer Zusammensetzung ist:

$$T_1 = T_0 + \frac{1}{c}\,\frac{5580\,\alpha}{1{\cdot}225\,a_0 + 0{\cdot}535} \text{ mit } c = \frac{0{\cdot}1684\,a_0 + 0{\cdot}286}{a_0 + 0{\cdot}48}$$

Zur Bestimmung von m_1 und m_2 dienen dann die Gleichungen:

$$\frac{1 - e_1^{\,m_1 - 1}}{m_1 - 1} = \frac{1 + \pi + \varrho}{n_1}\,\frac{1 - e_1}{e_1}; \quad e_2^{\,m_2} = n_1\, e_1^{\,m_1}$$

Für die absolute Temperatur $= T'$ und den Druck $= p'$ in der höchsten Lage des Kolbens hat man:

$$\frac{T'}{T_1} = e_1^{\,m_1 - 1}; \quad \frac{p'}{p_0} = n_1\, e_1^{\,m_1}$$

Ferner ist: $L_i = \varphi\, F p_0\, s$

$$\text{mit } \varphi = 1 - e_2\,\frac{m_2 - e_2^{\,m_2 - 1}}{m_2 - 1} + \pi\,(1 + e - e_1 - e_2)$$

$$L = \eta_i\, L_i = L_i - L_z - \frac{u}{z}\, L_u$$

$$E = \frac{z}{60}\, L; \qquad G = \frac{26{\cdot}13\, e_1}{\eta_i\, \varphi\, (a_0 + 1)}\,\frac{T}{T_0}$$

Das Gewicht P des Kolbens darf eine gewisse Grenze nicht überschreiten, damit die Zeit, in welcher die Spannung des entzündeten Gasgemenges unter dem auffliegenden Kolben von p_1 auf p_0 herabsinkt, kleiner sei, als die Zeitdauer der letzten Viertelumdrehung der Steuerwelle, widrigenfalls ein Theil des Gasgemenges schon während des Kolbenauffluges aus dem Cylinder wieder entweichen könnte. Allgemein findet man die Zeit t_x, in welcher der auffliegende Kolben bis zur Höhe x gelangt, also den Weg $x - s_1$ durchläuft, durch angenäherte Berechnung des Integrals:

$$t_x = \int_{s_1}^{x} \frac{dx}{v}$$

in welchem v die Geschwindigkeit des Kolbens bedeutet:

$$v = \sqrt{\frac{2 g s_1}{\pi}\left\{\frac{n_1}{m_1-1}\left[1-\left(\frac{s_1}{x}\right)^{m_1-1}\right]-(1+\pi+\varrho)\left(\frac{x}{s_1}-1\right)\right\}}$$

Mit $x = s$ findet man so die ganze Flugzeit t, welche unter übrigens gleichen Umständen ungefähr proportional $\sqrt{\pi}$ ist. Mit

$$\frac{x}{s_1} = n_1^{\frac{1}{m_1}}$$

findet man die Zeit, in welcher die Spannung des Gasgemenges unter dem auffliegenden Kolben $= p_0$ wird, und welche $< \frac{15}{u}$ sein muss.

Die Zeit t_1 kann gesetzt werden:

$$t_1 = \frac{45}{u}$$

Die Zeit t_2 des Kolbenniederganges ist, was die Zeit des Niedersinkens durch die letzte Strecke $= (e_2 - e)\,s$ betrifft, je nach der Stellung des Ablasshahns verschieden; das Minimum derselben entspricht der Voraussetzung, dass infolge genügend weiter Oeffnung jenes Hahns sich der Kolben ganz bis zu seiner tiefsten Lage gemeinschaftlich mit der Schwungradwelle, d. h. mit der Geschwindigkeit

$$r\,\omega = \frac{r\,u}{9{\cdot}55}$$

abwärts bewegt, unter ω die Winkelgeschwindigkeit jener Welle und unter r den Theilrisshalbmesser des Zahnkranzes auf derselben verstanden. Somit ist:

$$\text{min. } t_2 = 9{\cdot}55\,\frac{(1-e)\,s}{r\,u}$$

und bei gegebener Umdrehungszahl u:

$$\text{max. } z = \frac{60}{t_1 + t + \text{min. } t_2}$$

Bei einer als ½pferdekräftig bezeichneten Maschine, mit welcher Prof. *Meidinger* experimentirte, ist:

