

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

**Die elektrischen Gleichstromleitungen mit Rücksicht auf
ihre Elastizität**

Teichmüller, Joachim

Stuttgart, 1898

Die elastischen Gleichstromleitungen

[urn:nbn:de:bsz:31-289940](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-289940)

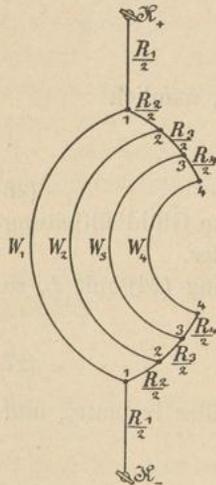
Die elastischen Gleichstromleitungen.

I. Theorie der offenen Leitungen.

Grundlagen.

47. Unter elastischen Leitungen sollen nach § 26 Leitungen verstanden werden, die so bemessen sind, dass das Funktionieren keines, auch nicht des empfindlichsten der an sie angeschlossenen Stromempfänger merklich beeinträchtigt wird, wie auch die Zahl der Stromempfänger (innerhalb der überhaupt möglichen Grenzen) geändert werden mag. Nach § 44 kann für Anlagen, bei denen Elastizität von den Leitungen verlangt wird, nur die Parallelschaltung der Stromempfänger in Betracht kommen.

Fig. 29.



Diese Schaltung setzt im allgemeinen, nämlich immer, wenn die Leitungswiderstände mit in Rücksicht gezogen werden, die gemischte Schaltung von Widerständen voraus.

48. Die Stromverteilung bei der gemischten Schaltung der Widerstände, allgemein behandelt. Ein komplizierterer Fall der gemischten Schaltung der Widerstände ist der in Fig. 29 abgebildete: Von den beiden Hauptklemmen aus führt je ein Widerstand $\frac{1}{2} R_1$ zu den Punkten 1, von denen aus sich zwei Widerstände verzweigen, nämlich auf der einen Seite der einfache Wider-

stand W_1 , der beide Punkte 1 miteinander verbindet, auf der andern die Widerstände $\frac{1}{2} R_2$, die zu den Punkten 2 führen. Von diesen Punkten aus findet eine ganz gleiche Verzweigung statt, wie vorhin bei den Punkten 1; auf der rechten Seite kommt man also zu den Punkten 3, und so setzt sich die Verzweigung beliebig weit fort: Jeder Punkt ist durch einen Widerstand $\frac{1}{2} R$ mit dem vorhergehenden Verzweigungspunkte verbunden und bildet selbst den Ausgangspunkt einer neuen parallelen Verzweigung.

Um die Stromverteilung in diesem Falle zu ermitteln, ist derselbe Weg einzuschlagen, der schon früher mit Vorteil benutzt

worden ist: Es ist für jede Parallelschaltung der äquivalente Widerstand aufzusuchen, dieser zum vorgeschalteten Widerstande R zu addieren und so fortzufahren, bis der der Gesamtschaltung äquivalente Widerstand gefunden ist, der als Divisor des Dividenden E , nämlich der Klemmenspannung zwischen K_+ und K_- , den Gesamtstrom ergibt. Ist dieser bekannt, so können leicht die einzelnen Ströme bestimmt werden.

Wir beginnen mit der Verzweigung zwischen den Punkten 3. Die äquivalente Leitungsfähigkeit ist

$$= \frac{1}{W_3} + \frac{1}{R_4 + W_4}.$$

der äquivalente Widerstand also der reciproke Wert hiervon, nämlich

$$= \frac{1}{\frac{1}{W_3} + \frac{1}{R_4 + W_4}},$$

Ist dieser Widerstand an Stelle der Parallelschaltung von W_3 mit $R_4 + W_4$ gesetzt, so kann man nach genau demselben Verfahren die Parallelschaltung zwischen den Punkten 2 durch einen äquivalenten Widerstand ersetzen. Es ist zunächst die äquivalente Leitungsfähigkeit zwischen diesen Punkten

$$= \frac{1}{W_2} + \frac{1}{R_3 + \frac{1}{\frac{1}{W_3} + \frac{1}{R_4 + W_4}}}$$

also der äquivalente Widerstand der reciproke Wert hiervon, und es ergibt sich schliesslich als der der Gesamtschaltung äquivalente Widerstand der Kettenbruch

$$R_g = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{W_1} + \frac{1}{R_2 + \frac{1}{\frac{1}{W_2} + \frac{1}{R_3 + \frac{1}{\frac{1}{W_3} + \frac{1}{R_4 + W_4}}}}}} \dots \dots \dots (1a)$$

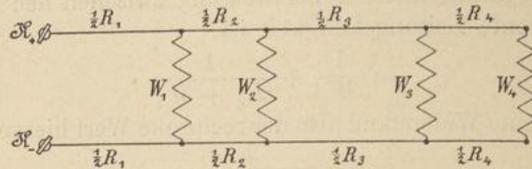
Der in R_1 fliessende Gesamtstrom ist also

$$J_{R_1} = \frac{E}{R_g}; \dots \dots \dots (1b)$$

dieser teilt sich in den Punkten 1 proportional der Leitungsfähigkeit $\frac{1}{W_1}$ und der oben ermittelten äquivalenten Leitungsfähigkeit der rechtsliegenden Verzweigung. So wird man fortschreitend die einzelnen Ströme in allen Widerständen ermitteln können.

49. Die räumliche Effektverteilung bei Parallelschaltung der Stromempfänger. Der einfache Leitungsstrang. Der behandelte Fall hat nun eine grosse praktische Bedeutung, denn sobald man — wie es durch die Bezeichnungen der einzelnen Widerstände von vornherein angedeutet war — die R zu Leitungs-, die W zu Nutz-
widerständen werden lässt, so erhält man den in Fig. 30 dar-

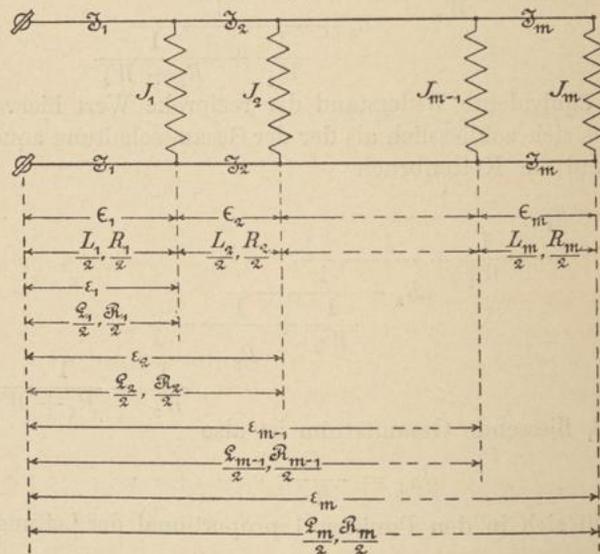
Fig. 30.



gestellten einfachen Leitungsstrang mit parallel geschalteten Stromempfängern, die aber räumlich auf eine gewisse Strecke verteilt sind, während in dem in § 36 zuerst behandelten Falle alle Stromempfänger von denselben Punkten abgezweigt waren.

Für die späteren Betrachtungen sollen folgende Bezeichnungen eingeführt werden: Der in einem Stromempfänger fließende, von

Fig. 31.



der Leitung abgezweigte oder Abzweigstrom (Belastungsstrom) werde mit J bezeichnet, der in einem Leitungsstück fließende Strom — ein Leitungsstrom — dagegen mit \mathcal{J} . Ferner soll unterschieden

werden, ob der Widerstand und die Längen der Leitungen zwischen je zwei Anschlussstellen von Stromempfängern oder von den Hauptklemmen K_+ und K_- aus bis zu einer Anschlussstelle gemessen sind; im ersteren Falle soll das Zeichen R , im zweiten das Zeichen \mathfrak{R} angewendet werden. In analoger Weise sollen die Spannungsverluste ϵ und ε unterschieden werden; ϵ gilt für die Verluste von Abzweigstelle zu Abzweigstelle, ε für die von den Hauptklemmen aus gemessenen Verluste. Ausserdem soll bis auf weiteres durchweg angenommen werden, dass je zwei zusammengehörige Widerstände R oder \mathfrak{R} einander nach Grösse und Querschnitt gleich seien, d. h. also, dass auf den positiven und den negativen Teil der Leitung in allen Fällen ein gleicher Widerstand von gleichem Querschnitt falle. Die Bezeichnungen sind in Fig. 31 zusammengestellt. Es ergeben sich hieraus die Beziehungen

$$\begin{array}{l}
 \mathfrak{J}_1 = \sum_1^m J_\nu \\
 \mathfrak{J}_2 = \sum_2^m J_\nu \\
 \dots \dots \dots \\
 \mathfrak{J}_m = J_m
 \end{array}
 \quad \left| \quad \begin{array}{l}
 \mathfrak{R}_1 = R_1 \\
 \mathfrak{R}_2 = \sum_2^m R_\nu \\
 \dots \dots \dots \\
 \mathfrak{R}_m = \sum_1^m R_\nu
 \end{array} \right. \dots \dots (2)$$

ebenso

$$\begin{array}{l}
 \mathfrak{L}_1 = L_1 \\
 \mathfrak{L}_2 = \sum_2^m L_\nu \\
 \dots \dots \dots \\
 \mathfrak{L}_m = \sum_1^m L_\nu
 \end{array}
 \quad \left| \quad \begin{array}{l}
 \varepsilon_1 = \epsilon_1 \\
 \varepsilon_2 = \sum_2^m \epsilon_\nu \\
 \dots \dots \dots \\
 \varepsilon_m = \sum_1^m \epsilon_\nu
 \end{array} \right. \dots \dots (2)$$

50. Die Spannungsverteilung bei räumlich verteilten parallel geschalteten Stromempfängern. Die Spannungsverteilung ist nach Feststellung der Stromverteilung sehr einfach zu ermitteln: Von der Gesamtklemmenspannung hat man das Produkt $\mathfrak{J}_1 R_1$ abzuziehen und man erhält die Nutzs Spannung E_1 am Nutzwiderstande W_1 ; diese vermindert um $\mathfrak{J}_2 R_2$ liefert E_2 u. s. f. Es herrscht also an den Klemmen aller Stromempfänger offenbar eine andere Nutzs Spannung; die Nutzs Spannung nimmt ab, je weiter man sich von den Hauptklemmen entfernt, und ist an den Klemmen des äussersten Stromempfängers am geringsten. Nennt man wie früher die Differenz zwischen der Nutzs Spannung und der Gesamts pannung (entsprechend dem Widerstande \mathfrak{R}) oder zwischen zwei Nutzs pannungen (entsprechend dem Widerstande R) den Spannungsverlust,

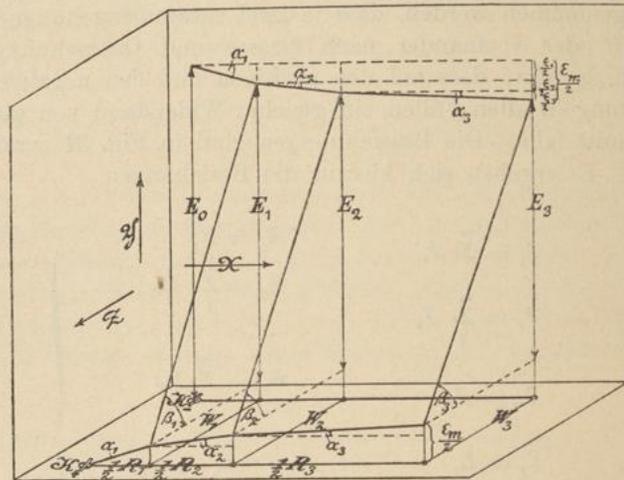
so ergeben sich die in Fig. 31 eingeschriebenen Beziehungen zwischen ϵ und ϵ_m , von denen die letzte, nämlich

$$\epsilon_m = \sum \epsilon = \sum \mathfrak{B} R \dots \dots \dots (3)$$

besonders hervorgehoben werden soll.

Zu einer anschaulichen Darstellung der Spannungsverteilung gelangt man durch die folgende räumliche Figur (Fig. 32): Die

Fig. 32.



Nutzwiderstände W seien in der Richtung der Z -Achse, die Leitungswiderstände R in der Richtung der X -Achse aufgetragen, so dass das ganze Bild der Leitungs- und Nutzwiderstände, im Widerstandsmassstabe gezeichnet, in der (horizontalen) X - Z -Ebene liegt. Die Spannungsdifferenzen, die von der Hauptklemme K_+ an gemessen sind, sind in der Richtung der Y -Achse aufgetragen. Sie steigen in K_+ von Null aus, zunächst den Spannungsverlusten entsprechend, unter den Neigungen $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ bis zum Betrage $\frac{\epsilon_m}{2}$ an, erheben sich über dem Nutzwiderstande W_3 unter der Neigung β_3 bis zum Werte $E_3 + \frac{\epsilon_m}{2}$ und steigen schliesslich über der Linie des negativen Leitungswiderstandes bis zum Maximalwerte E_0 , der über der Klemme K_- erreicht ist. Die Kurven der Spannungsdifferenzen über den Widerständen W_1 und W_2 ergeben sich dann von selbst. Die Nutzwiderstände W sind zunächst einander gleich angenommen. Die perspektivische Verkürzung in der Figur ist als sehr stark anzusehen, so dass die Strecken W sehr gross

und die Winkel α jedenfalls grösser werden als die Winkel β mit demselben Index. Denn es ist

$$\operatorname{tg} \alpha_\nu = \frac{\frac{\epsilon_\nu}{2}}{\frac{R}{2}} = \mathfrak{J}_\nu$$

und

$$\operatorname{tg} \beta_\nu = \frac{E_\nu}{W_\nu} = J_\nu;$$

und da im allgemeinen

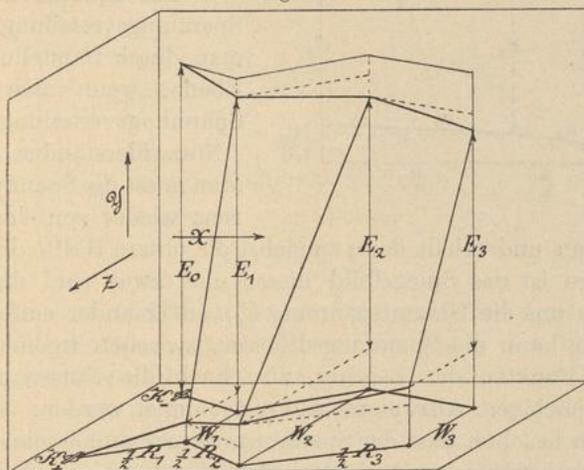
$$\mathfrak{J}_\nu > J_\nu,$$

so muss

$$\alpha_\nu > \beta_\nu$$

sein. Nur für $\nu = m$ tritt Gleichheit der Ströme und Winkel ein.

Fig. 33.



Ausserdem muss sein

$$\alpha_\nu > \alpha_{\nu+1}$$

da die Leitungsströme mit wachsendem ν abnehmen müssen, und zwar ist

$$\operatorname{tg} \alpha_\nu = \sum_{\nu+1}^m \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta_\nu.$$

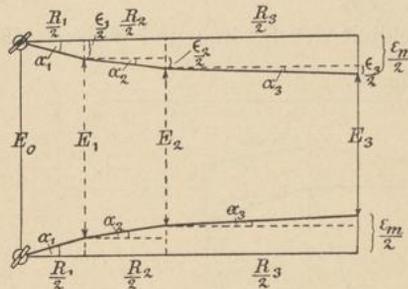
Unter der gemachten Voraussetzung gleicher Widerstände W ist ferner

$$\beta_\nu > \beta_{\nu+1},$$

eine Folgerung, die auch in der Figur deutlich zum Ausdruck kommt. Die Summierung der Spannungsverluste ist in der Figur rechts oben angedeutet.

Für ungleiche Widerstände ändert sich das Bild in das der Fig. 33. Man thut hierbei gut, darauf zu verzichten, dass die Leitungswiderstände in den Abscissen gemessen werden sollen, sondern trägt besser, wie es in der Figur geschehen ist, die Widerstände in ihren wahren Längen R in die X - Z -Ebene ein. Andernfalls würde erst die Projektion dieser Längen auf die X -Achse die Widerstände darstellen, wodurch die Darstellung an Anschaulichkeit verlieren würde. Die oben gegebenen Beziehungen zwischen den Winkeln bleiben auch hier gültig bis auf die letzte. Die Winkel β sind jetzt nicht nur von der Grösse der zugehörigen Ordinaten,

Fig. 34.



sondern wesentlich auch von der Länge der die Widerstände W darstellenden Strecken abhängig.

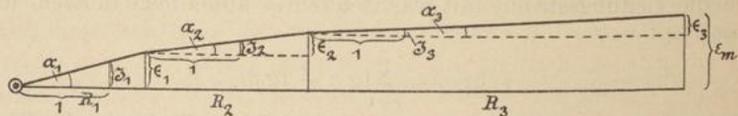
Ein einfacheres Bild der Spannungsverteilung erhält man durch Darstellung in der Ebene, wenn man von der Spannungsverteilung in den Nutzwiderständen absieht.

Man misst die Spannungsdifferenz wieder von einer Haupt-

klemme an und erhält dann zunächst die untere Hälfte der Fig. 34. Die obere ist das Spiegelbild dieser und zwar sind die Hauptklemmen um die Gesamtspannung E_0 von einander entfernt. Aus der Figur kann die Spannungsdifferenz zwischen irgend zwei beliebigen Punkten der Leitung, also auch die Nutzspannung an jedem beliebigen Abzweigpunkte entnommen werden.

Man beachte, dass der Spannungsverlust immer einen Verlust an Spannungsdifferenz bedeutet, dem in der einen Leitung ein Zuwachs an absoluter Spannung entsprechen kann.

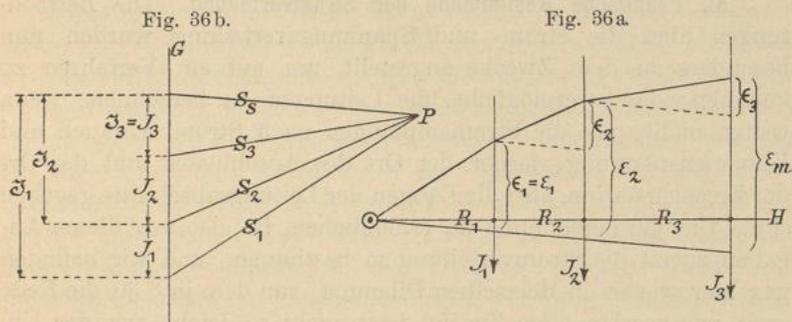
Fig. 35.



Noch einfacher endlich wird die Darstellung in der Kurve des Spannungsverlustes allein, die von den Nutzspannungen direkt gar nichts aussagt, aus der dieselben aber entnommen werden können, wenn die Gesamtspannung bekannt ist. Mit dieser Kurve lässt sich — wenn sie auch die Verhältnisse weniger vollkommen

und anschaulich wiedergibt — am bequemsten operieren, und sie wird deshalb auch am meisten angewendet. Die Kurve ist in Fig. 35 in demselben Massstabe wie Fig. 34 dargestellt; es sind jedesmal die zusammengehörigen Widerstandshälften addiert, die Winkel aber sind natürlich dieselben geblieben, so dass die Ordinaten den ganzen Spannungsverlust in der Hin- und Rückleitung zusammengenommen ergeben.

Die Addition der beiden Hälften der Leitungswiderstände soll von jetzt ab immer ausgeführt werden, wenn es nicht unbedingt anders nötig ist. Eine Leitung ist also künftig immer durch eine Gerade dargestellt, auch wenn sie aus zwei Teilen, Hin- und Rückleitung, besteht. Die Stromrichtungen, von denen die Rede ist, sind als die des Stromes in der positiven Leitung zu verstehen.



Die in den Abständen $R = 1$ von den Abzweigpunkten an errichteten Ordinaten, begrenzt durch die Kurve des Spannungsverlustes, geben ein Mass für die Grösse der Leitungsströme an. Dies führt zu einer bequemen graphischen Konstruktion der Kurve des Spannungsverlustes, wenn die Abzweigströme gegeben sind:

Man trage die Leitungswiderstände auf einer horizontalen Geraden H ab (vergl. Fig. 36a) und errichte in denjenigen Punkten dieser Geraden, die den Abzweigpunkten der Ströme J entsprechen, Senkrechte. In einer besonderen Figur (36b) trage man auf einer senkrechten Geraden G in einem bestimmten Massstabe die Ströme J der Reihe nach ab und ziehe von den Endpunkten dieser Ströme Strahlen S zu einem Pole P , der sich im Abstände $R = 1$ von G befindet. Parallel zu diesen Strahlen ziehe man, in der Hauptfigur (36a), im Zuführungspunkte \odot beginnend, eine gebrochene Linie, deren einzelne Abschnitte durch die früher gezogenen Senkrechten begrenzt werden; zu dem letzten Strahle S_n ist wieder eine Gerade parallel durch den Zuführungspunkt zu ziehen. Die senkrecht zu H gemessenen Abstände dieser Geraden von der gebrochenen Linie geben ein Mass

für den Spannungsverlust an dem betreffenden Punkte der Leitung. Der Beweis hierfür ergibt sich leicht aus der Aehnlichkeit je zweier Dreiecke in der Hauptfigur (36a) mit Dreiecken der Hilfsfigur (36b), aus denen Beziehungen von der Form

$$\epsilon : R = \mathfrak{J} : 1$$

folgen.

Zeichnet man die Figur so, dass S_s senkrecht auf G steht, so erhält man die Kurve des Spannungsverlustes unmittelbar in der in Fig. 35 gezeichneten Gestalt.

Auch in dieser Konstruktion, welche grosse Aehnlichkeit hat mit der Konstruktion der Seilpolygone in der graphischen Statik, zeigt sich die Verwandtschaft der Strommomente mit den statischen Momenten.

51. Praktische Bestimmung der Stromverteilung. Die Betrachtungen über die Strom- und Spannungsverteilung wurden nun besonders zu dem Zwecke angestellt, um auf ein Verfahren zu kommen, das es ermöglicht, die Leitungen zu berechnen, wenn weiter nichts als die Stromempfänger nach Stromverbrauch und Klemmenspannung, ferner der Ort des Anschlusses und der Ort der Erzeugerstation, also die Längen der Leitungsabschnitte gegeben sind. Um die Berechnung zu ermöglichen, ist also aus diesen Angaben zuerst die Stromverteilung zu bestimmen, und wir befinden uns hier wieder in demselben Dilemma, von dem in § 30 die Rede war; wir werden ohne Zweifel jetzt nicht so leicht aus der Unsicherheit herauskommen, wie in dem Falle der einfachen Effektübertragung.

In diesem Falle (vergl. § 43) war die den Leiter durchfliessende Stromstärke als Summe aller Nutzströme eine gegebene Grösse, wir kamen deshalb zu einer Gleichung, in der als einzige Unbekannte der Widerstand der Leitung R stehen blieb. Wollten wir aber für den Fall der räumlichen Effektverteilung nach einer ähnlichen Gleichung suchen, so müssten wir auf die Gleichung (1b) in § 48 zurückgehen, deren rechte Seite den in Gleichung (1a) angegebenen Kettenbruch R_g enthält. In diesem Kettenbruche stehen aber so viel Unbekannte als der Leitungswiderstand R Teile R_1, R_2 u. s. f. enthält. Es ist also unmöglich die Stromverteilung exakt zu bestimmen, bevor etwas über die Leitungswiderstände ausgesagt ist. Würde man dies etwa in der Weise thun, dass man über die Verhältnisse dieser Widerstände Abmachungen trafe, vielleicht durch die Festsetzung, dass die Widerstände proportional der Länge der Leitungsabschnitte sein sollen, also

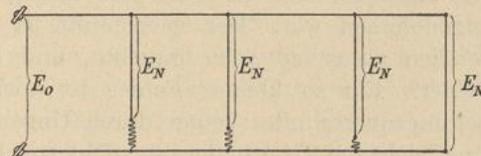
$$R_1 : R_2 : R_3 \cdots = L_1 : L_2 : L_3 : \cdots$$

so würde immer noch mit dem umständlichen Kettenbruche zu rechnen sein, was auf jeden Fall vermieden werden muss. Wir müssen also nach einem anderen Auswege suchen.

Die Thatsache, dass die Spannungsdifferenzen an den Klemmen der Stromempfänger im jetzt vorliegenden Falle zweifellos verschieden sein müssen, könnte zu dem Verfahren verleiten, die zu benutzenden Stromempfänger der Grösse ihrer normalen Nutzspannung (E_1, E_2, E_3 u. s. f.) nach zu ordnen und diese Reihenfolge für die Verwendung bei der Installation vorzuschreiben. Durch die Differenzen $E_0 - E_1, E_1 - E_2, E_2 - E_3$ u. s. f. sind die Spannungsverluste gegeben und damit alles bekannt, was zur Berechnung der Leitung erforderlich ist, denn nach diesen Festsetzungen werden zweifellos die normalen Ströme in den Stromempfängern fliessen, und die Leitungsströme sind gegeben. Ein solches kompliziertes Verfahren lassen die Verhältnisse in der Praxis aber schon deshalb nicht zu, weil es nicht durchzuführen wäre, die Installationen weitläufiger Anlagen so genau zu überwachen, dass thatsächlich die Nutzwiderstände stets an den projektierten Stellen eingeschaltet würden. Es liegt ausserdem im Interesse der Fabrikation der Stromverbraucher — wie schon oben bemerkt — möglichst alle, jedenfalls alle für eine Anlage verwendeten, für ein und dieselbe Nutzspannung zu bauen; es soll also $E_1 = E_2 = E_3 = \dots$ sein. Dieser Umstand würde, wenn das angedeutete Verfahren eingeschlagen werden sollte, unendlich grosse Querschnitte für die zwischen der ersten und letzten Stromabzweigung liegenden Leitungen verlangen, und nur die Leitung von den Hauptklemmen bis zur ersten Abzweigung würde zu berechnen sein, die Aufgabe wäre auf den Fall der einfachen Effektübertragung zurückgeführt.

Praktisch ausführbar würde folgendes Verfahren sein: Man nimmt Stromverbraucher von einer für alle gleichen, bestimmten Nutzspannung E_N , deren Stromverbrauch bekannt ist, an und legt diesen Stromverbrauch und die daraus zu entnehmenden Leitungsströme der Berechnung zu Grunde. Wird dann die Gesamtspannung so gewählt, dass die Klemmenspannung an der letzten Abzweigstelle gleich der Nutzspannung der Stromempfänger ist, so wird an allen anderen Stromempfängern zunächst eine höhere Klemmenspannung herrschen, die aber durch Vorschaltungen von

Fig. 37.

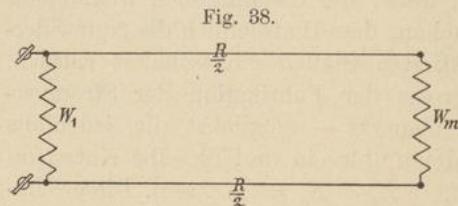


geeigneter Grösse (vergl. Fig. 37) vor jeden einzelnen Stromempfänger auf das normale Mass herabgedrückt werden soll. Auch auf diese Weise und unter diesen Voraussetzungen würde die Stromverteilung vor Bekanntsein der Widerstände angegeben werden können.

Bei Leitungen für elastische Glühlichtanlagen würden die Vorschaltwiderstände sehr klein sein, denn da der Spannungsverlust 2% der Nutzspannung nicht überschreiten darf, so würde die grösste Vorschaltung unmittelbar an den Hauptklemmen nur diese 2% zu vernichten haben, ihr Widerstand wäre also = $0,02 W$ zu wählen, wenn W der Widerstand des dort angeschlossenen Stromempfängers ist. Es fragt sich unter diesen Umständen, ob der Fehler nicht vielleicht vernachlässigbar klein wäre, den man machen würde, wenn man die Vorschaltungen ganz weglassen, die Stromverteilung dagegen so bestimmen würde, als ob sie vorhanden wären. Diese Frage

ist durch folgende einfache Ueberlegung zu entscheiden:

Vergleicht man ohne Rücksicht auf die dazwischen liegenden Abzweigungen nur die den Haupt-



klemmen am nächsten gelegene mit der entferntesten (vergl. Fig. 38), so wird unter den angegebenen Bedingungen den Widerstand W_1 ein um 2% grösserer Strom durchfliessen als unter Einschluss der Vorschaltung fließen würde. Durch den entsprechend berechneten Leitungswiderstand R dagegen würde an den Klemmen von W_m die normale Nutzspannung E_N hergestellt, dieser also vom normalen Strome durchflossen werden. Lässt man jetzt die Gesamtspannung um 2% sinken, so wird der Strom in W_1 normal, der in W_2 um 2% zu klein, also um 2% kleiner als er bei Berechnung des Leitungsquerschnittes angenommen war. Der Querschnitt ist also um 2% stärker ausgefallen als er zu sein brauchte, und hierin besteht der ganze Fehler. Ein so kleiner Fehler ist aber in der Praxis, wo die Leitungsquerschnitte schon durch Ungenauigkeit bei der Herstellung leicht um 2% von der beabsichtigten Grösse abweichen können, wo aber ausserdem nur die Auswahl unter gewissen, den Fabrikationsnummern einer Firma entsprechenden Querschnitten möglich ist, unbedingt zulässig. Es folgt aus diesen Ueberlegungen die Regel:

Zur Bestimmung der Stromverteilung in elastischen Leitungen sind die normalen Verbrauchsströme ohne

Rücksicht auf den in den Leitungen auftretenden Spannungsverlust anzunehmen.

Nach dieser Regel wird bei elastischen Leitungen künftig ausnahmslos verfahren werden. Es soll aber hier besonders darauf aufmerksam gemacht werden, dass die Regel ohne Vorbehalt nur für Anlagen von hoher Elastizität gilt.

Der Fall der Effektverteilung mit parallel geschalteten Stromempfängern ist hierdurch dem Falle der einfachen Effektübertragung ähnlich geworden, denn die Vernachlässigung, die gemacht worden ist, stimmt überein mit der Vernachlässigung des Leitungswiderstandes zwischen den Anschlusspunkten. Alle Schlüsse, welche früher bei der Vergleichung der Hintereinanderschaltung mit der Parallelschaltung gezogen wurden, gelten auch für den allgemeineren Fall der räumlichen Effektverteilung. Für die Leitungsberechnung selbst aber sind noch besondere Regeln aufzustellen.

Anmerkung. Man beachte, dass die für die Anlage verlangte Elastizität es ist, die den maximal zulässigen Spannungsverlust bestimmt, d. h. also die Rücksicht auf die zeitliche Verschiedenheit des in dem Stromempfänger umgesetzten Effektes oder der an seinen Klemmen herrschenden Nutzspannung, oder für Glühlampen die zeitliche Verschiedenheit der Leuchtkraft einer Lampe. Die räumliche Verschiedenheit des Effektes oder der Leuchtkraft der in einer Anlage installierten Lampen kommt dem gegenüber fast gar nicht in Frage.

52. Die Superposition der Ströme. Nach den gemachten Festsetzungen sind die Abzweigströme nicht mehr unbekannte Grössen, sondern sie sind als die zum normalen Funktionieren der betreffenden Stromempfänger nötigen Ströme als gegebene Werte anzusehen, und man kann nunmehr unter Beiseitelassung der Abzweigwiderstände mit diesen Strömen operieren, noch bevor etwas über die Leitungswiderstände gesagt ist. Hierdurch gewinnen die in § 49 angegebenen Beziehungen unter den Strömen besondere Bedeutung, denn durch sie ist die ganze Stromverteilung, also auch die zur Berechnung der Leitungen nötigen Werte der Leitungsströme bestimmt. Die Beziehungen lauteten:

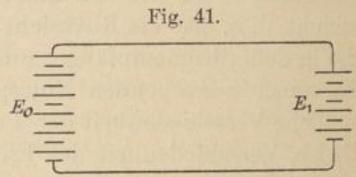
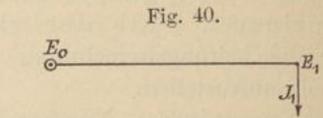
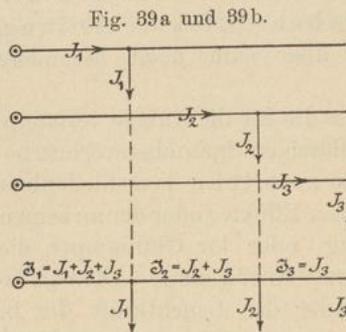
$$\begin{aligned} \mathfrak{I}_1 &= \sum_1^m J_\nu \\ \mathfrak{I}_2 &= \sum_2^m J_\nu \\ &\dots \dots \dots \\ \mathfrak{I}_m &= J_m \end{aligned}$$

und können in dem folgenden wichtigen Satze ausgesprochen werden:

Die Leitungsströme ergeben sich aus den Abzweigströmen durch einfache Superposition.

D. h.: Der Strom in einem bestimmten Leitungsstück ist gleich der (algebraischen) Summe der Ströme, die in diesem Leitungsstücke fließen würden, wenn die Ströme zeitlich nacheinander abzweigt würden. In Fig. 39a sind die zu superponierenden Abzweigströme, in Fig. 39b die daraus zusammengesetzten Leitungsströme eingezeichnet.

Dieser Satz gilt natürlich auch für beliebige Teile der Abzweigströme; statt den Strom J_v auf einmal abzweigen, kann man



ihn in beliebig vielen Teilen nacheinander abnehmen. Die Teile können auch negativ oder grösser als der Strom J_v sein. Es kommt nur darauf an, dass die algebraische Summe aller Stromteile schliesslich $= J_v$ ist. Nach dieser Anschauung unterscheiden sich also Stromzuführungen (negative Abzweigungen) prinzipiell nicht mehr von den Stromabführungen (positiven Abzweigungen), und auch der den Hauptklemmen zuzuführende Strom kann als eine negative Abzweigung aufgefasst werden.

53. Die Superposition der Klemmenspannungen. Eine Ausscheidung der Nutzwiderstände, wie sie im vorigen Paragraphen vorgenommen ist, hat zum erstenmal schon in § 22 stattgefunden. Setzt man in einem Leitungsstrange für einfache Effektübertragung, vergl. Fig. 40, für den Spannungsverlust

$$\epsilon_1 = E_0 - E_1,$$

so erhält man an Stelle der in § 22 angegebenen Gleichung (6) die Gleichung

$$J_1 = \frac{E_0}{R} - \frac{E_1}{R}, \dots \dots \dots (4)$$

die der Ausdruck des zweiten Kirchhoffschen Satzes ist, wenn man sich den Stromkreis nur aus den Leitungswiderständen gebildet und in ihm die beiden Klemmenspannungen als elektromotorische Kräfte wirken denkt, wie es in Fig. 41 dargestellt ist.

Die Betrachtung lässt sich leicht auf einen allgemeineren Leitungsstrang ausdehnen. In Fig. 42 ist für das zweite Leitungsstück

$$J_2 = \frac{E_1}{R_2} - \frac{E_2}{R_2}$$

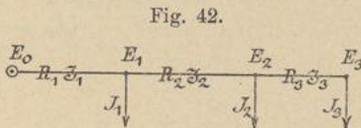


Fig. 42.

und für das dritte

$$J_3 = \frac{E_2}{R_3} - \frac{E_3}{R_3}$$

Hieraus folgt

$$J_2 = J_2 - J_3 = \frac{E_1}{R_2} + \frac{E_3}{R_3} - E_2 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \dots \dots \dots (5)$$

und analoge Ausdrücke für alle andern Abzweigströme. Diese Gleichung lässt sich in dem Satze aussprechen:

Der Abzweigstrom an einem bestimmten Abzweigpunkte ergibt sich als die algebraische Summe der Ströme, die fließen würden, wenn der Reihe nach alle Klemmenspannungen als *EMK*'te einzeln, unter gleichzeitigem Kurzschluss an allen andern Abzweigpunkten (und Zuführungspunkten) wirken würden.

Die Klemmenspannungen superponieren sich also als *EMK*'te. Dass man nicht nur von den Klemmenspannungen an dem Abzweigpunkte selbst und an den benachbarten Punkten zu sprechen braucht, ist offenbar, denn alle weiter ab wirkenden *EMK*'te sind kurzgeschlossen, bevor sie eine Wirkung auf die dem betrachteten Abzweigpunkte benachbarten Leitungsstücke ausüben können.

Addiert man zu Gleichung (5) die identische Gleichung

$$0 = \frac{E_0}{R_2} - \frac{E_0}{R_2} + \frac{E_0}{R_3} - \frac{E_0}{R_3}$$

hinzu, so erhält man unter Berücksichtigung der Definitionsgleichungen für die Spannungsverluste ϵ

$$-J_2 = + \frac{\epsilon_1}{R_2} + \frac{\epsilon_3}{R_3} - \epsilon_2 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \dots \dots \dots (6)$$

und damit den Satz:

Denkt man sich in gleicher Weise wie oben die Klemmenspannungen jetzt die Spannungsverluste als *EMK*'te wirken, so erhält man die negativen Abzweigströme.

54. Die Superposition der Spannungsverluste. Der maximale Spannungsverlust ϵ_m setzte sich nach der Formel

$$\epsilon_m = \sum \mathfrak{J} R \dots \dots \dots (7)$$

zusammen. Löst man die Leitungsströme in ihre superponierten Abzweigströme auf, so erhält man

$$\begin{aligned} \epsilon_m &= (J_1 + J_2 + J_3 + \dots + J_m) R_1 \\ &+ (J_2 + J_3 + \dots + J_m) R_2 \\ &+ (J_3 + \dots + J_m) R_3 \\ &+ \dots \dots \dots \\ &+ J_m R_m \end{aligned}$$

oder durch entsprechende Zusammenfassung

$$\begin{aligned} \epsilon_m &= J_1 R_1 \\ &+ J_2 (R_1 + R_2) \\ &+ J_3 (R_1 + R_2 + R_3) \\ &+ \dots \dots \dots \\ &+ J_n (R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_m), \end{aligned}$$

das ist aber nach der früher eingeführten Bezeichnung

$$\epsilon_m = \sum J \mathfrak{R} \dots \dots \dots (8)$$

in Worten:

Der Spannungsverlust bis zum Endpunkte oder bis zu einem beliebigen Punkte der Leitung setzt sich aus den Spannungsverlusten, die den einzelnen zu superponierenden Abzweigströmen in diesem Punkte entsprechen würden, durch einfache Superposition zusammen.

Die Art und Weise, wie man sich hiernach die Bildung der Spannungsverluste zu denken hat, wird am besten graphisch durch die Kurven der Fig. 43a und 43b illustriert, in denen die Bezeichnung $(\epsilon_\nu) = J_\nu \mathfrak{R}_\nu$ angewendet ist. Auf dem Leitungsstück hinter den Abzweigpunkten bleibt der Spannungsverlust natürlich gleich dem bis zu diesem Punkte entstandenen Verluste, wie es in den Figuren 43a angegeben ist. In Fig. 43b ist die Superposition ausgeführt. Aus dieser letzten Figur ist am deutlichsten zu erkennen, dass die Kurve des Spannungsverlustes eine gebrochene Linie ist, die so beschaffen sein muss, dass die Neigung der einzelnen geraden Stücke gegen die Gerade des Widerstandes abnimmt, je mehr man sich von den Hauptklemmen entfernt, dass die Neigung aber niemals negativ und nur von dem Punkte an gleich Null wird, in dem die Leitung stromlos wird.

55. Der Spannungsverlust als Drehmoment. In der zuletzt entwickelten Form des Spannungsverlustes

$$\epsilon_m = \sum J \mathfrak{R}$$

tritt wieder sein Charakter als eines statischen Momentes deutlich zu Tage. Alle Kräfte J greifen an Hebelarmen an, deren Drehpunkt der Anfangspunkt der Leitung ist. Der maximale Span-

Fig. 43 a.

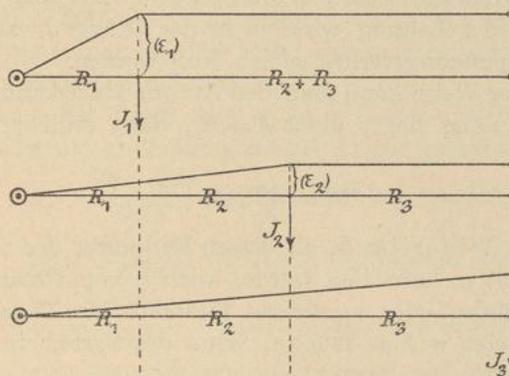
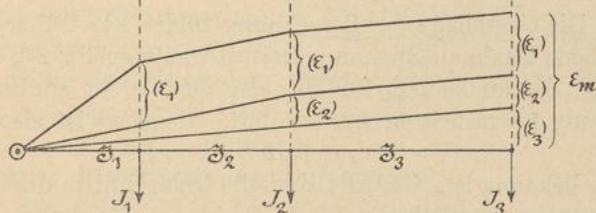


Fig. 43 b.



nungsverlust erscheint als das Drehmoment, das das ganze System im Gleichgewicht hält. Bezeichnet man in Analogie mit früherem die Produkte $J\mathfrak{R}$ als Strommomente, so ergibt sich der Satz:

Der maximale Spannungsverlust ist das Moment, das der Summe der Strommomente das Gleichgewicht hält.

56. Ideelle Stromstärke und ideeller Widerstand. Fasst man in dieser Weise den maximalen Spannungsverlust als Strommoment auf, so kann man sich von den beiden Faktoren Strom und Widerstand, aus denen er seiner Dimension gemäss zusammengesetzt sein muss, den einen noch beliebig wählen, da über dieselben einzeln noch nichts ausgesagt ist. Wählt man den Hebelarm gleich $\Sigma R = \mathfrak{R}_m$, so ergibt sich als die Kraft, die an diesem Hebelarme angreifen müsste, um das System im Gleichgewicht zu halten, der Strom

$$J_i = \frac{\epsilon_m}{\mathfrak{B}_m} \dots \dots \dots (9)$$

Dieser ideelle Strom ist negativ abgezweigt zu denken, da der Spannungsverlust als Drehmoment im entgegengesetzten Sinne der Strommomente zu drehen sucht. Würde der Strom zu einem reellen, d. h. am Ende der Leitung wirklich in der Grösse J_i zugeführt, so würde der Spannungsverlust gleich Null werden.

In ähnlicher Weise kann man den Strom als bekannt wählen und zwar, was nahe liegt, als $\Sigma J = \mathfrak{J}_1$, dann ergibt sich der Widerstand

$$R_i = \frac{\epsilon_m}{\mathfrak{J}_1} \dots \dots \dots (10)$$

als der ideelle Widerstand, an dessen Endpunkt der maximale Spannungsverlust ϵ_m herrschen würde, wenn er vom Gesamtstrome durchflossen würde, oder an dessen Endpunkt der Gesamtstrom negativ abgezweigt werden müsste, wenn das System im Gleichgewicht sein sollte.

Berechnung einfacher Leitungsstränge.

57. Die Grundlage der Berechnung bildet wie früher der vorgeschriebene maximale Spannungsverlust von ungefähr 2% der Nutzs-pannung, der an keinem Punkte, also auch nicht am Endpunkte der Leitung überschritten werden darf. Gegeben ist also

$$\epsilon_m = 0,02 E_N$$

wenn E_N bekannt ist. Gesucht sind die Querschnitte der einzelnen Leitungsstücke, nämlich die Werte Q_ν in der Gleichung

$$\epsilon_m = \Sigma \epsilon_\nu = \sum_1^m \frac{\mathfrak{J}_\nu L_\nu}{Q_\nu} \varrho \dots \dots \dots (11)$$

Diese Gleichung enthält also noch m Unbekannte, und es bestehen $m - 1$ Willkürlichkeiten, über die man noch beliebig verfügen kann. Man kann z. B. noch $m - 1$ Querschnitte willkürlich wählen, wenn nur der in diesen Querschnitten auftretende Spannungsverlust kleiner als ϵ_m bleibt, dann ist der m te Querschnitt durch die Gleichung eindeutig bestimmt, oder man kann andere Abmachungen treffen, die die Lösung der Aufgabe eindeutig machen. Je nach der Art nun, wie über die Willkürlichkeiten verfügt wird, ergeben sich verschiedene Methoden der Berechnung.

58. Erste Methode. Die Berechnung bei freier Wahl der einzelnen Spannungsverluste. Das einfachste, freilich auch roheste Verfahren ist, die Willkürlichkeit derart auszunützen, dass man die einzelnen Spannungsverluste ϵ_ν beliebig wählt und nur die Forderung $\epsilon_m = \Sigma \epsilon_\nu$ beachtet. Ist z. B. die Aufgabe gestellt, die Querschnitte für

die in Fig. 44*) skizzierte Leitungsströmung zu berechnen, so liegt es vielleicht nahe, die Spannungsverluste ϵ_v in den drei Leitungsstücken einander gleich zu wählen. Die gegebenen Werte sind

$$\begin{array}{lll} L_1 = 100 \text{ m} & J_1 = 35 \text{ Amp, also } \mathfrak{J}_1 = 70 \text{ Amp.} \\ L_2 = 6 \text{ »} & J_2 = 10 \text{ »} & \mathfrak{J}_2 = 35 \text{ »} \\ L_3 = 250 \text{ »} & J_3 = 25 \text{ »} & \mathfrak{J}_3 = 25 \text{ »} \end{array}$$

Die Nutzsannung sei 110 Volt, der maximale Spannungsverlust darf also nach unserer Annahme

$$\epsilon_m = 2,2 \text{ V sein, und es ist } \epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = 0,73 \text{ V.}$$

Dann ist, wenn als Leitungsmetall Kupfer gewählt wird,

$$Q_1 = \frac{70 \cdot 200}{0,73} \cdot 0,0175 = 336 \text{ mm}^2 \approx 336 \text{ mm}^2,$$

$$Q_2 = \frac{35 \cdot 12}{0,73} \cdot 0,0175 = 10,1 \text{ mm}^2 \approx 10 \text{ mm}^2,$$

$$Q_3 = \frac{25 \cdot 500}{0,73} \cdot 0,0175 = 299,5 \text{ mm}^2 \approx 300 \text{ mm}^2.$$

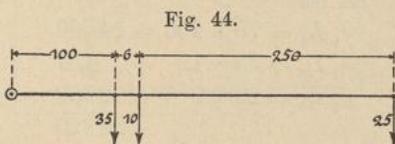
Die so berechneten Querschnitte müssen, wie in allen Fällen, auf Stromdichte geprüft werden. Die Stromdichte im ersten und letzten

Querschnitte ist offenbar so klein, dass die Erwärmung nur sehr gering sein wird; für Q_2 dagegen ist eine besondere Prüfung erforderlich: Dem Strome $\mathfrak{J}_2 = 35$ Amp gehört bei normaler Erwärmung der Durchmesser

$$D = \left(\frac{35}{4,5} \right)^{2/3} = 3,93 \text{ mm}$$

oder der Querschnitt $12,1 \text{ mm}^2$ zu. Die zulässige Stromdichte wird also überschritten, die Berechnung hat zu unbrauchbaren Ergebnissen geführt.

Dass eine auf Spannungsverlust berechnete Leitung den Bedingungen der Erwärmung nicht genügt, ist bei keiner Berechnungsart von vornherein ausgeschlossen, was die angewendete Methode aber unzweckmässig macht, ist erstens der Umstand, dass auf einen schwächeren Querschnitt ein stärkerer folgen kann, dass also der schwächere einen grösseren Strom zu führen hat als der stärkere, und zweitens der Umstand, dass es infolgedessen nötig ist, jeden einzelnen Querschnitt auf Stromdichte zu prüfen. Diese Nachteile bewirken, dass die Methode der freien Wahl der Spannungsverluste nur sehr selten und in besonderen Fällen ange-



*) Die Figur ist absichtlich nicht massstäblich gezeichnet.

wendet wird, und veranlassen uns nach Methoden zu suchen, bei denen die geschilderten Unzuträglichkeiten vermieden sind.

59. Zweite Methode. Die Berechnung auf konstanten Querschnitt. Stellt man die Bedingung, dass der Querschnitt überhaupt nicht verändert werden, sondern der ganzen Länge des Leitungsstranges nach derselbe sein soll, so sind offenbar alle Willkürlichkeiten vermieden, denn aus der Gleichung (11) wird dann

$$\epsilon_m = \frac{\varrho}{Q} \sum_1^m \mathfrak{J}_\nu L_\nu \dots \dots \dots (12)$$

und hierin ist Q die einzige unbekannte Grösse, die sich also als

$$Q = \frac{\sum \mathfrak{J} L}{\epsilon_m} \varrho \dots \dots \dots (13)$$

oder

$$Q = \frac{\sum J \varrho}{\epsilon_m} \varrho \dots \dots \dots (14)$$

berechnen lässt.

Für das oben gegebene Beispiel erhält man hiernach den Querschnitt folgendermassen:

Es ist

$$\begin{array}{r} \mathfrak{J}_1 L_1 = 70 \cdot 200 = 14000 \\ \mathfrak{J}_2 L_2 = 35 \cdot 12 = 420 \\ \mathfrak{J}_3 L_3 = 25 \cdot 500 = 12500 \\ \hline 26920 \end{array}$$

oder

$$\begin{array}{r} J_1 \varrho_1 = 35 \cdot 200 = 7000 \\ J_2 \varrho_2 = 10 \cdot 212 = 2120 \\ J_3 \varrho_3 = 25 \cdot 712 = 17800 \\ \hline 26920 \end{array}$$

also ist

$$Q = \frac{26920}{2,2} \cdot 0,0175 = 214 \text{ mm}^2.$$

Die erstrebten Vorteile sind beide erreicht, denn es folgt nicht nur kein stärkerer Querschnitt einem schwächeren, sondern es ist auch nur eine einzige Nachrechnung auf Stromdichte, nämlich im ersten Leitungsstück, in dem der Strom am stärksten ist, erforderlich. In diesem Stücke ist

$$j = \frac{70}{214} < 0,33,$$

also jedenfalls wird die Erwärmung sehr gering sein.

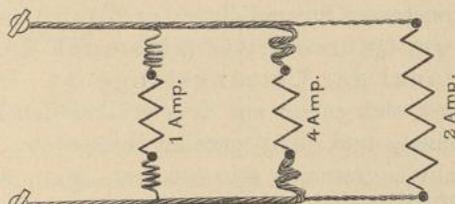
60. Dritte Methode. Die Berechnung auf konstante Stromdichte. Erklärung an einem Beispiele. In einer Entfernung von 250 m von der Maschine sollen 7 Amp nützlich verwendet werden. Soll der Spannungsverlust $\epsilon_m = 2,2$ V betragen, so ist ein Kupferquerschnitt von rund 28 mm^2 erforderlich. Diese Leitung von 28 mm^2 Querschnitt soll in einer Leitung von 7 Drähten, deren also jeder einen Querschnitt von 4 mm^2 haben muss, bestehen.

Die am Ende der Leitung abgezweigten 7 Amp sollen nun

nicht alle durch einen, sondern durch drei parallel geschaltete Nutzwiderstände fließen, von denen der eine 1 Amp, der andere 4 und der letzte 2 Amp Strom verbraucht. Es ist dann gleichgültig, ob die drei Stromempfänger gemeinsam an die Litze angeschlossen sind — deren Drähte dann am Ende durch Lötung mit einander verbunden sein könnten —, oder ob sie je nur an eine gewisse, den Abzweigströmen entsprechende Zahl von Drähten, der erste also an einen, der zweite an vier und der letzte an zwei Drähte angeschlossen sind. Denn da die Stromdichte in einem von Gleichstrom durchflossenen Leiter in allen Punkten seines Querschnittes dieselbe ist, so verteilt sich numerisch der gesamte Strom doch ohne weiteres so, als ob die einzelnen Drähte oder Gruppen von Drähten nur den Strom für gewisse Stromempfänger zu führen hätten. Es ist

deshalb sogar erlaubt, die dermassen mit den einzelnen Drähten der Litze verbundenen Nutzwiderstände räumlich von einander zu trennen, indem man die Litze, so weit man will, auflöst (vergl. Fig. 45). Man wird hierdurch durchaus

Fig. 45.



keine Aenderung des Stromflusses oder des Spannungsverlustes hervorrufen, vielmehr durch die vorgenommene Aenderung einen Leitungsstrang erhalten, von dem man zunächst weiss, dass der Spannungsverlust bis zu den Klemmen aller Nutzwiderstände derselbe (nämlich = r_m) geblieben ist, der der Berechnung zu Grunde gelegt war. Ausserdem kann man aber von dem Leitungsstrange aussagen, dass die Stromdichte in allen Leitungsstücken dieselbe geblieben ist, denn die Zahl der für die abgezweigten Ströme von der gemeinsamen Litze losgelösten und gleichstarken Drähte ist proportional diesen Abzweigströmen, und deshalb sind auch die Gesamtquerschnitte der in der gemeinsamen Leitung vereint gebliebenen Drähte proportional den Leitungsströmen.

