Die Bildung der Erdalkaliperoxyde

Engler, Carl

Heidelberg, 1910

Zur Theorie der longitudinalen magnetooptischen Effekte in leuchtenden Gasen und Dämpfen

urn:nbn:de:bsz:31-289891

Sitzungsberichte
der Heidelberger Akademie der Wissenschaften
Stiftung Heinrich Lanz
Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse
Jahrgang 1909. 6. Abhandlung.

Zur Theorie der longitudinalen magnetooptischen Effekte in leuchtenden Gasen und Dämpfen

von

J. LAUB

in Heidelberg

Eingegangen am 22. Dezember 1909

Vorgelegt von P. Lenard

Heidelberg 1909
Carl Winter's Universitätsbuchhandlung

Verlags-Nr. 403.

Sitzungsberichte
der Heidelberger Akademie der Wissenschaften
[illegible]
Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse
[illegible]

Zur Theorie der longitudinalen magnetooptischen Effekte in leuchtenden Gasen und Dämpfen

von

J. LAUB

[illegible]

[illegible]

[illegible] von P. Lenard

Heidelberg 1909
Carl Winter's Universitätsbuchhandlung

§ 1. Das Problem des Leuchtprozesses gehört sicherlich zu den wichtigsten Fragen der Physik, denn der Leuchtvorgang scheint sehr geeignet, nähere Aufklärung über die Struktur des Atoms zu liefern. Im Jahre 1905 gelang es Herrn P. LENARD[1]) aus einer Reihe von überaus einfachen Versuchen sehr wichtige Schlüsse über das Wesen des Leuchtens zu ziehen. Er fand, daß sowohl im elektrischen Bogen wie auch im Bunsenbrenner der „Saum" der Flamme, welcher den Sitz der Hauptserien bildet, der Wirkung eines elektrischen Feldes ausgesetzt, nicht beeinflußt wird. Hingegen wanderte derjenige Teil der Bunsen-, resp. der Bogenflamme, welcher die Nebenserien emittiert, im elektrischen Felde nach der negativen Seite. Sehr instruktiv waren die Versuche mit einer Alkoholflamme, welche Natriumdämpfe enthielt. Da eine solche Flamme überhaupt nur die Hauptserie emittiert, zeigte sie in einem Felde von 2000 Volt gar keine Wanderung. Auf Grund der genannten wie auch noch vieler anderen experimentellen Tatsachen stellt Herr LENARD die Hypothese auf, daß die Emissionszentren der Hauptserie elektrisch neutrale Metallatome sind; die Nebenserien sollen durch positiv geladene Metallatome, welche negative Elementarquanten verloren haben, emittiert werden. Die in der Flamme freigewordenen Atome behalten nicht dauernd ihre positive Ladung, sondern befinden sich abwechselnd im geladenen und wieder unelektrischen Zustand.

Kurz darauf gelang es Herrn STARK, den DOPPLER-Effekt an von einer irdischen Quelle emittiertem Licht zu entdecken, indem er zeigte, daß das von einer Kanalstrahlenröhre stammende Licht auf der photographischen Platte ein verschobenes Linienspektrum liefert. STARK fand in dem DOPPLER-Effekt die

[1]) P. LENARD, *Ann. d. Phys.*, 17, p. 198, 1905 (vgl. *Annal. d. Phys.*, 9, p. 642. 1902).

Bestätigung der schon früher von ihm aufgestellten Hypothese, daß die positiven Jonen die Träger der Linienspektra bilden.

In einer im vorigen Jahre erschienenen Abhandlung schließt Stark[2]) aus seinen eigenen und aus Paschens Versuchen, indem er auf die Erscheinungen die Planck-Einstein'sche Lichtquantentheorie anwendet, daß nur die schnell bewegten Kanalstrahlenteilchen Licht aussenden. Erst wenn die kinetische Energie eines Teilchens den Wert $\alpha m v^2/_2 = h n$ (α eine zwischen 1 und 0 liegende Zahl, $h = 6{,}55 \cdot 10 \cdot ^{-27}$ erg. sec., n = Schwingungszahl des Resonators, $m v^2/_2$ = Energie des emittierenden Kanalstrahlenteilchens) erreicht hat, kann es strahlen.

Die Stark'sche Hypothese steht nicht in Einklang mit den Lenard'schen Resultaten. Allerdings ist der Doppler-Effekt von Stark an Licht gefunden worden, welches unter ganz anderen Bedingungen emittiert wird, wie in den Lenard'schen Versuchen; man wird aber doch annehmen, daß der Leuchtvorgang überall derselbe ist; nur die Geschwindigkeiten der Lichtträger sind in der Geißlerröhre von einer ganz anderen Ordnung, als die in der Bunsen- oder Bogenflamme, worauf ja schon im ersten Falle die Verschiebung der Spektrallinien hinweist.

Die kürzlich erschienenen Versuche von Herrn W. Wien[3]) bilden eine neue Stütze für die Lenard'sche Theorie. Zwar findet Wien, daß die magnetisch weniger ablenkbaren Strahlen die wesentlichen Träger des Lichtes sind; denn wurden die aus der durchbohrten Kathode austretenden Teilchen gleich hinter der Kathode einem Magnetfelde ausgesetzt, so wurde die Menge der aufgefangenen positiven Elektrizität beträchtlich geschwächt, die gemessene Lichtintensität blieb dagegen fast unverändert. Erst im Magnetfelde, in größeren Entfernungen von der Kathode, nahm die Lichtintensität proportional mit dem Strom ab. Jedoch zeigt ein in dieser Richtung ausgeführter Versuch, daß die starke Schwächung des Lichtes in größeren Entfernungen von der Kathode nicht darauf zurückgeführt werden kann, daß auch die schnellen Strahlen aus dem Bündel abgelenkt werden, die nach der Stark'schen Hypothese die Lichtemission verursachen sollen. Nach den Wien'schen Beobachtungen scheinen vielmehr alle im Strahlenbündel enthaltenen Teilchen am Leucht-

---

[2]) J. Stark, *Physik. Zeitschr.*, 9, p. 707. 1908.
[3]) W. Wien, *Ann. d. Phys.*, 27, p. 1026. 1908.

prozeß gleichmäßig beteiligt zu sein; die Tatsache, daß die weniger magnetisch beeinflußbaren Teilchen das Licht aussenden, deutet W. WIEN so, daß das Leuchten entweder von den nur kurze Zeit geladenen, oder von den neutralen Teilchen herrührt.

