

# **Badische Landesbibliothek Karlsruhe**

## **Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe**

III. Kurzschluszustand

[urn:nbn:de:bsz:31-285100](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-285100)

Sind die Reaktanzen  $Jx = 0$ , so erscheinen die höheren Harmonischen  $\Sigma e_n$  als eine Reaktanzspannung, so daß sich  $\cos \varphi = 1$  am Wattmeter meist nicht ergibt. Sobald eine andere Reaktanz im Stromkreis vorhanden ist, wird ihr Einfluß gering, weil sie sich nach obiger Gleichung quadratisch addieren.

### III. Kurzschlußzustand.

1. Grundgleichungen. — 2. Das Stromdiagramm. — 3. Der Leerlaufstrom und die Leerlauf Tourenzahl.

#### 1. Grundgleichungen.

Der Kurzschlußzustand ist in Fig. 12 dargestellt. Der Stator ist an das Netz angeschlossen, und sowohl die Arbeitsbürsten als die Erregerbürsten sind widerstandslos verbunden.

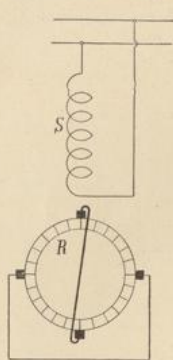


Fig. 12.

Die Maschine stellt jetzt einen einphasigen Induktionsmotor dar, dessen Rotor mittels Kommutator und Bürsten kurzgeschlossen ist, und verhält sich ähnlich wie ein gewöhnlicher Induktionsmotor.

Das Wechselfeld in der Achse der Statorwicklung ist jetzt vom Stator erregt, es werde mit  $\Phi_1$  bezeichnet, während das Querfeld  $\Phi_3$  bei der Rotation der Erregerwindungen im Statorfeld entsteht.

Da die beiden Felder in den Erregerwindungen EMKE induzieren, die sich abgesehen vom Spannungsabfall des Erregerstromes aufheben, ist in erster Annäherung wieder die Beziehung zwischen den beiden Feldern ähnlich wie in Kapitel II

$$\Phi_3 \simeq \frac{c_r}{c} \Phi_1,$$

und  $\Phi_3$  ist um  $90^\circ$  in der Phase gegen  $\Phi_1$  verzögert, so daß wieder ein unsymmetrisches Drehfeld entsteht.

Der Strom  $J_2$  in den Arbeitswindungen entsteht durch die beiden von den Hauptfeldern induzierten EMKe

$$E_{2p} = 2\sqrt{2} cw_2 \Phi_1$$

und

$$E_{2r} = 2\sqrt{2} c_r w_2 \Phi_3.$$

Ist  $\frac{c_r}{c} < 1$ , so ist  $\Phi_3 < \Phi_1$  und  $E_{2r} < E_{2p}$ . Die vom Statorfeld induzierte EMK  $E_{2p}$  erzeugt also den Strom, während das Quer-

feld eine dem Strom entgegengerichtete EMK induziert, entsprechend einer motorischen Leistung

$$E_{2r} J_2 \cos(E_{2r} J_2),$$

wobei vom Stator die Leistung

$$E_{2p} J_2 \cos(E_{2p} J_2)$$

durch Induktion auf den Rotor übertragen wird.

Ist dagegen  $\frac{c_r}{c} > 1$ , so ist  $E_{2r} > E_{2p}$ , der Rotorstrom wird durch Drehung im Querfeld erzeugt, und  $E_{2p}$  ist dem Strom entgegengerichtet. Daher ist jetzt

$$E_{2r} J_2 \cos(E_{2r} J_2)$$

eine dem Rotor mechanisch zugeführte Leistung und

$$E_{2p} J_2 \cos(E_{2p} J_2)$$

die auf den Stator vom Rotor übertragene Leistung, von der der Stator einen Teil an das Netz zurückgibt.

Bei Untersynchronismus ist die Maschine ein Motor, bei Übersynchronismus ein Generator, wie jeder einphasige Induktionsmotor.

Mit denselben Bezeichnungen wie früher ist die Gleichung für die Erregerwindungen

$$\mathfrak{E}_{3r} - \mathfrak{I}_2 x_N \frac{c_r}{c} = \mathfrak{E}_{3p} + \mathfrak{I}_3 \mathfrak{Z}_3 \dots \dots (7)$$

worin wieder

$$\mathfrak{E}_{3p} = \mathfrak{I}_3 \mathfrak{Z}_a$$

ist. Für die Arbeitswindungen ist:

$$\mathfrak{E}_{2p} + \mathfrak{E}_{2r} + \mathfrak{I}_3 x_N \frac{c_r}{c} = \mathfrak{I}_2 \mathfrak{Z}_2 \dots \dots (8)$$

Hierin ist wieder

$$\mathfrak{E}_{3r} = j \frac{c_r}{c} \mathfrak{E}_{2p}$$

$$\mathfrak{E}_{2r} = j \frac{c_r}{c} \mathfrak{E}_{3p}.$$

Aus Gl. 7 wird

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}_{2r} &= j \frac{c_r}{c} \mathfrak{E}_{3p} = j \frac{c_r}{c} \mathfrak{E}_{3r} - j \mathfrak{I}_2 x_N \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 - j \frac{c_r}{c} \mathfrak{I}_3 \mathfrak{Z}_3 \\ &= -\left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \mathfrak{E}_{2p} - j \mathfrak{I}_2 x_N \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 - j \frac{c_r}{c} \mathfrak{I}_3 \mathfrak{Z}_3 \end{aligned}$$

und in Gl. 8 eingeführt

$$\mathfrak{E}_{2p} \left[ 1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \right] = \mathfrak{I}_2 \left\{ r_2 - j \left[ x_2 - x_N \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \right] \right\} + j \frac{c_r}{c} \mathfrak{I}_3 (\mathfrak{Z}_3 - j x_N) \quad (8a)$$

worin durch Umformung von Gl. 7

$$\mathfrak{Z}_3 = j \frac{c_r \mathfrak{E}_{2p} + j \mathfrak{Z}_2 x_N}{\mathfrak{Z}_a + \mathfrak{Z}_3} \dots \dots \dots (7a)$$

ist.

$E_{2p}$  ist auf gleiche Windungszahl reduziert gleich der Stator-EMK  $E_1$

$$E_{2p} = E_1 \frac{w_2 f_2}{w_1 f_1}$$

Zur Kompensation des Rotorstromes  $J_2$  nimmt der Stator einen Strom  $J_2' = J_2 \frac{w_2 f_2}{w_1 f_1}$  auf.