Die in der Fig. 45 gezeichneten, in Schlingen gelegten Leitungsstücke, die als Zuführung zu den Nutzwiderständen W_1 und W_2 dienen, entsprechen den in § 51 erwähnten Vorschaltungen. Nach den dort gemachten Auseinandersetzungen darf man aber diese Vorschaltungen weglassen ohne einen merklichen Fehler zu begehen, W_1 und W_2 also direkt an die Gesamtleitung anschliessen.

Auf das hiermit beschriebene Verfahren kann man eine Methode der Leitungsberechnung gründen, die nunmehr rechnerisch entwickelt werden soll.

Entwicklung der Berechnungsmethode. Soll die Stromdichte in allen Leitungsstücken dieselbe sein, so wird aus Gleichung (11) in § 57 durch Herausheben von

$$j = \frac{\mathfrak{J}_v}{Q_v}$$

die Gleichung

$$\varepsilon_m = \varrho \cdot j \Sigma L_v = \varrho j \Sigma_m \dots \dots \dots (15)$$

oder

$$\varepsilon = \varrho j l, \dots \dots \dots (16)$$

wenn ε eine mit der veränderlichen Länge l veränderliche Grösse bedeutet.

Diese Gleichung lehrt übrigens, dass unter der Voraussetzung konstanter Stromdichte der Spannungsverlust unabhängig vom Querschnitte (also auch der Stromstärke) proportional der Leitungslänge ist. Die Richtigkeit dieses Satzes lässt sich schon aus dem erklärenden Beispiele ohne weiteres einsehen, und man erkennt ausserdem, dass wir auf dasselbe Verfahren gestossen sein würden, wenn wir die in § 57 erwähnten Willkürlichkeiten in der Weise ausgeschlossen hätten, dass wir als Bedingung Proportionalität der Spannungsverluste mit den Leitungslängen festgesetzt hätten.

Ist in Gleichung (15) der Spannungsverlust ε_m und die Leitungslänge gegeben, so folgt für die Stromdichte

$$j = \frac{\varepsilon_m}{\varrho \Sigma_m}, \dots \dots \dots (17)$$

und mit Hilfe dieses Wertes lässt sich nun jeder Querschnitt aus

$$Q_v = \frac{\mathfrak{J}_v}{j} \dots \dots \dots (18)$$

berechnen. Man hat also den Rechenschieber nur einmal, nämlich auf den Wert $1/j$ einzustellen und kann sofort alle Querschnitte des Leitungsstranges ablesen. Aus den letzten beiden Gleichungen ergibt sich

$$Q_v = \frac{\mathfrak{J}_v \Sigma_m}{\varepsilon_m} \varrho \dots \dots \dots (19)$$

das heisst: Bei der Berechnung auf konstante Stromdichte ist jeder einzelne Querschnitt so zu berechnen, als ob der ihn durchfliessende Strom am Ende des **ganzen** Leitungsstranges abgezweigt wäre, an dem der Spannungsverlust eintreten soll. Auch dieser Satz kann schon

durch einfache Ueberlegung aus dem zur Erklärung herangezogenen Beispiele gewonnen werden. Nebenbei bemerke man die interessante Thatsache, dass diese Berechnungsmethode Leitungen ergibt, bei denen die in jeder Volumeneinheit erzeugte Wärmemenge überall dieselbe ist. Die in einem Kubikcentimeter der Leitung vom Widerstande R in der Zeiteinheit erzeugte Wärme ist nämlich

$$\frac{\mathcal{G}}{QL} = \frac{\mathfrak{J}^2 R}{QL} = \frac{\mathfrak{J}^2 L}{Q^2 L} \varrho = j \varrho,$$

also bei konstanter Stromdichte j unabhängig vom Querschnitt.

Statt Q_ν nach der letzten Formel zu berechnen, kann man auch den Zuwachs Q'_ν berechnen, den $Q_{\nu+1}$ erfahren muss, um auf Q_ν anzuwachsen, nämlich nach der Formel

$$Q'_\nu = \frac{J_\nu \varrho_m}{\varepsilon_m} \varrho \dots \dots \dots (20)$$

Das ergibt sich folgendermassen: Es ist

$$Q_\nu = \frac{\mathfrak{J}_\nu \varrho_m}{\varepsilon_m} \varrho \text{ und } Q_{\nu+1} = \frac{\mathfrak{J}_{\nu+1} \varrho_m}{\varepsilon_m} \varrho,$$

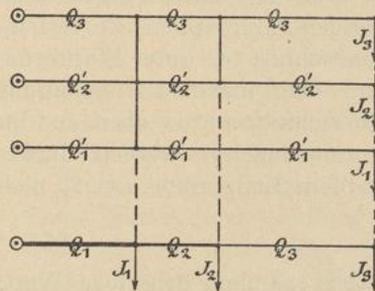
also

$$Q'_\nu = Q_\nu - Q_{\nu+1} = (\mathfrak{J}_\nu - \mathfrak{J}_{\nu+1}) \frac{\varrho_m}{\varepsilon_m} \varrho,$$

was mit der Beziehung $\mathfrak{J}_\nu - \mathfrak{J}_{\nu+1} = J_\nu$ die Gleichung (20) ergibt.

Nach diesem Verfahren berechnet man also für jeden der m Abzweigströme einen besonderen Leitungsquerschnitt, als ob die Ströme am Ende der ganzen Leitung abgezweigt wären. Legt man die so berechneten m Leitungen, nämlich jedesmal die positiven Leitungen für sich und die negativen für sich, nebeneinander, so herrscht in diesen Leitungen an beliebigen aber gleich weit vom Anfangspunkte entfernten Punkten dieselbe Spannung. Es können also beliebig viele von den m Leitungen auf beliebig weite Strecken mit einander verseilt werden, ohne dass die Verteilung des Stroms und der Spannung, also auch der maximale Spannungsverlust, sich irgendwie änderte. In dieser Berechnungsart spiegeln sich die in dem erklärenden Beispiele erkannten Verhältnisse besonders deutlich wieder. In Fig. 46 ist die Berechnungsweise und das Zusammenlegen der Leitungen für $m = 3$ veranschaulicht.

Fig. 46.



Beispiel. Für den in den früheren Beispielen behandelten

Leistungsstrang gestaltet sich die Rechnung folgendermassen: Es ist nach Formel (17)

$$j = \frac{2,2}{0,0175 \cdot 712} = 0,1765,$$

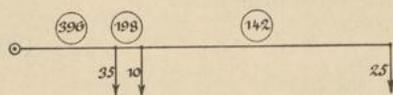
also

$$Q_1 = \frac{70}{0,1765} = 396 \text{ mm}^2, \quad Q_2 = \frac{35}{0,1765} = 198 \text{ mm}^2,$$

$$Q_3 = \frac{25}{0,1765} = 142 \text{ mm}^2.$$

Es ergibt sich also die in Fig. 47 dargestellte Leitung. Bequemer ist es vielleicht zuerst Q_3 zu berechnen als

Fig. 47.



$$Q_3 = \frac{25 \cdot 712}{2,2} \cdot 0,0175 = 142 \text{ mm}^2$$

und nun den Querschnitt proportional den Leistungsströmen zunehmen zu lassen. Endlich kann man auch die Querschnitte Q'_v berechnen, nämlich

$$Q'_2 = \frac{10 \cdot 712}{2,2} \cdot 0,0175 = 56,7$$

und

$$Q'_1 = \frac{35 \cdot 712}{2,2} \cdot 0,0175 = 198$$

und erhält dann die wahren Querschnitte durch Addition

$$Q_2 = Q_3 + Q'_2 = 198,7,$$

$$Q_1 = Q_2 + Q'_1 = 396,7.$$

Auch bei der Methode der Berechnung auf konstante Stromdichte sind die beiden erstrebten Vorteile (vergl. § 58) erreicht.

6l. Eine falsche Berechnungsmethode. Man erkennt aus dem vorigen Paragraphen, wie falsch es sein würde, den zu addierenden Querschnitt Q'_v unter Einführung der Länge ℓ_v (an Stelle von ℓ_m) und dem maximalen Spannungsverluste ϵ_m zu berechnen. Der Querschnitt würde eben zu dünn werden, denn soll Q'_v mit Q_m zusammengelegt werden dürfen, so darf der Spannungsverlust an dem Endpunkte von ℓ_v nicht ϵ_m sein, sondern nur den Wert

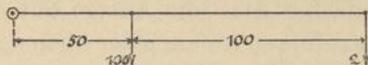
$$\epsilon_v = \frac{\ell_v}{\ell_m} \epsilon_m$$

haben, nämlich denselben Wert, den er in der Leitung vom Querschnitte Q_m hat.

Da diese falsche Berechnungsmethode noch heute nicht selten angewendet wird, soll ihre Fehlerhaftigkeit durch ein drastisches Beispiel besonders illustriert werden.

Beispiel. Es soll der in Fig. 48 dargestellte Leitungsstrang berechnet werden.

Fig 48.



falsche Berechnung:

$$Q_2 = \frac{2 \cdot 300}{2,2} \cdot 0,0175 = 4,78$$

$$Q'_1 = \frac{100 \cdot 100}{2,2} \cdot 0,0175 = 79,6;$$

daraus folgt

$$Q_1 = Q_2 + Q'_1 = 84,4.$$

Benützen wir diese Querschnitte, so ergibt sich als wahrer Spannungsverlust

$$\epsilon_1 = \frac{102 \cdot 100}{84,4} \cdot 0,0175 = 2,12$$

$$\epsilon_2 = \frac{2 \cdot 200}{4,78} \cdot 0,0175 = 1,46$$

also

$$\epsilon_m = 3,58,$$

gegenüber den irrtümlich erwarteten 2,2 V.

richtige Berechnung:

$$Q_2 = \frac{2 \cdot 300}{2,2} \cdot 0,0175 = 4,78$$

$$Q'_1 = \frac{100 \cdot 300}{2,2} \cdot 0,0175 = 239;$$

daraus folgt

$$Q_1 = Q_2 + Q'_1 = 243,8.$$

$$\epsilon_1 = \frac{102 \cdot 100}{243,8} \cdot 0,0175 = 0,733$$

$$\epsilon_2 = \frac{2 \cdot 200}{4,78} \cdot 0,0175 = 1,46$$

also

$$\epsilon_m = 2,193$$

oder rund

$$\epsilon_m = 2,2 \text{ V,}$$

wie erwartet war.

Nach der falschen Methode hat sich also eine Leitung ergeben, in der der maximale Spannungsverlust den zulässigen um ungefähr 63% übersteigt.

62. Vergleichung der Methoden der Berechnung auf konstanten Querschnitt und auf konstante Stromdichte. Was zunächst das Verfahren der Berechnung betrifft, so wird man bemerkt haben, dass die Berechnung auf konstante Stromdichte sich bequemer ausführen lässt als die andere, denn man hat dabei nur den einen Wert $\frac{1}{j}$ auszurechnen — womit gleichzeitig die Kontrolle auf Stromdichte erledigt ist — diesen auf dem Rechenschieber einzustellen und kann dann in den Produkten dieses Wertes in die Leitungsströme jeden Querschnitt sofort ablesen. Bei der Berechnung auf konstanten Querschnitt dagegen sind m Produkte von der Form J^2 oder $\mathfrak{J} L$ zu bilden, also auch m Einstellungen auf dem Rechenschieber zu machen, danach sind diese Produkte zu addieren und endlich die Schlussrechnung auszuführen. Diese Methode ist also jedenfalls verhältnismässig unbequem zu handhaben.

Vergleicht man aber die beiden Methoden mit Rücksicht auf die den Berechnungen entsprechend ausgeführten Anlagen, so gebührt der Berechnung auf konstanten Querschnitt insofern der Vorzug, als es einfacher ist, eine Anlage mit durchgehends nur einer Drahtsorte auszuführen als an jeder Abzweigung einen andern Draht verwenden zu müssen. Ausserdem kann ein kleiner, wenn auch unbedeutender Vorteil bei Anwendung des konstanten Querschnittes darin erblickt werden, dass die Nutzspannungen an den an verschiedenen Stellen abgezweigten Stromempfängern weniger von einander abweichen als bei den veränderten Querschnitten der Anlage mit konstanter Stromdichte. Umgekehrt kann der Umstand, dass die Stromdichte in dem ersten Stücke des konstanten Querschnittes höher ist, als die konstante Stromdichte der anders berechneten Leitung, der ersteren unter Umständen zum Nachteil gereichen, denn im Falle der ersten Berechnungsart kann die Stromdichte leicht zu hoch sein, während sie nach der zweiten Berechnungsart noch in mässigen Grenzen bleiben würde.

Es liegt nahe, den Vergleich noch weiter auszudehnen, indem man die Frage stellt, welche von den beiden Methoden eine billigere Anlage liefert.

Wir können uns die Entscheidung leichter machen, wenn wir die Frage dahin vereinfachen, dass wir die Berechnungsart suchen, die zu dem kleinsten Aufwand von Leitungskupfer führt. Da die Kosten einer Leitungsanlage hiervon nicht allein abhängen, wie wir schon oben bei der Ableitung der Thomson'schen Regel in § 18 gesehen haben, so ist allerdings der Kupferaufwand nicht ohne weiteres für die Gesamtkosten massgebend. Bei Vergleichen der vorliegenden Art, bei denen die Leitungsquerschnitte im allgemeinen nicht erheblich von einander abweichen, werden aber immerhin die Kupfermengen einen ziemlich genauen Schluss auf das Verhältnis der Gesamtkosten zulassen.

In der Praxis ist es deshalb auch üblich geworden, bei Vergleichung grösserer Projekte über dieselbe Anlage, die für ein nützlich geleistetes Watt in den Leitungen der verschiedenen Projekte aufgewendete Kupfermenge anzugeben.

Vergleicht man zunächst die Kupfermengen, die sich in dem nach den drei Berechnungsarten durchgeführten Beispiele ergeben haben, so erhält man folgende Zahlen:

$$\begin{aligned}
 & 1) \text{ bei freier Wahl der Spannungsverluste} \\
 & M_1 = 336 \cdot 200 = 67\,200 \text{ cm}^3 \\
 & M_2 = 10 \cdot 12 = 120 \text{ „} \\
 & M_3 = 300 \cdot 500 = 150\,000 \text{ „} \\
 & \text{also } M = \Sigma M_v = 217\,320 \text{ „}
 \end{aligned}$$

2) bei konstantem Querschnitt

$$M = 214 \cdot 712 = 152370 \text{ cm}^3$$

3) bei konstanter Stromdichte

$$M_1 = 396 \cdot 200 = 79200$$

$$M_2 = 198 \cdot 12 = 2380$$

$$M_3 = 142 \cdot 500 = 71000$$

$$\text{also } M = \Sigma M_\nu = 152580$$

Die erste Methode hat also im Beispiel eine grössere Kupfermenge geliefert als die zweite und dritte, diese beiden haben dagegen ungefähr die gleichen Mengen geliefert. Würde man genauer gerechnet haben, so würden sich bei der Berechnung nach diesen Methoden sogar genau gleiche Volumina ergeben haben, was aus folgender Betrachtung erhellt: Es ist

$$M = \Sigma L_\nu Q_\nu, \dots \dots \dots (21)$$

also bei der Berechnung auf konstanten Querschnitt

$$M_Q = Q \cdot \Sigma L_\nu = Q \Sigma_m \dots \dots \dots (22)$$

Setzt man den Wert für Q nach Gleichung (12) ein, so ergibt sich

$$M_Q = \frac{\Sigma_m \varrho}{\epsilon_m} \Sigma \mathfrak{J}_\nu L_\nu \dots \dots \dots (23)$$

Für konstante Stromdichte dagegen hatte sich der Querschnitt nach Formel (19) ergeben und durch Einsetzung dieses Wertes in Gleichung (21) folgt

$$M_j = \frac{\Sigma_m \varrho}{\epsilon_m} \Sigma \mathfrak{J}_\nu L_\nu; \dots \dots \dots (24)$$

also ist

$$M_Q = M_j \dots \dots \dots (25)$$

Die Berechnungen auf konstanten Querschnitt und auf konstante Stromdichte führen zu den gleichen Mengen Leitungsmetall.

Der Umstand, dass zwei so verschiedene Berechnungsmethoden dieselbe Kupfermenge liefern, lässt vermuten, dass diese Menge noch nicht die geringste ist, die sich bei demselben maximalen Spannungsverluste erreichen lässt. Es soll deshalb die Frage aufgeworfen werden, ob es ein Verfahren der Leitungsberechnung giebt, das zu einer noch geringeren, der geringsten Kupfermenge führt.

63. Vierte Methode. Die Berechnung unter der Bedingung des geringsten Aufwandes von Leitungsmetall. Es soll zunächst ein Leitungsstrang mit drei Abzweigungen (vergl. Fig. 42) behandelt werden. Der maximale Spannungsverlust ist in der Grösse

$$\epsilon_m = E_o - E_3$$

festgesetzt, über die einzelnen Summanden

$\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = \epsilon_m = (E_0 - e_1) + (e_1 - e_2) + (e_2 - E_3)$
soll jetzt so verfügt werden, dass die Menge des Leitungsmetall

$$M = L_1 Q_1 + L_2 Q_2 + L_3 Q_3$$

ein Minimum werde. Die Nutzspannungen an der ersten und zweiten Abzweigung sind die veränderlichen Grössen in der Rechnung und deshalb, wie später auch m für M , klein geschrieben.

Setzt man in den Wert von M die Querschnitte, ausgedrückt in ihrer Abhängigkeit von den einzelnen Spannungsverlusten oder Nutzspannungen, so erhält man

$$m = \left\{ \frac{\mathfrak{J}_1 L_1^2}{E_0 - e_1} + \frac{\mathfrak{J}_2 L_2^2}{e_1 - e_2} + \frac{\mathfrak{J}_3 L_3^2}{e_2 - E_3} \right\} q.$$

Hält man hierin einen Augenblick $e_2 = E_2$ konstant, so wird m ein Minimum, wenn

$$\frac{1}{q} \cdot \frac{\partial m}{\partial e_1} = \frac{\mathfrak{J}_1 L_1^2}{(E_0 - e_1)^2} - \frac{\mathfrak{J}_2 L_2^2}{(e_1 - E_2)^2} = 0.$$

Lässt man dagegen nur e_2 variieren unter Konstanthaltung von $e_1 = E_1$, so ergibt sich als Bedingung für das Minimum

$$\frac{1}{q} \cdot \frac{\partial m}{\partial e_2} = \frac{\mathfrak{J}_2 L_2^2}{(E_1 - e_2)^2} - \frac{\mathfrak{J}_3 L_3^2}{(e_2 - E_3)^2} = 0.$$

Diese beiden Bedingungsgleichungen sind identisch mit

$$\frac{Q_1^2}{\mathfrak{J}_1} = \frac{Q_2^2}{\mathfrak{J}_2} \quad \text{und} \quad \frac{Q_2^2}{\mathfrak{J}_2} = \frac{Q_3^2}{\mathfrak{J}_3}$$

und sie müssen, da nun e_1 und e_2 nicht mehr einzeln, sondern gleichzeitig variiert werden sollen, gleichzeitig bestehen, wenn das Volumen des Leitungsmetall ein Minimum werden soll.

Die Betrachtung lässt sich ohne weiteres auf einen Leitungsstrang von beliebig vielen Abzweigungen ausdehnen, und es ergibt sich dann als allgemeine Minimumbedingung die Gleichung

$$Q_\nu = c \sqrt{\mathfrak{J}_\nu} \dots \dots \dots (26)$$

in Worten: Sind in einem Leitungsstrange die Querschnitte proportional den Quadratwurzeln aus den sie durchfliessenden Strömen, so ist der Aufwand an Leitungsmetall der geringste, der für dieselbe Effektverteilung unter demselben maximalen Spannungsverluste möglich ist.

Dass in der That ein Minimum und kein Maximum eintritt, bedarf keines rechnerischen Nachweises, sondern ergibt sich durch die einfache Ueberlegung, dass das Maximum im vorliegenden Falle unmöglich eintreten kann. Das Maximum muss offenbar den Wert ∞ besitzen, denn man kann den gesamten Spannungsverlust ϵ_m so zerlegen, dass er in einem der Leitungsstücke schon $= \epsilon_m$ ist,

dann muss er in den übrigen unendlich klein sein, und die Querschnitte für die Leitungsstücke müssen unendlich gross werden. Die Stromdichte braucht offenbar nur im ersten Leitungsstück geprüft zu werden, da sie hier — wie sich aus der Vergleichung mit der Berechnungsmethode auf konstante Stromdichte ergibt — am grössten sein muss.

Zur Berechnung eines Leitungsstranges ist das erhaltene Ergebnis folgendermassen zu verwenden:

Setzt man die Bedingung für das minimale Metallvolumen aus Gleichung (26) in die allgemeine Gleichung des Spannungsverlustes

$$\epsilon_m = \sum_1^m \frac{\mathfrak{J}_\nu L_\nu}{Q_\nu} \rho$$

ein, so ergibt sich

$$\epsilon_m = \frac{\rho}{c} \sum_1^m L_\nu \sqrt{\mathfrak{J}_\nu}$$

und hieraus, indem man den Faktor c alle nach Gleichung (26) möglichen Werte durchlaufen lässt

$$Q_\nu = \sqrt{\mathfrak{J}_\nu} \frac{\rho \sum_1^n L_\nu \sqrt{\mathfrak{J}_\nu}}{\epsilon_m} \dots \dots \dots (27)$$

Der durch einen Bruchstrich zusammengefasste Teil der rechten Seite ist für einen bestimmten Leitungsstrang für alle Querschnitte derselbe, also nur einmal festzustellen. Er stellt den Faktor c in Gleichung (26) dar.

Beispiel. Als Beispiel soll derselbe Leitungsstrang behandelt werden, der schon bei den früheren Methoden benutzt worden ist.

Zunächst ist der Wert des Bruches, also des Faktors c , zu ermitteln. Es ist

$$\begin{array}{r} L_1 \sqrt{\mathfrak{J}_1} = 200 \cdot 8,37 = 1674 \\ L_2 \sqrt{\mathfrak{J}_2} = 12 \cdot 5,92 = 71 \\ L_3 \sqrt{\mathfrak{J}_3} = 500 \cdot 5,0 = 2500 \\ \hline 4245 \end{array}$$

also ist

$$c = \frac{0,0175 \cdot 4245}{2,2} = 33,77$$

und es wird nun

$$\begin{array}{r} Q_1 = 33,77 \cdot 8,37 = 282,5 \text{ mm}^2 \\ Q_2 = 33,77 \cdot 5,92 = 199,6 \text{ »} \\ Q_3 = 33,77 \cdot 5,0 = 168,8 \text{ »} \end{array}$$

Die Aufgabe ist gelöst; die Stromdichte im ersten Leitungsstück beträgt

$$\frac{70}{282,5} = 0,248 \text{ Amp/mm}^2,$$

und das Kupfervolumen ergibt sich zu

$$M_{min} = 143190 \text{ cm}^3$$

gegenüber rund 152500 cm³ bei den Berechnungen auf konstanten Querschnitt und auf konstante Stromdichte.

Die Methode liefert also tatsächlich kleinere Kupfermengen und hat ausserdem den Vorteil gegenüber der Methode der Berechnung auf konstante Stromdichte, dass die Differenzen der Nutzspannungen in den Leitungssträngen bei der ersteren nicht so gross werden als bei der letzteren; sie sind dagegen etwas grösser als bei den auf konstanten Querschnitt berechneten Leitungssträngen. Diese Thatsache, die leicht einzusehen ist, ist übrigens, wie schon oben erwähnt, bei Leitungen für elastische Anlagen nicht von Bedeutung.

64. Die Teilung des Spannungsverlustes auf Hin- und Rückleitung.

Es ist an dieser Stelle angebracht, sich die Frage vorzulegen, ob man die billigste Anlage erhält, wenn man den Spannungsverlust so teilt, dass — wie nach der Festsetzung in § 49 bisher allgemein angenommen wurde — die Hälfte auf die Hin-, die andere Hälfte auf die Rückleitung fällt, d. h. also ob es mit Rücksicht auf die Kosten richtig war, Hin- und Rückleitung von gleichem Querschnitt zu wählen. Nur die Verneinung dieser Frage könnte uns veranlassen, die aus vielen praktischen Gründen zweckmässige Wahl gleicher Querschnitte aufzugeben. Die Beantwortung der Frage läuft wiederum darauf hinaus, festzustellen, unter welchem das Verhältnis $\epsilon_h : \epsilon_r$ der beiden Teile $\epsilon_h + \epsilon_r = \epsilon_m$ der Aufwand an Leitungsmetall ein Minimum wird.

Ist die Länge ϱ , der Abzweigstrom J einer Leitung und der maximal zulässige Spannungsverlust $\epsilon_m = \epsilon_h + \epsilon_r$ gegeben, so stellen sich die Querschnitte in ihrer Abhängigkeit von den Teilen des Spannungsverlustes dar in der Form

$$q_h = \frac{1}{2} \cdot \frac{J \varrho}{\epsilon_h} \varrho \quad \text{und} \quad q_r = \frac{1}{2} \cdot \frac{J \varrho}{\epsilon_m - \epsilon_h} \varrho,$$

und das Metallvolumen zu

$$m = \frac{1}{4} J \varrho^2 \varrho \left(\frac{1}{\epsilon_h} + \frac{1}{\epsilon_m - \epsilon_h} \right).$$

Dieser Wert kann nur dann ein Minimum werden, wenn

$$\frac{\partial}{\partial \epsilon_h} \left(\frac{1}{\epsilon_h} + \frac{1}{\epsilon_m - \epsilon_h} \right) = 0,$$

also wenn

$$\epsilon_h = \epsilon_m - \epsilon_h \quad \text{oder} \quad \epsilon_h = \frac{\epsilon_m}{2}$$

Dass ein Minimum eintritt und kein Maximum, bedarf keines Beweises.

Wir haben also keine Veranlassung von der Annahme gleicher Querschnitte für Hin- und Rückleitung für gewöhnliche Fälle abzugehen; wir würden im Gegenteil bei jeder anderen Annahme die Kosten der Anlage vergrößern.

65. Besondere Fälle einfacher Leitungsstränge. Erster Fall. Es sei gegeben ein Leitungsstrang von bekannter Länge, und der Strang sei auf seiner ganzen Länge vollständig gleichmässig belastet, so dass von jeder noch so klein gewählten Längeneinheit gleich viel Strom abfließt. Die Summe aller Abzweigströme sei bekannt als

$$\Sigma J_v = \mathfrak{J}_1.$$

Aus dem Gesagten folgt, dass sich die Intensität des Leitungsstromes für jeden Punkt der Leitung aus der Gleichung

$$i = \frac{\mathfrak{J}_1}{\Sigma_m} (\Sigma_m - l) \dots \dots \dots (28)$$

ergibt, worin l die (veränderliche) Entfernung eines betrachteten Punktes vom Anfangspunkte der Leitung, i die in diesem Punkte herrschende Stärke des Leitungsstromes bedeutet.

Die Kurve des Stromes in Abhängigkeit von der Länge der Leitung ist also eine Gerade, vergl. Fig. 49. Es sei ferner ein bestimmter maximaler Spannungsverlust ε_m vorgeschrieben. Die

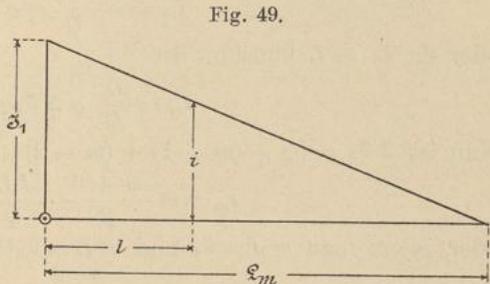


Fig. 49.

Leitung soll auf konstanten Querschnitt berechnet werden.

Der Spannungsverlust im Längenelement dl ist

$$d\varepsilon = \frac{i \cdot dl}{Q} \cdot \rho,$$

also der Verlust bis zum Punkte in der Entfernung l

$$\varepsilon = \frac{\rho}{Q} \int_0^l i \, dl = \frac{\rho \mathfrak{J}_1}{Q \Sigma_m} \int_0^l (\Sigma_m - l) \, dl$$

oder

$$\varepsilon = \frac{\rho \mathfrak{J}_1}{Q} l \left(1 - \frac{l}{2 \Sigma_m} \right) \rho \dots \dots \dots (29)$$

Diese Gleichung stellt eine Parabel dar, deren Scheitelpunkt im

Punkte P_∞ (vergl. Fig. 51) liegt. Der maximale Spannungsverlust tritt ein für $l = \varrho_m$ und ist

$$\epsilon_m = \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{J}_1 \varrho_m}{Q} \varrho, \dots \dots \dots (30)$$

wobei ϱ_m die gesamte Länge der Leitung, Hin- und Rückleitung, bedeutet. Umgekehrt ist also der gesuchte Querschnitt

$$Q = \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{J}_1 \varrho_m}{\epsilon_m} \varrho, \dots \dots \dots (31)$$

d. h. halb so gross, als wenn der Gesamtstrom $\Sigma J = \mathfrak{J}_1$ die Leitung ihrer ganzen Länge nach durchflosse, also am Ende der Leitung abgezweigt wäre.

Zweiter Fall. Die Leitung sei durch m gleiche Ströme J , die in gleichen Abständen $L = \frac{\varrho_m}{m}$ von einander abgezweigt sind,

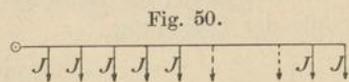


Fig. 50.

(vergl. Fig. 50) belastet. Die Verhältnisse seien im übrigen die des ersten Falles. Die Leitung ist auf

konstanten Querschnitt zu berechnen.

Der maximale Spannungsverlust ist

$$\epsilon_m = \frac{\Sigma \mathfrak{J}_\nu L_\nu}{Q} \varrho$$

oder da $L_\nu = L$ konstant ist

$$\epsilon_m = \frac{L}{Q} \varrho \Sigma \mathfrak{J}_\nu.$$

Nun ist $\Sigma \mathfrak{J}_\nu = [m + (m - 1) + (m - 2) + \dots + 2 + 1] J$, also

$$\epsilon_m = m \frac{m + 1}{2} \cdot \frac{JL}{Q} \varrho$$

oder, wenn man $m J = \mathfrak{J}_1$ und $m L = \varrho_m$ setzt,

$$\epsilon_m = \frac{1 + \frac{1}{m}}{2} \cdot \frac{\mathfrak{J}_1 \varrho_m}{Q} \varrho \dots \dots \dots (32)$$

und

$$Q = \frac{1 + \frac{1}{m}}{2} \cdot \frac{\mathfrak{J}_1 \varrho_m}{\epsilon_m} \varrho \dots \dots \dots (33)$$

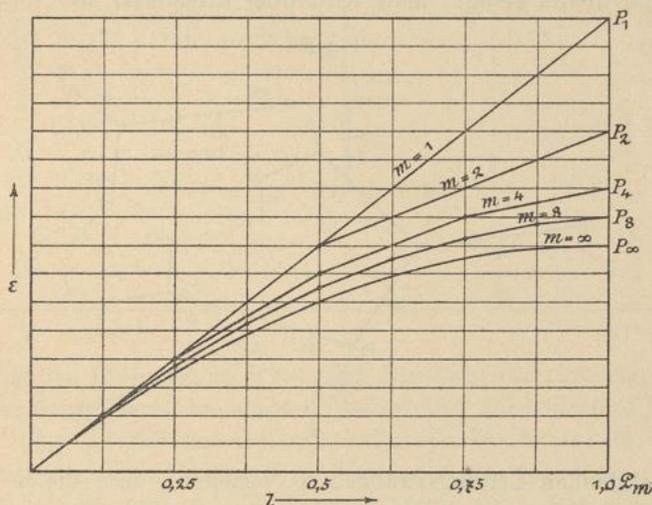
Hieraus folgt:

Der maximale Spannungsverlust am Ende der Leitung erreicht seinen grössten Wert ϵ_{mm} , wenn $m = 1$, d. h. wenn der Strom \mathfrak{J}_1 als J_1 am Ende der Leitung abgezweigt wird; er wird kleiner mit wachsendem m und erreicht seinen Grenzwert $= \frac{1}{2} \epsilon_{mm}$ für $m = \infty$. Für $m = \infty$ ist der erste oben behandelte Fall erreicht. Die

Kurve des Spannungsverlustes in Abhängigkeit von der Länge der Leitung ist anfangs (für $m = 1$) eine Gerade, wird mit zunehmendem m eine mehr und mehr gebrochene Linie, die sich mehr und mehr an die Kurve des ersten Falles, die Parabel, anschmiegt. In Fig. 51 sind die Kurven für $m = 1, 2, 4, 8$ und ∞ dargestellt. Die Ordinaten am Ende stellen die für diese Werte von m aus der Formel (32) berechneten Werte von ϵ_m dar. Umgekehrt kann man aus diesen Endordinaten auf den Querschnitt schliessen, der sich bei gleichem maximalen Spannungsverluste für die verschiedenen Fälle ergibt.

Eine unmittelbare praktische Bedeutung gewinnt diese Be-

Fig. 51.



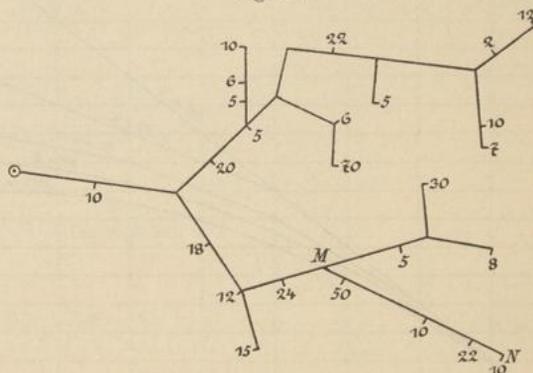
trachtung in dem Falle, dass die Belastung einer Leitung von vornherein nicht bestimmt angegeben werden kann, vielmehr nur mit der Angabe „Belastung von n Amp auf 1 Meter Leitungslänge“ geschätzt wird. Die Berechnung der Leitung erfolgt dann in der Weise, dass man — wie es Formel (31) angeht — sich den aus dieser Angabe zu entnehmenden Gesamtstrom am Ende der Leitung abzweigt denkt und den doppelten Spannungsverlust $2 \epsilon_m$ zu Grunde legt. Der Fehler, den man hiermit gemacht hat, wenn von der auf diese Weise berechneten Leitung die Ströme tatsächlich abzweigt werden, kann im Maximum der sein, dass der Spannungsverlust den doppelten Wert erreicht. Wie gross der Fehler bei ganz beliebiger Verteilung der Abzweigungen werden kann,

lässt sich in jedem Falle leicht mit grosser Annäherung abschätzen, indem man sich die gesamte Belastung aus zwei Belastungen zusammengesetzt denkt, einer möglichst gleichmässigen und einer darübergelagerten, die die Ungleichmässigkeiten enthält.

Die Leitungsverzweigungen.

66. Ist eine beliebige Leitungsverzweigung mit beliebigen Belastungen, etwa wie in Fig. 52, gegeben, so wird durch die Forderung der Elastizität wiederum die einzige Bedingung gestellt, dass der maximal mögliche Spannungsverlust einen gewissen Wert nicht überschreite. Ueber die Summanden ϵ dieses Spannungsverlustes ist noch nichts gesagt; man wird über dieselben, wie früher bei

Fig. 52.



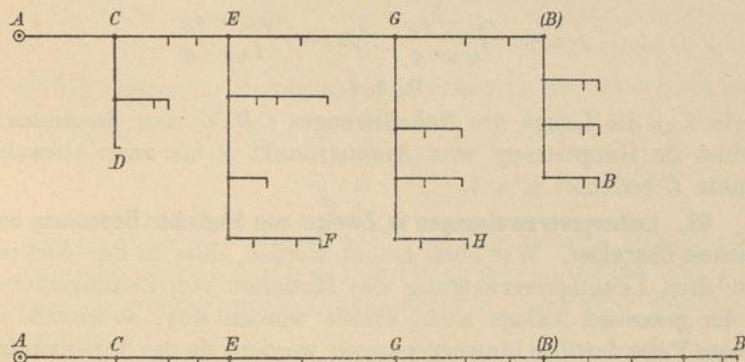
dem einfachen Leitungsstrange, so verfügen, dass die bei freier Wahl möglichen Unzweckmässigkeiten ausgeschlossen sind. Im vorliegenden Falle haben wir es aber mit einer noch grösseren Zahl von Willkürlichkeiten zu thun, da man in jedem mehrfach belasteten abgezweigten Strange, wie z. B. dem Strange MN , den vom Abzweigpunkte (M) aus noch verfügbaren Spannungsverlust, der schon beliebig gewählt werden konnte, noch beliebig teilen kann.

Man kann die Leitungsverzweigungen im allgemeinen in zwei Arten einordnen. Bei der einen kann man einen Hauptstrang unterscheiden, an den sich die Abzweigstränge von geringerer Bedeutung anschliessen, wobei die einzelnen Stränge an beliebigen Punkten belastet sein können; bei der andern verzweigt sich ein Strang in zwei oder mehrere Stränge von annähernd gleicher Bedeutung, wobei häufig nur die Enden der Abzweigungen belastet sind.

67. Leitungsverzweigungen mit einem Hauptstrange. Fig. 53a stellt eine solche Verzweigung dar: An den Hauptstrang AB schliessen sich die Abzweigungen CD , EF u. s. f. an, in denen man teilweise selbst wieder Hauptstränge und Nebenstränge unterscheiden kann, und zwar soll der Hauptstrang vornehmlich dadurch charakterisiert sein, dass er den stärksten Strom zu führen, also auch auf die stärksten Querschnitte Anspruch hat.

Die Aufgabe, eine solche Leitungsverzweigung zu berechnen, kann man nach den drei behandelten Methoden lösen, indem man

Fig. 53 a und 53 b.



zunächst den Hauptstrang AB (vergl. Fig. 53b) für sich betrachtet und ihn entweder auf konstanten Querschnitt, auf konstante Stromdichte oder auf minimalen Kupferverbrauch berechnet; die in die Abzweigleitungen CD u. s. f. abfließenden Ströme treten dabei einfach als Belastungen des Hauptstranges auf. Aus dieser Berechnung lassen sich die bis zu den Abzweigpunkten C , E , G u. s. f. auftretenden Spannungsverluste bestimmen, wodurch dann die in den einzelnen Abzweigleitungen noch statthaftern Verluste gegeben sind. Jede dieser Abzweigleitungen ist nun für sich unter Zugrundelegung des ihr zustehenden Spannungsverlustes zu berechnen, was wiederum nach den drei bekannten Methoden erfolgen kann.

Es ist zu beachten, dass diese Berechnungsweise nicht etwa für alle Leitungen denselben Querschnitt oder dieselbe Stromdichte oder für die gesamte Verzweigung den minimalen Kupferaufwand liefert, es treten vielmehr der Hauptstrang und die Nebenstränge, jeder einzeln, in dieser Beziehung ganz selbständig auf. Jeder Strang hat einen ihm eigenen Querschnitt oder eine ihm eigene

Stromdichte, und nur von jedem einzelnen Strange kann — im Falle der dritten Berechnungsmethode — ausgesagt werden, dass die geringste Menge an Leitungsmetall verwendet ist, die bei gleichem Spannungsverluste in diesem Strange möglich ist. Es folgt hieraus, dass auch die Stromdichte im allgemeinen je einmal für jeden Strang zu prüfen ist. Die Stromdichte, die bei der Berechnung auf konstante Stromdichte zugrunde gelegt werden musste, ist im Hauptstrange, wie früher,

$$j_{AB} = \frac{\epsilon_m}{L_{AB} \cdot \varrho}$$

in den Nebensträngen dagegen gleich

$$j_{CD} = \frac{\epsilon_m - \epsilon_C}{L_{CD} \cdot \varrho}, \quad j_{EF} = \frac{\epsilon_m - \epsilon_E}{L_{EF} \cdot \varrho}$$

u. s. f.

worin L_{CD} die Länge des Nebenstranges CD , ϵ_C den Spannungsverlust im Hauptstrang vom Anfangspunkt A bis zum Abzweigungspunkte C bedeutet u. s. f.

68. Leitungsverzweigungen in Zweige von ähnlicher Bedeutung und gleichem Charakter. War oben betont worden, dass in der dort behandelten Leitungsverzweigung das Minimum von Leitungsmetall in der gesamten Anlage nicht erzielt worden war, so konnte in diesem Falle darüber hinweggegangen werden, da die Nebenzweige von geringerem Querschnitte und deshalb weniger von Einfluss und Bedeutung waren. Jetzt aber, wo nicht mehr ein Strang die anderen an Bedeutung wesentlich überwiegt, bleibt — wenn wir nicht vollständig frei über die Teilung des Spannungsverlustes verfügen wollen — vernünftiger Weise keine andere Wahl, die Willkürlichkeiten zu beschränken, als die, das Minimum von Leitungsmetall vorzuschreiben. Wir stellen deshalb die Frage: Wie muss der vorgeschriebene Spannungsverlust ϵ_m auf den Hauptstrang und auf die Zweige, also in

$$\epsilon_h + \epsilon_z = \epsilon_m$$

geteilt werden, damit die Kupfermenge ein Minimum werde?

Die gesamte Kupfermenge stellt sich bei einer Verzweigung in n Zweige dar als

$$m = L_h Q_h + \sum_1^n L_\nu Q_\nu$$

oder, da die Querschnitte in ihrer Abhängigkeit von den Teilen des Spannungsverlustes dargestellt sein müssen,

$$m = \frac{L_h^2 \mathfrak{J}_h}{\epsilon_h} \varrho + \frac{1}{\epsilon_m - \epsilon_h} \sum_1^n L_\nu^2 \mathfrak{J}_\nu \varrho.$$

Die einzige Variable ist ϵ_h . Wird nach dieser differenziert, so folgt

$$\frac{\partial m}{\partial \epsilon_h} = -\frac{L_h^2 \mathfrak{J}_h}{\epsilon_h} \varrho + \frac{1}{(\epsilon_m - \epsilon_h)^2} \sum_1^n L_\nu^2 \mathfrak{J}_\nu \varrho.$$

Also ergibt sich als Bedingung für das Auftreten eines Minimums, indem man die rechte Seite mit ϱ multipliziert und gleich Null setzt

$$\frac{Q_h^2}{\mathfrak{J}_h} = \sum_1^n \frac{Q_\nu^2}{\mathfrak{J}_\nu} \dots \dots \dots (34)$$

Setzt man den hieraus gewonnenen Wert

$$\frac{\mathfrak{J}_h^2}{Q_h^2} = \frac{\mathfrak{J}_h}{\sum_1^n \frac{Q_\nu^2}{\mathfrak{J}_\nu}}$$

in die Gleichung für den Spannungsverlust ϵ_h ein, so ergibt sich

$$\epsilon_h = \frac{\sqrt{\mathfrak{J}_h L_h}}{\sqrt{\sum_1^n \frac{Q_\nu^2}{\mathfrak{J}_\nu}}} \varrho.$$

In diesem Ausdrucke stehen noch die unbekanntenen Querschnitte Q_ν ; sie sind deshalb durch den durch ϵ_m in Verbindung mit ϵ_h gegebenen Spannungsverlust ϵ_s auszudrücken, und zwar durch die Beziehung

$$\frac{Q_\nu^2}{\mathfrak{J}_\nu} = \frac{\mathfrak{J}_\nu L_\nu^2}{\epsilon_s^2} \varrho^2.$$

Setzt man diesen Wert ein, so ergibt sich

$$\epsilon_h = \epsilon_s \sqrt{\frac{\mathfrak{J}_h}{\sum_1^n \mathfrak{J}_\nu L_\nu^2}} \cdot L_h$$

oder

$$\frac{\epsilon_s}{\epsilon_h} = \frac{\sqrt{\sum \mathfrak{J}_\nu L_\nu^2}}{L_h}, \dots \dots \dots (35)$$

wodurch die gesuchte Teilung des gegebenen Spannungsverlustes unter Erfüllung der Bedingung des minimalen Kupferverbrauches gegeben ist. Dieses Ergebnis lässt sich in der folgenden interessanten Weise*) deuten:

Der Wurzelausdruck hat offenbar die Dimension einer Länge. Der Spannungsverlust ϵ_h wird am Ende der Leitung von der Länge L_h erreicht, wenn dieselbe vom Strome \mathfrak{J}_h durchflossen wird; würde derselbe Strom im gleichen Querschnitte weiter fließen, so würde

*) nach Herzog und Feldmann, Berechnung elektrischer Leitungsnetze.

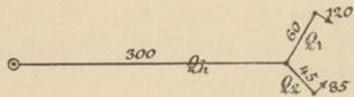
in dem neuen Stücke der Spannungsverlust ϵ_z , insgesamt also der Spannungsverlust ϵ_m auftreten, wenn dieses Stück die Länge

$$A = \sqrt{\frac{\sum \mathfrak{J}_v L^2_v}{\mathfrak{J}_h}} \dots \dots \dots (36)$$

hätte. Man hat diese Länge die fiktive Länge genannt.

Beispiel. Eine Leitung von 300 m einfacher Länge sei an ihrem Endpunkte in zwei Zweige geteilt, deren erster 60 m lang und an seinem Ende mit 120 Amp belastet ist, während vom Endpunkte des anderen, 45 m langen Zweiges 85 Amp abgenommen werden, vergl. Fig. 54. Der Gesamtspannungsverlust soll $\epsilon_m = 15$ V

Fig. 54.



sein; wie gross muss der Spannungsverlust bis zum Verzweigungspunkte sein, wenn die Kupfermenge ein Minimum sein soll?

Die fiktive Länge ergibt sich nach Formel (36) zu

$$A = \sqrt{\frac{120 \cdot (60)^2 + 85 \cdot (45)^2}{205}} = 54,3 \text{ m,}$$

wenn die einfache Länge angenommen wird. Demnach ist

$$\frac{\epsilon_h}{\epsilon_z} = \frac{300}{54,3}$$

oder

$$\epsilon_h = \frac{300}{354,3} \epsilon_m = 0,847 \epsilon_m$$

also

$$\epsilon_h = 12,7 \text{ Volt und } \epsilon_z = 2,3 \text{ Volt.}$$

Daraus berechnen sich die Querschnitte zu

$$Q_h = 169,5 \text{ mm}^2, \quad Q_1 = 109,6 \text{ mm}^2, \quad Q_2 = 58,2 \text{ mm}^2.$$

Der Aufwand an Leitungskupfer ist in der folgenden Zusammenstellung angegeben, aus der gleichzeitig hervorgeht, dass bei einer geringen Veränderung der Teilung des Spannungsverlustes ϵ_m das Kupfervolumen grösser wird. Es ist

	für $\epsilon_z = 2,3$ V	$\epsilon_z = 2$ V	$\epsilon_z = 3$ V
$M_h =$	101 700 cm ³	99340 cm ³	107600 cm ³
$M_1 =$	13 150 „	15120 „	10080 „
$M_2 =$	5 240 „	6020 „	4020 „
Gesamtvolumen =	120 090 „	120480 „	121700 „

II. Verwertung der Ergebnisse für die Praxis.

69. Mit den bisher gewonnenen Ergebnissen und gemachten Erfahrungen lassen sich eine grosse Anzahl von praktisch vorkommenden Aufgaben erledigen; es können z. B. alle bei Hausinstallationen vorkommenden Anlagen mit sehr geringen Ausnahmen berechnet werden. Es fragt sich nur, ob die Ergebnisse für die praktischen Aufgaben direkt, ohne Einschränkung, anwendbar sind, und ob man durch ihre unmittelbare, rücksichtslose Anwendung thatsächlich allen praktischen Anforderungen genügen kann. Diese Frage muss verneint werden; denn wie es überhaupt in der Technik eine besondere Aufgabe ist, die Ergebnisse theoretischer Betrachtungen auf ihre Anwendbarkeit in der Praxis zu prüfen und unter Umständen zu modifizieren, so werden wir auch in unserem Falle zugeben müssen, dass die Praxis bisher noch viel zu wenig zu Worte gekommen ist, als dass wir erwarten dürften, allen Anforderungen des oben begrenzten praktischen Gebietes gerecht werden zu können.

Es steht zum grossen Teile dem praktischen Ingenieur selbst zu, die durch theoretische Ueberlegungen gewonnenen Erfahrungen und Ergebnisse so auszubauen, dass sie zu einem handlichen Werkzeuge für die Praxis, und gerade für seine besondere Praxis werden. Nach vielerlei Richtungen hin aber lassen sich allgemein gültige Erwägungen anstellen und Normen daraus ableiten. Die wichtigsten Punkte sollen hier besprochen werden, und zwar sollen die bei Hausinstallationen oder anderen Anlagen geringeren Umfanges vorliegenden Verhältnisse ins Auge gefasst werden.

70. **Genauigkeit der Unterlagen.** Zur Berechnung des Querschnittes müssen die Grössen J , L , q und ϵ_m bekannt sein. Es soll zunächst angenommen werden, dass ausser dem Plane des zu installierenden Gebäudes auch noch der Ort und der Stromverbrauch der Stromempfänger und die Betriebsspannung oder Nutzsinnung gegeben sei. Die Längen und die Leitungsströme lassen sich dann leicht bestimmen, indem man dem Grundsatz folgt, die Leitungsverzweigung so einzurichten, dass jeder Stromempfänger auf dem kürzesten Wege, den der Gebäudegrundriss zulässt, mit der Elektrizitätsquelle verbunden werden soll.

Plan und Ausführung sind aber verschiedene Dinge; es wird, wenn der Plan ausgeführt werden soll, oft nicht zweckmässig oder auch nicht möglich sein, den im Plane angenommenen Leitungsweg zu wählen, irgendwelche vorher nicht beachtete Umstände können zu Umwegen zwingen. Auf der andern Seite ist es sehr

möglich, eigentlich sogar Regel, dass sich kurz vor oder während der Ausführung das Bedürfnis nach einer grösseren oder kleineren Veränderung des Ortes oder der Grösse der Stromempfänger herausstellt: An der Stelle, wo eine sechzehnkerzige Glühlampe angenommen war, soll eine fünfundzwanzigkerzige verwendet werden, wo eine Glühlampe angenommen war, werden jetzt zwei verlangt; die Ausschaltung einer Lampe soll nicht mehr an der Lampe selbst, sondern durch einen besonderen Ausschalter an der Thür vorgenommen werden, und dergl. mehr. Alle diese Umstände verändern die Grössen J und L , und es ist nicht möglich derentwegen das ganze Projekt umzustossen, wenn nicht wirklich Aenderungen von bedeutendem Umfange vorliegen; es ist vielmehr schon während der Bearbeitung des Projektes auf die Möglichkeit solcher Aenderungen Rücksicht zu nehmen, und zwar dadurch, dass man nicht bis an die Grenze des Zulässigen — sowohl was den Spannungsverlust, als was die Stromdichte betrifft — geht; besonders soll die Stromdichte nach Möglichkeit unter den oben in § 14 als zulässig angegebenen Werten gehalten werden.

Viele Ingenieure tragen den geschilderten Verhältnissen dadurch Rechnung, dass sie für die einzelnen Stromempfänger einen höheren Stromverbrauch einsetzen als er der Wirklichkeit entspricht; sie setzen z. B. den Stromverbrauch einer Glühlampe von 16 NK und 110 V Spannung statt zu 0,5 Amp zu 0,7 oder 0,8 Amp fest. Bei diesem Verfahren ist es denn im allgemeinen auch nicht mehr nötig bei Abmessung der Längen auf die kleineren Verzweigungen zu den Ausschaltern und die Leitungen in den Beleuchtungskörpern Rücksicht zu nehmen.