Die WIEN'schen Versuche beziehen sich auf hohe Vakua; auch die Beobachtungen über den DOPPLER-Effekt sind bei verhältnismäßig niedrigen Drucken gemacht. —

§ 2. In folgendem möchte ich mir gestatten, einige Überlegungen mitzuteilen, die vielleicht für den Experimentator auf diesem Gebiete von einiger Bedeutung werden und zur Klärung der oben skizzierten Fragen beitragen können. Daß die magnetische Drehung der Polarisationsebene in verdünnten, leuchtenden Gasen experimentell untersucht werden kann, zeigen die sehr wertvollen Messungen von Herrn R. LADENBURG[4]), dem es kürzlich gelungen ist, die anomale Rotationsdispersion des Lichtes in der Nähe der $H\alpha$-Linie in einer mit Wasserstoff gefüllten Geißlerröhre nachzuweisen. — Für unsere Zwecke wäre es sehr vorteilhaft, die Rotationsdispersion in leuchtenden Alkalidämpfen (Natrium) und in Quecksilberdampf zu messen, weil dann stärkere Drehungen zu erwarten sind. Ferner müßte man die Beobachtungen bei genau definierten elektrischen Verhältnissen ausführen. Von großem Interesse wäre es, die Rotation des Lichtes in einer mit Gleichstrom gespeisten Geißlerröhre zu beobachten. — Außerdem würde die Messung des in folgendem zu erwähnenden Effektes zweiter Ordnung für die Relativitätstheorie von Bedeutung sein.

§ 3. Betrachten wir nun die Fortpflanzung des Lichtes in der positiven ungeschichteten Lichtsäule einer Geißlerröhre, die der Wirkung eines konstanten Magnetfeldes ausgesetzt ist. Im Anschluß an die Arbeiten der Herren LENARD, STARK und WIEN nehmen wir an, daß in der positiven Lichtsäule die in der Richtung von der Anode zur Kathode bewegten Teilchen (es können sowohl positiv geladene wie auch neutrale Atome sein) die wesentlichen Träger des Lichtes sind. Von der magnetischen Rotationsdispersion des Lichtes in der positiven Lichtsäule machen wir uns folgendes Bild:

An den in der Richtung von der Anode zur Kathode bewegten Lichtträgern haften resonanzfähige Dipole, die, von

[4]) R. LADENBURG, *Habilitationsschrift*. Breslau 1909.

einer Lichtwelle getroffen, zum Mitschwingen angeregt werden, wobei aber das ganze Atom elektrisch ungeändert bleibt. Wir fragen, wie groß ist der Drehungswinkel der Polarisationsebene des Lichtes, den ein ruhender Beobachter mißt. —

Aus den Messungen von H. A. Wilson[5]) über die Verteilung der elektrischen Kraft an verschiedenen Stellen der Geißlerröhre folgt, daß der Potentialgradient in der ungeschichteten positiven Lichtsäule als ziemlich konstant anzusehen ist. Ferner hat auch Wilson die Geschwindigkeitsverteilung der Träger an den verschiedenen Stellen der Entladungsröhre durch Messung des Hall-Effektes untersucht. Aus den Wilson'schen Beobachtungen kann man schließen, daß die Geschwindigkeit der Träger in der positiven Lichtsäule, mit Ausnahme in der unmittelbarsten Nähe der Anode, konstant ist. Man kann daher in erster Annäherung annehmen, daß sich in der positiven Säule ein stationärer Strom von Lichtträgern in einer bestimmten Richtung mit der mittleren Geschwindigkeit v bewegt.

Wir können unser Problem in folgender Weise formulieren: Es sollen sich Lichtwellen in der positiven Lichtsäule einer Geißlerröhre, die sich in einem konstanten Magnetfelde befindet, fortpflanzen; wir fragen, wie groß ist der Drehungswinkel des Lichtes, den ein in der Richtung der Kraftlinien blickender Beobachter findet.

§ 4. Zu dem Ende führen wir zwei Koordinatensysteme K (X, Y, Z) und K′ (X′, Y′, Z′) ein, die beide beschleunigungsfrei, jedoch relativ zueinander bewegt sein sollen.

Ist im Raume Materie vorhanden, die relativ zu K′ ruht, so mögen für das Bezugssystem K′ die Gleichungen gelten:

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{d^2\mathfrak{P}'_x}{dt'^2} + \eta H' \dfrac{d\mathfrak{P}'_y}{dt'} + 2k\dfrac{d\mathfrak{P}'_x}{dt'} + n_0^2\mathfrak{P}'_x = \sum \dfrac{\epsilon^2 N'}{\mu}\mathfrak{E}'_x \\ \dfrac{d^2\mathfrak{P}'_y}{dt'^2} - \eta H' \dfrac{d\mathfrak{P}'_x}{dt'} + 2k\dfrac{d\mathfrak{P}'_y}{dt'} + n_0^2\mathfrak{P}'_y = \sum \dfrac{\epsilon^2 N'}{\mu}\mathfrak{E}'_y \\ \dfrac{d^2\mathfrak{P}'_z}{dt'^2} + 2k\dfrac{d\mathfrak{P}'_z}{dt'} + n_0^2\mathfrak{P}'_z = \sum \dfrac{\epsilon^2 N'}{\mu}\mathfrak{E}'_z, \end{cases}$$

dabei ist $\mathfrak{P}'$ der Vektor der elektrischen Polarisation, $\mathfrak{E}'$ ist der Vektor der elektrischen Kraft in der erregenden Welle, H′ der Betrag der in der Z-Achse sich erstreckenden äußeren magnetischen

[5]) H. A. Wilson, *Proc. Cambr. Phil. Soc.*, p. 250. 1902.

Feldstärke, μ ist die Masse des Elektrons, ϵ die elektrische Ladung, $\eta = \frac{|\epsilon|}{c\,\mu}$ ist die spezifische Ladung des negativen Elektrons, n_0 die Frequenz der freien Schwingung, k ein konstanter Koeffizient (Reibungskoeffizient des Mediums). Die Summierung bezieht sich auf die Volumeinheit und ist über alle vorhandenen Elektronengattungen (Eigenschwingung) zu erstrecken.

§ 5. Wir wollen im folgenden zwei Fälle unterscheiden: Es sei zuerst die Geschwindigkeitsrichtung der leuchtenden Teilchen senkrecht zu den Kraftlinien des äußeren Magnetfeldes (Anode-Kathoderichtung $\perp$ zu den Kraftlinien). In dem Falle führen wir ein zweites rechtwinkliges Koordinatensystem K ein, das sich relativ zu K′ mit der Geschwindigkeit v in der Richtung der positiven X-Achse bewegt.

