

# **Badische Landesbibliothek Karlsruhe**

## **Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe**

Der einphasige kompensierte Nebenschlußmotor mit besonderer Berücksichtigung des regelbaren Nebenschlußmotors [...]

[urn:nbn:de:bsz:31-285100](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-285100)

# Der einphasige kompensierte Nebenschlußmotor

mit besonderer Berücksichtigung des regelbaren  
Nebenschlußmotors von E. Arnold und J. L. la Cour

von Dr.-Ing. Alfred Fraenckel.

## A. Theorie und Arbeitsweise des einphasigen kompensierten Nebenschlußmotors.

### I. Gang der Untersuchung.

Bei den kompensierten ein- und mehrphasigen Kommutator-  
motoren hat der Rotor im allgemeinen zwei Aufgaben zu erfüllen.

Einerseits ist er die vom Netz gespeiste Erregerwicklung der  
Maschine und vertritt die Stelle der Magnetwicklung einer Synchron-  
maschine, andererseits nimmt er den Strom auf, der mit dem  
resultierenden Feld das nützliche Drehmoment bildet, und da dieser  
Strom meist durch Induktion vom Stator auf den Rotor übertragen  
wird, ist die Maschine gleichzeitig eine Induktionsmaschine.

Bei Nebenschlußmaschinen führt daher die Aufstellung der  
Gleichungen für die Stator- und Rotorströme zu wenig übersicht-  
lichen Resultaten, insbesondere bei einphasigen Nebenschlußmotoren,  
bei denen das Drehfeld im allgemeinen nicht symmetrisch ist.

Die Wirkungsweise der Maschine läßt sich aber dadurch klarer  
erkennen, daß man die beiden Aufgaben, die der Rotor zu erfüllen  
hat, zunächst jede für sich betrachtet und dann nach dem Prinzip  
der Superposition übereinanderlagert. Dieser Weg soll im folgenden  
besprochen werden<sup>1)</sup>, er eignet sich besonders für die graphische  
Behandlung.

Wir betrachten also zunächst die Erregung der Maschine  
durch den Rotor.

Die Rotorwicklung ist an die nach Größe und Phase gegebene  
Klemmenspannung angeschlossen, die Statorwicklung ist vom Netz  
getrennt. Für eine beliebige Geschwindigkeit des Rotors ist die  
Größe und Phase der Rotorströme und Felder zu ermitteln und  
aus diesen ergibt sich die im Stator induzierte EMK.

<sup>1)</sup> Einer Anregung folgend, die ich Herrn J. L. la Cour verdanke.

Dieser Zustand entspricht dem Leerlauf einer fremderregten Maschine, er wird daher als Leerlaufzustand bezeichnet.

Zweitens sei der Stator an das Netz angeschlossen, die Rotorbürsten vom Netz getrennt und in sich kurzgeschlossen. Dieser Zustand werde als Kurzschlußzustand bezeichnet. Hierbei ist die Maschine ein Induktionsmotor, dessen Rotorwicklung über Kommutator und Bürsten kurzgeschlossen ist. Aus diesen beiden Zuständen ergibt sich dann der wirkliche Betriebszustand wie folgt.

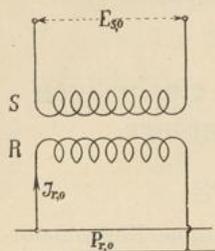


Fig. 1 a.

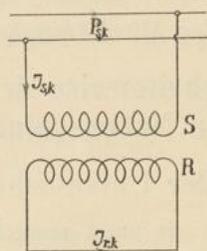


Fig. 1 b.

In Fig. 1 a und 1 b sind die beiden sich gegenseitig induzierenden Wicklungen, die Stator- und Rotorwicklung, schematisch durch die beiden Spulen S und R dargestellt.

Fig. 1 a stellt den Leerlaufzustand dar,

Fig. 1 b den Kurzschlußzustand.

Bei Leerlauf wird dem Rotor die Leerlaufspannung  $P_{r,0}$  zugeführt und er nimmt den Leerlaufstrom  $J_{r,0}$  auf. Im Stator wird die EMK  $E_{s,0}$  induziert.

Bei Kurzschluß, Fig. 1 b, wird dem Stator die Klemmenspannung  $P_{s,k}$  zugeführt, er nimmt den Strom  $J_{s,k}$  auf, während in dem kurzgeschlossenen Rotor der Strom  $J_{r,k}$  induziert wird.

Die einzige Bedingung, die zu erfüllen ist, um bei der Superposition den richtigen Betriebszustand zu erhalten, ist, daß sowohl am Stator wie am Rotor die (geometrische) Summe der bei Leerlauf und Kurzschluß bestehenden Spannungen gleich ist der tatsächlichen Betriebsspannung am Stator  $P_s$  bzw. am Rotor  $P_r$ .

Am Rotor ist die Klemmenspannung bei Leerlauf  $P_{r,0}$ , bei Kurzschluß Null, daher muß beim Leerlaufzustand

$$\mathfrak{P}_{r,0} = \mathfrak{P}_r \quad ^1)$$

sein, d. h. die richtige Betriebsspannung am Rotor wirken.

Am Stator ist die Spannung bei Leerlauf  $E_{s,0}$ , bei Kurzschluß  $P_{s,k}$  und damit

$$\mathfrak{E}_{s,0} + \mathfrak{P}_{s,k} = \mathfrak{P}_s$$

ist, muß

$$\mathfrak{P}_{s,k} = \mathfrak{P}_s - \mathfrak{E}_{s,0}$$

<sup>1)</sup> Spannungen, Ströme, Impedanzen usw. werden als Vektoren mit deutschen Buchstaben, ihre Beträge mit lateinischen Buchstaben bezeichnet.

sein, d. h. beim Kurzschlußzustand hat man auf den Stator die Differenz der Betriebsspannung und der bei Leerlauf induzierten EMK wirken zu lassen.

Dann ist der hierbei aufgenommene Statorstrom gleich dem Statorstrom beim Betriebszustand, weil der Statorstrom bei Leerlauf Null ist.

$$\mathfrak{I}_s = \mathfrak{I}_{sk}.$$

Der Rotorstrom ergibt sich als Summe des bei Leerlauf zugeführten und des bei Kurzschluß induzierten Stromes

$$\mathfrak{I}_r = \mathfrak{I}_{r_0} + \mathfrak{I}_{rk}.$$

Bei der Anwendung dieses hier allgemein beschriebenen Weges auf einen Nebenschlußmotor ergibt sich die besondere Bedingung, daß die Stator- und Rotorspannungen  $P_s$  und  $P_r$  dieselbe Phase haben. Numerisch sind die Spannungen nicht gleich groß, da der Stator meist für eine viel höhere Spannung gewickelt ist als für den Rotor erforderlich ist.

Es werde daher die Statorspannung gleich der Netzspannung  $P$  gesetzt, während die Rotorspannung etwa durch einen Transformator auf den Betrag  $P_r = kP$  verkleinert sein möge.

Fig. 2 stellt schematisch den einphasigen Nebenschlußmotor dar.  $S$  ist die Statorwicklung,  $R$  der Rotor mit Kommutator,  $T$  ein Nebenschlußtransformator.

Die Bürsten  $B_2—B_4$ , denen der Erregerstrom zugeführt wird, heißen im folgenden die Erregerbürsten, der Rotorstromkreis, den sie bilden, die Erregerwindungen des Rotors; die Bürsten  $B_1—B_3$  heißen die Arbeitsbürsten, der von ihnen gebildete und in sich kurzgeschlossene Stromkreis die Arbeitswindungen des Rotors.

Der Nebenschlußmotor ist bekanntlich zuerst in der amerikanischen Patentschrift 476346 vom 14. Nov. 1888 von Wightman beschrieben.

Unabhängig davon hat M. Latour das Prinzip der Rotorerregung mittels einphasigen Wechselstromes mit der in Fig. 2 dargestellten Bürstenanordnung in l'Industrie électrique 1902 zuerst veröffentlicht.

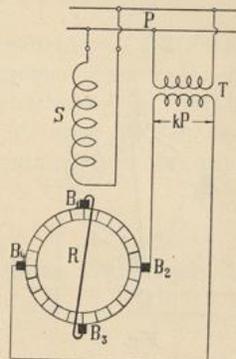


Fig. 2.

Die Tourenregulierung eines solchen Motors wurde zuerst ermöglicht durch die auf Stator und Rotor verteilte Erregung nach den deutschen Patenten 165053/54/55 von E. Arnold und J. L. la Cour.

## II. Leerlaufzustand. (Rotorerregung.)

1. Die Hauptfelder und ihre Beziehung zueinander. — 2. Einfluß der Oberfelder. — 3. Einfluß der Streuung und Kommutation. — 4. Grundgleichung. — 5. Ersatzstromkreis, Strom und Spannungsdiagramm. — 6. Einfluß der Kurzschlußströme.

### 1. Die Hauptfelder und ihre Beziehung zueinander.

Der Leerlaufzustand ist in Fig. 3 dargestellt.

Leitet man in die Erregerbürsten einen Wechselstrom ein, so entsteht ein Wechselfeld, dessen magnetische Achse in der Verbindungslinie  $B_2-B_4$ , quer zur Achse der Statorwicklung, liegt. Es werde als Querfeld bezeichnet.

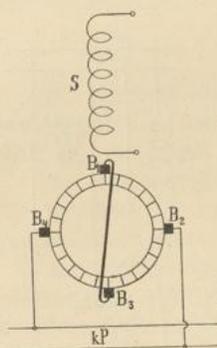


Fig. 3.

Steht der Rotor still, so induziert dieses Feld nur durch seine Pulsationen EMKe, die in den Ankerleitern zu beiden Seiten der Symmetrielinie  $B_2-B_4$  gleichgerichtet sind (Fig. 4a). Sie ergeben also eine resultierende EMK an den Erregerbürsten, zu deren Überwindung dem Rotor eine Spannung zugeführt werden muß, die dem Feld um  $1/4$  Periode voreilt und als Magnetisierungsspannung bezeichnet werde.

Wird der Rotor in Drehung versetzt, so bleibt das Querfeld im Raum stehen, und durch die Rotation in diesem Feld werden EMKe induziert, die zu beiden Seiten der neutralen Zone dieses Feldes  $B_1-B_3$  (Fig. 4a) gleichgerichtet sind und sich in bezug auf die Arbeitsbürsten  $B_1-B_3$  addieren. Die Richtung dieser EMKe ist für einen Augenblick, in dem das Querfeld von  $B_2$  nach  $B_4$  gerichtet ist, in Fig. 4b angedeutet, wobei Rechtsdrehung angenommen ist. Diese EMKe sind in Phase mit dem Querfeld, und ihm proportional und der Geschwindigkeit. Die resultierende EMK der Rotation würde z. B. bei geöffneter Kurzschlußverbindung an den Bürsten  $B_1 B_3$  gemessen werden können.

Ist die Verbindung geschlossen, so erzeugt die EMK einen Rotorstrom in den Arbeitswindungen, der ein Feld in der Achse der

Arbeitsbürsten und der Statorwicklung erregt, das bei der in Fig. 4 b eingetragenen Stromrichtung von  $B_3$  nach  $B_1$  gerichtet ist.

Dieses Feld werde als Längsfeld des Rotors bezeichnet.

Es erreicht wegen der Selbstinduktion der Wicklung nahezu um  $1/4$  Periode später sein Maximum in der Richtung  $B_3-B_1$  als das Querfeld in der Richtung  $B_2-B_4$  sein Maximum hatte. Es entsteht somit durch Zusammenwirken der beiden Felder ein Drehfeld, das im Sinne der angenommenen Drehrichtung rotiert. So lange die Felder verschieden groß sind, ist es elliptisch.

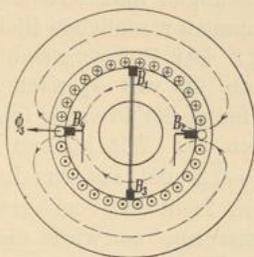


Fig. 4a.

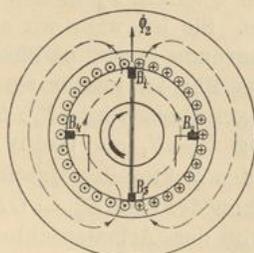


Fig. 4b.

Daher rechnet man besser mit den Wechselfeldern. Die EMKe, die das Längsfeld des Rotors induziert, ergeben wieder je eine resultierende EMK der Pulsation in den gleichachsigen Arbeitswindungen und eine resultierende EMK der Rotation in den dazu senkrechten Erregerwindungen. In jedem Stromkreis bestehen somit zwei EMKe, die sich gegenseitig aufheben.

Es bezeichnet:

$w = \frac{N}{4a}$  die Zahl der in Reihe geschalteten Windungen des

Rotors,

$N$  die Drahtzahl,

$a$  die halbe Anzahl Ankerstromzweige,

$f$  den Wicklungsfaktor,

$c$  die Periodenzahl des Wechselstromes,

$c_r = \frac{pn}{60}$  die Periodenzahl der Rotation bei  $n$  Umdrehungen

pro Min. und  $p$  Polpaaren.

Ein Feld  $\Phi$  induziert in der mit ihm gleichachsigen Wicklung durch Pulsation eine EMK

$$E_p = \pi \sqrt{2} c w f \Phi 10^{-8} \text{ Volt}$$

und durch Rotation in der dazu senkrechten Wicklung

$$E_r = 2 \sqrt{2} c_r w \Phi 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Für ein sinusförmiges Feld ist der Wicklungsfaktor der verteilten Gleichstromwicklung  $f = \frac{2}{\pi}$ , und es besteht daher die Beziehung

$$\frac{E_r}{E_p} = \frac{c_r}{c} \dots \dots \dots (1)$$

Die Grundbeziehung zwischen Quer- und Längsfeld ergibt sich nun wie folgt. Es ist

$$E_{2r} = 2 \sqrt{2} c_r w \Phi_3$$

die vom Querfeld  $\Phi_3$  in den Arbeitswindungen induzierte EMK der Rotation. Sie ist, wenn wir einen bestimmten räumlichen Richtungssinn zugrunde legen, in Phase mit  $\Phi_3$ . Der Richtungssinn ergibt sich aus Fig. 4 a und b so, daß, wenn  $\Phi_3$  von  $B_2$  nach  $B_4$  als positiv gerechnet wird,  $E_{2r}$  in der im Sinne der Drehung folgenden Richtung  $B_3-B_1$  als positiv zu denken ist. Wir können also in Fig. 5 den Vektor des Querfeldes  $\Phi_3 = \overline{OA}$  und mit ihm in Phase den Vektor der EMK  $E_{2r} = \overline{OB}$  auftragen. Sieht man vom Spannungsabfall in der Arbeitswicklung zunächst ab, so wird die EMK  $E_{2r}$  gerade so groß sein, daß sie die durch Pulsation des Längsfeldes  $\Phi_2$  induzierte EMK ( $-E_{2p}$ ) aufhebt.

Es wird also

$$\mathcal{E}_{2r} - \mathcal{E}_{2p} = 0.$$

Da

$$E_{2p} = 2 \sqrt{2} c w \Phi_2$$

ist, wird

$$\Phi_2 = \frac{c_r}{c} \Phi_3 \dots (2)$$

Tragen wir in Fig. 5  $-E_{2p} = \overline{OC} = -\overline{OB}$  auf, so eilt der Vektor  $\overline{OD}$  des Feldes  $\Phi_2$  der EMK  $-E_{2p}$  um  $90^\circ$  vor und dem Vektor  $\Phi_3$  um  $90^\circ$  nach.

Die positive Richtung von  $\Phi_2$  im räumlichen Diagramm ist nun dieselbe wie die von  $E_{2r}$ . Aus Gl. 2 folgt, daß für  $\frac{c_r}{c} = 1$  das Drehfeld symmetrisch wird, und daß der Rotor synchron mit ihm rotiert.

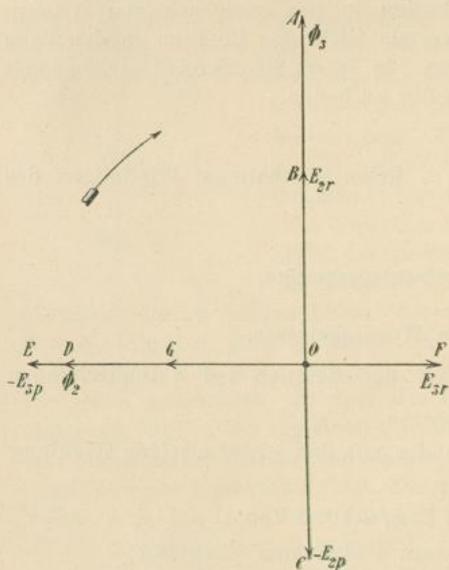


Fig. 5.

Die Spannung an den Erregerbürsten ergibt sich nun wie folgt:

Das Querfeld induziert eine EMK  $-E_{3p}$ , die um  $90^\circ$  gegen  $\Phi_3$  verzögert ist; ihr Vektor liegt in  $\overline{OE}$  (Fig. 5), und zwar ist der Richtungssinn für  $-E_{3p}$  derselbe wie für  $\Phi_3$ . Es ist

$$E_{3p} = 2\sqrt{2} cw \Phi_3.$$

Die durch Drehung im Längsfelde  $\Phi_2$  induzierte EMK

$$E_{3r} = 2\sqrt{2} c_r w \Phi_2 = \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 E_{2p} \dots \dots \dots (2a)$$

ist nun der Richtung von  $-E_{3p}$  entgegengerichtet; wir tragen sie daher in Fig. 5 um  $180^\circ$  in der Phase gegen  $\overline{OE}$  verschoben an nach  $\overline{OF}$ . Die resultierende EMK an der Erregerwicklung ist daher

$$-E_{3p} + E_{3r} = -E_{3p} \left[1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2\right] = \overline{OG}$$

und dem Rotor muß vom Netz zur Überwindung dieser EMK eine Spannung  $+E_{3p} \left[1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2\right]$  zugeführt werden.

$E_{3p}$  ist die Spannung, die wir als Magnetisierungsspannung bezeichnet hatten. Es folgt nun, daß durch die Entstehung des Rotorlängsfeldes die Magnetisierungsspannung des Rotors so aufgehoben wird, daß sie mit dem Quadrat der Geschwindigkeit verschwindet. Für  $\frac{c_r}{c} = 1$  wäre sie Null, weil der Rotor synchron mit dem Drehfeld rotiert, und die Klemmenspannung braucht nur so groß zu sein, wie zur Überwindung des Spannungsabfalles erforderlich ist.

Solange die Magnetisierungsspannung nicht ganz aufgehoben ist, d. h. wenn  $\frac{c_r}{c} < 1$  ist, ist das Querfeld gegen die Klemmenspannung verzögert, ist  $\frac{c_r}{c} > 1$ , so wird  $E_{3p} \left[1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2\right]$  negativ, das Querfeld und der Rotorstrom eilen der Klemmenspannung in der Phase voraus: der Rotor verhält sich wie ein Kondensator.

Durch die Wirkung des Spannungsabfalles und der Kommutation wird die einfache Beziehung Gl. 2 zwischen den Feldern etwas verändert. Ferner trifft die Annahme sinusförmiger Feldverteilung nicht allgemein zu. Diese Einflüsse mögen zunächst untersucht werden.

## 2. Einfluß der Oberfelder.

Die EMK der Rotation in einer verteilten Gleichstromwicklung ist nur abhängig von dem gesamten Kraftfluß und unabhängig von seiner Verteilung, dagegen ist die EMK der Pulsation davon abhängig, weil sich mit der Feldverteilung die Zahl der Kraftrohrenverkettungen d. h. der Wicklungsfaktor  $f$  ändert.

Die durch Gl. 1 ausgedrückte Beziehung lautet daher allgemein:

$$E_r = \frac{2 c_r}{\pi f c} E_p = \frac{c_r E_p}{c \sigma}, \dots \dots \dots (1a)$$

worin nur für ein Sinusfeld der Wicklungsfaktor

$$f = \frac{2}{\pi}$$

und

$$\sigma = \frac{\pi f}{2} = 1$$

ist.

Um den Wicklungsfaktor für die verteilte Gleichstromwicklung allgemein zu berechnen, zerlegt man die beliebige Feldkurve, die bei verteiltem Eisen symmetrisch sein wird, in ihre Harmonischen

$$B_t = B_1 \sin \alpha \pm B_3 \sin 3\alpha \pm B_5 \sin 5\alpha \dots$$

Der Kraftfluß ist somit zusammengesetzt aus den Teilen

$$\Phi_1 = \frac{2}{\pi} B_1 \tau l$$

$$\Phi_3 = \pm \frac{2}{\pi} B_3 \frac{\tau}{3} l$$

$$\Phi_5 = \pm \frac{2}{\pi} B_5 \frac{\tau}{5} l$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

und

$$\Phi = \Phi_1 \pm \Phi_3 \pm \Phi_5 \dots$$

Bildet man nun die Summe der Kraftrohrenverkettungen der verteilten Gleichstromwicklung für die einzelnen ( $\nu$ ) Harmonischen, so ergeben sich  $\nu$  Summen

$$\Sigma(w_x \Phi_{\nu x}),$$

die man ersetzen kann durch die Integrale

$$w \Phi_{\nu} \frac{1}{\pi} \int_{\alpha = -\frac{\pi}{2}}^{\alpha = +\frac{\pi}{2}} \cos(\nu \alpha) d\alpha.$$

Hierin ist

$$\alpha = +\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{\alpha = -\frac{\pi}{2}}^{\alpha = +\frac{\pi}{2}} \cos(v\alpha) d\alpha = f_v$$

$$\alpha = -\frac{\pi}{2}$$

der Wicklungsfaktor der verteilten Gleichstromwicklung in bezug auf die  $v$ te Harmonische.

Es wird

$$f_1 = \frac{2}{\pi}$$

$$f_3 = -\frac{1}{3} \frac{2}{\pi}$$

$$f_5 = +\frac{1}{5} \frac{2}{\pi}$$

$$\vdots$$

und

$$E_p = \pi \sqrt{2} cw \Sigma (f_v \Phi_v) = \pi \sqrt{2} cw \frac{2}{\pi} \left( \Phi_1 \mp \frac{1}{3} \Phi_3 \pm \frac{1}{5} \Phi_5 \mp \dots \right).$$

Der resultierende Wicklungsfaktor wird daher

$$f = \frac{\Sigma (f_v \Phi_v)}{\Phi} = \frac{2}{\pi} \frac{\Phi_1 \mp \frac{1}{3} \Phi_3 \pm \frac{1}{5} \Phi_5 \mp \dots}{\Phi_1 \pm \Phi_3 \pm \Phi_5 \pm \dots}$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich, daß z. B. ein Feld mit einer negativen dritten Harmonischen (spitzes Feld) einen Wicklungsfaktor hat, der größer als  $\frac{2}{\pi}$  ist, es wird daher

$$\sigma = \frac{f\pi}{2} > 1.$$

Für eine positive dritte Harmonische (flaches Feld) ist

$$f < \frac{2}{\pi}$$

$$\sigma < 1.$$

Bezieht sich nun im folgenden  $\sigma_2$  auf die Arbeitswindungen,  $\sigma_3$  auf die Erregerwindungen, so ist die Bedingung, daß die EMKe der beiden Rotorfelder in den kurzgeschlossenen Arbeitswindungen sich aufheben, nunmehr

$$\Phi_2 = \frac{c_r}{c} \frac{\Phi_3}{\sigma_2} \dots \dots \dots (2a)$$

und die resultierende EMK in den Erregerwindungen wird

$$E_{3p} \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \frac{1}{\sigma_2 \sigma_3} \right].$$

Sind  $\sigma_2$  und  $\sigma_3$  größer als 1, so ist die Magnetisierungsspannung erst bei einer höheren, sind  $\sigma_2$  und  $\sigma_3$  kleiner als 1, so ist sie schon bei einer kleineren als der synchronen Geschwindigkeit aufgehoben, nämlich wenn

$$\frac{c_r}{c} = \sqrt{\sigma_2 \sigma_3}$$

ist.

Die verteilte Gleichstromwicklung hat z. B. eine dreieckige MMK-Kurve. Wäre das Feld nicht durch die Sättigung abgeflacht, sondern auch dreieckig, so ist hierfür

$$f = \frac{2}{3}$$

$$\sigma = \frac{\pi}{3},$$

und an Stelle des Synchronismus tritt nun die Geschwindigkeit

$$\frac{c_r}{c} = \frac{\pi}{3} = 1,047,$$

bei der die Magnetisierungsspannung des Rotors Null ist.

Im Gegensatz hierzu ist ein rechteckiges Feld ein Beispiel für ein Feld mit einer positiven dritten Harmonischen. Hier ist

$$f = \frac{1}{2}$$

$$\sigma = \frac{\pi}{4} = 0,785.$$

Da bei dem dreieckigen Feld die Abweichung nur gering ist und die Felder in Wirklichkeit durch die Sättigung abgeflacht werden und sich der Sinusform mehr nähern, kann man im allgemeinen mit  $\sigma = 1$  rechnen.

### 3. Einfluß der Streufelder und der Kommutation.

In jedem der beiden Rotorstromkreise besteht zunächst ein Ohmscher Spannungsabfall in der Wicklung und an den Bürstenübergangsflächen. Der effektive Widerstand  $r$  jedes Stromkreises ist hierbei mit den Übergangswiderständen veränderlich.

Ferner induzieren die Streufelder, die sich um die einzelnen Drähte quer durch die Nuten, um die Zahnköpfe und Stirnverbindungen schließen, EMKe. Diese Streufelder rotieren mit der Wicklung, sie kommen also bei den durch die relative Drehung der Wicklung gegen die Felder induzierten EMKen nicht in Betracht,

sondern sie induzieren nur durch ihre Pulsation EMKe in den Windungen, mit denen sie verkettet sind. Der Strom jeder Windung hat, abgesehen von dem Moment, wo sie kurzgeschlossen, d. h. aus dem Ankerstromzweig ausgeschaltet ist, stets die Grundperiodenzahl, gleichviel ob der Rotor sich dreht oder nicht. Daher haben die von den Streufeldern induzierten EMKe auch stets die Grundperiodenzahl. Weil die Streufelder zum größten Teil in Luft verlaufen, nimmt man an, daß sie proportional mit dem Strom und in Phase mit ihm sind und setzt die von ihnen induzierte EMK gleich dem Produkt aus dem Strom und einer Reaktanz

$$x = 2\pi cS,$$

worin  $S$  der Induktionskoeffizient für die Streufelder ist und ebenso wie bei einem Asynchronmotor<sup>1)</sup> aus der Leitfähigkeit der Streufüsse berechnet wird.