Es ist klar, dass durch die beschriebene Ungenauigkeit die Ansprüche an eine exakte Berechnung der Leitungsverzweigungen nicht unwesentlich herabgestimmt werden; jedenfalls spielt ihnen gegenüber die mögliche Aenderung des Faktors ρ , sei es infolge von Minderwertigkeit des Kupfers, sei es infolge von Erwärmung, keine wesentliche Rolle bei der Berechnung; selbstverständlich soll man aber sich nicht etwa deswegen mit einem schlechteren Kupfer begnügen. Andererseits ist es nicht erforderlich oder gerechtfertigt, für ρ statt der Zahl 0,0175 die Zahl 0,0182 oder 0,0186 (wie es oft geschieht) einzusetzen, mit der Begründung, dass man auf die vorschriftsmässig zugelassene Erwärmung Rücksicht nehmen müsse. Dass diese Ansicht nicht richtig ist, geht aus § 44 hervor, wo gezeigt ist, dass die zulässige Stromdichte, die eine Erwärmung um 10° hervorrufen würde, in praktisch seltenen Fällen erreicht wird.

71. Unterlagen für kleinere Beleuchtungsprojekte. Sind, wie es in der Praxis oft vorkommt, als Unterlagen nur der Grundriss eines Gebäudes und der Zweck der einzelnen Räume gegeben, und können nähere Angaben über das Lichtbedürfnis nicht gemacht werden, so können der Erfahrung entnommene Durchschnittszahlen als Unterlagen dienen.

Die folgenden Zahlen geben die Bodenfläche an, auf die jedesmal eine Glühlampe von 16 NK zu rechnen ist. Diese Bemessung ist deshalb nicht ganz korrekt, weil das Lichtbedürfnis wesentlich vom Kubikinhalt des Raumes abhängt. Da aber die Höhe der in Frage kommenden Räume nicht sehr von einander abzuweichen pflegt, so ist das eingeschlagene Verfahren statthaft und wird in der Praxis fast allgemein angewendet*).

Es ist zu rechnen 1 Lampe von 16 NK:

in Privathäusern, nämlich in

Wohn- und Speisezimmern . . .	auf 4,5 bis 5 m ²
besseren Wohnzimmern . . .	„ 3,5 „ 4 „
Schlafzimmern	„ 8 „ 10 „
Nebenräumen	„ 10 „ 15 „

in Geschäftsräumen, nämlich in

Verkaufsläden (ohne Auslage) . .	auf 2,5 bis 4 m ²
(in Schaufenstern rechnet man 3	
bis 5 Lampen auf das lfd. Meter).	

Bureaux	„ 4 „ 8 „
Lagerräumen	„ 7 „ 8 „

in Hotels, nämlich in

besseren Fremdenzimmern . . .	auf 4 bis 5 m ²
einfacheren „	„ 6 „ 8 „
Gesellschaftszimmern	„ 2,5 „ 3 „
Festräumen	„ 1,5 „ 2 „
Wirtschaftsräumen	„ 8 „ 10 „
Nebenräumen	„ 10 „ 15 „

Für grössere Räume und Hallen wird Bogenlicht bevorzugt; als Unterlage**) können hierbei folgende Zahlen dienen:

Es ist zu rechnen 1 Bogenlampe zu 8 Amp:

für Hofbeleuchtung	auf 2000 m ²
„ Bahnhofshallen	„ 1400 „
„ Giessereien, allg. Beleuchtung „	500 bis 600 m ²
„ desgl., spezielle Beleuchtung .	„ 200 „ 250 „

*) Ausführlicheres findet sich in Herzog und Feldmann, die Verteilung des Lichtes und der Lampen, Berlin und München 1898.

**) Vergl. Uppenborns Kalender 1898.

für Maschinenfabriken u. Giessereien	auf	200 m ²
„ Webereien	„	200 „
„ Spinnereien	„	200 „

72. Erreichbare Uebereinstimmung der zu verwendenden mit den berechneten Querschnitten. Das Gefühl mit ungenauen Angaben zu arbeiten kann und soll zwar unsere Rechnung beeinflussen, und zwar um so mehr, je mehr wir von der Unsicherheit der Unterlagen überzeugt sind; immerhin kann man aber, wie auch die Unterlagen sein mögen, bestimmte Rechnungen darauf gründen und wird bestimmte Querschnitte daraus ableiten. Aber auch die Anwendung dieser Querschnitte bei Ausführung der Anlage lässt die Praxis nicht zu, man ist vielmehr auf die Benutzung gewisser Querschnitte angewiesen, die den Fabrikationsnummern der herstellenden Firma entsprechen. Wenn wir uns einerseits mit der Auswahl unter diesen Querschnitten begnügen müssen, so können wir auf der andern Seite doch auch sagen, dass die Bedürfnisse der Leitungspraxis den Fabrikanten die Querschnittsabstufungen vorgeschrieben haben, dass diese Stufen also auch genügen werden. Die neuerdings am meisten üblich werdenden Abstufungen sind die vom Verbands deutscher Elektrotechniker festgesetzten, wie sie in § 14 angegeben sind. Es empfiehlt sich im Interesse der Einheitlichkeit, sich an diese Zahlen zu halten.

Selbst die Benutzung der nach diesen Abstufungen möglichen vielerlei Querschnitte wird man in manchen Fällen gern vermeiden; z. B. ist es dann, wenn die Materialien nach einem schlecht erreichbaren Orte, etwa über See, geschickt werden müssen, wünschenswert, sich auf möglichst wenig Querschnitte zu beschränken. Es wird dadurch vermieden, dass die bei jeder Anlage vorkommenden Abfälle in kurzen Drahtenden verschiedener Sorten bestehen, und statt dessen ein Posten Draht in brauchbaren Längen und von wenigen Querschnitten zurückbehalten, der bei Reparaturen oder Erweiterungen vorteilhaft verwendet werden kann.

Die Beschränkung in der Zahl der Querschnitte muss die Berechnung der Leitungen natürlich wesentlich beeinflussen. Will man alle vom Verbands deutscher Elektrotechniker zugelassenen Querschnitte benutzen, so wird man der Berechnung durch Annahme der nächstliegenden Querschnittstufe im allgemeinen noch ziemlich nahe kommen können, und es genügt eine oberflächliche Nachrechnung des auftretenden Spannungsverlustes in den tatsächlich verwendeten Leitungen. Je mehr man aber die Stufenzahl beschränkt, um so mehr gewinnt die spätere Nachrechnung und verliert die vorherige Querschnittsberechnung an Gewicht. Unter solchen Um-

ständen fragt es sich vor allen Dingen, welche von den behandelten Methoden der Leitungsberechnung sich zur Anwendung in der Praxis am meisten empfiehlt.

73. Wahl der Berechnungsmethode. Zunächst wird es erklärlich, dass die Methode der Berechnung auf minimalen Kupferverbrauch erheblich an Wert verlieren muss, da wir die hierin geforderten feinen Abstufungen doch nicht ausführen können; die beabsichtigte Kostenersparnis kann überdies durch das Mehr an Arbeitslohn, das für die Herstellung der Lötstellen aufgewendet werden muss, und durch den wertlosen Verschnitt der vielen Drahtsorten sehr leicht wett gemacht werden. Hierdurch kommt es, dass diese Methode in der Praxis thatsächlich sehr selten angewendet wird. Der Wert der theoretischen Entwicklung besteht hauptsächlich darin, dass die Bedingung für das Kupferminimum aufgedeckt und hierdurch die Warnung gegeben ist, dass man sich nicht zu weit von dieser Bedingung entferne.

Dies geschieht nicht, wenn man auf konstanten Querschnitt oder konstante Stromdichte berechnet.

Der Umstand, dass die letztere der beiden Methoden bei der Ausführung ebenso vielerlei Querschnitte verlangt als die Methode der Berechnung auf minimalen Kupferverbrauch, könnte Veranlassung geben, auch diese Methode fallen zu lassen und nur auf konstanten Querschnitt zu berechnen. Dies verbietet sich aber dadurch, dass in dem ersten Teile des konstanten Querschnittes bei solchen Anlagen, wie wir sie ins Auge gefasst haben, die Stromdichte leicht zu gross wird. Andererseits giebt man damit der Berechnungsmethode auf konstante Stromdichte noch nicht unbedingt den Vorzug; die Berechnungsweise der Praxis ist vielmehr meistens ein Gemisch der beiden Methoden, wobei man aber doch noch beide mehr oder weniger streng unterscheiden kann, je nachdem der Charakter der einen oder der andern überwiegt.

Als allgemein gültige Regel für beide Methoden mag man gelten lassen, dass kleine Abzweigungen nicht für sich berücksichtigt zu werden brauchen, die ihnen entsprechende Belastung vielmehr zur vorhergehenden oder nachfolgenden grösseren Abzweigung zugezählt werden kann. In ähnlicher Weise kann man nahe bei einander liegende Abzweigungen zu einer einzigen vereinigt denken.

Die Berechnung auf konstanten Querschnitt wird in praktischen Fällen ohne sonderliche Abweichung von dem theoretisch Gegebenen durchgeführt. Natürlich wird man den Querschnitt des Hauptstranges nicht bis zum letzten Punkte (*B* in Fig. 53)

durchführen, sondern höchstens bis zu dem Punkte (B), in dem der Hauptstrang äusserlich den Charakter einer Abzweigung annimmt; in gleicher Weise verfährt man in den Nebensträngen. Wird die Stromdichte im ersten Stücke eines Stranges zu hoch, so teilt man ihn in zwei oder mehr Teile, die man für sich auf konstanten Querschnitt mit freigewählten Teilen des Spannungsverlustes berechnet. Die Teilung des Spannungsverlustes soll sich hierbei der bei Berechnung auf minimalen Kupferverbrauch oder einfacher der auf konstante Stromdichte nähern. Dieser letzten Methode wird man um so näher kommen, in je mehr Teile von konstantem Querschnitte man die Leitungsstränge zu teilen sich veranlasst sieht.

Für die Berechnung auf konstante Stromdichte bietet die Grundgleichung

$$Q_v = \frac{\mathfrak{J}_v \varrho_m}{\varepsilon_m} \varrho \quad \text{oder} \quad Q'_v = \frac{J_v \varrho_m}{\varepsilon_m} \varrho$$

die Möglichkeit zur Herstellung einer Kurventafel oder zur Aufstellung einer Tabelle, aus denen man die Querschnitte für eine gegebene Anlage unmittelbar ablesen kann. Ist nämlich der Spannungsverlust ε_m bestimmt, so enthalten die Gleichungen bei einem Leitungsstrange von gegebener Länge nur noch zwei Veränderliche, Q_v und \mathfrak{J}_v oder Q'_v und J_v , zwischen denen Proportionalität besteht, deren Abhängigkeit von einander also durch eine durch den Nullpunkt des Koordinatensystems gehende Gerade ausgedrückt wird.

In Fig. 55 ist eine Schar von solchen Kurven für verschiedene Leitungslängen gegeben. Der Tafel sind die Zahlen

$$\varepsilon_m = 2 \text{ Volt} \quad \text{und} \quad \varrho = 0,0175 \text{ Ohm}$$

zu Grunde gelegt, als Abscissen sind die Ströme in Amp, als Ordinaten die Querschnitte in mm^2 aufgetragen; jede Gerade gilt für eine bestimmte Länge ϱ_m , die der betreffenden Geraden beigeschrieben ist, und zwar ist dies z. B. durch die Bezeichnung $\frac{1}{2} \varrho_m = 100 \text{ m}$ geschehen, um die Tafel für den praktischen Gebrauch, bei dem man die einfache Entfernung des Stromempfängers von den Hauptklemmen (in diesem Falle also 100 m) misst, handlicher zu machen.

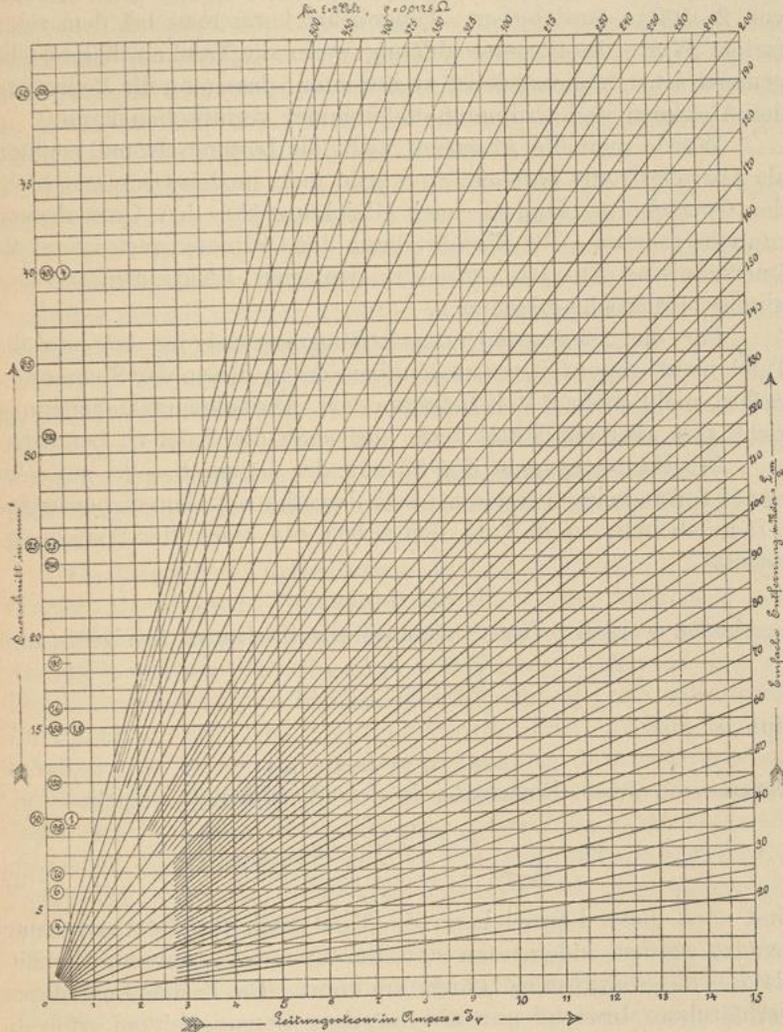
Die Tafel ist folgendermassen zu gebrauchen: Man fasst zunächst den Hauptstrang ins Auge und misst dessen Länge; dieselbe sei, einfach gemessen = 170 m. Für den Hauptstrang gilt nun nur die mit dieser Länge bezeichnete Gerade, ihre Ordinaten stellen die Querschnitte dar, welche für die durch die Abscissen gemessenen Leitungsströme erforderlich sind, wenn der

Fig. 55.

Tafel der Leitungsquerschnitte

nach der Formel $Q = \frac{P \cdot L \cdot \rho}{U \cdot \Delta U}$

für $\rho = 0,0175 \Omega \cdot \text{mm}$



Die von Kreisen umgebenen Zahlen stellen die Querschnitte des Verbandes deutscher Elektrotechniker dar.

maximale Spannungsverlust 2 Volt sein soll. Es ist also z. B. für das von 8 Amp durchflossene Leitungsstück der Querschnitt von 24 mm², rund 25 mm² zu wählen. Die Tafel ergibt also um 10% zu starke Querschnitte, wenn ein Spannungsverlust von 2% der

Nutzspannung zugelassen werden soll. Uebersteigt die Stromstärke den Betrag von 15 Amp, so ist der Querschnitt für den zehnten Teil des Stromes zu suchen und dann zu verzehnfachen. In derselben Weise ist die Anwendbarkeit der Tafel über die Längen von 2 · 500 m ausdehnbar. Umgekehrt kann man bei dem zehnfachen Werte des Stromes ablesen, wenn die Tafel an dieser Stelle genauer ist. Schliesslich ist zu beachten, dass man die Bedeutung der Abscissen und Ordinaten miteinander vertauschen kann.

Würde man die Abscissen nicht als Leitungsströme, sondern als Abzweigströme ansehen, so würde man in den Ordinaten nicht den Querschnitt, sondern nach Gleichung (20) den Querschnittszuwachs erhalten. Bei Einschreibung der Ordinatenwerte ist auf die Querschnittsstufen des Verbandes deutscher Elektrotechniker besondere Rücksicht genommen.

Für die Nebenzweige der Leitungsverzweigung ist nun die Tafel nicht ohne weiteres anwendbar, da in diesen der Spannungsverlust nicht mehr 2 Volt betragen darf. Die folgende Ueberlegung giebt uns aber ein Mittel auch hier noch die Tafel zu benützen:

Der Hauptstrang in Fig. 53 von der Länge L_{AB} sei auf konstante Stromdichte berechnet; soll dasselbe mit dem Nebenzweige GH geschehen, so darf in demselben nur noch der Spannungsverlust

$$\epsilon_{GB} = \epsilon_{GH}$$

zugelassen werden. Der v^{te} Querschnitt in diesem Zweige ist also

$$Q_v = \frac{\mathfrak{J}_v L_{GH}}{\epsilon_{GB}} \varrho.$$

Nun ist aber

$$\epsilon_{GB} : \epsilon_m = L_{GB} : \mathcal{L}_m,$$

woraus sich durch Einsetzung in den Wert von Q_v ergibt

$$Q_v = \frac{\mathfrak{J}_v L_{GH} \frac{\mathcal{L}_m}{L_{GB}} \varrho}{\epsilon_m} \dots \dots \dots (37)$$

Und nach dieser Formel kann die Tafel auch für die Abzweigung benutzt werden, indem man statt der Länge L_{GH} die im Verhältnis $\mathcal{L}_m : L_{GB}$ vergrösserte Länge annimmt. Die Feststellung dieses Verhältnisses braucht nur mit mässiger Genauigkeit zu erfolgen.

In ähnlicher Weise kann man die Brauchbarkeit der Tafel auch auf solche Fälle ausdehnen, in denen der maximale Spannungsverlust nicht $\epsilon_m = 2 \text{ V}$, sondern $\epsilon'_m \leq 2 \text{ V}$ sein soll: Man stellt das Verhältnis

$$\epsilon_m : \epsilon'_m = \zeta$$

fest und liest die Querschnitte an der dem Werte $\zeta \cdot \varrho_m$ entsprechenden Graden ab.

Statt der Kurventafel kann man eine Tabelle benutzen wie sie auf Seite 114 u. 115 gegeben ist. Es empfiehlt sich eine solche Tabelle dem eine Anlage ausführenden Monteur mitzugeben, damit dieser bei Abweichungen vom Montageplan selbst in der Lage ist, den richtigen Querschnitt zu wählen. Die Bedeutung der drei Zahlen in jedem Vierecke der Tabelle ist durch die beigezeichnete Figur angegeben; die Durchmesser sind dabei von 0,5 zu 0,5 mm abgestuft. Die beiden oberen Zahlen sind aus der unteren in der Weise entnommen, dass da, wo ein Durchmesser oder Querschnitt nach den Abstufungen des Verbandes deutscher Elektrotechniker nicht genau dem berechneten Querschnitte entspricht (also im allgemeinen), der nächst grössere Durchmesser angenommen ist. Jedoch ist die vorhergehende kleinere Drahtnummer (D_1 oder Q_1) jedesmal noch verwendet bis der berechnete Querschnitt den Wert $Q_1 + \frac{1}{4}(Q_2 - Q_1)$ erreicht hat. Die als Entfernungen bezeichneten Zahlen kann man auch als Leitungsströme ansehen, wenn man umgekehrt die Zahlen der ersten Kolonne als Längen annimmt.

Durchmesser in mm.	Querschn. des V.D.E. in mm ² .
Berechneter Querschnitt in mm ²	

Die berechneten Querschnitte in den links oben durch dicke Striche abgetrennten Vierecken können nicht verwendet werden, weil der entsprechende Draht nicht genügende mechanische Festigkeit besitzen würde, es ist deshalb auch jedesmal nur der Durchmesser von 1 mm darüber geschrieben, nämlich der kleinste Durchmesser, der noch verwendet wird. Stuft man nach Querschnitten ab, so ist als kleinster Querschnitt $Q = 0,75 \text{ mm}^2$ zugelassen, der ungefähr dem Durchmesser von 1 mm entspricht. Diese Drähte dürfen aber nach den Vorschriften des Verbandes deutscher Elektrotechniker nur in und an Beleuchtungskörpern verwendet werden; ausserhalb derselben soll der Querschnitt wenigstens 1 mm^2 betragen.

Die berechneten Querschnitte der in gleicher Weise links unten abgetrennten Vierecke gelten deshalb nicht, weil in ihnen die Stromdichte zu gross werden würde. Die dafür anzunehmenden Durchmesser oder Querschnitte sind aus der in § 14 gegebenen Tabelle der zulässigen Stromstärken entnommen und in die Vierecke eingeschrieben. Einfache Drähte von über 8 mm Durchmesser werden in der Regel nicht verlegt und sind deshalb in der Tabelle nicht mehr eingeschrieben.

114 Tabelle der Querschnitte und Durchmesser für Leitungen
 — Einfache Entfernungen

	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
0,5	1 0,75 0,088	1 0,75 0,131	1 0,75 0,175	1 0,75 0,219	1 0,75 0,262	1 0,75 0,306	1 0,75 0,350	1 0,75 0,394	1 0,75 0,438	1 0,75 0,481	1 0,75 0,525
1,0	1 0,75 0,175	1 0,75 0,263	1 0,75 0,350	1 0,75 0,438	1 0,75 0,525	1 0,75 0,612	1 0,75 0,700	1 0,75 0,788	1 1 0,875	1 1 0,962	1 1,5 1,05
1,5	1 0,75 0,263	1 0,75 0,394	1 0,75 0,525	1 0,75 0,657	1 0,75 0,788	1 1 0,918	1,5 1 1,05	1,5 1,5 1,18	1,5 1,5 1,31	1,5 1,5 1,44	1,5 1,5 1,58
2,0	1 0,75 0,350	1 0,75 0,525	1 0,75 0,700	1 1 0,875	1,5 1 1,05	1,5 1,5 1,225	1,5 1,5 1,40	1,5 1,5 1,58	1,5 1,5 1,75	1,5 2,5 1,93	1,5 2,5 2,10
2,5	1 0,75 0,438	1 0,75 0,657	1 1 0,875	1,5 1 1,095	1,5 1,5 1,31	1,5 1,5 1,53	1,5 1,5 1,75	1,5 2,5 1,97	1,5 2,5 2,19	2 2,5 2,41	2 2,5 2,63
3,0	1 0,75 0,525	1 0,75 0,788	1,5 1 1,05	1,5 1,5 1,31	1,5 1,5 1,58	1,5 2,5 1,84	1,5 2,5 2,10	2 2,5 2,37	2 2,5 2,63	2 2,5 2,88	2 4 3,15
3,5	1,5 1 0,612	1,5 1 0,921	1,5 1,5 1,225	1,5 1,5 1,53	1,5 2,5 1,84	1,5 2,5 2,14	2 2,5 2,45	2 2,5 2,76	2 4 3,06	2 4 3,36	2 4 3,68
4,0	1,5 1 0,700	1,5 1 1,05	1,5 1,5 1,40	1,5 1,5 1,75	1,5 2,5 2,10	2 2,5 2,45	2 2,5 2,80	2 4 3,15	2 4 3,50	2,5 4 3,85	2,5 4 4,20
4,5	1,5 1,5 0,788	1,5 1,5 1,18	1,5 1,5 1,58	1,5 2,5 1,97	2 2,5 2,36	2 2,5 2,75	2 4 3,15	2 4 3,54	2,5 4 3,94	2,5 4 4,33	2,5 6 4,73
5,0	1,5 1,5 0,875	1,5 1,5 1,31	1,5 1,5 1,75	1,5 2,5 2,19	2 2,5 2,63	2 4 3,06	2 4 3,50	2,5 4 3,94	2,5 4 4,38	2,5 6 4,82	2,5 6 5,25
5,5	1,5 1,5 0,962	1,5 1,5 1,45	1,5 2,5 1,93	2 2,5 2,41	2 4 2,89	2 4 3,38	2,5 4 3,85	2,5 4 4,33	2,5 6 4,82	2,5 6 5,28	3 6 5,77
6,0	1,5 1,5 1,05	1,5 1,5 1,58	1,5 2,5 2,10	2 2,5 2,63	2 4 3,15	2 4 3,67	2,5 4 4,20	2,5 6 4,73	2,5 6 5,25	3 6 5,76	3 6 6,30
6,5	1,5 2,5 1,14	1,5 2,5 1,71	2 2,5 2,27	2 2,5 2,84	2 4 3,41	2 4 3,98	2,5 6 4,55	2,5 6 5,12	3 6 5,68	3 6 6,25	3 6 6,82
7,0	1,5 2,5 1,225	1,5 2,5 1,84	2 2,5 2,45	2 4 3,06	2 4 3,68	2,5 6 4,28	2,5 6 4,90	3 6 5,52	3 6 6,12	3 6 6,73	3 10 7,35
7,5	1,5 2,5 1,31	1,5 2,5 1,97	2 2,5 2,63	2 4 3,28	2 4 3,94	2,5 6 4,59	2,5 6 5,25	3 6 5,89	3 6 6,56	3 10 7,20	3 10 7,88
8,0	1,5 2,5 1,40	1,5 2,5 2,10	2 2,5 2,80	2 4 3,50	2 4 4,20	2,5 6 4,90	3 6 5,60	3 6 6,30	3 10 7,00	3 10 7,70	3 10 8,40
8,5	2 2,5 1,49	2 2,5 2,24	2 4 2,98	2 4 3,72	2,5 6 4,47	2,5 6 5,21	3 6 5,95	3 6 6,70	3 10 7,44	3 10 8,18	3 10 8,92
9,0	2 2,5 1,58	2 2,5 2,36	2 4 3,15	2 4 3,94	2,5 6 4,73	3 6 5,50	3 6 6,30	3 10 7,08	3 10 7,88	3 10 8,66	3 10 9,45
9,5	2 2,5 1,66	2 2,5 1,49	2 4 3,32	2 4 4,17	2,5 6 5,00	3 6 5,82	3 6 6,65	3 10 7,48	3 10 8,32	3 10 9,14	3 10 9,98
10	2 2,5 1,75	2 2,5 2,63	2 4 3,50	2 4 4,38	2,5 6 5,25	3 6 6,12	3 6 7,00	3 10 7,88	3 10 8,75	3 10 9,62	4 10 10,5
20	3 6 3,50	3 6 5,26	3 6 7,00	3 10 8,75	4 10 10,5	4 16 13,25	4 16 14,0	5 16 15,8	5 16 17,5	5 25 19,3	5 25 21,0
50	5,5 25 8,75	5,5 25 13,1	5,5 25 17,5	5,5 25 21,9	6 25 26,3	6 35 30,6	7 35 35,0	7 50 39,4	7,5 50 43,8	8 50 48,2	8 50 52,5
100	8 50 17,5	8 50 26,3	8 50 35,0	8 50 43,8	8 50 52,5	8 50 61,2	8 50 70,0	8 50 78,8	8 50 87,5	8 50 96,2	8 50 105,0
150	95 26,3	95 39,4	95 52,5	95 65,7	95 78,8	95 91,8	95 105,0	120 118,0	120 131,0	150 144,0	150 168,0
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60

Leitungsströme in Amp

— Einfache Entfernungen

mit konstanter Stromdichte bei 2 Volt Spannungsverlust. 115
in Meter →

	75	100	125	150	175	200	250	300	350	400	500	
1	0,75 0,657	1 0,875	1,5 1,095	1,5 1,31	1,5 1,53	1,5 1,75	1,5 2,19	2 2,68	2 3,06	2 3,50	2,5 4,38	0,5
1,5	1,5 1,31	1,5 1,75	2 2,19	2 2,62	2 3,06	2 3,50	2,5 4,38	2,5 5,25	3 6,12	3 7,00	3,5 8,75	1,0
1,5	2 1,97	2 2,63	2 3,28	2,5 3,94	2,5 4,59	2,5 5,25	3 6,57	3 7,88	3,5 9,18	4 10,5	4 13,1	1,5
2	2 2,63	2 3,50	2,5 4,38	2,5 5,25	3 6,12	3 7,00	3,5 8,75	4 10,5	4 12,25	4,5 14,0	5 17,5	2,0
2	2 3,28	2,5 4,38	2,5 5,47	3 6,57	3 7,66	3,5 8,75	4 10,95	4 13,1	4,5 15,3	5 17,5	5,5 25	2,5
2,5	2,5 3,95	2,5 5,25	3 6,57	3,5 7,88	3,5 9,18	4 10,5	4 13,1	4,5 15,3	5 18,4	5,5 21,0	6 26,2	3,0
2,5	3 4,59	3 6,12	3 7,66	3,5 9,21	4 10,7	4 12,25	4,5 15,3	5 18,4	5,5 21,4	5,5 24,5	6,5 30,6	3,5
2,5	3 5,25	3 7,00	3,5 8,75	4 10,5	4 12,25	4,5 14,00	5 17,5	5,5 21,0	5,5 24,5	6 28,0	7 35,0	4,0
3	3 5,89	3,5 7,88	3,5 9,86	4 11,8	4,5 13,8	4,5 15,7	5 19,7	5,5 23,7	6 27,5	6,5 31,5	7 39,5	4,5
3	3 6,57	3,5 8,75	4 10,95	4 13,1	4,5 15,3	5 17,5	5,5 21,9	6 26,3	6,5 30,6	7 35,0	7,5 43,8	5,0
3	3 7,22	3,5 9,62	4 12,06	4,5 14,4	4,5 16,8	5 19,3	5,5 24,1	6 28,9	6,5 33,8	7 38,5	8 48,2	5,5
3,5	3,5 7,88	4 10,5	4 13,1	4,5 15,8	5 18,4	5,5 21,0	6 26,3	6,5 31,5	7 36,7	7,5 42,0	8 52,5	6,0
3,5	3,5 8,52	4 11,4	4,5 14,2	5 17,1	5 19,9	5,5 22,7	6 28,4	6,5 34,1	7 39,8	7,5 45,5	8 56,8	6,5
3,5	3,5 9,16	4 12,25	4,5 15,3	5 18,4	5,5 21,4	5,5 24,5	6,5 30,6	7 36,8	7,5 42,8	8 49,0	8 61,2	7,0
3,5	3,5 9,84	4 13,1	4,5 16,4	5 19,7	5,5 23,0	6 26,3	6,5 32,8	7 39,4	7,5 45,9	8 52,5	8 65,6	7,5
4	4 10,5	4,5 14,0	5 17,5	5,5 21,0	5,5 24,5	6 28,0	7 35,0	7,5 42,1	8 49,0	8 56,0	8 70,0	8,0
4	4 11,1	4,5 14,9	5 18,6	5,5 22,4	6 26,0	6,5 29,8	7 37,2	7,5 44,7	8 52,1	8 59,5	8 74,4	8,5
4	4 11,8	4,5 15,7	5 19,7	5,5 23,6	6 27,5	6,5 31,5	7 39,4	8 47,3	8 55,0	8 63,0	8 78,8	9,0
4	4 12,4	4,5 16,6	5,5 20,8	5,5 25,0	6 29,1	6,5 33,2	7,5 41,7	8 50,0	8 58,2	8 66,5	8 83,2	9,5
4	4 13,1	5 17,5	5,5 21,9	6 26,2	6,5 30,6	7 35,0	7,5 43,8	8 52,5	8 61,2	8 70,0	8 87,5	10
6	6 26,3	7 35,0	7,5 43,8	8 52,5	8 61,2	9 70,0	9,5 87,5	10 105,0	10 122,5	10 140,0	10 175,0	20
7	7 65,7	9 87,5	10 109,5	15 181,0	15 163,0	18 175,0	24 219,0	30 263,0	30 306,0	40 350,0	50 438,0	50
15	15 131,0	18 175,0	24 219,0	30 262,0	30 306,0	40 350,0	50 438,0	50 525,0	62,5 612,0	80 700,0	100 875,0	100
18	18 197,0	30 263,0	30 328,0	40 394,0	50 459,0	50 525,0	62,5 657,0	80 788,0	100 918,0	100 1050	130 1310	150
75	100	125	150	175	200	250	300	350	400	500		

Leitungsströme in Amp

in Meter →

Beispiel. Als Beispiel soll der in den §§ 58 bis 63 berechnete Leitungsstrang behandelt werden: Die Gesamtlänge ist $L_m = 2 \cdot 356$, der maximale Spannungsverlust $\epsilon'_m = 2,2$ V. Das Verhältnis ζ ist also $= 0,91$, so dass als neue Länge

$$\zeta \cdot L_m = 2 \cdot 324 \text{ m}$$

einzuführen ist. Die auf der Tafel zu benutzende Kurve ist die für $2 \cdot 325$ m.

Der Querschnitt für das erste Stück des Leitungsstranges mit 70 Amp ist auf der Ordinate für 7 Amp abzulesen und ergibt sich zu $40 \cdot 10 \text{ mm}^2$, für das zweite ergeben sich ebenso 200 mm^2 . Glaubt man den Querschnitt für das letzte Stück mit 25 Amp auf der Ordinate für 2,5 Amp, bis zu der die Gerade nicht gezogen ist, nicht mit hinreichender Genauigkeit schätzen zu können, so kann man statt dessen auf der Ordinate für 5 Amp ablesen und mit $10 : 2$ multiplizieren. Es ergibt sich dabei der Querschnitt zu 142 mm^2 . Alle Querschnitte stimmen mit den in § 60 ermittelten hinreichend genau überein.

In der Tabelle ist die Länge von 325 m nicht gegeben, man muss den Mittelwert der für 300 und für 350 m geltenden Querschnitte nehmen. So ergibt sich für das erste Stück der Querschnitt

$$Q_1 = \frac{36,8 + 42,8}{2} \cdot 10 = 398 \text{ mm}^2,$$

für das zweite der Querschnitt

$$Q_2 = \frac{18,4 + 21,4}{2} \cdot 10 = 199 \text{ mm}^2$$

und endlich für das dritte

$$Q_3 = \frac{13,1 + 15,3}{2} \cdot 10 = 142 \text{ mm}^2.$$

Die Rechnungen lassen sich mit hinreichender Genauigkeit im Kopfe ausführen.

Bei der praktischen Ausführung des behandelten Leitungsstranges wird man, wie oben hervorgehoben, den mittleren Querschnitt von 198 mm^2 nicht anwenden, statt dessen vielmehr den Querschnitt von 396 oder 400 mm^2 bis zum zweiten Abzweigpunkte durchführen.

74. Abweichungen von den behandelten Methoden. Von den mancherlei Umständen, die zu einer Abweichung von den oben behandelten Berechnungsmethoden führen können, und von denen ein Teil schon erwähnt worden ist, sollen zwei noch besonders hervorgehoben werden.

Die Bedingung, dass mit Rücksicht auf die mechanische Festigkeit der Drähte Querschnitte unter $0,75 \text{ mm}^2$ überhaupt nicht, unter 1 mm^2 nur in oder an Beleuchtungskörpern verwendet werden dürfen, ist von einschneidender Bedeutung für viele praktische Fälle. Es kann z. B. die maximale einfache Entfernung bei einem auf konstante Stromdichte zu berechnenden Leitungsstrange bis 90 m betragen und es wird, wenn der letzte Anschluss in einer Glühlampe von 0,5 Amp besteht, der Querschnitt des letzten Leitungsstückes grösser gewählt werden müssen als er bei Berechnung auf einen Spannungsverlust von 2 Volt sein würde. Umgekehrt wird der Spannungsverlust in Abzweigungen oder Leitungsenden, die zu kleinen Belastungen führen, sehr häufig viel kleiner sein, als er sein dürfte. Hierdurch kommt es, dass man derartige Leitungsenden oft überhaupt nicht zu berücksichtigen braucht und statt dessen die Entfernung bis zur vorletzten Belastung als maximale Entfernung einsetzt.

Einen Anhaltspunkt über die Grösse des Fehlers, den man macht, wenn man bei der Berechnung die letzten Abzweigungen vernachlässigt und nur den Querschnitt von $0,75$ oder 1 mm^2 verwendet, liefert die folgende Tabelle.

»—— Querschnitt in mm^2 ——>

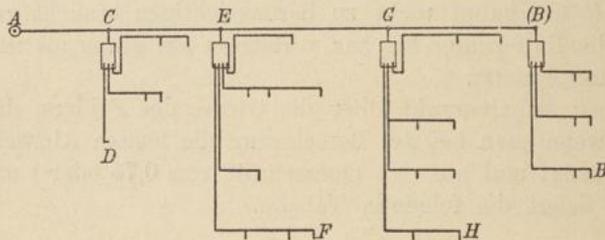
	0,75	1,0	1,5	2,5	4,0	6,0
0,5	0,23	0,175	0,12	0,07	0,044	0,029
0,75	0,35	0,26	0,175	0,105	0,066	0,044
1,0	0,47	0,35	0,23	0,14	0,088	0,058
1,25	0,58	0,44	0,29	0,175	0,11	0,073
1,5	0,70	0,525	0,35	0,21	0,13	0,088
1,75	0,82	0,61	0,41	0,245	0,15	0,102
2,0	0,93	0,70	0,47	0,28	0,175	0,12
2,5	1,17	0,875	0,58	0,35	0,22	0,15
3,0	1,40	1,05	0,70	0,42	0,26	0,175
3,5	—	1,23	0,82	0,49	0,33	0,20
4,0	—	1,40	0,93	0,56	0,35	0,23
4,5	—	—	1,05	0,63	0,39	0,26
5,0	—	—	1,17	0,70	0,44	0,29
5,5	—	—	1,28	0,77	0,48	0,32
6,0	—	—	1,40	0,84	0,525	0,35
7,0	—	—	—	0,98	0,61	0,41
8,0	—	—	—	1,12	0,70	0,47

← Leitungstrom in Amp

Diese Tabelle giebt in den ersten beiden Kolonnen den Spannungsverlust an, der in einer Leitung von den genannten Querschnitten und von $2 \cdot 10$ m Länge auftritt, wenn sie von 0,5, 0,75, 1,0 u. s. f. Amp durchflossen wird. Sie ist durch Hinzufügung der nächst grösseren Querschnitte vervollständigt, um sie zur Kontrollierung des Spannungsverlustes im weiteren Umfange tauglich zu machen. Die Zahlen links unten sind ausgelassen, weil in diesen Fällen die zulässige Stromdichte überschritten werden würde.

Der andere Umstand, der zu Abweichungen Veranlassung geben kann, liegt in dem Bestreben, die Bleisicherungen der Anlage zu zentralisieren. Eine solche Zentralisierung der

Fig. 56.



Sicherungen — unter Umständen auch der Ausschalter — wird überall, wo es die höheren Kosten nicht verbieten, gern angewendet, weil die Ueberwachung und Instandhaltung der Anlage hierdurch sehr erleichtert wird.

Die Sicherheitsvorschriften des Verbandes deutscher Elektrotechniker verlangen nun, dass Sicherungen an allen Stellen, wo sich der Querschnitt ändert, anzubringen sind, und dass ein Zweig, der verschiedene Querschnitte enthält, nur dann gemeinsam gesichert werden darf, wenn der Gesamtstrom in dem Zweige 6 Amp nicht überschreitet. Will man unter diesen Umständen die Sicherungen zentralisieren, so ist es offenbar, dass die ganze Leitungsanlage hierdurch beeinflusst werden muss; es wird beispielsweise die in Fig. 53a gezeichnete Leitungsverzweigung die in Fig. 56 wiedergegebene Gestalt annehmen: Die Abzweigpunkte C, E, G und (B) sind zu Zentralpunkten der Sicherungen geworden, die praktisch in Form von kleinen Schaltbrettern ausgeführt werden. Von ihnen aus zweigen die einzelnen Leitungsstränge ab, die nur dann einen grösseren Strom als 6 Amp führen dürfen, wenn sie durchweg denselben Querschnitt haben. Diese Bedingung wird aber bei Glühlichtanlagen selten oder nie erfüllt sein, schon deshalb nicht,

weil die Zuführungsleitungen in den Beleuchtungskörpern im allgemeinen einen dünneren Querschnitt haben als $1,5 \text{ mm}^2$, den der Strom von 6 Amp mit Rücksicht auf Stromdichte mindestens fordern würde.

Nimmt man hiernach 6 Amp als Maximalstrom einer Zweigleitung an und zieht in Erwägung, dass einen grossen Teil dieser Leitung Drähte von 1 mm^2 mit kleinen Spannungsverlusten ausmachen werden und dass in vielen Zweigleitungen wegen ihrer Kürze der Spannungsverlust auch dann sehr klein sein wird, wenn der Querschnitt so dünn gewählt wird wie es die Stromdichte zulässt, so erkennt man, dass diese Umstände die Berechnungsmethode wesentlich beeinflussen müssen.

Für den Hauptstrang ist der Einfluss nicht bedeutend, nur wird man gut thun, soweit als möglich auf konstanten Querschnitt zu berechnen, so dass für die einzelnen Abzweigungen Spannungsverluste zur Verfügung bleiben, die möglichst wenig von einander abweichen. Bei den Zweigleitungen dagegen empfiehlt es sich, folgendes Verfahren anzuwenden: Man geht von den Stromempfängern aus rückwärts zu dem Verzweigungspunkte und wählt die Querschnitte zunächst nach Stromdichte aus der Tabelle des Verbandes deutscher Elektrotechniker. Die so bestimmte Zweigleitung kontrolliert man auf Spannungsverlust, was sehr oft durch einen Blick auf die auf Seite 117 gegebene Tabelle erledigt ist. Für den Fall, dass eine genauere Kontrolle nötig wird, kann die in Fig. 57 gezeichnete Kurventafel, die dasselbe aussagt wie die Tabelle, benutzt werden. Diese Kontrolle kann die Vergrösserung eines oder einiger Querschnitte zur Folge haben, damit der maximal zulässige Spannungsverlust nicht überschritten wird. Auch kann es notwendig werden den Querschnitt des Hauptstranges zu verändern.

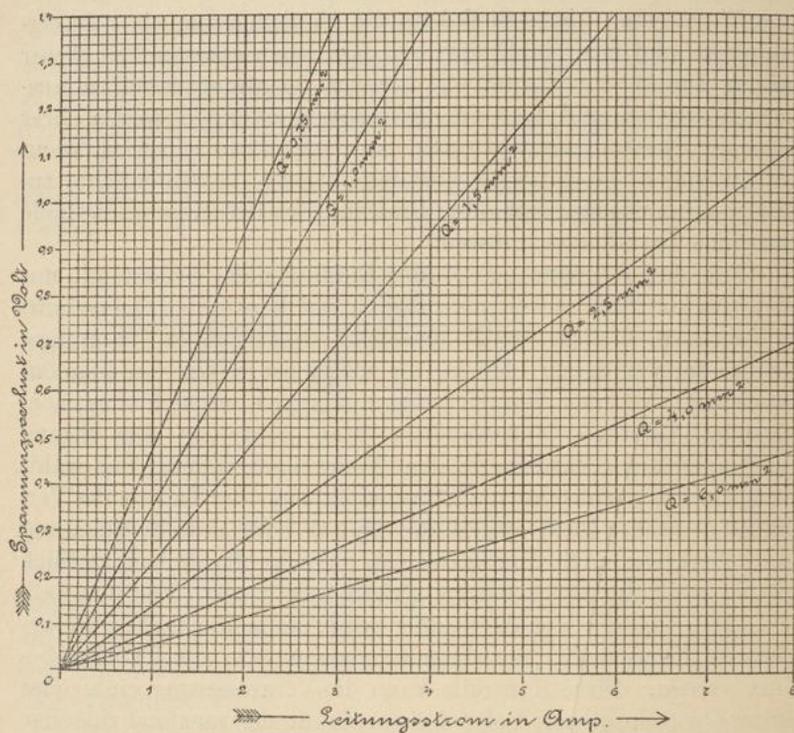
Bis zu welchen Grenzen dieses Verfahren zulässig ist, wird seine Anwendung sehr bald zeigen.

75. Der maximal zulässige Spannungsverlust. Bei den Beispielen zu den theoretischen Betrachtungen war als Spannungsverlust, der bei vollkommen elastischen Anlagen für zulässig erachtet wurde, ein Verlust von 2% der Nutzspannung angenommen, was einer maximal möglichen Stromschwankung in der gleichen Höhe entsprach. Beim Uebergang zu praktischen Fällen ist es nötig, die Bedeutung der Grösse ϵ_m genauer zu untersuchen, denn von ihr hängen die Leitungsquerschnitte ganz wesentlich ab.

Als Grundlage für die Festsetzung dieser Zahl gilt immer die Empfindlichkeit des Auges gegen Stromschwankungen und die damit verbundenen Schwankungen in der Intensität der Beleuchtung.

Fig. 57.

Spannungsverluste
in Leitungen von 2×10 m Länge.



Es handelt sich also um eine subjektive Empfindung, über die sich allgemein gültige genaue Festsetzungen nicht wohl machen lassen. Für Glühlampen von 110 Volt Klemmenspannung kann man etwa folgende Skala annehmen*): Es sind für das Auge plötzliche Stromschwankungen von

- 1,0% fast unmerklich,
- 1,5% wenig merklich,
- 2,0% deutlich merklich, noch eben zulässig, bei schneller periodischer Wiederholung sehr störend,
- 2,5% störend, bei schneller periodischer Wiederholung unendlich,
- 3,0% sehr störend,
- 4,0% unendlich.

*) Für die neuerdings verwendeten Glühlampen von 150 und 220 Volt sind etwas höhere Schwankungen zulässig.

Diese Stufen gelten etwa, wenn die Lampe zur Beleuchtung beim Lesen dient, weniger Ansprüche auf ein ruhiges Licht wird man machen, wenn es sich um die Beleuchtung eines Wirtschaftsraumes oder gar eines Stalles handelt. Wir kommen damit zu der Ueberzeugung, dass die zulässige Höhe des Spannungsverlustes abhängig gemacht werden darf von dem Charakter des zu beleuchtenden Raumes, eine Thatsache, die sehr willkommen sein kann, wenn etwa ein ferner liegendes Wirtschaftsgebäude an die Beleuchtungsanlage eines Wohnhauses angeschlossen werden soll.

Wichtiger aber ist die Erörterung der Frage: In welcher Beziehung steht die praktisch mögliche Stromschwankung in einer Lampe zum maximal zugelassenen Spannungsverlust?

Zunächst ist zu beachten, dass der maximale Spannungsverlust nur bis zu den Klemmen einiger, der äussersten Lampen der Verzweigungen auftritt. Die Spannungs-, also auch Stromschwankung einer solchen Lampe in der ganzen Höhe des maximalen Verlustes kann aber offenbar nur dann plötzlich auftreten, wenn alle Lampen bis auf die eine betrachtete plötzlich gelöscht werden, oder allgemeiner: wenn alle Nutzwiderstände bis auf eine Glühlampe plötzlich ausgeschaltet werden, und wenn ausserdem der Strom einer Lampe sehr klein ist im Vergleich zu dem Gesamtstrom, der erst den maximal zugelassenen Spannungsverlust zur Folge hat. Man erkennt hieraus, dass der der Rechnung zu Grunde zu legende Spannungsverlust um so grösser sein darf, je kleiner die Teile sind, um die der augenblicklich fliessende Strom vergrössert oder vermindert werden kann, je mehr und je kleinere Ausschalter also die Anlage besitzt. Man kann in dieser Beziehung von grossen und kleinen Schalteinheiten einer Anlage sprechen.

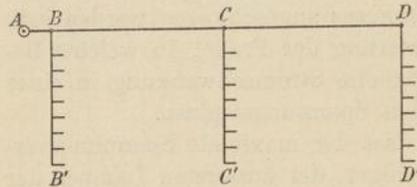
Für die Ausführung der Anlage folgt daraus die Regel, dass man grössere Ausschalter vermeiden oder doch nur dann anbringen soll, wenn mit ihnen stromlose oder annähernd stromlose Zweige ein- und ausgeschaltet werden sollen, was zur grösseren Feuersicherheit in ähnlicher Weise üblich ist, wie man gewöhnt ist, den Hauptkahn einer Gasleitung abends zu schliessen. In Festsälen soll man nicht alle Kronleuchter auf einmal, sondern einzeln ausschalten.

Der Berechnung einer Leitung ist bisher immer, wie es gebräuchlich ist, die Annahme zu Grunde gelegt, dass alle Stromempfänger gleichzeitig eingeschaltet sind, während dies thatsächlich fast nie vorkommt. Mit Rücksicht hierauf darf, wenn mit Sicherheit vorausgesagt werden kann, dass die im Maximum that-

sächlich vorkommende Belastung wesentlich kleiner ist als die dem Projekte nach mögliche, der Spannungsverlust der Rechnung unter Umständen etwas erhöht werden. Dies darf aber nicht zur allgemeinen Regel gemacht werden.

Kann z. B. von der in Fig. 58 skizzierten Anlage ausgesagt werden, dass im Maximum nur zwei Drittel der installierten Strom-

Fig. 58.



empfänger gleichzeitig eingeschlossen sein können, so fragt es sich zunächst, wie diese zwei Drittel örtlich verteilt sind. Ist nur ausgesagt, dass von den drei Strängen *B*, *C* und *D* nur zwei gleichzeitig eingeschaltet sein können, so darf dies die Rechnung noch

gar nicht beeinflussen, denn der abgeschaltete Zweig kann *B* sein und dieser hat auf den Spannungsverlust bis *C* und *D* offenbar nur einen unmerklich kleinen Einfluss. Erst die bestimmte Angabe, dass in der Anlage entweder nur der Zweig *C* oder der Zweig *D* eingeschaltet ist, darf zu einer Erhöhung des sogenannten maximal zulässigen Spannungsverlustes führen, d. h. des Spannungsverlustes, der eintreten würde, wenn alle Stromempfänger eingeschaltet wären.

In dem vorliegenden einfachen Falle wird man die erstrebte Querschnittsverminderung offenbar nicht dadurch zu erreichen suchen, dass man den Spannungsverlust der Rechnung erhöht, sondern dadurch, dass man die Belastung der bestimmten Angabe entsprechend, entweder in *C* oder in *D* gleich Null annimmt; in anderen Fällen wird es einfacher sein können, den Spannungsverlust zu erhöhen. Man sieht aber, dass man diese Erhöhung nicht unvorsichtig vornehmen darf.

Darf nun auch in gewissen Fällen, besonders — wie oben gezeigt wurde — wenn die Schalteinheiten klein sind, eine Erhöhung des zulässigen Spannungsverlustes vorgenommen werden, so ist doch auch hier bald eine Grenze durch den Umstand gezogen, dass die Leuchtkraft einer Glühlampe durch den Spannungsverlust verringert wird. Es handelt sich also jetzt nicht mehr um die Schwankungen der Beleuchtung, also die Elastizität der Anlage, sondern um eine lang dauernde Beeinträchtigung der Wirkung einer Lampe.

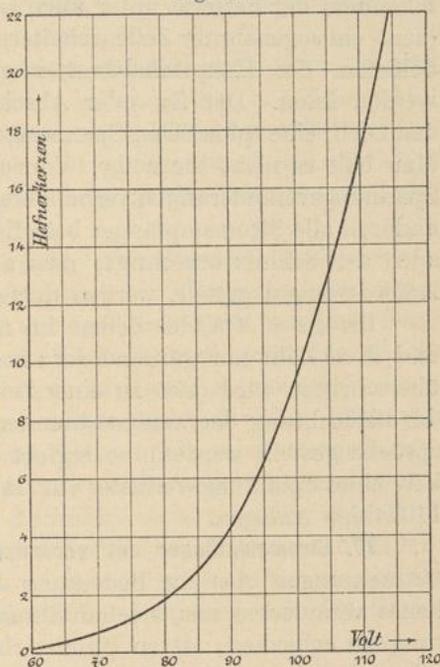
Dieser Umstand ist bisher wenig beachtet worden aus dem Grunde, weil er thatsächlich weniger Beachtung verdient, denn weit unangenehmer als eine geringere Beleuchtung sind die Schwan-

kungen derselben. Fig. 59 zeigt die Abhängigkeit der Leuchtkraft einer Glühlampe zu nominell 16 Kerzen von ihrer Klemmenspannung. Man sieht daraus, dass die Leuchtkraft sich prozentual in viel stärkerem Masse ändert als die Spannung; einer Abnahme der Nutzspeisung um 2%, von 110 auf 107,8 Volt, entspricht eine Abnahme in der Leuchtkraft von ungefähr 11%, nämlich von etwa 17,1 auf 15,2 HK, während ein Spannungsverlust von 4% eine Verringerung der Leuchtkraft um etwa 22%, nämlich von 17,1 auf 13,3 HK, zur Folge hat. Wir haben es also keineswegs mit vernachlässigbaren Grössen zu thun.