Nach der Relativitätstheorie gelten dann bekanntlich für jedes Punktereignis folgende Transformationsgleichungen:

$$(2)\qquad \begin{cases} x' = \beta\,(x - v\,t), \\ y' = y, \\ z' = z; \end{cases}$$

$$(3)\qquad t' = \beta\,\left(t - \frac{v}{c^2}\,x\right),$$

$$\left(\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right);\ c = \text{Lichtgeschwindigkeit im Vakuum,}$$

wobei sich x, y, z (Koordinaten) und t (Zeit) auf das System K beziehen. Ferner gelten für die magnetischen und elektrischen Vektoren $\mathfrak{E}'$, $\mathfrak{D}'$, $\mathfrak{H}'$, $\mathfrak{B}'$ des Systems K′ die Beziehungen[6]):

$$(4)\qquad \begin{cases} \mathfrak{E}'_x = \mathfrak{E}_x, \\ \mathfrak{E}'_y = \beta\left(\mathfrak{E}_y - \frac{v}{c}\,\mathfrak{B}_z\right), \\ \mathfrak{E}'_z = \beta\left(\mathfrak{E}_z + \frac{v}{c}\,\mathfrak{B}_y\right); \\ \mathfrak{D}'_x = \mathfrak{D}_x, \\ \mathfrak{D}'_y = \beta\left(\mathfrak{D}_y - \frac{v}{c}\,\mathfrak{H}_z\right), \\ \mathfrak{D}_z = \beta\left(\mathfrak{D}_z + \frac{v}{c}\,\mathfrak{H}_y\right); \end{cases}$$

---

[6]) Vgl. A. Einstein und J. Laub, *Ann. d. Phys.*, 26, p. 534. 1908.

$$
(5)\quad \begin{cases}
\mathfrak{H}'_x = \mathfrak{H}_x, \\
\mathfrak{H}'_y = \beta\left(\mathfrak{H}_y + \frac{v}{c}\,\mathfrak{D}_z\right), \\
\mathfrak{H}'_z = \beta\left(\mathfrak{H}_z - \frac{c}{v}\,\mathfrak{D}_y\right); \\
\mathfrak{B}'_x = \mathfrak{B}_x, \\
\mathfrak{B}_y = \beta\left(\mathfrak{B}_y + \frac{c}{v}\,\mathfrak{E}_z\right), \\
\mathfrak{B}_z = \beta\left(\mathfrak{B}_z - \frac{c}{v}\,\mathfrak{E}_y\right).
\end{cases}
$$

($\mathfrak{E}'$ = elektrische Kraft, $\mathfrak{D}'$ = elektrische Erregung, $\mathfrak{H}'$ = magnetische Kraft, $\mathfrak{B}'$ = magnetische Erregung.)

Aus (4) und (5) leitet man leicht die Transformationsgleichungen für die elektrische Polarisation $\mathfrak{P}'$ ab, und zwar ist:

$$
(6)\quad \begin{cases}
\mathfrak{P}'_x = \mathfrak{P}_x, \\
\mathfrak{P}'_y = \beta\left(\mathfrak{P}_y + \frac{v}{c}\,\mathfrak{Q}_z\right), \\
\mathfrak{P}'_z = \beta\left(\mathfrak{P}_z - \frac{v}{c}\,\mathfrak{Q}_y\right);
\end{cases}
$$

wobei

$$
\mathfrak{P} = \mathfrak{D} - \mathfrak{E}, \qquad \mathfrak{Q} = \mathfrak{B} - \mathfrak{H}
$$

die Vektoren der elektrischen, bzw. der magnetischen Polarisation im System K bedeuten sollen.

Führt man die in den Gleichungen (2) bis (6) angegebenen Transformationen an der Gleichung (1) aus, so erhält man:

$$
\beta^2 \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_x}{\partial t^2} + \beta^2 v^2 \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_x}{\partial x^2} + 2\beta^2 v \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_x}{\partial x\,\partial t} + \beta^3 \eta \left(\mathsf{H} - \frac{v}{c}\Theta\right) \frac{\partial\left(\mathfrak{P}_y + \frac{v}{c}\mathfrak{Q}_z\right)}{\partial t}
$$
$$
+ \beta^3 \eta v \left(\mathsf{H} - \frac{v}{c}\Theta\right) \frac{\partial\left(\mathfrak{P}_y + \frac{v}{c}\mathfrak{Q}_z\right)}{\partial x} + n_0^2 \mathfrak{P}_x + 2\beta k \frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial t}
$$
$$
+ 2\beta k v \frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial x} = \sum \beta \frac{\epsilon^2 N}{\mu} \mathfrak{E}_x
$$

$$
\beta^2 \frac{\partial^2\left(\mathfrak{P}_y + \frac{v}{c}\mathfrak{Q}_z\right)}{\partial t^2} + \beta^2 v^2 \frac{\partial^2\left(\mathfrak{P}_y + \frac{v}{c}\mathfrak{Q}_z\right)}{\partial x^2} + 2\beta^2 v \frac{\partial^2\left(\mathfrak{P}_y + \frac{v}{c}\mathfrak{Q}_z\right)}{\partial x\,\partial t}
$$
$$
- \beta\eta\left(\mathsf{H} - \frac{v}{c}\Theta\right)\frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial t} - \beta\eta v\left(\mathsf{H} - \frac{v}{c}\Theta\right)\frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial x} + n_0^2\left(\mathfrak{P}_y + \frac{v}{c}\mathfrak{Q}_z\right)
$$

$$+ 2\beta k \frac{\partial\left(\mathfrak{P}_y + \frac{v}{c}\mathfrak{Q}_z\right)}{\partial t} + 2\beta k v \frac{\partial\left(\mathfrak{P}_y + \frac{v}{c}\mathfrak{Q}_z\right)}{\partial x}$$
$$= \sum \beta \frac{\epsilon^2 N}{\mu} \left\{\mathfrak{E}_y - \frac{v}{c}\mathfrak{B}_z\right\}$$

$$\beta^2 \frac{\partial^2\left(\mathfrak{P}_z - \frac{v}{c}\mathfrak{Q}_y\right)}{\partial t^2} + \beta^2 v^2 \frac{\partial^2\left(\mathfrak{P}_z - \frac{v}{c}\mathfrak{Q}_y\right)}{\partial x^2} + 2\beta^2 v \frac{\partial^2\left(\mathfrak{P}_z - \frac{v}{c}\mathfrak{Q}_y\right)}{\partial x \partial t}$$
$$+ n_0^2\left(\mathfrak{P}_z - \frac{v}{c}\mathfrak{Q}_y\right) + 2\beta k \frac{\partial\left(\mathfrak{P}_z - \frac{v}{c}\mathfrak{Q}_y\right)}{\partial t} + 2\beta k v \frac{\partial\left(\mathfrak{P}_z - \frac{v}{c}\mathfrak{Q}_y\right)}{\partial x}$$
$$= \sum \beta \frac{\epsilon^2 N}{\mu} \left\{\mathfrak{E}_z + \frac{v}{c}\mathfrak{B}_y\right\}.$$

In den obigen Gleichungen bedeutet H den Betrag der magnetischen Feldstärke, Θ ist der Betrag der in die y-Achse fallenden „äußeren" elektrischen Erregung.