Ist

$$\lambda_N = \left( \lambda_n + \lambda_k + \frac{l_s}{l} \lambda_s \right)$$

die magnetische Leitfähigkeit einer Nut pro Zentimeter Ankerlänge, so ist für die Gleichstromwicklung, bei der

$$s_n = \frac{N}{Z}$$

Drähte in einer Nut liegen, der Induktionskoeffizient der Drähte einer Nut

$$s_n^2 l \lambda_N.$$

Jeder Ankerstromzweig hat  $\frac{Z}{2a}$  Nuten, und  $2a$  Ankerstromzweige sind parallel geschaltet. Daher ist

$$S = \frac{1}{2a} \frac{Z}{2a} s_n^2 l \lambda_N = \left( \frac{N}{2a} \right)^2 \frac{1}{Z} l \lambda_N 10^{-8} \text{ Henry}$$

$$x = 2\pi cS = 2\pi c \left( \frac{N}{2a} \right)^2 \frac{l}{Z} \lambda_N 10^{-8} \text{ Ohm.}$$

In dem Augenblick, in dem eine Windung kurzgeschlossen ist, ändert sich ihr Eigenfeld mit einer anderen, nämlich der Kommutierungsperiodenzahl. Es tritt also noch eine EMK auf. Solange nur zwei Bürsten aufliegen und der Rotor nur einen Stromkreis bildet, sind die kurzgeschlossenen Spulen aus dem Stromkreis ausgeschaltet, und die von ihnen in benachbarten Spulen induzierten EMKe heben sich in bezug auf den ganzen Stromkreis heraus. Da-

<sup>1)</sup> s. Wechselstromtechnik, Bd. V, 1, von E. Arnold und J. L. la Cour.

her hat die einphasige Kommutatorwicklung eine von den Streufeldern herrührende Reaktanz, die unabhängig von der Rotorgeschwindigkeit ist, wie von E. Arnold und J. L. la Cour<sup>1)</sup> auch durch den Versuch gezeigt ist. Sie haben aber auch gezeigt, daß bei einer mehrphasigen Kommutatorwicklung diese Reaktanz zum Teil wieder aufgehoben wird durch die Vorgänge bei der Kommutation. Bei der in Fig. 3 dargestellten Erregeranordnung bilden die Ströme, entsprechend den Feldern, ein unsymmetrisches Zweiphasensystem. Hier kommt die Änderung des Eigenfeldes einer Spule bei der Kommutation in dem zweiten Stromkreis des Rotors zur Geltung.

Durch die Kommutation des Stromes ändert sich das Eigenfeld einer Nut  $\Phi_N$  in der Zeit  $T_N$  von

$$\Phi_N \sin \omega t \text{ nach } -\Phi_N \sin \omega(t + T_N),$$

und da  $T_N$  klein ist gegen die Dauer der Periode, ist die mittlere Änderung des Nutzenfeldes pro Sekunde angenähert

$$\frac{2\Phi_N \sin \omega t}{T_N}.$$

Es entsteht hierdurch in den kurzgeschlossenen und in den in denselben Nuten liegenden Spulen eine EMK von der Grundperiodenzahl, die in Phase mit dem kommutierten Strom ist. Nun gehören die Spulen, in denen der Strom des einen Stromkreises kommutiert wird, jeweils dem anderen Stromkreise an. Wird also z. B. der Strom unter den Erregerbürsten kommutiert, so entsteht eine EMK in den Arbeitswindungen und umgekehrt.

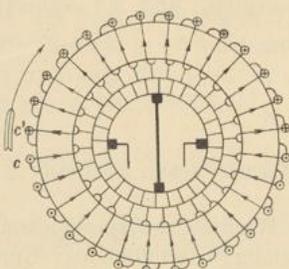


Fig. 6a.

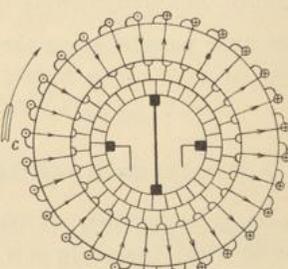


Fig. 6b.

Die Richtung dieser EMKe ergibt sich aus Fig. 6. Es stelle Fig. 6a wieder für einen bestimmten Augenblick die Stromrichtung

<sup>1)</sup> Die Kommutation von Gleich- und Wechselstrom, von E. Arnold und J. L. la Cour, Stuttgart (Enke) 1906.

in den Ankerdrähten dar, sofern sie dem Erregerkreis angehören. Ist der Strom in dieser Richtung gerade im Maximum, so wird bei der Drehung im Sinne des Uhrzeigers der Strom in den Arbeitswindungen gerade von Null in der in Fig. 6b angedeuteten Richtung ansteigen, weil dieser Strom um  $\frac{1}{4}$  Periode phasenverzögert ist. Gelangt nun in Fig. 6a eine kurzgeschlossene Spule  $c$  bei der Kommutation in die Lage  $c'$ , so ändern sich hierbei ihr Strom und ihr Eigenfeld gerade in umgekehrtem Sinne, als sie sich nach Fig. 6b ändern. Die während der Kommutation vom Eigenfeld des Stromes der Erregerwicklung induzierte EMK ist also der von dem Streufeld des Stromes in der Arbeitswicklung induzierten EMK entgegengesetzt gerichtet und hebt sie zum Teil auf, oder umgekehrt.

Obwohl diese EMK nur in einzelnen Nuten auftritt, kann sie dennoch groß werden wegen der hohen Änderungsgeschwindigkeit des Eigenfeldes bei der Kommutation.

In den kurzgeschlossenen Spulen selbst ruft sie einen inneren Strom und einen Spannungsabfall unter den Bürsten hervor, so daß nur ein Teil von ihr als Potentialdifferenz im anderen Stromkreis auftritt; in den in denselben Nuten liegenden nicht kurzgeschlossenen Spulen tritt sie aber in voller Stärke auf.

Daher ist die Berechnung nur angenähert möglich.

Es bezeichnet:

$\Phi_N$  = das Eigenfeld einer Nut,

$AS = \frac{NJ}{\pi D \cdot 2a}$  die Anzahl Amperedrähte pro Zentimeter Ankerumfang,

$t_1$  die Nutenteilung,

$b_D$  die auf den Ankerumfang projizierte Bürstenbreite,

$\beta_D$  die auf den Ankerumfang projizierte Lamellenbreite,

$v$  die Umfangsgeschwindigkeit des Ankers in m/sec,

$T_N$  die Dauer des Kurzschlusses der Drähte einer Nut.

Es ist

$$\Phi_N = t_1 AS \lambda_N l$$

$$T_N = \frac{t_1 + b_D - \beta_D \frac{a}{p}}{100v} \text{, 1)}$$

daher ist die maximale Änderung des Nutenfeldes bei der Kommutation pro Sekunde

$$\frac{2\sqrt{2}\Phi_N}{T_N} = \frac{2\sqrt{2}t_1 AS \lambda_N l}{t_1 + b_D - \beta_D \frac{a}{p}} 100v 10^{-8}.$$

1) s. Die Gleichstrommaschine, Bd. I, von E. Arnold (2. Aufl.), S. 363.

Da die Kommutation gleichzeitig in mindestens  $2p$  Nuten stattfindet, ist die Zahl der dabei induzierten Drähte in Reihe  $2p \left( \frac{N}{2aZ} \right)$ , und da angenommen werden kann, daß sämtliche Drähte einer Nut vom ganzen Streufeld umschlungen sind, ist die effektive induzierte EMK im ganzen Stromkreis

$$\frac{2pN}{2aZ} \frac{2t_1 AS \lambda_N l}{t_1 + b_D - \beta_D \frac{a}{p}} 100v 10^{-8} = 4J \left( \frac{N}{2a} \right)^2 \frac{l \lambda_N}{Z} c_r \frac{t_1}{t_1 + b_D - \beta_D \frac{a}{p}} 10^{-8}$$

oder, wenn wir den früher (S. 93) berechneten Wert  $x$  der Reaktanz der Streuflüsse einsetzen

$$= \frac{2}{\pi} J x \frac{c_r}{c} \frac{t_1}{t_1 + b_D - \beta_D \frac{a}{p}} 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Subtrahiert man hiervon die Spannung  $AP$ , die durch die inneren Ströme in den kurzgeschlossenen Spulen an den Bürstenübergängen verbraucht wird, so bleibt die effektive EMK

$$\frac{2}{\pi} J x \frac{c_r}{c} \frac{t_1}{t_1 + b_D - \beta_D \frac{a}{p}} 10^{-8} - AP.$$

Der Ausdruck  $\frac{t_1}{t_1 + b_D - \beta_D \frac{a}{p}}$  ist etwas kleiner als 1,  $AP$  be-

trägt etwa 1—2 Volt. Wenn das letzte Glied nicht groß ist, nähert sich die EMK dem Wert

$$J \frac{2}{\pi} x \frac{c_r}{c}.$$

Da aber die in Rechnung gesetzte Nutenzahl ein Minimum ist, kann sie auch größer werden, insbesondere auch dann, wenn die Kommutierungszeit des Stromes kürzer ist als die Kurzschlußzeit,<sup>1)</sup> die in Rechnung gesetzt ist.

Da die EMK dem kommutierten Strom proportional ist, setzen wir sie

$$J x_N \frac{c_r}{c},$$

worin der Index  $N$  darauf hindeutet, daß sie vom Nutenfeld herührt.  $x_N$  ist im allgemeinen nicht ganz konstant und kleiner als

<sup>1)</sup> Nach neueren Versuchen von Prof. E. Arnold ist dies bei Gleichstrommaschinen häufig der Fall; s. Experimentelle Untersuchung der Kommutation von E. Arnold.

die Reaktanz der Streuflüsse, kann aber, wie erwähnt, ebenso groß oder größer werden.

#### 4. Grundgleichungen.

Es bezeichnen

$E_{2p}, E_{2r}, E_{3p}, E_{3r}$ , die von den Hauptfeldern durch Pulsation ( $p$ ) bzw. Rotation ( $r$ ) induzierten EMKe in den Arbeitswindungen (2) bzw. Erregerwindungen (3),

$J_2$  den Strom der Arbeitswindungen,

$J_3$  den Strom der Erregerwindungen,

$Z_2 = (r_2 - jx_2)$  die Impedanz der Arbeitswindungen,

$Z_3 = (r_3 - jx_3)$  die Impedanz der Erregerwindungen,

$x_N$  die von der Kommutation des Nutenfeldes herrührende Reaktanz,

$Z_a = r_a - jx_a$  die Erregerimpedanz } die durch Gl. 3a  
 $Y_a = \frac{1}{Z_a} = g_a + jb_a$  die Erregeradmittanz } definiert sind.

Unter Berücksichtigung des bisher Betrachteten ist die Spannungsgleichung für den in sich geschlossenen Stromkreis der Arbeitswindungen

$$\mathfrak{E}_{2r} + Z_3 x_N \frac{c_r}{c} - \mathfrak{E}_{2p} - Z_2 Z_2 = 0 \dots (3)$$

worin

$$\left. \begin{aligned} Z_2 &= \mathfrak{E}_{2p} Y_a \\ \mathfrak{E}_{2p} &= Z_2 Z_a \text{ ist.} \end{aligned} \right\} \dots (3a)$$

Für die Erregerwindungen wird

$$k\mathfrak{P} = \mathfrak{E}_{3p} - \mathfrak{E}_{3r} + Z_3 x_N \frac{c_r}{c} + Z_3 Z_3 \dots (4)$$

Hierin ist nach Gl. 1 und Fig. 5

$$\mathfrak{E}_{2r} = j \frac{c_r}{c} \mathfrak{E}_{3p}$$

$$- \mathfrak{E}_{3r} = j \frac{c_r}{c} \mathfrak{E}_{2p}$$

Aus Gl. 3 wird

$$\begin{aligned} j \frac{c_r}{c} \mathfrak{E}_{2p} &= j \frac{c_r}{c} \mathfrak{E}_{2r} + j Z_3 x_N \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 - j \frac{c_r}{c} Z_2 Z_2 \\ &= - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \mathfrak{E}_{3p} + j Z_3 x_N \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 - j \frac{c_r}{c} Z_2 Z_2 = - \mathfrak{E}_{3r} \end{aligned}$$

und in Gl. 4 eingeführt

$$k\mathfrak{B} = \mathfrak{E}_{3p} \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] + \mathfrak{I}_3 \left[ r_3 - j(x_3 - x_N \left( \frac{c_r}{c} \right)^2) \right] - j \frac{c_r}{c} \mathfrak{I}_2 [r_2 - j(x_2 - x_N)] \quad (5)$$

Das erste Glied rechts zeigt, daß die Magnetisierungsspannung mit dem Quadrat der Geschwindigkeit abnimmt, wie schon früher gezeigt ist. Da aber der Spannungsabfall in den Arbeitswindungen das Längsfeld etwas verkleinert und in der Phase verschiebt, so daß nicht mehr genau  $\Phi_2 = \frac{c_r}{c} \Phi_3$  gilt und auch die Phasenverschiebung nicht genau  $90^\circ$  ist, ist die Kompensation der Magnetisierungsspannung nicht vollständig. Der Betrag des ersten Gliedes der Gl. 5 wird vermindert um einen Betrag, der wie das dritte Glied rechts zeigt, proportional dem Spannungsabfall des Stromes  $J_2$  und der Geschwindigkeit ist, und erscheint als eine Spannung, die im Erregerkreis um  $90^\circ$  in der Phase verschoben ist.

Die von der Kommutation herrührenden mit  $x_N$  proportionalen EMKe erscheinen als Verminderung der Streureaktanzen wie auch aus früherem hervorgeht.

Setzt man ebenfalls

$$\mathfrak{I}_3 = \mathfrak{E}_{3p} \mathfrak{I}_a, \quad \text{bzw.} \quad \mathfrak{E}_{3p} = \mathfrak{I}_3 \mathfrak{I}_a$$

so läßt sich Gl. (3) schreiben

$$\begin{aligned} j \frac{c_r}{c} \mathfrak{I}_3 (\mathfrak{I}_a - j x_N) &= \mathfrak{I}_2 (\mathfrak{I}_a + \mathfrak{I}_2) \\ \mathfrak{I}_2 &= j \frac{c_r}{c} \mathfrak{I}_3 \frac{r_a - j(x_a + x_N)}{(r_a + r_2) - j(x_a + x_2)} \\ &= j \frac{c_r}{c} \frac{\mathfrak{I}_3}{\mathfrak{E}_i}, \end{aligned}$$

worin  $\mathfrak{E}_i = C_i e^{-j\gamma_i}$  eine komplexe Zahl ist, deren Betrag  $C_i$  nur wenig größer als 1 ist, und deren Argument  $\gamma_i$  ein sehr kleiner Winkel ist, wenn  $r_2$  klein ist.

Die gleiche Beziehung gilt dann auch für die Felder, da wir  $Z_a$  als Konstante betrachten, d. h. von dem Einfluß der Sättigung in der Rechnung absehen.

In Gl. 5 kann daher das letzte Glied geschrieben werden

$$\begin{aligned} -j \frac{c_r}{c} \mathfrak{I}_2 [r_2 - j(x_2 - x_N)] &= \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \frac{\mathfrak{I}_3}{\mathfrak{E}_i} [r_2 - j(x_2 - x_N)] \\ &\simeq \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \mathfrak{I}_3 [r_2 - j(x_2 - x_N)] \end{aligned}$$

und Gl. 5 lautet

$$k\mathfrak{P} = \mathfrak{S}_3 \left\{ r_a \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] + r_3 + r_2 \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 - j \left( x_a \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] + \left[ x_3 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 x_N \right] + \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 [x_2 - x_N] \right) \right\} \dots \dots \dots (5a)$$

Bei Stillstand  $\left( \frac{c_r}{c} = 0 \right)$  wird

$$k\mathfrak{P} = \mathfrak{S}_3 [(r_a + r_3) - j(x_a + x_3)]$$

und bei Synchronismus  $\left( \frac{c_r}{c} = 1 \right)$

$$k\mathfrak{P} = \mathfrak{S}_3 [(r_3 + r_2) - j(x_3 - x_N) + (x_2 - x_N)] \dots \dots (5b)$$

Die Wattkomponente der Spannung ist hierbei etwa doppelt so groß wie dem Spannungsabfall des Stromes entspricht.

Der Strom ist in Phase mit der Spannung, wenn

$$x_a \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] + \left[ x_3 - x_N \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] + (x_2 - x_N) \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 = 0$$

ist, d. h. wenn

$$\frac{c_r}{c} = \sqrt{\frac{x_a + x_3}{(x_a + x_N) - (x_2 - x_N)}} = \sqrt{1 + \frac{(x_3 - x_N) + (x_2 - x_N)}{(x_a + x_N) - (x_2 - x_N)}}$$

ist, also, wenn die negative Reaktanz  $x_a \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right]$  bei Übersynchronismus die verbleibenden Streureaktanzen aufgehoben hat.

Da  $x_a$  sehr groß gegenüber  $x_2$  und  $x_3$  ist, ist dies nur wenig oberhalb Synchronismus der Fall.

Hat man nicht sinusförmige Verteilung der Felder, so tritt in Gl. 5a an Stelle von  $\left( \frac{c_r}{c} \right)^2$  überall  $\left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \frac{1}{\sigma_2 \sigma_3}$ , und die Geschwindigkeit für Phasengleichheit zwischen Strom und Spannung ist mit  $\sqrt{\sigma_2 \sigma_3}$  zu multiplizieren.

Die im Stator induzierte EMK ist

$$E_{s0} = \pi \sqrt{2} c w_1 f_1 \Phi_2 10^{-8} = \frac{w_1 f_1}{w_2 f_2} E_{2p} = u_e E_{2p},$$

$$E_{s0} = u_e \mathfrak{S}_2 \mathfrak{S}_a = u_e j \frac{c_r}{c} \frac{\mathfrak{S}_3}{C_i} \mathfrak{S}_a =$$

$$= \frac{j u_e k \frac{c_r}{c} \mathfrak{P} \frac{\mathfrak{S}_a}{C_i}}{\left\{ r_a \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] + r_3 + \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 r_2 \right\} - j \left\{ x_a \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] + \left[ x_3 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 x_N \right] + \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 (x_2 - x_N) \right\}} \dots \dots (6)$$

$E_{s0}$  ist bei Stillstand Null, bei Synchronismus ist

$$\mathcal{E}_{s0} \left( \frac{c_r}{c} = 1 \right) = \frac{j u_e k \frac{3a}{C_i}}{(r_3 + r_2) - j(x_3 + x_2 - 2x_N)}$$

Damit  $E_{s0}$  bei Synchronismus gleich der Netzspannung  $P$  wird, muß

$$u_e k = \left\{ \frac{(r_3 + r_2) - j(x_3 + x_2 - 2x_N)}{r_a - jx_a} \right\} C_i$$

oder angenähert

$$u_e k \approx \frac{2r_3}{Z_a}$$

sein, ein Betrag, der etwa die Größe 0,03 hat.

### 5. Ersatzstromkreis und Stromdiagramm.

Der Verlauf der Ströme und EMKe ist am einfachsten aus dem Stromdiagramm zu ersehen. Es soll mit Hilfe eines Ersatzstromkreises konstruiert werden, der die in Gl. 5 a ausgedrückte Beziehung für den Strom darstellt und in Fig. 7 aufgestellt ist.

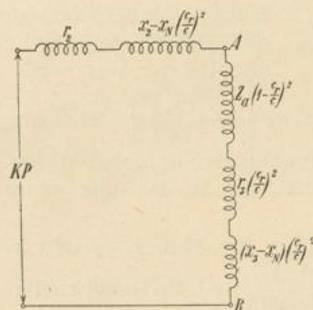


Fig. 7.

Die Impedanzen zwischen den Punkten  $AB$  entsprechen den von Quer- und Längsfeld induzierten EMKen, die übrigen dem Ohmschen und induktiven Spannungsabfall.

Trägt man in Fig. 8 auf der Abszissenachse  $\overline{OA} = x_3$ , senkrecht hierzu  $\overline{AB} = r_3$  auf, ferner parallel zur Abszissenachse  $\overline{BC} = x_a$  und

hierzu senkrecht  $\overline{CQ'} = r_a$  auf, so ist  $\overline{OQ'}$  die Impedanz bei Stillstand

$$\overline{OQ'} = (r_a + r_3) - j(x_a + x_3).$$

Trägt man ferner  $\overline{BD} = (x_2 - 2x_N)$  (hier negativ angenommen) und  $\overline{DS'} = r_2$  auf, so ist

$$\overline{OS'} = (r_2 + r_3) - j(x_3 + x_2 - 2x_N)$$

die Impedanz bei Synchronismus.

Auf der Verbindungslinie  $Z$  der Punkte  $Q'$  und  $S'$  teile ein Punkt  $P'$  den Abschnitt  $\overline{Q'S'}$  im Verhältnis

$$\frac{\overline{Q'P'}}{\overline{Q'S'}} = a.$$



Kreis  $Y_0$ , der durch  $O$  geht und dessen Radius  $\overline{OM}$  senkrecht auf der Geraden  $Z$  steht. Die Vektoren von  $O$  nach dem Kreis stellen die Rotorströme nach Größe und Phase bei konstanter Klemmenspannung dar. Die Abszissen sind die wattlosen Komponenten, die Ordinaten die Wattkomponenten.

Entsprechende Punkte auf dem Kreis und auf der Geraden findet man durch den Schnittpunkt  $P$  eines Strahles  $\overline{OP}$  mit dem Kreis.  $\overline{OQ}$  ist somit der Strom bei Stillstand,  $\overline{OP}_a$  der Strom bei Synchronismus, der Geschwindigkeit  $\frac{c_r}{c} = \infty$  entspricht der unendlich ferne Punkt der Geraden  $Z$ , auf dem Kreis also der Koordinatenanfangspunkt  $O$ .

Es ist hieraus ersichtlich, daß die Erregeranordnung bei konstanter Klemmenspannung nur ganz dicht oberhalb und unterhalb Synchronismus einen großen Strom aufnehmen kann. Nahe oberhalb Synchronismus ist er ein Wattstrom, unterhalb Synchronismus ist er verzögert, oberhalb Synchronismus voreilend gegen die Klemmenspannung, wobei er um so schneller wieder verschwindet, je größer die Erregerreaktanz  $x_a$  gegen den Widerstand  $r_s$  ist. Es mag bemerkt sein, daß die Fig. 8 der Deutlichkeit halber dadurch verzerrt ist, daß  $x_a$  sehr klein ist und daher der Strom bei Stillstand  $\overline{OQ}$  viel zu groß erscheint. Daher ist der Geschwindigkeitsbereich, bei dem der ganze Rotorstrom groß ist, in Wirklichkeit kleiner als nach dieser Figur erscheint.

Die im Stator induzierte EMK  $E_{s_0}$  war (s. Gl. 6)

$$\mathfrak{E}_{s_0} = u_e \mathfrak{J}_2 \mathfrak{J}_a = j \frac{c_r}{c} u_e \mathfrak{J}_3 \frac{\mathfrak{J}_a}{\mathfrak{E}_i}$$

Bildet man zunächst das Produkt

$$\overline{OE} = \frac{c_r}{c} J_3 = \frac{c_r}{c} \overline{OP},$$

indem man alle Vektoren  $\overline{OP}$  in Fig. 8 mit der Geschwindigkeit  $\frac{c_r}{c}$  multipliziert, die aus dem Maßstab auf der Geraden  $Z$  entnommen wird, so beschreibt der Strahl  $\overline{OE}$  eine Kurve  $E_{s_0}$ , die sowohl für  $\frac{c_r}{c} = 0$ , als auch für  $\frac{c_r}{c} = \infty$  durch  $O$  geht und für  $\frac{c_r}{c} = 1$  mit  $\overline{OP}_a$  zusammenfällt. Diese Kurve ist daher kein Kreis, weil sie in  $O$  zwei verschieden gerichtete Tangenten hat. Die Multiplikation der Strahlen  $\overline{OE} = \frac{c_r}{c} J_3$  mit  $j u_e \frac{\mathfrak{J}_a}{\mathfrak{E}_i}$  bedeutet, daß der Maßstab in einen Spannungsmaßstab zu ändern ist, so daß die Strecke, die im Strommaßstab

1 Amp. darstellt, im Spannungsmaßstab  $u_e \frac{Z_a}{C_i}$  Volt darstellt, wobei alle Vektoren um  $\frac{\pi}{2} - (\psi_a - \gamma_i)$  im Sinne der Verzögerung zu drehen sind. Hierbei ist  $\psi_a = \arctg \frac{x_a}{r_a}$  der Winkel zwischen  $E_{s_0}$  und  $J_2$ , während  $\gamma_i$  der Winkel zwischen  $J_2$  und  $j \frac{c_r}{c} J_3$  ist. Um  $E_{s_0}$  in der richtigen Lage gegen die Klemmenspannung zu erhalten, dreht man den Vektor der Klemmenspannung aus der Ordinatenachse im Sinne der Voreilung um den Winkel  $\frac{\pi}{2} - (\psi_a - \gamma_i)$ , der, weil  $\psi_a$  fast  $90^\circ$  beträgt und  $\gamma_i$  sehr klein ist, ebenfalls nur ein kleiner Winkel ist. In Fig. 8 stellt im Spannungsmaßstab  $OK$  die Netzspannung  $P$  nach der Drehung dar.