Soll nach diesen Betrachtungen der zulässige, der Rechnung zu Grunde zu legende Spannungsverlust von neuem festgesetzt werden, so erkennt man, dass bei 110voltigen Glühlichtanlagen 2% im allgemeinen jedenfalls nicht überschritten werden dürfen, dass nur in Ausnahmefällen eine geringe Erhöhung zugelassen werden darf und andererseits eine Verminderung dieser Zahl für manche Fälle wünschenswert sein kann.

76. Konstanz der Spannung an den Hauptklemmen. Die an den Klemmen der Glühlampen beobachtete Spannungsschwankung ist nicht allein eine Wirkung der Leitungen, vielmehr kann die bis jetzt immer stillschweigend gemachte Voraussetzung, dass die Spannung an den Hauptklemmen konstant sei, nicht zutreffen. Und tatsächlich wird sie je nach der Güte der Betriebsmaschinen mehr oder weniger schwanken, was um so bedenklicher ist, als die bei Maschinen möglichen periodischen Schwankungen nach der auf Seite 120 gegebenen Skala weit störender sind als momentane. Die elektrische Beleuchtung verlangt deshalb die besten Betriebsmaschinen und hat auch tatsächlich seit der Zeit ihrer Einführung einen grossen, fördernden Einfluss auf den Bau der Dampf- und Gasmaschinen ausgeübt.

Fig. 59.



Bei Gleichstromanlagen unterstützen die Akkumulatoren die Konstanz der Betriebsspannung und schliessen periodische Schwankungen aus, dagegen sind momentane Aenderungen auch hierdurch nicht vermieden: Die *EMK* einer Zelle ändert sich während der Ladung bis auf ungefähr 2,6 V, während sie bei der Entladung bis auf etwa 1,8 V zurückgehen darf. Um die Spannung an den Klemmen der Batterie unter allen Umständen konstant zu halten, dient ein sogenannter Zellschalter, mit dem die Zahl der an die Schienen des Hauptschaltbrettes geschlossenen Zellen geändert werden kann. Der Zu- oder Abschaltung einer Zelle entspricht demnach eine plötzliche Spannungsänderung von 1,8 bis 2,6 V. Man hält es nicht für nötig, Vorrichtungen zu treffen, die diese Spannungsveränderungen vermindern oder verlangsamen, obwohl dadurch alle Stromempfänger betroffen werden; und es ist deshalb auch der Schluss berechtigt, dass an die Leitungen nicht höhere Anforderungen gestellt werden dürfen.

Da die *EMK* der Zellen im allgemeinen etwa 2 V beträgt, und diese Zahl nur während der am Tage vorgenommenen Ladung überschritten wird (also zu einer Zeit, wo an die Gleichmässigkeit der Beleuchtung der wenigen brennenden Lampen keine hohen Ansprüche gestellt werden), so ergibt sich auch hieraus die Zulässigkeit eines Spannungsverlustes von etwa 2 V oder ungefähr 2% für 110voltige Anlagen.

77. Stromempfänger mit veränderlichem Stromverbrauche. Die Betrachtungen über die Bedeutung des maximalen Spannungsverlustes veranlassen uns, solchen Stromempfängern besondere Beachtung zu schenken, deren Stromverbrauch während des Betriebes schwanken kann, ohne dass ihre Zahl durch Ab- oder Zuschalten geändert wäre. Solche Stromempfänger sind die Bogenlampen und die Elektromotoren.

Alle bisher getroffenen Abmachungen würden hinfällig, wenn man Bogenlampen oder Motoren ohne Einschränkung zum Anschluss an dieselben Leitungen zulassen wollte, von denen Glühlampen abzweigt sind, denn die dann auftretenden Stromschwankungen würden so grosse Spannungsschwankungen nach sich ziehen können, dass die durch Aus- und Einschalten von Nutzwiderständen hervorgerufenen Spannungsschwankungen weit übertroffen würden. Es folgt daraus, dass die Leitungen für Glühlampen einerseits und Bogenlampen und Elektromotoren andererseits nur bis zu einem Punkte gemeinsam sein dürfen, bis zu dem der Spannungsverlust noch klein ist. Der Spannungsverlust muss um so kleiner sein, der Abzweigpunkt muss also den Hauptklemmen um so näher liegen, je grösser der Strom-

verbrauch der Motoren oder Bogenlampen ist. Unter Umständen kann eine der beiden Leitungen gemeinsam benutzt werden, wie es in Fig. 60 gezeichnet ist.

78. Sorgfalt in der Ausführung der Anlage. Alle Berechnungen werden natürlich wertlos, wenn man nicht sicher ist, dass die Ausführung dem berechneten Projekte entspricht. Dass

eine vollständige Uebereinstimmung zwischen Projekt und Ausführung nicht leicht zu erzielen ist, ist schon oben in § 70 erwähnt, und es muss dem Monteur ein gewisser Spielraum gewährt werden, innerhalb dessen er Aenderungen selbständig vornehmen darf. Um so grösser sind die Ansprüche, die man an die Zuverlässigkeit des Monteurs stellen muss.

Dass die richtigen Querschnitte verwendet sind, lässt sich noch leicht kontrollieren, schwieriger ist es die Verbindungsstellen auf ihre Güte zu untersuchen; und auf diese muss ganz besondere Sorgfalt verwendet werden, denn jeder Uebergangswiderstand ist gleichbedeutend mit einer Verlängerung der Leitung, also auch einer Vergrösserung des Spannungsverlustes und ist daher auch aus diesem Grunde — nicht nur wegen der Gefahr einer übermässigen Erwärmung der Verbindungsstelle — unbedingt zu vermeiden.

Auch die Besorgnis, dass die Anlage nicht sorgfältig ausgeführt werden könnte, kann unter Umständen das Projekt beeinflussen, z. B. in der Weise, dass man — wie es oben in § 72 aus anderen Gründen geschehen war — die Zahl der zu verwendenden Drahtsorten möglichst beschränkt.

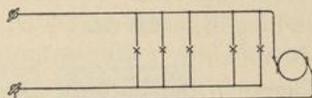
III. Theorie der geschlossenen Leitungen.

Grundlagen.

Der geschlossene einfache Leitungsstrang.

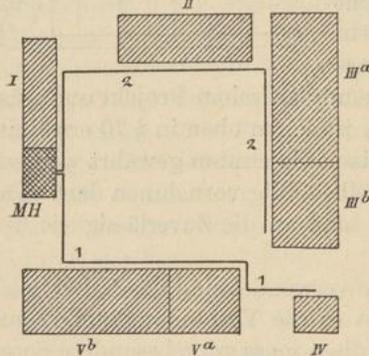
79. Erklärung an einem Beispiele. Es sei ein Gebäudekomplex, etwa die Gebäude einer Fabrikanlage, wie in Fig. 61, gegeben; nach allen Gebäuden soll der elektrische Strom vom Maschinenhaus aus geleitet werden. Die gesamte Leitungsverzweigung wird in diesem Falle in einem Hauptleitungsstrange bestehen, der die Gebäude *I* bis *V* mit dem Maschinenhaus verbindet, und aus den Leitungsverzweigungen, die von diesem Hauptstrange, für jedes Gebäude an einer oder mehreren Stellen abzweigend, den Strom innerhalb der einzelnen Gebäude verteilen sollen.

Fig. 60.



Jedenfalls wird es nun nicht zweckmässig sein, den Hauptstrang in der Reihenfolge der Nummerierung an den Gebäuden entlang zu führen, da hierdurch die maximale Entfernung \mathcal{L}_m unnötig vergrössert würde. Viel

Fig. 61.



besser wäre es, wie es in der Figur gezeichnet ist, zwei Stränge zu verlegen, deren erster an I, II und III entlang geführt ist, während der andere nur die Gebäude V und IV versorgt, denn dann ist die grösste Entfernung in jedem der Stränge nur ungefähr halb so gross, wie in dem einen Stränge und die Berechnung wird entsprechend kleinere Querschnitte ergeben.

Berücksichtigt man nun die Veränderlichkeit der Stromentnahme nach Zeit und Ort, die in einem derartigen Komplex von Gebäuden, die ganz verschiedenen Zwecken dienen, sehr erheblich sein kann, so wird man erkennen, dass am Ende der Leitung 1 zeitweise eine viel höhere Nutzspannung herrschen kann als am Ende der Leitung 2 oder umgekehrt, je nachdem die erste oder die zweite Leitung schwach oder stark belastet ist. Nur in dem einen seltenen Falle der maximalen Belastung beider Leitungen wird, der Berechnung entsprechend, der maximal zulässige Spannungsverlust an den Enden der beiden Leitungen auftreten. In allen Fällen ungleichen Spannungsverlustes dagegen würde die Leitung mit geringerem Verluste die andere unterstützen können, wenn man die beiden Leitungsenden zwischen den Gebäuden III und IV verbinden würde; denn dann würde offenbar von dem Ende höherer zu dem Ende niederer Spannung so viel Strom fließen, bis die Nutzspannung an dem Verbindungspunkt einen mittleren Wert angenommen hat.

Eine solche Leitung, bei der der Strom von mehr als einer Seite zugeführt wird, nennt man eine geschlossene Leitung zum Unterschiede von den einseitig gespeisten, die im Gegensatz zu jenen offene Leitungen genannt werden. Die geschlossene Leitung gewährt offenbar noch den Vorteil, dass jedem Stromempfänger von zwei Seiten Strom zugeführt werden kann, so dass auch dann (wenn auch unter ungünstigeren Bedingungen) alle Stromempfänger funktionieren, wenn die Zufuhr von der einen

Seite, etwa durch eine Betriebsstörung; abgeschnitten sein sollte.

80. Der geschlossene einfache Leitungsstrang. Die in dem Beispiele betrachtete Leitung nennt man mit Rücksicht auf ihre Form eine Ringleitung. Für die theoretische Behandlung ist es aber ganz gleichgültig, ob die beiden Zuführungsstellen mit einander verbunden sind, so dass tatsächlich ein Ring entsteht, oder ob dieselben von einander entfernt sind, wenn nur an beiden Zuführungspunkten dieselbe Spannungsdifferenz und ausserdem, absolut genommen, dieselbe Spannung in den positiven und negativen Zuführungspunkten herrscht. Das Schema einer solchen Leitung hat dann die in Fig. 62 in der üblichen Weise und in Fig. 63 in aus-

Fig. 62.

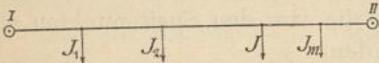
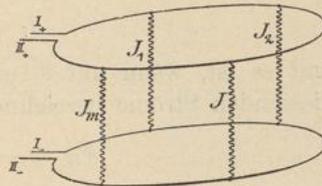


Fig. 63.



föhrlicherer Darstellung gezeichnete Form, und man kann diese Leitung einen geschlossenen einfachen Leitungsstrang nennen. Die Stromzuführungspunkte sollen Speisepunkte genannt werden.

Die Behandlung der geschlossenen Leitungen soll in derselben Weise erfolgen wie die der offenen; wir stehen auch hier wie dort vor der Schwierigkeit, dass wir die Leitungsströme, die zur Berechnung der Leitungsquerschnitte bekannt sein müssen, nicht kennen. Bei geschlossenen Leitungen kennen wir sie aber selbst unter Einräumung der Vernachlässigungen nicht, die früher (vergl. § 51) zum Ziele geführt hatten, denn wir werden damit nicht bestimmen können, wie viel Strom von jedem der beiden Speisepunkte den Stromempfängern zugeführt wird. Wir wollen wiederum versuchen, ob wir durch Betrachtung bekannter, in allen Teilen gegebener Leitungen auf eine Methode der Vorausbestimmung der Stromverteilung kommen können.

81. Die Stromverteilung in einem geschlossenen einfachen Leitungsstrange. In dem Falle des offenen Leitungsstranges hatte sich ergeben

$$\epsilon_m = \sum J_v \mathcal{R}_v$$

und ϵ_m war in § 56 aufgefasst worden als das Produkt eines ideellen

negativen Stromes J_i in den Gesamtwiderstand \mathfrak{R}_m , so dass sich die Gleichung

$$\sum J_\nu \mathfrak{R}_\nu + J_i \mathfrak{R}_m = 0$$

und damit J_i als der gedachte Strom ergab, der als Kraft negativ am Endpunkte der Leitung angreifend, das ganze System im Gleichgewicht hielt, d. h. den Spannungsverlust am Ende zum Verschwinden bringen würde, wenn er wirklich abgezweigt würde.

Hiernach unterscheidet sich der geschlossene Leitungsstrang vom offenen nur dadurch, dass der maximale Spannungsverlust durch eine reelle negative Abzweigung J_i thatsächlich zum Verschwinden gebracht ist, und der Wert dieses Abzweigungsstromes wird offenbar genau dem gleichnamigen Werte der obigen Formel entsprechen, nämlich es wird sein

$$J_i = - \frac{\sum J_\nu \mathfrak{R}_\nu}{\mathfrak{R}_m}, \dots \dots \dots (38)$$

und es ist, wenn mit \mathfrak{I}_I und \mathfrak{I}_{II} die von den Speisepunkten abfließenden Ströme bezeichnet werden

$$\mathfrak{I}_{II} = - J_i + \frac{\sum J_\nu \mathfrak{R}_\nu}{\mathfrak{R}_m} \dots \dots \dots (39)$$

ferner muss sein

$$\mathfrak{I}_I + \mathfrak{I}_{II} = \sum J_\nu \dots \dots \dots (40)$$

also

$$\mathfrak{I}_I = \sum J_\nu - \mathfrak{I}_{II} \dots \dots \dots (41)$$

Die Stromverteilung ist nunmehr vollständig bestimmt, da sich die Ströme in den einzelnen Leitungsstücken mit Hilfe des ersten Kirchhoffschen Satzes aus den bekannten Strömen \mathfrak{I}_I und \mathfrak{I}_{II} ohne weiteres hinschreiben lassen.

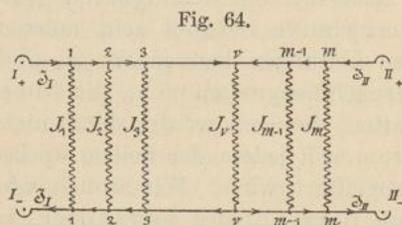


Fig. 64.

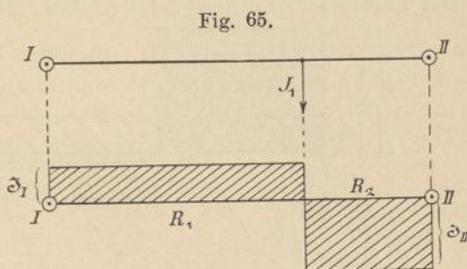
Man wird, indem man dies thut, schliesslich zu einer Abzweigung, etwa der ν ten kommen, zu der der Strom (in der positiven Leitung) von beiden Seiten zufließt (vergl. Fig. 64), wenn nicht zufällig der Fall eintritt, dass der Strom

der ν ten Abzweigung nur von der einen, der der $\nu+1$ ten nur von der andern Seite kommt; für diesen Fall wird das Leitungsstück zwischen den beiden Punkten ν und $\nu+1$ stromlos. In dem ν ten, oder in dem Sonderfalle im ν ten und $\nu+1$ ten Punkte tritt der maximale Spannungsverlust auf.

Der Fall des geschlossenen einfachen Leitungsstranges ist hiermit auf den des offenen zurückgeführt. Von diesem unter-

scheidet er sich ausschliesslich nur dadurch, dass der Abzweigstrom am Ende der Leitung nicht von vornherein bekannt, sondern erst dadurch gegeben ist, dass ein bestimmter Spannungsverlust, nämlich der Spannungsverlust Null, vorgeschrieben ist. Oder mit anderen Worten: Der Unterschied zwischen dem geschlossenen und dem offenen Leitungsstrange besteht darin, dass der frühere ideelle Strom zu einem reellen geworden ist.

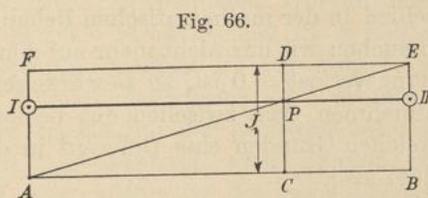
Ein sehr anschauliches Bild von der Stromverteilung erhält man, wenn man in einem Abstände, der den Leitungsströmen nach einem bestimmten Massstabe entspricht, Parallelen zu der die Leitungswiderstände darstellenden Geraden zieht, und zwar, wie es in Fig. 65 geschehen, je nach der Stromrichtung oberhalb oder unterhalb dieser Geraden. Die Ordinaten stellen die Ströme dar, und da die andern Seiten der mit diesen Ordinaten gebildeten (schraffierten) Rechtecke die Widerstände sind, so müssen die beiden Rechtecke ihrem Inhalte nach gleich sein, denn der Inhalt stellt den Spannungsverlust



$$\epsilon_m = J_I R_1 = J_{II} R_2$$

dar. Das führt zu folgender graphischen Bestimmung der Stromverteilung.

Man errichtet (vergl. Fig. 66) in dem Abzweigpunkte C der den Leitungswiderstand darstellenden Geraden AB ein Lot, das nach einem vereinbarten Massstabe gleich dem Abzweigstrom J_1 ist, und vervollständigt durch die Parallele DE das Rechteck BCDE. Die Gerade EA teilt dann die Strecke $DC = J_1$ im Verhältnis der Ströme J_I und J_{II} . Zieht man jetzt durch P

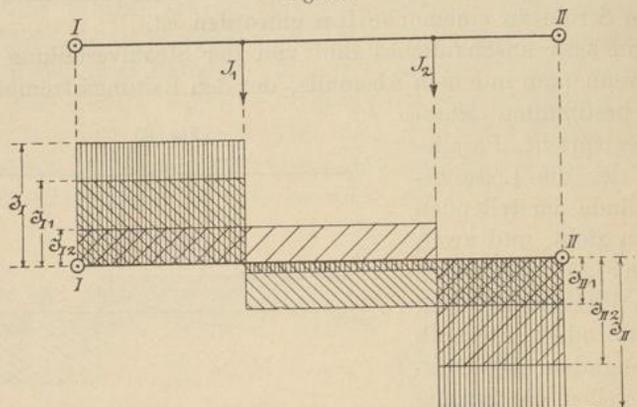


die Horizontale III, und vervollständigt die Figur durch Bildung des Rechtecks IFDP, so erhält man in dem Linienzuge I III B C D F I genau das Bild der vorhergehenden Figur.

Sind von dem Leitungsstrange mehrere Ströme abgezweigt, so sind für jede einzelne Abzweigung die beiden Rechtecke zu bilden und die Ordinaten über jedem Punkte der Geraden I II

algebraisch zu addieren, wie es in Fig. 67 für zwei Abzweigungen geschehen ist. Die zusammengehörigen Rechtecke sind durch gleiche schräge Schraffierung ausgezeichnet. Der Gesamtstrom in den einzelnen Leitungsstücken ist durch die Ordinaten der senkrecht schraffierten Rechtecke angegeben. Auch für diese Rechtecke gilt

Fig. 67.



die Bedingung, dass der Gesamthalt der über der Geraden III liegenden Fläche gleich dem der unterhalb der Geraden liegenden sein muss.

82. Der unvollkommen geschlossene Leitungsstrang. Bei dem geschlossenen Leitungsstrange war der Spannungsverlust am Ende der Leitung gleich Null, und deshalb musste der dort negativ abgezweigte Strom in seinem ganzen Betrage reell werden. Nachdem wir aber erkannt haben, dass ein grundsätzlicher Unterschied zwischen dem ideellen und dem reellen Strome, der einen Unterschied in der mathematischen Behandlung verlangte, nicht besteht, brauchen wir uns nicht mehr auf den Sonderfall, für den der Spannungsverlust $= 0$ ist, zu beschränken, sondern wollen allgemeiner annehmen, dass zwischen den beiden Punkten I und II aus irgend welchen Gründen eine Differenz in den Nutzspannungen bestünde, dass also

$$E_I - E_{II} = \epsilon_{I II} \leq 0.$$

Nach den einleitenden Erklärungen des § 79 ist es allerdings nicht verständlich, wie das praktisch möglich sein sollte; wir wollen uns hier vorläufig damit begnügen die theoretische Möglichkeit zuzugeben.

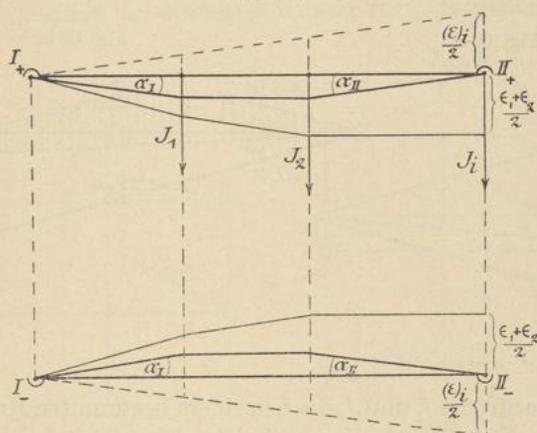
Wie sich die Ströme in einem derartigen Leitungsstrange verteilen, ist nach den Sätzen von der Superposition der Ströme

und Spannungsverluste sofort klar: Man denkt sich den Leitungsstrang ohne Spannungsverlust am Ende und superponiert dazu einen am Ende der Leitung abgezweigten Strom, der den vorgeschriebenen Spannungsverlust $E_I - E_{II}$ zur Folge hat. Ob dieser Wert dabei positiv oder negativ ist, macht keinen Unterschied.

Der behandelte Fall stellt sich also als eine Kombination des offenen und des geschlossenen Leitungsstranges dar, man darf ihn als unvollkommen geschlossenen Leitungsstrang bezeichnen.

83. Die Spannungsverteilung in geschlossenen und unvollkommen geschlossenen Leitungssträngen. Ueber die Spannungsverteilung giebt

Fig. 68.



die früher angewendete graphische Darstellung am besten Aufschluss. Wäre der Leitungsstrang (vergl. Fig. 68) offen, so würde der Spannungsverlust durch die schwach gezeichneten Kurven dargestellt. Der nun zu superponierende Strom J_i hat, da er selbst negativ ist, einen negativen Spannungsverlust $(\epsilon)_i$ zur Folge; die für ihn gültigen Kurven des Spannungsverlustes sind demnach die punktiert gezeichneten Geraden, die auf der positiven Leitung einer Spannungserhöhung, auf der negativen einer Spannungs erniedrigung entsprechen, und zwar müssen für die geschlossenen Leitungen die Werte dieser Erhöhung und Erniedrigung am Endpunkte II der Leitung der durch die andern (positiven) Abzweigungen hervorgerufenen Erniedrigung und Erhöhung der Spannung gleich sein, also

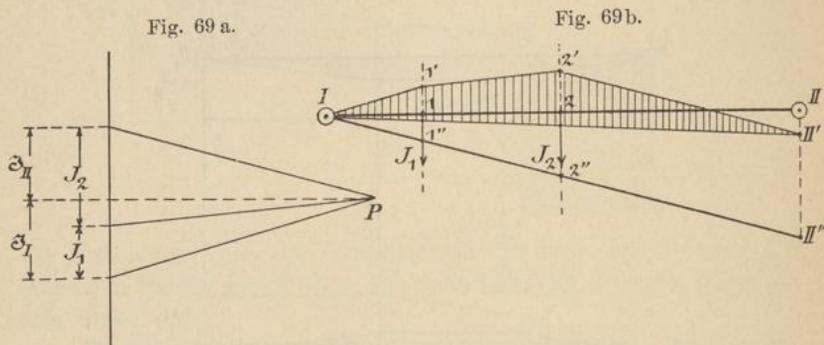
$$\frac{(\epsilon)_i}{2} = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2}$$

während für die unvollkommen geschlossenen Leitungen

$$\frac{(\epsilon)_i}{2} > \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2}.$$

Der wahre Spannungsverlust in einem beliebigen Punkte der Leitung ergibt sich dann durch algebraische Addition der beiden zusammengehörigen Ordinaten, wird also durch die stark ausgezogene Kurve dargestellt. Man kann die Konstruktion natürlich entsprechend der Fig. 35 vereinfachen, wenn man darauf verzichten will, die Nutzspannungen aufzuzeichnen und nur die Spannungsverluste berücksichtigen will.

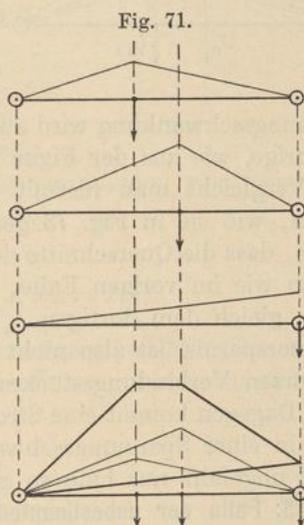
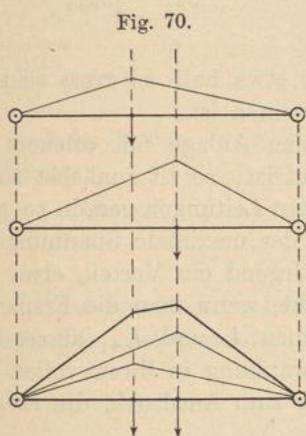
Ein anderes Verfahren ergibt sich in Analogie mit der in § 50, Fig. 36 behandelten Konstruktion: Man trägt (vergl. Fig. 69a),



wie dort, die Ströme J_1 und J_2 u. s. f. in einem bestimmten Massstabe auf einer senkrechten Geraden an und zieht die Strahlen zum Pol P im Abstände $R = 1$. Zu diesen Strahlen parallel zieht man den Linienzug $I 1' 2' II'$ (Fig. 69b). Bedingung ist nun für einen geschlossenen Leitungsstrang, dass der Spannungsverlust am Endpunkte II der Leitung gleich Null ist. Wäre diese Bedingung nicht zu erfüllen, wären also nur die Ströme J_1 und J_2 abgezweigt, so wäre der Spannungsverlust durch die Ordinatenabschnitte dargestellt, die von dem Kurvenzuge $I 1' 2' II'$ und der durch I dem Stück $2' II'$ parallel gezogenen Geraden $I II'$ begrenzt werden. Um die gestellte Bedingung aber zu erfüllen, muss ein dritter Strom superponiert werden, der den negativen maximalen Spannungsverlust $II'' II'$ zur Folge hat. Von den früheren Ordinatenabschnitten sind also jedesmal die zwischen den Geraden $I II'$ und $I II''$ liegenden Abschnitte zu subtrahieren, d. h. die wahren Spannungsverluste werden durch die zwischen dem Kurvenzuge $I 1' 2' II'$ und der Geraden $I II'$ liegenden Ordinatenabschnitte dargestellt, die in der Figur durch Schraffierung hervorgehoben sind.

Zieht man in der Hilfsfigur Fig. 69 a durch den Pol P eine Parallele zu $I II'$ (in der Figur punktiert gezeichnet), so teilt dieselbe auf der senkrechten Geraden die Strecke ΣJ , in zwei Teile, die den Strömen \mathfrak{J}_I und \mathfrak{J}_{II} entsprechen, was aus der Aehnlichkeit gewisser Dreiecke folgt. Diese Konstruktion liefert also zu gleicher Zeit eine Methode zur Bestimmung der Stromverteilung. Die Aehnlichkeit dieses graphischen Verfahrens mit der Bestimmung der Auflagerreaktionen eines belasteten Balkens ist vollkommen. — Auch das vorige, in Fig. 68 dargestellte Verfahren liefert die Teilströme \mathfrak{J}_I und \mathfrak{J}_{II} und zwar in den Tangenten der Winkel α_I und α_{II} .

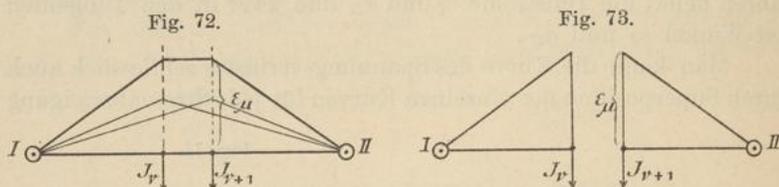
Man kann die Kurve des Spannungsverlustes schliesslich auch durch Superposition der einzelnen Kurven für jede Stromabzweigung



erhalten, wie es in Fig. 70 für geschlossene und Fig. 71 für unvollkommen geschlossene Leitungen dargestellt ist. Die Konstruktionen sind ohne weiteres verständlich.

84. Die Bedeutung der geschlossenen Leitungen für die Elastizität der Anlagen. Es sei ein geschlossener Leitungsstrang mit einer Anzahl Abzweigungen gegeben, von denen nur die beiden der Mitte am nächsten gelegenen beachtet werden sollen. Ist der Querschnitt durchgängig derselbe und haben die beiden Belastungsströme J_ν und $J_{\nu+1}$ ungefähr gleiche Stärke, so gilt als Kurve des durch sie hervorgerufenen Spannungsverlustes nach der Darstellung von Fig. 70 die Kurve in Fig. 72. Würden die beiden Ströme J_ν

und $J_{\nu+1}$ genau gleichzeitig von ihrem Maximalwerte auf einen sehr kleinen Betrag vermindert, so würden die Nutzsparungen E_{ν} und $E_{\nu+1}$ plötzlich fast um den vollen Betrag des Spannungsverlustes ϵ_{μ} zunehmen. Dieser Fall ist aber fast unbedingt, jedenfalls aber dann ausgeschlossen, wenn — wie in Stadtzentralen — die Abzweigungen zu verschiedenen Häusern geführt sind. Als ungünstigster Fall wird dann vielmehr der Fall anzusehen sein, dass etwa J_{ν} seinen maximalen Wert hat, während $J_{\nu+1}$ plötzlich um seinen vollen Betrag geändert wird. Die diesem Falle entsprechende



Spannungsschwankung wird aber nur etwa halb so gross sein wie die vorige, wie aus der Figur zu erkennen ist.

Vergleicht man hiermit nun eine Anlage mit offenen Leitungen, wie sie in Fig. 73 gezeichnet ist, so ist zunächst zu beachten, dass die Querschnitte der beiden Leitungen gerade so gross werden wie im vorigen Falle, wenn der maximale Spannungsverlust ϵ_{μ} gleich dem dortigen ϵ_{μ} ist. Jrgend ein Vorteil, etwa eine Kostenersparnis, ist also nicht erreicht, wenn man die Ersparung des kurzen Verbindungsstückes zwischen J_{ν} und $J_{\nu+1}$ ausser acht lässt. Dagegen kommt eine Stromschwankung in ihrem vollen Umfange in einer Spannungsschwankung zum Ausdruck, die Elastizität ist ungefähr nur halb so gross.

85. Fälle der unbestimmten und der bestimmten Stromverteilung.

Die Aufgabe der Bestimmung der Stromverteilung fällt, wie die Betrachtungen in § 81 lehren, zusammen mit der Aufgabe der Bestimmung von \mathfrak{J}_I und \mathfrak{J}_{II} . Diese können aber, wie aus den Formeln (39) und (41) hervorgeht, nur bestimmt werden, wenn die Leitungswiderstände bekannt sind, und es ist also hierdurch für die Leitungsberechnung noch gar nichts gewonnen.

Es ist aber in vielen Fällen wünschenswert, dass der Querschnitt durchgängig derselbe sei, auch aus dem Grunde, weil die Leitung auch bei Unterbrechung der Stromzufuhr von der einen Seite noch funktionieren soll, und dann ist der gleichmässige Querschnitt der günstigste. Wird dieser aber zur Bedingung gemacht, so ist auch die Stromverteilung nicht mehr unbestimmt, sondern

eindeutig bestimmt und bestimmbar, ohne dass die Widerstände vorher bekannt sind, denn es wird dann aus Formel (39)

$$- J_i = \frac{\sum J_\nu \frac{\xi_\nu}{Q} \varrho}{\frac{\xi_m}{Q} \varrho} = \frac{\sum J_\nu \xi_\nu}{\xi_m}; \dots \dots \dots (42)$$

auf der rechten Seite stehen also nur bekannte Grössen; die Stromverteilung ist bestimmt.

Die Querschnitte brauchen nicht einmal durchweg dieselben zu sein, es genügt vielmehr die Kenntnis oder eine vorherige Festsetzung des Verhältnisses der einzelnen Querschnitte zu einander. Ist nämlich

$$Q_2 = m_2 Q_1, \quad Q_3 = m_3 Q_1, \quad \text{u. s. f.}$$

bekannt, so wird aus der Formel (39)

$$- J_i = \frac{\sum J_\nu \frac{\xi_\nu}{m_\nu}}{\frac{\xi_m}{m_m}}, \dots \dots \dots (43)$$

und auch in diesem Falle ist die Stromverteilung von vornherein bestimmbar.

Die Leitungsnetze.

86. Die geschlossene Leitungsverzweigung mit belasteten Knotenpunkten. Die einfachste geschlossene Leitungsverzweigung ist die

Fig. 74.

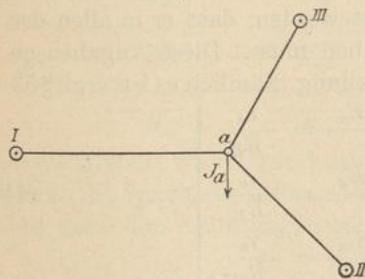
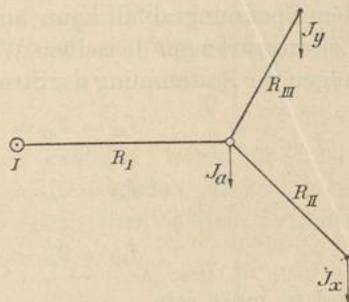


Fig. 75.



in Fig. 74 dargestellte. Der Punkt *a* darin soll Knotenpunkt genannt werden, während die Speisepunkte und der Knotenpunkt zusammen den gemeinsamen Namen Kreuzungspunkte erhalten sollen; nur der Knotenpunkt *a* soll belastet sein.

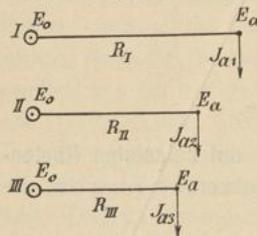
Auch dieser Fall ist, wie die Darstellung der Fig. 75 angiebt, mit einer offenen Leitungsverzweigung unmittelbar vergleichbar, nur dass jetzt zwei Ströme, J_x und J_y unbekannt sind. Zur Bestimmung dieser beiden Ströme stehen aber auch zwei Gleichungen zur Verfügung, nämlich die Gleichungen

$$\begin{aligned} \mathfrak{J}_a R_I + \mathfrak{J}_x R_{II} &= 0 \\ \mathfrak{J}_a R_I + \mathfrak{J}_y R_{III} &= 0 \end{aligned}$$

worin $\mathfrak{J}_a = J_x + J_y + J_a$ und $\mathfrak{J}_x = J_x, \mathfrak{J}_y = J_y$ ist, und die Bestimmung der gesamten Stromverteilung ist hierdurch möglich; für n Speisepunkte werden sich $n-1$ Gleichungen mit ebensovielen Unbekannten ergeben.

Es ist in dieser Methode der Bestimmung, um an unmittelbar Bekanntes anknüpfen zu können, dem Speisepunkte I eine besonders ausgezeichnete Rolle zugewiesen, insofern er nämlich äusserlich allein den Charakter eines Speisepunktes trägt, während er sich tatsächlich in nichts von den andern Speisepunkten unterscheidet. Wir können dieser Thatsache durch eine andere Behandlungsweise gerecht werden, indem wir uns auf die Ergebnisse des

Fig. 76.



§ 82 beziehen und den Knotenpunkt a mit dem Speisepunkte niederer Spannung des dortigen Falles vergleichen. Die Verzweigung ist dann in drei unvollkommen geschlossene einfache Leitungsstränge aufgelöst, bei denen aber die Abzweigströme (oder Leitungsströme) J_{a1}, J_{a2} und J_{a3} noch unbekannt und ebenso der Spannungsabfall $E_0 - E_a$ (vergl. Fig. 76) unbekannt ist. Nur die Summe der Ströme $= J_a$ ist bekannt und von

dem Spannungsabfall kann ausgesagt werden, dass er in allen drei Leitungssträngen denselben Wert haben muss. Diese Angaben genügen zur Bestimmung der Stromverteilung. Nämlich es ist (vergl. § 53)

$$\left. \begin{aligned} J_{a1} = \mathfrak{J}_{a1} &= \frac{E_0 - E_a}{R_I} = \frac{\epsilon_a}{R_I} \\ J_{a2} = \mathfrak{J}_{a2} &= \frac{E_0 - E_a}{R_{II}} = \frac{\epsilon_a}{R_{II}} \\ J_{a3} = \mathfrak{J}_{a3} &= \frac{E_0 - E_a}{R_{III}} = \frac{\epsilon_a}{R_{III}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (44)$$

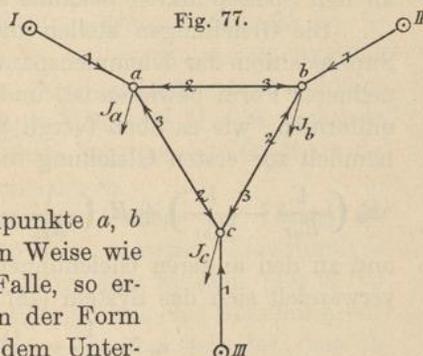
und es muss sein $\mathfrak{J}_{a1} + \mathfrak{J}_{a2} + \mathfrak{J}_{a3} = \mathfrak{J}_a = J_a \dots \dots \dots (45)$

Durch Verbindung der Gleichungen ergibt sich

$$\epsilon_a = E_0 - E_a = J_a \frac{1}{\frac{1}{R_I} + \frac{1}{R_{II}} + \frac{1}{R_{III}}} ; \dots \dots (46)$$

Der Spannungsabfall ist ermittelt und hieraus sind auch die Leitungsströme J_{a1} , J_{a2} und J_{a3} bestimmbar. Bei n Speisepunkten ist, wie aus dieser Lösung der Aufgabe zu erkennen ist, nicht mehr ein System von n Gleichungen erforderlich, sondern es genügt, dem einen Knotenpunkte entsprechend eine einzige Gleichung zur Lösung des Problems.

87. Das eigentliche Leitungsnetz mit belasteten Knotenpunkten. Ein eigentliches Leitungsnetz ergibt sich, wenn dem Sinne des Wortes entsprechend, wirkliche Maschen gebildet sind; ein solches Netz von einfachster Form ist in Fig. 77 dargestellt. Es ist nicht schwer, die angestellten Betrachtungen auf diesen erweiterten Fall auszudehnen: Als Unbekannte treten zunächst die Spannungsdifferenzen $E_o - E_a$, $E_o - E_b$, $E_o - E_c$ und $E_a - E_b$, $E_a - E_c$, $E_b - E_c$ auf.



Behandelt man die Knotenpunkte a , b und c für sich, jeden in derselben Weise wie den Knotenpunkt a im vorigen Falle, so erhält man je drei Gleichungen von der Form der Gleichungen (44), aber mit dem Unterschiede, dass die Spannungsdifferenzen im Zähler verschieden sind. Die Verbindung der Gleichungen ergibt deshalb je eine Gleichung mit drei Unbekannten und das ganze System für alle drei Knotenpunkte lautet:

$$\left. \begin{aligned} \frac{E_o - E_a}{R_{aI}} + \frac{E_b - E_a}{R_{ab}} + \frac{E_c - E_a}{R_{ac}} - J_a &= 0 \\ \frac{E_a - E_b}{R_{ab}} + \frac{E_o - E_b}{R_{bII}} + \frac{E_c - E_b}{R_{bc}} - J_b &= 0 \\ \frac{E_a - E_c}{R_{ac}} + \frac{E_b - E_c}{R_{bc}} + \frac{E_o - E_c}{R_{cIII}} - J_c &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (47)$$

Dieses System würde zur Lösung nicht genügen, wenn als Unbekannte die Spannungsdifferenzen beibehalten würden. Ordnet man aber nach den Spannungen selbst, so erhält man in dem Systeme

$$\left. \begin{aligned} - E_a \Sigma_a \frac{1}{R} + \frac{E_b}{R_{ab}} + \frac{E_c}{R_{ac}} + \frac{E_o}{R_{aI}} - J_a &= 0 \\ + \frac{E_a}{R_{ab}} - E_b \Sigma_b \frac{1}{R} + \frac{E_c}{R_{bc}} + \frac{E_o}{R_{bII}} - J_b &= 0 \\ + \frac{E_a}{R_{ac}} + \frac{E_b}{R_{bc}} - E_c \Sigma_c \frac{1}{R} + \frac{E_o}{R_{cIII}} - J_c &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (48)$$

(48) ein System von lösbaren Gleichungen mit den Nutzsparnungen an den Knotenpunkten als Unbekannten. Die Faktoren der Spannungen in den negativen Gliedern bedeuten hierin die Summen der Leitungsfähigkeiten jedesmal um den durch den Index angegebenen Knotenpunkt herum; die einzelnen Summanden dieser Summen erscheinen in jeder einzelnen Gleichung als Faktoren in den anderen Gliedern. Es ist also

$$\Sigma_a \frac{1}{R} = \frac{1}{R_{ab}} + \frac{1}{R_{ac}} + \frac{1}{R_{aI}}$$

u. s. f. Das Gleichungssystem ist lösbar, wenn die Spannungen an den Speisepunkten bekannt sind.

Die Gleichungen stellen nichts weiter als den Satz von der Superposition der Klemmenspannungen dar, der hiermit in allgemeinerer Form bewiesen ist, und man kann sie in derselben Weise umformen, wie es oben (vergl. § 53) geschehen ist. Addiert man nämlich zur ersten Gleichung die Identität

$$E_o \left(\frac{1}{R_{aI}} - \frac{1}{R_{aI}} \right) + E_o \left(\frac{1}{R_{ab}} - \frac{1}{R_{ab}} \right) + E_o \left(\frac{1}{R_{ac}} - \frac{1}{R_{ac}} \right) = 0$$

und zu den anderen Gleichungen entsprechende Gleichungen, so verwandelt sich das System (48) in das folgende:

$$\left. \begin{aligned} + \epsilon_a \Sigma_a \frac{1}{R} - \frac{\epsilon_b}{R_{ab}} - \frac{\epsilon_c}{R_{ac}} - J_a &= 0 \\ - \frac{\epsilon_a}{R_{ab}} + \epsilon_b \Sigma_b \frac{1}{R} - \frac{\epsilon_c}{R_{bc}} - J_b &= 0 \\ - \frac{\epsilon_a}{R_{ac}} - \frac{\epsilon_b}{R_{bc}} + \epsilon_c \Sigma_c \frac{1}{R} - J_c &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (49)$$

wenn wieder unter ϵ_a die Differenz $E_o - E_a$ verstanden wird u. s. f.

Diese Umformung ist praktisch von grosser Bedeutung, denn im ersten Gleichungssystem werden die Unbekannten im allgemeinen von der Grössenordnung 100 sein, während es auf die Differenzen der Unbekannten von der Grössenordnung 1 ankommt. Die Unbekannten würden also auf etwa fünf Stellen genau ermittelt werden müssen. In dem zweiten Systeme dagegen treten die Differenzen selbst als Unbekannte auf, und es ist nur nötig mit etwa drei Stellen zu rechnen, ein Umstand, der besonders bei grösseren Systemen von Gleichungen sehr ins Gewicht fällt.

Als Regel für die Aufstellung der Gleichungen merke man folgenden Satz: Man denke sich an allen Kreuzungspunkten die Spannungsverluste (oder Differenzen zwischen den an den Speisepunkten und den an den Knotenpunkten auftretenden Klemmenspannungen) als *EMK*'te wirken und befolge

dann die aus dem Satze von der Superposition der Klemmenspannungen (vergl. § 53) folgende Regel, jedoch unter Vertauschung der Vorzeichen der unbekanntenen Spannungsverluste. Die Zahl der Gleichungen ist immer gleich der Zahl der Knotenpunkte.

Aus den Spannungsverlusten $\varepsilon_a, \varepsilon_b$ u. s. w. und den bekannten Widerständen erhält man dann unmittelbar die Stromverteilung. Vertauscht man die Vorzeichen der Unbekannten nicht, wie es in der angegebenen Regel gefordert wird, so erhält man die Stromverteilung des negativen Netzes, während wir sonst immer die Stromrichtungen dem positiven Netze entnommen haben.

Ein Gleichungssystem, das in dieser Weise aufgestellt ist, ist zweifellos lösbar. In der Praxis aber, wo es sich darum handelt, die Gleichungen wirklich zu lösen, darf man sich mit dieser Feststellung nicht begnügen, sondern muss sich nach Mitteln umsehen, die das oft sehr umständliche Geschäft der Lösung eines Systemes von vielen linearen Gleichungen erleichtern.

88. Die Anwendung der Seidelschen Methode zur Lösung der Gleichungen. Das Gleichungssystem zeigt gewisse Eigentümlichkeiten, die die Lösung erleichtern. Aus dem Systeme (49) ist zunächst zu erkennen, dass jedem Knotenpunkte eine Gleichung entspricht. Schreibt man die Gleichungen so unter einander, dass die Unbekannte ε_ν in der für den Knotenpunkt ν gebildeten Gleichung in der Diagonale des Gleichungssystemes steht — wie es in (49) geschehen ist —, so erkennt man, dass das System in Bezug auf die Koeffizienten der Unbekannten völlig symmetrisch ist, dass es die sogenannte Normalform besitzt. Für ein solches System von linearen Gleichungen ist ein Annäherungsverfahren zur Lösung anwendbar, das von Seidel*) angegeben ist. Das Verfahren ist folgendes:

Es sei das Gleichungssystem

$$\alpha_{11} x + \alpha_{12} y + \alpha_{13} z + \dots + n_1 = 0$$

$$\alpha_{21} x + \alpha_{22} y + \alpha_{23} z + \dots + n_2 = 0$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\alpha_{n1} x + \alpha_{n2} y + \alpha_{n3} z + \dots + n_n = 0$$

gegeben. Setzt man hierin für die Unbekannten beliebige Werte x_0, y_0 u. s. f. ein, so werden die Gleichungen nicht befriedigt, sondern die linken Seiten haben je einen gewissen Wert N_1, N_2 bis

*) Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Klasse der Bayerischen Akademie, 11. Band, 1874.

N_n , der der Fehler der betreffenden Gleichung genannt werden soll. Man berechne nun aus der ersten Gleichung einen Wert

$$\Delta x = -\frac{N_1}{a_{11}}$$

und rechne aus den alten Fehlern eine neue Fehlerreihe N_1', N_2' u. s. f. aus indem man setzt

$$N_1' = N_1 + a_{11} \Delta x = 0$$

$$N_2' = N_2 + a_{21} \Delta x$$

$$\dots \dots \dots$$

$$N_n' = N_n + a_{n1} \Delta x.$$

Hierauf bestimmt man aus der zweiten Gleichung ein

$$\Delta y = -\frac{N_2'}{a_{22}}$$

und rechnet wiederum neue Fehler von der Form

$$N_1'' = N_1' + a_{12} \Delta y$$

$$N_2'' = N_2' + a_{22} \Delta y = 0$$

$$\dots \dots \dots$$

$$N_n'' = N_n' + a_{n2} \Delta y$$

aus.

Ist in gleicher Weise das ganze System wiederholt durchgerechnet, indem man nacheinander Werte Δz , Δv u. s. f. jedesmal als negative Quotienten von N und a der Gleichung bestimmte, in der z und v u. s. f. in der Diagonale des Systems stehen, so beginnt man wieder mit der ersten Gleichung, aus der ein $\Delta'x$ als

$$\Delta'x = -\frac{N_1^{(n)}}{a_{11}}$$

berechnet wird, worin $N_1^{(n)}$ der zuletzt erhaltene Fehler der ersten Gleichung ist. Dieses Verfahren wird fortgesetzt, bis man in den Summen

$$x_0 + \Delta x + \Delta'x + \Delta''x + \dots = x$$

$$y_0 + \Delta y + \Delta'y + \Delta''y + \dots = y$$

$$\dots \dots \dots$$

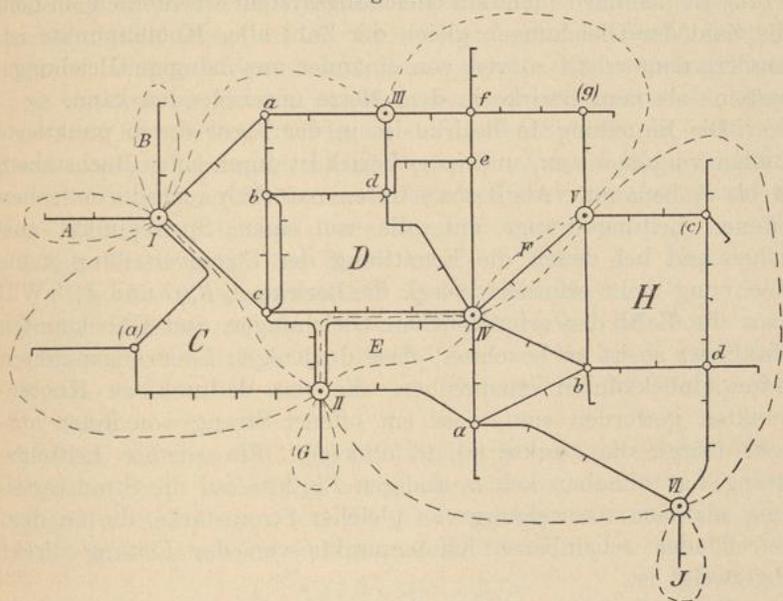
die wahren Werte der Unbekannten in beliebiger Annäherung erhalten hat.

Die Reihen konvergieren natürlich nur unter gewissen Voraussetzungen. Seidel hat nachgewiesen, dass Konvergenz immer eintritt, wenn das System die auf der vorigen Seite erklärte Normalform besitzt.

Dass die Symmetrie nicht nur in dem Gleichungssystem stattfindet, das der Fig. 77 entspricht, sondern für ganz beliebig gestaltete Netze immer eintreten muss, geht aus der Bildungsweise der Gleichungen hervor; man muss bei der Bildung des Systemes nur dafür sorgen, dass die Unbekannte des Knotenpunktes, für

den eine Gleichung aufgestellt ist, jedesmal in der Diagonale des Systemes steht. Auch die Zahl der Knotenpunkte beeinträchtigt die Symmetrie nicht. Das Gleichungssystem eines Netzes, dessen Knotenpunkte nicht mehr alle einem Speisepunkte benachbart sind, unterscheidet sich von dem Systeme (49) nur dadurch, dass in der Gleichung eines bestimmten Knotenpunktes ausser dem eigenen Spannungsverluste nur die Spannungsverluste der diesem Punkte unmittelbar benachbarten Knotenpunkte als Unbekannte

Fig. 78.



vorkommen, sodass nicht mehr alle Felder des Schemas besetzt sind.

89. Der allgemeinste Fall eines Leitungsnetzes. Ein Beispiel des allgemeinsten Falles ist in Fig. 78 abgebildet. Gegenüber den früher behandelten Netzen haben wir zweierlei Verallgemeinerungen festzustellen:

1. Das Netz kann in mehrere Bezirke zerlegt werden, die in Bezug auf ihre Stromverteilung bei konstanter Spannung an den Speisepunkten völlig unabhängig von einander sind.

Unter Bezirk versteht man den kleinsten Leitungskomplex, den man durch einen Linienzug umgrenzen kann, der von Speisepunkt zu Speisepunkt führt ohne eine Leitung zu schneiden.

Dass man diese Loslösung einzelner Bezirke — wenn es sich darum handelt, die Stromverteilung zu ermitteln — vornehmen darf, ist sofort klar, denn genau so wie wir eine Ringleitung durch Aufschneiden an dem Speisepunkte in einen einfachen geschlossenen Leitungsstrang mit je einem Speisepunkte an den Enden verwandeln durften, dürfen wir auch hier Leitungen an den Speisepunkten trennen, da zur Bedingung gemacht ist, dass die Spannung an allen Speisepunkten unter allen Umständen konstant bleiben soll. Zur Ermittlung der Stromverteilung in einem Netze der allgemeinsten Form ist demnach nicht ein Gleichungssystem erforderlich, in dem die Zahl der Gleichungen gleich der Zahl aller Knotenpunkte ist, sondern man erhält so viel von einander unabhängige Gleichungssysteme als man Bezirke in dem Netze unterscheiden kann.