Auf den Stator reduziert ist daher Gl. 8a

$$\mathfrak{E}_1 \left[ 1 - \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] = \mathfrak{Z}_2' \left\{ r_2' - j \left[ x_2' - x_N' \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \right] \right\} - j \frac{c_r}{c} \mathfrak{Z}_3' (\mathfrak{Z}_3' - j x_N') \quad (9)$$

und 7a

$$\mathfrak{Z}_3' = j \frac{c_r \mathfrak{E}_1 + j J_2' x_N'}{\mathfrak{Z}_a' + \mathfrak{Z}_3'} \dots \dots \dots (10)$$

worin alle Widerstände und Reaktanzen durch Multiplikation mit  $\left( \frac{w_1 f_1}{w_2 f_2} \right)^2$  auf die Statorwicklung reduziert sind.

In den Gl. 8a und 9 erscheint der Rotorstrom  $J_2$  aus zwei Teilen zusammengesetzt. Vernachlässigt man zunächst das zweite Glied rechts, das vom Spannungsabfall des Erregerstromes herrührt, so würde der Rotorstrom in den Arbeitswindungen mit dem Quadrat der Geschwindigkeit verschwinden und für  $\frac{c_r}{c} = 1$  Null sein, wobei seine Reaktanz durch die Kommutation zum Teil aufgehoben wird, so daß er in der Nähe von Synchronismus nahezu in Phase mit  $E_1$  ist. Wenn der Rotorstrom  $J_2$  bei Synchronismus verschwinden soll, müßte aber das Drehfeld genau symmetrisch sein, es könnte dann auch kein Strom in den Erregerwindungen bestehen. Durch den Spannungsabfall in den Erregerwindungen wird aber das Querfeld verkleinert und in der Phase etwas verschoben, und es tritt eine zweite Komponente des Stromes in den Arbeitswindungen hinzu, die dem Erregerstrom  $J_3$  und der Geschwindigkeit proportional ist und um  $90^\circ$  gegen letzteren in der Phase verschoben ist.

Bei Synchronismus bleibt die zweite Komponente allein übrig, und es ist nach Gl. 8a für  $\frac{c_r}{c} = 1$

$$\mathfrak{Z}_2 = -j \mathfrak{Z}_3 \frac{r_3 - j(x_3 - x_N)}{r_2 - j(x_2 - x_N)} = -j \mathfrak{Z}_3.$$

Den ersten Teil des Stromes, der hauptsächlich ein Wattstrom ist, kann man als den eigentlichen Arbeitsstrom des Rotors bezeichnen, den zweiten Teil, der nahezu wattlos ist, als den Leerlaufstrom des Rotors.

Die Gleichungen enthalten als Spezialfall den gewöhnlichen einphasigen Induktionsmotor mit Kurzschlußanker, zu dem man gelangt, wenn man sich die Bürsten immer breiter gemacht denkt, bis sie den ganzen Umfang des Kommutators bedecken. Dann kann man die Bürsten mitrotieren lassen, ohne an den Verhältnissen etwas zu ändern.

Die lokale Kommutierung, die bisher nur an einzelnen Windungen und plötzlich an bestimmten Stellen der Wicklung stattfand, geht dann über in eine solche, die sich in allen Windungen aber dabei langsam während der ganzen Umdrehung vollzieht, wobei die Periodenzahl des Rotorstromes sich ändert.

Die Änderung des Nutenfeldes bei der Kommutation erfolgt also am ganzen Umfang und allmählich, entsprechend der Periodenzahl des Rotorstromes, und  $x_N$  wird identisch mit  $x_2$ .

Dann sind die Gleichungen identisch mit denen, die für den einphasigen Induktionsmotor mit Kurzschlußanker unter Berücksichtigung der Änderung der Periodenzahl des Rotorstromes abgeleitet sind.<sup>1)</sup>

Der Unterschied zwischen beiden Maschinen liegt also wesentlich in den Reaktanzen. Beim Kurzschlußanker ändert sich die Periodenzahl des Rotorstromes mit der Geschwindigkeit und daher die Reaktanzen. Im Kommutatoranker bleibt die Periodenzahl des Stromes konstant, die Vorgänge bei der Kommutation wirken aber ähnlich wie eine Änderung der Reaktanz.

Der Unterschied läßt sich aus dem Verlauf des Stromdiagrammes zeigen, das wieder mittels eines Ersatzstromkreises abgeleitet werden möge.

Zerlegt man in Gl. 9  $x_2' - x_N' \left(\frac{c_r}{c}\right)^2$  in

$$(x_2' - x_N') + x_N' \left[1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2\right]$$

und setzt für  $J_3'$  den Wert aus Gl. 10 ein, so läßt sich Gl. 9 umformen in

$$[\mathfrak{G}_1 + j\mathfrak{S}_2' x_N'] \left[1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 + \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \frac{r_3' - j(x_3' - x_N')}{\mathfrak{Z}_a + \mathfrak{Z}_3'}\right] = \mathfrak{S}_2' [r_2' - j(x_2' - x_N')]$$

<sup>1)</sup> Wechselstromtechnik, Bd. V, 1.

$$\mathfrak{Z}_1 = \mathfrak{Z}_2' \left[ -jx_N' + \frac{1}{\frac{1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2}{r_2' - j(x_2' - x_N')} + \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \mathfrak{Y}_e'} \right]. \quad (11)$$

worin zur Abkürzung  $\mathfrak{Y}_e' = \frac{1}{\mathfrak{Z}_a + \mathfrak{Z}_3'}$  gesetzt ist, da bei vollständiger Symmetrie  $\frac{r_3' - j(x_3' - x_N')}{r_2' - j(x_2' - x_N')} = 1$  ist.

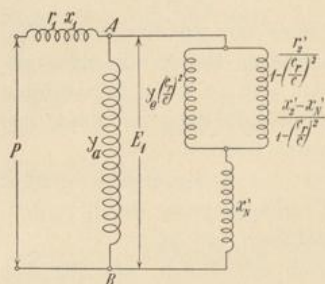


Fig. 13.

Der Arbeitsstrom des Rotors läßt sich also durch eine feste Wicklung ersetzen, in der die EMK  $E_1$  wirkt und deren Impedanz, wie in Fig. 13 gezeigt ist, aus der Hintereinanderschaltung der Reaktanz  $x_N'$  mit den parallel geschalteten Admittanzen

$$\frac{1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2}{r_2' - j(x_2' - x_N')} \quad \text{und} \quad \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \mathfrak{Y}_e'$$

erhalten wird.

Durch die Erregeradmittanz  $\mathfrak{Y}_a$  und die Impedanz  $\mathfrak{Z}_1 = r_1 - jx_1$  der Statorwicklung vervollständigt sich der Ersatzstromkreis in bekannter Weise, wie Fig. 13 zeigt.