Da einer Umkehrung der Drehrichtung des Rotors eine Umkehrung des Drehfeldes entspricht, bei der die zeitliche Reihenfolge der beiden Felder in einer bestimmten räumlichen Lage die umgekehrte ist als zuvor, ändert sich bei Umkehr der Drehrichtung die Phase des Längsfeldes und damit der im Stator induzierten EMK um  $180^\circ$ . Man erhält also einen zweiten genau symmetrischen Zweig der Kurve  $E_{s_0}'$ , der in Fig. 8 punktiert eingezeichnet ist.

Die ganze Kurve  $E_{s_0}$  hat daher die Gestalt einer Lemniskate.

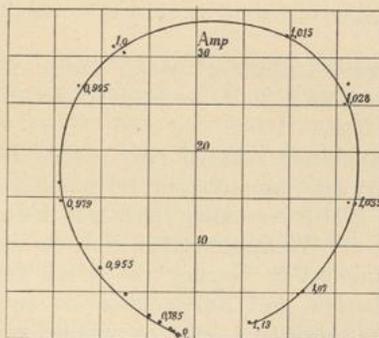


Fig. 9a.

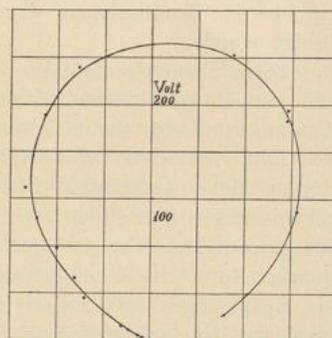


Fig. 9b.

In Fig. 9a und 9b ist ein experimentell aufgenommenes Strom- und Spannungsdiagramm aufgetragen, zur Orientierung sind an einigen Punkten die Rotorgeschwindigkeiten eingezeichnet. In diesem Falle war schon bei  $5\%$  oberhalb und unterhalb Synchronismus der Strom kaum noch ein Drittel des maximalen.

Die Klemmenspannung am Rotor war hierbei 5 Volt.

Die Stromkurve (Fig. 9a) weicht etwas vom Kreis ab, und zwar ist sie nach oben hin etwas länglicher. Dies ist erklärlich, weil gerade der maximale Strom fast nur durch die Widerstände begrenzt ist, von denen die Bürstenübergangswiderstände den größten Teil ausmachen. Da sie mit zunehmender Stromdichte abnehmen, erscheinen die größten Ströme größer als die Rechnung mit konstanten Widerständen ergibt.

Um den größten Strom des Diagrammes Fig. 9a als Gleichstrom durch die Armatur zu schicken, war nur eine Spannung von 2,0 Volt erforderlich, also weniger als die Hälfte wie mit Wechselstrom. Obwohl die Widerstände bei Wechselstrom an sich größer sind als bei Gleichstrom, wäre ein so großer Unterschied doch nicht zu erwarten. Er erklärt sich nach Gl. 5b damit, daß durch die geringe Unsymmetrie des Drehfeldes noch ein Betrag von der Wattkomponente der Magnetisierungsspannung unkompensiert bleibt, der gleich dem Spannungsabfall des Stromes in den Arbeitswindungen und an den Bürsten ist. Dies wirkt so, als ob bei Phasengleichheit zwischen Strom und Spannung der Strom  $J_3$  den doppelten Widerstand findet.

## 6. Einfluß der Kurzschlußströme.

Die magnetische Rückwirkung der inneren Ströme in den Spulen, die bei der Kommutation kurzgeschlossen sind, ist bisher vernachlässigt worden.

Diese Ströme entstehen aus zwei Ursachen, erstens durch die von den Hauptfeldern induzierten EMKe, und zweitens durch die Kommutation des Stromes selbst.

Beide konnten bei dem besprochenen Versuch nur in sehr geringem Maße auftreten. Die von den Hauptfeldern in den kurzgeschlossenen Spulen induzierten EMKe verhalten sich zu denen am ganzen Rotor angenähert wie die Windungszahlen, und da am ganzen Rotor die Klemmenspannung 5 Volt betrug, wovon ein Teil als Spannungsabfall zwischen Bürsten und Kommutator zu subtrahieren ist, schließt jede Bürste höchstens eine Spannung von 0,5 Volt kurz.

Ebenso sind die von der Kommutation des Stromes herrührenden EMKe klein, weil der kommutierte Strom der Magnetisierungsstrom ist, und nur etwa  $\frac{1}{3}$  des Belastungsstromes der Maschine beträgt, und bei höheren Geschwindigkeiten sofort abnimmt.

Die von der Kommutation des Stromes herrührenden Kurzschlußströme können magnetisierend, entmagnetisierend sein oder

gar keine magnetische Wirkung haben, je nachdem die Kommutierung eine Über- oder eine Unterkommutierung ist oder geradlinig verläuft. Ihr Einfluß wird in Kapitel V bei Besprechung des Wirkungsgrades erläutert.

Hier mögen zunächst die von den Hauptfeldern erzeugten Kurzschlußströme betrachtet werden, die z. B. dann bemerkbar werden, wenn die Spannung am ganzen Rotor groß ist.

Die von den Arbeitsbürsten kurzgeschlossenen Spulen gehören den Erregerwindungen an. Die Spannung  $\Delta e$ , die eine der Arbeitsbürsten kurzschließt, ist bei sinusförmiger Feldverteilung proportional der am Rotor auftretenden Spannung, abgesehen vom Spannungsabfall, und zwar ist sie im Verhältnis der Windungszahlen verkleinert.

Schließt eine Bürste  $\frac{b_1 p}{\beta a}$  Windungen kurz, so ist daher angenähert

$$\Delta e \simeq \frac{\pi}{2} \frac{b_1 p}{\beta a} E_{3p} \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right].$$

Die von den Erregerbürsten kurzgeschlossenen Spulen gehören dem Arbeitsstromkreis an, in dem die EMKe der beiden Hauptfelder sich bei jeder Geschwindigkeit aufheben, daher ist bei sinusförmiger Feldverteilung für die Erregerbürsten bei jeder Geschwindigkeit

$$\Delta e \simeq 0.$$

Die resultierende EMK der Spulen, die von den Arbeitsbürsten kurzgeschlossen sind, erzeugt zusätzliche innere Ströme, die in der Achse des Querfeldes magnetisieren und innerhalb der Kommutierungszeit von Null auf ihren maximalen Wert ansteigen und wieder verschwinden. Die Summe dieser Stromwellen der einzelnen Kommutierungsperioden ergibt wieder eine resultierende Stromwelle von der Grundperiodenzahl, die ihr Maximum gleichzeitig mit der resultierenden EMK  $\Delta e$  erreicht und mit ihr Null wird, d. h. in Phase mit der EMK ist. Die Kurzschlußströme sind daher als Wattströme in bezug auf die EMK  $\Delta e$  anzusehen, die Verzögerung durch die Selbstinduktion liegt innerhalb der Kommutierungszeit und bedingt den zeitlichen Verlauf des zusätzlichen Stromes.

Für die magnetische Rückwirkung der kurzgeschlossenen Spulen ist die gesamte Anzahl der Amperewindungen maßgebend. Zu ihrer Kompensation nimmt der Rotor einen Strom auf, dessen Amperewindungen entgegengesetzt gleich denen der Kurzschlußströme ist. Dieser Strom ist in Phase mit der Magnetisierungs-

spannung und vergrößert daher die Wattkomponente des Rotorstromes  $J_3$ . In der Gleichung

$$\mathfrak{S}_3 = \mathfrak{G}_{3p}(g_a + j b_a)$$

kann daher die Konduktanz  $g_a$  aus zwei Teilen bestehend gedacht werden, einem Teil  $g_{ei}$ , der den Eisenverlusten entspricht, und einem zweiten, der auf die Rotorwindungszahl reduziert die Konduktanz der kurzgeschlossenen Spulen darstellt. Sind die Widerstände des Kurzschlußstromkreises konstant, so ist diese Konduktanz  $g_k \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right]$ ,

weil die EMK  $\mathcal{A}e$  proportional  $E_{3p} \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right]$  ist. Es ist dann

$$g_a \simeq g_{ei} + g_k \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right].$$

Oberhalb Synchronismus wird  $g_k \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right]$  negativ, dies bedeutet, daß hier die Kurzschlußströme durch Rotation im Längsfeld induziert und durch das Querfeld nur zum Teil wieder aufgehoben werden, weil hier  $\Phi_2 > \Phi_3$  ist. Unterhalb Synchronismus, wo  $\Phi_3 > \Phi_2$  ist, werden die Ströme durch Pulsation vom Querfeld erzeugt und durch die Rotation im Längsfeld nur zum Teil kompensiert.

Daher ändern die Kurzschlußströme bei Synchronismus ihr Vorzeichen gegenüber dem Querfeld.

Dies läßt sich nachweisen, wenn man die Erregerbürsten in die Achse der Statorwicklung stellt und die Kurzschlußbürsten senkrecht dazu. Dann ist die in der Statorwicklung induzierte EMK proportional  $E_{3p}$ ; reguliert man nun den Rotorstrom so ein, daß diese Spannung und daher das Feld bei allen Geschwindigkeiten konstant bleibt, und bestimmt mittels Wattmeter die Phasenverschiebung zwischen  $E_{3p}$  und dem Strom  $J_3$ , so läßt sich dieser zerlegen in die Wattkomponente

$$J_{3w} = E_{3p} \left\{ g_{ei} + g_k \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] \right\}$$

und die wattlose Komponente

$$J_{3wt} = E_{3p} b_a.$$

Fig. 10 zeigt diese Zerlegung.  $J_{3wt}$  bleibt nahezu konstant, während  $J_{3w}$  ungefähr nach einer Parabel abnimmt und bei Übersynchronismus negativ wird. Freilich ist  $g_k$  keine Konstante und hängt sehr stark von den Übergangswiderständen ab. Die kleine Unstetigkeit bei Synchronismus dürfte von Hystereserscheinungen herrühren.

Die dem Rotor zugeführte Leistung ist dagegen stets positiv, denn wir haben gesehen, daß das Querfeld bei Synchronismus seine Phase gegenüber der Rotorspannung umkehrt.

Die Verluste in den kurzgeschlossenen Spulen werden daher vom Rotorstrom geliefert, auch oberhalb Synchronismus, wo die Kurzschlußströme durch Rotation im Längsfeld entstehen, und nicht durch eine mechanisch dem Rotor zugeführte Leistung gedeckt. Denn die Kurzschlußströme können nur ein Drehmoment bilden mit dem Längsfeld, zu dessen Achse ihre Windungsfläche senkrecht steht und mit dem sie nahezu in Phase sind. Der Rotorstrom, der sie kompensiert, hat aber die gleiche MMK von entgegengesetzter Richtung, so daß er mit dem Längsfeld das entgegengesetzte Drehmoment bildet und das resultierende Drehmoment stets Null ist.

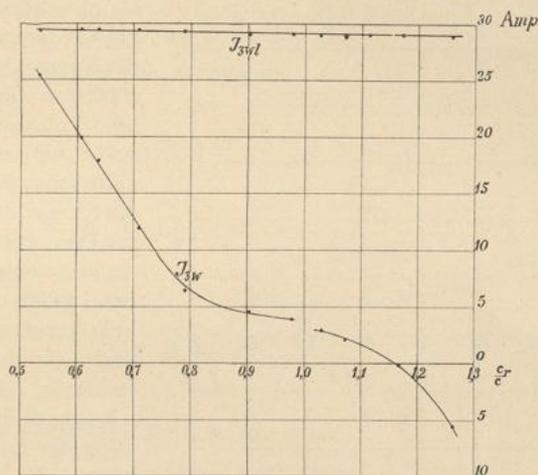


Fig. 10.

Hieraus folgt auch, daß, wenn man das Impedanzdiagramm, das in Fig. 7 durch die Gerade  $Z$  dargestellt ist, aufnehmen will, sich bei starker Rückwirkung der Kurzschlußströme Abweichungen bei kleinen und hohen Geschwindigkeiten ergeben.

Zerlegt man die Rotorspannung bei konstantem Strom  $J_3$  in ihre Wattkomponente  $Jr$  und ihre wattlose Komponente  $Jx$  so würden beide nach Gl. 5a als Funktion der Geschwindigkeit  $\frac{c_r}{c}$  aufgetragen nach einer Parabel abnehmen müssen, wenn  $r_a$  und  $x_a$  konstant wären. Bei starker Rückwirkung der Kurzschlußströme ist aber

$$r_a \approx \frac{g_{ei} + g_k \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right]}{\left\{ g_{ei} + g_k \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] \right\}^2 + b_a^2}$$

$$x_a \approx \frac{b_a}{\left\{ g_{ei} + g_k \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] \right\}^2 + b_a^2}$$

$r_a$  wird bei kleinen Geschwindigkeiten vergrößert,  $x_a$  verkleinert;  $r_a$  wird bei Übersynchronismus negativ und  $r_a \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right]$  wieder positiv.

Fig. 11 zeigt die bei konstantem Strom experimentell aufgenommenen Werte. Die wattlose Komponente  $Jx$  nimmt von Still-

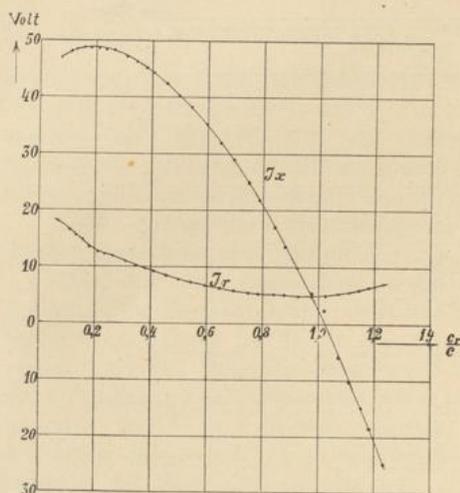


Fig. 11.

stand ausgehend nicht ab, sondern zu, weil hier die Kurzschlußströme am stärksten sind und weil bei konstantem Rotorstrom nur ein Teil Magnetisierungsstrom ist. Da die Kurzschlußströme mit zunehmender Geschwindigkeit kompensiert werden, steigt das Querfeld bei konstantem Strom, und obwohl das entstehende Längsfeld die

Magnetisierungsspannung des Rotors aufhebt, überwiegt dennoch die Feldverstärkung; erst wenn die Kurzschlußströme wesentlich auf-

gehoben sind, nimmt die wattlose Spannung ab.

Die Rückwirkung der Kurzschlußströme ist noch kein Maß für die Funkenbildung, die Größe der Rückwirkung hängt von dem Verhältnis der Zahl der kurzgeschlossenen Windungen zu der gesamten Windungszahl des Rotors ab.

Bei dem Versuch Fig. 10 war dieses Verhältnis groß, der Motor lief hierbei funkenfrei, doch wurde bei kleineren Geschwindigkeiten als  $\frac{c_r}{c} = 0,5$  der Kommutator heiß, so daß die Ablesungen unsicher

wurden; bei  $\frac{c_r}{c} = 0,5$  war  $\Delta e$  (aus der gemessenen Spannung  $E_{3p}$  berechnet) 7 Volt. Oberhalb  $\frac{c_r}{c} = 1,3$  funkten die Bürsten, hier ist  $\Delta e$  6,5 Volt.

Sind die Felder nicht sinusförmig verteilt, so sind die Kurzschlußströme wieder bei einer anderen als der synchronen Geschwindigkeit kompensiert.

Die von dem Querfeld durch Pulsation induzierte EMK wird für den Kurzschlußstromkreis

$$\Delta e_p = \frac{N}{2K} \frac{b_1 p}{\beta a} \pi \sqrt{2} c \Phi_3,$$

während durch Rotation im Längsfelde induziert wird

$$\Delta e_r = \frac{N}{2K} \frac{b_1 p}{\beta a} \frac{2}{\sqrt{2}} B_2 l v = \frac{b_1 p}{\beta a} 2 \sqrt{2} c_r \frac{\Phi_2}{\alpha_{i_2}}.$$

$\alpha_{i_2}$  ist der Füllfaktor der Feldkurve.

Da nun

$$\Phi_2 \cong \frac{c_r}{c} \frac{\Phi_3}{\sigma_2}$$

ist (s. Gl. 2a), wird

$$\Delta e = \Delta e_p - \Delta e_r \cong \Delta e_p \left[ 1 - \frac{2}{\pi} \frac{1}{\alpha_{i_2} \sigma_2} \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right].$$

Daher ist

$$\Delta e = 0,$$

wenn

$$\frac{c_r}{c} \cong \sqrt{\frac{\pi \alpha_{i_2} \sigma_2}{2}} \text{ ist.}$$

Für das dreieckige Feld ist  $\alpha_i = 0,5$

$$\sigma_2 = \frac{\pi}{3},$$

d. h.

$$\frac{c_r}{c} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} = 0,905.$$

Wie aus den Fig. 9 und 11 hervorgeht, läßt sich der Punkt der Phasengleichheit zwischen Strom und Klemmenspannung experimentell überhaupt nicht genau bestimmen. Dies rührt her von den höheren Harmonischen der Spannung, die insbesondere bei der Kommutation erzeugt werden. Unter Berücksichtigung der höheren Harmonischen ist die Rotorspannung

$$kP = \sqrt{J^2 r^2 + J^2 x^2 + \Sigma (e_n)^2}.$$

Sind die Reaktanzen  $Jx = 0$ , so erscheinen die höheren Harmonischen  $\Sigma e_n$  als eine Reaktanzspannung, so daß sich  $\cos \varphi = 1$  am Wattmeter meist nicht ergibt. Sobald eine andere Reaktanz im Stromkreis vorhanden ist, wird ihr Einfluß gering, weil sie sich nach obiger Gleichung quadratisch addieren.

### III. Kurzschlußzustand.

1. Grundgleichungen. — 2. Das Stromdiagramm. — 3. Der Leerlaufstrom und die Leerlauf Tourenzahl.

#### 1. Grundgleichungen.

Der Kurzschlußzustand ist in Fig. 12 dargestellt. Der Stator ist an das Netz angeschlossen, und sowohl die Arbeitsbürsten als die Erregerbürsten sind widerstandslos verbunden.

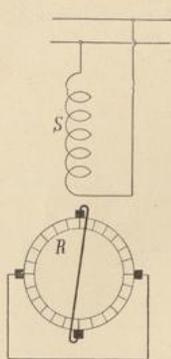


Fig. 12.

Die Maschine stellt jetzt einen einphasigen Induktionsmotor dar, dessen Rotor mittels Kommutator und Bürsten kurzgeschlossen ist, und verhält sich ähnlich wie ein gewöhnlicher Induktionsmotor.

Das Wechselfeld in der Achse der Statorwicklung ist jetzt vom Stator erregt, es werde mit  $\Phi_1$  bezeichnet, während das Querfeld  $\Phi_3$  bei der Rotation der Erregerwindungen im Statorfeld entsteht.

Da die beiden Felder in den Erregerwindungen EMKe induzieren, die sich abgesehen vom Spannungsabfall des Erregerstromes aufheben, ist in erster Annäherung wieder die Beziehung zwischen den beiden Feldern ähnlich wie in Kapitel II

$$\Phi_3 \simeq \frac{c_r}{c} \Phi_1,$$

und  $\Phi_3$  ist um  $90^\circ$  in der Phase gegen  $\Phi_1$  verzögert, so daß wieder ein unsymmetrisches Drehfeld entsteht.

Der Strom  $J_2$  in den Arbeitswindungen entsteht durch die beiden von den Hauptfeldern induzierten EMKe

$$E_{2p} = 2\sqrt{2} cw_2 \Phi_1$$

und

$$E_{2r} = 2\sqrt{2} c_r w_2 \Phi_3.$$

Ist  $\frac{c_r}{c} < 1$ , so ist  $\Phi_3 < \Phi_1$  und  $E_{2r} < E_{2p}$ . Die vom Statorfeld induzierte EMK  $E_{2p}$  erzeugt also den Strom, während das Quer-

feld eine dem Strom entgegengerichtete EMK induziert, entsprechend einer motorischen Leistung

$$E_{2r} J_2 \cos(E_{2r} J_2),$$

wobei vom Stator die Leistung

$$E_{2p} J_2 \cos(E_{2p} J_2)$$

durch Induktion auf den Rotor übertragen wird.

Ist dagegen  $\frac{c_r}{c} > 1$ , so ist  $E_{2r} > E_{2p}$ , der Rotorstrom wird durch Drehung im Querfeld erzeugt, und  $E_{2p}$  ist dem Strom entgegengerichtet. Daher ist jetzt

$$E_{2r} J_2 \cos(E_{2r} J_2)$$

eine dem Rotor mechanisch zugeführte Leistung und

$$E_{2p} J_2 \cos(E_{2p} J_2)$$

die auf den Stator vom Rotor übertragene Leistung, von der der Stator einen Teil an das Netz zurückgibt.

Bei Untersynchronismus ist die Maschine ein Motor, bei Übersynchronismus ein Generator, wie jeder einphasige Induktionsmotor.

Mit denselben Bezeichnungen wie früher ist die Gleichung für die Erregerwindungen

$$\mathfrak{G}_{3r} - \mathfrak{I}_2 x_N \frac{c_r}{c} = \mathfrak{G}_{3p} + \mathfrak{I}_3 \mathfrak{I}_3 \dots \dots (7)$$

worin wieder

$$\mathfrak{G}_{3p} = \mathfrak{I}_3 \mathfrak{I}_3$$

ist. Für die Arbeitswindungen ist:

$$\mathfrak{G}_{2p} + \mathfrak{G}_{2r} + \mathfrak{I}_3 x_N \frac{c_r}{c} = \mathfrak{I}_2 \mathfrak{I}_2 \dots \dots (8)$$

Hierin ist wieder

$$\mathfrak{G}_{3r} = j \frac{c_r}{c} \mathfrak{G}_{2p}$$

$$\mathfrak{G}_{2r} = j \frac{c_r}{c} \mathfrak{G}_{3p}$$

Aus Gl. 7 wird

$$\begin{aligned} \mathfrak{G}_{2r} &= j \frac{c_r}{c} \mathfrak{G}_{3p} = j \frac{c_r}{c} \mathfrak{G}_{3r} - j \mathfrak{I}_2 x_N \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 - j \frac{c_r}{c} \mathfrak{I}_3 \mathfrak{I}_3 \\ &= -\left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \mathfrak{G}_{2p} - j \mathfrak{I}_2 x_N \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 - j \frac{c_r}{c} \mathfrak{I}_3 \mathfrak{I}_3 \end{aligned}$$

und in Gl. 8 eingeführt

$$\mathfrak{G}_{2p} \left[ 1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \right] = \mathfrak{I}_2 \left\{ r_2 - j \left[ x_2 - x_N \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \right] \right\} + j \frac{c_r}{c} \mathfrak{I}_3 (\mathfrak{I}_3 - j x_N) \quad (8a)$$

worin durch Umformung von Gl. 7

$$\mathfrak{Z}_3 = j \frac{c_r}{c} \frac{\mathfrak{E}_{2p} + j \mathfrak{Z}_2 x_N}{\mathfrak{Z}_a + \mathfrak{Z}_3} \dots \dots \dots (7a)$$

ist.

$E_{2p}$  ist auf gleiche Windungszahl reduziert gleich der Stator-EMK  $E_1$

$$E_{2p} = E_1 \frac{w_2 f_2}{w_1 f_1}$$

Zur Kompensation des Rotorstromes  $J_2$  nimmt der Stator einen Strom  $J_2' = J_2 \frac{w_2 f_2}{w_1 f_1}$  auf.

Auf den Stator reduziert ist daher Gl. 8a

$$\mathfrak{E}_1 \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] = \mathfrak{Z}_2' \left\{ r_2' - j \left[ x_2' - x_N' \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] \right\} - j \frac{c_r}{c} \mathfrak{Z}_3' (\mathfrak{Z}_3' - j x_N') \quad (9)$$

und 7a

$$\mathfrak{Z}_3' = j \frac{c_r}{c} \frac{\mathfrak{E}_1 + j J_2' x_N'}{\mathfrak{Z}_a' + \mathfrak{Z}_3'} \dots \dots \dots (10)$$

worin alle Widerstände und Reaktanzen durch Multiplikation mit  $\left( \frac{w_1 f_1}{w_2 f_2} \right)^2$  auf die Statorwicklung reduziert sind.

In den Gl. 8a und 9 erscheint der Rotorstrom  $J_2$  aus zwei Teilen zusammengesetzt. Vernachlässigt man zunächst das zweite Glied rechts, das vom Spannungsabfall des Erregerstromes herrührt, so würde der Rotorstrom in den Arbeitswindungen mit dem Quadrat der Geschwindigkeit verschwinden und für  $\frac{c_r}{c} = 1$  Null sein, wobei seine Reaktanz durch die Kommutation zum Teil aufgehoben wird, so daß er in der Nähe von Synchronismus nahezu in Phase mit  $E_1$  ist. Wenn der Rotorstrom  $J_2$  bei Synchronismus verschwinden soll, müßte aber das Drehfeld genau symmetrisch sein, es könnte dann auch kein Strom in den Erregerwindungen bestehen. Durch den Spannungsabfall in den Erregerwindungen wird aber das Querfeld verkleinert und in der Phase etwas verschoben, und es tritt eine zweite Komponente des Stromes in den Arbeitswindungen hinzu, die dem Erregerstrom  $J_3$  und der Geschwindigkeit proportional ist und um  $90^\circ$  gegen letzteren in der Phase verschoben ist.

Bei Synchronismus bleibt die zweite Komponente allein übrig, und es ist nach Gl. 8a für  $\frac{c_r}{c} = 1$

$$\mathfrak{Z}_2 = -j \mathfrak{Z}_3 \frac{r_3 - j(x_3 - x_N)}{r_2 - j(x_2 - x_N)} = -j \mathfrak{Z}_3.$$

Den ersten Teil des Stromes, der hauptsächlich ein Wattstrom ist, kann man als den eigentlichen Arbeitsstrom des Rotors bezeichnen, den zweiten Teil, der nahezu wattlos ist, als den Leerlaufstrom des Rotors.