Die Einteilung in Bezirke ist in der Figur durch punktierte Linien vorgenommen, und jeder Bezirk ist durch einen Buchstaben, *A* bis *J*, benannt. Als Bezirke treten natürlich auch die einfachen offenen Leitungsstränge auf, die von einem Speisepunkte ausgehen und bei denen die Ermittlung der Stromverteilung keine Rechnung mehr erfordert (vergl. die Bezirke *A*, *B*, *G* und *J*). Will man die Zahl der erforderlichen Gleichungen und Unbekannten abzählen, so ist zu beachten, dass denjenigen Kreuzungspunkten keine Unbekannten entsprechen, die nur dadurch zu Knotenpunkten geworden sind, dass ein offener Strang von ihnen ausgeht (vergl. die Punkte (*a*), (*c*) und (*g*)). Ein solcher Leitungsstrang hat offenbar keinen anderen Einfluss auf die Stromverteilung als eine Abzweigung von gleicher Stromstärke, die an dem betreffenden scheinbaren Knotenpunkte von der Leitung direkt abzweigt ist.

Durch Zerlegung der Netze in einzelne Bezirke ist die Aufgabe der Ermittlung der Stromverteilung natürlich ganz wesentlich vereinfacht, sie würde auf den Fall der einfachsten eigentlichen Netze von der oben behandelten Form zurückgeführt sein, wenn nicht noch eine andere Verallgemeinerung zu berücksichtigen wäre.

2. Diese besteht darin, dass nicht nur die Knotenpunkte, sondern auch die Netzleitungen selbst an beliebigen Punkten belastet sind.

Wenn man aber die Gültigkeit des Satzes von der Superposition der Ströme auch für beliebige Netze annimmt, so liegt hierin keine Schwierigkeit mehr. Denkt man sich nämlich den Bezirk eines Netzes so abgeändert, dass jeder Knotenpunkt zu einem Speisepunkte geworden ist, d. h. hält man die Spannung

an allen Kreuzungspunkten konstant auf gleicher Höhe, so wird man aus früheren Ableitungen (vergl. §§ 81 und 83) erkennen, dass diese Aenderung gleichbedeutend ist mit der Superposition negativer Belastungen der Knotenpunkte von bestimmter Grösse. Der superponierte negative Belastungsstrom eines jeden Knotenpunktes ist nämlich gleich der Summe der Leitungsströme, die von ihm aus in die verschiedenen Netzleitungen abfliessen, wenn er zum Speisepunkte gemacht ist. Um also den früheren Zustand, der der Wirklichkeit entspricht, wieder herzustellen, muss zu dem abgeänderten Netze mit den vielen Speisepunkten ein anderes Netz superponiert werden, das in Bezug auf die Grösse der Leitungswiderstände und Lage der Leitungen, Speise- und Knotenpunkte dem ursprünglichen Netze vollkommen gleich, von diesem aber dadurch abweicht, dass nur seine Knotenpunkte belastet sind und zwar mit den positiven Werten der vorher negativ abgezweigten Knotenpunktsbelastungen.

Die Ermittlung der Stromverteilung in einem verallgemeinerten Netze zerfällt also in zwei Teile, nämlich in

1. die Ermittlung der Stromverteilung unter der Annahme, dass alle Kreuzungspunkte Speisepunkte seien;
2. die Ermittlung der Stromverteilung unter der Annahme, dass nur die Knotenpunkte belastet seien und zwar mit den Strömen, die sich aus dem ersten Teile der Lösung der Aufgabe ergeben.

Eine derartige Teilung der Aufgabe ist nun zwar empfehlenswert, aber nicht unbedingt nötig. Man kann, statt erst die Verlegung der Belastungen auf die Knotenpunkte vorzunehmen, die Spannungsverluste ohne weiteres in der Form

$$\epsilon_a = \sum \mathcal{I}R \text{ oder } = \sum J\mathcal{R}$$

nach der in § 54 angegebenen Weise bilden und hierdurch ein Gleichungssystem aufstellen, das die wahre Strom- und Spannungsverteilung unmittelbar ergibt. Die Verlegung der Belastungen auf die Knotenpunkte erleichtert aber wesentlich die Uebersichtlichkeit der Rechnungen und ist deshalb besonders Anfängern zu empfehlen.

90. Die Superposition der Spannungsverluste und der Ströme in geschlossenen Leitungsnetzen. Dass der oben als allgemein richtig angenommene Satz von der Superposition der Ströme auch für beliebige Netze gilt*), ist folgendermassen zu beweisen:

*) Der Satz von der Superposition der Ströme für beliebige Netze ist zuerst von Herzog und Feldmann bewiesen worden. Der folgende Beweis ist dem von den Genannten gelieferten Beweise verwandt.

in Worten: Der Satz von der Superposition der Spannungsverluste ist ganz allgemein für beliebige Leitungsnetze gültig.

Bildet man dieselben Gleichungen für den Abzweigstrom J_μ , der in unmittelbarer Nachbarschaft des Stromes J_ν abgezweigt ist, so erhält man schliesslich die Gleichung

$$\epsilon_\mu = \epsilon_{\mu_1} + \epsilon_{\mu_2} + \dots + \epsilon_{\mu n} \dots \dots \dots (55)$$

und durch Subtraktion der beiden letzten Gleichungen und Division durch den zwischen beiden Abzweigpunkten liegenden Widerstand $R_{\mu\nu}$

$$\frac{\epsilon_\mu - \epsilon_\nu}{R_{\mu\nu}} = \frac{\epsilon_{\mu_1} - \epsilon_{\nu_1}}{R_{\mu\nu}} + \frac{\epsilon_{\mu_2} - \epsilon_{\nu_2}}{R_{\mu\nu}} + \dots + \frac{\epsilon_{\mu n} - \epsilon_{\nu n}}{R_{\mu\nu}} (56)$$

Hierin ist aber offenbar

$$-\frac{\epsilon_\mu - \epsilon_\nu}{R_{\mu\nu}} = J_{\mu\nu} \dots \dots \dots (57)$$

d. h. gleich dem in dem Widerstande $R_{\mu\nu}$ fliessenden Strome, während die rechtsseitigen Summanden die negativen Werte der Leitungsströme darstellen, die fliessen würden, wenn nur $J_1, J_2 \dots J_n$ einzeln nach einander abgezweigt wären. Es folgt also, dass auch der Satz von der Superposition der Ströme ganz allgemein gültig ist.

Hieraus erkennt man gleichzeitig, dass die Aenderung irgend einer Belastung einen Einfluss auf sämtliche Speisepunkte des Netzbezirkes ausüben muss, denn die der betreffenden Belastung entsprechende Stromverteilung muss notwendiger Weise so gestaltet sein, dass der Belastungsstelle von allen Speisepunkten des Bezirkes aus Strom zufliesst.

91. Beispiele. 1. Beispiel einer geschlossenen einfachen Leitungsverzweigung. Gegeben sei eine Verzweigung wie sie in Fig. 79

dargestellt ist. Die hierin in der Richtung der Leitungen geschriebenen Zahlen bedeuten die Längen der Leitungsstücke zwischen je zwei Abzweigpunkten in Meter*). Die Abzweigpunkte sind durch kurze Striche angezeigt, die senkrecht zu den Leitungen stehen; die an diese Striche angeschriebenen Zahlen bedeuten die Anschlussströme in Amp. Die Grösse der Querschnitte wird in mm² durch die in Kreise eingeschlossenen Zahlen angegeben. Diese Bezeichnungsweise soll künftig immer beibehalten werden.

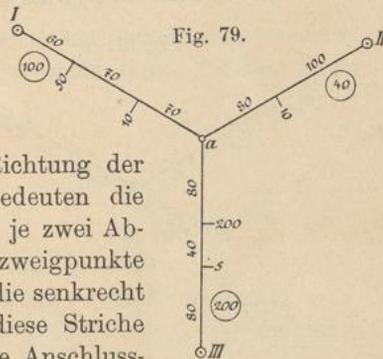


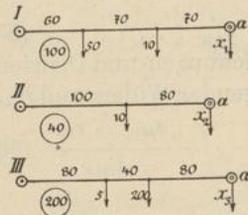
Fig. 79.

*) Es sind also hier nicht mehr die Widerstände, sondern die aus den grundlegenden Plänen entnommenen Entfernungen aufgetragen.

Teichmüller, elektrische Leitungen.

Es ist nach § 89 erstens der Knotenpunkt a zu einem Speisepunkt zu machen, dann ergeben sich drei geschlossene Leitungsstränge, die unabhängig von einander sind, also drei Bezirke einfachster Form, wie sie in Fig. 80 dargestellt sind.

Fig. 80.



Zur Bestimmung der Stromverteilung in diesen Leitungssträngen ist der Querschnitt gleichgültig und braucht nach § 85 nicht berücksichtigt zu werden; ferner ist es bequemer mit den halben Längen, d. h. den gemessenen Entfernungen zu rechnen, man erhält dann die richtige Stromverteilung, aber nur die Hälfte des Spannungs-

verlustes ϵ_a . Es ist

$$I) \quad 50 \cdot 60 + 10 \cdot 130 + x_1 \cdot 200 = 0$$

also

$$x_1 = -21,5,$$

$$II) \quad 10 \cdot 100 + x_2 \cdot 180 = 0$$

also

$$x_2 = -5,56,$$

$$III) \quad 5 \cdot 80 + 200 \cdot 120 + x_3 \cdot 200 = 0$$

also

$$x_3 = -122.$$

Hieraus ergibt sich die in Fig. 81 eingezeichnete Stromverteilung. Es empfiehlt sich auch diese Figur in allen Fällen, und zwar in derselben Bezeichnungsweise, auszuführen.

In diesem Netze wird also dem Punkte a ein Strom von

Fig. 81.

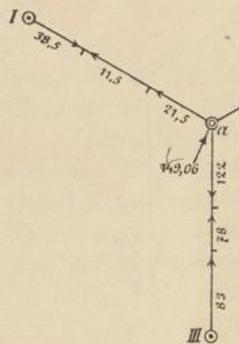
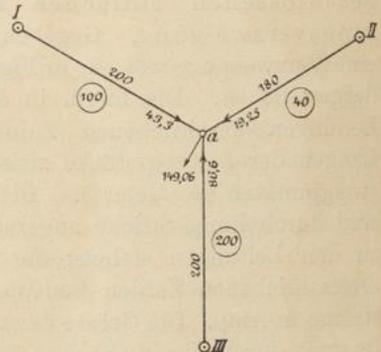


Fig. 82.



$21,5 + 5,56 + 122,0 = 149,06$ Amp zugeführt, und es ist dann die Spannung E_a tatsächlich gleich den Spannungen $E_I = E_{II} = E_{III}$. Diese Zufuhr findet in Wirklichkeit aber nicht statt; sie muss des-

halb wieder fortgenommen werden durch Superposition der in Fig. 82 gezeichneten Leitungsverzweigung, in der nur der Knotenpunkt belastet ist. Es ist also

zweitens die (in Fig. 82 bereits eingezeichnete) Stromverteilung in dieser Leitungsverzweigung zu bestimmen und zwar folgendermassen: Es ist

$$\mathcal{J}_{a1} = \frac{\epsilon_a}{2} \cdot \frac{100}{200 \cdot 0,0175} = 28,6 \cdot \frac{\epsilon_a}{2}$$

$$\mathcal{J}_{a2} = \frac{\epsilon_a}{2} \cdot \frac{40}{180 \cdot 0,0175} = 12,72 \cdot \frac{\epsilon_a}{2}$$

$$\mathcal{J}_{a3} = \frac{\epsilon_a}{2} \cdot \frac{200}{200 \cdot 0,0175} = 57,2 \cdot \frac{\epsilon_a}{2}$$

Da nun

$$\mathcal{J}_{a1} + \mathcal{J}_{a2} + \mathcal{J}_{a3} = 149,06$$

sein muss, so ist

$$\frac{\epsilon_a}{2} = \frac{149,06}{98,52} = 1,515,$$

und hieraus ergeben sich die Leitungsströme zu

$$\mathcal{J}_{a1} = \frac{1,515}{0,035} = 43,3$$

$$\mathcal{J}_{a2} = \frac{1,515}{0,07875} = 19,25$$

$$\mathcal{J}_{a3} = \frac{1,515}{0,0175} = 86,6$$

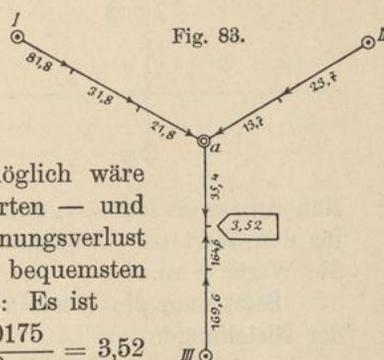
$$\mathcal{J}_{a1} + \mathcal{J}_{a2} + \mathcal{J}_{a3} = 149,15$$

Die Summe stimmt also mit der Belastung überein, soweit es die Genauigkeit des Rechenschiebers erwarten liess. Zu dem Netz der Fig. 81 ist nun das Netz der Fig. 82 zu superponieren, und es ergibt sich dann die in Fig. 83 aufgezeichnete wahre Stromverteilung.

Der Strom fliesst nur zu einem Punkte von beiden Seiten zu — möglich wäre es, dass zwei solche Punkte existierten — und in diesem muss der maximale Spannungsverlust auftreten. Derselbe berechnet sich am bequemsten in der Strecke III a folgendermassen: Es ist

$$\epsilon_m = \left(169,6 \cdot 80 + 164,6 \cdot 40 \right) \frac{2 \cdot 0,0175}{200} = 3,52$$

Ob dieser Spannungsverlust zu hoch ist, ist eine Frage, die hier nicht entschieden zu werden braucht. Gilt er als zu hoch, so



müssen alle oder wenigstens eine Leitung, etwa IIa verstärkt und die Rechnung wiederholt werden.

2. Beispiel eines eigentlichen Leitungsnetzes. Das in § 87, Fig. 77, dargestellte Leitungsnetz sei in allen Teilen, bis auf die Stromverteilung, die bestimmt werden soll, gegeben, wie es durch Fig. 84 ausgedrückt ist. Die thatsächliche Belastung ist also in bekannter Weise schon auf die Knotenpunkte verlegt.

Die zur Aufstellung der Gleichungen nötigen Leitungsfähigkeiten sind:

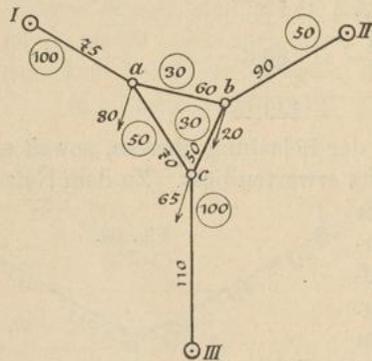
$$\begin{array}{lll} \frac{1}{R_{aI}} = 38,1 & \frac{1}{R_{bII}} = 15,9 & \frac{1}{R_{cIII}} = 26,0 \\ \frac{1}{R_{ab}} = 13,5 & \frac{1}{R_{ac}} = 20,4 & \frac{1}{R_{bc}} = 17,1 \end{array}$$

und das dem Systeme (49) entsprechend gebildete Gleichungssystem lautet folgendermassen:

$$\begin{array}{r} + 72,0 \varepsilon_a - 13,5 \varepsilon_b - 20,4 \varepsilon_c - 80 = 0 \\ - 13,5 \varepsilon_a + 46,5 \varepsilon_b - 17,1 \varepsilon_c - 20 = 0 \\ - 20,4 \varepsilon_a - 17,1 \varepsilon_b + 63,5 \varepsilon_c - 65 = 0 \end{array}$$

Zur Ermittlung der Unbekannten soll die Seidelsche Methode als Beispiel angewendet werden, obwohl dieselbe bei einem Systeme

Fig. 84.



von nur drei Gleichungen noch nicht unbedingt zu empfehlen ist. Sind die Angaben einem fertig verlegten oder projektierten Netze entnommen, so stehen in den meisten Fällen ziemlich genaue Zahlen als erste Annäherungswerte zur Verfügung. Waren für das Projekt z. B. 2% zugelassen, so wird der Spannungsverlust bis zu den Knotenpunkten bei einer Betriebsspannung von 110 V ungefähr 2 V betragen; jedenfalls kann man die Zahl 2 als ersten

Näherungswert für ε_a , ε_b und ε_c einsetzen. Ist kein Anhaltspunkt für den Wert der Unbekannten gegeben, so nimmt man zuerst die Werte 0 an.

Setzt man die Werte 2 ein, so erhält man als erste Fehler der Gleichungen

$$N_a = -3,8, N_b = +11,8, N_c = -13,0.$$

Da der letzte Fehler am grössten ist, so empfiehlt es sich mit der Berechnung von

$$\Delta \varepsilon_c = - \frac{N_c}{63,5} = + 0,2047$$

zu beginnen. Da aber diese Korrektur sicherlich nicht die letzte sein wird, so ist es nicht ratsam, mit einem Korrektionswert von vielen Stellen zu rechnen, es werden vielmehr eine, allenfalls zwei Stellen genügen. Man wähle also $\Delta \varepsilon_c = + 0,2$ und rechne, der auf Seite 140 gegebenen Erklärung entsprechend, die neuen Fehler aus; diese ergeben sich zu

$$N_a' = - 3,8 - 20,4 \cdot 0,2 = - 7,88,$$

$$N_b' = + 11,8 - 17,1 \cdot 0,2 = + 8,38,$$

$$N_c' = - 13,0 + 63,5 \cdot 0,2 = - 0,3.$$

Hierauf berechnet man

$$\Delta \varepsilon_b = - \frac{N_b'}{46,5} \text{ ungefähr} = - 0,18$$

und rechnet mit diesem Werte die neuen Fehler N'' aus und so fort.

Es empfiehlt sich die Unbekannten und die Fehler nach dem folgenden Schema

	ε_a	ε_b	ε_c	
1.	+ 2,0	+ 2,0	+ 2,0	= $\varepsilon_{a0}, \varepsilon_{b0}, \varepsilon_{c0}$
2.	—	—	+ 0,2	= $\Delta \varepsilon_c$
3.	—	- 0,18	—	= $\Delta \varepsilon_b$
4.	+ 0,07	—	—	= $\Delta \varepsilon_a$
5.	—	—	- 0,02	= $\Delta' \varepsilon_c$
6.	—	+ 0,01	—	= $\Delta' \varepsilon_b$
7.	+ 0,003	—	—	= $\Delta' \varepsilon_a$
8.	—	—	+ 0,003	= $\Delta'' \varepsilon_c$
9.	—	+ 0,004	—	= $\Delta'' \varepsilon_b$
	+ 2,073	+ 1,834	+ 2,183	= $\varepsilon_a, \varepsilon_b, \varepsilon_c$

	N	N'	N''	N'''	N^{IV}	N^V	N^{VI}	N^{VII}	N^{VIII}
N_a	- 3,8	- 7,88	- 5,45	- 0,41	- 0,002	- 0,137	+ 0,079	+ 0,0178	- 0,0362
N_b	+ 11,8	+ 8,38	+ 0,01	- 0,935	- 0,593	- 0,128	- 0,1685	- 0,2198	- 0,0338
N_c	- 13,0	- 0,3	+ 2,778	+ 1,350	+ 0,08	- 0,091	- 0,1522	+ 0,0383	- 0,0301

niederzuschreiben, aus dem man die Weiterrechnung erkennen und gleichzeitig sehen kann, wie die Fehler kleiner werden und die Unbekannten gegen einen bestimmten Wert konvergieren.

Bricht man nach der neunten Durchrechnung ab, so erhält man durch Summierung der ersten Näherungswerte und aller

Korrektionswerte die wahren Werte der Unbekannten ϵ_a , ϵ_b und ϵ_c mit hinreichender Annäherung und aus diesen Werten die Leitungsströme; es ist nämlich

$$\mathfrak{J}_{Ia} = \frac{\epsilon_a}{R_{Ia}} = 2,073 \cdot 38,1 = 78,98 \text{ Amp}$$

$$\mathfrak{J}_{IIIb} = \frac{\epsilon_b}{R_{IIIb}} = 1,834 \cdot 15,9 = 29,16 \text{ „}$$

$$\mathfrak{J}_{IIIc} = \frac{\epsilon_c}{R_{IIIc}} = 2,183 \cdot 26,0 = 56,76 \text{ „}$$

Die Summe, nämlich 164,9 Amp, stimmt mit der Summe der Abzweigströme, nämlich 165,0 Amp, hinreichend genau überein; durch diese Vergleichung kontrolliert sich die Rechnung von selbst. Die übrigen Ströme ergeben sich als

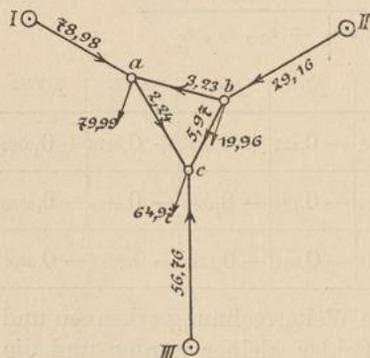
$$\mathfrak{J}_{ab} = - \frac{\epsilon_a - \epsilon_b}{R_{ab}} = - 0,239 \cdot 13,5 = - 3,23 \text{ Amp}$$

$$\mathfrak{J}_{bc} = - \frac{\epsilon_b - \epsilon_c}{R_{bc}} = + 0,349 \cdot 17,1 = + 5,97 \text{ „}$$

$$\mathfrak{J}_{ca} = - \frac{\epsilon_c - \epsilon_a}{R_{ac}} = - 0,110 \cdot 20,4 = - 2,24 \text{ „}$$

Für die Richtung der Ströme ist zu beachten, dass — wie aus den Betrachtungen in § 87 hervorgeht — die negative Richtung derjenigen Ströme angenommen werden muss, die sich ergeben würde, wenn die Spannungsverluste ϵ als *EMK*'te angesehen würden. Bedeutet demnach \mathfrak{J}_{ab} den Strom, der im Widerstande

Fig. 85.



R_{ab} von a nach b fließt, so ist die wahre Stromrichtung die entgegengesetzte von der, die unter der Wirkung der *EMK*'te $\epsilon_a - \epsilon_b$ zustande kommen würde.

Die wahre Stromverteilung ist demnach die in Fig. 85 dargestellte. Als Abzweigströme sind in diese Figur die aus den Leitungsströmen sich ergebenden Werte eingeschrieben; dieselben stimmen mit den wahren Werten hinreichend genau überein. Im

allgemeinen wird eine geringere Übereinstimmung genügen.

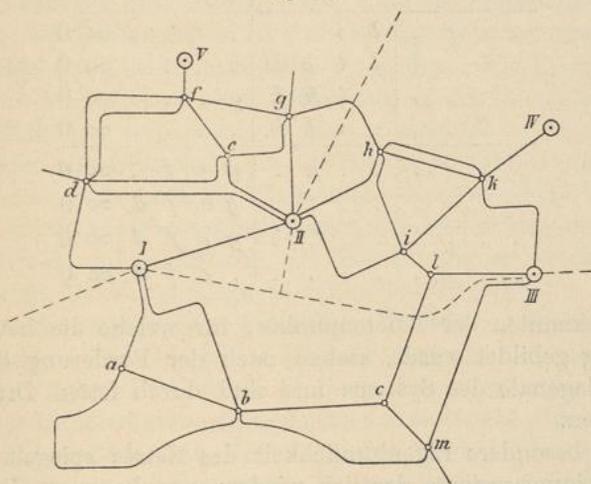
92. Eindeutigkeit der Stromverteilung. Das Gleichungssystem zur Bestimmung der Spannungsverluste ϵ ist linear, wird also nur

von einem einzigen Systeme von Werten für die Unbekannten befriedigt werden. Es folgt daraus, dass auch die Leitungsströme nur einen bestimmten Wert haben können, wenn das Netz nach Grösse der einzelnen Widerstände und Abzweigströme gegeben ist. Es ist von praktischem Interesse zu wissen, dass die Stromverteilung unter den gegebenen Umständen eindeutig bestimmt ist.

93. Vorteile der Seidelschen Methode. Die beschriebene Lösungsmethode wird man erst im Gebrauche, wenn es sich darum handelt, ein Netz mit vielen Knotenpunkten nachzurechnen, recht würdigen lernen. Die Hauptvorzüge*) sind folgende:

Man kann mit Vorteil das Bekanntsein von Näherungswerten

Fig. 86.



verwenden, die in praktischen Fällen oft mit grosser Annäherung zur Verfügung stehen.

Etwaige Rechenfehler sind nicht so verhängnisvoll als etwa bei der Substitutionsmethode, wo sie erst am Schlusse der Rechnung zu Tage treten und dann schwer zu finden sind. Bei Benutzung der Seidelschen Methode kann man die Rechnung jederzeit unterbrechen und dadurch auf ihre Richtigkeit prüfen, dass man die bis dahin berechneten Werte $x_0 + \Delta x + \Delta'x$, $y_0 + \Delta y + \Delta'y$ u. s. f. in die Gleichungen einsetzt. Die linken Seiten der einzelnen Gleichungen müssen dann gleich den zuletzt erhaltenen Fehlern N sein. Sind sie es nicht, so werden sie durch die neuen ersetzt und das Verfahren kann ohne Umstände fortgesetzt werden.

*) Vergl. die Abhandlung des Verfassers in der *ETZ* 1893, Seite 539.

Ein weiterer Vorzug der Seidelschen Methode liegt darin, dass eine Aenderung des Netzes, sei es die Aenderung einer Belastung, eines Querschnittes oder einer Länge, nicht eine vollständige Neurechnung des Gleichungssystemes notwendig macht, sondern dass man in einem solchen Falle nur eine nochmalige Durchrechnung unter Benutzung der bisher für die Unbekannten ermittelten Werte und unter Einführung der neuen Verhältnisse vorzunehmen hat, um die neue Stromverteilung zu bestimmen. Die Unbekannten, die von dem Punkte der Aenderung weit entfernt sind, werden ihre Werte nicht oder nur wenig ändern; man wird sich deshalb auch oft mit der Durchrechnung eines Teiles des Gleichungssystemes begnügen können.

Man erkennt aus alledem, wie sich die Eigenschaften des Netzes in den Eigenschaften des Gleichungssystemes ausdrücken und die Rechnung erleichtern können, so dass viele Vernachlässigungen, die im Interesse einer Erleichterung der Berechnung bei anderen Methoden vorgenommen werden möchten — wie z. B. das Aufschneiden von Leitungen, um die Bezirke zu verkleinern — hier nicht nötig sind, da eben die Umstände, die eine solche Vernachlässigung als statthaft erscheinen lassen, bei Anwendung der Seidelschen Methode schon an sich die Berechnung so vereinfachen, wie es durch die Vernachlässigung beabsichtigt war.

94. Verbesserungen der Seidelschen Methode. Auch mit Hilfe der Seidelschen Methode ist es oft langwierig und ermüdend, ein System von vielen Gleichungen zu lösen, besonders wenn die Konvergenz der Unbekannten nur langsam vor sich geht. Es empfiehlt sich in solchen Fällen ein Verfahren anzuwenden, das Mehmké angegeben hat, um die Konvergenz zu beschleunigen. Nach diesem Verfahren berechnet man die Korrektionswerte $Ax, Ay \dots$ nicht einzeln aus je einer Gleichung, sondern immer paarweise oder zu dreien aus einem System von zwei oder drei Gleichungen, und zwar jedesmal aus den Gleichungen, in denen die betreffenden zu korrigierenden Unbekannten in der Diagonale des Systemes stehen.

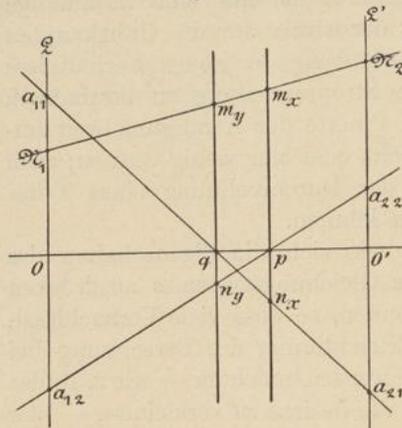
Liegt z. B. das Gleichungssystem S. 139 vor, so ermittelt man, nachdem es einmal mit den ersten Näherungswerten durchgerechnet ist, die Korrektionswerte der ersten beiden Unbekannten aus den Gleichungen

$$\begin{aligned} a_{11}Ax + a_{12}Ay + N_1 &= 0 \\ a_{21}Ax + a_{22}Ay + N_2 &= 0 \end{aligned}$$

und rechnet in gleicher Weise wie früher die Gleichungen durch u. s. f. Man wird hierdurch wesentlich schneller zum Ziele kommen als nach dem früheren Verfahren.

Da es nicht nötig ist, die Korrekturen mit grosser Genauigkeit zu berechnen, so ist hierzu ein graphisches Verfahren besonders am Platze. Eine sehr bequeme Methode*) ist folgende:

Fig. 87.



Man wähle auf zwei parallelen Geraden L und L' die Nullpunkte 0 und $0'$ und die positiven Richtungen, und trage auf L von 0 aus unter Berücksichtigung des Vorzeichens die Koeffizienten a_{11} , a_{12} und N_1 in einem bestimmten Massstabe ab; vergl. Fig. 87, wo die Bezeichnungen an die Endpunkte der betreffenden Strecken geschrieben sind. Trägt man in gleicher Weise auf L' die Werte a_{21} , a_{22} und N_2 ab und verbindet alle entsprechenden Werte, wie es in der Figur ge-

schehen ist, und zieht endlich durch die Schnittpunkte p und q Parallele zu den Geraden L und L' , so erhält man in dem Verhältnis der auf diesen Parallelen abgeschnittenen Stücke die Unbekannten Ax und Ay . Es ist nämlich

$$Ax = -\frac{pm_x}{pn_x} \quad \text{und} \quad Ay = -\frac{qm_y}{qn_y}$$

was sich durch Sätze der Geometrie beweisen lässt.

Dieses Verfahren wird besonders dadurch bequem, dass man bei wiederholter Korrektur der Unbekannten stets dieselbe Figur wieder benutzen kann; bei der nächsten Korrekturrechnung ändern sich nur die Werte N , es bleiben also alle Linien bis auf die Gerade $N_1 N_2$ bestehen.

Die Korrekturwerte aus mehr als zwei Gleichungen gleichzeitig zu berechnen wird sich im allgemeinen nicht empfehlen.

95. Fälle der bestimmten und unbestimmten Stromverteilung in beliebigen Netzen. Das Ziel, das uns ursprünglich bei dem Problem der Ermittlung der Stromverteilung vorschwebte, nämlich die einzelnen Leitungsströme zu bestimmen noch bevor die Querschnitte bekannt wären, war schon nach den Ergebnissen des § 85 als un erreichbar erkannt. Nur wenn das Verhältnis der Querschnitte

*) Nach Mehrke und van den Berg.

gegeben war, konnte die Stromverteilung vor Bekanntsein der absoluten Werte bestimmt werden. Es fragt sich, ob dies Ergebnis allgemein auch für beliebige Netze gültig ist.

Wir nehmen also an, dass in den Gleichungen $Q_1 = \mu_1 Q$, $Q_2 = \mu_2 Q$ u. s. f. die Grössen μ gegeben seien. Dann nimmt das Gleichungssystem (49) folgende Gestalt an:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\mu_{aI}}{L_{aI}} + \frac{\mu_{ab}}{L_{ab}} + \frac{\mu_{ac}}{L_{ac}} \right) \frac{\varepsilon_a Q}{\varrho} - \frac{\mu_{ab}}{L_{ab}} \frac{\varepsilon_b Q}{\varrho} - \frac{\mu_{ac}}{L_{ac}} \frac{\varepsilon_c Q}{\varrho} - J_a &= 0 \\ - \frac{\mu_{ab}}{L_{ab}} \frac{\varepsilon_a Q}{\varrho} + \left(\frac{\mu_{ab}}{L_{ab}} + \frac{\mu_{bII}}{L_{bII}} + \frac{\mu_{bc}}{L_{bc}} \right) \frac{\varepsilon_b Q}{\varrho} - \frac{\mu_{bc}}{L_{bc}} \frac{\varepsilon_c Q}{\varrho} - J_b &= 0 \\ - \frac{\mu_{ac}}{L_{ac}} \frac{\varepsilon_a Q}{\varrho} - \frac{\mu_{bc}}{L_{bc}} \frac{\varepsilon_b Q}{\varrho} + \left(\frac{\mu_{ac}}{L_{ac}} + \frac{\mu_{bc}}{L_{bc}} + \frac{\mu_{cIII}}{L_{cIII}} \right) \frac{\varepsilon_c Q}{\varrho} - J_c &= 0 \end{aligned}$$

worin jetzt $\varepsilon_a Q$, $\varepsilon_b Q$ u. s. f. als Unbekannte anzusehen sind, die sich genau wie früher die Spannungsverluste ermitteln lassen. Die Leitungsströme ergeben sich dann als

$$J_{aI} = - \frac{\varepsilon_a Q}{R_{aI} \cdot Q} = - \frac{\varepsilon_a Q \cdot \mu_{aI}}{L_{aI} \cdot \varrho}$$

u. s. f.

worin alle Werte bekannt sind. In ähnlicher Weise ergeben sich alle andere Leitungsströme und es folgt der Satz:

In einem beliebigen Leitungsnetze ist die Stromverteilung eindeutig bestimmt, wenn das Verhältnis der Querschnitte zu einander bekannt ist.

96. Berechnung eines Leitungsnetzes bei gegebener Disposition.

Aus allen diesen Betrachtungen geht hervor, dass sich ein Leitungsnetz nicht in dem Sinne exakt berechnen lässt wie es bei den offenen Leitungen der Fall war. Es bleibt, wenn die Aufgabe der Berechnung gelöst werden soll, zunächst weiter kein Ausweg, als die Leitungen um jeden Speisepunkt herum in der Weise aufzuschneiden, dass nur offene Leitungsstränge entstehen, und diese so zu berechnen, dass an den zusammenschliessenden Leitungsenden jedesmal dieselbe Spannung herrscht, und zwar so weit als möglich die um den maximal zulässigen Spannungsverlust verminderte Spannung. Ist dies genau der Fall, so wird auch nach Zusammenschluss der Leitungsenden genau die Stromverteilung herrschen, die der Berechnung zu Grunde gelegt war, sie ist durch diese Berechnung erzwungen. Die Leitungen des in dieser Weise auf Elastizität, also auf Spannungsverlust berechneten Netzes, sind nachträglich natürlich auf ihre Stromdichte zu prüfen. Befriedigen kann diese Lösung der Aufgabe noch nicht.

97. Die Speiseleitungen. Beim Uebergange von den offenen zu den geschlossenen Leitungen war der Begriff des Speisepunktes abgeleitet, indem man sich die an den Schienen im Maschinenhause verbundenen Enden einer Ringleitung losgelöst dachte. Von den Endpunkten des so gewonnenen geschlossenen Leitungsstranges konnte dann ausgesagt werden, dass die Spannung an beiden unter allen Umständen dieselbe sein musste. Bei den später behandelten Leitungsnetzen sind nun die Speisepunkte, d. h. die Punkte gleicher Klemmenspannung, nicht mehr bloss im Schema, sondern wirklich örtlich von einander und vom Maschinenhause getrennt. Sie müssen deshalb mit den Hauptschienen erst durch besondere Leitungen, die sogenannten Speiseleitungen, verbunden werden. Von diesen Leitungen werden also niemals Ströme abgezweigt, sie haben nur die Aufgabe, dem eigentlichen Netze Strom zuzuführen.

Damit nun die Bedingung gleicher Klemmenspannung an allen Speisepunkten erfüllt sei, müssen die in den Speiseleitungen auftretenden Spannungsverluste ϵ_s sämtlich einander gleich sein. Die Ströme, die die Speiseleitungen bei maximaler Belastung zu führen haben, sind durch die nach den §§ 86 u. folg. berechneten Stromverteilung bekannt, und somit sind die Leitungsquerschnitte berechenbar, sobald über den absoluten Wert von ϵ_s eine bestimmte Annahme gemacht ist. Die Prüfung der Speiseleitungen auf Stromdichte kann ergeben, dass bei einigen die Stromdichte zwar sehr klein, bei andern aber, z. B. bei denen, die zu nahen Speisepunkten führen, übermässig gross ist. In diesen muss dann der Querschnitt verstärkt werden; eine Verminderung des Verlustes wird mit dieser Verstärkung aber nicht erkauft, die Vorschrift gleicher Spannung an den Speisepunkten macht es vielmehr zur Notwendigkeit, durch Einschaltung eines bestimmten Widerstandes in die Speiseleitung den in dieser selbst zu klein ausgefallenen Spannungsverlust auf die vorgeschriebene Grösse ϵ_s zu erhöhen.

Die Belastungsänderungen in Leitungsnetzen.

98. Einfluss der Belastungsänderungen auf die Strom- und Spannungsverteilung. Die Belastung wird nun in einem praktisch ausgeführten Netze zweifellos schwanken, und es fragt sich, in welcher Weise hierdurch die Verteilung des Stromes und der Spannung beeinflusst wird, insonderheit, ob die Stromdichte in irgend einer Leitung, oder ob der Spannungsverlust an irgend einem Punkte des Netzes grösser werden kann, als er nach der Berechnung des vorigen Paragraphen war.

Da diese Berechnung unter der Annahme der maximalen Belastung durchgeführt wurde, und eine Stromschwankung nur durch eine Verminderung dieser Belastung oder in dem nicht maximal belasteten Netze vorkommen kann, so liegt es vielleicht nahe anzunehmen, dass hiermit die Frage erledigt wäre. Und in der That ist es der eine Teil der Frage, denn es ist sehr leicht einzusehen, dass jede Belastungsverminderung eine Verminderung des maximalen Spannungsverlustes nach sich ziehen muss.

Um dies nachzuweisen bedarf es der Anwendung der Sätze von der Superposition der Ströme und der Spannungsverluste: denkt man sich die Abzweigströme einzeln nacheinander abzweigt, so wird jedem Punkte des Netzes ein bestimmter Spannungsverlust entsprechen, welcher sich zu dem Spannungsverluste addiert, den an demselben Punkte ein anderer Abzweigstrom hervorruft. Umgekehrt wird also, da das Netz für die maximale Belastung berechnet war, jeder beliebigen Verminderung der Belastung eine Verminderung des Spannungsverlustes an allen Punkten des Netzes entsprechen, der Spannungsverlust der maximalen Belastung kann unter keinen Umständen überschritten werden.

In ähnlicher Weise folgt aber aus dem Satze von der Superposition der Ströme, dass bei der maximalen Belastung nicht in allen Punkten des Netzes die grösste Leitungsstromstärke, also die grösste Stromdichte auftritt. Die Superponierung eines Abzweigstromes kann in einem bestimmten Leitungsstück einen Strom zur Folge haben, der dem vorher dort fliessenden Strom entgegen gesetzt gerichtet ist, so dass also die Verringerung der Belastung um diesen Abzweigstrom die Stromdichte in dem betreffenden Leitungsstück erhöhen würde.

Frägt man genauer, in welchen Leitungen und in welchem Masse dies geschehen kann, so lässt sich die Antwort auf folgende Weise geben. Denkt man sich zunächst alle Kreuzungspunkte als Speisepunkte, so giebt die Darstellung des § 81 in Fig. 67 das Bild für die Leitungsströme. Werden jetzt die Knotenpunktbelastungen superponiert, so ist ein Rechteck zu den vorhandenen Flächen zu addieren, das über oder unter der Widerstandsgeraden liegt, je nachdem ein Spannungsabfall von links nach rechts oder von rechts nach links stattfindet. Von denjenigen Leitungen nun, an deren einem Ende ein Speisepunkt liegt, kann mit Bestimmtheit die Richtung dieses Spannungsabfalles angegeben werden. Bedeutet demnach in der Fig. 67 der Punkt *I* einen Speise-, der Punkt *II* einen Knotenpunkt, so wird das zu addierende Rechteck ober-

halb der Geraden liegen. Wie sich nun die Belastung auch ändern mag, es kann mit Bestimmtheit ausgesagt werden, dass in dem ersten Leitungsstück vom Widerstande R_1 die Stromstärke niemals grösser werden kann als im Falle der maximalen Belastung. Unter der fast immer zutreffenden Voraussetzung, dass der Querschnitt zwischen I und II in allen Punkten derselbe sei, wird also die maximale Stromdichte in dem dem Speisepunkte am nächsten gelegenen Leitungsstück am grössten sein und dann eintreten, wenn das Netz maximal belastet wird.

Liegt dagegen das Leitungsstück zwischen zwei Knotenpunkten a und b , so ist zwar für den Fall der maximalen Belastung die Richtung des Stromes \mathcal{J}_{ab} bekannt, d. h. des Stromes, der in dem superponierten, nur an den Knotenpunkten belasteten Netze vom Punkte a zum Punkte b fliesst, bei Belastungsänderungen aber kann es vorkommen, dass der Strom nicht nur seine Grösse, sondern auch seine Richtung ändert. Die Höhe des in der Figur 67 zu addierenden Rechteckes wird also unter diesen Umständen eine veränderliche Grösse, die zwischen einem positiven und einem negativen Werte schwanken kann. Die Grösse dieser Amplituden lässt sich berechnen; Gleichung (56) bietet hierzu eine Handhabe: Die rechte Seite besteht aus positiven und negativen Gliedern, je nachdem $\varepsilon_{u1} \geq \varepsilon_{v1}$ u. s. f. Setzt man nun alle positiven Glieder gleich Null, so erhält man die Amplitude des Leitungstromes in der einen Richtung, und die Amplitude in der anderen Richtung ergibt sich, wenn man die negativen Glieder verschwinden lässt, was mit der Ausschaltung der diesen Gliedern entsprechenden Abzweigströme identisch ist.

Auf diese Weise kann man die maximal mögliche Stromdichte bestimmen, indem man die Amplituden zunächst für das nur an den Knotenpunkten belastete Netz bestimmt und hiermit die Ströme kombiniert, die sich bei der Annahme von Speisepunkten an Stelle der Knotenpunkte ergeben. Das Verfahren ist bei der praktischen Anwendung nicht so umständlich als er der Beschreibung nach scheint. Oft genügt eine kurze überschlägliche Rechnung, um ein Bild von der maximalen Stromdichte zu erhalten, die unter ungünstigen Umständen eintreten kann. Die der Rechnung nach möglichen extremen Fälle sind in den meisten Fällen praktisch ausgeschlossen.

99. Die Speiseleitungen bei veränderlicher Belastung des Netzes. Die Speiseleitungen waren unter der Annahme maximaler Belastung des Netzes berechnet worden. Wir wissen nun aus § 90, dass jeder Abzweigstelle von jedem Speisepunkte ihres Bezirkes Strom

zufliessen. Eine Verminderung irgend eines Abzweigstromes wird also auch die Ströme in allen diesen Speiseleitungen vermindern, und der Spannungsverlust ϵ_s wird infolgedessen kleiner werden. Betrachtet man das Netz als Ganzes, so kann man sich alle möglichen Belastungsänderungen hinsichtlich ihres Einflusses auf die Speiseleitungen in zwei Arten zerlegt denken, einmal in solche Aenderungen, die so vor sich gehen, dass das Verhältnis der Speiseströme zu einander, nämlich

$$I_I : I_{II} : \dots = \lambda_1 : \lambda_2 : \dots$$

stets dasselbe bleibt, so dass der Spannungsverlust in den Speiseleitungen zwar geändert, aber in allen gleichmässig geändert wird, und zweitens, hierzu superponiert, solche Aenderungen, die eine Verschiedenheit der Spannungsverluste ϵ_{sI} , ϵ_{sII} u. s. f. nach sich ziehen.

Die erste Art von Aenderungen kann durch eine Regulierung der Maschinenspannung ausgeglichen werden, welche so vorzunehmen ist, dass die Spannung an den Speisepunkten konstant bleibt, die zweite dagegen verlangt die Einschaltung von regulierbaren Widerständen in jede Speiseleitung, wenn nicht andere Mittel gefunden werden, mit denen die Speisepunktsspannungen alle auf gleicher Höhe gehalten werden können.

100. Bildliche Darstellung der Wirkungsweise eines Leitungsnetzes.

An die Verteilungsleitungen eines Netzes sind die Nutzwiderstände im allgemeinen nicht unmittelbar, sondern erst durch Vermittlung von Leitungsverzweigungen, etwa den Leitungen einer Hausinstallation angeschlossen. Die Gesamtheit aller Leitungen einer ein Netz enthaltenden Anlage und ihre Wirkungsweise lässt sich bildlich folgendermassen anschaulich machen:

Die Spannungsdifferenzen sollen in einem bestimmten Massstabe durch Strecken dargestellt werden und elektrische Niveauflächen durch Ebenen. Sollen an den Speisepunkten nach Definition gleiche Spannungsdifferenzen und in jeder Netzhälfte gleiche absolute Spannungen herrschen, so müssen die Speisepunkte des positiven und die des negativen Netzes auf solchen ebenen Niveauflächen liegen, die um den konstanten Abstand E von einander entfernt sind; vergl. die Ebenen S_+ und S_- in Fig. 88. Solange das Leitungsnetz unbelastet ist, haben alle seine Punkte dieselbe Spannung wie die Speisepunkte, beide Netze, das positive und negative müssen also in diesem Falle ebenfalls in den Ebenen S_+ und S_- liegen. Wird das Netz aber belastet, so treten die Verteilungsleitungen aus diesen Ebenen nach innen heraus und zwar in Kurven, die den in der Ebene dargestellten Kurvenzügen der Fig. 34 entsprechen; die ursprünglich ebene Niveaufläche wird also

zu einem Hügelland. Die Höhe dieser Hügel kann nun — so ist das Netz berechnet — den dem halben Spannungsverluste $\epsilon_v/2$ entsprechenden Längenbetrag nicht überschreiten. Es wird demnach kein Hügel über die im Abstände $\epsilon_v/2$ neben die Ebenen S gelegten

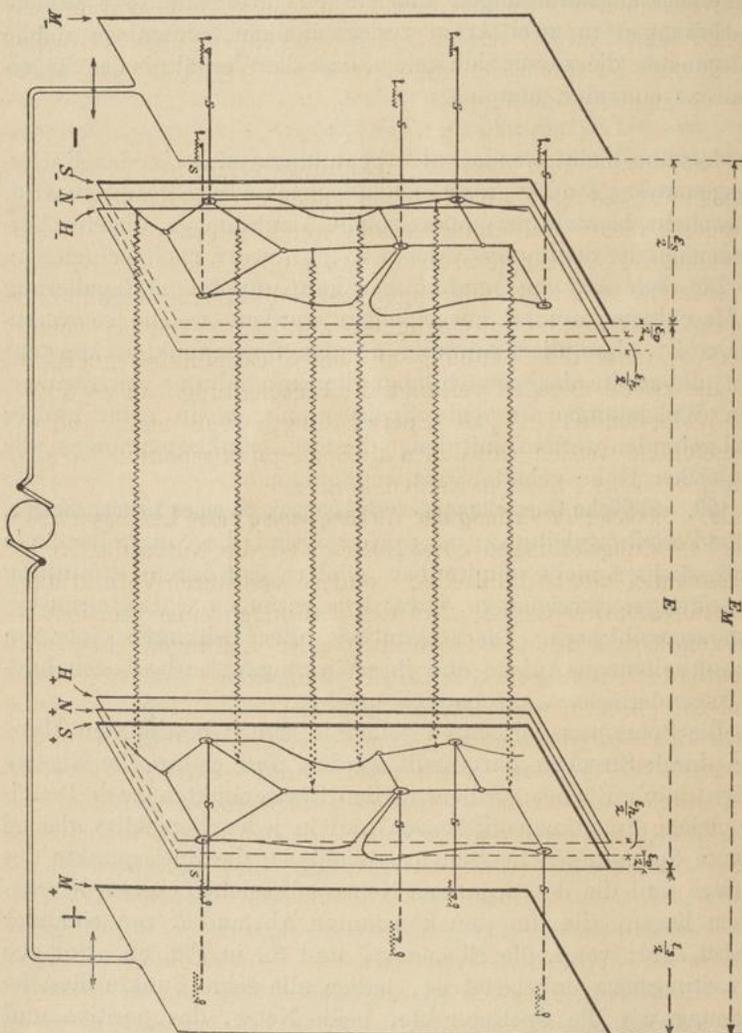


Fig. 88.

Ebenen N hinausragen. — (Dieses Bild deckt sich insofern nicht vollkommen mit der Wirklichkeit, als nicht die ganze Fläche, sondern nur gewisse Linien, die Linienzüge des Netzes, das in die Ebenen S eingezeichnet ist, unter elektrischer Spannung stehen.) —

Schwankt jetzt die Belastung, so werden aus den Hügeln Wellen, aber von der besondern Art, dass, wie aus § 98 hervorgeht, niemals an irgend einem Punkte des Netzes die Höhe überschritten wird, die dem betreffenden Punkte bei der maximalen Belastung entsprach.

An die Verteilungsleitungen schliessen sich die Verzweigungen bis zu den Lampen oder anderen Nutzwiderständen; die in diesen Leitungen auftretenden Spannungsverluste sind in der Figur nur durch kurze Geraden in der Richtung der Spannungsdifferenzen dargestellt, da eine genauere Darstellung nicht möglich war. Zwischen den Endpunkten dieser Geraden liegen die durch Wellenlinien bezeichneten Nutzwiderstände, in denen die noch vorhandene Spannungsdifferenz nützlich verwendet wird. Die Wellenlinien stellen also durch ihre Länge die Nutzsparnungen dar, die noch für die mit dem höchsten Spannungsverlust ϵ_h in den Hausleitungen arbeitenden Nutzwiderstände zur Verfügung stehen. Legt man im Abstände $\epsilon_h/2$ zwei Ebenen H_+ und H_- parallel zu den vorhandenen, so geben diese die äussersten Grenzen an, bis zu denen sich die Wellenlinien verkürzen können. Ihren grössten Wert erreichen die Nutzsparnungen dann, wenn die Hausinstallation in unmittelbarer Nähe eines Speisepunktes liegt, und der Nutzwiderstand ganz nahe der Anschlussstelle an die Hausleitung angeschlossen ist; dieser Wert ist gleich E , der Klemmenspannung an den Speisepunkten.

Von den Ebenen S aus müssen nun nach aussen und senkrecht zu ihnen die Geraden gezogen werden, die den Spannungsverlust in den Speiseleitungen, auf jeder Seite $\epsilon_s/2$, darstellen. Diese Geraden gehen von den Speisepunkten aus und führen zu Ebenen M , deren Abstand E_M die Klemmenspannung an den Schienen im Maschinenhause darstellt. Die Belastungsänderungen im Netze machen nach § 99 zweierlei Regulierungen nötig, wenn die Speisepunktsspannung immer konstant sein soll: Einerseits muss die Schienenspannung E_M reguliert werden können, was einer für beide Seiten gleich grossen Verschiebung der Ebenen M entspricht, andererseits müssen die Spannungsverluste ϵ_s in allen Speiseleitungen auf gleicher Höhe gehalten werden. Der unabhängigen Veränderlichkeit der einzelnen Spannungsverluste würde im Bilde eine Verkürzung oder Verlängerung der Stäbe s entsprechen. Die Speisepunkte würden durch diese Dehnungen aus den Ebenen S nach aussen herausgerissen oder nach innen hineingedrückt werden, wenn nicht die Befestigung der Stäbe an den Ebenen M , wie es in der Figur angedeutet ist, erst durch Vermittlung eines Gleit-

kontaktes vorgenommen wäre, wodurch die Verschiedenheit in der Länge der gedehnten Stäbe s ausgeglichen wird. Die Belastungsschwankungen der Anlage haben also Spannungsänderungen im Gefolge, die sich in der Figur folgendermassen ausdrücken:

Unveränderlich fest stehen die Ebenen S . Bei der Belastung Null liegen alle anderen Ebenen N , H und M auf den Ebenen S , bei zunehmender Belastung entfernen sie sich von diesen letzteren mehr und mehr, wobei sich gleichzeitig die Gleitkontakte der Stäbe s verschieben. Bei maximaler Belastung sind die Verhältnisse der Fig. 88 erreicht, mit dem Unterschiede, dass die Stäbe s ihre grösste, für alle Speisepunkte gleiche Länge erreicht haben, so dass sie ohne Zwischenglied an die Ebenen M angeschlossen sind. Die Wellenlinien der Nutzspannungen können die Ebenen H und N durchdringen und bis an die Ebenen S heranreichen.