$F = 0{\cdot}01767$, $s = 0{\cdot}99$ (bei vollem Aufflug des Kolbens), $e = 0{\cdot}010$, $e_1 = 0{\cdot}114$

$P = 21{\cdot}8$ Kilogr., also $\pi = 0{\cdot}119$

$R = 7$ „ „ $\varrho = 0{\cdot}038$ bei sorgfältiger Schmierung. Bei normalem Gange mit vollem Aufflug des Kolbens und fast vollständiger Oeffnung des Ablasshahns, so dass der Kolben mit fast constanter Geschwindigkeit bis zur tiefsten Lage sich abwärts bewegte, war:

$$z = 34,\ u = 75,\ T_2 = 273 + 200 = 473.$$

Das Kühlwasser (70 Liter) war ohne Ersatz in selbstthätiger Circulation begriffen und trat im Beharrungszustande, zu dessen Eintritt es eines etwa 10stündigen ununterbrochenen Ganges der Maschine bedurfte, aus dem mantelförmigen

Kühlraum, welcher den unteren Theil des Cylinders umgiebt, mit 83° C. aus und kehrte mit 67° C. in denselben zurück.

Mit $T = 293$ findet man $T_0 = 303$.

Aus dem (im Zustande p_0, T) gemessenen Gasverbrauch pro Stunde = 0·411 Cubikmtr. und aus z konnte der Gasverbrauch pro Kolbenspiel = G_1 Cubikm. (im Zustande p_0, T) und daraus:

$$a_0 = \frac{F s_1}{G_1} \frac{T}{T_0} - 1$$

ermittelt werden. Man findet:

$$a_0 = 8{\cdot}4 \text{ und damit } a = 7{\cdot}9$$

Nimmt man: $\vartheta = 1{\cdot}023$, $c = 0{\cdot}190$, $\alpha = {}^3/_4$, so ergiebt sich ferner nach den obigen Formeln:

$$e_2 = 0{\cdot}174,\ T_1 = 2338,\ n_1 = 7{\cdot}54,\ m_1 = 1{\cdot}62,\ m_2 = 0{\cdot}86$$

$$T' = 609,\ \frac{p'}{p_0} = 0{\cdot}224$$

Die Versuche ergaben:

$$E = 40,\ G = 0{\cdot}77$$

abgesehen von der Gasmenge, welche zur Entzündung des in den Cylinder eintretenden Gasgemenges verbraucht wurde und etwa 0·04 Cubikm. pro Stunde betrug. Hieraus und aus einigen weiteren Specialversuchen lässt sich mit Rücksicht auf die obigen Formeln für L_i und L schliessen:

$$\eta_i = 0{\cdot}838 - 0{\cdot}054 \frac{u}{z}$$

wobei jedoch zu bemerken ist, dass die Maschine sehr sorgfältig und in kurzen Intervallen geschmiert wurde. Für den gewöhnlichen praktischen Betrieb wird etwa

$$\eta_i = 0{\cdot}79 - 0{\cdot}07 \frac{u}{z}$$

zu setzen und G entsprechend grösser sein, vorausgesetzt dass die Maschine beinahe das Maximum ihrer Arbeit für den gegebenen Werth von u verrichtet, dass also $\frac{u}{z}$ nicht viel grösser ist, als das Minimum dieses Verhältnisses. G war merklich grösser, wenn durch Engerstellung des Ablasshahns, also durch Verkleinerung von z, besonders aber dann, wenn durch Engerstellung des Gaszuflusshahns, also durch Vergrösserung von a und entsprechende Verkleinerung von s der Nutzeffect E herabgezogen wurde.