## 2. Das Stromdiagramm.

Das Stromdiagramm werde aus dem Ersatzstromkreis wieder durch Inversion abgeleitet.

Es sei in Fig. 14

$$\overline{O'A} = r_2'$$

$$\overline{O'B} = (x_2' - x_N'),$$

daher ist

$$\overline{O'P'_k} = r_2' - j(x_2' - x_N').$$

Ist ferner

$$\overline{O'D} = x_a' + x_3'$$

$$\overline{DP'_a} = r_a' + r_3',$$

so wird

$$\overline{O'P'_a} = \mathfrak{Z}_a' + \mathfrak{Z}_3' = \frac{1}{\mathfrak{Y}_e'}.$$

Q sei der inverse Punkt zu  $P'_k$  und S zu  $P'_a$ , so ist

$$\overline{O'Q} = \frac{1}{r'_2 - j(x'_2 - x'_N)}$$

die Admittanz bei Stillstand,

$$\overline{O'S} = \mathcal{Y}'_e$$

die Admittanz bei Synchronismus.

Teilt man  $\overline{O'Q}$  durch einen Punkt F, so daß

$$\overline{FQ} = \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \overline{O'Q}$$

und

$$\overline{O'F} = \left[1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2\right] \overline{O'Q}$$

ist, so stellt  $\overline{O'F}$  die Admittanz

$$\frac{1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2}{r'_2 - j(x'_2 - x'_N)}$$

dar.

Aus dem Parallelogramm  $GFO'C$  ist ersichtlich, daß

$$\overline{GF} = \overline{O'C} = \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \overline{O'S} = \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \mathcal{Y}'_e$$

ist, daher ist  $\overline{O'G}$  die resultierende Admittanz aus den parallel geschalteten Admittanzen

$$\frac{1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2}{r'_2 - j(x'_2 - x'_N)}$$

und

$$\mathcal{Y}'_e \left(\frac{c_r}{c}\right)^2,$$

und es ist auch

$$\frac{\overline{QG}}{\overline{QS}} = \left(\frac{c_r}{c}\right)^2.$$

Verändert sich die Geschwindigkeit, so bewegt sich der Admittanzvektor  $\overline{O'G}$  auf der Geraden  $\overline{QS}$ , bei Stillstand fällt er mit  $\overline{O'Q}$ , bei Synchronismus mit  $\overline{O'S}$  zusammen, der Geschwindigkeit

S\*

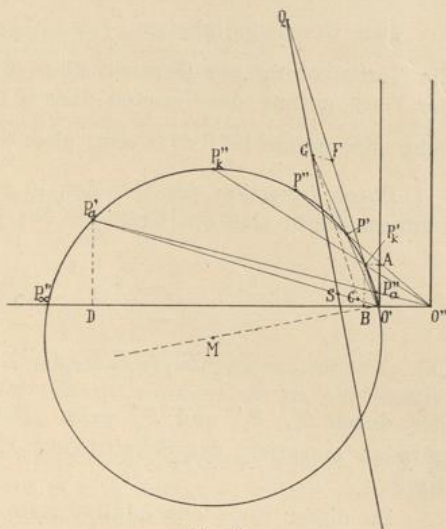


Fig. 14.

$\frac{c_r}{c} = \infty$  entspricht der unendlich ferne Punkt der Geraden  $\overline{QS}$ , die als Admittanzgerade bezeichnet werde. Sie ist wieder, wie gezeigt, der Geschwindigkeitsmaßstab, der auch hier quadratisch ist.

Den Geschwindigkeiten  $\frac{c_r}{c} > 1$  (Übersynchronismus) entspricht die Verlängerung der Geraden über  $S$  hinaus, dagegen entspricht der Verlängerung der Geraden über  $Q$  hinaus kein Betriebszustand, denn hier müßte  $\left(\frac{c_r}{c}\right)^2 < 0$  sein, also  $\frac{c_r}{c}$  imaginär werden.

Durch Inversion der Geraden in bezug auf  $O'$  als Inversionszentrum ergibt sich ein Kreis als Ort der Impedanz

$$\frac{1}{r_2' - j(x_2' - x_N') + \mathfrak{Y}_c' \left(\frac{c_r}{c}\right)^2},$$

der durch  $O'$ ,  $P_k'$  und  $P_a'$  geht. Dem Punkt  $G$  der Admittanzgeraden entspricht der Schnittpunkt  $P'$  des Strahles  $\overline{O'G}$  mit dem Kreis.

Zu dieser Impedanz addiert man die Reaktanz  $x_N$  durch Verschieben des Koordinatenanfangspunktes auf der Abszissenachse um  $\overline{O'O''} = x_N$ .

Die Strahlen  $\overline{O''P'}$  nach dem Kreis stellen also die gesamte äquivalente Impedanz des Rotors dar, und durch Inversion in bezug auf  $O''$  ergibt sich als Ort der äquivalenten Rotoradmittanz ein Kreis.

In der Fig. 14 ist die Inversionspotenz so gewählt, daß der Kreis bei der Inversion derselbe bleibt.

Der Impedanz  $\overline{O''P'}$  entspricht die Admittanz  $\overline{O''P''}$ . Sie stellt im Strommaßstab den Rotorstrom bei konstanter EMK  $E_1$  oder bei konstantem Statorfeld  $\Phi_1$  dar.

$\overline{O''P_k''}$  ist der Strom bei Stillstand,

$\overline{O''P_a''}$  bei Synchronismus,

$\overline{O''P''_\infty}$  für  $\frac{c_r}{c} = \infty$ .

Es ist schon hier von Interesse, den Einfluß von  $x_N$  auf die Lage und Größe des Kreises zu untersuchen, die durch den Radius  $R$  und die Abszisse  $\nu$  und die Ordinate  $\mu$  des Mittelpunktes gegeben sind.



Es ergibt sich z. B. aus der Gleichung des Kreises.

$$R = \frac{r_2[(r_a + r_3)^2 + (x_a + x_3 + x_N)^2 + x_N^2] - (r_a + r_3)(r_2^2 + x_2^2 + x_N^2) - 2x_N\{r_2[(r_a + r_3)^2 + (x_a + x_3 + x_N)^2] - (r_a + r_3)(r_2^2 + x_2^2) - \frac{2x_N[r_2(x_a + x_3 + x_N) - (r_a + r_3)x_2]}{x_N[r_2(x_a + x_3 + x_N) - x_2(r_a + r_3)]}\}}{N}$$

$$\nu = \frac{r_2[(r_a + r_3)^2 + (x_a + x_3 + x_N)^2 - x_N^2] - (r_a + r_3)(r_2^2 + x_2^2 - x_N^2)}{N}$$

$$\mu = \frac{(x_a + x_3 + x_N)(r_2^2 + x_2^2 - x_N^2) + x_N[(r_a + r_3)^2 + (x_a + x_3)^2 - (r_2^2 + x_2^2)] - [(x_a + x_3 + x_N)^2 - x_N^2]x_2}{N}$$

Der Radius  $R$  ist nahezu umgekehrt proportional mit  $x_N$ . Die Ordinate  $\mu$  kann positiv oder negativ werden, sie ist nur positiv, wenn  $x_N$  groß und  $x_a$  klein ist.