101. Die Prüfdrähte. Da die Anlage auf konstante Spannung an den Klemmen der Speisepunkte zu regulieren ist, muss es möglich sein, diese Spannung im Maschinenhause zu beobachten. Es müssen demnach von den Speisepunkten aus nach dem Maschinenhause zurück Leitungen geführt werden, an die für jeden Punkt ein Spannungsmesser oder, wie gewöhnlich, ein Umschalter angeschlossen ist, durch den ein Spannungsmesser an den einen oder den anderen Speisepunkt angeschlossen werden kann. Diese Leitungen, die einen notwendigen Bestandteil der Speiseleitungen bilden, werden Spannungsleitungen, Messdrähte oder meistens Prüfdrähte genannt (vergl. § 40). Da sie nur einen schwachen Strom zu führen haben, brauchen sie nur einen geringen Querschnitt zu haben; man pflegt einen Querschnitt von 1 mm^2 oder einen Durchmesser von 1 mm anzunehmen. Wenn aber derselbe Spannungsmesser für alle Speisepunkte gebraucht werden soll, so müssen die Widerstände der einzelnen Prüfdrähte einander gleich sein, denn bei den grossen Längen der Prüfdrähte ist der durch den Strom des Spannungsmessers in ihnen hervorgerufene Spannungsverlust keine vernachlässigbare Grösse. Der Spannungsmesser muss also unter Vorschaltung eines Widerstandes graduiert werden, der dem grössten Widerstande der Prüfdrähte entspricht, und alle anderen Prüfdrahtwiderstände müssen diesem durch eine Vorschaltung gleich gemacht werden.

Die Erhöhung der Elastizität der Netze durch
Ausgleichleitungen.

102. Die Ausgleichleitungen. Die beschriebene ausgedehnte Leitungsanlage besitzt keine vollkommene Elastizität mehr. Zwar die

Regulierung auf einen ausserhalb des Maschinenhauses gelegenen Punkt, wie sie bei der Belastungsänderung der ersten Art (vergl. § 99) nötig wird und wie sie durch Regulierung der Maschinen- spannung erfolgen kann, würde der Anlage nicht den Charakter einer elastischen Anlage rauben, denn es ist im Grunde gleichgültig, an welchem Punkte der Anlage die Spannung konstant gehalten wird (vergl. § 40), aber die Spannungsregulierung durch Widerstände in jeder einzelnen Speiseleitung ist mit einer elastischen Anlage unverträglich und oft auch zu schwierig auszuführen, als dass sie praktisch allgemein empfohlen werden könnte. Das Ziel, das mit den Regulierwiderständen erstrebt wurde, muss, wenn die Anlage noch elastisch sein soll, durch passende Bemessung der Netzleitungen selbst erreicht werden; hierzu dienen die **Ausgleichleitungen**.

Die Ausgleichleitungen haben die Aufgabe, Spannungsänderungen an den Speisepunkten unter einander nach Möglichkeit zu verhindern. Als oberster Grundsatz gilt auch hier die Bedingung, dass die Spannungsschwankungen an allen Punkten des Netzes unter allen Umständen innerhalb bestimmter Grenzen von etwa 2% der Nutzspannung bleiben sollen. Die Notwendigkeit eines solchen Ausgleichs und die Möglichkeit ihn durch Verbindungsleitungen zwischen den Speisepunkten zu erreichen, stellt die Bedeutung des Zusammenschlusses der Leitungen zu Netzen erst ins rechte Licht.

Die Aufgabe der Ausgleichung kann unbelasteten, also an der Stromabgabe nicht beteiligten Leitungen zwischen zwei Speisepunkten oder denjenigen Verteilungsleitungen übertragen werden, die die Speisepunkte auf kürzestem Wege mit einander verbinden. Im allgemeinen wird man das letztere Verfahren einschlagen, denn es ist billiger eine schon vorhandene, d. h. im Plane vorhandene Leitung um einen gewissen Betrag zu verstärken, als eine besondere Leitung mit einem dieser Verstärkung gleichen Querschnitte zu verlegen. Erst dann, wenn durch eine unbelastete Leitung die Verbindung zwischen den Speisepunkten wesentlich verkürzt werden kann, legt man eine besondere Ausgleichleitung.

Um die Grundlagen zur Berechnung der Ausgleichleitungen festzustellen, muss zunächst die Entstehung der Spannungsunterschiede zwischen den Speisepunkten näher untersucht werden.

103. Entstehung der Spannungsunterschiede zwischen den Speisepunkten. Die Speisepunkte haben jetzt ihren ursprünglichen Charakter als Punkte gleicher Spannung verloren; als solche erscheinen dagegen die Endpunkte der Speiseleitungen im Maschinenhause,

während die Speisepunkte zu gewöhnlichen Knotenpunkten herabsinken. Das ganze Netz bildet somit einen einzigen Bezirk und wir wissen hiernach aus § 90, dass die kleinste Belastungsänderung an irgend einem Punkte des Netzes die Gleichheit der Spannungen an allen Speisepunkten im ganzen Netze stören muss, denn wäre der betreffende Punkt allein belastet, so würde ihm durch alle Speiseleitungen Strom zufließen, und die dieser Belastung entsprechende Stromverteilung, die nach dem Gesetze von der Superposition der Ströme einen Teil der Stromverteilung bei maximaler Belastung bildet, wird im allgemeinen nicht gleiche Spannungsverluste in den Speiseleitungen hervorrufen.

Man kann hiernach ein Netz, das unter Annahme gleicher Spannung an den Speisepunkten berechnet ist, in der Weise auf Ausgleich nachrechnen, d. h. man kann in der Weise kontrollieren, wie gross die Spannungsunterschiede zwischen den Speisepunkten werden können, dass man die Stromverteilung für einzelne oder Gruppen von Belastungen feststellt. Bei zu grossen Spannungs-differenzen müsste dann die Verbindungsleitung verstärkt oder eine besondere Ausgleichleitung gelegt werden, wonach eine neue Kontrollrechnung zu erfolgen hätte. Hierbei wird man aber die Beobachtung machen, dass die Belastungsänderung in einem Punkte nur auf die unmittelbar benachbarten Speisepunkte einen wesentlichen Einfluss ausübt. Diese Thatsache gestattet eine andere Berechnung anzuwenden, bei der nur benachbarte Speisepunkte in den Bereich der Betrachtungen gezogen werden. Diese Berechnung wird allerdings nicht mathematisch korrekt, aber um so mehr statthaft sein, als die Rechnung ohnehin auf die unsichere Grundlage der nach Gutdünken zu schätzenden Belastungsschwankungen gestellt werden muss, denn ganz extreme Schwankungen werden der Natur der Sache nach praktisch ausgeschlossen sein.

Wir greifen also aus einem Leitungsnetze ein System von zwei Speisepunkten I und II mit den dazugehörigen Speiseleitungen heraus und können dann die Spannungsdifferenz $\epsilon_{I II}$ zwischen den Speisepunkten allgemein ausdrücken als

$$\epsilon_{I II} = \epsilon_I - \epsilon_{II} = \gamma_I \mathfrak{J}_I R_I - \gamma_{II} \mathfrak{J}_{II} R_{II} \dots \dots \dots (58)$$

worin \mathfrak{J}_I und \mathfrak{J}_{II} definiert sind durch die Gleichungen

$$\epsilon_s = \mathfrak{J}_I R_I = \mathfrak{J}_{II} R_{II}$$

also die Ströme bedeuten, auf die die Speiseleitungen berechnet sind, die also bei maximaler Belastung fließen. Die beiden γ stellen echte Brüche dar, vorläufig unter Einschluss von 0 und 1, so dass

$$0 \leq \gamma \leq 1 \dots \dots \dots (59)$$

Die Gleichung (58) gilt ganz allgemein, kann aber als Grundlage einer Rechnung nicht dienen, weil die Ströme $\gamma_I \mathfrak{J}_{II}$ und $\gamma_{II} \mathfrak{J}_{II}$ den infolge des Spannungsunterschiedes ϵ_{II} auftretenden Strom, der Ausgleichstrom genannt werden soll, mit einschliessen. Von diesem Ausgleichstrome kann ohne weiteres gesagt werden, dass er den Wert

$$i_{II} = \frac{\epsilon_{II}}{R_{II}} \dots \dots \dots (60)$$

besitzt*), was seiner Definition entspricht, und es besteht die Beziehung

$$\left. \begin{aligned} \gamma_I \mathfrak{J}_I &= i_I + i_{II} \\ \gamma_{II} \mathfrak{J}_{II} &= i_{II} - i_{II} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (61)$$

wobei i_I und i_{II} als Belastungen der beiden Speisepunkte anzusehen sind, denn sie treten, obwohl sie in verschiedene Verteilungsleitungen abfliessen, genau so auf, als ob sie unmittelbar von den Speisepunkten abgenommen würden. Mit Anwachsen der Werte γ nimmt i_{II} ab, bis für $\gamma_I = \gamma_{II} = 1$ schliesslich $\mathfrak{J}_I = i_I = J_I$ und $\mathfrak{J}_{II} = i_{II} = J_{II}$ geworden sind, also thatsächlich die Maximalbelastungen darstellen. \mathfrak{J}_I und J_I sind dann also identisch und nach Gleichung (58) als maximale Belastung der Speisepunkte zu definieren.

Ueber die durch die Verhältnisse $i_I : J_I$ und $i_{II} : J_{II}$ ausgedrückten Belastungsschwankungen lassen sich nun gewisse Annahmen machen, die aus der Erfahrung und dem besonderen Charakter des Netzes abzuleiten sind. Nennt man diese Verhältnisse η_I und η_{II} , so bezeichnet

$$\epsilon'_{II} = \epsilon'_I - \epsilon_{II} = \eta_I J_I R_I - \eta_{II} J_{II} R_{II} \dots \dots \dots (62)$$

oder

$$\epsilon'_{II} = (\eta_I - \eta_{II}) \epsilon_s \dots \dots \dots (63)$$

den Spannungsunterschied, der entstehen würde, wenn kein Ausgleichstrom flosse, wenn also eine etwa vorhandene Verbindungsleitung durchschnitten wäre, während im Gegensatz hierzu ϵ_{II} den thatsächlich auftretenden Unterschied darstellt. Von den Grössen η gilt ähnlich wie oben

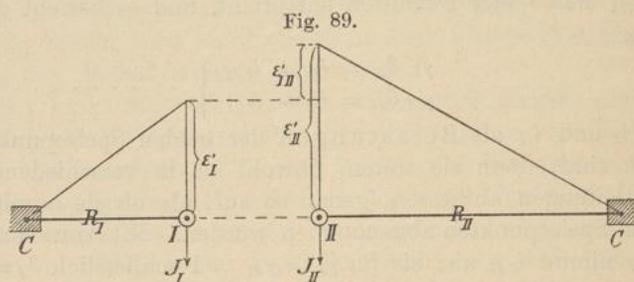
$$0 \leq \eta \leq 1 \dots \dots \dots (64)$$

Während aber in der Formel (59) die Gleichheitszeichen nur dann gelten können, wenn die beiden Speisepunkte vollständig ge-

*) Die Reihenfolge der Indices soll gleichzeitig die Richtung des Stromes (von I nach II) als auch die Richtung, in der die Spannungsdifferenz ansteigt, angeben. Ist $\gamma_I < \gamma_{II}$, so wird ϵ_{II} negativ, kann also dann durch ein positives ϵ_{II} ersetzt werden.

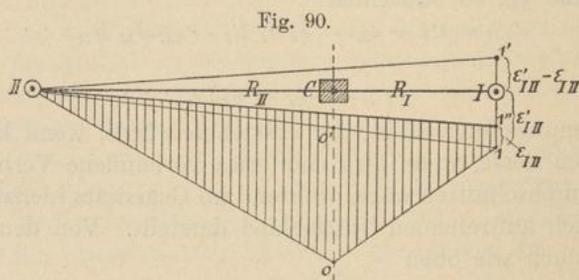
trennten, nur durch die Schienen im Maschinenhause zusammenhängenden Netzteilen angehören (demn sonst fließt eben ein Ausgleichstrom), müssen die Grenzwerte 0 und 1 für η auch für gemeinsame Netze als gültig angesehen werden, weil die Ströme ηJ eben die reinen, von Ausgleichströmen unbeeinflussten Belastungsströme der Speisepunkte darstellen, die in Nutzwiderstände abfließen.

(Thatsächlich ist diese Annahme, wie oben auf Seite 164 ausgeführt ist, nicht ganz korrekt, da durch die Leitungen, welche



die Speisepunkte auf Umwegen verbinden und hier nicht beachtet werden, doch Ausgleichströme fließen werden, die aber vorläufig als vernachlässigbar angesehen werden sollen.)

Durch eine eigentümliche Zusammenstellung der Kurven der Spannungsverluste in den Speiseleitungen gewinnt man ein anschauliches Bild von den Verhältnissen. Aus Fig. 89, die diese Kurven unter Ausschluss eines etwa fließenden Ausgleichstromes



darstellt, lässt sich nämlich Fig. 90 in der Weise ableiten, dass man die nach der Darstellungsweise von Fig. 89 getrennt gezeichneten Anschlüsse in der Zentrale C vereinigt und die Spannungsverluste, da sie von den Speisepunkten aus gerechnet negativen Wert haben, nach unten abträgt, indem man, im Punkte II beginnend, zu den Geraden der ersten Figur Parallelen zieht. Es entsteht so der

Kurvenzug $II0I$, und es erscheint die Strecke $I1$ als Mass für ϵ'_{II} genau in der Weise, als ob ein Strom negativ von II über C nach I geflossen wäre, der sich zu einer Stromverteilung superponiert hat, die in den Speiseleitungen den gleichen Spannungsverlust $00'$ hervorgerufen hätte.

Fliesst nun ein Ausgleichstrom, so muss dieser die entgegengesetzte Richtung haben, also positiv von II über C nach I fließen, und sein Spannungsverlust im Punkte I muss den Wert

$$I1' = \epsilon'_{II} - \epsilon_{II}$$

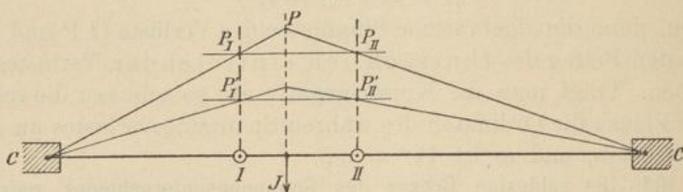
haben, denn die algebraische Summe beider Verluste ($I1'$ und ϵ'_{II}) muss den Betrag des thatsächlich eintretenden Verlustes ϵ_{II} ergeben. Trägt man die Kurve negativ ab, so schliesst die schraffierte Fläche die Ordinaten des wahren Spannungsverlustes an allen Punkten ein, und es ist $I1'' = \epsilon_{II}$.

104. Die zulässige Grösse des Spannungsunterschiedes zwischen den Speisepunkten. Die Grösse ϵ_{II} soll so bestimmt werden, dass der Spannungsverlust ϵ_{vm} , auf den das Netz berechnet ist, an keiner Stelle des Netzes überschritten wird. Es könnte scheinen, als ob der Wert $\epsilon_{II} = 2 \epsilon_{vm}$ dieser Bedingung genüge, denn an den Speisepunkten I und II wird dann bei passender Regulierung in der Centrale die Spannung um den Betrag $+\epsilon_{vm}$ am einen und $-\epsilon_{vm}$ am andern Punkte von der normalen Spannung abweichen. Es ist aber zu berücksichtigen, dass von diesen Punkten aus der Verlust in den Verteilungsleitungen, sei es in den Leitungen $I0$ oder $IIIII$, die zu den benachbarten Speisepunkten 0 und III führen, oder in der Verbindungsleitung $I II$ selbst, bis zu dem Betrage ϵ_{vm} anwachsen kann, und zwar wird dieser Betrag in einer benachbarten Leitung, etwa zwischen II und III , schon dann erreicht, wenn diese Punkte gleiche Spannung haben, er würde sogar überschritten, wenn im Punkte III eine tiefere Spannung herrschte als in II . Dieser letzte Fall soll zwar aus verschiedenen Gründen als unwahrscheinlich ausgeschlossen werden, man erkennt aber aus der Betrachtung, dass das gesteckte Ziel, nämlich die Verluste im Netze auf den Betrag ϵ_{vm} in allen Fällen zu beschränken, im allgemeinen überhaupt nicht erreichbar ist, wenn das Netz auf den Wert ϵ_{vm} selbst berechnet ist. Man wird aber ferner auch erkennen, dass sich allgemein gültige Angaben über den zulässigen Betrag von ϵ_{II} nicht machen lassen, dass derselbe vielmehr ebenso von dem Charakter des Netzes an der betreffenden Stelle abhängig gemacht werden muss, wie die oben versuchte Festsetzung über die Belastungsschwankungen. In den meisten Fällen genügt es, die Belastungsschwankungen auf

etwa 20 % bis 40 % und den Spannungsunterschied ϵ_{II} zu ϵ_{vm} Volt anzunehmen.

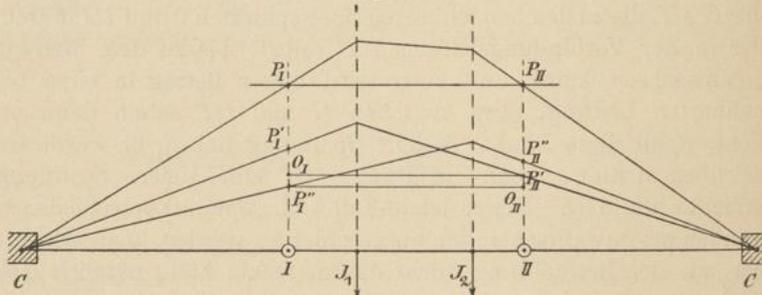
Die folgende Ueberlegung soll es erleichtern, einen Anhaltspunkt für die Wahl dieser Grössen in gewissen Fällen zu finden. Von der Verteilungsleitung $I II$ (vergl. Fig. 91) wird nur ein einziger Strom J abgezweigt, die von den Speisepunkten nach anderen Verteilungsleitungen abfließenden Ströme sollen so klein sein, dass

Fig. 91.



sie gegenüber den durch J hervorgerufenen Strömen vernachlässigbar sind. Die Kurve des Spannungsverlustes ist dann dargestellt durch den Linienzug CPC . Die Gleichheit der Spannungen an den Speisepunkten drückt sich in der Figur dadurch aus, dass die Verbindungslinie der Punkte P_I und P_{II} parallel zu CC ist. Wie sich nun auch die Belastung in dem einen Punkte ändern mag, die Aenderung der Kurve des Spannungsverlustes wird stets

Fig. 92.



so vor sich gehen, dass die Verbindungslinie $P_I P_{II}$ parallel zu CC ist. Die Verteilungsleitung braucht also unter diesen Umständen niemals als Ausgleichsleitung zu wirken.

Ein Spannungsunterschied kann erst eintreten, wenn zwei oder mehr Ströme von der Verteilungsleitung abgezweigt werden. In Fig. 92 ist ein Leitungssystem dieser Art in der Weise dargestellt, dass die Kurven der einzelnen zu superponierenden Spannungsverluste und die des Gesamtverlustes eingezeichnet sind. Es geht

hieraus hervor, dass der grösste Spannungsunterschied ϵ_{II} zwischen den Speisepunkten eintritt, wenn ein Abzweigstrom seinen höchsten, der andere den Wert Null hat. In diesem Falle ist die Spannungsdifferenz $\epsilon_{II} = O_I P'_I$ oder $\epsilon_{II} = O_{II} P'_{II}$. Welcher von diesen Spannungsunterschieden der grössere ist, hängt von der Grösse und Lage der Ströme J ab. Am ungünstigsten werden die Verhältnisse, wenn die Ströme unmittelbar von den Speisepunkten abgezweigt sind; die Verbindungsleitung hat dann nur als Ausgleichleitung zu wirken.

105. Die Berechnung der Ausgleichleitungen. Die Grundlagen für die Berechnung der Ausgleichleitungen sind nunmehr vollständig gegeben. Der Ausgleichstrom soll den Spannungsunterschied auf den Betrag ϵ_{II} herabdrücken, muss also nach § 103, letzter Abschnitt, den Wert

$$J_{II C I} = J_{I II} = \frac{\epsilon'_{I II} - \epsilon_{I II}}{R_I + R_{II}} \dots \dots \dots (65)$$

besitzen. Dieser Strom muss aber ein Kreisstrom sein, da von dem Systeme weder positiv noch negativ ein neuer Strom abgezweigt werden soll, er muss also, wie es in der Doppelgleichung schon ausgedrückt ist, von I nach II fließen, nachdem er von II über C nach I geflossen ist.

Damit dies geschehen könne, ist ein Querschnitt nötig, der sich aus Gleichung (60) zu

$$Q_{I II} = \frac{J_{I II} L_{I II}}{\epsilon_{I II}} q \dots \dots \dots (66)$$

ergiebt. Es folgt also schliesslich aus den letzten beiden Gleichungen

$$Q_{I II} = \frac{\epsilon'_{I II} - 1}{\epsilon_{I II}} L_{I II} q \dots \dots \dots (67)$$

als Querschnitt für die Ausgleichleitung, wenn $\epsilon'_{I II}$ den aus den Beziehungen (62) und (63) sich ergebenden Wert besitzt und $\epsilon_{I II}$ den Spannungsunterschied darstellt, der nach Verlegung einer Leitung vom Querschnitt $Q_{I II}$ zwischen den beiden Speisepunkten auftreten soll.

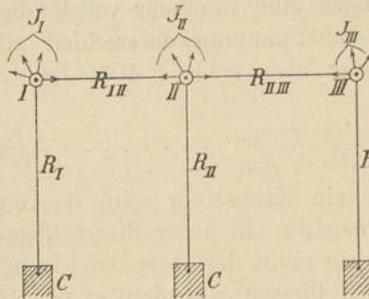
Sind die Speisepunkte bereits durch eine Verteilungsleitung vom Querschnitte Q_v verbunden, so kann die Frage gestellt werden, bis zu welchen Grenzen der Ausgleich durch diese Leitung bereits gesichert ist. Die Antwort hierauf erhält man, indem man den aus Gleichung (67) nach Einsetzung des Wertes $Q_{I II} = Q_v$ folgenden Betrag des Ausgleichstromes in die Gleichung (65) einsetzt. Dann ergibt sich

$$\epsilon'_{I II} = \frac{R_I + R_{II} + R_{I II}}{R_{I II}} \epsilon_{I II} \dots \dots \dots (68)$$

wodurch mit Rücksicht auf Gleichung (62) die Schwankungen in den Belastungen der Speisepunkte gegeben sind, die die vorhandene Verteilungsleitung vom Widerstande $R_{I II}$ zulässt, ohne dass der Spannungsunterschied den Betrag von $\epsilon_{I II}$ überschreitet.

106. Ausgleich von mehreren Seiten. Im allgemeinen werden einem Speisepunkte mehrere andere benachbart sein, von denen aus ein Ausgleich erfolgen kann.

Fig. 93.



Die Berechnung der Ausgleichsleitungen für einen solchen Fall schliesst sich eng an die obigen Betrachtungen an.

Es sei z. B. das in Fig. 93 gezeichnete System von Leitungen aus einem Netze herausgelöst, und die Verbindungsleitungen $I II$ und $III II$ sollen auf Ausgleich untersucht und berechnet werden, wenn die Belastung des Punktes

II im Vergleich mit den Belastungen der Punkte I und III schwankt. Es soll dabei angenommen werden, dass die Spannungen an den Punkten I und III einander gleich bleiben. Man kann sich dann denken, diese Punkte seien widerstandsfrei mit einander verbunden und an Stelle der Gleichungen (62) und (63) treten dann die Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} \epsilon'_{I II} &= \eta_I J_I R_I - \eta_{II} J_{II} R_{II} \\ \epsilon'_{III II} &= \eta_{III} J_{III} R_{III} - \eta_{II} J_{II} R_{II} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (69)$$

worin

$$\epsilon'_{I II} = \epsilon'_{III II},$$

oder

$$\epsilon'_{I II} = (\eta_I - \eta_{II}) \epsilon_s = (\eta_{III} - \eta_{II}) \epsilon_s \dots \dots \dots (70)$$

Der gesamte Ausgleichstrom, der von I nach II und von III nach II fließt, fließt nun nach der in Fig. 90 gezeichneten Darstellung durch R_{II} zu der Zentrale C und von dieser durch die parallel geschalteten Widerstände R_I und R_{III} zu den vereinigten Punkten I und III zurück. Diese Leitungen setzen ihm also den Widerstand

$$R_p = \frac{1}{F_I + F_{III}} \dots \dots \dots (71)$$

entgegen, wenn unter F_I und F_{III} die Leitungsfähigkeiten der beiden Speiseleitungen verstanden werden. Der Ausgleichstrom hat also den Wert

$$\mathfrak{J}_{(I\text{III})II} = \frac{\epsilon'_{I\text{II}} - \epsilon_{I\text{II}}}{R_p + R_{II}} \dots \dots \dots (72)$$

Diese Gleichung tritt an Stelle von (65).

Der Strom $\mathfrak{J}_{(I\text{III})II}$ verteilt sich aber auf die beiden Leitungen $I\text{II}$ und IIIII im umgekehrten Verhältnis der Widerstände, so dass

$$\mathfrak{J}_{I\text{II}} : \mathfrak{J}_{\text{III}\text{II}} = R_{\text{III}\text{II}} : R_{I\text{II}} = \alpha : \lambda \dots \dots \dots (73)$$

wobei

$$\left. \begin{aligned} Q_{I\text{II}} : Q_{\text{III}\text{II}} &= \alpha \\ L_{I\text{II}} : L_{\text{III}\text{II}} &= \lambda \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (74)$$

Setzt man den Wert von $\mathfrak{J}_{(I\text{III})II}$ aus Gleichung (72) in die entsprechend umgeformte Gleichung (73) ein, so ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{J}_{I\text{II}} &= \frac{\alpha}{\alpha + \lambda} \frac{\epsilon'_{I\text{II}} - \epsilon_{I\text{II}}}{R_p + R_{II}} \\ \mathfrak{J}_{\text{III}\text{II}} &= \frac{\lambda}{\alpha + \lambda} \frac{\epsilon'_{I\text{II}} - \epsilon_{I\text{II}}}{R_p + R_{II}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (75)$$

Es muss aber auch sein

$$\mathfrak{J}_{I\text{II}} = \frac{\epsilon_{I\text{II}}}{R_{I\text{II}}} \quad \text{und} \quad \mathfrak{J}_{\text{III}\text{II}} = \frac{\epsilon_{\text{III}\text{II}}}{R_{\text{III}\text{II}}} \dots \dots \dots (76)$$

Aus (75) und (76) folgt nun

$$\left. \begin{aligned} \epsilon'_{I\text{II}} &= \frac{\alpha + \lambda}{\alpha} (R_p + R_{II}) + R_{I\text{II}} \epsilon_{I\text{II}} \\ \epsilon'_{\text{III}\text{II}} &= \frac{\alpha + \lambda}{\lambda} (R_p + R_{II}) + R_{\text{III}\text{II}} \epsilon_{\text{III}\text{II}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (77)$$

Beide Werte müssen natürlich einander gleich sein; sie stellen, genau wie $\epsilon'_{I\text{II}}$ in Gleichung (68) die Belastungsschwankungen dar, die zwischen den Speisepunkten I und II oder III und II bei den vorhandenen Verteilungsleitungen auftreten dürfen, ohne dass der Spannungsunterschied $\epsilon_{I\text{II}} = \epsilon_{\text{III}\text{II}}$ überschritten wird.

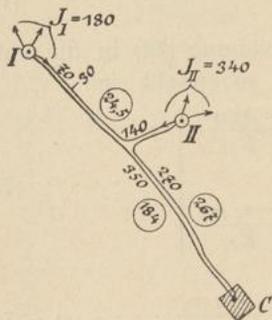
Genügen diese Querschnitte nicht, so sind die neuen Werte aus den Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} Q_{I\text{II}} &= \frac{\alpha}{\alpha + \lambda} \frac{\epsilon'_{I\text{II}} - 1}{R_p + R_{II}} L_{I\text{II}} \varrho \\ Q_{\text{III}\text{II}} &= \frac{\lambda}{\alpha + \lambda} \frac{\epsilon'_{\text{III}\text{II}} - 1}{R_p + R_{II}} L_{\text{III}\text{II}} \varrho \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (78)$$

zu berechnen, die nach Analogie mit Früherem leicht abzuleiten sind. Die Verhältnisse α und λ müssen also zur Berechnung angenommen werden.

Es ist nicht schwer, die Betrachtungen auf den Fall auszuweiten, dass dem Punkte *II* noch ein dritter Speisepunkt unmittelbar benachbart ist. Die Rechnungen werden aber in einem solchen Falle ziemlich kompliziert, und man wird bei einiger Uebung damit auskommen, den Ausgleich auf der Grundlage der behandelten Fälle zu berechnen.

Fig. 94.



107. Beispiele. 1. Beispiel für die Berechnung auf Ausgleich von einer Seite. Gegeben sei der durch Fig. 94 dargestellte Teil eines Netzes. Die maximalen Belastungen sind

$$\mathfrak{J}_I = J_I = 180 \text{ Amp,}$$

$$\mathfrak{J}_{II} = J_{II} = 340 \text{ "}$$

Die Querschnitte der Speiseleitungen sind auf $\epsilon_s = 12$ Volt, der Querschnitt der Verteilungsleitung mit der einzigen

Abzweigung von 30 Amp auf $\epsilon_{vm} = 2$ Volt berechnet. Es ist also:

$$R_I = 0,0667 \ \Omega; \quad R_{II} = 0,0354 \ \Omega; \quad R_{III} = 0,3 \ \Omega$$

Die Verbindungsleitung soll auf Ausgleich untersucht werden. Nach Formel (68) ist

$$\epsilon'_{III} = \frac{0,067 + 0,035 + 0,3}{0,3} \cdot 2 = 2,68,$$

also nach Formel (63)

$$\eta_I - \eta_{II} = \frac{\epsilon'_{III}}{\epsilon_s} = 0,223.$$

Die Belastungsverschiedenheit darf also 22,3% betragen, ohne dass der Spannungsunterschied $\epsilon_{III} = 2$ überschritten wird.

Eine Probe bestätigt die Richtigkeit der Rechnung, denn es ist z. B.

$$\eta_I = 0,723, \text{ wenn } \eta_{II} = 0,50,$$

also

$$\eta_I J_I = 130 \text{ Amp und } \eta_{II} J_{II} = 170 \text{ Amp.}$$

Hierzu kommt der Ausgleichstrom

$$\mathfrak{J}_{III} = \frac{2}{0,3} = 6,67 \text{ Amp,}$$

also ist

$$\gamma_I \mathfrak{J}_I = 130 - 6,67 = 123,3 \text{ Amp}$$

und

$$J_{II} = 170 + 6,67 = 176,7 \text{ Amp.}$$

Und daraus folgt

$$\epsilon_I = 123,3 \cdot 0,0667 = 8,23 \text{ Volt}$$

und

$$\epsilon_{II} = 176,7 \cdot 0,0354 = 6,25 \text{ „}$$

und schliesslich

$$\epsilon_{III} = 1,98 \approx 2 \text{ Volt.}$$

Wird der Ausgleich von 22,3% als nicht genügend erachtet und statt dessen ein solcher für 30% Belastungsschwankungen gefordert, so muss der Querschnitt Q_{II} von 24,5 mm² nach Formel (67) mit Hilfe von (63) auf

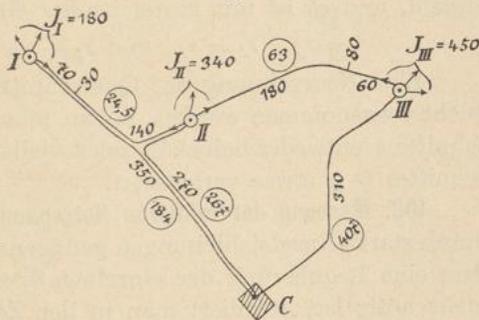
$$Q_{II} = \frac{0,30 \cdot 12}{2} \frac{1}{0,102} 420 \cdot 0,0175 = 57,6 \text{ mm}^2$$

wachsen. Dann ist $R_{II} = 0,128$, und die Probe ergibt einen Ausgleichstrom von 15,6 Amp und $\epsilon_I = 8,56$ und $\epsilon_{II} = 6,56$ Volt.

Der Spannungsverlust in der Verteilungsleitung als solcher ist jetzt natürlich im Verhältnis 24,5 : 57,6 gesunken, und für die Abzweigung von dieser

Fig. 95.

Leitung würde eine höhere ϵ_{II} zulässig sein. Da aber über die Belastungen in den anderen Verteilungsleitungen nichts ausgesagt werden kann, so muss hier der auf Seite 167 erörterte ungünstige Fall angenommen werden, und ϵ_{II} darf im allgemeinen nicht erhöht werden.



2. Zu einem Beispiel für die Rechnung auf Ausgleich von zwei Seiten sollen die in Fig. 95 niedergelegten Verhältnisse benutzt werden; die Figur unterscheidet sich von der vorigen durch Hinzufügung des Teiles C III II, die Leitungen sind auf die Spannungsverluste $\epsilon_{om} = 2$ Volt und $\epsilon_s = 12$ Volt berechnet. Die in der Rechnung nötigen Werte sind

$$\begin{aligned} R_I &= 0,0667 \Omega & R_{II} &= 0,3 \Omega & x &= 0,389 \\ R_{II} &= 0,0354 \Omega & R_{III} &= 0,133 \Omega & \lambda &= 0,875 \\ R_{III} &= 0,0267 \Omega \end{aligned}$$

ferner ergibt sich $R_p = 0,0191 \Omega$

und

$$\mathfrak{J}_{I II} = \frac{2}{0,3} = 6,67 \text{ Amp}$$

$$\mathfrak{J}_{III II} = \frac{2}{0,133} = 15,0 \text{ Amp.}$$

Setzt man die Werte in die Gleichungen (77) ein, so erhält man

$$\varepsilon'_{I II} = \varepsilon'_{III II} = 3,17$$

also ist

$$\eta_I - \eta_{II} = \eta_{III} - \eta_{II} = \frac{3,17}{12} = 26,5\%$$

und es wird

$$\eta_I = \eta_{III} = 0,765$$

wenn

$$\eta_{II} = 0,50$$

angenommen wird. Daraus folgen die Werte

$$\gamma_I \mathfrak{J}_I = 180 \cdot 0,765 - 6,67 = 131,3 \text{ Amp}$$

$$\gamma_{II} \mathfrak{J}_{II} = 340 \cdot 0,5 + 6,67 + 15 = 191,7 \text{ „}$$

$$\gamma_{III} \mathfrak{J}_{III} = 450 \cdot 0,765 - 15 = 329 \text{ „}$$

was die Spannungsverluste

$$\varepsilon_I = 8,76 \text{ V, } \varepsilon_{II} = 6,78 \text{ V, } \varepsilon_{III} = 8,77 \text{ Volt}$$

ergiebt, und es ist mit hinreichender Genauigkeit

$$\varepsilon_I = \varepsilon_{III} \text{ und } \varepsilon_I - \varepsilon_{II} = 2 \text{ V.}$$

Eine Neurechnung der Querschnitte kann nach Formel (78) leicht vorgenommen werden, indem man das Verhältnis der Querschnitte α entweder beibehält oder vielleicht zu Gunsten des Querschnittes $Q_{I II}$ etwas vergrößert.

108. Messung der mittleren Netzspannung. In einem Netze, das durch starke Ausgleichleitungen genügend elastisch gemacht ist, so dass eine Regulierung der einzelnen Speisepunktspannungen nicht mehr nötig ist, reguliert man in der Zentrale auf eine konstante mittlere Netzspannung. Wie man diesen Mittelwert der Spannungen an allen Speisepunkten mit einem Instrumente messen kann, ist auf folgende Weise zu erkennen:

Von n Speisepunkten führen Prüfdrähte vom Widerstande $R_{vI}, R_{vII} \dots R_{vN}$ zu dem Spannungsmesser in der Zentrale vom Widerstande W_v (vergl. Fig. 96). Wird dieser Widerstand vom Strome J_v durchflossen, so ist

$$J_v W_v = E_v,$$

d. h. gleich der Spannung an den Klemmen des Spannungsmessers in der Zentrale, die gesuchte mittlere Spannung ist

$$E_M = \frac{\sum E}{n} \dots \dots \dots (79)$$

Bildet man für die vorliegende Leitungsverzweigung die der Gleichung (5) in § 53 entsprechende Gleichung, so ergibt sich (vergl. auch § 86)

$$\Sigma \frac{E}{R_v} - E_v \cdot \Sigma \frac{1}{R_v} - J_v = 0 \dots\dots\dots (80)$$

Berücksichtigt man hierin, dass nach § 101 die Beziehung

$$R_{vI} = R_{vII} = \dots = R_v$$

bestehen muss, und setzt $J_v = \frac{E_v}{W_v}$, so folgt

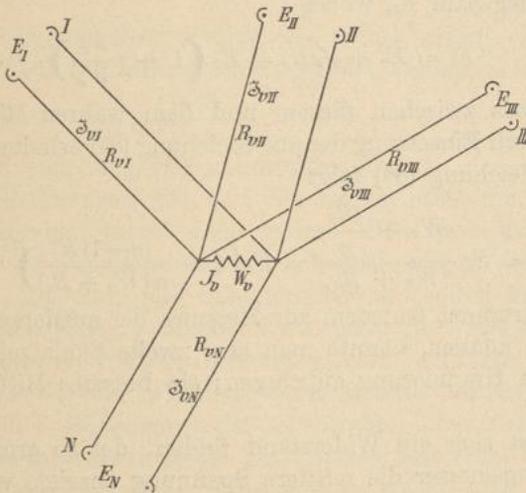
$$\frac{1}{R_v} \Sigma E - \frac{1}{R_v} n E_v - \frac{1}{W_v} E_v = 0$$

oder hieraus für die mittlere Spannung der Wert

$$E_M = E_v \left(1 + \frac{R_v}{n \cdot W_v} \right) \dots\dots\dots (81)$$

Ein gewöhnlicher Spannungsmesser, d. h. ein solcher, dessen Graduierung nach der Spannung an seinen Klemmen erfolgt ist,

Fig. 96.



zeigt also nicht die mittlere Spannung an, sondern einen zu kleinen Wert. Soll das Instrument die mittlere Spannung anzeigen, so muss es nach derjenigen Spannung graduiert werden, die an den Spannungsmesserklemmen herrschen würde, wenn sein ursprünglicher Widerstand W_v um den Betrag $\frac{R_v}{n}$ erhöht wäre. Bei der Graduierung muss also ein Widerstand von diesem Betrage zugeschaltet werden.

Der Wert $\frac{R_v}{n}$ ergibt sich aus folgender Ueberlegung: Die Differenz von E_M und E_v ist

$$E_d = E_M - E_v = \frac{E_v \cdot R_v}{n W_v}, \dots \dots \dots (82)$$

und diese Spannung muss an den Klemmen des beim Graduieren nötigen Zusatzwiderstandes R_s herrschen. Da der Strom J_v diesen Widerstand durchfließt, so muss der Widerstand R_s den Wert

$$R_s = \frac{E_v \cdot R_v}{J_v \cdot n W_v} = \frac{R_v}{n} \dots \dots \dots (83)$$

haben.

Soll, wie es sehr oft der Fall ist, dasselbe Instrument, das zur Messung der Spannungen an den einzelnen Speisepunkten dient, auch zur Messung der mittleren Spannung benutzt werden, so muss berücksichtigt werden, dass das Instrument von vorn herein unter Vorschaltung des Widerstandes R_v graduiert war. Während also an seinen Klemmen die Spannung E_v herrschte, stand der Zeiger auf der Zahl E_z , wobei

$$E_z = E_v + J_v R_v = E_v \left(1 + \frac{R_v}{W_v} \right) \dots \dots \dots (84)$$

Das Verhältnis zwischen diesem und dem wahren Mittelwert ist also, wie durch Einsetzung des aus Gleichung (81) erhaltenen Wertes für E_v in Gleichung (84) folgt

$$E_M = E_z \frac{W_v + \frac{R_v}{n}}{W_v + R_v} = E_z \left(1 - \frac{(n-1)R_v}{n(W_v + R_v)} \right) \dots \dots \dots (85)$$

Um das Instrument trotzdem zur Messung der mittleren Spannung benutzen zu können, könnte man eine zweite Skala mit der oben angegebenen Graduierung anbringen; ein besseres Mittel aber ist folgendes:

Es lässt sich ein Widerstand finden, der so gross ist, dass der Spannungsmesser die mittlere Spannung anzeigt, wenn dieser Widerstand vor das Instrument geschaltet ist. Die Grösse des vorläufig unbekanntes Widerstandes sei x , dann wird aus Gleichung (80)

$$\Sigma \frac{E}{R_v} - (E_v + J_v x) \Sigma \frac{1}{R_v} - J_v = 0$$

und hieraus

$$E_M = E_v \left(1 + \frac{x + \frac{R_v}{n}}{W_v} \right)$$

oder, wenn man für E_v den Wert aus Gleichung (84) einsetzt,

$$E_M = E_z \frac{W_v}{W_v + R_v} \left(1 + \frac{x + \frac{R_v}{n}}{W_v} \right).$$

Es soll nun x so gewählt werden, dass

$$E_M = E_z,$$

der Faktor von E_z muss also gleich Eins sein, oder es muss sein

$$x = \frac{n-1}{n} R_v \dots \dots \dots (86)$$

die Grösse des gesuchten Widerstandes.

Zu demselben Ergebnis gelangt man durch folgende Ueberlegung: Der Spannungsmesser war graduiert nach der Spannung, die an den Enden des Widerstandes von der Grösse $W_v + R_v$ herrschte; $W_v + R_v$ ist der von dem Instrumente und einem Prüfdrahte gebildete Widerstand. Sind alle Prüfdrähte, unter sich parallel, mit dem Instrument durch Hintereinanderschaltung verbunden, so ist der Gesamtwiderstand verringert auf den Wert

$$W_v + \frac{R_v}{n}.$$

Soll nun dieselbe Graduierung wie früher gelten, so muss der Widerstand auf den früheren Wert ergänzt werden, es muss also sein

$$W_v + \frac{R_v}{n} + x = W_v + R_v$$

woraus die Gleichung (86) unmittelbar folgt.

Die Gleichungen (85) und (86) zeigen, dass die Abweichung des beobachteten Wertes vom wahren Mittelwerte mit zunehmender Zahl n der Speisepunkte wächst, während sie für $n = 1$ verschwindet. Die Zahl der Speisepunkte ist jedoch keine willkürliche Veränderliche, wohl aber kann man die Widerstände R_v und W_v in gewissen Grenzen beliebig wählen, und die Gleichungen lehren, dass W_v , der Widerstand des Messinstrumentes, möglichst gross, R_v , der Widerstand der Prüfdrähte, aber möglichst klein gewählt werden muss, wenn die Abweichungen des beobachteten vom Mittelwerte möglichst klein werden sollen. Bei langen Prüfdrähten (mit hohem Widerstande) und Spannungsmessern von kleinem Widerstande kann man fehlerhafte Angaben des Instrumentes durch Vorschalten eines Widerstandes vermeiden, der nach Gleichung (86) von 0 bis R_v in gewissen Stufen (für $n = 1, 2$ u. s. f.) geändert werden kann. Der Umschalter für den Spannungsmesser lässt sich so einrichten, dass der für die jedesmalige Messung passende Widerstand von selbst vorgeschaltet wird. Wie gross die Abweichungen praktisch werden können, zeigt folgendes Beispiel:

Beispiel. In einem Netze mit 20 Speisepunkten sei die längste Speiseleitung 1700 m lang, die Prüfdrähte seien aus Kupferdrähten von 1 mm Durchmesser gebildet und der Spannungsmesser so graduiert, dass er die Spannung der einzelnen Speisepunkte anzeigt.

Der Widerstand der Spannungsmesser pflegt bei Spannungen von etwa 110 V ungefähr

$$W_v = 1500 \Omega$$

zu sein, der Widerstand des längsten Prüfdrahtes berechnet sich zu

$$R_v = \frac{1700 \cdot 2}{0,785} \cdot 0,0175 = 75,8 \Omega.$$

Man pflegt aber auch vor diese Leitung noch einen Vorschaltwiderstand zu legen, um beim Abgleichen aller Prüfdrahtwiderstände auch diesen grössten verändern zu können und die Abgleichung hierdurch zu erleichtern. Es ist deshalb richtiger, etwa den Wert

$$R_v = 80 \Omega$$

anzunehmen.

Nach Gleichung (85) ergibt sich

$$E_M = E_s \left(1 - \frac{19 \cdot 80}{20 \cdot 1580} \right) = E_s (1 - 0,0482),$$

also ist ungefähr

$$E_M : E_s = 0,952$$

und die Abweichung beträgt 4,8%. Der vorzuschaltende Widerstand x würde betragen

$$x = \frac{19}{20} 80 = 76 \Omega.$$

Wäre statt des gewöhnlichen technischen Spannungsmessers ein solcher mit etwa 10000 Ω verwendet, also einem Widerstande, wie ihn die modernen Instrumente mit beweglicher Spule im stahlmagnetischen Felde zu haben pflegen, so wäre

$$E_M : E_s = 0,9925$$

und die Abweichung würde ungefähr 0,75% betragen.

109. Die Sammelleitungen. Aus den den § 103 einleitenden Erklärungen, insbesondere aus Gleichung (58) in der Form

$$\epsilon_{I II} = (\gamma_I - \gamma_{II}) \epsilon_s$$

geht hervor, dass der zwischen zwei Speisepunkten auftretende Spannungsunterschied um so grösser wird, je grösser die Widerstände der Speiseleitungen sind, denn um so grösser ist unter sonst gleichen Umständen der Spannungsverlust ϵ_s . Im Interesse eines guten Ausgleichs muss demnach ϵ_s , also, da die Ströme gegeben sind, die Widerstände der Speiseleitungen, möglichst klein angenommen werden, nämlich so klein, dass die Verteilungsleitungen

wegen des Ausgleichs nicht mehr verstärkt zu werden brauchen und eine Ergänzung des Netzes durch besondere Ausgleichsleitungen nicht mehr nötig ist. Hierdurch werden aber die Speiseleitungen verteuert und durch die von den Kosten gezogenen Grenzen ist die Höhe des Spannungsverlustes in der Regel von vornherein bestimmt. Es ist nun möglich, auch bei gegebenem Spannungsverluste ϵ_s den Ausgleich zwischen gewissen Speisepunkten, unter Umständen zwischen allen, zu erleichtern.

Vereinigt man nämlich die Speiseleitungen für zwei oder mehrere Speisepunkte auf eine so lange Strecke wie es die Verhältnisse gestatten (vergl.

Fig. 97 und 98), bis zu dem Sammelpunkte S , und zweigt erst von diesem aus zu den Speisepunkten ab, so ist für die so vereinigten Speisepunkte nicht mehr die Zentrale C , sondern der Sammelpunkt S der Punkt gleicher Spannung und die Widerstände R_I und R_{II} , die in die Rechnungen der §§ 103 bis 107 eingehen, sind auf die Werte R'_I und R'_{II} vermindert. Eine solche gemeinsame Leitung CS heisst Sammelleitung.

Bei der Berechnung der Sammelleitungen steht nur noch die Frage offen, wie der Spannungsverlust ϵ_s auf die Strecken CS und SI oder SII u. s. f. verteilt werden soll. Die Bedingung, dass die Widerstände R'_I und R'_{II} möglichst klein sein sollen, bildet keine feste Grundlage für die Berechnung; aber die Berechnung auf minimalen Kupferbrauch für den Fall einer Verzweigung in gleichwertige Stromzweige, wie sie in § 68 behandelt ist, ist hier am Platze. Nur wenn die Verhältnisse einen besonders guten Ausgleich zwischen den vereinigten Punkten verlangen, wird man, von dieser Berechnung abweichend, die Zweigwiderstände etwas kleiner annehmen.

Der Ausgleich zwischen den durch Sammelleitungen vereinigten und anderen benachbarten Speisepunkten wird durch Anwendung der Sammelleitungen nicht beeinflusst.

110. Rückblick. Festsetzung des Spannungsverlustes in den Speiseleitungen. In den vorangegangenen Paragraphen haben wir die Bedeutung und die Wirkungsweise eines Leitungsnetzes und seiner

Fig. 97.

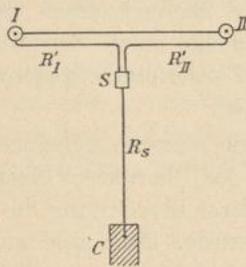
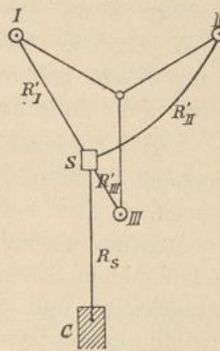


Fig. 98.



einzelnen Teile kennen gelernt und unter diesen Teilen vor allen Dingen das eigentliche aus den Verteilungsleitungen bestehende Netz und die Speiseleitungen unterschieden.

Das Verteilungsnetz hatte zunächst nur die Aufgabe, den Strom so zu verteilen, dass die Spannungsschwankungen bei gleicher Spannung an den Speisepunkten innerhalb der durch die Bedingung der Elastizität gesteckten Grenzen bleibe; es ist also eine vollkommen elastische Anlage, und durch die Forderung der Elastizität sind seine Querschnitte bei gegebener Anordnung und gegebener Stromverteilung bestimmt. Selbstverständlich müssen die so berechneten Querschnitte mit Rücksicht auf die zulässige Erwärmung nachgerechnet und unter Umständen ergänzt werden. Die Frage nach der Wirtschaftlichkeit aber kann diesen beiden Forderungen gegenüber in dem Verteilungsnetze nicht aufkommen.

Zum Unterschiede hiervon scheinen die Speiseleitungen zunächst vollständig des Charakters elastischer Leitungen zu entbehren, so dass bei ihrer Berechnung die Wirtschaftlichkeit in den Vordergrund treten würde. Dass aber auch diese Leitungen nicht in beliebigem Grade unelastisch sein dürfen, geht aus den vorigen Paragraphen und überhaupt aus der Thatsache hervor, dass die Ausbildung gewisser Netzleitungen zu Ausgleichleitungen notwendig wurde, die durch übergrosse Elastizität den geringen Grad dieser Eigenschaft in den Speiseleitungen ersetzen sollten.

Diese Umstände zwingen zu einem Kompromiss, durch den man sowohl den Forderungen der Wirtschaftlichkeit als besonders denen der Elastizität Rechnung trägt und der in der Festsetzung des Spannungsverlustes in den Speiseleitungen seinen Ausdruck findet. Allgemein gültige Rechnungen hierüber lassen sich bei der Unsicherheit der Unterlagen nicht anstellen. In einem gegebenen Falle kann man so vorgehen, dass man nach Annahme eines bestimmten Spannungsverlustes ϵ_s die Verteilungsleitungen auf Ausgleich berechnet, und wenn diese hiernach zu sehr verstärkt werden müssen, den Wert ϵ_s vermindert.

Massgebend für die Festsetzung des Spannungsverlustes in den Speiseleitungen müssen praktische Erfahrungen an Leitungsnetzen sein. Nach diesen ist im Mittel

$$\epsilon_s = 0,1 E_0 \dots \dots \dots (87)$$

zu setzen, wenn E_0 die Spannung an den Speisepunkten bedeutet. Der Verlust soll also etwa 10% betragen und darf von diesem Betrage nach oben oder unten abweichen, je nachdem die Wirt-

schaftlichkeit oder die Elastizität der Anlage in den Vordergrund treten soll. Als oberste Grenze ist etwa $\epsilon_s = 0,15 E_0$ anzusehen.