Die Gleichungen enthalten als Spezialfall den gewöhnlichen einphasigen Induktionsmotor mit Kurzschlußanker, zu dem man gelangt, wenn man sich die Bürsten immer breiter gemacht denkt, bis sie den ganzen Umfang des Kommutators bedecken. Dann kann man die Bürsten mitrotieren lassen, ohne an den Verhältnissen etwas zu ändern.

Die lokale Kommutierung, die bisher nur an einzelnen Windungen und plötzlich an bestimmten Stellen der Wicklung stattfand, geht dann über in eine solche, die sich in allen Windungen aber dabei langsam während der ganzen Umdrehung vollzieht, wobei die Periodenzahl des Rotorstromes sich ändert.

Die Änderung des Nutenfeldes bei der Kommutation erfolgt also am ganzen Umfang und allmählich, entsprechend der Periodenzahl des Rotorstromes, und  $x_N$  wird identisch mit  $x_2$ .

Dann sind die Gleichungen identisch mit denen, die für den einphasigen Induktionsmotor mit Kurzschlußanker unter Berücksichtigung der Änderung der Periodenzahl des Rotorstromes abgeleitet sind.<sup>1)</sup>

Der Unterschied zwischen beiden Maschinen liegt also wesentlich in den Reaktanzen. Beim Kurzschlußanker ändert sich die Periodenzahl des Rotorstromes mit der Geschwindigkeit und daher die Reaktanzen. Im Kommutatoranker bleibt die Periodenzahl des Stromes konstant, die Vorgänge bei der Kommutation wirken aber ähnlich wie eine Änderung der Reaktanz.

Der Unterschied läßt sich aus dem Verlauf des Stromdiagrammes zeigen, das wieder mittels eines Ersatzstromkreises abgeleitet werden möge.

Zerlegt man in Gl. 9  $x_2' - x_N' \left(\frac{c_r}{c}\right)^2$  in

$$(x_2' - x_N') + x_N' \left[1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2\right]$$

und setzt für  $J_3'$  den Wert aus Gl. 10 ein, so läßt sich Gl. 9 umformen in

$$[\mathfrak{G}_1 + j\mathfrak{S}_2' x_N'] \left[1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 + \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \frac{r_3' - j(x_3' - x_N')}{\mathfrak{Z}_a + \mathfrak{Z}_3'}\right] = \mathfrak{S}_2' [r_2' - j(x_2' - x_N')]$$

<sup>1)</sup> Wechselstromtechnik, Bd. V, 1.

$$\mathfrak{Z}_1 = \mathfrak{Z}_2' \left[ -jx_N' + \frac{1}{\frac{1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2}{r_2' - j(x_2' - x_N')} + \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \mathfrak{Y}_e'} \right]. \quad (11)$$

worin zur Abkürzung  $\mathfrak{Y}_e' = \frac{1}{\mathfrak{Z}_a + \mathfrak{Z}_3'}$  gesetzt ist, da bei vollständiger Symmetrie  $\frac{r_3' - j(x_3' - x_N')}{r_2' - j(x_2' - x_N')} = 1$  ist.

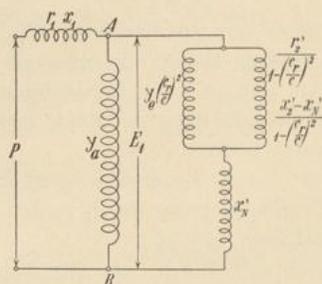


Fig. 13.

Der Arbeitsstrom des Rotors läßt sich also durch eine feste Wicklung ersetzen, in der die EMK  $E_1$  wirkt und deren Impedanz, wie in Fig. 13 gezeigt ist, aus der Hintereinanderschaltung der Reaktanz  $x_N'$  mit den parallel geschalteten Admittanzen

$$\frac{1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2}{r_2' - j(x_2' - x_N')} \text{ und } \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \mathfrak{Y}_e' \text{ erhalten wird.}$$

Durch die Erregeradmittanz  $\mathfrak{Y}_a$  und die Impedanz  $\mathfrak{Z}_1 = r_1 - jx_1$  der Statorwicklung vervollständigt sich der Ersatzstromkreis in bekannter Weise, wie Fig. 13 zeigt.

## 2. Das Stromdiagramm.

Das Stromdiagramm werde aus dem Ersatzstromkreis wieder durch Inversion abgeleitet.

Es sei in Fig. 14

$$\overline{O'A} = r_2'$$

$$\overline{O'B} = (x_2' - x_N'),$$

daher ist

$$\overline{O'P'_k} = r_2' - j(x_2' - x_N').$$

Ist ferner

$$\overline{O'D} = x_a' + x_3'$$

$$\overline{DP'_a} = r_a' + r_3',$$

so wird

$$\overline{O'P'_a} = \mathfrak{Z}_a' + \mathfrak{Z}_3' = \frac{1}{\mathfrak{Y}_e'}.$$

$Q$  sei der inverse Punkt zu  $P_k'$  und  $S$  zu  $P_a'$ , so ist

$$\overline{O'Q} = \frac{1}{r_2' - j(x_2' - x_N')}$$

die Admittanz bei Stillstand,

$$\overline{O'S} = \mathfrak{y}'_e$$

die Admittanz bei Synchronismus.

Teilt man  $\overline{O'Q}$  durch einen Punkt  $F$ , so daß

$$\overline{FQ} = \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \overline{O'Q}$$

und

$$\overline{O'F} = \left[1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2\right] \overline{O'Q}$$

ist, so stellt  $\overline{O'F}$  die Admittanz

$$\frac{1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2}{r_2' - j(x_2' - x_N')}$$

dar.

Aus dem Parallelogramm  $GFO'C$  ist ersichtlich, daß

$$\overline{GF} = \overline{O'C} = \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \overline{O'S} = \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \mathfrak{y}'_e$$

ist, daher ist  $\overline{O'G}$  die resultierende Admittanz aus den parallel geschalteten Admittanzen

$$\frac{1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2}{r_2' - j(x_2' - x_N')}$$

und

$$\mathfrak{y}'_e \left(\frac{c_r}{c}\right)^2,$$

und es ist auch

$$\frac{\overline{QG}}{\overline{QS}} = \left(\frac{c_r}{c}\right)^2.$$

Verändert sich die Geschwindigkeit, so bewegt sich der Admittanzvektor  $\overline{O'G}$  auf der Geraden  $\overline{QS}$ , bei Stillstand fällt er mit  $\overline{O'Q}$ , bei Synchronismus mit  $\overline{O'S}$  zusammen, der Geschwindigkeit

S\*

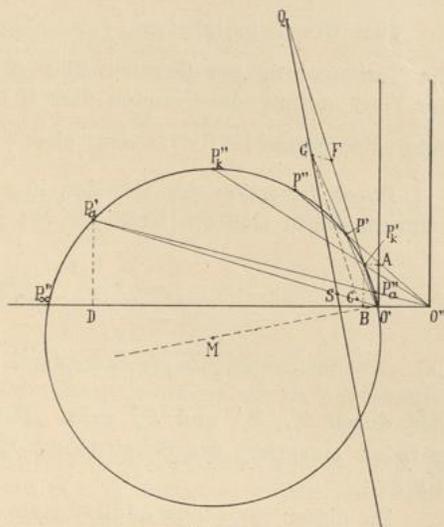


Fig. 14.

$\frac{c_r}{c} = \infty$  entspricht der unendlich ferne Punkt der Geraden  $\overline{QS}$ , die als Admittanzgerade bezeichnet werde. Sie ist wieder, wie gezeigt, der Geschwindigkeitsmaßstab, der auch hier quadratisch ist.

Den Geschwindigkeiten  $\frac{c_r}{c} > 1$  (Übersynchronismus) entspricht die Verlängerung der Geraden über  $S$  hinaus, dagegen entspricht der Verlängerung der Geraden über  $Q$  hinaus kein Betriebszustand, denn hier müßte  $\left(\frac{c_r}{c}\right)^2 < 0$  sein, also  $\frac{c_r}{c}$  imaginär werden.

Durch Inversion der Geraden in bezug auf  $O'$  als Inversionszentrum ergibt sich ein Kreis als Ort der Impedanz

$$\frac{1}{r_2' - j(x_2' - x_N') + \mathfrak{Y}_c' \left(\frac{c_r}{c}\right)^2},$$

der durch  $O'$ ,  $P_k'$  und  $P_a'$  geht. Dem Punkt  $G$  der Admittanzgeraden entspricht der Schnittpunkt  $P'$  des Strahles  $\overline{O'G}$  mit dem Kreis.

Zu dieser Impedanz addiert man die Reaktanz  $x_N$  durch Verschieben des Koordinatenanfangspunktes auf der Abszissenachse um  $\overline{O'O''} = x_N$ .

Die Strahlen  $\overline{O''P'}$  nach dem Kreis stellen also die gesamte äquivalente Impedanz des Rotors dar, und durch Inversion in bezug auf  $O''$  ergibt sich als Ort der äquivalenten Rotoradmittanz ein Kreis.

In der Fig. 14 ist die Inversionspotenz so gewählt, daß der Kreis bei der Inversion derselbe bleibt.

Der Impedanz  $\overline{O''P'}$  entspricht die Admittanz  $\overline{O''P''}$ . Sie stellt im Strommaßstab den Rotorstrom bei konstanter EMK  $E_1$  oder bei konstantem Statorfeld  $\Phi_1$  dar.

$\overline{O''P_k''}$  ist der Strom bei Stillstand,

$\overline{O''P_a''}$  bei Synchronismus,

$\overline{O''P''_\infty}$  für  $\frac{c_r}{c} = \infty$ .

Es ist schon hier von Interesse, den Einfluß von  $x_N$  auf die Lage und Größe des Kreises zu untersuchen, die durch den Radius  $R$  und die Abszisse  $\nu$  und die Ordinate  $\mu$  des Mittelpunktes gegeben sind.

Es ergibt sich z. B. aus der Gleichung des Kreises.

$$R = \frac{r_2[(r_a + r_3)^2 + (x_a + x_3 + x_N)^2 + x_N^2] - (r_a + r_3)(r_2^2 + x_2^2 + x_N^2) - 2x_N\{r_2[(r_a + r_3)^2 + (x_a + x_3 + x_N)^2] - (r_a + r_3)(r_2^2 + x_2^2) - \frac{2x_N[r_2(x_a + x_3 + x_N) - (r_a + r_3)x_2]}{x_N[r_2(x_a + x_3 + x_N) - x_2(r_a + r_3)]}\}}{N}$$

$$\nu = \frac{r_2[(r_a + r_3)^2 + (x_a + x_3 + x_N)^2 - x_N^2] - (r_a + r_3)(r_2^2 + x_2^2 - x_N^2)}{N}$$

$$\mu = \frac{(x_a + x_3 + x_N)(r_2^2 + x_2^2 - x_N^2) + x_N[(r_a + r_3)^2 + (x_a + x_3)^2 - (r_2^2 + x_2^2)] - [(x_a + x_3 + x_N)^2 - x_N^2]x_2}{N}$$

Der Radius  $R$  ist nahezu umgekehrt proportional mit  $x_N$ . Die Ordinate  $\mu$  kann positiv oder negativ werden, sie ist nur positiv, wenn  $x_N$  groß und  $x_a$  klein ist.

Ist  $x_N = 0$ , so geht der Kreis in die Gerade  $\overline{QS}$  über, d. h. es wird  $R = \infty$ . Für  $x_N = r_2$  ergibt sich der gewöhnliche einphasige Induktionsmotor, bei dem  $\mu$  stets positiv ist.

Die Vervollständigung des Diagramms durch Addition der konstanten Admittanz  $\mathfrak{Y}_a$  und der Statorimpedanz  $\mathfrak{Z}_1$  bietet nun nichts Neues weiter, das endgültige Diagramm ist wieder ein Kreis  $Y_k$  Fig. 15, das die Statorströme nach Größe und Phase bei konstanter Klemmenspannung  $P$  darstellt.  $\overline{OP}_a$  ist der Strom bei Synchronismus,  $\overline{OP}_k$  bei Stillstand,  $\overline{OP}_x$  für  $\frac{c_r}{c} = \infty$ .

Um die Geschwindigkeit für einen beliebigen Strom darzustellen, berücksichtigen wir, daß in dem ursprünglichen Impedanzdiagramm Fig. 14 der Abschnitt  $\overline{QS}$  einer Parallelen zur Tangente im Punkte  $O'$ , der der Geschwindigkeit  $\frac{c_r}{c} = \infty$  entsprach, zwischen den festen Strahlen von  $O'$  nach  $P'_k$  für  $\frac{c_r}{c} = 0$  und nach  $P'_a$  für  $\frac{c_r}{c} = 1$  durch einen beliebigen Strahl  $\overline{O'P'}$  im Verhältnis  $\frac{\overline{QG}}{\overline{QS}} = \left(\frac{c_r}{c}\right)^2$  geteilt wurde.

Da bei der Inversion die Bogenstücke des Kreises zwischen den Punkten  $P_k$ ,  $P_a$  und  $P_x$  stets Punkt für Punkt denselben Geschwindigkeiten entsprechen, gilt dasselbe Strahlenbündel auch für den endgültigen Kreis Fig. 15.

Es teilt also der Strahl  $\overline{P_x P}$  den Abschnitt  $\overline{QS}$  der Parallelen zur Tangente in  $P_x$ , zwischen den Strahlen  $\overline{P_x P_k}$  und  $\overline{P_x P_a}$  im Verhältnis  $\frac{QV}{QS} = \left(\frac{c_r}{c}\right)^2$ .

In dieses Diagramm lassen sich genau wie in das Diagramm des einphasigen Induktionsmotors<sup>1)</sup> Leistungs- und Verlustlinien eintragen, und es kann hierauf verwiesen werden. Der Unterschied von jenem liegt nur in der Größe des Radius und der Lage des

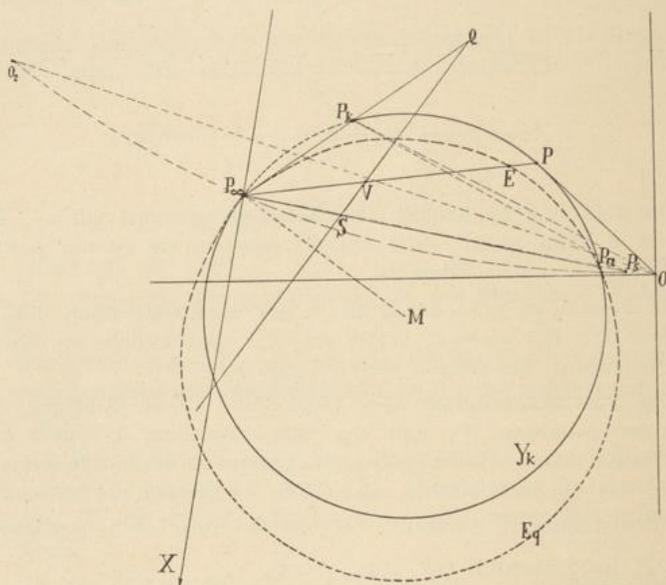


Fig. 15.

Mittelpunktes, die, wie schon erwähnt, von  $x_N$  abhängen. Da die Formeln sehr unübersichtlich werden, läßt es sich einfacher am Diagramm wie folgt zeigen. Der Punkt  $P_k$  ist ganz unabhängig von  $x_N$ ,  $P_a$  ist nur in sehr geringen Maße,  $P_x$  dagegen stark davon abhängig. Ist  $x_N=0$ , so folgt aus Fig. 13, daß für  $\frac{c_r}{c} = \infty$  der Strom nur durch die Impedanz der Statorwicklung begrenzt ist. Er hat also eine Konduktanz  $\frac{r_1}{z_1^2}$  und eine Suszeptanz  $\frac{x_1}{z_1^2}$ . In Fig. 15 stellt  $\overline{OO_2}$  den entsprechenden Strom dar. Ist  $x_N = \infty$ , so liegt  $P_x$  in  $P_s$  und es ist  $\overline{OP_s}$  der Statorstrom bei offenem Rotor.

<sup>1)</sup> s. Wechselstromtechnik, Bd. V, 1.

Sind alle übrigen Konstanten der Maschine unverändert und  $x_N$  veränderlich, so bewegt sich, wie leicht zu zeigen ist,  $P_\infty$  auf einem Kreisbogen durch  $O_2$  und  $P_s$ , dessen Mittelpunkt auf der Ordinate in  $P_s$  liegt. Je kleiner  $x_N$  ist, um so mehr rückt  $P_\infty$  an  $O_2$  heran, um so größer ist der Kreisradius, und um so größer die negative Ordinate des Mittelpunktes; um so kleiner wird die Leistung als Motor, um so größer die Leistung als Generator. Je größer andererseits  $x_N$  ist, um so mehr rückt  $P_\infty$  nach rechts, um so kleiner wird der Kreis, um so höher rückt der Mittelpunkt.

Die Lage des Arbeitskreises hängt also sehr von der gegenseitigen Beeinflussung der beiden Rotorstromkreise bei der Kommutation ab, und da  $x_N$  sich nicht voraus berechnen läßt und experimentell nicht getrennt ermittelt werden kann, kann das Diagramm überhaupt nicht wie bei dem gewöhnlichen Induktionsmotor in einfacher Weise aus Leerlauf- und Kurzschlußversuch bestimmt werden.

Das sehr abweichende Verhalten verschiedener Motoren kann außer durch die punktweise Aufnahme des Stromdiagramms auch durch den Verlauf des Querfeldes gezeigt werden.

Das Querfeld läßt sich im Stromdiagramm wie folgt ermitteln.

Die vom Querfeld induzierte EMK war

$$\mathcal{E}'_3 = \mathfrak{Z}'_3 \mathfrak{Z}_a.$$

Setzt man  $J'_3$  aus Gl. 10 ein und  $\mathfrak{Z}'_3 = \mathfrak{Z}'_2$ , so ist

$$\begin{aligned} \mathcal{E}'_3 &= j \frac{c_r}{c} (\mathcal{E}_1 + j \mathfrak{Z}'_3 x'_N) \frac{\mathfrak{Z}_a}{\mathfrak{Z}_a + \mathfrak{Z}'_2} \\ &= j \frac{c_r}{c} \frac{(\mathcal{E}_1 + j \mathfrak{Z}'_2 x'_N)}{\mathcal{E}_2}. \end{aligned}$$

Bezeichnet man die durch den Ersatzstromkreis Fig. 13 dargestellte Admittanz des Rotorstromes mit  $\mathfrak{Y}$ , so ist

$$\begin{aligned} \mathfrak{Z}_1 &= \mathcal{E}_1 (\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r) \\ \text{und} \quad \mathcal{E}_1 &= \mathfrak{P} - \mathfrak{Z}_1 \mathfrak{Z}_1 = \mathfrak{P} - \mathcal{E}_1 (\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r) \mathfrak{Z}_1 \end{aligned}$$

$$\mathcal{E}_1 = \frac{\mathfrak{P}}{1 + (\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r) \mathfrak{Z}_1}.$$

Ferner ist

$$\mathfrak{Z}'_2 = \mathcal{E}_1 \mathfrak{Y}_r = \mathfrak{P} \frac{\mathfrak{Y}_r}{1 + (\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r) \mathfrak{Z}_1}$$

und

$$\mathcal{E}_1 + j \mathfrak{Z}'_2 x'_N = \mathfrak{P} \frac{1 + j \mathfrak{Y}_r x'_N}{1 + (\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r) \mathfrak{Z}_1}$$

$$\mathfrak{Z}_1 = \mathfrak{P} \frac{\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r}{1 + (\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r) \mathfrak{Z}_1}.$$

Bei offenem Rotor ist  $\mathfrak{Y}_r = 0$  und

$$J_{1(\mathfrak{Y}_r=0)} = \mathfrak{P} \frac{\mathfrak{Y}_a}{1 + \mathfrak{Y}_a \mathfrak{Z}_1} = \mathfrak{P} \frac{\mathfrak{Y}_a}{\mathfrak{C}_1}.$$

Dieser Strom ist im Diagramm Fig. 15 durch  $\overline{OP_s}$  dargestellt. Da  $\overline{OP}$  einen beliebigen Strom  $J_1$  darstellt, ist

$$\begin{aligned} \overline{P_s P} &= \overline{OP} - \overline{OP_s} = \mathfrak{Z}_1 - \mathfrak{Z}_{1(\mathfrak{Y}_r=0)} \\ &= \mathfrak{P} \frac{\mathfrak{Y}_r + \mathfrak{Y}_a}{1 + (\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r) \mathfrak{Z}_1} - \mathfrak{P} \frac{\mathfrak{Y}_a}{1 + \mathfrak{Y}_a \mathfrak{Z}_1} \\ &= \mathfrak{P} \frac{\mathfrak{Y}_r}{1 + (\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r) \mathfrak{Z}_1} \cdot \frac{1}{1 + \mathfrak{Y}_a \mathfrak{Z}_1} = \frac{\mathfrak{Z}_2'}{\mathfrak{C}_1}. \end{aligned}$$

Für  $\frac{c_r}{c} = \infty$  wird  $\mathfrak{Y}_r = j \frac{1}{x_N'}$ ,

also

$$\overline{P_s P_x} = \frac{\mathfrak{Z}_2' \left( \frac{c_r}{c} = \infty \right)}{\mathfrak{C}_1} = \frac{\mathfrak{P}}{\mathfrak{C}_1} \frac{1}{(-j \mathfrak{C}_1 x_N' + \mathfrak{Z}_1)}.$$

Nun ist  $\overline{P_x P} = \overline{P_s P_x} - \overline{P_s P}$ ,

oder

$$\begin{aligned} \frac{\overline{P_x P}}{\overline{P_s P_x}} &= 1 - \frac{\overline{P_s P}}{\overline{P_s P_x}} = 1 - \frac{\mathfrak{Y}_r [-j x_N' (1 + \mathfrak{Y}_a \mathfrak{Z}_1) + \mathfrak{Z}_1]}{1 + (\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r) \mathfrak{Z}_1} \\ &= \mathfrak{C}_1 \frac{1 + j x_N' \mathfrak{Y}_r}{1 + (\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r) \mathfrak{Z}_1}. \end{aligned}$$

Es verhält sich also

$$\frac{\overline{P_x P}}{\overline{P_s P_x}} = \mathfrak{C}_1 \frac{\mathfrak{C}_1 + j \mathfrak{Z}_2' x_N'}{\mathfrak{P}}.$$

Multipliziert man nun den Strahl  $\overline{P_x P}$  mit der Geschwindigkeit  $\frac{c_r}{c}$ , die dem Punkt  $P$  entspricht, und macht

$$\overline{P_x E} = \frac{c_r}{c} \overline{P_x P},$$

so wird

$$\frac{\overline{P_x E}}{\overline{P_s P_x}} = \frac{c_r \mathfrak{C}_1 + j \mathfrak{Z}_2' x_N'}{\mathfrak{P}} \mathfrak{C}_1 = \frac{\mathfrak{C}_1 \mathfrak{C}_2 \mathfrak{C}_3'}{j \mathfrak{P}}.$$

Es stellt also  $\overline{P_x E}$  die vom Querfeld induzierte EMK  $E_{3_p}'$  in demselben Maßstab dar, in dem  $\overline{P_s P_x}$  die Klemmenspannung  $P$  dividiert durch  $\mathfrak{C}_1 \mathfrak{C}_2$  darstellt.

Um  $P$  selbst in der richtigen Phase zu erhalten, braucht man nur zu berücksichtigen, daß bei Stillstand

$$\frac{OP_k}{P_s P_k} = \zeta_1 \zeta_2$$

ist, und hat also  $\overline{P_s P_\infty}$  in diesem Verhältnis zu vergrößern und um  $\left(\frac{\pi}{2} - \angle OP_k P_s\right)$  nach  $\overline{P_\infty X}$  zu drehen, um  $E_{s'p}$  in der richtigen Lage gegen die Klemmenspannung zu erhalten. Führt man die Multiplikation durch, indem man alle Strahlen  $\overline{P_\infty P}$  mit der zugehörigen Geschwindigkeit  $\frac{c_r}{c}$  multipliziert, so erhält man wieder die Kurve  $E_q$ , die identisch ist mit der in Kapitel II gefundenen Kurve  $E_{s_0}$ , und die einen zweiten symmetrischen Zweig für die umgekehrte Drehrichtung hat. Denn bei Umkehr der Drehrichtung liegen die Stromvektoren wieder auf demselben Bogen  $P_k P_a P_\infty$  des Kreises, das kurze Bogenstück  $P_\infty P_k$  (in Fig. 15 punktiert), das in der Impedanzgeraden Fig. 14 der Verlängerung über  $Q$  hinaus entspricht, stellt keinen Betriebszustand dar.

Die Kurve  $E_q$  ändert nun ihre Gestalt sehr stark mit der Lage und Größe des Kreises, d. h. mit  $x_N$ . Es war gezeigt, daß, wenn  $x_N$  klein ist,  $P_\infty$  sehr nahe an  $O_2$  liegt. Dann wird  $E_q$  in dem Teil, der dem Betrieb als Motor entspricht, sehr flach, nahezu geradlinig verlaufen und oberhalb Synchronismus noch stark ansteigen, ehe die Umkehr erfolgt. Ist  $x_N$  dagegen groß, wie beim gewöhnlichen Induktionsmotor, wo  $x_N = x_2$  ist, so ist die Kurve in dem motorischen Teil

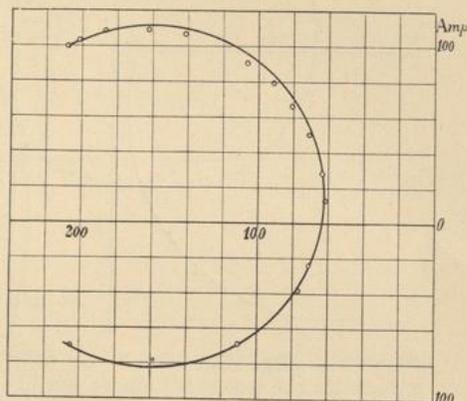


Fig. 16 a.