Ist  $x_N = 0$ , so geht der Kreis in die Gerade  $\overline{QS}$  über, d. h. es wird  $R = \infty$ . Für  $x_N = r_2$  ergibt sich der gewöhnliche einphasige Induktionsmotor, bei dem  $\mu$  stets positiv ist.

Die Vervollständigung des Diagramms durch Addition der konstanten Admittanz  $\mathfrak{Y}_a$  und der Statorimpedanz  $\mathfrak{Z}_1$  bietet nun nichts Neues weiter, das endgültige Diagramm ist wieder ein Kreis  $Y_k$  Fig. 15, das die Statorströme nach Größe und Phase bei konstanter Klemmenspannung  $P$  darstellt.  $\overline{OP}_a$  ist der Strom bei Synchronismus,  $\overline{OP}_k$  bei Stillstand,  $\overline{OP}_x$  für  $\frac{c_r}{c} = \infty$ .

Um die Geschwindigkeit für einen beliebigen Strom darzustellen, berücksichtigen wir, daß in dem ursprünglichen Impedanzdiagramm Fig. 14 der Abschnitt  $\overline{QS}$  einer Parallelen zur Tangente im Punkte  $O'$ , der der Geschwindigkeit  $\frac{c_r}{c} = \infty$  entsprach, zwischen den festen Strahlen von  $O'$  nach  $P'_k$  für  $\frac{c_r}{c} = 0$  und nach  $P'_a$  für  $\frac{c_r}{c} = 1$  durch einen beliebigen Strahl  $\overline{O'P'}$  im Verhältnis  $\frac{\overline{O'G}}{\overline{O'S}} = \left(\frac{c_r}{c}\right)^2$  geteilt wurde.

Da bei der Inversion die Bogenstücke des Kreises zwischen den Punkten  $P_k$ ,  $P_a$  und  $P_x$  stets Punkt für Punkt denselben Geschwindigkeiten entsprechen, gilt dasselbe Strahlenbündel auch für den endgültigen Kreis Fig. 15.

Es teilt also der Strahl  $\overline{P_x P}$  den Abschnitt  $\overline{QS}$  der Parallelen zur Tangente in  $P_x$ , zwischen den Strahlen  $\overline{P_x P_k}$  und  $\overline{P_x P_a}$  im Verhältnis  $\frac{QV}{QS} = \left(\frac{c_r}{c}\right)^2$ .

In dieses Diagramm lassen sich genau wie in das Diagramm des einphasigen Induktionsmotors<sup>1)</sup> Leistungs- und Verlustlinien eintragen, und es kann hierauf verwiesen werden. Der Unterschied von jenem liegt nur in der Größe des Radius und der Lage des

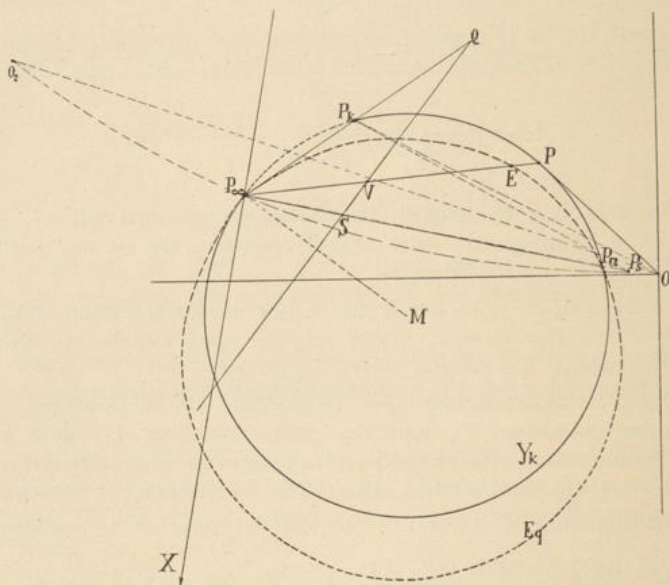


Fig. 15.

Mittelpunktes, die, wie schon erwähnt, von  $x_N$  abhängen. Da die Formeln sehr unübersichtlich werden, läßt es sich einfacher am Diagramm wie folgt zeigen. Der Punkt  $P_k$  ist ganz unabhängig von  $x_N$ ,  $P_a$  ist nur in sehr geringen Maße,  $P_x$  dagegen stark davon abhängig. Ist  $x_N = 0$ , so folgt aus Fig. 13, daß für  $\frac{c_r}{c} = \infty$  der Strom nur durch die Impedanz der Statorwicklung begrenzt ist. Er hat also eine Konduktanz  $\frac{r_1}{z_1^2}$  und eine Suszeptanz  $\frac{x_1}{z_1^2}$ . In Fig. 15 stellt  $\overline{OO_2}$  den entsprechenden Strom dar. Ist  $x_N = \infty$ , so liegt  $P_x$  in  $P_s$  und es ist  $\overline{OP_s}$  der Statorstrom bei offenem Rotor.

<sup>1)</sup> s. Wechselstromtechnik, Bd. V, 1.

Sind alle übrigen Konstanten der Maschine unverändert und  $x_N$  veränderlich, so bewegt sich, wie leicht zu zeigen ist,  $P_\infty$  auf einem Kreisbogen durch  $O_2$  und  $P_s$ , dessen Mittelpunkt auf der Ordinate in  $P_s$  liegt. Je kleiner  $x_N$  ist, um so mehr rückt  $P_\infty$  an  $O_2$  heran, um so größer ist der Kreisradius, und um so größer die negative Ordinate des Mittelpunktes; um so kleiner wird die Leistung als Motor, um so größer die Leistung als Generator. Je größer andererseits  $x_N$  ist, um so mehr rückt  $P_\infty$  nach rechts, um so kleiner wird der Kreis, um so höher rückt der Mittelpunkt.

Die Lage des Arbeitskreises hängt also sehr von der gegenseitigen Beeinflussung der beiden Rotorstromkreise bei der Kommutation ab, und da  $x_N$  sich nicht voraus berechnen läßt und experimentell nicht getrennt ermittelt werden kann, kann das Diagramm überhaupt nicht wie bei dem gewöhnlichen Induktionsmotor in einfacher Weise aus Leerlauf- und Kurzschlußversuch bestimmt werden.