Die Zeit, in welcher die Spannung unter dem auffliegenden Kolben von 7·54 Atm. auf 1 Atm. herabsinkt, ergiebt sich nach der Rechnung nur = 0·04 Sec., während bei u = 75 eine Viertelumdrehung der Steuerwelle 0·2 Sec. erfordert; ein Gasverlust beim Auffluge des Kolbens würde also auch bei wesentlich grösserer Schwere desselben noch nicht zu befürchten sein. Ferner ist:

$$t_1 = 0{\cdot}6 \text{ Sec}, \quad t = 0{\cdot}16 \text{ Sec. nach der Rechnung,}$$

$$\text{und mit } r = 0{\cdot}15 \text{ Meter: min. } t_2 = 0{\cdot}83 \text{ Sec.}$$

$$\text{max. } z = 38 \text{ bei } u = 75.$$

Dieser Maximalwerth von z kann in Wirklichkeit nicht ganz erreicht werden, weil bei der Rechnung nicht berücksichtigt ist, dass der Niedergang des Kolbens mit der Geschwindigkeit Null anfängt und aufhört, und dass durch das Einfallen des Sperrhakens in das Sperr-Rad ein Zeitverlust durch die begrenzte Zahl von Zähnen des Letzteren verursacht wird.

D. Dampfhämmer.

108.

Bezeichnungen, Annahmen und allgemeine Formeln.

(Einheiten: Meter und Kilogr., für Dampfspannungen: Atmosph.)

Es sei:

Q das Gewicht des Hammers, incl. Kolbenstange und Kolben,

H die Hubhöhe,

$h = iH$ diejenige Höhe des aufsteigenden Hammers, bei welcher die Zuströmung des Dampfes unter dem Kolben aufhört,

F der Querschnitt des Cylinders,

f_1 F der Querschnitt der unteren Kolbenstange,

$F_1 = (1 - f_1)\,F$ die untere Kolbenfläche,

f_2 F event. der Querschnitt einer oberen Kolbenstange,

$F_2 = (1 - f_2)\,F = k\,F_1$ die obere Kolbenfläche,

$a = 10333$ der Atmosphärendruck in Kilogr. pro Quadratm.,

p Atm. der Druck des in den Cylinder einströmenden Dampfes,

γ das specif. Gewicht (Gewicht von 1 Cubikm.) dieses Dampfes,

$P = F_1\,a\,(p - 1) = m\,Q$ der den Hammer anhebende Dampfüberdruck,

D Kilogr. der Dampfverbrauch für einen Hammerschlag, abgesehen von schädlichen Räumen und Dampfverlusten,

$R_1 = \varrho_1\,Q$ der mittlere Widerstand beim Aufgang des Kolbens, herrührend von der Kolben- und Kolbenstangen-Reibung und von dem Widerstand gegen das Ausströmen der Luft oder des Dampfes über dem Kolben,

$R_2 = \varrho_2\,Q$ der mittlere Widerstand beim Fallen des Hammers, herrührend von denselben Reibungen und von dem Widerstand gegen das Ausströmen des Dampfes unter dem Kolben,

$L = \lambda\,Q\,H$ die lebendige Kraft, mit welcher der Hammer den Ambos trifft,

Z die Maximalzahl der Schläge des Hammers pro Minute.

In Folgendem ist vorausgesetzt, dass die Abstraction von schädlichen Räumen, von der Nachwirkung des unter dem aufsteigenden Kolben schon ausströmenden Dampfes und von anderen Nebenumständen durch entsprechende Schätzung besonders der Coefficienten ϱ_1 und ϱ_2 möglichst corrigirt werde.

Sind dann Q und p gegeben, so ist es im Allgemeinen passend,

$$H = \frac{1}{40}\sqrt{Q}$$

zu nehmen. Ferner sind f_1 und f_2 anzunehmen, und zwar

$$f_1 \text{ wenigstens} \begin{cases} = 0{\cdot}008 \text{ bis } H = 0{\cdot}8 \\ = 0{\cdot}01\,H \text{ für } H > 0{\cdot}8 \text{ Mtr.,} \end{cases}$$

sofern nicht, wie bei dem *Daelen*'schen Hammer, der angemessene Werth von f_1 durch andere Umstände, als durch die Anstrengung der Kolbenstange, bedingt ist.

Von den beiden Coefficienten i und m kann einer willkürlich angenommen werden; der andere, sowie auch der Coefficient λ sind dann in verschiedener Weise je nach dem System des Hammers durch die übrigen Elemente bestimmt: Nr. 109 — 112.