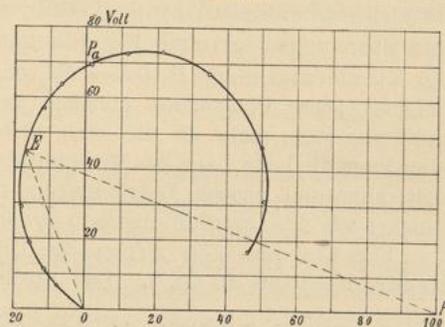


Fig. 16 b.

schon stark gekrümmt, noch stärker als Fig. 15 zeigt, und steigt oberhalb Synchronismus nicht mehr stark an.

Die Kurve  $E_q$  läßt sich experimentell aufnehmen, wenn der Stator zweiphasig gewickelt ist. Legt man an die Hauptwicklung die Klemmenspannung  $P$ , so wird in der Hilfswicklung die EMK  $E_{3p}$  induziert, und indem man diese EMKe einzeln und ihre Summe mißt, erhält man die Spannungsdreiecke  $XP_\infty E$  (Fig. 15).

F. Eichberg hat<sup>1)</sup> eine solche Messung zuerst veröffentlicht, (jedoch ohne die hier gegebene Ableitung der Kurve), wobei er denselben Rotor einmal mittels Schleifringen, das andere Mal mittels Kommutator kurzgeschlossen hat. Die Ergebnisse der Messung bestätigen das hier erhaltene Resultat. Beim

Induktionsmotor ist die Kurve stark gekrümmt, nahezu kreisförmig, beim Kommutatormotor sehr flach, und deutet auf ein sehr kleines  $\alpha_N$  hin.

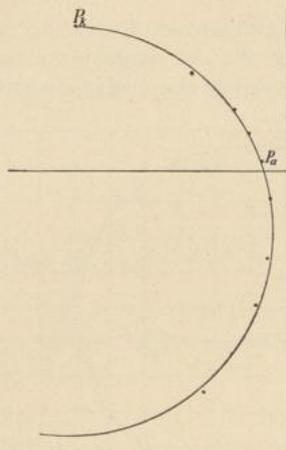


Fig. 17a.

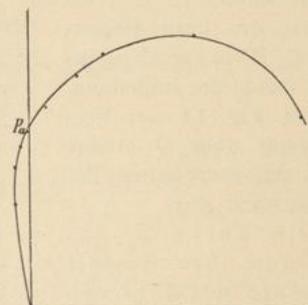


Fig. 17b.

Das umgekehrte Verhalten zeigen die an einem kleinen Motor im elektrotechnischen Institut in Karlsruhe aufgenommenen Strom- und Spannungsdiagramme Fig. 16a und 16b. In Fig. 16b ist  $\overline{OP}$  die Klemmenspannung  $P$ ,  $\overline{OE} = E_{3p}$  und  $\overline{EP}$  die Resultierende aus beiden. Diese Diagramme gleichen denen eines gewöhnlichen Induktionsmotors mehr als die oben zitierten. Bei diesem Motor wird allerdings die hohe Lage des Kreismittelpunktes zum Teil auch durch den abnormal großen Leerlaufstrom bestimmt. Dementsprechend steigt auch das Querfeld oberhalb Synchronismus nicht mehr viel an.

Fig. 17a und 17b zeigen die Diagramme eines Motors von Bruce Peebles & Co.<sup>2)</sup>. Das Stromdiagramm hat hier seinen

<sup>1)</sup> ETZ 1903, S. 447/48.

<sup>2)</sup> die mir von Herrn J. L. la Cour freundlichst überlassen worden sind.

Mittelpunkt unterhalb der Abszissenachse, und das Querfeld steigt oberhalb Synchronismus (Punkt  $P_a$ ) noch stark an.

Da das Querfeld dem Rotorstrom in den Erregerwindungen proportional ist, hat dieser Strom wieder denselben Verlauf wie  $E_{sp}$ , nur ist die Phase gegenüber der Netzspannung eine andere. Man erhält die richtige Phase, wenn man den Vektor der Netzspannung aus der Lage  $\overline{P_z X}$  in Fig. 15 um  $\psi_a = \arctg \frac{x_a}{r_a}$  zurückdreht.

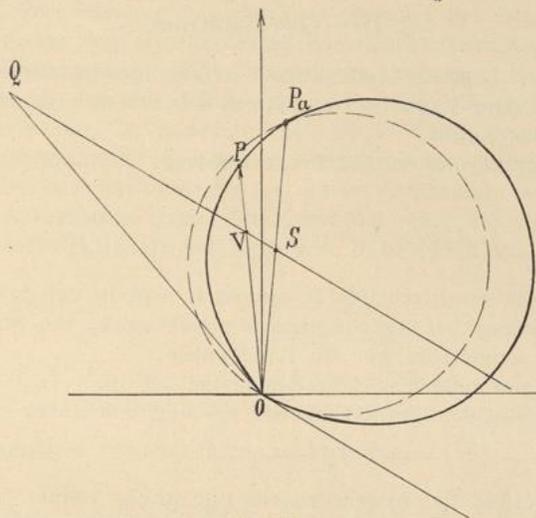


Fig. 18.

Fig. 18 zeigt den Rotorstrom  $J_3$  in richtiger Lage gegenüber der Klemmenspannung, deren Phase in die Richtung der Ordinatenachse fällt, für das Diagramm Fig. 15 in zehnfacher Vergrößerung gegenüber den Statorströmen. Dies geht auch daraus hervor, daß für  $\frac{c_r}{c} = 1$

$$J_2' = J_3'$$

ist, also  $\overline{P_s P_a}$  in Fig. 15 abgesehen von  $C_1$  denselben Strom darstellt wie  $\overline{O P_a}$  in Fig. 18.

Die magnetische Rückwirkung der kurzgeschlossenen Spulen ist hier nicht berücksichtigt worden. Sie bilden je einen Kurzschlußstromkreis, der zu einem der beiden Stromkreise des Rotors parallelgeschaltet ist und eine viel kleinere EMK hat. Die Erregerbürsten schließen einen Teil des Spannungsabfalles des Stromes in den kurzgeschlossenen Arbeitswindungen kurz, die Arbeitsbürsten einen Teil der Erregerwindungen. Die größere Kurzschlußspannung

entfällt also hier auf die Erregerbürsten, und da die Kurzschlußströme Wattströme sind, vergrößern sie bei Untersynchronismus den aufgenommenen Wattstrom, bei Übersynchronismus den abgegebenen Wattstrom des Stators. Beim stabilen Betrieb als Motor oder Generator beträgt der Spannungsabfall in jedem Rotorstromkreis nur wenige Volt, jede Bürste schließt also nur einen Bruchteil hiervon kurz, so daß die Kurzschlußströme hier vernachlässigbar klein sind.

### 3. Der Leerlaufstrom.

Der bei Leerlauf vom Stator aufgenommene Strom ist die Summe aus dem Magnetisierungsstrom des Stators und dem Leerlaufstrom des Rotors.

Der Rotorstrom ist bei Synchronismus, wie auf S. 112 gezeigt ist,

$$J_2' \left( \frac{c_r}{c} = 1 \right) = -j J_3' \frac{r_3' - j(x_3' - x_N')}{r_2' - j(x_2' - x_N')}.$$

Denn die resultierenden Spannungen sind in der Arbeits- und Erregerwicklung bei Synchronismus gleich groß, die Ströme verhalten sich umgekehrt wie die Impedanzen.

Beim gewöhnlichen Induktionsmotor ist  $(x_3' - x_N') = 0$  und wegen der vollständigen Symmetrie  $r_3' = r_2'$  und daher

$$J_2' = -j J_3'.$$

Da das Querfeld bei Synchronismus nur wenig kleiner ist als das Statorfeld, ist  $J_3'$  fast ebenso groß wie der Magnetisierungsstrom des Stators, so daß der Leerlaufstrom des einphasigen Induktionsmotors bekanntlich fast doppelt so groß ist wie der Magnetisierungsstrom des Stators.

Beim Kommutatormotor kann jedoch eine geringe Verschiedenheit schon der Bürstenübergangswiderstände in Arbeits- und Erregerwicklung dieses Verhältnis wesentlich verschieben.

Es möge dieser Fall allgemein noch etwas näher untersucht werden.

$$\text{Ist} \quad \frac{r_3' - j(x_3' - x_N')}{r_2' - j(x_2' - x_N')} > 1,$$

so werde dieses Verhältnis mit  $\varepsilon$  bezeichnet, worin  $\varepsilon$  im allgemeinen eine komplexe Zahl ist. Der Ersatzstromkreis ändert sich dann so, daß an Stelle von  $Y_e' \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 Y_e' \varepsilon$  in Fig. 13 zu setzen ist.

Man kann sich z. B. vorstellen, daß  $\varepsilon$  durch Einschalten eines Widerstandes oder einer Drosselspule in den Erregerstromkreis des

Rotors von 1 verschieden gemacht wird, dann ändert sich der Strom in den Arbeitswindungen nach Größe und Phase, so daß die Maschine unter Umständen bei Synchronismus noch Arbeit als Motor oder als Generator leisten kann.

Die Einschaltung eines Widerstandes verkleinert das Querfeld nur wenig, weil der Erregerstrom hauptsächlich ein wattloser Strom ist, dagegen verschiebt ein Widerstand die Phase des Querfeldes und dies bedeutet in der zum Querfeld senkrechten Arbeitswicklung eine Vergrößerung des wattlosen Stromes bei Synchronismus und damit eine doppelte Erhöhung der Leerlaufverluste.

Die Einschaltung einer Drosselspule bedeutet dagegen eine Verkleinerung des Querfeldes (nur dann eine Verschiebung der Phase, wenn der Erregerstrom eine große Wattkomponente hat). Der Verkleinerung des Querfeldes entspricht eine geringere Gegen-EMK in den Arbeitswindungen bei einer bestimmten Geschwindigkeit, der Arbeitsstrom kann daher erst bei einer höheren als synchronen Geschwindigkeit verschwinden, d. h. der Motor läuft übersynchron.

$$\text{Setzt man} \quad \varepsilon = 1 + \frac{R' - jX'}{r_2' - j(x_2' - x_N')},$$

worin  $R'$  und  $X'$  die auf primär reduzierten Beträge sind, um die der Widerstand und die Reaktanz des Erregerkreises sich von denen der Arbeitswindungen unterscheiden, so kann man  $\varepsilon \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 Y_e'$  auflösen in

$$\begin{aligned} \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 (g_e' + jb_e') \left[ 1 + \frac{R' - jX'}{r_2' - j(x_2' - x_N')} \right] &= \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \frac{b_e' X' + g_e' R'}{r_2' - j(x_2' - x_N')} \\ &+ \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \left[ g_e' + b_e' \frac{R'(x_2' - x_N')}{r_2'^2 + (x_2' - x_N')^2} - g_e' \frac{X'(x_2' - x_N')}{r_2'^2 + (x_2' - x_N')^2} \right] \\ &+ j \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \left[ b_e' + b_e' \frac{R'r_2'}{r_2'^2 + (x_2' - x_N')^2} - g_e' \frac{X'r_2'}{r_2'^2 + (x_2' - x_N')^2} \right]. \end{aligned}$$

Hierin kann man im ersten Glied  $g_e' R'$  und in den anderen  $(x_2' - x_N')$  vernachlässigen und erhält vereinfacht

$$\varepsilon Y_e' \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 = \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \frac{b_e' X'}{r_2' - j(x_2' - x_N')} + \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \left[ g_e' + j(b_e' + b_e' \frac{R'}{r_2'} - g_e' \frac{X'}{r_2'}) \right] \quad (12)$$

Das erste Glied fassen wir mit der zu  $Y_e'$  parallel geschalteten

Admittanz  $\frac{1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2}{r_2' - j(x_2' - x_N')}$  in Fig. 12 zusammen, die ja den eigent-

lichen Arbeitsstrom des Rotors darstellt, und erhalten dafür

$$\frac{1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 + \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 b_e' X'}{r_2' - j(x_2' - x_N')}$$

Diese Formel zeigt, daß der Arbeitsstrom erst verschwindet, wenn

$$1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 + \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 b_e' X' = 0$$

oder

$$\frac{c_r}{c} = \sqrt{\frac{1}{1 - b_e' X'}} \text{ ist.}$$

Angenähert ist

$$b_e' = \frac{x_e'}{Z_e'^2} \simeq \frac{1}{x_e'} = \frac{1}{x_a + x_s' + X'}$$

und

$$\frac{c_r}{c} \simeq \sqrt{1 + \frac{X'}{x_a + x_s'}} \dots \dots \dots (13)$$

Die Leerlauf Tourenzahl liegt also um so höher, je größer das Verhältnis der Reaktanz der Drosselspule zur gesamten Reaktanz der Erregerwindungen ist.

Das Glied  $g_e' R'$ , das oben vernachlässigt worden ist, bedingt keine Tourenerhöhung, da hierbei auch der Leerlaufverlust erhöht wird. Der zweite Teil von Gl. 12 zeigt, daß die Einschaltung eines Widerstandes in den Erregerkreis die wattlose Komponente des Leerlaufstromes in den Arbeitswindungen im Verhältnis  $\left(1 + \frac{R'}{r_2}\right)$  vergrößert.

Ist die Wattkomponente des Erregerstromes, die  $g_e'$  proportional ist, groß, was z. B. der Fall wäre, wenn große Kurzschlußströme beständen, so wird bei Einschaltung einer Drosselspule in den Erregerkreis der wattlose Leerlaufstrom in den Arbeitswindungen im Verhältnis  $1 - \frac{g_e' X'}{b_e' r_2'}$  verkleinert, wie ebenfalls aus Gl. 12 hervorgeht. Denn die Reaktanzspannung der Wattkomponente des Erregerstromes verschiebt die Phase des Querfeldes im umgekehrten Sinne wie der Ohmsche Spannungsabfall des wattlosen Stromes.

Der über Kommutator und Bürsten kurzgeschlossene Induktionsmotor kann also durch Einschaltung einer Drosselspule in den Erregerkreis oberhalb Synchronismus als Motor laufen, unterhalb Synchronismus nur dann, wenn statt der Drosselspule ein Kondensator verwendet wird.

Meist laufen derartige Motoren, besonders mit der Bürstenanordnung nach Fig. 12 leer etwa 1 bis 2% übersynchron, auch

bei direktem Kurzschluß der Erregerbürsten. Der Grund hierfür liegt in der von der Sinusform etwas abweichenden Feldform.

Eine ähnliche Rechnung wie in Kap. II Abschn. 2 zeigt, daß auch hier in Gl. 9 und 11 statt  $\left[1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2\right]$  zu setzen ist  $\left[1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \frac{1}{\sigma_2 \sigma_3}\right]$ , so daß der Arbeitsstrom bei nicht sinusförmigen Feldern erst verschwindet, wenn

$$\frac{c_r}{c} = \sqrt{\sigma_2 \sigma_3} \text{ ist.}$$

#### IV. Superposition von Leerlauf und Kurzschlußzustand.

##### 1. Statorstrom. — 2. Rotorstrom.

##### 1. Der Statorstrom.

Bei der Superposition hat man, wie in Kap. I, S. 85 gezeigt ist, auf den Stator die resultierende Spannung aus der Netzspannung  $P$  und der bei Leerlauf im Stator induzierten EMK  $E_{s_0}$  wirken zu lassen.

Der Stator hat bei jeder Geschwindigkeit eine Admittanz  $Y_k$ , die nach Größe und Phase durch den Vektor  $\overline{OP}$  nach dem Kreis  $Y_k$  in Fig. 15 dargestellt ist.

Wirkt auf den Stator die konstante Spannung  $P$ , so folgen die Ströme genau dem Verlauf der Admittanz, ist die Spannung veränderlich und  $\mathfrak{P} - \mathfrak{E}_{s_0}$  (Fig. 8), so erhält man den Verlauf der Ströme, wenn man alle Vektoren  $Y_k$  mit dem entsprechenden Vektor der Spannung multipliziert. Als unabhängige Veränderliche ist für beide Vektoren die Geschwindigkeit anzusehen. Man findet also in den Diagrammen Fig. 15 und Fig. 8 der beiden Vektoren entsprechende Punkte durch den Geschwindigkeitsmaßstab, der in beiden Fällen derselbe ist.

In Fig. 19 ist das Leerlaufdiagramm  $E_{s_0}$  und das Kurzschlußdiagramm  $Y_k$  zusammengestellt.

Es stellen  $\overline{OP} = Y_k$  und  $\overline{OE} = E_{s_0}$  zwei zusammengehörige, d. h. bei derselben Geschwindigkeit auftretende Werte, der Statoradmittanz bei Kurzschluß und der im Stator bei Leerlauf induzierten EMK dar.<sup>1)</sup> Bei konstanter Spannung  $P = \overline{OK}$  stellt  $\overline{OP}$  im Strom-

<sup>1)</sup> Um die Zeichnung nicht zu verwirren, sind die Geschwindigkeitsmaßstäbe fortgelassen.

maßstab auch den Statorstrom dar. Bei der Spannung  $\mathfrak{F} - \mathfrak{E}_{s_0} = \overline{EK}$  ist dann der Statorstrom  $\overline{OP^S} = J_s$ , wenn

$$\overline{OP^S} : \overline{OP} = \overline{EK} : \overline{OK}$$

und der Winkel

$$\sphericalangle P^SOP = \sphericalangle EKO = \psi_e$$

ist. Multipliziert man daher alle Vektoren  $\overline{OP}$  mit dem Verhältnis  $\frac{\mathfrak{F} - \mathfrak{E}_{s_0}}{\mathfrak{F}}$  und dreht sie um den Winkel  $\psi_e$ , um den  $(\mathfrak{F} - \mathfrak{E}_{s_0})$  gegen  $\mathfrak{F}$  voreilt, so erhält man das Diagramm des Statorstromes  $J_s$  beim Betrieb als Nebenschlußmotor.

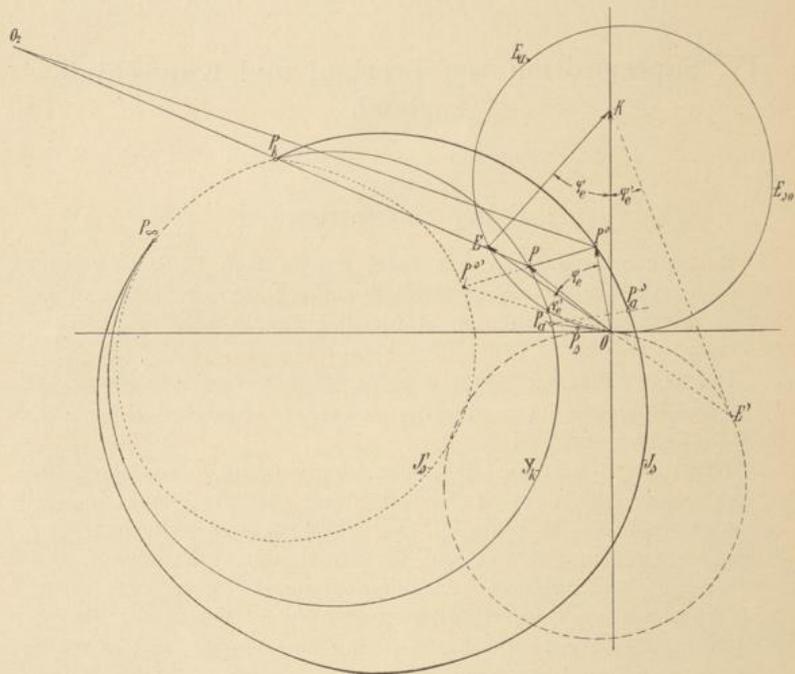


Fig. 19.

Da  $\mathfrak{F} - \mathfrak{E}_{s_0}$  gegen  $\mathfrak{F}$  voreilt, werden alle Vektoren in der Phase vorausgeschoben, wobei die Wattströme und damit die Leistungsfähigkeit der Maschine vergrößert werden.

Damit der wattlose Strom ganz verschwindet, muß bei der betreffenden Geschwindigkeit der Verzögerungswinkel der Admittanz  $Y_k$  ebenso groß sein, wie der Winkel  $\psi_e$ , um den  $\mathfrak{F} - \mathfrak{E}_{s_0}$  gegen  $\mathfrak{F}$  voreilt. Oberhalb dieser Geschwindigkeit eilt der Statorstrom  $J_s$  der Spannung voraus.

Wie aus Fig. 19 ersichtlich ist, wird auch die Leistungsfähigkeit als Generator vergrößert. Denn dicht oberhalb Synchronismus ist  $\mathfrak{P} - \mathfrak{C}_{s_0}$  um  $180^\circ$  gegen  $\mathfrak{P}$  phasenverschoben, bei noch höherer Geschwindigkeit um mehr als  $180^\circ$  voreilend, d. h. verzögert.

Da  $E_{s_0}$  nur in der Nähe von Synchronismus groß ist, nähert sich die Stromkurve  $J_s$  dem Kreis  $Y_k$  immer mehr, je weiter man sich von Synchronismus entfernt. Bei  $\frac{c_r}{c} = 0$  und  $\frac{c_r}{c} = \infty$  fallen beide zusammen.

Das Leerlaufdiagramm  $E_{s_0}$  hat, wie in Kap. II gezeigt ist, noch einen zweiten symmetrischen Zweig, bei dem die EMKe  $E_{s_0}$  ebenso groß, aber um  $180^\circ$  in der Phase verschoben sind, und der in Fig. 19 punktiert eingezeichnet ist. Dieser Zweig entsprach der Umkehr der Drehrichtung, während der Kreis  $Y_k$  beiden Drehrichtungen entspricht.

Bei Umkehr der Drehrichtung des Motors wirkt also auf die Admittanz  $Y_k = \overline{OP}$  die resultierende Spannung

$$\mathfrak{P} - \mathfrak{C}_{s_0} = \overline{E'K},$$

die um  $\psi'_e$  gegen  $\mathfrak{P}$  verzögert ist, so daß der Strom des Stators nun ebenfalls um diesen Winkel verzögert wird und nach  $\overline{OP^{s'}}$  kommt.

Aus den ähnlichen Dreiecken  $EE'K$  und  $P^s O P^{s'}$  ist ersichtlich, daß  $P^s$ ,  $P$  und  $P^{s'}$  auf einer geraden Linie liegen und daß  $\overline{PP^s} = \overline{PP^{s'}}$  sein muß. Man erhält also einen zweiten Zweig  $J'_s$  des Stromdiagramms (er ist in Fig. 19 punktiert gezeichnet), bei dem alle Wattströme verkleinert, die wattlosen Ströme vergrößert sind. Das Stromdiagramm ist also eine Kurve vierten Grades.

Während der gewöhnliche einphasige Induktionsmotor sich bei beiden Drehrichtungen gleich verhält, ist dies bei dem Nebenschlußmotor nicht der Fall.

Denn das Längsfeld des Rotors in der Achse der Statorwicklung ändert, wie in Kap. II gezeigt ist, seine Phase bei Umkehr der Drehrichtung. Es kann also entweder so gerichtet sein, daß es das Statorfeld unterstützt, dann übernehmen die Arbeitswindungen des Rotors ganz oder nur zum Teil die Erregung, und der wattlose Strom des Stators wird aufgehoben. Kehrt man die Drehrichtung um, ohne die Spannung an den Erregerbürsten umzukehren, so ist das Längsfeld des Rotors umgekehrt gerichtet wie zuvor und schwächt das Statorfeld, der Stator muß einen viel größeren wattlosen Strom aufnehmen.

Daraus folgt, daß man bei Umkehrung der Drehrichtung entweder die Spannung am Rotor oder die Spannung am Stator umkehren muß, ebenso wie bei einem Gleichstrom Nebenschlußmotor.

Die im Stator induzierte EMK  $E_s$  ist nun beim Betrieb als Nebenschlußmotor nicht einfach die geometrische Summe der EMK  $E_{s_0}$  bei Leerlauf und der EMK  $E_1$  bei Kurzschluß, denn erstere wirkt ja wie eine dem Stator zugeführte Spannung, welche die veränderte Stromverteilung und daher eine veränderte Feldverteilung bedingt.

Im Diagramm Fig. 19 verhält sich stets der Abstand eines Punktes  $P$  vom Punkt  $O_2$ , der die Abszisse  $\frac{x_1}{z_1} z_2$  und die Ordinate  $\frac{r_1}{z_1} z_2$  hat, zu  $\overline{O_2 O}$  wie die im Stator induzierte EMK zur Klemmenspannung

$$\frac{\overline{O_2 P}}{\overline{O_2 O}} = \frac{\mathfrak{E}_1}{\mathfrak{P}}$$

und daher verhalten sich die EMKe  $E_1$  des Induktionsmotors und  $E_s$  des Nebenschlußmotors

$$\frac{\mathfrak{E}_1}{\mathfrak{E}_s} = \frac{\overline{O_2 P}}{\overline{O_2 P^s}}.$$

Dies ist auch das Verhältnis der Felder in der Statorachse.

Das Verhältnis der Quersfelder ergibt sich bei den Rotorströmen (s. Abschn. 2).

Den Einfluß der Größe der dem Rotor zugeführten Spannung kann man aus dem Diagramm leicht entnehmen. Verändert man die Größe der Spannung am Rotor, so bewegt sich bei konstanter Geschwindigkeit der Endpunkt  $E$  des Vektors der EMK  $E_s$  auf der Geraden  $\overline{OE}$ , sofern die Konstanten der Maschine sich nicht ändern. Der Endpunkt  $P_s$  des Vektors  $J_s$  des Statorstromes bewegt sich dann auf der Geraden  $\overline{PP^s}$ , weil die Dreiecke  $OEK$  und  $PP^sO$  sich ähnlich sind.

Hieraus ergibt sich auch, daß der Motor, wenn man die Erregerspannung vergrößert oder verkleinert, nicht in seiner Geschwindigkeit reguliert werden kann. Denn dicht oberhalb Synchronismus ist  $\mathfrak{P} - \mathfrak{E}_s$  um  $180^\circ$  gegen  $\mathfrak{P}$  phasenverschoben, hier nimmt der Induktionsmotor einen rein wattlosen Strom auf, und er bleibt also bei jeder Rotorerregung wieder rein wattlos.