Das sehr abweichende Verhalten verschiedener Motoren kann außer durch die punktweise Aufnahme des Stromdiagramms auch durch den Verlauf des Querfeldes gezeigt werden.

Das Querfeld läßt sich im Stromdiagramm wie folgt ermitteln.

Die vom Querfeld induzierte EMK war

$$\mathcal{E}'_3 = \mathfrak{Z}'_3 \mathfrak{Z}_a.$$

Setzt man  $J'_3$  aus Gl. 10 ein und  $\mathfrak{Z}'_3 = \mathfrak{Z}'_2$ , so ist

$$\begin{aligned} \mathcal{E}'_3 &= j \frac{c_r}{c} (\mathcal{E}_1 + j \mathfrak{Z}'_3 x'_N) \frac{\mathfrak{Z}_a}{\mathfrak{Z}_a + \mathfrak{Z}'_2} \\ &= j \frac{c_r}{c} \frac{(\mathcal{E}_1 + j \mathfrak{Z}'_2 x'_N)}{\mathcal{E}_2}. \end{aligned}$$

Bezeichnet man die durch den Ersatzstromkreis Fig. 13 dargestellte Admittanz des Rotorstromes mit  $\mathfrak{Y}$ , so ist

$$\begin{aligned} \mathfrak{Z}_1 &= \mathcal{E}_1 (\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r) \\ \text{und} \quad \mathcal{E}_1 &= \mathfrak{P} - \mathfrak{Z}_1 \mathfrak{Z}_1 = \mathfrak{P} - \mathcal{E}_1 (\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r) \mathfrak{Z}_1 \end{aligned}$$

$$\mathcal{E}_1 = \frac{\mathfrak{P}}{1 + (\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r) \mathfrak{Z}_1}.$$

Ferner ist

$$\mathfrak{Z}'_2 = \mathcal{E}_1 \mathfrak{Y}_r = \mathfrak{P} \frac{\mathfrak{Y}_r}{1 + (\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r) \mathfrak{Z}_1}$$

und

$$\mathcal{E}_1 + j \mathfrak{Z}'_2 x'_N = \mathfrak{P} \frac{1 + j \mathfrak{Y}_r x'_N}{1 + (\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r) \mathfrak{Z}_1}$$

$$\mathfrak{Z}_1 = \mathfrak{P} \frac{\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r}{1 + (\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r) \mathfrak{Z}_1}.$$

Bei offenem Rotor ist  $\mathfrak{Y}_r = 0$  und

$$J_{1(\mathfrak{Y}_r=0)} = \mathfrak{P} \frac{\mathfrak{Y}_a}{1 + \mathfrak{Y}_a \mathfrak{Z}_1} = \mathfrak{P} \frac{\mathfrak{Y}_a}{\mathfrak{C}_1}.$$

Dieser Strom ist im Diagramm Fig. 15 durch  $\overline{OP_s}$  dargestellt. Da  $\overline{OP}$  einen beliebigen Strom  $J_1$  darstellt, ist

$$\begin{aligned} \overline{P_s P} &= \overline{OP} - \overline{OP_s} = \mathfrak{Z}_1 - \mathfrak{Z}_{1(\mathfrak{Y}_r=0)} \\ &= \mathfrak{P} \frac{\mathfrak{Y}_r + \mathfrak{Y}_a}{1 + (\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r) \mathfrak{Z}_1} - \mathfrak{P} \frac{\mathfrak{Y}_a}{1 + \mathfrak{Y}_a \mathfrak{Z}_1} \\ &= \mathfrak{P} \frac{\mathfrak{Y}_r}{1 + (\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r) \mathfrak{Z}_1} \cdot \frac{1}{1 + \mathfrak{Y}_a \mathfrak{Z}_1} = \frac{\mathfrak{Z}_2'}{\mathfrak{C}_1}. \end{aligned}$$

Für  $\frac{c_r}{c} = \infty$  wird  $\mathfrak{Y}_r = j \frac{1}{x'_N}$ ,

also

$$\overline{P_s P_x} = \frac{\mathfrak{Z}_2' \left( \frac{c_r}{c} = \infty \right)}{\mathfrak{C}_1} = \frac{\mathfrak{P}}{\mathfrak{C}_1} \frac{1}{(-j \mathfrak{C}_1 x'_N + \mathfrak{Z}_1)}.$$

Nun ist  $\overline{P_x P} = \overline{P_s P_x} - \overline{P_s P}$ ,

oder

$$\begin{aligned} \frac{\overline{P_x P}}{\overline{P_s P_x}} &= 1 - \frac{\overline{P_s P}}{\overline{P_s P_x}} = 1 - \frac{\mathfrak{Y}_r [-j x'_N (1 + \mathfrak{Y}_a \mathfrak{Z}_1) + \mathfrak{Z}_1]}{1 + (\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r) \mathfrak{Z}_1} \\ &= \mathfrak{C}_1 \frac{1 + j x'_N \mathfrak{Y}_r}{1 + (\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_r) \mathfrak{Z}_1}. \end{aligned}$$

Es verhält sich also

$$\frac{\overline{P_x P}}{\overline{P_s P_x}} = \mathfrak{C}_1 \frac{\mathfrak{C}_1 + j \mathfrak{Z}_2' x'_N}{\mathfrak{P}}.$$

Multipliziert man nun den Strahl  $\overline{P_x P}$  mit der Geschwindigkeit  $\frac{c_r}{c}$ , die dem Punkt  $P$  entspricht, und macht

$$\overline{P_x E} = \frac{c_r}{c} \overline{P_x P},$$

so wird

$$\frac{\overline{P_x E}}{\overline{P_s P_x}} = \frac{c_r \mathfrak{C}_1 + j \mathfrak{Z}_2' x'_N}{c \mathfrak{P}} \mathfrak{C}_1 = \frac{\mathfrak{C}_1 \mathfrak{C}_2 \mathfrak{C}_3'}{j \mathfrak{P}}.$$

Es stellt also  $\overline{P_x E}$  die vom Querfeld induzierte EMK  $E_{3_p}'$  in demselben Maßstab dar, in dem  $\overline{P_s P_x}$  die Klemmenspannung  $P$  dividiert durch  $\mathfrak{C}_1 \mathfrak{C}_2$  darstellt.