Der erforderliche Querschnitt des Cylinders ist:

$$F = \frac{F_1}{1 - f_1} \text{ mit } F_1 = \frac{m\,Q}{a\,(p-1)}.$$

Wenn man ferner die Erhebung des Hammers auf die Höhe h wie eine gleichförmig beschleunigte, die Erhebung auf den Rest $= H - h$ der Hubhöhe wie eine gleichförmig verzögerte, und den Fall von der Höhe H wie eine gleichförmig beschleunigte Bewegung in Rechnung bringt, so ist allgemein:

$$z\sqrt{H} = \frac{60\sqrt{\frac{1}{2}\,g}}{\sqrt{\frac{1}{i\,\mu}} + \sqrt{\frac{1}{\lambda}}} = \frac{132{\cdot}88}{\sqrt{\frac{1}{i\,\mu}} + \sqrt{\frac{1}{\lambda}}} \text{ mit } \mu = m - 1 - \varrho_1$$

Wenn man endlich den Quotienten $\frac{L}{D}$, welcher den Massstab für die Oekonomie der Dampfverwerthung abgiebt:

$$\frac{L}{D} = \lambda' \frac{a\,(p-1)}{\gamma}$$

setzt, so ist, falls die Einströmung des frischen Dampfes in den Cylinder nur bei der Erhebung des Hammers auf die Höhe h stattfindet,

$$\lambda' = \frac{\lambda}{i\,m};$$

falls aber der frische Dampf zugleich über dem niederfallenden Kolben zugelassen wird, während derselbe den Weg i' H durchläuft, so ist:

$$\lambda' = \frac{\lambda}{(i + i'k)\,m}.$$

109.

Einfach wirkender Dampfhammer.

(*Nasmyth*'scher Hammer und analoge Constructionen.)

Unter der Voraussetzung, dass der Cylinderraum über dem Kolben beständig mit der atmosphärischen Luft communicirt, und dass in demselben Augenblick (auf der Höhe h), in welchem der Dampf unter dem aufsteigenden Kolben einzuströmen aufhört, derselbe hier auch schon wieder auszuströmen anfängt, hat man:

38*

$$i = \frac{1 + \varrho_1}{m},\ \lambda = 1 - \varrho_2,\ \lambda' = \frac{1 - \varrho_2}{1 + \varrho_1}.$$

Insbesondere mit $\varrho_1 = 0{\cdot}05$ und $\varrho_2 = 0{\cdot}1$ ist:

$$\lambda = 0{\cdot}9,\ \lambda' = \frac{6}{7} = 0{\cdot}857$$

und für $m =$	1·5	2	2·5	3
$i =$	0·7	0·525	0·42	0·35
$z\sqrt{H} =$	46·9	53·8	56·9	58·7.

110.

Doppelt wirkender Dampfhammer mit frischem Oberdampf.

Während der Hammer durch den unter dem Kolben einströmenden Dampf auf die Höhe h gehoben wird, strömt der Oberdampf in die Atmosphäre ab; es wird angenommen, dass über diese Höhe h hinaus der Unterdampf auch schon wieder ausströmt, über dem Kolben dagegen frischer Kesseldampf einströmt, und dass dieser Zustand während des Niederfallens des Hammers beständig andauert. Dann ist $i' = 1$ und

$$i = \frac{1 + \varrho_1 + k\,m}{(1 + k)\,m}$$

$$\lambda = 1 - \varrho_2 + km;\ \lambda' = \frac{\lambda}{(i + k)\,m}$$

Insbesondere mit $k = 1$, $\varrho_1 = 0{\cdot}05$ und $\varrho_2 = 0{\cdot}15$ ist

für $m =$	3	4	5	6
$i = \frac{1{\cdot}05 + m}{2\,m} =$	0·675	0·631	0·605	0·587
$\lambda = 0{\cdot}85 + m =$	3·85	4·85	5·85	6·85
$\lambda' =$	0·766	0·743	0·729	0·719
$z\sqrt{H} =$	96·2	111·8	125·3	137·2

111.

Modificationen der einfachen Dampfhammer-Systeme.

Durch den doppelt wirkenden Hammer Nr. 110 wird im Vergleich mit dem einfach wirkenden Hammer Nr. 109 der Effect und die Zahl der Schläge (λ und $z\sqrt{H}$) bei gegebenen Werthen von Q und H wesentlich vergrössert, jedoch auf Kosten der Oekonomie in der Dampfverwerthung (λ').