Der synchrone Punkt  $P_a$  bewegt sich in Fig. 19 z. B. auf der Geraden  $\overline{P_a P_a^s}$ .

In Wirklichkeit werden sich freilich keine Geraden ergeben, da die Konstanten der Maschine bei der Superposition sich ändern,

insbesondere durch die Übergangswiderstände und Sättigung, und daher auch die Verluste andere werden. Man kann daher sagen, daß der Motor, der leer nahezu synchron läuft, wenn die Erregerbürsten kurzgeschlossen sind, bei jeder Erregerspannung ebenfalls nahezu synchron läuft. Läuft er bei kurzgeschlossenen Erregerbürsten etwas übersynchron durch die Wirkung von Oberfeldern oder durch eine Drosselspule, wie in Kap. III gezeigt ist, so wird er mit jeder dem Rotor zugeführten Erregerspannung wieder nahezu bei derselben Geschwindigkeit leer laufen.

Der Geschwindigkeitsmaßstab gilt für das Stromdiagramm des Nebenschlußmotors nicht mehr, und daher kann der Geschwindigkeitsabfall von Leerlauf bis Belastung nicht aus dem Diagramm entnommen werden.

Folgende Überlegung zeigt aber, daß er sich nur unwesentlich ändert, wenn die Erregerbürsten an das Netz angeschlossen sind. Mit kurzgeschlossenen Bürsten schlüpft der Motor wie jeder einphasige Induktionsmotor bis zu seiner Belastungsgrenze nur etwa halb so viel wie ein mehrphasiger Induktionsmotor, weil das Querfeld mit der Geschwindigkeit abnimmt. Dies zeigt ja auch der quadratische Geschwindigkeitsmaßstab im Diagramm des einphasigen Induktionsmotors. Die Belastungsgrenze des einphasigen Induktionsmotors liegt daher im allgemeinen etwa bei einer Schlüpfung von 10<sup>0</sup>/<sub>0</sub>.

Durch Zuführung einer Spannung an den Erregerkreis wird die maximale Belastungsfähigkeit des Motors vergrößert, die Schlüpfung hierbei aber fast gar nicht geändert, so daß der Tourenabfall bis zu einer bestimmten Belastung sich nur um wenige Prozent ändert, und zwar bei Erregung geringer wird.

Bei richtiger Erregung wird der Stromwärmeverlust bei einer bestimmten Belastung verringert, weil die wattlose Komponente des Stromes verkleinert wird, der Leerlaufverlust kann aber unter Umständen zunehmen, weil die Felder vergrößert sind. Um einen günstigen Wirkungsgrad zu erzielen, wird man daher die Erregung nicht zu stark machen und nur etwa so groß, daß der Motor gerade kompensiert ist. Hierzu ist erforderlich, wie das Diagramm zeigt, daß bei Leerlauf  $E_{s_0}$  angenähert gleich  $P$  wird, und nach Kap. II S. 100 muß hierzu die Erregerspannung  $kP$  den Betrag

$$kP \simeq 2r_3 \frac{P}{Z_a u_e}$$

haben.

## 2. Der Rotorstrom.

In Fig. 20 stellt die Kurve  $J_{3k}$  wieder die Ströme in den Erregerwindungen bei kurzgeschlossenen Bürsten und bei konstanter Klemmenspannung  $P$  am Stator für denselben Motor dar, für den Fig. 19 gilt. Wirkt auf den Stator die veränderliche Spannung  $\mathfrak{P} - \mathfrak{E}_{s_0}$ , so ändert sich auch der Rotorstrom, der bei

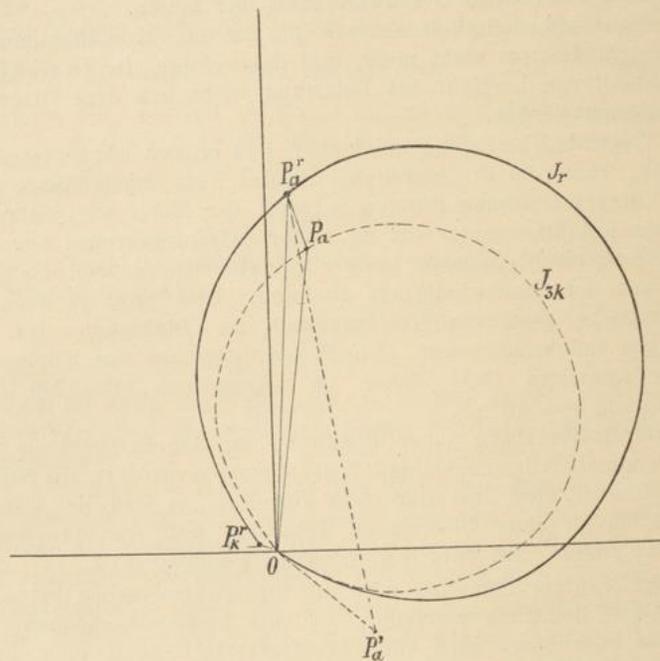


Fig. 20.

Kurzschluß der Erregerbürsten induziert wird, nach Größe und Phase im Verhältnis  $\frac{\mathfrak{P} - \mathfrak{E}_{s_0}}{\mathfrak{P}}$ ; d. h. es sind auch die Rotorströme, die durch Kurve  $J_{3k}$  dargestellt werden, mit dem Betrag dieses Verhältnisses zu multiplizieren und um den Winkel  $\psi_e$  zwischen  $(\mathfrak{P} - \mathfrak{E}_{s_0})$  und  $\mathfrak{P}$  zu drehen. Diese Konstruktion ist in Fig. 20 für den synchronen Punkt  $P_a$  durchgeführt. Der Vektor  $\overline{OP_a}$  gelangt hierbei nach  $\overline{OP_a'}$ , wobei  $\frac{\overline{OP_a'}}{\overline{OP_a}}$  sich verhalten wie die Spannungs-

vektoren in Fig. 19.  $\frac{\overline{E_a K}}{\overline{OK}}$  und der Winkel  $\overline{P_a O P_a'}$  ist gleich dem Winkel  $\overline{E_a K O}$  in Fig. 19.

$\overline{OP_a'}$  stellt aber noch nicht den Rotorstrom beim Betrieb als Nebenschlußmotor dar, sondern es ist hierzu noch, wie in Kap. I, Seite 85 gezeigt ist, der Rotorstrom bei Leerlauf nach Fig. 7 zu addieren. Er ist in Fig. 20 für Synchronismus gleich  $\overline{P_a' P_a''}$ , so daß  $\overline{OP_a''}$  der Rotorstrom der an das Netz angeschlossenen Erregerwicklung ist. Führt man diese Konstruktion durch, so ergibt sich die Kurve  $J_r$  für den Rotorstrom des Nebenschlußmotors, die ähnlich verläuft, wie die Kurve  $J_{sk}$  des kurzgeschlossenen Motors, nur ist der Strom bei Stillstand nicht Null, weil ja schon beim Leerlaufzustand ein kleiner Strom bei Stillstand bestand.

Die Rotorströme sind in Fig. 20 wieder in 10facher Vergrößerung gegenüber den Statorströmen der Fig. 19 dargestellt. Die Ströme, die aus dem Nebenschlußtransformator (siehe Fig. 2) dem Netz entnommen werden, sind  $k$ mal so groß, und da das Übersetzungsverhältnis groß sein muß, werden diese Ströme sehr klein und das Diagramm des gesamten aus dem Netz entnommenen Stromes weicht nur wenig von dem des Statorstromes in Fig. 19 ab.

Das hier entwickelte Diagramm kann nur allgemeinen Aufschluß über die Wirkungsweise des Motors geben.

Da es kein Kreisdiagramm ist, lassen sich Verlustlinien usw. nicht in so einfacher Weise wie bei einem Asynchronmotor einzeichnen, und dann ist, wie in Kap. III gezeigt ist, auch die Vorausbestimmung des Ausgangsdiagramms nicht möglich.

Aber auch wenn dies möglich wäre, würde es nicht den richtigen Wirkungsgrad angeben, da es unter vereinfachenden Voraussetzungen, insbesondere bezüglich der Verluste, abgeleitet ist, die nicht zutreffen, wichtige Verluste, z. B. die Kommutationsverluste, können überhaupt nicht berücksichtigt werden.

Deshalb hätte es auch keinen Zweck, das Diagramm durch einen angenäherten Kreis zu ersetzen, und es soll vielmehr die Wirkungsweise im folgenden an Hand einiger Bremsversuche weiter besprochen werden.

## V. Bremsversuche an einem einphasigen Nebenschlußmotor.

1. Beschreibung des Motors von Arnold und La Cour. — 2. Stromdiagramm. —  
3. Der Motor bei Leerlauf. — 4. Belastungskurven. — 5. Verluste.

### 1. Beschreibung des Motors von Arnold und La Cour.

Der Motor, der von Brown, Boveri & Co. gebaut ist, ist für eine Dauerleistung von 8 PS bei 200 Volt und 50 Perioden bestimmt. Er ist mit einer Einrichtung zur Tourenregulierung versehen (s. Kap. VI und VII), hier möge zunächst sein normaler Lauf betrachtet werden. Er ist vierpolig und macht normal 1500 Umdrehungen.

Die Hauptdimensionen sind:

Stator: Außendurchmesser . . .	380 mm
Bohrung . . . . .	250 „
Rotor: Außendurchmesser . . .	248,5 „
Bohrung . . . . .	115 „
Eisenlänge . . . . .	160 „

Der Rotor hat eine Reihenwicklung in 48 Nuten, der Kommutator hat 143 Lamellen.

Der Stator hat 44 Nuten, die Statorwicklung liegt in 32 Nuten und ist als Spulenwicklung ausgeführt.

Die Schaltung der Bürsten ist die Dreibürstenschaltung nach dem Patent 163 295, bei der der Erregerstrom der Kurzschlußverbindung zwischen zwei Arbeitsbürsten zugeführt wird und nur eine besondere Erregerbürste vorhanden ist. Die Arbeitsbürsten sind verdoppelt, so daß im ganzen fünf Bürstenstifte vorhanden sind.

Jede Bürste bedeckt ein wenig mehr als zwei Lamellen. Widerstandsverbindungen zwischen Wicklung und Kommutator sind nicht vorgesehen.

Der Winkel, den die Arbeitsbürsten miteinander einschließen, ist  $135^\circ$  el., so daß der Arbeitsstromkreis des Rotors nahezu denselben Polbogen bedeckt wie die Statorwicklung.

Die Erregung für den Rotor wird nicht von einem besonderen Transformator geliefert, sondern ist an einigen Windungen *T* des Stators *S* abgenommen, wie das Schema Fig. 21 zeigt. Jeder Windung entsprechen rund 2 Volt.

Es mag bemerkt sein, daß der Motor sich

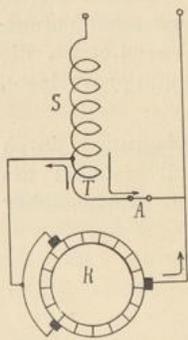


Fig. 21.

hierbei etwas anders verhält, als bei Verwendung eines besonderen Transformators. In den Statorwindungen  $T$ , die die Erregerspannung liefern, fließt die Differenz des Erregerstromes und des Statorstromes. Bei Leerlauf ist der Erregerstrom größer als der Statorstrom, und es besteht ein Spannungsabfall in Richtung des Erregerstromes. Mit zunehmender Belastung wächst der Statorstrom, und da er nahezu in Phase mit dem Erregerstrom ist, hebt er dessen Spannungsabfall auf. In der Tat konnte eine geringe Zunahme der Spannung an diesen Windungen bei Belastung beobachtet werden.

Hierdurch entsteht eine geringe Compoundierung beim Motor, dagegen eine kleine Untercompoundierung beim Generator.

Beim Anlauf wird ein Ausschalter  $A$  in Fig. 21 geöffnet, so daß der Motor als Hauptstrommotor anläuft. Sobald er auf volle Geschwindigkeit gekommen ist, was man am besten an einem Voltmeter erkennt, das parallel zum Schalter  $A$  liegt, wird dieser geschlossen.

## 2. Stromdiagramm.

Zur Erläuterung des in Kap. IV abgeleiteten Diagrammes ist in Fig. 22 das experimentell aufgenommene Diagramm dieses Motors

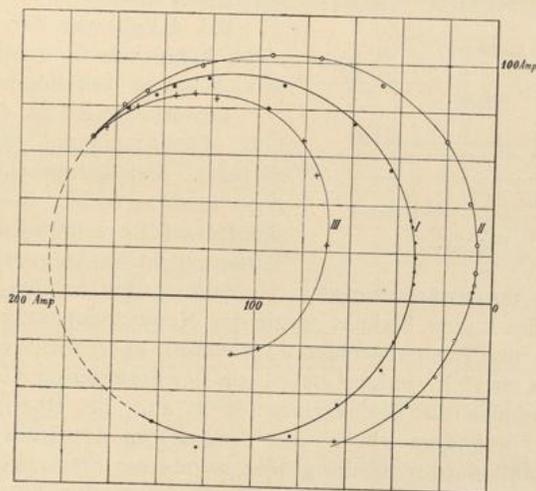


Fig. 22.

für beide Drehrichtungen aufgetragen, und es bestätigt das dort erhaltene.

Dieser Motor hat bei kurzgeschlossenen Erregerbürsten wieder einen Arbeitskreis  $I$ , dessen Mittelpunkt über der Abszissenachse

liegt, und daher ist auch in der Schaltung als Nebenschlußmaschine die Leistung beim Motor größer als beim Generator.

Freilich liegen hier die beiden Äste *II* und *III* nicht so symmetrisch um den Kreis, wie es das abgeleitete Diagramm verlangt, was aber auch bei den großen Kommutationsverlusten, die bei umgekehrter Drehrichtung entstehen, erklärlich ist.

### 3. Leerlauf.

Um den Einfluß der Größe der dem Rotor zugeführten Erregerspannung auf den Leerlaufstrom und den Leerlaufverlust zu zeigen, ist in Fig. 23 die wattlose Komponente des ganzen Leerlaufstromes der Maschine

$$J_{0wl} = J_0 \sin \varphi_0,$$

der Leerlaufverlust  $W_0$  und der Erregerstrom des Rotors  $J_r$  als Funktion der zugeführten Erregerspannung aufgetragen, und zwar konnten, da einer Windung rund 2 Volt entsprechen, die Spannungen 0 (Kurzschluß), 2, 4,1 und 6,2 Volt hergestellt werden.

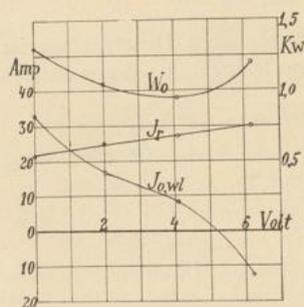


Fig. 23.

Bei 4 Volt war der Motor noch nicht kompensiert, während er bei 6 Volt schon überkompensiert war.

Bemerkenswert ist die Abnahme und Wiederzunahme der Leerlaufverluste. Bei kurzgeschlossenen Erregerbürsten sind besonders die Kupferverluste sehr hoch, der Leerlaufstrom ist 33 Amp. Mit ihm werden

die Stromwärmeverluste im Stator und in den Arbeitswindungen des Rotors kleiner, wenn der Motor kompensiert wird. Die Verluste des Erregerstromes  $J_r$  wachsen aber nicht in demselben Maße, da er viel weniger steigt, als der Statorstrom abnimmt. Dagegen nehmen die Eisenverluste etwas zu. Bei Überkompensation wachsen besonders wieder die Verluste im Arbeitsstromkreis des Rotors, weil der Strom hier größer ist als der Statorstrom. Für den Wirkungsgrad erscheint daher eine Kompensation bei Leerlauf am günstigsten.

Der Leerlaufstrom ist bei kurzgeschlossenen Erregerbürsten dreimal so groß wie der Magnetisierungsstrom des Stators. Dies rührt, wie in Kap. III gezeigt ist, von Verschiedenheiten der Widerstände im Arbeitsstromkreis und Erregerkreis her. Bei der Drei-

bürstenschaltung, insbesondere hier, wo die Arbeitsbürsten verdoppelt sind, ist der Widerstand im Arbeitsstromkreis kleiner als im Erregerkreis.

Wurde der Bürstenkranz um  $90^\circ$  el. gedreht, so daß Arbeits- und Erregerstromkreis ihre Rolle vertauschten, so war der Leerlaufstrom des kurzgeschlossenen Motors nur noch 20 Amp., während er zuvor 33 Amp. betrug, die Tourenzahl änderte sich nicht.

Bei den verschiedenen Spannungen am Erregerkreis wurden mittels Schlüpfungszählers folgende Schlüpfungen bei Leerlauf festgestellt:

Spannung	Schlüpfung	} übersynchron.
0 Volt	-0,93 %	
2 „	-0,9 „	
4,1 „	-0,65 „	
6,2 „	-0,23 „	

Die geringe Abnahme der Geschwindigkeit bei stärkerer Erregung erklärt sich in erster Linie durch die Zunahme der Eisenverluste, die nicht vom Rotor dem Netz entnommen werden, sondern zum größten Teil mechanisch gedeckt werden.

#### 4. Belastungskurven.

Fig. 24 stellt die durch Belastung mittels Wirbelstrombremse erhaltenen Bremskurven, Strom  $J$ , Wirkungsgrad  $\eta$  und Leistungs-

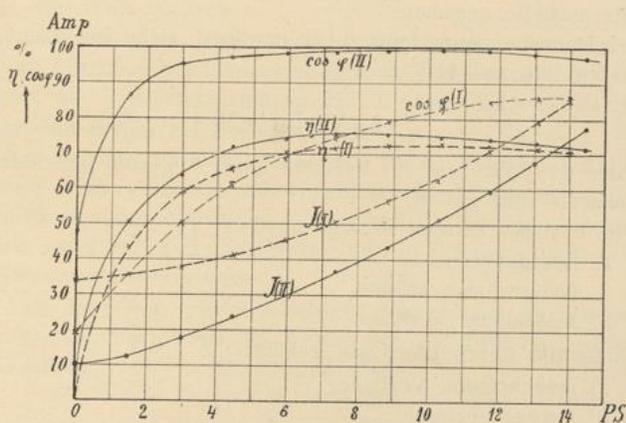


Fig. 24.

faktor  $\cos \varphi$  als Funktion der Bremsleistung in PS dar, und zwar beziehen sich die gestrichelten Kurven I auf den Induktions-

motor, die ausgezogenen Kurven II auf den Nebenschlußmotor bei 4 Volt Erregerspannung.

Der höchste Wirkungsgrad wurde bei II bei ca. 8 PS zu 75,6 % gefunden, während er bei I bei 10,5 PS liegt und 72,7 % beträgt.

Der Unterschied rührt, wie aus den Strömen und Leistungsfaktoren ersichtlich ist, hauptsächlich von den Stromwärmeverlusten her.

Fig. 25 zeigt die Schlüpfungen als Funktion des Bremsmomentes in mkg. Der Tourenabfall ist beim Nebenschlußmotor etwas kleiner als beim Induktionsmotor. Bis zum normalen Drehmoment 3,9 mkg. (entspr. 8 PS bei 1475 Umdr.) ist er

bei I 2,6 % bei II 2,3 %  
bis 7 mkg „ I 4,8 „ „ II 4,2 „

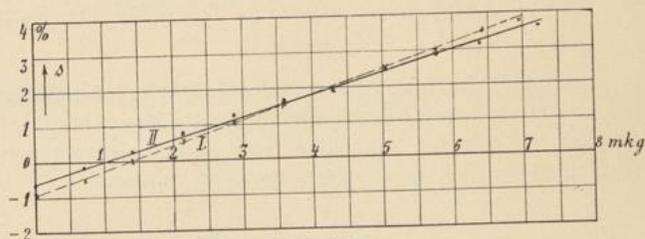


Fig. 25.

Der Verlauf der Kurven zeigt, daß die Belastungsgrenze hierbei noch nicht erreicht war, diese Grenze war durch die verfügbare Stromquelle gegeben.

Bei Dauerbelastung mit 8 PS erwärmt sich der Kommutator nach 6 Stunden um 41° C.

### 5. Verluste.

Über die Ursachen der Verluste kann folgende Überlegung ein angenähertes Bild geben.

Die Verluste können zerlegt werden in

1. Leeraufverluste,
2. Stromwärmeverluste,
3. zusätzliche Verluste.

Unter die Leerlaufverluste gehören

- a) mechanische Verluste,
- b) Erregerverluste.
  - a) Eisenverluste,
  - β) Verluste der Erregerströme.

Bei richtiger Kompensation können die Verluste des Statorstromes bei Leerlauf vernachlässigt werden. Sie betragen bei der

durch Fig. 24 II dargestellten Bremsung, mit dem Gleichstromwiderstand berechnet, 13 Watt, also nur 1,35% von 960 Watt gesamten Leerlaufverlusten.

Die Leerlaufverluste nehmen bei Belastung ein wenig ab.

Zu den Stromwärmeverlusten gehören die Verluste des Stator- und Rotorarbeitsstromes, die bei Belastung hinzutreten und die bei Stillstand, bzw. langsamer Drehung im Kurzschluß gemessen werden.

Zu den zusätzlichen Verlusten gehören in erster Linie die Kommutierungsverluste des Arbeitsstromes, dann die Wirbelstromverluste in den Zahnköpfen durch die Streufelder.

Die Kommutierungsverluste durch die Erregerströme und eventuelle Verluste in den kurzgeschlossenen Spulen durch die Hauptfelder sowie Pulsationsverluste sind in 1b) enthalten.

Diese Superposition ergibt nur dann richtige Werte, wenn der Leerlaufstrom in den Arbeitswindungen klein, d. h. der Motor kompensiert ist, dann ist der Strom, der bei Belastung hinzutritt, als Wattstrom nahezu um 90° in der Phase dagegen verschoben, und die Verluste können addiert werden.

1. Von den Leerlaufverlusten können nur die mechanischen Verluste von den übrigen durch Antrieb mittels Hilfsmotor getrennt werden. Eine Trennung der Erregerverluste in Eisenverluste und Verluste der Erregerströme ist nicht möglich, da in ihnen auch Kommutierungsverluste enthalten sind. Es ergaben sich die mechanischen Verluste zu 580 Watt, so daß für die übrigen Leerlaufverluste 380 Watt bleiben.

2. Bei Stillstand (bzw. langsamer Drehung) wurden die in Fig. 26 als Funktion des Stromes aufgetragenen Verluste  $W_k$ , Kurve II gemessen, die Klemmenspannung  $P_k$  ist durch Kurve I dargestellt.

Für den Strom bei Vollast, 8 PS, der nach Kurve I (Fig. 24) 39,5 Amp. beträgt, ist z. B.  $W_k = 640$  Watt: hiervon entfallen auf den Stator (mit dem Gleichstromwiderstand berechnet) 210 Watt, auf den Rotor somit 430 Watt, wovon auf die Wicklung (berechnet) 230 Watt entfallen und 200 Watt für die Bürsten- und eventuell Wirbelstromverluste bleiben.

Würde man den bei Kurzschluß gemessenen Verlust zu den Leerlaufverlusten addieren, so ergäbe sich bei 8 PS eine aufgenommene Leistung von

$$\begin{array}{r} 8 \times 736 \cong 5900 \\ + W_o = 960 \\ + W_k = 640 \\ \hline 7500 \text{ Watt,} \end{array}$$

mithin ein um 3% höherer Wirkungsgrad als gemessen. Dieser Unterschied ist auf zusätzliche Verluste zurückzuführen.

3. Die zusätzlichen Verluste lassen sich angenähert messen, wenn man den Rotor im Kurzschluß bei geöffnetem Erregerkreis mit voller Geschwindigkeit antreibt. Es genügt aber nicht, die dem Stator elektrisch zugeführte Leistung zu messen. Denn die zusätzlichen Ströme in den von den Arbeitsbürsten kurzgeschlossenen Spulen können motorisch oder generatorisch wirken, je nachdem Über- oder Unterkommutierung stattfindet. Es muß daher auch die dem Rotor mechanisch zugeführte Leistung gemessen werden, ausschließlich der Reibungsverluste. Dies geschah hier in folgender Weise.

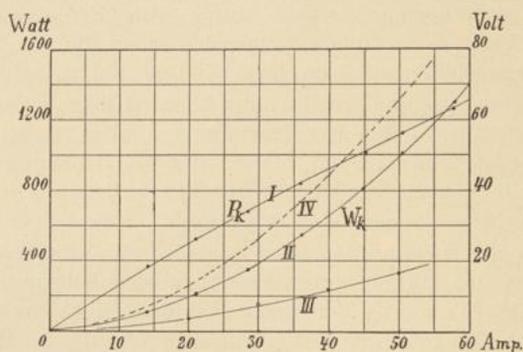


Fig. 26.

Auf der Welle des Motors war die Wirbelstrombremse und eine Riemenscheibe befestigt, mittels derer der Motor von einem Hilfsmotor angetrieben wurde.

Es wurde dann die Leistung des Hilfsmotors und die vom Stator des im Kurzschluß laufenden Motors aufgenommene Leistung gemessen. Nach Unterbrechung des Statorstromes wurde die Wirbelstrombremse so weit belastet, bis der Hilfsmotor bei gleicher Spannung, Erregung und Tourenzahl denselben Strom aufnahm, wie zuvor. Unter der Annahme, daß die Reibungsverluste sich hierbei nicht geändert haben, ist die gebremste Leistung dieselbe, die dem im Kurzschluß laufenden Rotor zugeführt wurde.

Fig. 27 zeigt eine solche Messung bei konstantem Strom  $J=40$  Amp. *I* stellt die dem Stator elektrisch zugeführte Leistung als Funktion der Geschwindigkeit, *II* die dem Rotor mechanisch zugeführte Leistung, *III* die Summe dar.

Die Ordinatenabschnitte zwischen *III* und der Horizontalen durch den Punkt, der die Verluste bei Stillstand darstellt, sind die zusätzlichen Verluste.