Um  $P$  selbst in der richtigen Phase zu erhalten, braucht man nur zu berücksichtigen, daß bei Stillstand

$$\frac{OP_k}{P_s P_k} = \zeta_1 \zeta_2$$

ist, und hat also  $\overline{P_s P_\infty}$  in diesem Verhältnis zu vergrößern und um  $\left(\frac{\pi}{2} - \sphericalangle OP_k P_s\right)$  nach  $\overline{P_\infty X}$  zu drehen, um  $E_{s'p}$  in der richtigen Lage gegen die Klemmenspannung zu erhalten. Führt man die Multiplikation durch, indem man alle Strahlen  $\overline{P_\infty P}$  mit der zugehörigen Geschwindigkeit  $\frac{c_r}{c}$  multipliziert, so erhält man wieder die Kurve  $E_q$ , die identisch ist mit der in Kapitel II gefundenen Kurve  $E_{s_0}$ , und die einen zweiten symmetrischen Zweig für die umgekehrte Drehrichtung hat. Denn bei Umkehr der Drehrichtung liegen die Stromvektoren wieder auf demselben Bogen  $P_k P_a P_\infty$  des Kreises, das kurze Bogenstück  $P_\infty P_k$  (in Fig. 15 punktiert), das in der Impedanzgeraden Fig. 14 der Verlängerung über  $Q$  hinaus entspricht, stellt keinen Betriebszustand dar.

Die Kurve  $E_q$  ändert nun ihre Gestalt sehr stark mit der Lage und Größe des Kreises, d. h. mit  $x_N$ . Es war gezeigt, daß, wenn  $x_N$  klein ist,  $P_\infty$  sehr nahe an  $O_2$  liegt. Dann wird  $E_q$  in dem Teil, der dem Betrieb als Motor entspricht, sehr flach, nahezu geradlinig verlaufen und oberhalb Synchronismus noch stark ansteigen, ehe die Umkehr erfolgt. Ist  $x_N$  dagegen groß, wie beim gewöhnlichen Induktionsmotor, wo  $x_N = x_2$  ist, so ist die Kurve in dem motorischen Teil

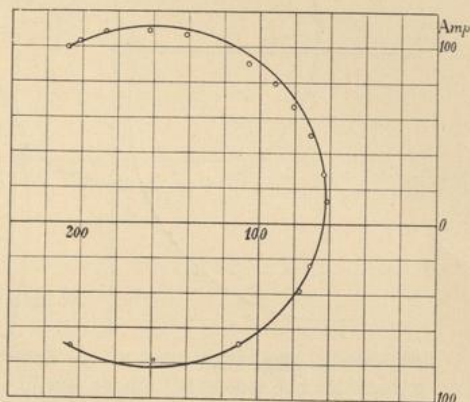


Fig. 16 a.

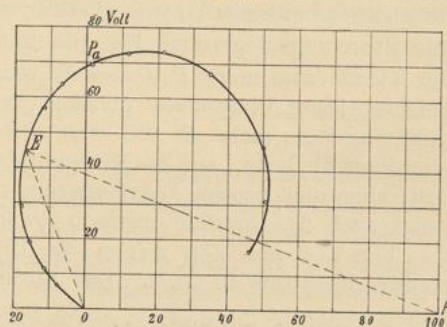


Fig. 16 b.

schon stark gekrümmt, noch stärker als Fig. 15 zeigt, und steigt oberhalb Synchronismus nicht mehr stark an.

Die Kurve  $E_q$  läßt sich experimentell aufnehmen, wenn der Stator zweiphasig gewickelt ist. Legt man an die Hauptwicklung die Klemmenspannung  $P$ , so wird in der Hilfswicklung die EMK  $E_{3p}$  induziert, und indem man diese EMKe einzeln und ihre Summe mißt, erhält man die Spannungsdreiecke  $XP_\infty E$  (Fig. 15).

F. Eichberg hat<sup>1)</sup> eine solche Messung zuerst veröffentlicht, (jedoch ohne die hier gegebene Ableitung der Kurve), wobei er denselben Rotor einmal mittels Schleifringen, das andere Mal mittels Kommutator kurzgeschlossen hat. Die Ergebnisse der Messung bestätigen das hier erhaltene Resultat. Beim

Induktionsmotor ist die Kurve stark gekrümmt, nahezu kreisförmig, beim Kommutatormotor sehr flach, und deutet auf ein sehr kleines  $\alpha_N$  hin.

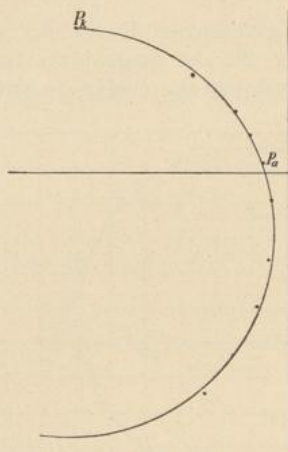


Fig. 17a.

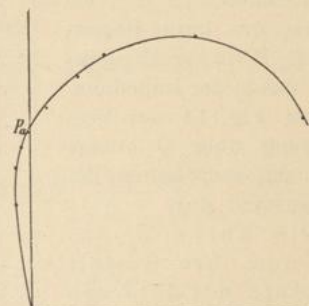


Fig. 17b.

Das umgekehrte Verhalten zeigen die an einem kleinen Motor im elektrotechnischen Institut in Karlsruhe aufgenommenen Strom- und Spannungsdiagramme Fig. 16a und 16b. In Fig. 16b ist  $\overline{OP}$  die Klemmenspannung  $P$ ,  $\overline{OE} = E_{3p}$  und  $\overline{EP}$  die Resultierende aus beiden. Diese Diagramme gleichen denen eines gewöhnlichen Induktionsmotors mehr als die oben zitierten. Bei diesem Motor wird allerdings die hohe Lage des Kreismittelpunktes zum Teil auch durch den abnormal großen Leerlaufstrom bestimmt. Dementsprechend steigt auch das Querfeld oberhalb Synchronismus nicht mehr viel an.

Fig. 17a und 17b zeigen die Diagramme eines Motors von Bruce Peebles & Co.<sup>2)</sup>. Das Stromdiagramm hat hier seinen

<sup>1)</sup> ETZ 1903, S. 447/48.

<sup>2)</sup> die mir von Herrn J. L. la Cour freundlichst überlassen worden sind.

Mittelpunkt unterhalb der Abszissenachse, und das Querfeld steigt oberhalb Synchronismus (Punkt  $P_a$ ) noch stark an.

Da das Querfeld dem Rotorstrom in den Erregerwindungen proportional ist, hat dieser Strom wieder denselben Verlauf wie  $E_{sp}$ , nur ist die Phase gegenüber der Netzspannung eine andere. Man erhält die richtige Phase, wenn man den Vektor der Netzspannung aus der Lage  $\overline{P_z X}$  in Fig. 15 um  $\psi_a = \arctg \frac{x_a}{r_a}$  zurückdreht.