Die magnetische Polarisation $\mathfrak{Q}$ und die elektrische Erregung Θ kann man aus den letzten Gleichungen in einfacher Weise eliminieren. Berücksichtigen wir, daß für das mitbewegte System die magnetische Polarisation $\mathfrak{Q}'$ und die elektrische Erregung Θ' gleich Null sind, das heißt, daß

$$\mathfrak{Q}' = \mathfrak{B}' - \mathfrak{H}' = 0,$$
$$\Theta' = 0$$

sind, und transformieren wir diese Beziehungen auf das System K, so erhalten wir:

$$(7) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{Q}_y &= \frac{v}{c}\mathfrak{P}_z, \\ \mathfrak{Q}_z &= -\frac{v}{c}\mathfrak{P}_y; \\ \Theta &= \frac{v}{c} H \quad . \end{aligned} \right.$$

Setzt man (7) in die obigen Differentialgleichungen ein und berücksichtigt, daß $\beta^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = 1$

ist, so resultiert, wenn noch zur Abkürzung:

$$\sum \frac{\beta \epsilon^2 N}{\mu} = \rho$$

gesetzt wird:

$$
(1^a)\quad \left\{
\begin{aligned}
&\beta^2 \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_x}{\partial t^2} + \beta^2 v^2 \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_x}{\partial x^2} + 2\beta^2 v \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_x}{\partial x \partial t} + \frac{1}{\beta} \eta H \frac{\partial \mathfrak{P}_y}{\partial t} \\
&+ \frac{1}{\beta} \eta v H \frac{\partial \mathfrak{P}_y}{\partial x} + n_0^2 \mathfrak{P}_x + 2\beta k \frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial t} + 2\beta k v \frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial x} = \rho \mathfrak{E}_x \\
&\beta^2 \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_y}{\partial t^2} + \beta^2 v^2 \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_y}{\partial x^2} + 2\beta^2 v \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_y}{\partial x \partial t} - \beta \eta H \frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial t} \\
&- \beta \eta v H \frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial x} + n_0^2 \mathfrak{P}_y + 2\beta k \frac{\partial \mathfrak{P}_y}{\partial t} + 2\beta k v \frac{\partial \mathfrak{P}_y}{\partial x} \\
&= \beta^2 \rho \left(\mathfrak{E}_y - \frac{v}{c} \mathfrak{B}_z\right). \\
&\beta^2 \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_z}{\partial t^2} + \beta^2 v^2 \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_z}{\partial x^2} + 2\beta^2 v \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_z}{\partial x \partial t} + n_0^2 \mathfrak{P}_z + 2\beta k \frac{\partial \mathfrak{P}_z}{\partial t} \\
&+ 2\beta k v \frac{\partial \mathfrak{P}_z}{\partial x} = \beta^2 \rho \left(\mathfrak{E}_z + \frac{v}{c} \mathfrak{B}_y\right).
\end{aligned}
\right.
$$

§ 6. Fällt die Bewegungsrichtung der Lichtträger in die Richtung der Kraftlinien des äußeren Magnetfeldes, das heißt in die Z-Richtung, so erhält man in analoger Weise die Differentialgleichungen:

$$
(1^b)\quad \left\{
\begin{aligned}
&\beta^2 \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_x}{\partial t^2} + \beta^2 v^2 \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_x}{\partial z^2} + 2\beta^2 v \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_x}{\partial z \partial t} + \eta H \frac{\partial \mathfrak{P}_y}{\partial t} \\
&+ \eta H v \frac{\partial \mathfrak{P}_y}{\partial z} + n_0^2 \mathfrak{P}_x + 2\beta k \frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial t} + 2\beta k v \frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial z} \\
&= \beta^2 \rho \left(\mathfrak{E}_x - \frac{v}{c} \mathfrak{B}_y\right) \\
&\beta^2 \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_y}{\partial t^2} + \beta^2 v^2 \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_y}{\partial z^2} + 2\beta^2 v \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_y}{\partial z \partial t} - \eta H \frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial t} \\
&- \eta v H \frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial z} + n_0^2 \mathfrak{P}_y + 2\beta k \frac{\partial \mathfrak{P}_y}{\partial t} + 2\beta k v \frac{\partial \mathfrak{P}_y}{\partial z} \\
&= \beta^2 \rho \left(\mathfrak{E}_y + \frac{v}{c} \mathfrak{B}_x\right) \\
&\beta^2 \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_z}{\partial t^2} + \beta^2 v^2 \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_z}{\partial z^2} + 2\beta^2 v \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_z}{\partial z \partial t} + n_0^2 \mathfrak{P}_z \\
&+ 2\beta k \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_z}{\partial t} + 2\beta k v \frac{\partial \mathfrak{P}_z}{\partial z} = \rho \mathfrak{E}_z.
\end{aligned}
\right.
$$