Aus einer Reihe solcher Messungen ergibt sich für verschiedene Ströme eine Kurvenschar, welche die zusätzlichen Verluste als Funktion des Stromes bei einer bestimmten Geschwindigkeit darstellt. Eine solche Kurve, und zwar für die normale Tourenzahl 1500, ist in Fig. 26 als Kurve III eingetragen, die Summe von II und III ist die Kurve IV, welche den gesamten Verlust des Belastungsstromes darstellt.

Bei 8 PS ergibt sich hieraus der zusätzliche Verlust zu 240 Watt, d. h. 37,5% von den gesamten bei Stillstand gemessenen Verlusten und 114% von den Verlusten des Statorstromes allein.

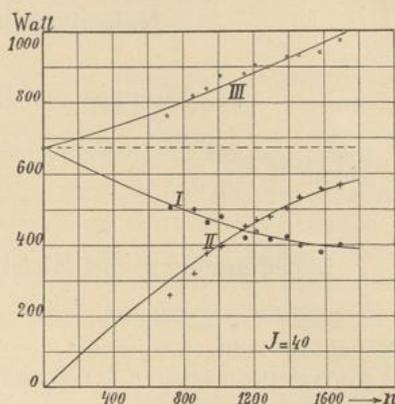


Fig. 27.

Hiermit wird die aufgenommene Leistung bei Vollast 7740 Watt der Wirkungsgrad 76,3%, also noch 0,7% höher als aus der Bremsung erhalten ist. Ähnlich berechnet sich bei

10 PS	$\eta = 75,9\%$	$\eta$ gemessen	75,2%
6 „	$\eta = 74,8$ „	$\eta$ „	74,7 „
4 „	$\eta = 70,0$ „	$\eta$ „	70,0 „

Als Resultat dieser Versuche zeigt sich:

Gegenüber einem gewöhnlichen einphasigen Induktionsmotor ist der Wirkungsgrad des kompensierten Nebenschlußmotors gering.

Die Leerlaufverluste werden vergrößert durch Bürstenreibung und Bürstenverluste, die Verluste des Belastungsstromes durch Bürstenübergangs- und Kommutationsverluste.

Dem gegenüber ist die Verminderung des Stromwärmeverlustes durch den besseren Leistungsfaktor geringfügig.

Obwohl die Verluste bei dem hier untersuchten Motor ziemlich hoch sind, und insbesondere die Reibungsverluste kleiner gemacht werden können, würden dennoch die Vorteile des Nebenschlußmotors, nämlich der einfache Anlauf als Hauptstrommotor, die große Überlastungsfähigkeit und der gute Leistungsfaktor, den geringen Wirkungsgrad, den der Kommutator in sich schließt, nicht aufwiegen, und er würde keinen Fortschritt gegenüber dem Induktionsmotor darstellen, wenn nicht die Möglichkeit der Tourenregulierung gegeben wäre, der wir uns nun zuwenden.

## B. Tourenregelung des einphasigen kompensierten Nebenschlußmotors.

### VI. Theorie der Tourenregelung.

1. Bedingungen und Mittel für die Tourenregelung. — 2. Grundgleichungen. — 3. Einfluß der Streuung auf die Leerlauf-tourenzahl. — 4. Die Kurzschlußströme.

#### 1. Bedingungen und Mittel für die Tourenregelung.

Damit der Arbeitsstrom des Rotors Null wird, d. h. damit der Motor leer läuft, müssen die von den beiden Hauptfeldern in den Arbeitswindungen des Rotors induzierten EMKe sich aufheben, und dies bedingte, daß

$$\Phi_1 c = \Phi_3 c_r \dots \dots \dots (14)$$

ist.

Sind die Erregerwindungen des Rotors kurzgeschlossen, so müssen die von den Hauptfeldern induzierten EMKe sich, abgesehen vom Spannungsabfall, stets aufheben, und dies bedingt, daß

$$\Phi_3 c \simeq \Phi_1 c_r \dots \dots \dots (15)$$

ist.

Diese beiden Bedingungen decken sich nur bei Synchronismus und daher kann der Motor nur bei Synchronismus leer laufen. Da hierbei auch die resultierende EMK im Erregerkreis Null ist, können die Erregerwindungen parallel zum Stator an eine Spannung angeschlossen werden, die nur so groß ist, wie den Verlusten des Erregerstromes entspricht, und der Erregerstrom ist ein Wattstrom.

Soll der Motor bei einer anderen Tourenzahl leer laufen, so muß nach der ersten Bedingung (Gl. 14)

$$\Phi_3 = \frac{\Phi_1}{\left(\frac{c_r}{c}\right)}$$

sein, d. h. bei gegebenem Kraftfluß in der Achse der Arbeitswindungen muß das Querfeld umgekehrt proportional mit der Geschwindigkeit verändert werden, bei Untersynchronismus größer, bei Übersynchronismus kleiner als das Hauptfeld werden.

Hierbei sind aber die von den Feldern in den Erregerwindungen induzierten EMKe sehr verschieden groß, und zwar verhält sich die

EMK der Rotation im Hauptfeld  $\Phi_1$  zu der EMK der Pulsation des Querfeldes  $\Phi_3$

$$\frac{E_{3r}}{E_{3p}} \approx \left(\frac{c_r}{c}\right)^2.$$

Bei Untersynchronismus ist also die EMK der Pulsation des Querfeldes wesentlich größer, bei Übersynchronismus wesentlich kleiner als die EMK der Rotation, und da beim stabilen Lauf die EMKe sich nur um so viel unterscheiden können wie dem Spannungsabfall des Erregerstromes entspricht, muß bei Untersynchronismus die überschüssige EMK der Pulsation in den Erregerwindungen aufgehoben werden durch eine ihr entgegengerichtete EMK gleicher Phase, während bei Übersynchronismus die zu kleine EMK der Pulsation ergänzt werden muß durch eine gleichgerichtete EMK gleicher Phase.

In Kap. III ist für den Induktionsmotor gezeigt worden, daß mittels einer Drosselspule eine zur EMK der Pulsation der Erregerwindungen nahezu gleichgerichtete EMK erhalten werden kann, so daß der Motor damit übersynchron läuft. Um die entgegengerichtete EMK zu erhalten, hätte ein Kondensator verwendet werden müssen.

E. Arnold und J. L. la Cour erhalten beide EMKe in einfacher Weise nach den D. R. P. Nr. 165 053/54/55 dadurch, daß sie das Querfeld selbst die EMKe induzieren lassen in einer auf dem Stator in der Achse des Querfeldes angebrachten Querwicklung, die entweder im gleichen oder im entgegengesetzten Sinne wie die Rotorwindungen geschaltet wird.

Die vom Querfeld durch die Pulsation in dieser Querwicklung und in den Erregerwindungen des Rotors induzierten EMKe verhalten sich wie die Windungszahlen

$$\frac{E_4}{E_{3p}} = \frac{w_4 f_4}{w_3 f_3} = u.$$

$u$  sei das Verhältnis der effektiven Windungszahlen. Die gesamte EMK der Pulsation in Rotor und Querwicklung zusammen ist daher

$$E_{3p} \pm E_4 = E_{3p} (1 \pm u).$$

Das obere Vorzeichen  $+$  bezieht sich auf die gleichsinnig, das untere Vorzeichen  $-$  auf die gegengeschaltete Querwicklung.

Daher genügt bei einem Induktionsmotor, dessen Erregerbürsten, wie z. B. Fig. 28 zeigt, über die Querwicklung  $QW$  geschlossen sind, das Querfeld, das hier wieder bei der Rotation des Rotors im Statorfeld erzeugt wird, der angenäherten Beziehung:

$$\Phi_3 c(1 \pm u) \cong \Phi_1 c_r, \dots (16)$$

die sich mit der ersten Gleichung

$$\Phi_1 c = \Phi_3 c_r \dots (14)$$

deckt, wenn

$$\frac{c_r}{c} = \sqrt{1 \pm u} \dots (17)$$

ist.

Je mehr Windungen der Querwicklung im Sinne des Rotors geschaltet sind, um so schneller läuft der Motor, je mehr Windungen gegengeschaltet sind, um so langsamer läuft der Motor.

Die der Geschwindigkeit  $\frac{c_r}{c} = \sqrt{1 \pm u}$  entsprechende Tourenzahl möge als Grundtoureanzahl bezeichnet werden.

Da hierbei die EMKe des Erregerstromkreises sich wieder aufheben, kann der ganze Erregerstromkreis mittels eines Transformators an das Netz angeschlossen werden, wobei die Spannung wieder nur so groß zu sein braucht wie den Verlusten entspricht.

Denn da sowohl am Rotor wie an der Querwicklung die gesamten Spannungen, abgesehen vom Spannungsabfall, um fast  $90^\circ$  gegen den Erregerstrom phasenverschoben sind, kann der Erregerkreis nur eine Leistung aus dem Netz aufnehmen, die den Verlusten entspricht.

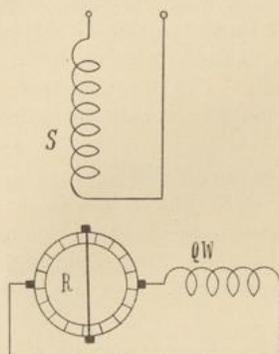


Fig. 28.

Die Regulierung, die auf einer Verstärkung des Querfeldes bei langsamem Lauf, einer Schwächung bei schnellem Lauf beruht, entspricht hierin der Feldregulierung eines Gleichstromnebenschlußmotors und wird bei einem Wechselstrommotor dadurch ermöglicht, daß die wattlose Magnetisierungsspannung (s. Kap. II) durch eine andere EMK aufgehoben wird.

## 2. Grundgleichungen.

Unter den gleichen Voraussetzungen wie in Kap. II und III sind die Grundgleichungen für den Leerlauf- und Kurzschlußzustand ganz analog den dort erhaltenen gebildet.

In der Gl. 5, Seite 98 für den Strom bei Leerlauf addiert sich

zur Magnetisierungsspannung des Rotors  $E_{3p} \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right]$  die in der Querwicklung induzierte EMK

$$E_4 = \pm u E_{3p},$$

und zum Widerstand  $r_3$  des Rotors der Widerstand  $r_4$ , zur Reaktanz  $x_3$  des Rotors die Reaktanz  $x_4$  der Querwicklung.

Es wird daher:

$$k\mathfrak{B} = \mathfrak{G}_{3p} \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \pm u \right] + \mathfrak{Z}_3 \left\{ r_3 + r_4 - j \left[ x_3 + x_4 - x_N \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] \right\} \\ - j \frac{c_r}{c} \mathfrak{Z}_2 [r_2 - j(x_2 - x_N)] \dots \dots \dots (18)$$

Um nun wieder  $E_{3p}$  und  $J_2$  durch  $J_3$  auszudrücken, werde mit

$Z_{aq}$  die Erregerimpedanz,

mit

$Y_{aq}$  die Erregeradmittanz

des aus Rotor und Querwicklung zusammengesetzten Erregerkreises bezeichnet. Da dieser Erregerkreis nun  $(1 \pm u)$  mal so viele effektive Windungen hat wie der Rotor allein, wird

$$\frac{\mathfrak{G}_{3p} \pm \mathfrak{G}_4}{\mathfrak{Z}_3} = \frac{\mathfrak{G}_{3p} (1 \pm u)}{\mathfrak{Z}_3} = \mathfrak{Z}_{aq} = \mathfrak{Z}_a (1 \pm u)^2$$

$$\mathfrak{Z}_3 = \mathfrak{G}_{3p} (1 \pm u) \mathfrak{Y}_{aq}$$

$$Y_{aq} = \frac{Y_a}{(1 \pm u)^2},$$

für die Felder gilt noch wie früher, daß

$$\Phi_2 = \frac{c_r}{c} \frac{\Phi_3}{C_i},$$

und um  $(90^\circ - \gamma_i)$  gegen  $\Phi_3$  verzögert ist.

Dagegen verhalten sich die Ströme, da die Windungszahlen verschieden sind, umgekehrt wie diese,

$$\mathfrak{Z}_2 w_2 f_2 = j \frac{c_r}{c} \frac{\mathfrak{Z}_3}{\mathfrak{G}_i} (w_3 f_3 \pm w_4 f_4)$$

$$\mathfrak{Z}_2 = j \frac{c_r}{c} \frac{\mathfrak{Z}_3}{\mathfrak{G}_i} (1 \pm u),$$

so daß Gl. 18 lautet, wenn in dem letzten Glied  $C_i \cong 1$  gesetzt wird:

$$k\mathfrak{F} = \mathfrak{F}_3 \left\{ r_{aq} \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \frac{1}{1 \pm u} \right] + r_3 + r_4 + \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 (1 \pm u) r_2 \right\} \\ - j \mathfrak{F}_3 \left\{ x_{aq} \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \frac{1}{1 \pm u} \right] + x_3 + x_4 - x_N \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 + (x_2 - x_N) \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 (1 \pm u) \right\} \quad (18a)$$

Hiermit ergibt sich wieder derselbe Ersatzstromkreis wie Fig. 6 und ein Kreis als Stromdiagramm, wenn  $r_{aq}$  und  $x_{aq}$  als konstant angesehen werden können. Der Geschwindigkeitsmaßstab ist so zu ändern, daß der Abschnitt zwischen den Strahlen nach den Punkten für Stillstand und Grundtounenzahl im Verhältnis  $\frac{1}{1 \pm u}$  zu verkürzen bzw. zu verlängern ist, um in 100 Teile geteilt die Quadrate der Geschwindigkeit in Prozenten der synchronen Geschwindigkeit zu ergeben.

Die Abweichungen von dem Kreis, die die Kurzschlußströme bedingen, weil durch sie  $r_{aq}$  veränderlich wird, sind nicht sehr groß, denn auch hier kann der Erregerstromkreis nur innerhalb eines sehr engen Geschwindigkeitsgebietes einen großen Strom aufnehmen, und innerhalb dieses engen Gebietes ist  $r_{aq}$  nicht sehr

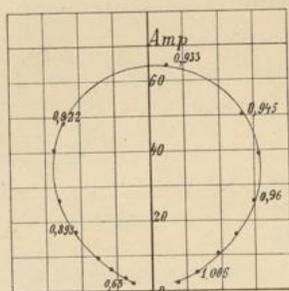


Fig. 29 a.

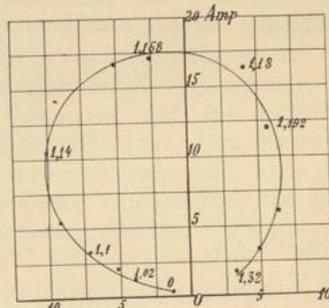


Fig. 29 b.

veränderlich. Die Größe von  $r_{aq}$  bestimmt die Lage des Kreises, wie aus der Konstruktion Fig. 8 hervorgeht und wie dies die Fig. 29 a und b zeigen. Diese Stromdiagramme sind aufgenommen bei  $u = -0,187$  bzw.  $u = +0,375$ . Die eingetragenen Zahlen bezeichnen die Rotorgeschwindigkeiten im Verhältnis zum Synchronismus.

Auch hier ist der Strom wegen der Streufelder erst bei etwas höherer als der Grundtounenzahl in Phase mit der EMK. Es wird

$$J_3 \sum x = 0,$$

wenn

$$\begin{aligned} \frac{c_r}{c} &= \sqrt{\frac{x_{aq} + x_3 + x_4}{\frac{x_{aq}}{1 \pm u} + x_N - (x_2 - x_N)(1 \pm u)}} \\ &= \sqrt{1 \pm u} \sqrt{1 + \frac{x_3 - x_N(1 \pm u) + x_4 - (x_2 - x_N)(1 \pm u)^2}{x_{aq} + x_N(1 \pm u) - (x_2 - x_N)(1 \pm u)^2}} \\ &\cong \sqrt{1 \pm u} \sqrt{1 + \frac{x_3 + x_4}{x_{aq}}} \end{aligned}$$

Das Korrektionsglied wird hier einerseits vergrößert durch die Streureaktanz der Querwicklung, andererseits wird im Nenner  $x_{aq}$  bei Gegenschaltung kleiner, bei Hilfsschaltung größer, denn es ist für gleichbleibende Sättigung

$$x_{aq} = x_a (1 \pm u)^2.$$

Daher wird das Korrektionsglied bei Gegenschaltung größer, bei Hilfsschaltung kleiner als ohne Querwicklung. Da aber bei Gegenschaltung der Querwicklung das Feld stärker wird und die Sättigung größer, wird  $x_{aq}$  auch noch etwas vergrößert. Bei Gegenschaltung ist also die prozentuale Abweichung im allgemeinen größer als bei Hilfsschaltung.

Beim Kurzschlußzustand (Induktionsmotor mit Querwicklung) ist der Strom für  $\frac{c_r}{c} = 0$  und  $\frac{c_r}{c} = \infty$  derselbe wie ohne Querwicklung, weil hier das Querfeld Null ist. Es ändert sich der Leerlaufstrom etwas.

Gl. 7, S. 111 wird jetzt:

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}_{3r} - \mathfrak{I}_2 x_N \frac{c_r}{c} &= \mathfrak{E}_{3p} (1 \pm u) + \mathfrak{I}_3 (\mathfrak{B}_3 + \mathfrak{B}_4) \\ &= \mathfrak{I}_3 (\mathfrak{B}_{aq} + \mathfrak{B}_3 + \mathfrak{B}_4) \dots \dots (19) \end{aligned}$$

während Gl. 8 für den Arbeitsstromkreis bleibt:

$$\mathfrak{E}_{2p} + \mathfrak{E}_{2r} + \mathfrak{I}_3 x_N \frac{c_r}{c} = \mathfrak{I}_2 \mathfrak{B}_2 \dots \dots (8)$$

Hierin ist wieder

$$\mathfrak{E}_{2r} = j \frac{c_r}{c} \mathfrak{E}_{3p},$$

und nach Gl. 19

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}_{2r} &= j \frac{c_r}{c} \mathfrak{E}_{3p} = j \frac{c_r}{c} \left[ \frac{\mathfrak{E}_{3r} - \mathfrak{I}_2 x_N \frac{c_r}{c} - \mathfrak{I}_3 (\mathfrak{B}_3 + \mathfrak{B}_4)}{1 \pm u} \right] \\ &= - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \frac{\mathfrak{E}_{2p}}{1 \pm u} - j \frac{\mathfrak{I}_2 x_N \left( \frac{c_r}{c} \right)^2}{1 \pm u} - j \frac{c_r \mathfrak{I}_3 (\mathfrak{B}_3 + \mathfrak{B}_4)}{1 \pm u}, \end{aligned}$$

Daher wird aus Gl. 8

$$\mathfrak{E}_{2p} \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \frac{1}{1 \pm u} \right] = \mathfrak{Z}_2 \left\{ r_2 - j \left[ x_2 - x_N \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \frac{1}{1 \pm u} \right] \right\} + j \left( \frac{c_r}{c} \right) \mathfrak{Z}_3 \left( \frac{\mathfrak{Z}_3 + \mathfrak{Z}_4}{1 \pm u} + j x_N \right) \dots \dots \dots (20)$$

worin aus Gl. 19

$$\mathfrak{Z}_3 = j \frac{c_r}{c} \frac{\mathfrak{E}_{2p} + j \mathfrak{Z}_2 x_N}{\mathfrak{Z}_{aq} + \mathfrak{Z}_3 + \mathfrak{Z}_4} = j \frac{c_r}{c} \frac{(\mathfrak{E}_{2p} + j \mathfrak{Z}_2 x_N)}{\mathfrak{Z}_e} \dots (21)$$

ist. Reduziert man wieder auf den Stator und formt Gl. 20 nach Einsetzung von 21 um, so ergibt sich analog Gl. 11

$$\mathfrak{E}_1 = \mathfrak{Z}_2' \left[ -j x_N' + \frac{1}{\frac{1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \frac{1}{1 \pm u}}{r_2' - j(x_2' - x_N')} + \frac{\varepsilon \left( \frac{c_r}{c} \right)^2}{1 \pm u} \mathfrak{Y}_e'} \right] \dots (22)$$

Es ändert sich hiernach der Ersatzstromkreis Fig. 12 erstens dadurch, daß an Stelle von  $\left( \frac{c_r}{c} \right)^2$  jetzt  $\left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \frac{1}{1 \pm u}$  tritt, d. h. daß der Stromzweig, der den eigentlichen Arbeitsstrom des Rotors darstellt, die Admittanz Null hat, wenn

$$\frac{c_r}{c} = \sqrt{1 \pm u}$$

ist, und zweitens, daß der Leerlaufstrom des Rotors jetzt die Admittanz

$$\varepsilon \mathfrak{Y}_e' \frac{\left( \frac{c_r}{c} \right)^2}{1 \pm u}$$

hat. Sie ist bei der Grundtorenzahl  $\varepsilon \mathfrak{Y}_e'$ , wobei  $\varepsilon$  dieselbe Bedeutung hat, wie in Kap. III, Abschn. 3, und davon herrührt, daß durch die Querwicklung Widerstände und Reaktanzen im Arbeits- und Erregerkreis etwas verschieden sind. Es ergibt sich hier

$$\varepsilon = \frac{(r_3' + r_4') - j[x_3' - x_N'(1 \pm u) + x_4']}{r_2' - j(x_2' - x_N')} \dots (23)$$

Abgesehen hiervon bleibt die Lage und Größe des Arbeitskreises fast unverändert, es ist aber wieder der Geschwindigkeitsmaßstab ebenso, wie beim Leerlaufdiagramm (S. 146) erwähnt worden ist, zu verändern.

Hieraus folgt, daß die Wirkungsweise der Maschine, sei es mit, sei es ohne eine dem Rotor zugeführte Spannung, als Motor und

als Generator sich nicht ändert, es ist nur der stabile Arbeitsbereich auf eine andere Geschwindigkeit verlegt.

Da in dem Diagramm sich nur der Leerlaufpunkt etwas ändert, bleibt auch die maximale Leistung bei Verwendung der Querwicklung nahezu dieselbe, da sie aber jetzt in der Nähe der Grund-tourenzahl  $\sqrt{1 \pm u}$  auftritt, ist das maximale Drehmoment im Verhältnis  $\frac{1}{\sqrt{1 \pm u}}$  vergrößert bzw. verkleinert, was auch daraus folgt, daß ja das Querfeld umgekehrt proportional mit der Geschwindigkeit verändert wird.

Man erhält hiermit bei kleinen Geschwindigkeiten eine höhere Überlastungsfähigkeit, bei hohen Geschwindigkeiten eine geringere.

Bei demselben Drehmoment wächst der Arbeitsstrom nahezu proportional mit der Geschwindigkeit, ebenso wie bei einem Gleichstrom-Nebenschlußmotor, so daß man hier sehr bald an die Funken-grenze gelangt. Vergrößert man die Klemmenspannung proportional mit der Geschwindigkeit, so bleibt das Querfeld und der Arbeitsstrom für ein bestimmtes Drehmoment konstant. Wir werden aber weiter unten sehen, daß auch bei Erhöhung der Klemmenspannung bei Übersynchronismus sich Kommutations-schwierigkeiten bieten.

Bei konstanter Klemmenspannung nimmt ferner der gesamte Erregerstrom des Querfeldes umgekehrt proportional mit der dritten Potenz der Geschwindigkeit zu. Denn das Querfeld wächst umgekehrt proportional mit  $\frac{c_r}{c}$ , die Windungszahl des Erregerkreises ist proportional mit  $(1 \pm u) = \left(\frac{c_r}{c}\right)^2$ . Durch die Sättigung wächst bei niedrigen Tourenzahlen der Erregerstrom noch schneller.

Bei Untersynchronismus würde daher eine Verminderung der Klemmenspannung zweckmäßig sein, um so mehr, als hier die Überlastungsfähigkeit bei konstanter Klemmenspannung steigt, was im allgemeinen nicht erforderlich ist.

### 3. Einfluß der Streuung auf die Leerlauf-tourenzahl.

Es ist schon in Kap. III Abschn. 3 gezeigt worden, daß Verschiedenheiten der Widerstände und Reaktanzen im Arbeits- und Erregerkreis den Leerlaufstrom beeinflussen. Durch eine Reaktanz im Erregerkreis, die im Arbeitskreis nicht vorhanden ist, wird eine Änderung der Leerlauf-tourenzahl hervorgerufen, und zwar zunächst bei kurzgeschlossenem Erregerkreis, und da die Erregung die Geschwindigkeit nicht ändert, auch bei der Nebenschlußschaltung.

Bei Verwendung der Querwicklung stellt ja die Streureaktanz  $x_4$  der Querwicklung hauptsächlich diese zusätzliche Reaktanz im Erregerkreis dar, und die Größe  $\varepsilon$ , welche das Verhältnis der Impedanz des Erregerkreises zu der Impedanz des Arbeitskreises ist, ist in Gl. 23 Seite 148 berechnet.

Zerlegt man nun ähnlich wie in Kap. III Seite 125 und 126 die Admittanz  $\varepsilon Y_e \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \frac{1}{1 \pm u}$  aus Gl. 22, so ergibt sich hier die Leerlaufourenzahl

$$\frac{c_r}{c} \simeq \sqrt{1 \pm u} \sqrt{\frac{1}{1 - [(x_3 + x_4) - (x_2 - x_N) - x_N(1 \pm u)] b_e}}$$

oder mit der Annäherung

$$b_e \simeq \frac{1}{x_e} = \frac{1}{x_{aq} + x_3 + x_4}$$

$$\frac{c_r}{c} \simeq \sqrt{1 \pm u} \sqrt{1 + \frac{x_3 + x_4 - x_2 \pm u x_N}{x_{aq} + x_2 \pm x_N u}} \simeq \sqrt{1 \pm u} \sqrt{1 + \frac{x_4}{x_{aq}}}$$

Das Korrektionsglied ist nahezu dasselbe wie auf Seite 147 für die Phasengleichheit zwischen Erregerstrom und Spannung beim Leerlaufversuch. Es wird bei Gegenschaltung immer größer, weil  $x_{aq}$  im Nenner mit dem Quadrat der effektiven Windungszahl des Erregerkreises abnimmt.