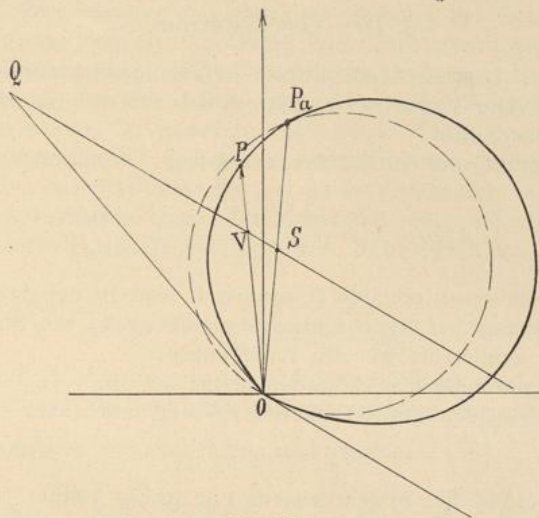


Fig. 18.

Fig. 18 zeigt den Rotorstrom  $J_3$  in richtiger Lage gegenüber der Klemmenspannung, deren Phase in die Richtung der Ordinatenachse fällt, für das Diagramm Fig. 15 in zehnfacher Vergrößerung gegenüber den Statorströmen. Dies geht auch daraus hervor, daß für  $\frac{c_r}{c} = 1$

$$J_2' = J_3'$$

ist, also  $\overline{P_s P_a}$  in Fig. 15 abgesehen von  $C_1$  denselben Strom darstellt wie  $\overline{O P_a}$  in Fig. 18.

Die magnetische Rückwirkung der kurzgeschlossenen Spulen ist hier nicht berücksichtigt worden. Sie bilden je einen Kurzschlußstromkreis, der zu einem der beiden Stromkreise des Rotors parallelgeschaltet ist und eine viel kleinere EMK hat. Die Erregerbürsten schließen einen Teil des Spannungsabfalles des Stromes in den kurzgeschlossenen Arbeitswindungen kurz, die Arbeitsbürsten einen Teil der Erregerwindungen. Die größere Kurzschlußspannung

entfällt also hier auf die Erregerbürsten, und da die Kurzschlußströme Wattströme sind, vergrößern sie bei Untersynchronismus den aufgenommenen Wattstrom, bei Übersynchronismus den abgegebenen Wattstrom des Stators. Beim stabilen Betrieb als Motor oder Generator beträgt der Spannungsabfall in jedem Rotorstromkreis nur wenige Volt, jede Bürste schließt also nur einen Bruchteil hiervon kurz, so daß die Kurzschlußströme hier vernachlässigbar klein sind.

### 3. Der Leerlaufstrom.

Der bei Leerlauf vom Stator aufgenommene Strom ist die Summe aus dem Magnetisierungsstrom des Stators und dem Leerlaufstrom des Rotors.

Der Rotorstrom ist bei Synchronismus, wie auf S. 112 gezeigt ist,

$$J_2' \left( \frac{c_r}{c} = 1 \right) = -j J_3' \frac{r_3' - j(x_3' - x_N')}{r_2' - j(x_2' - x_N')}.$$

Denn die resultierenden Spannungen sind in der Arbeits- und Erregerwicklung bei Synchronismus gleich groß, die Ströme verhalten sich umgekehrt wie die Impedanzen.

Beim gewöhnlichen Induktionsmotor ist  $(x_3' - x_N') = 0$  und wegen der vollständigen Symmetrie  $r_3' = r_2'$  und daher

$$J_2' = -j J_3'.$$

Da das Querfeld bei Synchronismus nur wenig kleiner ist als das Statorfeld, ist  $J_3'$  fast ebenso groß wie der Magnetisierungsstrom des Stators, so daß der Leerlaufstrom des einphasigen Induktionsmotors bekanntlich fast doppelt so groß ist wie der Magnetisierungsstrom des Stators.

Beim Kommutatormotor kann jedoch eine geringe Verschiedenheit schon der Bürstenübergangswiderstände in Arbeits- und Erregerwicklung dieses Verhältnis wesentlich verschieben.

Es möge dieser Fall allgemein noch etwas näher untersucht werden.

$$\text{Ist} \quad \frac{r_3' - j(x_3' - x_N')}{r_2' - j(x_2' - x_N')} > 1,$$

so werde dieses Verhältnis mit  $\varepsilon$  bezeichnet, worin  $\varepsilon$  im allgemeinen eine komplexe Zahl ist. Der Ersatzstromkreis ändert sich dann so, daß an Stelle von  $Y_e' \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 \left( \frac{c_r}{c} \right)^2 Y_e' \varepsilon$  in Fig. 13 zu setzen ist.

Man kann sich z. B. vorstellen, daß  $\varepsilon$  durch Einschalten eines Widerstandes oder einer Drosselspule in den Erregerstromkreis des



Rotors von 1 verschieden gemacht wird, dann ändert sich der Strom in den Arbeitswindungen nach Größe und Phase, so daß die Maschine unter Umständen bei Synchronismus noch Arbeit als Motor oder als Generator leisten kann.

Die Einschaltung eines Widerstandes verkleinert das Querfeld nur wenig, weil der Erregerstrom hauptsächlich ein wattloser Strom ist, dagegen verschiebt ein Widerstand die Phase des Querfeldes und dies bedeutet in der zum Querfeld senkrechten Arbeitswicklung eine Vergrößerung des wattlosen Stromes bei Synchronismus und damit eine doppelte Erhöhung der Leerlaufverluste.

Die Einschaltung einer Drosselspule bedeutet dagegen eine Verkleinerung des Querfeldes (nur dann eine Verschiebung der Phase, wenn der Erregerstrom eine große Wattkomponente hat). Der Verkleinerung des Querfeldes entspricht eine geringere Gegen-EMK in den Arbeitswindungen bei einer bestimmten Geschwindigkeit, der Arbeitsstrom kann daher erst bei einer höheren als synchronen Geschwindigkeit verschwinden, d. h. der Motor läuft übersynchron.