§ 7. Es möge sich das Licht parallel dem äußeren magnetischen Kraftfelde (Z-Richtung) fortpflanzen. Wir wollen im folgenden annehmen, daß die Vektoren $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{B}$ sämtlich den Faktor enthalten:

$$(8) \qquad e^{i\,n\,(t - \gamma z)},$$

wobei γ eine komplexe Konstante ist und n die Schwingungsfrequenz des einfallenden Lichtes bedeutet. Setzt man

$$c\gamma = \nu - i\kappa,$$

so ist bekanntlich ν als der Brechungsindex und κ als Extinktionskoeffizient des Gases anzusprechen. Wenn wir (8) als den veränderlichen Teil der Ausdrücke für $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{B}$ auffassen, so erhalten wir aus (1a) die Beziehungen:

$$(9^a) \quad \left\{ \begin{aligned} p\,\mathfrak{P}_x - \frac{1}{\beta}\,i\,r\,\mathfrak{P}_y &= \rho\,\mathfrak{E}_x \\ p\,\mathfrak{P}_y + \beta\,i\,r\,\mathfrak{P}_x &= \beta^2 \rho \left(\mathfrak{E}_y - \frac{v}{c}\,\mathfrak{B}_z\right) \\ p\,\mathfrak{P}_z &= \beta^2 \rho \left(\mathfrak{E}_z + \frac{v}{c}\,\mathfrak{B}_y\right), \end{aligned} \right.$$

wobei p und r die Werte haben:

$$p = n_0^2 - \beta^2 n^2$$
$$r = -\eta H n.$$

Im Falle (1 b) erhält man analoge Gleichungen:

$$(9^b) \quad \left\{ \begin{aligned} p\,\mathfrak{P}_x - i\,r\,\mathfrak{P}_y &= \beta^2 \rho \left(\mathfrak{E}_x - \frac{v}{c}\,\mathfrak{B}_y\right) \\ p\,\mathfrak{P}_y + i\,r\,\mathfrak{P}_x &= \beta^2 \rho \left(\mathfrak{E}_y + \frac{v}{c}\,\mathfrak{B}_x\right) \\ p\,\mathfrak{P}_z &= \rho\,\mathfrak{E}_z, \end{aligned} \right.$$

nur sind hier p und r ausgedrückt durch:

$$p = n_0^2 - \beta^2 n^2 - \beta^2 v^2 \gamma^2 n^2 + 2\beta^2 v \gamma^2 n^2 + 2\beta k i n - 2\beta k v \gamma i n$$
$$r = -\eta H n (1 - v\gamma).$$

§ 8. Wenden wir uns nun der Behandlung des direkten „longitudinalen" Zeeman-Effektes zu. Dann ist in den obigen Gleichungen:

$$k = \kappa = 0$$
$$\mathfrak{E} + [\mathfrak{v}\,\mathfrak{B}] = 0,$$

wobei $[\mathfrak{v}\,\mathfrak{B}]$ das Vektorprodukt von $\mathfrak{v}$ und $\mathfrak{B}$ bedeutet. Im Falle (9b) erhält man nach einer einfachen Rechnung die Zerlegung der Spektrallinien von der Schwingungsfrequenz n in zwei Komponenten von der Frequenz:

$$n_1 = -\frac{\eta H}{2\beta^2\left(1 - \frac{v}{c}\right)} + \sqrt{n_0^2 + \frac{\eta^2 H^2}{4\beta^4\left(1 - \frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$\mathfrak{n}_2 = + \frac{\eta H}{2\beta^2\left(1 - \frac{v}{c}\right)} + \sqrt{\mathfrak{n}_0^2 + \frac{\eta^2 H^2}{4\beta^4\left(1 - \frac{v}{c}\right)^2}}.$$

Was den Charakter der Wellen betrifft, erhält man für das Verhältnis der Amplituden:

$$\frac{\mathfrak{P}_y}{\mathfrak{P}_x} = \pm i \qquad (i = \sqrt{-1});$$

die Gleichung sagt aus, daß die fortgepflanzten Schwingungen zirkular polarisiert sind, und zwar bezieht sich das obere Vorzeichen auf die rechtszirkulare, das untere auf die linkszirkulare Welle (normales Duplet).

Bewegen sich die Lichtträger senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien, so erhält man:

$$\frac{\mathfrak{P}_y}{\mathfrak{P}_x} = \pm \beta i.$$

Die letzte Gleichung enthält das wichtige Resultat: Steht die Bewegungsrichtung der Lichtträger senkrecht zum äußeren Magnetfelde, so sind die beiden Komponenten des longitudinalen Duplets elliptisch polarisiert, und zwar hat die Schwingungsellipse die Koordinatenachsen zu Hauptachsen. Der Faktor β gibt uns das Verhältnis der bezüglichen Halbachsen an. — Eine qualitative Bestätigung der letzten Gleichung wäre für die Relativitätstheorie von großer Bedeutung.

Das erhaltene Resultat ist auch deshalb von theoretischem Interesse, weil es zeigt, daß Ansätze von der Form (9a) auf eine Zerlegung der Spektrallinien im Magnetfelde in Komponenten von elliptischem Schwingungscharakter führen. — Es mag hier bemerkt werden, daß in den Untersuchungen des Herrn A. Dufour[7]) über das Zeeman-Phänomen der Banden in den Spektren, welche die Fluoride und Chloride von Kalcium, Barium und Strontium liefern, Schwingungen von elliptischem Charakter vorzukommen scheinen.

§ 9. Um den Drehungswinkel der Polarisationsebene für einen Beobachter, der in der Richtung der Kraftlinien hindurchblickt, zu erhalten, müssen wir noch die elektro-dynamischen Grundgleichungen für bewegte Körper zu Hilfe nehmen. Wir wollen ferner zunächst den Fall behandeln, daß die Bewegungs-

[7]) A. Dufour, *Compt. Rend.*, 146, p. 118, 229. 1908. Vgl. auch W. Voigt, *Magneto- und Elektrooptik*, p. 93. 1908.

richtung der leuchtenden Teilchen mit der Kraftlinienrichtung zusammenfällt. Betrachten wir dann eine Lichtwelle, deren Fortpflanzungsrichtung in die Z-Achse fällt, so haben wir[8]):

$$(10)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial z} = -\dfrac{1}{c}\left(\dfrac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial t} + \dfrac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial t}\right), \\ \dfrac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial z} = \dfrac{1}{c}\left(\dfrac{\partial \mathfrak{P}_y}{\partial t} + \dfrac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial t}\right); \\ \dfrac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial z} = \dfrac{1}{c}\,\dfrac{\partial \mathfrak{B}_x}{\partial t} \\ \dfrac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial z} = -\dfrac{1}{c}\,\dfrac{\partial \mathfrak{B}_y}{\partial t}. \end{cases}$$

Nimmt man wieder an, daß die elektrischen und magnetischen Vektoren den Faktor

$$e^{i n (t - \gamma z)}$$

enthalten, so geben die Gleichungen (10) die Beziehungen:

$$(11)\quad \begin{cases} c \gamma \mathfrak{H}_y = \mathfrak{P}_x + \mathfrak{E}_x \\ c \gamma \mathfrak{H}_x = -(\mathfrak{P}_y + \mathfrak{E}_y); \\ c \gamma \mathfrak{E}_y = -\mathfrak{B}_x \\ c \gamma \mathfrak{E}_x = \mathfrak{B}_y. \end{cases}$$