Eine geringere Vergrösserung von λ und $z\sqrt{H}$ ohne in Betracht kommende Verkleinerung von λ' wird erzielt:

1) durch die Anwendung frischen Oberdampfes nur zu Anfang des Kolbenniederganges ($i' < 1$) und zu Ende des Aufganges des Kolbens,

2) durch eine Prallvorrichtung, insbesondere durch einen Luftpuffer, d. h. durch Luft, welche über dem Kolben entweder beständig oder nur von einer

gewissen Höhenlage an abgesperrt ist, so dass sie beim Aufgange des Kolbens comprimirt wird und beim Niederfallen desselben wieder expandirt.

Eine mässige Vergrösserung von λ' kann durch Expansion des entsprechend früher abgesperrten Dampfes unter dem aufsteigenden Kolben erzielt werden, freilich auf Kosten von $z \sqrt{H}$, falls nicht gleichzeitig eines der Mittel unter 1) und 2) in Anwendung gebracht wird.

Eine mässige Vergrösserung von λ unter gleichzeitiger Vergrösserung von λ' wird durch expandirenden Oberdampf erzielt.

112.

Hammer mit expandirendem Oberdampf.

(*Daelen*'scher Dampfhammer.)

Nachdem der Hammer auf die Höhe h gehoben ist, wird unter dem Kolben die Einströmung, über ihm die Ausströmung des Dampfes unterbrochen; gleichzeitig werden die Cylinderräume unter und über dem Kolben in Communication gesetzt und auch während des Niederfallens des Hammers darin erhalten. Die untere Kolbenstange ist verhältnissmässig dick, d. h.

$$f_1 = 1 - \frac{1 - f_2}{k}$$

ein nicht sehr kleiner Bruch, z. B.

$$\text{fur } f_2 = 0 \text{ und } k = 1{\cdot}5 \qquad 2$$

$$f_1 = 1 - \frac{1}{k} = {}^1\!/_3 \qquad {}^1\!/_2.$$

Ist der Cylinderraum, welcher über dem Kolben in seiner höchsten Lage noch verbleibt, $= e\,F_1\,H$, so kann der Dampfdruck $= p_1$ Atm. bei dieser höchsten Lage des Kolbens näherungsweise = der Spannung gesättigten Dampfes gesetzt werden, dessen specifisches Gewicht

$$\gamma_1 = \frac{i\gamma + \left[(1-i)\,k + e\right]\gamma_0}{1+e}$$

ist, unter γ das specif. Gewicht gesättigten Dampfes von p Atm.
γ_0 " " " " " " 1 Atm.
Druck verstanden, und es ist dann:

$$m = \frac{1 + \varrho_1}{i - \dfrac{\lambda_1 p_1 - k + 1}{p - 1}}$$

$$\lambda = 1 - \varrho_2 + m\,\frac{\lambda_2 p_1 - k + 1}{p - 1}\,;\quad \lambda' = \frac{\lambda}{i\,m}.$$

Darin ist, wenn bei der Compression des Dampfes während der Erhebung des Hammers auf die Höhe H — h und demnächst bei der Expansion während des Niederfallens des Hammers sich der Dampfdruck umgekehrt proportional der n^{ten} Potenz des Volumens ändert:

$$\lambda_1 = \frac{1+e}{n-1}\left(1 - \varepsilon_1^{\,n-1}\right) \text{ mit } \varepsilon_1 = \frac{1+e}{i+(1-i)k+e}$$

$$\lambda_2 = \frac{1+e}{n-1}\left(1 - \varepsilon_2^{\,n-1}\right) \text{ mit } \varepsilon_2 = \frac{1+e}{k+e}$$

Z. B. mit $e = 0{\cdot}1$, $i = 0{\cdot}7$, $k = 1{\cdot}5$
$\varrho_1 = 0{\cdot}08$, $\varrho_2 = 0{\cdot}12$, $n = 1{\cdot}13$

findet man für					
p	= 3	4	5	6	Atm.
m	= 1·381	1·489	1·548	1·587	
λ	= 1·204	1·239	1·258	1·268	
λ'	= 1·245	1·189	1·161	1·141	
$z\sqrt{H}$	= 43·0	48·0	50·4	51·8	