Hierdurch läßt sich ermitteln, bis zu welcher Grenze die Gegenschaltung überhaupt noch wirksam ist. Nimmt man in dem ange-näherten Korrektionsglied, das nur die Reaktanz  $x_4$  der Querwicklung berücksichtigt, an, daß  $x_4$  der Windungszahl proportional ist, was etwa zutrifft, wenn mit der Windungszahl auch die Nutenzahl zunimmt, in der die Querwicklung verteilt ist, und daß ferner ohne Berücksichtigung der Sättigung  $x_{aq} = x_a(1-u)^2$  wird, so kann

$$\frac{x_4}{x_{aq}} = \frac{x_4}{x_a(1-u)^2} = k \frac{u}{(1-u)^2}$$

gesetzt werden, worin  $k$  eine Konstante ist. Es wird dann

$$\frac{d\left(\frac{c_r}{c}\right)}{du} = 0,$$

d. h. die Geschwindigkeit ändert sich bei Vergrößerung der Windungszahl der Querwicklung nicht mehr, wenn

$$k = (1-u)^2$$

$$\frac{x_4}{x_{aq}} = u$$

ist, d. h. wenn die Streureaktanz der Querwicklung sich zur gesamten Magnetisierungsreaktanz des Erregerkreises verhält wie die Windungszahlen von Querwicklung und Rotor, oder da

$$J_3 x_{a,q} \simeq E_{3p} - E_4$$

ist, wenn

$$\frac{J_3 x_4}{E_{3p} - E_4} = \frac{E_4}{E_{3p}}$$

ist.

Weitere Abweichungen ergeben sich für die Leerlauf-tourenzahl durch die Oberfelder, die hier auch berücksichtigt werden müssen, da bei Einschaltung der Querwicklung das Querfeld deformiert wird, wenn Querwicklung und Rotorwindungen verschiedene Teile des Polbogens bedecken.

Das Korrektionsglied durch Oberfelder ist wieder wie in Kap. II und III

$$\sqrt{\sigma_2 \sigma_3},$$

worin

$$\sigma_2 = \frac{\pi}{2} f_2$$

$$\sigma_3 = \frac{\pi}{2} f_3 \text{ ist.}$$

Hierin kann sich nur  $\sigma_3$  ändern, wenn die Querwicklung eingeschaltet ist.

Ist z. B. die Statorhauptwicklung, wie es bei einphasigen Induktionsmotoren üblich ist, auf  $\frac{2}{3}$  der Polteilung verteilt, und wird die Querwicklung in dem übrigen Drittel untergebracht, so ist die MMK-Kurve der Querwicklung ein flaches Trapez, I (Fig. 30).

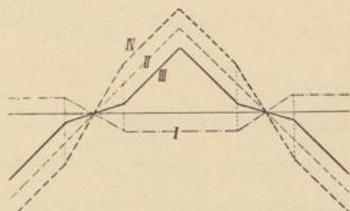


Fig. 30.

Ist die Querwicklung gegen den Rotor geschaltet, dessen MMK-Kurve durch das Dreieck II dargestellt ist, so bleibt eine resultierende MMK III übrig, die noch eine größere negative dritte Harmonische hat als die MMK-Kurve des Rotors allein, und dieses spitze Feld bedingt, wie in Kap. II gezeigt ist, eine Abweichung von der Grund-tourenzahl nach oben.

Ist die Querwicklung im Sinne des Rotors geschaltet, so nähert sich die MMK-Kurve IV mehr der Sinusform. Nun werden die Felder besonders bei Gegenschaltung durch die Sättigung abgeflacht, die richtige Feldform und damit die Wicklungsfaktoren können nur

durch Aufzeichnung der Feldkurve mittels der Magnetisierungskurve<sup>1)</sup> gefunden werden.

Es folgt hieraus, daß bei der erwähnten Verteilung der Querrwicklung das Korrektionsglied bei Gegenschaltung eine mit der Windungszahl wachsende Abweichung nach oben gegenüber der ohne Berücksichtigung der Oberfelder ermittelten Grundtourenzahl ergibt, bei Hilfsschaltung der Querrwicklung ist das Korrektionsglied dagegen klein.

#### 4. Die Kurzschlußströme.

Bei der Tourenregulierung wächst die Spannung am ganzen Rotor, je mehr man sich vom Synchronismus entfernt, und damit auch die Kurzschlußspannung der von den Arbeitsbürsten kurzgeschlossenen Windungen.

Da hierbei  $\Phi_1 \simeq \frac{c_r}{c} \Phi_3$  ist, schließt eine Bürste eine Spannung

$$\Delta e \simeq \frac{N}{2K} \frac{b_1 p}{\beta a} \pi \sqrt{2} c \Phi_3 \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] 10^{-8} \text{ Volt kurz.} \quad (24)$$

Bleibt die Klemmenspannung am Stator und damit  $\Phi_1$  bei der Regulierung konstant, so kann man setzen

$$\begin{aligned} \Delta e &\simeq \frac{N}{2K} \frac{b_1 p}{\beta a} \pi \sqrt{2} c \Phi_1 \frac{1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2}{\frac{c_r}{c}} 10^{-8} \text{ Volt} \quad (24a) \\ &= \text{konst.} \frac{1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2}{\frac{c_r}{c}}. \end{aligned}$$

Die Kurzschlußspannung wächst also bei konstanter Klemmenspannung schneller, wenn man um einen bestimmten Prozentsatz nach unten reguliert, als bei Regulierung im gleichen Maße nach oben. Würde man dagegen, wie es (S. 149) die Überlastungsfähigkeit verlangt, die Klemmenspannung mit der Tourenzahl steigern, d. h.  $\Phi_3$  konstant halten, so würde die Kurzschlußspannung bei Regulierung nach oben schneller steigen. Man wird daher bei der Regulierung nach oben von der Veränderung der Klemmenspannung absehen und erforderlichenfalls die Überlastungsfähigkeit durch Überkompensation steigern. Dagegen folgt

<sup>1)</sup> s. Wechselstromtechnik Bd. III v. E. Arnold S. 331/333.

auch, daß die Verminderung der Klemmenspannung für kleine Geschwindigkeiten vorteilhaft ist. Da man bei kleinen Geschwindigkeiten größere Kurzschlußströme zulassen kann, ehe die Bürsten feuern, wird man eine Regulierung im Verhältnis 1:2 (ohne Veränderung der Klemmenspannung) etwa von  $0,65 \frac{c_r}{c}$  bis  $1,3 \frac{c_r}{c}$  verlegen.

Dann verhalten sich die von den Hauptfeldern herrührenden EMKe  $\Delta e$  bei kleinster und größter Tourenzahl wie

$$\frac{1 - 0,65^2}{0,65} \quad \frac{1,3}{1 - 1,3^2} = \frac{1,66}{1}$$

Ferner ist noch zu berücksichtigen, daß sich zu diesen EMKen noch die Stromwendespannung rechtwinklig addiert, die bei Übersynchronismus viel größer ist als bei Untersynchronismus.

Abgesehen von der Begrenzung der Regulierfähigkeit durch Funkenbildung und von der Vergrößerung der Verluste haben die Kurzschlußströme durch ihre magnetische Rückwirkung einen Einfluß auf die Wirkungsweise der Maschine, der sich besonders in der Kompensation bemerkbar macht.

Die Kurzschlußströme bedingen, wie in Kap. II gezeigt ist, eine Vergrößerung der Wattkomponente des Erregerstromes

$$\mathfrak{S}_{3w} = \mathfrak{S}_{3p} (1 \pm u) g_{aq}$$

Zerlegt man, wie in Kap. II, S. 106, die Konduktanz  $g_{aq}$  in einen Teil  $g_{ei}$ , der den Eisenverlusten, und einen Teil

$$g_k \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right],$$

der den Kurzschlußströmen entspricht, so sind diese Konduktanzen bei gleichen Verlusten wieder im Verhältnis  $\frac{1}{(1 \pm u)^2}$  vergrößert. Bei Gegenschaltung ist also ein viel größerer Strom erforderlich, um eine bestimmte MMK der Kurzschlußströme zu kompensieren als bei der Hilfsschaltung. Bei Gegenschaltung äußert sich also die Rückwirkung stärker.

a) Leerlaufzustand. In der Gl. 18a des Erregerstromes enthält das Glied mit dem effektiven Widerstand  $r_{aq}$  die Kurzschlußströme. Es ist

$$r_{aq} = \frac{g_{ei} + g_k \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right]}{\left\{ g_{ei} + g_k \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] \right\}^2 + b_{aq}^2}$$

eine veränderliche Größe.

Die dem Rotor und der Querwicklung zugeführte Leistung ist nach Gl. 18a

$$kPJ_3 \cos \varphi_3 = J_3^2 \left\{ r_{aq} \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \frac{1}{1 \pm u} \right] + r_3 + r_4 + \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 (1 \pm u) r_2 \right\}.$$

Für die Grundtorenzahl

$$\frac{c_r}{c} = \sqrt{1 \pm u}$$

ist diese Leistung  $= J_3^2 [r_3 + r_4 + (1 \pm u)^2 r_2]$ .

Bei Gegenschaltung ist das letzte Glied  $(1 - u)^2 r_2$  sehr klein. Nun ist aber wegen der Streufelder der Strom erst bei einer höheren als der Grundtorenzahl in Phase mit der Klemmenspannung. Hierbei ist das erste Glied  $r_{aq} \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \frac{1}{1 - u} \right]$  negativ, und dies bedeutet, daß die Leistung, die dem Rotor und der Querwicklung zusammen zugeführt werden muß, kleiner ist als der Stromwärmeverlust und daß bei Phasengleichheit die Klemmenspannung kleiner ist, als dem Ohmschen Spannungsabfall entspricht.

Obwohl man also bei der Gegenschaltung für das gleiche Feld einen viel stärkeren Strom braucht, braucht die Erregerspannung nicht ebensoviel verstärkt zu werden. Ein Teil der Verluste wird mechanisch auf den Rotor übertragen. Dies rührt daher, daß das Drehmoment der Kurzschlußströme mit dem Feld in der Statorachse nicht mehr durch den Rotorstrom, der sie kompensiert, aufgehoben wird.

Denn der Rotorstrom, der die Kurzschlußströme kompensiert, kann mit diesem Feld nur ein Drehmoment bilden, insofern er die Rotorwindungen, nicht aber insofern er die Querwicklung durchfließt.

Die Größe des kompensierenden Stromes ist abhängig von der Gesamtzahl der Windungen von Rotor und Querwicklung, das Drehmoment nur von der MMK der Rotorwindungen allein, daher ist das Drehmoment des Rotorstromes im Verhältnis  $\frac{1}{1 \pm u}$  größer bzw. kleiner als das der Kurzschlußströme. Bei Untersynchronismus ist das Drehmoment der Kurzschlußströme motorisch, das des Rotorstromes im Verhältnis  $\frac{1}{1 - u}$  größer und generatorisch, es bleibt also ein generatorisches Moment übrig.

Bei Übersynchronismus ist das Drehmoment der Kurzschlußströme generatorisch, das entgegengerichtete des Rotors kleiner, es bleibt also auch ein generatorisches Moment, da der Rotor und die Querwicklung zusammen nicht den ganzen Verlust, der in den

kurzgeschlossenen Spulen auftritt, auf diese übertragen können, sondern nur einen Teil.

Bei der Grundtorenzahl wird bei Übersynchronismus eine Leistung

$$J_3^2 [r_3 + r_4 + (1 + u)^2 r_2]$$

dem Netz entnommen, die größer ist als der Stromwärmeverlust in Rotor und Querwicklung, weil  $(1 + u)^2$  groß wird. Trotz des kleineren Erregerstromes für ein bestimmtes Feld kann also die zugeführte Spannung nicht entsprechend verkleinert werden.

b) Kurzschlußzustand. Die Wirkung der Kurzschlußströme auf den Induktionsmotor, dessen Erregerbürsten über die Querwicklung geschlossen sind, ist ganz analog, wie man erkennt, wenn man den wattlosen Leerlaufstrom unter Berücksichtigung der Größe  $\epsilon$  in Gl. 22 und 23 in derselben Weise wie in Kap. III, Abschn. 3, S. 126 ermittelt. Es ergab sich dort, daß die Wattkomponente des Erregerstromes den wattlosen Strom in den Arbeitswindungen verkleinert, wenn im Erregerkreis eine Reaktanz vorhanden ist, die in den Arbeitswindungen nicht enthalten ist.

Die Verkleinerung wird hier

$$1 - \frac{g_e x_4}{b_e r_2}$$

Andererseits wird der wattlose Strom in den Arbeitswindungen vergrößert durch die Wirkung der Differenz der Widerstände in beiden Stromkreisen und zwar im Verhältnis  $1 + \frac{r_3 + r_4 - r_2}{r_2}$ .

Bei Gegenschaltung hat man bei dem starken Quersfeld und Erregerstrom eine große Stromdichte an den Erregerbürsten und daher einen kleinen Widerstand  $r_3$ , so daß  $r_3 + r_4 - r_2$  unter Umständen Null oder sehr klein werden kann. Ist  $x_4$  groß, so überwiegt die Verkleinerung nach Maßgabe von  $1 - \frac{g_e x_4}{b_e r_2}$  und bei starken Kurzschlußströmen ( $g_e$ ) kann die Verkleinerung des wattlosen Leerlaufstromes bei Gegenschaltung so groß werden, daß er kleiner wird als er ohne Querwicklung ist, obwohl der Erregerstrom des Quersfeldes viel größer ist.

Diese Wirkung hängt nun sehr von der Temperatur ab, da bei steigender Temperatur die Kurzschlußströme zunehmen. Es konnte in einem Falle bei gegengeschalteter Querwicklung beobachtet werden, daß der Motor, nachdem er längere Zeit gelaufen war, und der Kommutator sich erhitzt hatte, bei Leerlauf nahezu kompensiert war, obwohl der Erregerstromkreis kurzgeschlossen war.

Bei Übersynchronismus werden die Kurzschlußströme durch Rotation im Statorfeld erzeugt, und ihre Phase gegenüber dem Querfeld ist umgekehrt wie bei Untersynchronismus, wie in Kap. II gezeigt ist. Dann ist  $g_e$  negativ und an Stelle einer Verkleinerung des wattlosen Leerlaufstromes erhalten wir nun eine Vergrößerung im Verhältnis

$$1 + \frac{g_e}{b_e} \frac{x_4}{r_2}.$$

Hierzu tritt nun die Vergrößerung durch die Widerstände, weil der Erregerstrom des Querfeldes bei Hilfsschaltung sehr klein ist, die Stromdichte gering und  $r_3$  groß.

Daher wird der wattlose Leerlaufstrom vergrößert. Es folgt hieraus, daß die Erregerspannung des Nebenschlußmotors bei der Tourenregulierung nicht viel geändert zu werden braucht, obwohl bei kleinen Geschwindigkeiten der Erregerstrom viel größer wird als bei hohen (s. S. 149).

Zusammenfassend ist die Wirkung der Kurzschlußströme bei Untersynchronismus eine Verbesserung des Leistungsfaktors, bei Übersynchronismus eine Verschlechterung, und sie entspricht hierin ganz der Rückwirkung der Kurzschlußströme bei einem Repulsionsmotor.

## VII. Untersuchung der Tourenregelung.

1. Leerlauftourenzahl. — 2. Leerlaufströme und Leerlaufverluste. — 3. Regulierungskurven bei Belastung.

Der in Kapitel V beschriebene Motor besitzt eine Querwicklung von 24 Windungen, die in die 12 freigebliebenen Statornuten (3 pro Pol) verteilt ist und mehrere Abzweigstellen besitzt. Er wurde hiermit in verschiedenen Schaltungen untersucht.

### 1. Leerlauftourenzahl.

Es möge zunächst die wirkliche Leerlauftourenzahl verglichen werden mit der Grundtourenzahl, die sich ohne Berücksichtigung der Streufelder und Oberfelder ergibt, also unter Zugrundelegung der Wicklungsfaktoren für sinusförmige Felder.

Die Rotorwindungszahl im Erregerkreis ist bei der Dreibürstenschaltung nach Fig. 21 für ein sinusförmiges Feld

$$w_3 f_3 = \frac{K}{2a} \frac{2}{\pi} \cos^2 \varrho \frac{\pi}{4},$$

worin  $\varrho\pi$  der von den Arbeitsbürsten eingeschlossene Winkel ist.

Hier ist

$$K = 143 \quad a = 1 \quad \varrho = \frac{3}{4},$$

daher

$$w_3 f_3 = \frac{143}{2} \frac{2}{\pi} \cos^2 33^\circ 45' = 31.$$

Da die Querwicklung in 3 von 11 Nuten pro Pol verteilt ist, wird

$$f_4 = \frac{2}{\pi} \frac{\sin \frac{3}{11} \frac{\pi}{2}}{\frac{3}{11}} = 0,97.$$

Untersucht wurden Schaltungen mit

$$w_4 = +20, \quad +16, \quad +12, \quad +6 \text{ Windungen.}$$

In der folgenden Tabelle sind die berechneten und gemessenen Leerlaufourenzahlen zusammengestellt.

$w_4$	$u$	$\sqrt{1+u}$	$\frac{c_r}{c}$ gemessen	Abweichungen in ‰
+24	0,75	1,32	1,325	+ 0,38 ‰
+20	0,625	1,273	1,273	0
+16	0,50	1,224	1,23	+ 0,49 ‰
+12	0,375	1,17	1,175	+ 0,43 ‰
+ 6	0,187	1,089	1,1	+ 1 ‰
- 6	0,187	0,901	0,926	+ 2,78 ‰
-12	0,375	0,79	0,845	+ 6,9 ‰
-16	0,50	0,707	0,805	+ 13,8 ‰

Bei Übersynchronismus sind die Abweichungen verschwindend. Eine nähere Untersuchung zeigt, daß bei der Feldform der Dreibürstenschaltung die Wirkungen der Streufelder und Oberfelder sich zum Teil aufheben. Dagegen wird die Abweichung bei Gegen-schaltung ziemlich groß, um so mehr, je mehr Windungen gegen-geschaltet sind. Da hier die Querwicklung nur in ganz wenigen Nuten verteilt ist, sind die Streufelder ziemlich groß und die Feld-deformation ist ähnlich wie in Fig. 30 III. Eine stärkere Gegen-schaltung war daher kaum noch wirksam.

## 2. Leerlaufströme und Leerlaufverluste.

In Fig. 31 stellt *I* die gesamten Leerlaufverluste  $W_0$ , *II* die Er-regerströme des Rotors  $J_r$ , *III* die Leerlaufströme des Stators  $J_0$  als Funktion der Geschwindigkeit  $\frac{c_r}{c}$  dar.

Die Spannung am Erregerstromkreis war 4 Volt, und es zeigte sich, daß die Maschine hiermit bei Belastung nahezu bei allen Geschwindigkeiten kompensiert war. Nur bei der höchsten Tourenzahl betrug die Erregerspannung 6 Volt; die Punkte für den Stator

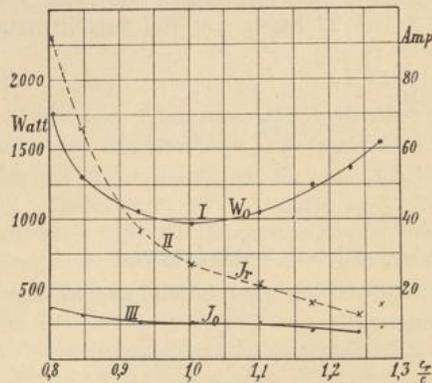


Fig. 31.

und Rotorstrom zeigen dies. Die Statorspannung war konstant 200 Volt. Die Rotorerregerströme nehmen von Synchronismus anfangend nahezu mit der dritten Potenz der Geschwindigkeit bei Übersynchronismus ab, solange die Erregerspannung konstant ist, bei Untersynchronismus nehmen sie dagegen viel schneller zu, was nicht nur auf die Sättigung, sondern auch auf die Felddeformation zurückzuführen ist. Daher erklärt sich auch der sehr schnell ansteigende Leerlaufverlust bei Untersynchronismus. Die Verteilung der Querswicklung in wenigen Nuten ist daher auch für die Verluste ungünstig.<sup>1)</sup>

### 3. Regulierungskurven bei Belastung.

Fig. 32 zeigt die Regulierungskurven bei Belastung, die Tourenzahlen sind als Funktion des Drehmomentes aufgetragen. Die eingetragenen Zahlen bezeichnen die Windungszahlen der Querswicklung, und zwar lief der Motor bei allen hier untersuchten Belastungen funkenfrei, abgesehen von der höchsten Stufe +20, wo bei mehr als normalem Drehmoment, 3,9 mkg, die Funkenbildung schon stark wurde und auch beim vollen Drehmoment schon bemerkbar war. Bei der in der Tabelle S. 157 erwähnten Stufe +24 funkte der Motor schon bei Leerlauf ( $n \cong 2000$ ), sie ist daher hier wie in Fig. 31 ausgeschieden. Die Kurzschlußspannung war dabei  $A_e \cong 4,8$  Volt, die Kommutatorgeschwindigkeit  $v_k \cong 20$  m/sec.

<sup>1)</sup> Auf die Mittel, welche die Erfinder der Querswicklung, E. Arnold und J. L. La Cour angegeben haben, um diese Nachteile zu beseitigen, kann hier noch nicht eingegangen werden, da Versuche hierüber z. Z. noch nicht vorliegen.

Der Tourenabfall von Leerlauf bis Vollast ist sehr gering, er steigt aber bei Übersynchronismus. Bei den kleinsten Tourenzahlen ist er  $1,9\%$ , bei Synchronismus  $2,2\%$  und am größten bei  $+16$   $3,1\%$ . Bei  $+20$  ist er wiederum nur  $1,9\%$ , weil die Erregerspannung am Rotor hierbei auf 6 Volt verstärkt wurde.

Es ist hieraus ersichtlich, daß die Überlastungsfähigkeit durch Verstärkung der Erregung bei Übersynchronismus leicht vergrößert werden kann. Bei kleinen Geschwindigkeiten kann die Klemmenspannung ohne Nachteil für die Überlastungsfähigkeit herabgesetzt werden, um die durch die starke Sättigung entstehenden Verluste zu vermindern.

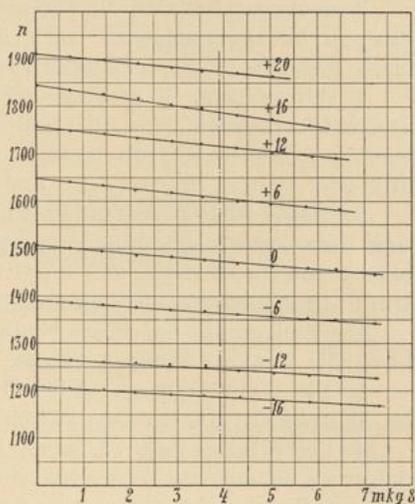


Fig. 32.

Fig. 33a bis c stellen die durch Bremsung erhaltenen Ströme, Wirkungsgrade und Leistungsfaktoren als Funktion der Tourenzahl

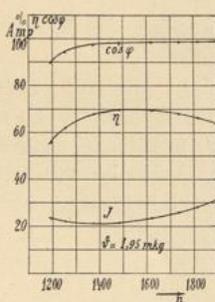


Fig. 33 a.

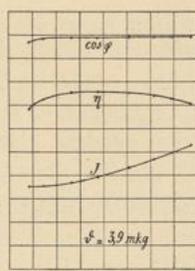


Fig. 33 b.

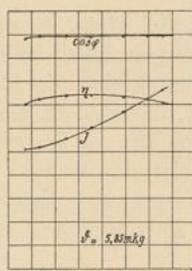


Fig. 33 c.

dar, und zwar bezieht sich Fig. 33a auf das halbe normale Drehmoment, Fig. 33b auf das volle und Fig. 33c auf das  $1\frac{1}{2}$  fache Drehmoment bei konstanter Klemmenspannung.

### VIII. Zusammenfassung.

Zusammengefaßt sind die Eigenschaften eines regulierbaren einphasigen Nebenschlußmotors nach dem System Arnold-la Cour durch folgende Punkte charakterisiert:

1. Abstufung. Jede Stufe der Querwicklung ergibt zwei Geschwindigkeitsstufen, eine oberhalb, eine unterhalb Synchronismus; beliebig feine Abstufungen lassen sich durch einen Induktionsregulator oder mittels Drosselspulen erzielen.

2. Begrenzung der Regelungsfähigkeit. Die Verminderung der Geschwindigkeit ist begrenzt durch die Wirkung von Streufeldern und Oberfeldern, und die Grenze hängt daher von der konstruktiven Anordnung der Querwicklung ab.

Die Steigerung der Geschwindigkeit ist im allgemeinen nur durch die Funkenbildung begrenzt.

3. Die Überlastungsfähigkeit kann bei allen Stufen groß, der Tourenabfall von Leerlauf bis Vollast klein gehalten werden.

4. Der Wirkungsgrad ist wie bei allen Kommutatormaschinen kleiner als bei anderen Wechselstrommaschinen, er nimmt bei kleinen Geschwindigkeiten ab durch große Sättigung, bei hohen durch Kommutationsverluste. Bei kleiner Geschwindigkeit kann er durch Verminderung der Klemmenspannung verbessert werden, bei großer nur durch Mittel zur Verbesserung der Kommutation.

5. Der Leistungsfaktor ist bei allen Stufen in der Nähe von 1.

6. Bei allen Tourenstufen kann die Maschine als Motor oder Generator arbeiten.

Wenngleich die Maschine somit noch nicht alle Anforderungen erfüllt, die man an einen regulierbaren Gleichstrommotor zu stellen gewohnt ist, so ist sie die einzige bisher praktisch ausgeführte Wechselstrommaschine mit gleichbleibender, beliebig fein einstellbarer Geschwindigkeit und dürfte daher für viele Zwecke ein wertvoller Antriebsmotor sein.