Kehrt man zu der Bedingungsgleichung (7) zurück, so hat man noch für $\mathfrak{B}_x$ und $\mathfrak{B}_y$ eine Beziehung, und zwar:

$$(12)\quad \begin{cases} \mathfrak{B}_x - \mathfrak{H}_x = \dfrac{v}{c}(\mathfrak{D}_y - \mathfrak{E}_y) \\ \mathfrak{B}_y - \mathfrak{H}_y = \dfrac{v}{c}(\mathfrak{E}_z - \mathfrak{D}_z). \end{cases}$$

Aus (11) und (12) folgen die wichtigen Gleichungen:

$$(13)\quad \begin{cases} \dfrac{\mathfrak{P}_x}{\mathfrak{E}_x} = \dfrac{c^2 \gamma^2 - 1}{1 - v \gamma}, \\ \dfrac{\mathfrak{P}_y}{\mathfrak{E}_y} = \dfrac{c^2 \gamma^2 - 1}{1 - v \gamma}. \end{cases}$$

§ 10. Setzen wir:

$$u = \frac{\beta^2 \rho p}{p^2 - r^2}$$

$$w = \frac{\beta^2 \rho r}{p^2 - r^2},$$

---

[8]) A. Einstein und J. Laub, l. c.

so läßt sich die Gleichung (9b) § 7 mit Rücksicht auf (12) in der Form schreiben:

$$(14)\quad \begin{cases} \mathfrak{P}_x = \mathfrak{E}_x (1 - v\gamma) u + i\,\mathfrak{E}_y (1 - v\gamma) w \\ \mathfrak{P}_y = \mathfrak{E}_y (1 - v\gamma) u - i\,\mathfrak{E}_x (1 - v\gamma) w. \end{cases}$$

Faßt man die Gleichungen (14) mit den Faktoren 1 und $\pm i$ zusammen und verfährt ebenso mit (13), so erhält man, falls man $\mathfrak{P}_x$ und $\mathfrak{P}_y$ eliminiert und abkürzt:

$$\mathfrak{K} = \mathfrak{E}_x \pm i\,\mathfrak{E}_y,$$

die wichtige Beziehung

$$(15)\quad \mathfrak{K} \left\{ \frac{c^2 \gamma^2 - 1}{(1 - v\gamma)^2} - (u \pm w) \right\} = 0.$$

Die letzte Formel repräsentiert wegen ihres doppelten Vorzeichens zwei Gleichungen. Sie kann durch das Nullwerden der beiden Faktoren erfüllt werden, und zwar muß gleichzeitig in einer Gleichung der erste, in der andern der zweite Faktor gleich Null sein. Aus (15) folgt daher, daß die Fortpflanzung der beiden Wellenarten von verschiedenem Charakter und verschiedener Geschwindigkeit ist.

Ist $\mathfrak{E}_x + i\,\mathfrak{E}_y = 0$, so muß gleichzeitig sein:

$$\frac{c^2 \gamma^2 - 1}{(1 - v\gamma)^2} - (u - w) = 0;$$

ist $\mathfrak{E}_x - i\,\mathfrak{E}_y = 0$, so muß zugleich gelten:

$$\frac{c^2 \gamma^2 - 1}{(1 - v\gamma)^2} - (u + w) = 0.$$

Die Beziehung $\mathfrak{E}_x \pm i\,\mathfrak{E}_y = 0$ sagt bekanntlich aus, daß die fortgepflanzte Schwingung zirkular ist, und zwar gibt das obere Vorzeichen eine rechtszirkular, das untere eine linkszirkular polarisierte Welle an. —

§ 11. Wir wollen im folgenden alle Größen, die sich auf eine rechtszirkulare, resp. auf eine linkszirkulare Schwingung beziehen, mit dem Index r, resp. l versehen; ferner beschränken wir uns in allen Entwicklungen auf quadratische Größen in $\frac{v}{c}$.

Wir schreiben im folgenden:

$$
(16)\left\{
\begin{aligned}
a_{1r} &= \rho\,\frac{n_0^2 - \beta^2 n^2 - \eta H n}{(n_0^2 - \beta^2 n^2 - \eta H n)^2 + 4\beta^2 k^2 n^2};\\
a_{2r} &= \rho\,\frac{\begin{cases}(2\beta^2 n^2 - \eta H n)\left[(n_0^2 - \beta^2 n^2 - H n)^2 - 4\beta^2 k^2 n^2\right]\\ \qquad - 8\beta^2 k^2 n^2 (n_0^2 - \beta^2 n^2 - H n)\end{cases}}{\left[(n_0^2 - \beta^2 n^2 - \eta H n)^2 + 4\beta^2 k^2 n^2\right]^2},\\
a_2^{*}{}_r &= \rho\,\frac{\begin{cases}(5\beta^2 n^2 - 2\eta H n)\left[(n_0^2 - \beta^2 n^2 - H n)^2\right.\\ \left. - 4\beta^2 k^2 n^2\right] - 16\beta^2 k^2 n^2 (n_0^2 - \beta^2 n^2 - H n)\end{cases}}{\left[(n_0^2 - \beta^2 n^2 - \eta H n)^2 + 4\beta^2 k^2 n^2\right]^2},\\
a_{3r} &= \rho\,\frac{\begin{cases}(4\beta^4 n^4 - \eta H n)(n_0^2 - \beta^2 n^2 - \eta H n)^3 + 4\beta^2 k^2 n^2\\ \left[-(n_0^2 - \beta^2 n^2 - \eta H n)^2 - (12\beta^2 n^2 + 6\eta H n)\right.\\ (n_0^2 - \beta^2 n^2)^2 + 12\beta^2 k^2 n^2 (n_0^2 - \beta^2 n^2 - \eta H n)\\ \qquad + 16\beta^4 k^2 n^4\end{cases}}{\left[(n_0^2 - \beta^2 n^2 - \eta H n)^2 + 4\beta^2 k^2 n^2\right]^3}.
\end{aligned}
\right.
$$