Auch die Berechnung des eigentlichen Verteilungsnetzes ist noch nicht vollständig erledigt. Selbst wenn man die in § 96 gegebene Lösung als befriedigend ansehen wollte, so ist doch zu beachten, dass diese nur dann als Lösung gelten kann, wenn das Netz im Entwurfe fertig vorliegt, wenn vor allen Dingen auch die Lage der Speisepunkte von vornherein gegeben ist. Von dieser Annahme a priori muss natürlich im allgemeinen abgesehen und vor jeder Berechnung die Lage der Speisepunkte bestimmt werden.

Wenn nun auch bei dem Entwurfe eines Netzes die Lage der Speisepunkte sehr oft durch rein praktische Erwägungen beeinflusst oder auch bestimmt wird, so lassen sich doch auch schon hier, wo wir uns noch im wesentlichen auf dem Gebiete theoretischer Betrachtungen bewegen, gewisse Ueberlegungen anstellen, die über die günstigste Verteilung der Speisepunkte, im besonderen über die günstigste Zahl derselben, Aufschluss geben.

Berechnungen zum Entwerfen eines Leitungsnetzes.

III. Die günstigste Zahl der Speisepunkte. Vergewenwärtigt man sich die Wirkungsweise eines Leitungsnetzes nach der in § 100 und Fig. 88 gegebenen Darstellung und nimmt man dieser Darstellung entsprechend an, dass alle Speiseleitungen gleich lang seien, so erkennt man, dass die Summe der Querschnitte aller Speiseleitungen dieselbe bleibt, gleichgültig wie gross die Zahl derselben, also die Zahl der Speisepunkte ist; denn die Summe der Querschnitte ist bestimmt aus dem gesamten in das Netz zu leitenden Strom und dem aus andern Gründen festgesetzten Spannungsverluste in den Speiseleitungen. Die Querschnitte der Verteilungsleitungen hängen dagegen sehr wesentlich von der Zahl der Speisepunkte ab, und zwar nehmen sie ab je grösser diese Zahl wird. Das eine Extrem würde sich ergeben, wenn man eine Speiseleitung annehmen und infolgedessen ein Netz mit sehr starken Querschnitten erhalten würde. Der andere extreme Fall käme zustande, wenn man zu jeder einzelnen Verbrauchsstelle eine Speiseleitung ziehen würde; die Verteilungsleitungen würden dann überhaupt überflüssig werden, so lange man ihre Aufgabe die Spannung zwischen den Speisepunkten auszugleichen ausser acht lassen würde. Es folgt hieraus bei oberflächlicher Betrachtung, dass die Zahl der Speisepunkte so gross als irgend möglich genommen

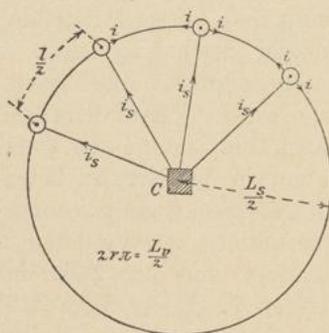
werden muss, wenn das Netz bei gleicher Leistungsfähigkeit möglichst billig werden soll.

Dieser Schluss ist falsch, denn es ist in Bezug auf die Kosten nicht gleichgültig, ob der Gesamtquerschnitt der Speiseleitungen in einer Leitung vereinigt oder auf viele verteilt ist. Die Kosten wachsen also auch bei gleichem Gesamtquerschnitte mit der Zahl der Leitungen und zwar sowohl, weil es teurer ist viele einzelne Leitungen zu isolieren, zu bewehren und zu verlegen als eine einzige, als auch weil die Kosten für die Verbindungen an den Enden der Kabel, nämlich am einen Ende die Speisekästen, am andern die Anschlussstücke, offenbar mit der Zahl der Leitungen wachsen müssen. Und diese Erkenntnis in Verbindung mit der oben in betreff des Verteilungsnetzes festgestellten Thatsache führt zu der Ueberzeugung, dass sich für eine gewisse Zahl von Speisepunkten ein Minimum der Kosten ergeben muss.

Um dieses Minimum zu finden, bedarf es gewisser theoretischer Annahmen, und zwar soll durchweg angenommen werden, dass die Verteilungsleitungen vollständig gleichmässig belastet seien und dass alle Speiseleitungen gleich lang seien.

Erster Fall: Das ganze Verteilungsnetz sei nur in einer einzigen Richtung ausgedehnt und habe die einfach gemessene

Fig. 99.



Länge $\frac{L_v}{2}$, die ganze Leitungslänge

ist also gleich L_v . Die noch unbekannte Leitungslänge zwischen den Speisepunkten sei l , ihre Entfernung

von einander also $\frac{l}{2}$, die Länge der

Speiseleitungen endlich gleich L_s . Die

Bedingung, dass alle Speiseleitungen

gleich lang sein sollen, wird praktisch

erreicht in dem Falle, wenn die Zentrale

im Mittelpunkte eines von den Verteilungsleitungen gebildeten Kreises

liegt; vergl. Fig. 99. Ist n die Zahl der Speisepunkte, so besteht die Beziehung

$$nl = L_v \dots \dots \dots (88)$$

Die Kosten der Speiseleitungen sind — vergl. § 18, —

$$k_s = nL_s (a + b q_s) + nc \dots \dots \dots (89)$$

wenn unter c die Kosten eines Speisepunktes und eines Anschlussstückes in der Zentrale verstanden werden. Die Kosten der Verteilungsleitungen sind

$$k_v = n \cdot l (a + b q_v) = L_v (a + b q_v) \dots \dots \dots (90)$$

worin

$$q_v = f(l)$$

Um diese Funktion zu bestimmen, ist es nötig die Stromverteilung zu ermitteln. Ist der gesamte von der Zentrale gelieferte Strom

$$n i_s = \mathfrak{J}_g, \dots \dots \dots (91)$$

so fließt von jedem Speisepunkte nach jeder Seite der Strom

$$i = \frac{i_s}{2} = \frac{\mathfrak{J}_g}{2n} \dots \dots \dots (92)$$

ab; der Punkt des maximalen Spannungsverlustes, zu dem der Strom von beiden Seiten zufließt, wird zweifellos jedesmal mitten zwischen zwei Speisepunkten liegen. Die Stromentnahme soll sich nun auf die ganze Leitung gleichmässig verteilen, es gelten also die in § 65 für diesen Fall aufgestellten Regeln, und es ist hiernach

$$q_v = \frac{1}{2} \frac{\frac{\mathfrak{J}_g}{2n} \frac{l}{2}}{\epsilon_v} \rho = \frac{1}{8} \frac{\mathfrak{J}_g l}{n \epsilon_v} \rho$$

oder mit Rücksicht auf (88)

$$q_v = \frac{1}{8} \frac{\mathfrak{J}_g \rho}{L_v \epsilon_v} l^2 \dots \dots \dots (93)$$

Dieser Wert, in (90) eingesetzt, ergibt

$$k_v = L_v \left(a + \frac{b}{8} \frac{\mathfrak{J}_g \rho}{L_v \epsilon_v} l^2 \right) \dots \dots \dots (94)$$

Da nun ferner

$$q_s = \frac{i_s \cdot L_s}{\epsilon_s} \rho = \frac{\mathfrak{J}_g L_s}{n \epsilon_s} \rho,$$

und der Gesamtquerschnitt aller Speiseleitungen, nämlich

$$n q_s = Q_{sg} = \frac{\mathfrak{J}_g L_s}{\epsilon_s} \rho \dots \dots \dots (95)$$

unter allen Umständen konstant ist, so wird aus (89)

$$k_s = n a L_s + b L_s Q_{sg} + n c, \dots \dots \dots (96)$$

und es ist hierin das zweite Glied von der Zahl der Speisepunkte nicht mehr abhängig. Die Gesamtkosten des ganzen Netzes $k = k_s + k_v$ drücken sich, wenn man für n stets den aus (88) abzuleitenden Wert einsetzt, aus durch die Gleichung

$$k = a L_v + b L_s Q_{sg} + \frac{b}{8} \frac{\mathfrak{J}_g \rho}{\epsilon_v} l^2 + \frac{L_v}{l} (a L_s + c)$$

Die Länge l soll nun so gewählt werden, dass diese Kosten ein Minimum werden; es ist also zu setzen

$$\frac{dk}{dl} = \frac{b}{4} \frac{\mathfrak{J}_g \rho}{\epsilon_v} l - \frac{L_v}{l^2} (a L_s + c) = 0,$$

was die Bedingung

$$l = L_{min} = \sqrt[3]{(a L_s + c) \frac{4 L_v \epsilon_v}{\mathfrak{J}_g b \varrho}} \dots \dots \dots (97)$$

ergibt. Diese Formel lässt noch zwei bequeme Umformungen zu. Führt man nämlich anstelle des Gesamtstromes \mathfrak{J}_g die Gesamtleistung

$$\mathfrak{G} = E \mathfrak{J}_g$$

ein, und setzt man

$$\epsilon_v = p \cdot 10^{-2} E ,$$

so folgt aus (97)

$$l = L_{min} = \sqrt[3]{(a L_s + c) \frac{4 \cdot 10^{-2} p L_v E^2}{\mathfrak{G} b \varrho}} \dots \dots \dots (98)$$

In dieser Gleichung stehen noch L_v und \mathfrak{G} in einer bestimmten Beziehung durch die Annahme, dass der Gesamtverbrauch gleichmässig auf die Verteilungsleitungen verteilt sein soll. Nennt man den von jeder Längeneinheit abgegebenen Effekt \mathfrak{G}_1 , so ist, wenn unter dieser Länge die Strassenlänge, also die halbe Leitungslänge verstanden wird,

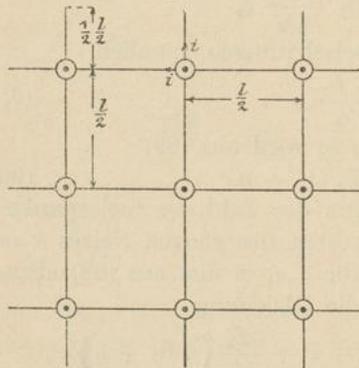
$$\mathfrak{G}_1 = \frac{2 \mathfrak{G}}{L_v} ,$$

und es ergibt sich durch Einsetzung dieses Wertes in (98)

$$l = L_{min} = \sqrt[3]{(a L_s + c) \frac{8 \cdot 10^{-2} p E^2}{\mathfrak{G}_1 b \varrho}} \dots \dots \dots (99)$$

als Endergebnis; l stellt die doppelte Entfernung je zweier Speisepunkte von einander dar.

Fig. 100.



Die beiden Gleichungen (98) und (99) lehren, dass die günstigste Entfernung zweier Speisepunkte nicht — wie man nach den Ausführungen des § 46 vielleicht zu erwarten versucht war — mit dem Quadrate der Nutzspannung wächst, sondern nur mit der $\frac{2}{3}$ ten Potenz, also der Nutzspannung noch nicht einmal proportional ist. Die Abhängigkeit der günstigsten Entfernung von allen anderen Grössen ist noch weit geringer.

Zweiter Fall: Das Netz sei in der in Fig. 100 skizzierten Weise zusammengesetzt. Alle Verteilungsleitungen zwischen zwei Speisepunkten sollen gleich lang sein, halb so lang seien die von den Speisepunkten ausgehenden Enden. Die Verhältnisse sind

im übrigen dieselben wie im ersten Falle. Die Rechnung weicht dann nur wenig von der vorigen Betrachtung ab; sie ändert sich nur in der Weise, dass an Stelle der Gleichung (88) die Gleichung

$$2nl = L_v \dots \dots \dots (88a)$$

und an Stelle von (92)

$$i = \frac{i_s}{4} = \frac{J_g}{4n} \dots \dots \dots (92a)$$

tritt, wodurch sich für q_v der Wert

$$q_v = \frac{1}{16} \frac{J_g l}{n \epsilon_v} \varrho$$

ergibt, woraus aber durch Einsetzung des Wertes für n aus (88a) wiederum der Wert

$$q_v = \frac{1}{8} \frac{J_g \varrho}{L_v \epsilon_v} l^2 \dots \dots \dots (93a)$$

folgt. — Die Gleichheit der beiden Werte von q_v in (93) und (93a) ist natürlich nur scheinbar, denn nach (88a) ist l bei gleichem L_v jetzt halb so gross als früher. — Führt man mit diesen neuen Werten die Rechnung wie oben durch, so erhält man

$$L_{min} = \sqrt[3]{(aL_s + c) \frac{2L_v \epsilon_v}{J_g b \varrho}} \dots \dots \dots (97a)$$

also, wenn man die Grössen des ersten und zweiten Falles durch entsprechende Indices unterscheidet, durch Vergleichung von (97a) mit (97)

$$L_{2min} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} L_{1min} = 0,794 L_{1min} \dots \dots \dots (100)$$

Die geringe Vergrösserung des Wertes c im zweiten Falle, die durch die grössere Zahl der Kabeleinführungen verursacht wird, ist hierbei ausser acht gelassen.

Für die günstigste Zahl der Speisepunkte ergibt sich durch Benutzung der Gleichungen (88) und (88a) die Beziehung

$$n_{2min} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} n_{1min} = 0,63 n_{1min} \dots \dots \dots (101)$$

wenn die gesamte Länge des Verteilungsnetzes L_v dieselbe geblieben ist.

Dritter Fall. Werden beide Seiten der Strassen mit Leitungen belegt, so ist die günstigste Entfernung noch geringer. Die Rechnung, die hier nicht durchgeführt werden soll, ergibt als doppelten Wert dieser Entfernung im Vergleich zur ersten

$$L_{3min} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} L_{1min} = 0,63 L_{1min} \dots \dots \dots (102)$$

oder als günstigste Zahl der Speisepunkte

$$n_3 = \frac{1}{\sqrt[3]{16}} n_1 = 0,4 n_1 \dots \dots \dots (103)$$

Es lassen sich noch eine Reihe von Fällen der theoretischen Betrachtung unterwerfen, doch verlohnt es sich nicht, hierauf näher einzugehen, da in den behandelten ungefähr die Grenzen der günstigsten Entfernungen erreicht sind, jedenfalls wird sich nie eine grössere als die im ersten Falle berechnete Länge ergeben.

II. Beispiel. Das Verteilungsnetz bilde einen Kreis, in dessen Mittelpunkte die Zentrale liegen soll (vergl. Fig. 99); der Radius des Kreises sei 800 m, die einfache Länge der Verteilungsleitungen also ungefähr 5000 m. Die Nutzspannung betrage ferner 110 V, und der Verlust in den Verteilungsleitungen 2 %; die Verteilungsleitungen sollen mit 40 Watt auf 1 m Strassenlänge gleichmässig belastet sein. Da das ganze Netz unterirdisch verlegt werden soll, so sind für die Werte a und b die Zahlen $a = 3,4$ und $b = 0,029$ zu setzen, wenn der Preis der Leitung in Mark angegeben wird. Die Kosten eines Speisepunktes endlich, einschliesslich der Anschlüsse in der Zentrale, sollen zu 400 Mark angesetzt werden.

Nach Formel (99) ergibt sich dann

$$L_{min} = \sqrt[3]{(3,4 \cdot 1600 + 400) \frac{8 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 12100}{40 \cdot 0,029 \cdot 0,0175}}$$

oder

$$L_{min} = 822 \text{ m,}$$

die günstigste Entfernung also zu

$$\frac{L_{min}}{2} = 411 \text{ m,}$$

was einer Anzahl von

$$n = \frac{10\,000}{822} = 12,2 \text{ also } 12$$

Speisepunkten entspricht. Für die beiden anderen behandelten Fälle hätten sich die Entfernungen

$$\frac{L_{2min}}{2} = 0,794 \cdot 411 = 326 \text{ m}$$

und

$$\frac{L_{3min}}{2} = 0,63 \cdot 411 = 260 \text{ m}$$

ergeben.

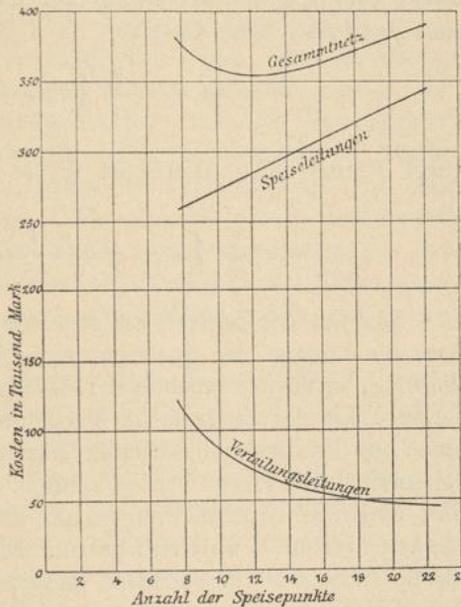
Zur genaueren Illustrierung der Verhältnisse sind die Kosten des in dem Beispiele behandelten Netzes unter der Annahme eines Spannungsverlustes $\epsilon_s = 10\%$ in den Speiseleitungen und für verschiedene Zahlen von Speisepunkten berechnet. Die Ergebnisse der Berechnung sind in Fig. 101 graphisch dargestellt. Die Kurven veranschaulichen, wie durch Abnahme der Kosten der Verteilungsleitungen und Zunahme der Kosten der Speiseleitungen ein Minimum etwa bei $n = 12$ zustande kommt. Die Kosten der Kabelkästen und Anschlüsse in der Zentrale sind so gering, dass die Kurve hierfür in der Figur nicht gut darstellbar war.

Das Beispiel schliesst sich an die Verhältnisse der Praxis an; es ist beachtenswert, dass die Kostenkurve der Speiseleitungen erheblich höher liegt, als die der Verteilungsleitungen.

113. Der günstigste Platz für die Zentrale.

Es bleibt nun noch übrig, den günstigsten Platz für die Zentrale zu ermitteln. Hierunter ist der Ort zu verstehen, bei dessen Annahme die Anlage unter sonst gleichen Verhältnissen wirtschaftlich am günstigsten arbeitet. Die Wirtschaftlichkeit hängt nun im wesentlichen ab von den dauernden Kosten des Effektverlustes und den durch Verzinsung, Instandhaltung und Amortisation der Anlage entstehenden Kosten, die den einmaligen Anlagekosten proportional sind. Die Elastizität des gesamten Netzes soll aber unter allen Umständen, wo auch die Zentrale liegen mag, dieselbe sein, es ist also auch der Spannungsverlust, sowohl der in den Verteilungs- als der in den Speiseleitungen gegeben. Es kommt deshalb bei der Auswahl eines Platzes für die Zentrale auch der Effektverlust und seine

Fig. 101.



Kosten nicht mehr in Betracht, und es bleiben nur noch die Anlagekosten zu vergleichen. Von diesen aber sind wiederum die Kosten des Verteilungsnetzes auszuschneiden, denn diese sind durch die Forderung vollkommener Elastizität und durch die gegebene Ausdehnung des Netzes bestimmt. Es bleibt also schliesslich nur übrig, den Ort für die Zentrale so zu bestimmen, dass die Anlagekosten der Speiseleitungen möglichst gering werden.

Diese Kosten sind bei gegebener Zahl n der Speisepunkte allein abhängig von der Länge und dem Querschnitt der Leitungen und zwar nach dem Gesetze

$$k = \sum_1^n k_\nu = \sum_1^n (a + b q_\nu) l_\nu + n c \dots \dots (104)$$

vergl. Formel (89). Hierin ist $q_\nu = \frac{\mathfrak{J}_\nu l_\nu}{\epsilon} \rho$, also ist

$$k = \sum_1^n \left(a l_\nu + b \frac{\mathfrak{J}_\nu l_\nu^2}{\epsilon} \rho \right) + n c \dots \dots \dots (105)$$

Der Ort der Zentrale ist also vor allen Dingen so zu wählen, dass die Längen der Speiseleitungen möglichst klein werden, da diese im Quadrate erscheinen; es wird also besonders eine einseitige Lage der Zentrale im Verteilungsgebiete zu vermeiden und eine Lage im Zentrum desselben anzustreben sein, was auch ohne Rechnung hätte gesagt werden können. Ausserdem lehrt die Formel, dass diejenigen Speiseleitungen am kürzesten sein sollen, die den stärksten Strom \mathfrak{J}_ν zu leiten haben. Die Zentrale ist also möglichst in die Nähe der am stärksten belasteten Speisepunkte zu legen.

Die Rechnung weiter zu verfolgen, hat keinen praktischen Zweck; man muss sich in einem gegebenen Falle vielmehr damit begnügen, durch Proberechnungen nach Formel (105) den Ort der Zentrale zu bestimmen, für den der Wert k am kleinsten wird.

IV. Besondere Berücksichtigung der Verhältnisse in der Praxis.

114. Die angestellten theoretischen Untersuchungen haben uns in den Stand gesetzt, jetzt auch an grössere Projekte, vor allem auch an das Projekt einer Zentralanlage für eine Stadt heranzutreten, bei der die gesamte Leitungsanlage sich nach der in § 100 geschilderten Weise aus den Speiseleitungen, dem Verteilungsnetze und den Leitungen der Hausinstallationen zusammensetzt. Wie

die bei der Behandlung der offenen Leitungen theoretisch abgeleiteten Berechnungsmethoden für die praktische Anwendung erst noch besonders zubereitet werden mussten, so bedarf es auch jetzt wieder besonderer Ueberlegungen, um das Besprochene für den praktischen Gebrauch handlich zu machen. Das in den Paragraphen 69 bis 78 Gesagte gilt der Hauptsache nach auch jetzt noch; es treten zu diesem aber neue Erwägungen hinzu, bei denen die Verhältnisse, welche beim Projektieren von Stadtzentralen vorliegen, besonders ins Auge gefasst werden sollen.

Der Grundgedanke und das Ziel dieser Erwägungen ist, dass bei einer bestimmten geforderten Leistungsfähigkeit ein durchaus betriebssicheres Netz von möglichst hoher oder bestimmter Elastizität mit möglichst geringen Kosten geliefert werden soll. Diese Kosten bilden einen beträchtlichen Teil der Gesamtkosten einer Zentralstation; sie betragen selten weniger als ein Fünftel und nähern sich oft einem Drittel der Gesamtanlage (mit Ausschluss der Hausinstallationen). Hieraus geht hervor, dass es sehr wohl nötig ist, sorgfältig alle Ueberlegungen anzustellen, die dazu führen können, das beste Netz zu erhalten, d. h. ein Netz, das bei gleicher Leistungsfähigkeit, gleicher Betriebssicherheit und gleicher Elastizität möglichst billig ist.

115. Das Entwerfen eines Leitungsnetzes. Während das Entwerfen des Leitungsplanes bei Anlagen mit einfachen Leitungsverzweigungen keinerlei Schwierigkeiten bereiten konnte, denn die Lage der Leitungen war durch die Lage der Verbrauchsstellen und der Stromquelle fast genau bestimmt, lässt dieselbe Aufgabe bei Leitungsnetzen eine grosse Anzahl von Lösungen zu, und die Güte eines Leitungsnetzes hängt sehr wesentlich davon ab, welche von diesen Möglichkeiten gewählt wird. Zwar ist der erste Teil der Aufgabe, nämlich der, die Lage der Verteilungsleitungen zu bestimmen, fast ebenso einfach wie früher: In den Plan des zu versorgenden Gebietes werden alle Konsumstellen ihrer Lage, Grösse und Art nach (ob der Strom beleuchten oder mechanische Arbeit leisten soll) eingetragen und mit einander durch Leitungen so verbunden, dass ein Netz entsteht, dessen Knotenpunkte an den Strassenkreuzungen liegen. Es soll zunächst angenommen werden, dass die genannten Grundlagen genau gegeben seien, wie es z. B. der Fall ist, wenn Konkurrenzprojekte auszuarbeiten sind, die später gegeneinander abgewogen werden sollen und deshalb auf gleicher Grundlage aufgestellt werden müssen.

Man vermeidet bei der Einzeichnung der Leitungen offene Leitungsstränge, schliesst sie vielmehr nach Möglichkeit zu-

sammen, wodurch mehrere Vorteile erreicht werden: Erstens wird hierdurch die Elastizität der Leitungsanlage erhöht (vergl. § 84), und zwar nicht nur für den Fall gleicher Spannung an allen Speisepunkten, sondern vor allen Dingen für den Fall, dass ein Ausgleich zwischen den Speisepunkten erforderlich wird (vergl. § 102). Zweitens ist die ununterbrochene Stromzufuhr zu jeder Verbrauchsstelle mehr gesichert, wenn der Strom auf zwei oder mehr Wegen dahin gelangen kann, und endlich ist es mit Rücksicht auf eine Erweiterung der Anlage nötig, den späteren Anschluss von Hausinstallationen dadurch zu erleichtern, dass man von vornherein die Strassen ihrer ganzen Länge nach mit Leitungen belegt, wenigstens diejenigen Strecken zwischen je zwei Strassenkreuzungen, in denen überhaupt ein Anschluss erwartet werden kann.

In den Strassen mit vielen Anschlüssen werden die Leitungen an beiden Häuserfronten unter den Fussteigen verlegt, sobald — was durch eine Stichrechnung leicht klargestellt wird — diese Anordnung billiger wird, als wenn die Hausanschlussleitungen von einer einzigen Leitung nach beiden Seiten abgezweigt werden.

Die Schwierigkeit der Aufgabe beginnt nun mit dem zweiten Teil, wo es sich darum handelt, die Lage der Speisepunkte festzustellen.

Eine Grundlage hierfür bieten Berechnungen, die nach § 111 unter Annahme verschiedener Belastungsdichten und der andern nötigen Zahlen angestellt werden können. Es ist aber selbstverständlich, dass man die Speisepunkte in der Regel nur an Strassenkreuzungen legen wird, denn hier müssen so wie so Kabelkästen aufgestellt werden, in denen die von verschiedenen Seiten kommenden Kabel mit einander verbunden und durch Bleisicherungen geschützt werden, und von diesen Punkten aus vollzieht sich die Verteilung des Stromes nach allen Seiten am leichtesten. Die hierdurch eintretende grosse Beschränkung in der Zahl der für die Anlage von Speisepunkten etwa in Frage kommenden Orte erleichtert die Aufgabe beträchtlich.

Der Versuchung, die Speisepunkte möglichst unmittelbar an die grossen Konsumstellen zu legen, um hierdurch die Verteilungsleitungen möglichst billig zu machen, wird man leicht widerstehen, wenn man sich vergegenwärtigt, dass der Ausgleich im Netze hierdurch sehr leicht leidet (vergl. § 104), und ausserdem berücksichtigt, dass die Kosten der Speiseleitungen die der Verteilungsleitungen meistens, in grösseren Netzen wenigstens, erheblich zu übersteigen pflegen. Es ist im Interesse des Ausgleichs vielmehr ratsam, die

Punkte mit grossem und vor allen Dingen die mit stark wechselndem Verbräuche, wie Theater, möglichst mitten zwischen viele Speisepunkte zu legen.

Als praktische Grenzen für die Entfernung der Speisepunkte können ungefähr die Zahlen 150 bis 250 m, die verlegten Netzen entnommen sind, angenommen werden; die kleineren gelten für das Verbrauchszentrum, die grösseren mehr für die weniger stark belasteten Gebiete, wo sie aber auch noch erheblich überschritten werden können. Bei Speisepunkten, die durch Sammelleitungen vereinigt sind, kann die Entfernung noch etwas kürzer werden. Diese Zahlen bestätigen mit genügender Annäherung die aus den theoretischen Formeln abgeleiteten. Aus diesen Formeln soll noch gelernt werden, dass die Entfernungen auch bei gleicher spezifischer Belastung um so grösser sein sollen, je weiter die Punkte von der Zentrale entfernt sind, und ferner wiederum, dass die Entfernungen kleiner sein müssen in Kabelanlagen, in denen der Koeffizient a gross ist, als in Anlagen mit oberirdischen Leitungen, in denen a etwa nur den zwanzigsten Teil so gross ist. Der Koeffizient b ist allerdings gleichzeitig von etwa 0,029 auf 0,013 gesunken, doch ist sein Einfluss nicht so gross wie der von a .

Die nach diesen Grundsätzen bestimmte Lage der Speisepunkte ist als eine vorläufige anzusehen, die noch mehrfach geändert werden kann und muss, wenn sich dies während der späteren Berechnungen als wünschenswert oder notwendig herausstellt.

116. Die Berechnung der Verteilungsleitungen. Nach Festlegung der Speisepunkte stehen wir vor dem Probleme der Leitungsberechnung, das wir in § 96 verlassen hatten, ohne eine befriedigende Lösung dafür gefunden zu haben. Die Lösung konnte nicht befriedigen, denn ein danach berechnetes Netz würde zwei Hauptmängel zeigen, es würde aus Leitungen von sehr vielen verschiedenen Querschnitten zusammengesetzt sein, und an den der dortigen Anweisung gemäss hergestellten Schnittstellen würden in der Regel verschiedene Querschnitte zusammenstossen. Diese Nachteile werden durch folgende Methode der Berechnung, die aber auch noch ergänzt werden muss (vergl. § 118), vermieden.

Man betrachtet die nach § 89 definierten Bezirke für sich; nur im ersten Augenblick verlässt man diese Anschauungsweise eine kurze Zeit, um — zu der vorigen zurückkehrend — durch eine schnelle Ueberschlagsrechnung an den aufgeschnittenen Leitungen ein ungefähres Bild über die Grösse der einzelnen Quer-

schnitte zu erhalten. Diesem Bilde gemäss wählt man in dem geschlossenen Bezirke die Verhältnisse der Querschnitte zu einander und bestimmt hiernach die Stromverteilung, die nach § 95 nunmehr eindeutig bestimmt ist. Auch diese Rechnung soll vorläufig nur überschlägig geschehen und kann dadurch vielfach erleichtert werden, dass man Leitungen, die einen geringen Einfluss auf die Stromverteilung ausüben, nach Gutdünken aufschneidet und hierdurch die Bezirke verkleinert.

Die Stromverteilung ergibt nun die wahren Schnittpunkte, zu denen der Strom von beiden Seiten hinfliesst; greift man irgend einen — den einfachsten — Leitungsstrang von einem Speisepunkte bis zu einem Schnittpunkte heraus und berechnet aus den nun bekannten Strömen und dem zugelassenen Spannungsverluste den Querschnitt dieses Stranges, so sind durch die angenommenen Verhältnisse nunmehr alle Querschnitte bestimmt.

Grundsätzlich befolge man bei diesem Verfahren die Regel, dass der Querschnitt von Kreuzungspunkt zu Kreuzungspunkt derselbe sei; diejenigen Verteilungsleitungen, die als Ausgleichleitungen wirken sollen, halte man womöglich von Speisepunkt zu Speisepunkt gleich stark. Ausserdem suche man mit möglichst wenig verschiedenen Querschnitten auszukommen; fünf bis acht Querschnitte, die man so weit als möglich nach der vom Verbands deutscher Elektrotechniker angegebenen Skala (vergl. Seite 24) auswählt, sollten unter allen Umständen genügen. Bei unterirdischen Anlagen sollen Querschnitte von über 500 mm^2 möglichst, von über 1000 mm^2 aber unbedingt vermieden werden. Kabel von diesen Querschnitten werden so steif, dass sie nicht mehr auf einen Haspel aufgewickelt werden können. Führt die Berechnung zu so starken Querschnitten, so ist zuerst zu überlegen, ob es nicht das Beste ist, die Speisepunkte näher zusammenzulegen. Kabel von unter 35 mm^2 Querschnitt werden nicht gern mehr verlegt, ausnahmsweise kommen noch Querschnitte von 25 mm^2 vor.

Ist das Verteilungsnetz auf diese Weise unter Annahme derselben Spannung an allen Speiseleitungen berechnet, so ist die genauere Stromverteilung nochmals zu ermitteln, und hierauf durch Rechnungen nach § 98 zu prüfen, ob die Stromdichte in keinem Querschnitte zu hoch wird. Schliesslich ist die ermittelte Stromverteilung, die übrigens nicht so genau festgestellt zu werden braucht, als es in den oben angeführten Beispielen geschehen ist, samt den maximalen Spannungsverlusten in einen besonderen Plan einzutragen; hieraus ergeben sich dann die Belastungen der Speisepunkte.

117. Bestimmung der Lage der Zentrale und Berechnung der Speiseleitungen. Die zuletzt ermittelten Belastungen der Speisepunkte bilden die notwendige Grundlage sowohl für die Bestimmung der Zentrale, als auch für die Berechnung der Speiseleitungen.

Als Bauplatz für die Zentrale können in der Regel nur einige wenige Plätze zur Wahl gestellt werden, die gerade verkäuflich sind und sich ihrer Grösse und Umgebung nach zur Errichtung einer solchen Anlage eignen. Unter diesen Plätzen ist nach § 114 der auszuwählen, für den die Kosten der Speiseleitungen am geringsten werden, und das wird im allgemeinen der Platz sein, der dem dichtesten Stromverbrauche, also dem belebtesten und verkehrsreichsten Stadtbezirke am nächsten liegt. Hier pflegen aber die Bauplätze am teuersten zu sein, so dass es sehr leicht möglich ist, dass die Gesamtanlage trotz des teureren Leitungsnetzes bei Wahl eines anderen Platzes billiger wird. Auch die Frage, ob eine bequeme Kohlenzufuhr und Wasserbeschaffung möglich ist, ist zu berücksichtigen. Die zur Bestimmung des Ortes für die Zentrale nötigen Berechnungen der Speiseleitungen können unter Zugrundelegung eines Spannungsverlustes ausgeführt werden, der nur ungefähr dem schliesslich zu wählenden entspricht, denn es handelt sich nur um Feststellung relativer Werte. Auch die Lage der Speiseleitungen kann und braucht nur ungefähr festgelegt zu werden. Erst bei der jetzt vorzunehmenden genauen Berechnung der Speiseleitungen müssen in Betreff beider Unterlagen bestimmte Abmachungen getroffen werden.

Zunächst sind, am besten auf einem besonderen Plan, auf dem nur die Speisepunkte mit eingeschriebenen Belastungen und die Zentrale angegeben ist, die Speiseleitungen einzuzichnen. Natürlich wird man mit diesen Leitungen auf dem kürzesten Wege zu den Speisepunkten zu gelangen suchen. Leitungen, die auf längere Strecken nebeneinander herlaufen, um sich schliesslich in einzelne Leitungen zu trennen, die in ihrer ganzen Länge nicht sehr verschieden von einander sind, schliesst man — am besten paarweise oder auch zu dreien — zu Sammelleitungen zusammen.

Ueber die jetzt noch zur Berechnung fehlende Grösse des Spannungsverlustes ϵ_s lassen sich bestimmte Angaben nicht machen, wie schon oben in § 110 auseinandergesetzt ist. Als mittlerer Wert hat sich etwa ein Verlust von 10 bis 12 % herausgestellt, der aber in der Regel nicht überschritten werden sollte. Ueberschreitungen kommen bis ungefähr 15 % vor, während der Betrag in anderen Fällen bis auf etwa 6 % und weniger heruntergeht. Die grossen Zahlen dürfen dann eher zugelassen werden, wenn

die Speiseströme sehr stark sind, also überhaupt in stark belasteten Netzen, denn in solchen Fällen sind die Schalteinheiten (vergl. § 75), also die Grössen der Belastungsschwankungen relativ zu den Speiseströmen natürlich kleiner, als wenn die Speiseströme selbst klein sind; die praktisch vorkommenden Spannungsschwankungen werden also im ersten Falle bei gleichem ϵ_s im allgemeinen kleiner, oder es darf umgekehrt ein grösserer Verlust ϵ_s zugelassen werden, wenn man dieselbe Elastizität verlangt. Die Teilung des angenommenen Spannungsverlustes auf die gemeinsame Sammelleitung und die Einzelleitungen geschieht, wie es in § 109 durchgeführt ist, am besten nach der Forderung geringsten Kupferverbrauches.

Werden die Speiseleitungen nach diesen Festsetzungen berechnet, so kann es vorkommen, dass in vielen kurzen Leitungen die zulässige Stromdichte überschritten wird; man nimmt dann den Spannungsverlust kleiner an und berechnet die Leitungen von neuem. Kommt es andererseits vor, dass viele Leitungen zu fernen Speisepunkten übermässig stark werden, so muss der Spannungsverlust ϵ_s vergrössert und die hierdurch verminderte Elastizität durch Verstärkung der Ausgleichleitungen später wieder erhöht werden. Ist die Stromdichte nur in einer oder einigen Speiseleitungen zu hoch, so ist nach § 97 für diese der Querschnitt mit Rücksicht auf Erwärmung zu bestimmen und der hierdurch zu klein gewordene Spannungsverlust durch einen in der Zentrale dauernd in diese Leitung einzuschaltenden Vorschaltwiderstand auf den normalen Betrag ϵ_s zu ergänzen. Speiseleitungen, deren Ströme starken Schwankungen unterworfen sind, kann man an regulierbare Widerstände anschliessen, doch sind solche Widerstände nicht beliebt, da automatische Regulierungen nicht zuverlässig sind und die Regulierung von Hand viel Bedienung erfordert.

Nicht selten dagegen wendet man, wenn die Zentralen mit Akkumulatorenbatterien ausgestattet werden sollen, gruppenweise Regulierung durch Zellschalter an. Sämtliche Speiseleitungen werden zu diesem Zwecke in einige, etwa zwei bis vier, Gruppen eingeteilt, und jede Gruppe an einen besonderen Entladeschlitten des Zellschalters angeschlossen, so dass die Speisepunktspannungen dieser Gruppen unabhängig von einander reguliert werden können. In diesem Falle dürfen für die einzelnen Gruppen bei der Berechnung der Speiseleitungen verschiedene Spannungsverluste angenommen werden, und der Ausgleich im Netze darf zwischen den zu verschiedenen Gruppen gehörigen Speisepunkten verhältnismässig gering sein.

Die durch die Berechnung für die Speiseleitungen ermittelten Querschnitte müssen mit ziemlicher Genauigkeit innegehalten werden, viel genauer, als es bei den Verteilungsleitungen nötig war, denn andernfalls ist die Bedingung gleicher Spannung an allen Speisepunkten während der maximalen Belastung des Netzes nicht erfüllt.

Bei der Prüfung der Speiseleitungen auf Stromdichte hüte man sich, bis an die Grenzen des Erlaubten heranzugehen, verfolge vielmehr den Grundsatz, dass sich eine Speiseleitung auch dann noch nicht übermässig erwärmen darf, wenn eine Nachbarleitung betriebsunfähig wird.

118. Die Berechnung der Ausgleichleitungen. Das nunmehr in allen Teilen berechnete Netz bedarf jetzt nur noch der Ergänzungen, die durch die Forderung eines guten Ausgleichs nötig werden, soweit diese Forderung nicht schon während der erledigten Berechnungen berücksichtigt wurden.

Nach § 102 benutzt man zu Ausgleichleitungen die kürzesten Verbindungsleitungen zwischen den Speisepunkten. Diese Leitungen denkt man sich zusammen mit den beiden oder den drei zugehörigen Speiseleitungen nach der in den Figuren 94 und 95 gezeichneten Weise vom Netze losgelöst und kontrolliert den Ausgleich in der in § 103 bis § 105 ausführlich geschilderten Weise. Ueber die Neuberechnung auf Ausgleich und die dabei zu Grunde zu legenden Werte ist an derselben Stelle das Erforderliche besprochen. Bei praktischen Berechnungen darf man sich aber noch den Umstand zu nutze machen, dass diejenigen Verteilungsleitungen, die die beiden oder drei betrachteten Speisepunkte auf Umwegen mit einander verbinden, auch etwas zum Ausgleich beitragen. Man kann diese Thatsache in der Rechnung dadurch berücksichtigen, dass man bei der Kontrolle der Verbindungsleitung auf Ausgleich nicht den Querschnitt dieser Leitung, sondern einen etwas grösseren Querschnitt einführt. Ist z. B. die Länge der Verbindungsleitung L_a , die einer andern Verteilungsleitung zwischen denselben Speisepunkten L_b und deren Querschnitt Q_b , wobei $L_b > L_a$, so darf der Querschnitt der ersten Leitung Q_a um einen Querschnitt Q'_b vergrössert gedacht werden, den die zweite Leitung besitzen würde, wenn sie bei gleichem Widerstande R_b die Länge L_a besässe. Es ist also

$$Q'_b = \frac{L_a}{L_b} \cdot Q_b,$$

und in die Rechnung auf Ausgleich darf an Stelle des Querschnittes Q_a der Querschnitt $Q_a + Q'_b$ eingeführt werden.

Muss wegen des Ausgleichs die Verbindungsleitung von zwei Speisepunkten, z. B. die Leitung $Vfe II$ in Fig. 86, verstärkt werden, so steigt natürlich die Spannung an den Punkten f und e , von denen andere Leitungen, wie fg , eg u. a., abzweigt sind, und der Querschnitt dieser letzteren kann deshalb verringert werden. Dieser Umstand ist geeignet, die Feststellung der Querschnittsverhältnisse, die nach § 116 der Netzberechnung vorausgehen muss, zu erleichtern; denn man kann nach dieser Erkenntnis die direktesten Verbindungsleitungen der Speisepunkte als das Gerippe des Leitungsnetzes ansehen, das besonders starke Querschnitte enthält und das bei der ersten Ueberschlagsrechnung für sich berechnet werden kann. Auf die abzweigenden Leitungen ist dann der noch zur Verfügung stehende Spannungsverlust zu verteilen.

Durch diese Anschauungsweise ist also eine Grundlage für die Verteilung des Spannungsverlustes auf die einzelnen Verteilungsleitungen und eine bequeme Unterlage für die Wahl der Querschnittsverhältnisse gewonnen.

119. Der Belastungsfaktor. Alle Berechnungen sind bisher unter Annahme der Leitungsströme ausgeführt worden, die sich aus den eingeschriebenen maximalen Belastungen ergeben. Es ist nun zweifellos, dass das Netz niemals diesen ganzen Effekt, der den angeschlossenen Nutzwiderständen entspricht, wird zu leisten haben. Erfahrungsmässig beträgt die Gesamtleistung in den Tagen und Stunden der grössten Belastung, je nach der Grösse und dem Charakter des Ortes, etwa 50 % bis höchstens 80 % der eingeschriebenen Belastung, und es wird deshalb offenbar niemals der Spannungsverlust eintreten, der den Berechnungen zu Grunde gelegt wurde. Das Netz leistet also thatsächlich mehr als verlangt wurde und ist unnötig teuer.

Man kann diesem Umstande dadurch Rechnung tragen, dass man die berechneten Querschnitte mit der angegebenen Verhältniszahl von 0,5 bis 0,8, dem Belastungsfaktor, multipliziert, oder indem man von vornherein eine geringere Belastung oder einen höheren Spannungsverlust zugrunde legt; einem Belastungsfaktor 0,6 würde z. B. der Spannungsverlust 3,3 % entsprechen, wenn vorher 2 % für zulässig erachtet waren.

Es ist hierbei aber zu berücksichtigen, dass der Belastungsfaktor nicht in allen Punkten des Netzes dieselbe Grösse hat. Dienen z. B. die angeschlossenen Nutzwiderstände in einer Strasse hauptsächlich zur Beleuchtung von Verkaufsläden, so wird der Belastungsfaktor hier sehr gross sein, denn zur Zeit des maximalen Konsums, nämlich in der zweiten Hälfte des Dezember, ist gerade

der Bedarf an Strom für den bezeichneten Zweck sehr gross. Zu gleicher Zeit ist aber ausserdem auch der Spannungsverlust in den Leitungen der Hausinstallationen sehr gross. Diese Thatsachen müssen bei der Berechnung ins Auge gefasst und durch Vergrösserung des Belastungsfaktors oder durch Verminderung des Spannungsverlustes an Stellen von dem geschilderten Charakter berücksichtigt werden.

120. Netzberechnungen ohne genaue Unterlagen. Es ist nicht selten, dass Projekte eingefordert werden, ohne dass genaue Unterlagen für eine Netzberechnung gemacht werden können, oder dass der Charakter des Projektes — es handelt sich vielleicht um ein vorläufiges Projekt, aus dem nur ungefähr die Kosten der beabsichtigten Anlage ermittelt werden sollen — eine Angabe von genauen Zahlen nicht verlangt. In solchen Fällen begnügt man sich mit der Annahme von Werten, die nach praktischen Erfahrungen an ähnlichen, ausgeführten Anlagen für den vorliegenden Fall am wahrscheinlichsten sind. Man pflegt hierbei die Belastung bezogen auf 1 m der Strassenfront anzugeben, die sich in der Regel, je nach dem Charakter der Strasse, ungefähr innerhalb der Grenzen von 20 bis 80 Watt hält. Diese Zahlen haben allerdings nur einen beschränkten Wert, die thatsächliche Belastung kann diese Grenzen sowohl nach unten als nach oben (bis auf etwa 200 Watt) überschreiten*).

Bei solchen Angaben tritt die in § 65 angegebene Berechnungsmethode in Kraft, und zwar in der Weise, dass man nach der Fertigstellung des Netzentwurfes die Verteilungsleitungen jedesmal mitten zwischen zwei Kreuzungspunkten mit einer Stromstärke belastet denkt, die gleich der Hälfte des gesamten Belastungsstromes zwischen diesen Punkten ist; vergl. die Rechnung in § 111.

Die Thatsache, dass das Leitungsnetz für eine Stadtzentrale nach einigen Jahren gewöhnlich erweitert werden muss, muss bei dem Entwurfe des Netzes berücksichtigt werden. Das geschieht in der Regel dadurch, dass man einen ersten und einen zweiten Ausbau der Anlage annimmt und das Netz für den zweiten Ausbau, bei dem auch weniger verkehrsreiche Strassen in das Verteilungsgebiet einbezogen sind, berechnet. Das Netz des ersten Ausbaues bildet dann den Teil des so berechneten Netzes, für den Anschlüsse bereits angemeldet oder in der nächsten Zeit zu erwarten sind.

*) Ueber die Ermittlung der zu erwartenden Belastung eines Netzes macht Oskar v. Miller in seinem Buche über die Versorgung der Städte mit Elektrizität, Darmstadt 1896, nähere Angaben.

121. Die Elastizität der Leitungsnetze. Leitungsnetze besitzen, wie schon in § 102 erwähnt, keine vollkommene Elastizität, da in den Speiseleitungen der Spannungsverlust den hiernach zulässigen Betrag wesentlich zu übersteigen pflegt. Aber auch von den Speisepunkten ab ist die Elastizität nicht gewahrt, denn zu den Verlusten in den Verteilungsleitungen treten die Verluste in den Hausleitungen. Sind beide zu 2% angenommen, so beträgt der maximale Gesamtverlust 4%, und innerhalb dieser Grenzen kann die Spannung an den Nutzwiderständen schwanken, selbst wenn die Spannung an den Speisepunkten dauernd konstant ist.

Dieser verhältnismässig hohe Gesamtverlust hat sich aber praktisch als zulässig erwiesen, und das ist dadurch zu erklären, dass der Gesamtstrom in einer Verteilungsleitung im Verhältnis zu einer Schalteinheit (vergl. § 75) sehr gross ist, so dass die Spannungsschwankungen nur sehr allmählich erfolgen. In den Vorschriften vieler Zentralen ist die maximal zulässige Schalteinheit auf einen bestimmten Betrag, z. B. 50 Amp, festgesetzt.

Weniger zulässig ist der Anschluss von Motoren an ein Leitungsnetz, das vornehmlich der Beleuchtung durch Glühlicht dienen soll, da die Motoren infolge ihres grossen Anlassstromes starke Spannungsschwankungen hervorrufen. Sowenig auch kleine Motoren in dieser Beziehung schaden, besonders wenn durch genügend grosse und vielstufige Anlasswiderstände die Stromänderung beim Anlassen verlangsamt und vermindert wird, sowenig gelingt es andererseits den Einfluss grosser Motoren auf ähnliche Weise vollständig aufzuheben, und in manchem Elektrizitätswerke machen sich die grossen Motoren, die in den letzten Jahren mehr und mehr angeschlossen wurden, sehr störend bemerkbar. Durch die Berechnung der Leitungen den störenden Einfluss der Motoren zu beseitigen, ist unmöglich, denn einerseits würden die Netze hierdurch zu teuer, andererseits hängt der Einfluss zu sehr von der Geschwindigkeit beim Einschalten des Anlasswiderstandes ab, sodass Störungen selbst in einem Netze mit sehr kleinen Verlusten nicht völlig ausgeschlossen sein würden. Vielleicht wird im Laufe der Zeit, wenn das Bedürfnis nach grossen Motoren wächst, die Anlage besonderer Leitungsnetze für die Kraftverteilung erforderlich.

122. Schlussbemerkung. Die Betrachtungen der vorangegangenen Paragraphen lehren, wie die Berechnung eines Leitungsnetzes vielfach darin besteht, durch mancherlei Rechnungen und Umrechnungen zu probieren, auf welche Weise man allen gestellten Bedingungen am besten genügen kann. Der Geübtere wird sich von diesen einzelnen Rechnungen mehr und mehr frei machen und

schon bei dem Entwerfen des Netzes den später zu beachtenden Forderungen Rechnung tragen. Die behandelten Rechnungsmethoden verlieren für ihn vielfach an praktischem Wert, wenn es sich darum handelt ein Netz vorauszuberechnen, aber erst durch die Betrachtung dieser Methoden konnte der Einblick in die Wirkungsweise eines Leitungsnetzes in seinen einzelnen Teilen und als Ganzes gewonnen werden, der die Befähigung zur freieren Behandlung der Probleme gewährte.

Ein gutes Leitungsnetz gleicht einem Kunstwerk, das um so vollkommener ist, je mehr es der Künstler verstanden hat, alles nebeneinander zu sehen, was der Ungeübte nur langsam voranschreitend erblicken und berücksichtigen konnte.

V. Rechnungen an fertigen Leitungsnetzen.

123. Die Beurteilung projektierter Netze. Zu besonderer Bedeutung gelangen die Rechnungen zur Bestimmung der Stromverteilung*), wenn es sich darum handelt, ein im Projekte fertiges Netz auf seinen Wert zu prüfen, etwa in dem Falle, dass Projekte, die von verschiedenen Firmen auf gleicher Grundlage ausgearbeitet wurden, mit einander verglichen werden sollen. Der technische Wert der Netze ist dann — gleiche Vollkommenheit in der Ausführung vorausgesetzt — wesentlich nach ihrer Elastizität und der Stromdichte in den einzelnen Leitungen zu beurteilen. Die Prüfung auf Elastizität zerfällt in eine Berechnung des Spannungsverlustes unter Annahme gleicher Spannung an den Speisepunkten und eine Prüfung auf Ausgleich unter Zugrundelegung gewisser Schwankungen in der Belastung der Speisepunkte. Beiden Untersuchungen muss die Bestimmung der Stromverteilung vorausgehen. Da nun für die Berechnung der Netze genaue Unterlagen gegeben waren, so ist es jetzt auch am Platze, die Bestimmung der Stromverteilung im Netze genau vorzunehmen, annähernd mit dem

*) Ausser durch Rechnung kann die Stromverteilung auch durch Messung an einem Modell bestimmt werden. Das ganze Leitungsnetz mit den Speiseleitungen wird zu diesem Zwecke durch Widerstände nachgebildet, die ein bestimmtes Vielfache, etwa das Hundertfache der Leitungs- und Nutzwiderstände darstellen. Der Spannungsverlust kann dann mit Hilfe eines Spannungsmessers von hohem Widerstande direkt gemessen werden. Dieses Verfahren wurde in den achtziger Jahren, als die ersten Zentralen gebaut wurden, ziemlich viel angewendet, ist aber mit der Ausbildung der rechnerischen Methoden durch diese verdrängt worden. Eine interessante graphische Methode bringt J. Herzog in der *ETZ* 1893, S. 10.

Grade der Genauigkeit, der in den Beispielen des § 91 erzielt ist. Dasselbe gilt von der hierauf vorzunehmenden Prüfung auf Ausgleich, die sehr sorgfältig erfolgen muss, wenn die Netze richtig beurteilt werden sollen. Bei der Untersuchung auf Stromdichte kann man sich dagegen sehr häufig mit Stichrechnungen nach § 98 begnügen, da die Stromdichte bei elastischen Leitungsnetzen im allgemeinen sehr klein ist.