$$\text{Setzt man} \quad \varepsilon = 1 + \frac{R' - jX'}{r_2' - j(x_2' - x_N')},$$

worin  $R'$  und  $X'$  die auf primär reduzierten Beträge sind, um die der Widerstand und die Reaktanz des Erregerkreises sich von denen der Arbeitswindungen unterscheiden, so kann man  $\varepsilon \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 Y_e'$  auflösen in

$$\begin{aligned} \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 (g_e' + jb_e') \left[ 1 + \frac{R' - jX'}{r_2' - j(x_2' - x_N')} \right] &= \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \frac{b_e' X' + g_e' R'}{r_2' - j(x_2' - x_N')} \\ &+ \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \left[ g_e' + b_e' \frac{R'(x_2' - x_N')}{r_2'^2 + (x_2' - x_N')^2} - g_e' \frac{X'(x_2' - x_N')}{r_2'^2 + (x_2' - x_N')^2} \right] \\ &+ j \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \left[ b_e' + b_e' \frac{R'r_2'}{r_2'^2 + (x_2' - x_N')^2} - g_e' \frac{X'r_2'}{r_2'^2 + (x_2' - x_N')^2} \right]. \end{aligned}$$

Hierin kann man im ersten Glied  $g_e' R'$  und in den anderen  $(x_2' - x_N')$  vernachlässigen und erhält vereinfacht

$$\varepsilon Y_e' \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 = \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \frac{b_e' X'}{r_2' - j(x_2' - x_N')} + \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \left[ g_e' + j(b_e' + b_e' \frac{R'}{r_2'} - g_e' \frac{X'}{r_2'}) \right] \quad (12)$$

Das erste Glied fassen wir mit der zu  $Y_e'$  parallel geschalteten

Admittanz  $\frac{1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2}{r_2' - j(x_2' - x_N')}$  in Fig. 12 zusammen, die ja den eigentlichen Arbeitsstrom des Rotors darstellt, und erhalten dafür

$$\frac{1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 + \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 b_e' X'}{r_2' - j(x_2' - x_N')}$$

Diese Formel zeigt, daß der Arbeitsstrom erst verschwindet, wenn

$$1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 + \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 b_e' X' = 0$$

oder

$$\frac{c_r}{c} = \sqrt{\frac{1}{1 - b_e' X'}} \text{ ist.}$$

Angenähert ist

$$b_e' = \frac{x_e'}{Z_e'^2} \simeq \frac{1}{x_e'} = \frac{1}{x_a + x_s' + X'}$$

und

$$\frac{c_r}{c} \simeq \sqrt{1 + \frac{X'}{x_a + x_s'}} \dots \dots \dots (13)$$

Die Leerlauf Tourenzahl liegt also um so höher, je größer das Verhältnis der Reaktanz der Drosselspule zur gesamten Reaktanz der Erregerwindungen ist.

Das Glied  $g_e' R'$ , das oben vernachlässigt worden ist, bedingt keine Tourenerhöhung, da hierbei auch der Leerlaufverlust erhöht wird. Der zweite Teil von Gl. 12 zeigt, daß die Einschaltung eines Widerstandes in den Erregerkreis die wattlose Komponente des Leerlaufstromes in den Arbeitswindungen im Verhältnis  $\left(1 + \frac{R'}{r_2}\right)$  vergrößert.

Ist die Wattkomponente des Erregerstromes, die  $g_e'$  proportional ist, groß, was z. B. der Fall wäre, wenn große Kurzschlußströme beständen, so wird bei Einschaltung einer Drosselspule in den Erregerkreis der wattlose Leerlaufstrom in den Arbeitswindungen im Verhältnis  $1 - \frac{g_e' X'}{b_e' r_2'}$  verkleinert, wie ebenfalls aus Gl. 12 hervorgeht. Denn die Reaktanzspannung der Wattkomponente des Erregerstromes verschiebt die Phase des Querfeldes im umgekehrten Sinne wie der Ohmsche Spannungsabfall des wattlosen Stromes.

Der über Kommutator und Bürsten kurzgeschlossene Induktionsmotor kann also durch Einschaltung einer Drosselspule in den Erregerkreis oberhalb Synchronismus als Motor laufen, unterhalb Synchronismus nur dann, wenn statt der Drosselspule ein Kondensator verwendet wird.

Meist laufen derartige Motoren, besonders mit der Bürstenanordnung nach Fig. 12 leer etwa 1 bis 2% übersynchron, auch

bei direktem Kurzschluß der Erregerbürsten. Der Grund hierfür liegt in der von der Sinusform etwas abweichenden Feldform.

Eine ähnliche Rechnung wie in Kap. II Abschn. 2 zeigt, daß auch hier in Gl. 9 und 11 statt  $\left[1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2\right]$  zu setzen ist  $\left[1 - \left(\frac{c_r}{c}\right)^2 \frac{1}{\sigma_2 \sigma_3}\right]$ , so daß der Arbeitsstrom bei nicht sinusförmigen Feldern erst verschwindet, wenn

$$\frac{c_r}{c} = \sqrt{\sigma_2 \sigma_3} \text{ ist.}$$

#### IV. Superposition von Leerlauf und Kurzschlußzustand.

##### 1. Statorstrom. — 2. Rotorstrom.

##### 1. Der Statorstrom.

Bei der Superposition hat man, wie in Kap. I, S. 85 gezeigt ist, auf den Stator die resultierende Spannung aus der Netzspannung  $P$  und der bei Leerlauf im Stator induzierten EMK  $E_{s_0}$  wirken zu lassen.

Der Stator hat bei jeder Geschwindigkeit eine Admittanz  $Y_k$ , die nach Größe und Phase durch den Vektor  $\overline{OP}$  nach dem Kreis  $Y_k$  in Fig. 15 dargestellt ist.

Wirkt auf den Stator die konstante Spannung  $P$ , so folgen die Ströme genau dem Verlauf der Admittanz, ist die Spannung veränderlich und  $\mathfrak{P} - \mathfrak{E}_{s_0}$  (Fig. 8), so erhält man den Verlauf der Ströme, wenn man alle Vektoren  $Y_k$  mit dem entsprechenden Vektor der Spannung multipliziert. Als unabhängige Veränderliche ist für beide Vektoren die Geschwindigkeit anzusehen. Man findet also in den Diagrammen Fig. 15 und Fig. 8 der beiden Vektoren entsprechende Punkte durch den Geschwindigkeitsmaßstab, der in beiden Fällen derselbe ist.

In Fig. 19 ist das Leerlaufdiagramm  $E_{s_0}$  und das Kurzschlußdiagramm  $Y_k$  zusammengestellt.

Es stellen  $\overline{OP} = Y_k$  und  $\overline{OE} = E_{s_0}$  zwei zusammengehörige, d. h. bei derselben Geschwindigkeit auftretende Werte, der Statoradmittanz bei Kurzschluß und der im Stator bei Leerlauf induzierten EMK dar.<sup>1)</sup> Bei konstanter Spannung  $P = \overline{OK}$  stellt  $\overline{OP}$  im Strom-

<sup>1)</sup> Um die Zeichnung nicht zu verwirren, sind die Geschwindigkeitsmaßstäbe fortgelassen.