$$
\left\{
\begin{aligned}
b_{1r} &= \rho\,\frac{2\beta k n}{(n_0^2 - \beta^2 n^2 - \eta H n)^2 + 4\beta^2 k^2 n^2},\\
b_{2r} &= \rho\,\frac{\begin{cases}2\beta k n\left[-(n_0^2 - \beta^2 n^2 - Hn)^2 - 4\beta^2 n^2 (n_0^2 - \beta^2 n^2\right.\\ \qquad \left. - H n) + 4\beta^2 k^2 n^2\right]\end{cases}}{\left[(n_0^2 - \beta^2 n^2 - \eta H n)^2 + 4\beta^2 k^2 n^2\right]^2},\\
b^{*}{}_{2r} &= \rho\,\frac{\begin{cases}4\beta k n\left[(-(n_0^2 - \beta^2 n^2 - H n)^2 - (8\beta^2 n^2 - 2\eta H n)\right.\\ \qquad \left.(n_0^2 - \beta^2 n^2 - H n)^2\right] + 4\beta^2 k^2 n^2\end{cases}}{\left[(n_0^2 - \beta^2 n^2 - \eta H n)^2 + 4\beta^2 k^2 n^2\right]^2};\\
b_{3r} &= \rho\,\frac{\begin{cases}4\beta^3 k n^3\left[-2(n_0 - \beta^2 n^2 - \eta H n)^3 - 6\beta^2 n^2 (n_0^2\right.\\ - \beta^2 n^2 - \eta H n)^2 + (+6k^2 - \eta H n)(n_0^2 - \beta^2 n^2\\ \quad - \eta H n)^2 + 24\beta^2 k^2 n^2 (n_0^2 - \beta^2 n^2 - \eta H n)\\ \qquad \left. + 8\beta^4 k^2 n^4 - 8\beta^2 k^4 n^2 \eta H\right]\end{cases}}{\left[(n_0^2 - \beta^2 n^2 - \eta H n)^2 + 4\beta^2 k^2 n^2\right]^3}.
\end{aligned}
\right.
$$

Setzt man auch für a_{11}, a_{21} .... b_{31} dieselben Werte wie für a_{1r} .... b_{3r} mit dem Unterschied, daß man bei den Faktoren, welche H enthalten, das Vorzeichen umkehrt, so erhält man nach einiger Rechnung für ν_r und $\varkappa_r$ die Beziehungen:

$$
(17) \begin{cases}
\nu_r^2 - \kappa_r^2 \left\{ 1 - \beta^2 \frac{v^2}{c^2} (1 + a^*_{2r} + a_{3r}) \right\} + \nu_r \beta^2 \frac{v}{c} (2\, a_{1r} + a_{2r} \\
\qquad + 2\, \nu_r \kappa_r \beta^2 \frac{v^2}{c^2} (b^*_{2r} + b_{3r}) + \kappa_k \beta^2 \frac{v}{c} (b_{2r} - b_{1r}) \\
\qquad = 1 + \beta^2 a_{1r} \\
\nu_r^2 - \kappa_r^2 \left\{ \beta^2 \frac{v^2}{c^2} (b^*_{2r} + b_{3r}) \right\} + 2\, \nu_r \kappa_r \left\{ 1 - \beta^2 \frac{v^2}{c^2} (1 + a^*_{2r} \right. \\
\left. + a_{3r}) \right\} - \nu_r \beta^2 \frac{v}{c} (b_{2r} - b_{1r}) + \kappa_r \beta^2 \frac{v}{c} (2\, a_{1r} + a_{2r}) = \beta^2 b_{1r}
\end{cases}
$$

und genau dieselben Gleichungen für die linksrotierende Welle mit dem Unterschiede, daß überall der Index l auftritt.

Die Gleichungen (17) sind von der Form:

$$
\begin{aligned}
&\nu^2 - \kappa^2 (1 - A) + 2\, \nu \kappa B + \nu C + \kappa D = 1 + E \\
&(\nu^2 - \kappa^2) B \qquad + 2\, \nu \kappa (1 - A) - \nu D + \kappa C = F.
\end{aligned}
$$

Die Formeln (17) erscheinen zunächst etwas kompliziert, was in der Natur des Problems liegt; sie lassen sich aber leicht behandeln, wie man es aus den letzten zwei Gleichungen sieht. In den meisten der Beobachtung zugänglichen Fällen, wird, wie wir gleich sehen werden, der Ausdruck für ν sehr einfach sein.

§ 12. Es sollen in dieser Abhandlung nur die Probleme behandelt werden, bei welchen k (Reibungskoeffizient) gleich Null gesetzt werden darf. Bei der Drehung des Lichtes in Gasen und Dämpfen, die sich unter niedrigem Druck befinden, wird sicherlich das Absorptionsglied erst in der unmittelbaren Nähe der Eigenschwingung in Betracht kommen, worauf die fundamentalen Beobachtungen von Wood[9]) an Natriumdämpfen hinweisen. Wird $k = 0$ gesetzt, so resultiert aus (17):

$$
\nu_r^2 \left[1 - \beta^2 \frac{v^2}{c^2} (1 + a^*_{2r} + a_{3r}) \right] + \nu_r \beta^2 \frac{v}{c} (2\, a_{1r} + a_{2r}) = 1 + \beta^2 a_{1r}
$$

$$
\nu_l^2 \left[1 - \beta^2 \frac{v^2}{c^2} (1 + a^*_{2l} + a_{3l}) \right] + \nu_l \beta^2 \frac{v}{c} (2\, a_{1l} + a_{2l}) = 1 + \beta^2 a_{1l}.
$$

Auch in den Fällen, wo k nicht vernachlässigt werden darf, lassen sich die Formeln (17) sehr vereinfachen; jedoch soll vorläufig keine genauere Diskussion gegeben werden. Es sei aber folgende Bemerkung gestattet: In einer kürzlich erschienenen

[9]) R. W. Wood, *Phil. Mag.*, 10, p. 408, 1905; 14, p. 145. 1907.

Arbeit hat Herr NATANSON[10]) gezeigt, daß das Licht, welches sich parallel zu dem äußeren Magnetfelde in einem stark absorbierenden Gase fortpflanzt, elliptisch polarisiert sein muß. Aus unseren Überlegungen folgt, daß in dem leuchtenden Gase der Geißlerröhre die Geschwindigkeit der Lichtträger von wesentlichem Einfluß auf die Elliptizität des Lichtes ist. Auch in einem normalen (nicht leuchtenden) Gase wird die Molekulargeschwindigkeit den Wert des Elliptizitätskoeffizienten beeinflussen; es wird nur in den Formeln statt $\frac{v}{c}$ der Koeffizient $\frac{\overline{v}^2}{c^2}$ auftreten. —

§ 13. Gehen wir nun zur Betrachtung des Verhaltens von Gasen über, welche nur eine Elektronenart (Eigenschwingung) enthalten. Wir wollen uns ferner gleich auf den wichtigen Fall beschränken, daß die Schwingungsfrequenzen des erregenden Lichtes sich auf einen Bereich erstrecken, der klein ist in Vergleich zu der Gesamtfrequenz n und der in der Nähe der Eigenfrequenz liegt. Ist $n - n_0 \leq 3.10^{13}$, so ist Aussicht vorhanden, das Glied der Formel, welches die Geschwindigkeit der leuchtenden Teilchen enthält, zu bestimmen. — Wir setzen:

$$n = n_0 + d,$$

wobei d klein gegen n_0 ist. Beachten wir, daß in den meisten Fällen $\nu - 1$ sehr klein ist, vernachlässigen wir ferner die quadratischen Glieder in $\frac{v}{c}$, was in erster Annäherung, solange $n_0^2 - n^2$ nicht sehr klein ist, sicherlich gestattet ist, so nehmen die Gleichungen (17) die Gestalt an:

$$2(\nu_r - 1) + \nu_r \frac{v}{c}(2a_{1r} + a_{2r}) = a_{1r}$$

$$2(\nu_l - 1) + \nu_l \frac{v}{c}(2a_{1l} + a_{2l}) = a_{1l}.$$

Setzen wir noch $$\frac{\eta H n}{n_0} = \delta,$$

so haben die Ausdrücke (16) für die a den einfachen Wert:

[10]) L. NATANSON, *Bulletin intern. de l'Acad. des Sciences de Cracovie*, p. 179. 1908.

$$a_{1r} = -\frac{\rho}{n_0(2d - \delta)},$$

$$a_{2r} = \rho \frac{2}{(2d - \delta)^2},$$

$$a_{1l} = -\frac{\rho}{n_0(2d + \delta)},$$

$$a_{2l} = \rho \frac{2}{(2d + \delta)^2}.$$

Wir wollen die Konstanten D und Δ durch die Gleichungen definieren:

$$D = \frac{\rho}{2 n_0}$$

$$\Delta = \frac{v}{c}\rho;$$

wir haben dann in Bereichen, wo d etwa kleiner als $1{,}5.10^{19}$ ist, folgende Ausdrücke für ν_r und ν_l:

$$\nu_r = \frac{(2d - \delta)^2 - D(2d - \delta)}{(2d - \delta)^2 + \Delta}$$

$$\nu_l = \frac{(2d + \delta)^2 - D(2d + \delta)}{(2d + \delta)^2 + \Delta}.$$

Nun geben, wie bereits FRESNEL gezeigt hat, zwei entgegengesetzt rotierende zirkulare Wellen von obigem Charakter eine Drehung der Polarisationsebene des Lichtes. Ist l die Dicke der vom Licht durchsetzten Schicht, so beträgt der Drehungswinkel:

$$\chi = \frac{n l}{2c}(\nu_r - \nu_l).$$

Setzt man die Werte für ν_r und ν_l in die letzte Gleichung ein, so folgt die Grundformel für die Drehung des Lichtes:

$$\chi = \frac{n l}{2c}\left\{\frac{(2d - \delta)^2 - D(2d - \delta)}{(2d - \delta)^2 + \Delta} - \frac{(2d + \delta)^2 - D(2d + \delta)}{(2d + \delta)^2 + \Delta}\right\}. \tag{18}$$

Aus (18) folgt: 1. Der Einfluß der Geschwindigkeit ist desto merklicher, je *weniger* die Schwingungsfrequenz der erregenden Welle von der Eigenfrequenz der Dispersionselektronen entfernt ist.

2. Die Bestimmung der Konstanten D und Δ aus der Messung der Rotationsdispersion in leuchtenden Gasen und Dämpfen der Geißlerröhre würde uns die Geschwindigkeit der Lichtträger angeben.

Es wäre von Interesse, durch Messung des Stromes in der positiven Lichtsäule (etwa mit Hilfe von Sonden) die Anzahl der vorhandenen positiven Träger pro Volumeneinheit zu bestimmen. Denn ein Vergleich mit der aus den Rotationsmessungen erhaltenen Zahl N der Dispersionselektronen pro Volumeneinheit würde Aufklärung geben, wie viele positive Teilchen, und ob nur positiv geladene oder auch neutrale Atome an der Dispersion (auch Leuchten) teilnehmen. —

Die Beobachtungen müßten dann natürlich auch bei verschiedenen Stromstärken der Geißlerröhre ausgeführt werden.

Es muß ferner hervorgehoben werden, daß in unserer Gleichung (18) das die Geschwindigkeit enthaltende Glied als Faktor in derselben Form auftritt, wie in der gewöhnlichen Theorie der Term, der den „Reibungskoeffizienten" enthält. Die Theorien, welche den Absorptionskoeffizienten berücksichtigen, führen zu derselben Formel[11]), wie (18), nur tritt an Stelle von Δ das Quadrat des Bruches $\frac{k}{\mu}$ (Dimension einer Schwingungsfrequenz) auf, wobei k der Reibungskoeffizient und μ die Masse des Elektrons ist. Große Geschwindigkeit der Lichtträger übt einen analogen Einfluß aus wie starke Absorption.

Diese Tatsache besitzt insbesondere auch Interesse mit Rücksicht auf die Arbeiten von Herrn Wood über die anomale[12]) Rotationsdispersion in dichten Natriumdämpfen, worauf ich mir noch zurückzukommen gestatten werde. —

§ 14. Ist die Geschwindigkeitsrichtung der leuchtenden Teilchen senkrecht zu dem äußeren Magnetfelde, so ist kein Effekt erster Ordnung in $\frac{v}{c}$ vorhanden. Hingegen verlangt

[11]) Vgl. z. B. W. Voigt, l. c.
[12]) R. W. Wood, *Phil. Mag.*, 15, p. 270. 1908.

die Relativitätstheorie einen Effekt von der Ordnung $\frac{v^2}{c^2}$ (vgl. Gleichung 9a), auf dessen experimentelle Konstatierung nur dann Aussicht vorhanden ist, wenn die Schwingungsfrequenz der erregenden Welle in unmittelbarster Nähe der Eigenfrequenz liegt.

Alle unsere Betrachtungen lassen sich sofort ohne jede Schwierigkeit auf eine Substanz ausdehnen, welche zwei Elektronengattungen enthält.

Heidelberg, Phys. Inst. d. Univ., im November 1909.

C. F. Wintersche Buchdruckerei.