124. Dauernde Prüfung im Betriebe befindlicher Netze. Für die Verwaltung von Elektrizitätswerken erwächst die Aufgabe, das Leitungsnetz in Bezug auf Elastizität und Stromdichte unter dauernder Kontrolle zu halten, so dass die Leistungsfähigkeit des Netzes in beiderlei Hinsicht stets bekannt ist, wie sich auch mit der Zeit die Belastung ändern mag. Die Unterlagen sind in diesem Falle nicht so genau, wie im Falle des vorigen Paragraphen, da wohl die installierte, nicht aber die tatsächliche Belastung zur Zeit der maximalen Beanspruchung — denn um diese handelt es sich fast ausschliesslich — bekannt ist.

Jedoch lässt sich die letztere aus der ersteren genau genug schätzen, dass auch in diesem Falle eine ebenso sorgfältige Bestimmung der Stromverteilung gerechtfertigt ist, wie bei der Prüfung projektierter Netze; die Abschätzung der tatsächlichen Belastung wird in einigen Zentralen durch Messung der einzelnen Speiseströme unterstützt.

Die Umständlichkeit der genauen Bestimmung etwa zu scheuen, ist hier um so weniger am Platze, als die Rechnungen sehr leicht so eingerichtet werden können, dass sie von bleibendem Werte für die Ueberwachung der Anlage sind.

Eine besondere Beachtung verdient der Umstand, dass die Spannungen an den einzelnen Speisepunkten während des Betriebes beobachtet werden können. Diese Beobachtung macht eine Berechnung auf Ausgleich unnötig, andererseits muss sie einen Einfluss auf die Bestimmung der Stromverteilung ausüben, denn es ist nötig, die beobachteten Werte der Speisepunktsspannungen bei der Rechnung zu berücksichtigen. Das geschieht auf folgende Weise:

Das Gleichungssystem (48) auf Seite 137 ändert sich jetzt durch Annahme verschiedener Spannungen E_I , E_{II} und E_{III} an den Speisepunkten in der Weise, dass E_0 in der ersten Gleichung durch E_I , in der zweiten durch E_{II} u. s. f. ersetzt ist. Addiert man zu diesen drei Gleichungen, wie es an der citierten Stelle geschehen ist, drei identische Gleichungen, in denen jedes Glied den Faktor E_I (also nicht etwa in der zweiten Gleichung E_{II} u. s. f.)

anstelle des dort gebrauchten E_o enthält, so ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\left. \begin{aligned} + \epsilon_{Ia} \sum_a \frac{1}{R} - \frac{\epsilon_{Ib}}{R_{ab}} & - \frac{\epsilon_{Ic}}{R_{ac}} - J_a & = 0 \\ - \frac{\epsilon_{Ia}}{R_{ab}} + \epsilon_{Ib} \sum_b \frac{1}{R} - \frac{\epsilon_{Ic}}{R_{bc}} & - J_b - \frac{\epsilon_{I II}}{R_{b II}} = 0 \\ - \frac{\epsilon_{Ia}}{R_{ac}} - \frac{\epsilon_{Ib}}{R_{bc}} + \epsilon_{Ic} \sum_c \frac{1}{R} - J_c & - \frac{\epsilon_{I III}}{R_{c III}} = 0 \end{aligned} \right\} (106)$$

Es bedeutet hierin ϵ_{Ia} den Spannungsunterschied zwischen den Spannungen E_I und E_a , $\epsilon_{I II}$ den Unterschied zwischen E_I und E_{II} u. s. f., und zwar ist ϵ_{Ia} positiv, wenn $E_I > E_a$ ist. Das Ergebnis hätte sich übrigens auch ohne Rechnung, einfach durch Anwendung des Satzes von der Superposition der Klemmenspannungen ableiten lassen. — Die letzten Glieder der zweiten und dritten Gleichung lassen sich aus den beobachteten Speisepunktsspannungen berechnen; sie treten in der Rechnung genau so auf, als ob die Knotenpunktbelastungen J_b und J_c um ihren Betrag erhöht oder vermindert wären, je nachdem $\epsilon_{I II}$ u. s. f. positiv oder negativ ist. Nunmehr kann die Rechnung genau nach dem früher (§ 87 u. f.) angegebenen Verfahren vorgenommen werden.

Die Seidelsche Methode gestattet, die Stromverteilung sehr bequem für beliebige Knotenpunktbelastungen zu berechnen; die für den einen Fall ermittelten Unbekannten können als erste Näherungswerte für die nächste Gleichungslösung mit anderen Belastungen angenommen werden. Um aber eine neue Auflösung des Systemes für neue Belastungen zu vermeiden, empfiehlt es sich, folgendes Verfahren einzuschlagen: Man bestimmt die Stromverteilung unter der Annahme, dass jedesmal nur ein Knotenpunkt mit einer Stromstärke von 100 Amp belastet sei — die Rechnung ist also sovielmals durchzuführen, als Knotenpunkte vorhanden sind — und stellt in einer Tabelle die Ströme zusammen, die die einzelnen Leitungen jeweils zu führen haben; die Stromrichtung ist hierbei positiv in der Richtung der Leitungsbezeichnung ($a b$, $b c$, u. s. f.) anzunehmen. Will man aus dieser Tabelle die Stromverteilung entnehmen, die sich ergeben würde, wenn alle Knotenpunkte gleichzeitig mit je 100 Amp belastet wären, so hat man die Leitungsströme der Einzelfälle sämtlich algebraisch zu addieren. Soll dagegen die Belastung eines Knotenpunktes etwa nur 70 Amp betragen, so sind die Leitungsströme, die sich für seine Einzelbelastung mit 100 Amp ergeben hatten, zuerst mit 0,7 zu multiplizieren und dann mit den übrigen, die, wenn nötig, ebenfalls durch Multiplikation mit einem Faktor geändert sind, zu addieren.

Beispiel. Für das auf Seite 148 behandelte Beispiel ergibt sich folgende, mit übermässiger Genauigkeit berechnete Tabelle:

Tabelle der Leitungsströme unter der Annahme, dass die einzelnen Knotenpunkte mit 100 Amp belastet seien.

Belastet ist Knotenpunkt	Leitungsströme in Amp in der Leitung					
	<i>Ia</i>	<i>IIb</i>	<i>IIIc</i>	<i>ab</i>	<i>bc</i>	<i>ca</i>
<i>a</i>	+ 67,04	+ 12,68	+ 20,28	- 12,98	- 0,30	+ 19,98
<i>b</i>	+ 30,40	+ 43,71	+ 25,91	+ 26,34	- 29,96	- 4,05
<i>c</i>	+ 29,72	+ 15,84	+ 54,44	+ 2,92	+ 18,76	- 26,80
<i>a, b, c</i> gleichzeitig	+127,16	+ 72,23	+100,63	+ 16,28	- 11,5	- 10,87

Will man die Stromverteilung für die in Fig. 84, Seite 148, dargestellte Belastung feststellen, so ist die erste Zeile der Tabelle mit 0,8, die zweite mit 0,2, und die dritte mit 0,65 zu multiplizieren; es ergeben sich dann die Leitungsströme

Belastet ist Knotenpunkt	<i>Ia</i>	<i>IIb</i>	<i>IIIc</i>	<i>ab</i>	<i>bc</i>	<i>ca</i>
<i>a</i>	+ 53,63	+ 10,14	+ 16,22	- 10,38	- 0,24	+ 15,98
<i>b</i>	+ 6,08	+ 8,74	+ 5,18	+ 5,27	- 5,99	- 0,81
<i>c</i>	+ 19,32	+ 10,3	+ 35,39	+ 1,90	+ 12,19	- 17,42
<i>a, b, c</i> gleichzeitig	+ 79,03	+ 29,18	+ 56,79	- 3,21	+ 5,96	- 2,25

Das in der letzten Zeile erhaltene Ergebnis stimmt mit der in Fig. 85 angegebenen Stromverteilung hinreichend genau überein.

Um die Verschiedenheit der Spannungen an den Speisepunkten zu berücksichtigen, kann man in ähnlicher Weise Tabellen zusammenstellen, die für Spannungsunterschiede zwischen einem bestimmten und allen andern Speisepunkten etwa von 1 Volt berechnet sind, doch kann man diese Tabelle sparen, wenn man, wie oben [vergl. auch Gleichung (106)] angegeben ist, den Einfluss

der Spannungsverschiedenheit durch eine Aenderung in der Belastung der den Speisepunkten benachbarten Knotenpunkte ausgedrückt. Die Spannungsverluste an den einzelnen Knotenpunkten, die zur Aufstellung der obigen Stromtabellen bekannt waren, können schliesslich ebenfalls ganz ähnlich wie oben die Leitungsströme tabellarisch zusammengestellt werden. Dass man zum Schlusse stets von der Knotenpunktblastung auf die wahre Belastung der einzelnen Leitungen zurückgehen muss, ist selbstverständlich; vergl. § 89, 2.

125. Ergänzungen und Erweiterungen im Betriebe befindlicher Netze.

Ueber die wichtigsten Ergänzungen und Erweiterungen, die bei einem verlegten Netze im Laufe der Zeit durch Anwachsen des Bedürfnisses nach elektrischer Energie nötig werden, und über ihre rechnerische Behandlung soll hier ein kurzer Ueberblick gewährt werden. Die Ueberlegungen gelten der Hauptsache nach auch für die Behandlung von Aenderungen an projektierten Netzen.

1. Die Vergrösserung eines Querschnitts. Das Mass einer Querschnittsvergrösserung, die infolge zu hoher Stromdichte oder zu hohen Spannungsverlustes nötig werden kann, ist abzuschätzen und danach die Stromverteilung von neuem zu bestimmen. In dem Gleichungssysteme von der Form der Gleichungen (49) auf Seite 138, die zu der ersten Bestimmung benutzt waren, ändert sich nur ein Wert R . Wenige Durchrechnungen nach der Seidelschen Methode unter Benutzung der früheren Lösungen als erster Annäherungswerte werden die neuen Werte der Unbekannten mit hinreichender Genauigkeit ergeben; vergl. § 93.

2. Die Verlegung einer neuen Leitung zwischen zwei Kreuzungspunkten. Verbindet die neue Leitung zwei unmittelbar benachbarte, also schon direkt verbundene Kreuzungspunkte, so ist die Aufgabe identisch mit der vorigen. Sind die zu verbindenden Punkte aber nicht unmittelbar benachbart, wie z. B. die Punkte b und i in Fig. 86, so tritt, wenn beide Knotenpunkte sind, in die für den einen Punkt (z. B. b) aufgestellte Gleichung ein Glied mit dem Spannungsverlust des andern (z. B. i) ein, und umgekehrt. Die Neurechnung des Gleichungssystems vollzieht sich in derselben einfachen Weise, wie im vorigen Falle. Ist der eine der beiden Punkte ein Speisepunkt, so ändert sich bei Annahme von Spannungsgleichheit an allen Speisepunkten nur die Summe der Leitungsfähigkeiten, die nach Gleichung (49) als Faktor des Spannungsverlustes an dem betrachteten Knotenpunkte auftritt. Bei Ungleichheit der Spannungen tritt gemäss Gleichung (106) ein Glied von bekanntem Werte in die Gleichung des betrachteten Knotenpunktes ein. Es ist möglich, dass durch eine neue Leitung zwei

Bezirke zu einem vereinigt werden, eine Komplikation der Rechnung ist hiermit nicht verbunden (vergl. § 93). Sind beide Punkte, die mit einander verbunden werden, Speisepunkte, so bildet die neue Leitung einen Bezirk für sich.

3. Die Verlegung einer neuen Ausgleichleitung. Aendert sich die Belastung eines Netzes im Laufe der Zeit so, dass die Spannung an einem Speisepunkte sehr niedrig ist, während sie an benachbarten Speisepunkten normal oder höher als normal ist, so muss der Punkt mit einem oder einigen benachbarten Punkten durch neue Ausgleichleitungen verbunden werden. Die Berechnung dieser Leitungen erfolgt genau in der in § 105 und § 106 angegebenen Weise unter Benutzung der dort abgeleiteten Formeln (67) und (78). Die Grössen ϵ'_{II} und ϵ'_{III} stellen jetzt die mit Hilfe der Prüfdrähte thatsächlich beobachteten Spannungsunterschiede zwischen den Speisepunkten dar. Sollen zufällig vorrätige Kabel benutzt werden, so treten in den Gleichungen (67) und (78) die Grössen ϵ_{II} und ϵ_{III} als einzige Unbekannte auf. Sie können also berechnet werden und geben dann an, auf welchen Wert die Spannungsunterschiede durch Verwendung der vorhandenen Kabel herabgedrückt werden können.

VI. Erweiterung des Verteilungsgebietes.

126. Wir sind nunmehr in den Stand gesetzt, ein Leitungsnetz für ein vorliegendes Bedürfnis richtig zu berechnen. Es ist klar, dass ein Netz um so teurer wird, je grösser unter sonst gleichen Verhältnissen das Gebiet ist, auf das ein bestimmter Effekt verteilt werden soll, denn mit Vergrösserung des Verteilungsgebietes wächst sowohl die Länge der Speise- als auch der Verteilungsleitungen oder die Zahl der Speiseleitungen, und es muss daran liegen, die Kosten des Netzes dividirt durch den Gesamteffekt möglichst niedrig zu halten. Viele der vorangegangenen Rechnungen sind schon mit Rücksicht hierauf durchgeführt worden. Aber auch wenn man die Ergebnisse dieser Rechnungen bei der Berechnung des Netzes sorgfältig berücksichtigen würde, würde doch bald eine Grenze erreicht sein, über die hinaus das Verteilungsgebiet nicht mehr vergrössert werden kann, wenn nicht die hohen auf 1 Watt bezogenen Anlagekosten des Netzes eine Rentabilität der Gesamtanlage von vornherein unmöglich machen sollen. Diese Grenze liegt bei Gebieten von etwa 600 m Radius.

Es muss deshalb nach weiteren Mitteln gesucht werden, die die Kosten des Netzes bei gegebenen Verhältnissen verringern oder, was dasselbe ist, das Verteilungsgebiet zu erweitern gestatten. Hierzu bieten sich zwei Mittel.

Die Schaltung mit versetzten Speisepunkten
(Gegenschaltung).

127. Wirkungsweise der Leitungen mit versetzten Speisepunkten.

Wäre das in Fig. 99 skizzierte Leitungsnetz so gezeichnet, dass für die positiven und die negativen Leitungen jedesmal besondere Striche gezogen wären, so würde sofort eine Unzweckmässigkeit der Anlage in die Augen springen, die darin besteht, dass die Speisepunkte des positiven und die des negativen Netzes an homologen Punkten liegen. Denn auf diese Weise muss der Spannungsverlust, wie sich aus Betrachtung der Figuren 34 und 68 ergibt, von den Speisepunkten aus in beiden Leitungen gleichmässig zunehmen, bis er da ein Maximum erreicht, wo er sowohl in der positiven als in der negativen Leitung seinen grössten Wert angenommen hat. Würde man statt dessen den Speisepunkt im negativen Netze mitten zwischen zwei Speisepunkte des positiven Netzes legen, so würde dadurch der maximale Spannungsverlust in den Verteilungsleitungen bedeutend verringert werden, oder es würde umgekehrt bei vorgeschriebenem Maximalverluste entweder der Querschnitt der Verteilungsleitungen kleiner oder bei demselben Querschnitte die Entfernung der Speisepunkte von einander grösser, die Zahl der Speiseleitungen also kleiner werden; die Kosten des Netzes werden somit verringert oder bei gleichen Kosten das Verteilungsgebiet erweitert. Ein genaueres Bild ergeben folgende Betrachtungen:

Erster Fall. Die Leitungen seien auf konstanten Querschnitt berechnet, die Stromentnahme sei auf die Leitung ihrer ganzen Länge nach gleichmässig verteilt. Die Kurve des Spannungsverlustes ist dann nach § 65 eine Parabel von der Gleichung

$$\epsilon_+ = \frac{\Sigma_1}{Q} l \left(1 - \frac{l}{2 \mathcal{L}_m} \right) \varrho, \dots \dots \dots (107)$$

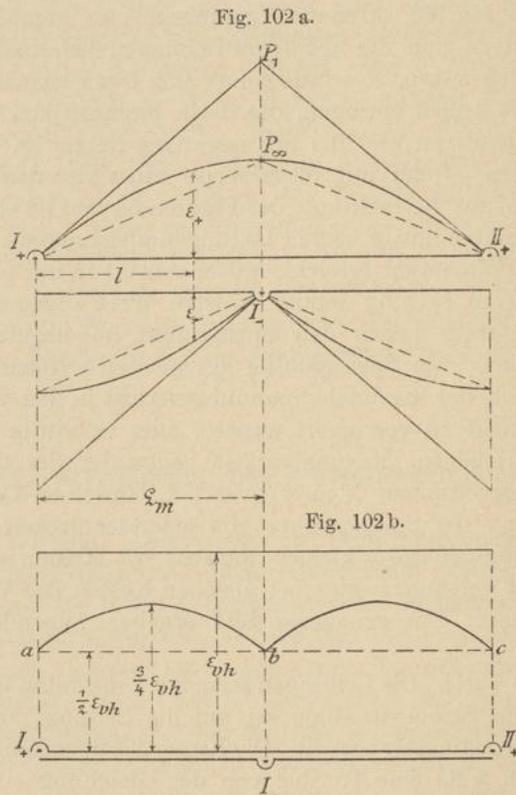
vergl. Gleichung (29) Seite 97. Hierin stellt ϵ_+ den Spannungsverlust in der einen (positiven) Leitung dar, wenn die Entfernung der beiden Speisepunkte von einander = $2 \mathcal{L}_m$ ist. Der maximale Verlust in dieser Leitung, für $l = \mathcal{L}_m$ ist

$$\epsilon_m = \frac{1}{2} \frac{\Sigma_1 \mathcal{L}_m}{Q} \varrho \dots \dots \dots (108)$$

Liegt der negative Speisepunkt dem positiven homolog, so ist der gesamte maximale Verlust

$$\epsilon_{vh} = 2 \epsilon_m = \frac{\beta_1 \varrho_m}{Q} \varrho \dots \dots \dots (109)$$

Wendet man dagegen versetzte Speisepunkte in der in Fig. 102a gezeichneten Weise an, so verändert der maximale Spannungsverlust sowohl seinen Ort als seine Grösse. Es ist nämlich dann in jedem



Punkte der Leitung zu dem aus Gleichung (107) folgenden Spannungsverluste der Spannungsverlust in der negativen Leitung hinzuzuaddieren, der den Wert

$$\epsilon_- = \frac{\beta_1}{Q} (\varrho_m - l) \left(1 - \frac{\varrho_m - l}{2 \varrho_m} \right) \varrho \dots \dots \dots (110)$$

besitzt. Der von I_+ aus gemessene Spannungsverlust wird also dargestellt durch die Gleichung

$$\epsilon_g = \epsilon_+ + \epsilon_- = \frac{\mathfrak{J}_1}{Q} \left[\frac{1}{2} \zeta_m + \frac{l}{\zeta_m} (\zeta_m - l) \right] \varrho \dots (111)$$

Auch diese Gleichung stellt wie die vorige eine Parabel dar, doch liegt jetzt der Scheitel mitten zwischen den beiden versetzten Speisepunkten. Der Scheitelpunkt ist gleichzeitig der Punkt des Maximums, das also für $l = \frac{\zeta_m}{2}$ eintritt (vergl. Fig. 102 b) und den Wert

$$\epsilon_{vg} = \frac{3}{4} \frac{\mathfrak{J}_1 \varrho}{Q}$$

hat. Es ist also

$$\epsilon_{vg} = \frac{3}{4} \epsilon_{vh} \dots \dots \dots (112)$$

Das heisst: Die Entfernung der Speisepunkte von einander darf bei Anwendung der Gegenschaltung im Verhältnis 4:3 vergrössert werden, wenn der maximale Spannungsverlust derselbe wie bei der Schaltung mit homologen Speisepunkten sein soll.

Zweiter Fall. Es werden gleiche Ströme in gleichen Abständen abgezweigt. Der Querschnitt der ganzen Leitung ist konstant.

Wie sich hier die Verhältnisse gestalten, ist nach einem Blick auf Fig. 51 leicht einzusehen. Nimmt man an, dass die dort dargestellten Kurven nur für die eine, die positive Leitung gelten sollen, und denkt sich nun in den verschiedenen Fällen, für $m = 1, = 2$ u. s. f., jedesmal eine genau gleiche Kurve addiert, so erhält man den wahren Spannungsverlust, und das tatsächliche Maximum ist offenbar immer

$$\epsilon_{vh} = 2 \epsilon_m$$

wenn unter ϵ_m die grössten in Fig. 51 erreichten Verluste verstanden werden. Denkt man sich die Figur aber für die Schaltung mit versetzten Speisepunkten gezeichnet, so erhält man Fig. 102 a; in dieser stellen die Parabel $I_+ P_\infty II_+$ und die gebrochene Linie $I_+ P_1 II_+$ die Grenzl意思en dar, zwischen denen alle anderen Kurven liegen müssen, wenn man m von 1 bis ∞ variiert.

Um die Spannungsverluste bei Gegenschaltung und bei homologer Schaltung mit einander vergleichen zu können, ist es besser die gleichen maximalen Spannungsverluste anzunehmen, es gelten dann die Parabel und die punktierte Kurve. Aus Fig. 102 b erkennt man, dass der Spannungsverlust für den Fall, dass die Stromentnahme von den Speisepunkten $I_+ II_+$ u. s. f. und von der Mitte zwischen denselben stattfindet, an allen Punkten gleich ϵ_m ist; es gelten dann in beiden Figuren die punktierten Geraden, und es ist

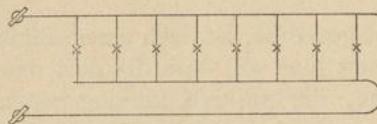
$$\epsilon_{vg} = \frac{1}{2} \epsilon_{vh} \dots \dots \dots (113)$$

Die Speisepunkte dürfen im günstigsten Falle also doppelt so weit von einander entfernt sein, wenn sie gegeneinander versetzt werden. Für den Fall, dass die Zahl der Abzweigstellen grösser wird, bleibt der Spannungsverlust an den positiven und negativen Speisepunkten immer derselbe — die Punkte *a*, *b* und *c* verändern ihren Ort nicht —, dagegen streben alle anderen Punkte von den punktierten Geraden weg zur Parabel.

Die Betrachtung soll uns gleichzeitig lehren, dass für den Fall des gleichen Querschnittes der Spannungsverlust, also auch die Nutzspannung ausschliesslich nur dann auf der ganzen Leitungslänge gleich sein kann, wenn nur von den (versetzten) Speisepunkten und keinem dazwischen liegenden Punkte Strom abgenommen wird.

Hiermit ist eine Anschauung widerlegt, die eine Zeit lang eine gewisse Rolle gespielt hat. In den ersten Jahren der praktischen Elektrotechnik glaubte man einen viel grösseren Wert auf die örtliche als auf die zeitliche Gleichmässigkeit im Leuchten der Glühlampen legen zu müssen, und das Bestreben, alle Lampen mit derselben Spannung brennen zu lassen, führte zu der in Fig. 103 gezeichneten Schaltung, die für einen offenen Leitungsstrang das bedeutet, was die Gegenschaltung der Speisepunkte in Netzen ist. Dass diese Schaltung bei Anwendung gleichen Querschnittes nicht, wie man geglaubt hat, gleiche Nutzspannungen erreichen lässt, ist durch die angestellten Betrachtungen erwiesen.

Fig. 103.



Dritter Fall. Die Gegenschaltung würde in zu günstigem Lichte erscheinen, wenn man nicht den Fall betrachtete, dass in einem Netze mit homologen Speisepunkten nur diese Punkte belastet sind. Die Verteilungsleitungen haben dann nur den Zweck als Ausgleichleitungen zu wirken, und der thatsächliche Spannungsverlust für die Abzweigströme ist $\epsilon_{vh} = 0$. Versetzt man dagegen jetzt die Speisepunkte des einen Netzes, so treten in diesem Spannungsverluste auf und die Leitungen müssen auch mit Rücksicht hierauf dimensioniert werden.

Vierter Fall. Die Stromentnahme sei zunächst wie im ersten Falle völlig gleichmässig verteilt, die Leitung sei aber auf

konstante Stromdichte berechnet. Der Querschnitt ändert sich also mit dem Strome nach dem Gesetze

$$\frac{i}{q} = j,$$

worin j eine Konstante ist. Der Spannungsverlust, der durch die Beziehung

$$\epsilon = \rho \int_0^l \frac{i}{q} dl$$

ausgedrückt ist, ist somit stets proportional der Länge, nämlich $\epsilon = j \cdot l \rho$

Es ist hierbei gleichgültig, ob die Belastung gleichmässig verteilt ist oder nicht; die in jedem einzelnen Leitungsstück vorhandene Proportionalität zwischen Spannungsverlust und Länge setzt sich eben über die Abzweigpunkte hinaus fort (vergl. S. 88), und die Kurven des Spannungsverlustes sind gerade Linien, wenn die Längen als Abscissen aufgetragen werden. Es folgt hieraus ohne Weiteres, dass

$$\epsilon_{vh} = 2 \epsilon_m,$$

dass dagegen

$$\epsilon_{eg} = \epsilon_m = \frac{1}{2} \epsilon_{vh}, \dots \dots \dots (114)$$

und ausserdem, dass die Nutzs Spannungen bei Gegenschaltung an allen Punkten der Leitung gleich gross sind.

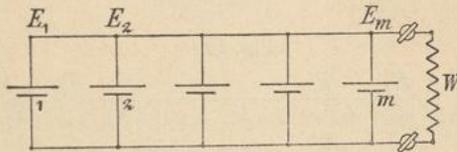
128. Gegenschaltung bei Akkumulatorenbatterien. Der Umstand, dass im vierten Falle des vorigen Paragraphen Gleichheit der Spannungen an allen Punkten nicht nur für den theoretischen Fall gleichmässiger Belastung, sondern unter allen Umständen eintritt, gestattet direkt eine

praktische Verwertung. In Leitungsnetzen selbst spielt, wie schon früher erwähnt, die örtliche Gleichmässigkeit der Nutzs Spannungen keine grosse Rolle, wohl aber lässt sich das Ergebnis

der obigen Rechnung bei der Aufstellung von Akkumulatorenbatterien mit parallel geschalteten Zellen, wie sie in Laboratorien und auch in elektrochemischen Anlagen zeitweise vorkommt, nützlich verwenden.

Für die Lebensdauer von Akkumulatorenbatterien ist es von Bedeutung, dass die einzelnen Zellen stets gleichmässig, d. h. alle mit gleicher Stromstärke entladen und geladen werden. Schaltet man nun die Batterie in der in Fig. 104 gezeichneten Weise, so

Fig. 104.



kann die Entladung unmöglich völlig gleichmässig sein, denn die ersten Zellen sind durch einen grösseren Widerstand geschlossen als die letzten, die dem Widerstande W nahe sind. Eine deutlichere Erklärung liefert folgende Ueberlegung: Alle Zellen haben dieselbe EMK E und denselben inneren Widerstand W_A , der Strom, der die einzelnen Zellen durchfliesst, lässt sich ausdrücken als

$$J_1 = \frac{E - E_1}{W_A}, \quad J_2 = \frac{E - E_2}{W_A} \text{ u. s. f., } \dots \dots \dots (115)$$

wenn unter E_1, E_2 u. s. f. die Klemmenspannungen der einzelnen Zellen verstanden werden.

Zwischen den Anschlusspunkten zweier benachbarten Zellen, z. B. der ersten und zweiten, muss nun bei Anwendung der gewöhnlichen Schaltung notwendigerweise eine Spannungsdifferenz bestehen der Art, dass

$$\epsilon_1 = E_1 - E_2$$

$$\epsilon_2 = E_2 - E_3$$

u. s. f. einen positiven Wert haben, denn es fliesst Strom von der ersten in der Richtung zur zweiten Zelle. Es muss also sein

$$E_1 > E_2 > E_3 \dots \dots > E_m,$$

woraus in Verbindung mit Gleichung (115) folgt, dass

$$J_1 < J_2 < J_3 \dots \dots < J_m \dots \dots \dots (116)$$

Soll umgekehrt die Entladung für alle Zellen dieselbe, also

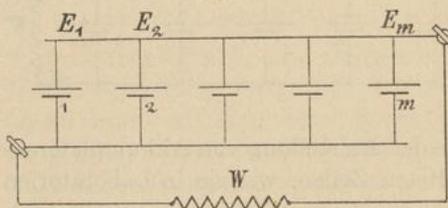
$$J_1 = J_2 = \dots \dots = J_m$$

sein, so muss sein

$$E_1 = E_2 \dots \dots = E_m.$$

Das ist aber nur dann der Fall, wenn die Gegenschaltung dem vierten der behandelten Fälle entsprechend gewählt wird, was

Fig. 105



in Fig. 105 gezeichnet ist. Die Leitungen zwischen den einzelnen Zellen müssen also von den gegeneinander versetzten Hauptklemmen aus proportional der Stromstärke, und da diese der Zellenzahl proportional ist, proportional der Zahl der Zellen abnehmen.

Der Beweis für die Richtigkeit dieser Behauptung deckt sich mit der Betrachtung des vierten Falles, denn es ist ganz gleichgültig, ob an Stelle der dortigen positiven Stromentnahmen jetzt negative, also Stromzuführungen, gesetzt werden und umgekehrt.

denselben konstanten Querschnitt haben. Der Spannungsverlust für den Abzweigstrom J_1 allein auf der positiven Leitung wird dann dargestellt durch die Kurve $I_+ 1_+ 1'_+$. In der negativen Leitung kommt hierzu der Spannungsverlust, der durch die Gerade $I_- 1_-$ dargestellt ist; diese Gerade ist aber gegen die Leitungslinie unter demselben Winkel geneigt wie die Gerade $I_+ 1_+$, denn die die beiden Leitungen durchfliessenden Ströme sind dieselben und die Neigung der Geraden ist $= \arctg \beta_1$. Addiert man nun die Spannungsverluste der negativen zu denen der positiven Leitung, so erkennt man, dass der im Punkte $1'$ erreichte Spannungsverlust (ϵ_1), unter dem der Strom J_1 abfliessen würde, wenn er allein eingeschaltet wäre, gerade so gross ist, als wenn J_1 am Ende der positiven Leitung abzweigt wäre; es ist also

$$(\epsilon_1) = J_1 \frac{\varrho_{m+1}}{Q} \varrho, \dots \dots \dots (117)$$

worin ϱ_{m+1} die einfache Entfernung zwischen den beiden versetzten Speisepunkten bedeutet. Der Index ist hier $m + 1$ genannt, um hervorzuheben, dass zum Unterschiede von früherem jetzt im allgemeinen eine grössere Leitungslänge in die Rechnung einzuführen ist als sie der Entfernung der m ten Abzweigung entspricht.

Ist also nur ein Strom abzweigt, so gewinnt man in Gleichung (117) eine sehr einfache Formel zur Berechnung, denn in diesem Falle ist $(\epsilon_1) = \epsilon_m$ zu setzen und Q kann berechnet werden. Sucht man aber nach dem maximalen Spannungsverluste bei beliebig vielen Abzweigungen (in der Figur ist die Kurve des Spannungsverlustes für zwei Abzweigungen konstruiert), so kommt man auf eine sehr unhandliche Gleichung. Nennt man nämlich den am Speisepunkte I_+ etwa abzweigenden Strom J_o und zählt in den Indices dann von rechts nach links weiter bis zur Abzweigung J_m an einer bestimmten Stelle oder bis J_{m+1} an dem Speisepunkte I_- , so ergiebt die Rechnung, die hier nicht durchgeführt werden soll, als Ausdruck für den Spannungsverlust ϵ_r , unter dem der Strom J_r abfliesst, die Gleichung

$$\epsilon_r = \left\{ \varrho_{m+1} \sum_o^m J_k + \varrho_r \left(\sum_v^{m+1} J_k - \sum_o^v J_k \right) + \sum_o^{r-1} J_k \varrho_k - \sum_{v+1}^m J_k \varrho_k \right\} \frac{\varrho}{Q} \dots \dots (118)$$

Mit Hilfe dieser Formel würde man den Ort des maximalen Spannungsverlustes ermitteln können, indem man die Verluste für verschiedene r berechnet und mit einander vergleicht.

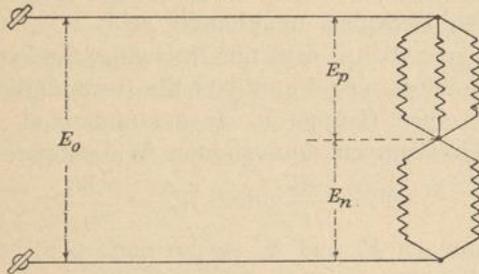
Ein solches Verfahren würde aber in den meisten Fällen viel zu umständlich sein und kann um so weniger empfohlen werden,

als die praktischen Verhältnisse ein Aufschneiden der Leitungen in der vorausgesetzten Weise i. A. nicht gestatten. Es bleibt unter diesen Umständen nichts weiter übrig, als Proberechnungen in folgender Weise anzustellen: Man bestimmt die Stromverteilung unter Annahme eines konstanten Querschnittes oder bekannter Querschnittsverhältnisse in den positiven und negativen Leitungen für sich zwischen je zwei Speisepunkten. Als Punkte des maximalen Spannungsverlustes können im allgemeinen nur wenige Punkte in Frage kommen, unter denen durch Proberechnungen zu entscheiden ist. Danach können die Querschnitte, die im positiven und negativen Netze verschieden sein können, bestimmt werden.

Die Mehrleitersysteme.

130. Die Entstehung der Mehrleitersysteme. Die Formel (25) auf Seite 67, nach der die Länge einer Leitung bei gleichem Effekt, gleichem Querschnitt und gleichem prozentualen Spannungsverlust mit dem Quadrate der Nutzspannung oder Betriebsspannung zu-

Fig. 107.

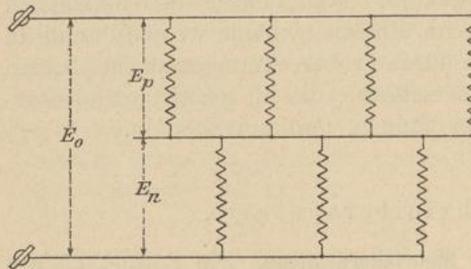


nehmen darf, hatte uns veranlasst, die Spannung so hoch zu wählen als es aus anderen Rücksichten noch zulässig war. Die Grenze war — vergl. § 42 — gezogen durch die Fabrikation der Glühlampen und durch die Spannung an den Klemmen der Bogenlampen. Es fragt sich, ob nicht selbst bei Berücksichtigung der hierdurch gestellten Bedingungen die Betriebsspannung noch weiter erhöht werden kann. Ein Mittel hierzu bietet die gemischte Schaltung der Nutzwiderstände, bei der Gruppen parallel geschalteter Stromempfänger hintereinander geschaltet sind, wie es in Fig. 107 für einfache Effekterübertragung und in Fig. 108 für räumliche Effekterverteilung abgebildet ist. Die mittlere Leitung in Fig. 108 soll Zwischenleitung, Mittelleitung oder Nullleitung genannt werden; die beiden anderen

Leitungen heißen im Gegensatze hierzu Aussenleitungen. Die Indices p, n und z sollen an die Worte positiv, negativ und zwischen erinnern.

Die Betriebsspannung würde durch diese Schaltungen auf das Doppelte, oder bei n hintereinandergeschalteten Gruppen auf das

Fig. 108.



n -fache erhöht werden können. Bestimmt man aber nach dem in § 34 angegebenen Verfahren die Verteilung der Spannung und zwar unter der praktisch notwendigen Annahme, dass die Zahl der in den einzelnen Gruppen parallel geschalteten Nutzwiderstände

beliebig sich ändern darf, so wird man sofort einsehen, dass diese Schaltungen eine praktische Verwendung nicht gestatten, denn es ist die notwendige Bedingung nicht im Entferntesten erfüllt, dass das Funktionieren der einzelnen Stromempfänger von der angeschlossenen Zahl derselben unabhängig sei.

Nimmt man z. B. an, dass nur Nutzwiderstände von gleichem Werte W angeschlossen sind und dass die (veränderliche) Zahl derselben in der einen Gruppe m_p , in der andern m_n sei, so haben die den beiden Gruppen äquivalenten Widerstände die Beträge

$$W_p = \frac{W}{m_p} \text{ und } W_n = \frac{W}{m_n} \dots \dots \dots (119)$$

und die Spannungen E_p und E_n stehen nach § 21, Gleichung (3), im gleichen Verhältnis wie die Widerstände, an deren Klemmen sie gemessen sind; es ist also

$$E_p : E_n = m_n : m_p \dots \dots \dots (120)$$

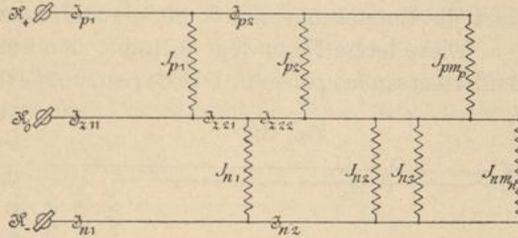
Für Glühlampenbeleuchtung war eine Spannungsänderung von 2% für zulässig erachtet worden; sollten demnach die skizzierten Anlagen für Glühlampen tauglich sein, so müsste die Bedingung erfüllt sein, dass sich auch m_p und m_n um nicht mehr als 2% von einander unterscheiden können; dass diese Bedingung aber immer erfüllt sei, kann praktisch nicht gefordert werden.

Teilt man aber die Betriebsspannung E_0 in so viel gleiche Teile als Gruppen von Nutzwiderständen gebildet sind und zieht von den Teilpunkten zu den Verbindungspunkten der Gruppen oder zu den Zwischenleitungen besondere Leitungen, so ist hierdurch die Möglichkeit gegeben, die Nutzs Spannungen innerhalb der

durch die Bedingung vollkommener Elastizität gezogenen Grenzen zu halten. Durch dieses Verfahren ändert sich Fig. 108 in Fig. 109. Diese Figur stellt das sogenannte Dreileitersystem dar. Teilt man die

Betriebsspannung in vier Teile, so erhält man das Fünfleitersystem. Es liegt theoretisch kein Bedenken vor, die Zahl der Teile beliebig zu vergrößern, doch nur die beiden genannten

Fig. 109.



Systeme sind praktisch ausgeführt worden. Die Zwischenleitungen im Fünfleitersystem sind als positive und negative Zwischenleitung und Nullleitung zu unterscheiden.

131. Die Stromverteilung im Dreileitersystem. Die Stromverteilung in den Aussenleitungen ist genau dieselbe, als ob jeder Leitung für sich eine gleiche Rückleitung gegenüberstände; es gelten die in § 52 aufgestellten Ausdrücke des Satzes von der Superposition der Ströme. Dieser Satz giebt aber auch Aufschluss über die Stromverteilung in der Mittelleitung, denn es ist seine allgemeine Gültigkeit sowohl für positive als negative Abzweigungen, also Stromzu- und -abführungen in allgemeinsten Form bewiesen (vergl. § 90). Als Stromzuführungen treten im vorliegenden Falle alle Ströme der *p*-Hälfte auf; diese sind also negativ einzuführen, und es ergibt sich — siehe Fig. 109 —:

$$\mathfrak{J}_{z11} = \sum_1^{m_n} J_{nu} - \sum_1^{m_p} J_{pu} \text{ u. s. f. (121)}$$

Diese Summen bedeuten aber für sich die Leitungsströme in den ersten Stücken der Aussenleitungen, es ist also

$$\mathfrak{J}_{z11} = \mathfrak{J}_{n1} - \mathfrak{J}_{p1} \text{ (122)}$$

In gleicher Weise ergibt sich

$$\mathfrak{J}_{z21} = \mathfrak{J}_{n1} - \mathfrak{J}_{p2}$$

u. s. f. für jedes beliebige Leitungsstück. Hierdurch ist bewiesen, dass die Zwischenleitung die Differenz der Ströme in den Aussenleitungen zu führen hat. Will man das Vorzeichen mit berücksichtigen und die Richtung von der Klemme fort als positiv bezeichnen, so lautet der Satz:

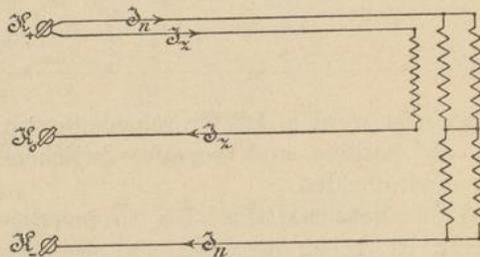
Der Strom in einem Stück der Zwischenleitung ist gleich dem negativen Werte der algebraischen

Summe der Ströme in den gegenüberstehenden Aussenleitungen.

Ein anschauliches Bild von der Wirkungsweise des Dreileiter-systemes liefern die beiden Figuren 110 und 111. Die erste der beiden Figuren zeigt \mathfrak{I}_p als aus $\mathfrak{I}_n + \mathfrak{I}_z$ entstanden, die zweite erklärt die Entstehung von \mathfrak{I}_z als die Differenz $\mathfrak{I}_p - \mathfrak{I}_n$.

Diese letzte Figur legt es nahe, den ausgesprochenen Satz folgendermassen auszulegen: Die Stromverteilung in der Mittelleitung

Fig. 110.



tion aus
eine Leitun
rden F
Beschrei
die Assen
gleichen Qu
leitung eben
Anschlüssen
hat sich d

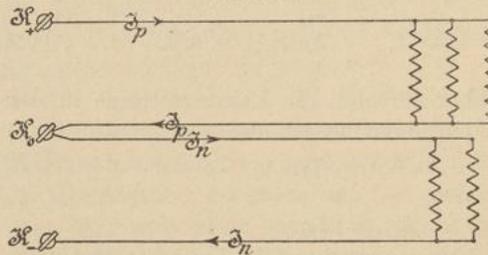
tung eines Dreileiter-systemes entsteht durch einfache Superposition aus den Strömen, die in einer besonderen Rückleitung der p -Hälfte und denen, die in einer besonderen Hinleitung der n -Hälfte fließen würden. Das-

selbe Ergebnis erhält man, wenn man sich die Mittelleitung nicht räumlich geteilt, sondern zeitlich nach einander zuerst als Rückleitung für die p -Hälfte, danach als Hinleitung für die n -Hälfte benützt denkt, und die dann fließenden Ströme algebraisch addiert, also superponiert.

132. Die Spannungsverteilung im Dreileitersystem.

Die Kurve der Spannungsverluste muss für jede der drei Leitungen besonders

Fig. 111.



betrachtet werden. In den Aussenleitungen haben sich die Kurven gegenüber den Kurven eines einfachen Zweileitersystemes zweifellos gar nicht geändert, nur in der Mittelleitung liegen neue Verhältnisse vor; die die Span-

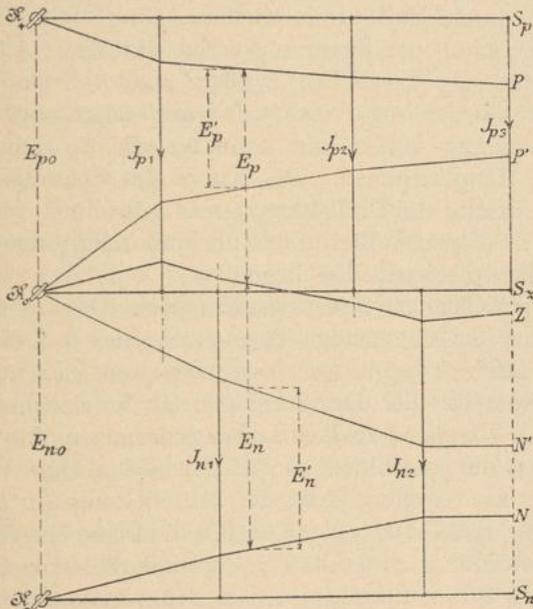
nungsverteilung beeinflussen. Wie sich diese Verhältnisse gestalten, lässt sich mit Hilfe des Satzes von der Superposition der Spannungsverluste sofort übersehen.

Aus diesem Satze, wie er in § 131 ausgesprochen ist, kann ohne weiteres gefolgert werden, dass sich die wahre Kurve des Spannungsverlustes in der Mittelleitung durch einfache Super-

ng bringe
Hälfte d
Ware
Werteleitun
leitung wir
die Ordinat
wären ein
in P_p
wäre
Kurven K
gaben. D

position aus den Kurven ergibt, die man erhalten würde, wenn diese Leitung erst ausschliesslich für die eine, danach für die andere Hälfte des Dreileitersystemes benutzt würde. Die nähere Betrachtung soll auf die Voraussetzung beschränkt werden, dass die Aussenleitungen ihrer ganzen Länge nach und unter einander gleichen Querschnitt haben, und dass der Querschnitt der Mittelleitung ebenfalls konstant sei; dass er aber auch gleich dem der Aussenleitungen sei, wird nicht gefordert. Die Spannungsverteilung lässt sich dann in der in Fig. 112 skizzierten Form zur Anschau-

Fig. 112.



ung bringen; der Querschnitt der Mittelleitung ist hier gleich der Hälfte des Querschnittes der Aussenleitungen angenommen.

Wäre die negative Aussenleitung vollständig stromlos, die Mittelleitung also nur als Rückleitung für die positive Aussenleitung wirksam, so würden sich die Nutzsparnungen wie in Fig. 112 als Ordinatenabschnitte zwischen den Kurven K_+P und K_0P' darstellen; eine Spannung zwischen beliebigen Punkten der Leitungen ist in E'_p eingezeichnet. Diente dagegen die Mittelleitung ausschliesslich für die negative Hälfte des Systemes, so würden die Kurven K_-N und K_0N' , und dementsprechend die Spannung E'_n gelten. Die wahre für die Mittelleitung gültige Kurve ergibt

sich nun durch algebraische Addition der Ordinatenabschnitte von $K_o P'$ und $K_o N'$, welche immer entgegengesetztes Vorzeichen haben. So entsteht die Kurve $K_o Z$, und an den vorhin ins Auge gefassten Punkten treten thatsächlich die Spannungen E_p und E_n auf; diese Spannungen sind demnach für beide Hälften grösser, der wahre Spannungsverlust also kleiner geworden als vorher.

In Fig. 112 sollen folgende Punkte besonders beachtet werden: 1. Der Spannungsverlust, unter dem die Nutzwiderstände funktionieren wird durch Anwendung einer Mittelleitung an Stelle der vorher gedachten einzelnen Leitungen (vergl. Fig. 111) wesentlich verringert. 2. Die Spannungskurve $K_o Z$ kann ein oder mehreremal durch Null hindurchgehen. 3. Durch Wirkung der Mittelleitung kann der Spannungsverlust in einer Aussenleitung nicht nur teilweise ausgeglichen, sondern auch vollständig kompensiert und schliesslich sogar mehr als kompensiert werden, so dass eine Nutzspannung höher sein kann als die Spannung E_{p_0} oder E_{n_0} an den Hauptklemmen. Die Kurve des Spannungsverlustes, die für jede Hälfte des Dreileitersystemes gezeichnet werden kann, würde also in diesem Falle durch Null hindurchgegangen sein und unterhalb der Abscissenachse liegen.

133. Der Einfluss von Belastungsänderungen. Das Dreileitersystem wird, wie aus der einleitenden Betrachtung des § 126 hervorgeht nur bei grossen Anlagen, wie Leitungsnetzen für Städtebeleuchtungen, verwendet. Bei diesen Anlagen ist der einzelne Nutzstrom sehr klein im Vergleich zu dem Leitungsstrom, und es ist deshalb nicht schwer, die Anschlüsse so auf die beiden Hälften des Dreileitersystemes zu verteilen, dass die Mittelleitung im Falle der maximalen Belastung, d. h. der in die Pläne eingeschriebenen und der Berechnung zu Grunde zu legenden Belastung, nur einen sehr geringen Strom führt, und dass demgemäss der Spannungsverlust in jeder Hälfte nur oder fast nur durch den Verlust in der zugehörigen Aussenleitung gebildet wird.

Ändert sich aber die Belastung, so kann diese zwar so gleichmässig in beiden Hälften vor sich gehen, dass auch dann noch die Mittelleitung annähernd stromlos bleibt, sie kann aber auch so erfolgen, dass der Strom in dieser Leitung mehr und mehr zunimmt und schliesslich den überhaupt möglichen grössten Wert erreicht, nämlich dann, wenn die eine Hälfte voll, die andere gar nicht belastet ist. In diesem Grenzfall addiert sich in der voll belasteten, z. B. der positiven Hälfte zu dem Spannungsverluste in der Aussenleitung ϵ_p der in der Mittelleitung auftretende Verlust ϵ_s , der bei gleichem Querschnitte denselben, bei halbem Quer-

schnitte den doppelten Wert wie ϵ_p hat; vergl. Fig. 112, in der $P S_z = 2 P S_p$, also $\epsilon_z = 2 \epsilon_p$ ist. In der negativen, unbelasteten oder ganz schwach belasteten, Hälfte wird gleichzeitig die Spannung um den Betrag ϵ_z erhöht. Wirft sich nun die ganze Belastung von der p -Hälfte auf die n -Hälfte, so tritt umgekehrt in der ersteren eine Spannungserhöhung, in der letzteren eine Spannungserniedrigung von derselben Grösse wie in dem vorigen Falle auf.

Die Grenzen des Spannungsverlustes, unter dem ein Stromempfänger funktionieren kann, sind also

$$\begin{aligned} \text{für } Q_z = Q_p = Q_n \\ \epsilon_{max} = 2 \epsilon_p; \epsilon_{min} = - \epsilon_p; \\ \text{für } Q_z = \frac{1}{2} Q_p = \frac{1}{2} Q_n \\ \epsilon_{max} = 3 \epsilon_p; \epsilon_{min} = - 2 \epsilon_p. \end{aligned}$$

Die Spannungsschwankungen erreichen demnach die Beträge

$$A E = \epsilon_{max} - \epsilon_{min} = 3 \epsilon_p \dots \dots \dots (123)$$

für den ersten, oder

$$A E = \epsilon_{max} - \epsilon_{min} = 5 \epsilon_p \dots \dots \dots (124)$$

für den zweiten Fall; sie sind also ihrem Betrag und ihrem Charakter nach wesentlich verschieden von den Schwankungen, die bei Belastungsänderungen im Zweileitersystem vorkommen können. Während bei diesem der Spannungsverlust ϵ_m , der der Berechnung zu Grunde gelegt war, niemals überschritten werden konnte, die Nutzsparnungen also nur zwischen den Werten E_o und $E_o - \epsilon_m$ schwanken konnten, sind beim Dreileitersystem Schwankungen in viel weiteren Grenzen denkbar, und die Nutzsparnungen können sogar grösser werden als die Betriebsspannung.

134. Grundlagen für die Berechnung der Leitungen im Dreileitersystem. Die Grundlagen für die Berechnung müssen, wenn die Leitungen vollkommen elastisch sein sollen, offenbar die möglichen Spannungsschwankungen bilden.

Von den verschiedenen Berechnungsarten soll nur die praktisch allein wichtige auf konstanten Querschnitt genauer betrachtet werden. Es werde ferner angenommen, dass die Belastung so gleichmässig auf beide Hälften des Systems verteilt ist, dass bei der maximal möglichen Belastung die Mittelleitung vollständig stromlos sei, während die Belastungsschwankungen in den einzelnen Hälften vorläufig in den weitesten Grenzen zugelassen werden sollen. In dem Falle der maximalen Belastung kann das System als ein Zweileitersystem angesehen werden, bei dem die Nutzwiderstände in zwei Gruppen hintereinander geschaltet sind. Die kleinen Differenzströme zwischen je zwei Anschlusspunkten

der Mittelleitung, die natürlich auftreten müssen, werden also vernachlässigt. Die beiden Aussenleitungen erhalten dann nach § 64 am besten denselben Querschnitt; der Querschnitt der Mittelleitung, über dessen Verhältnis zu dem der Aussenleitungen vorläufig noch völlig frei verfügt werden kann, soll ebenso gross oder halb so gross sein.

Könnte man den Spannungsverlust in der Mittelleitung ganz unberücksichtigt lassen, so würde die Rechnung genau der im Zweileitersystem entsprechen, und man hätte im Vergleich zu diesem erstens nur mit dem halben Strome, zweitens mit dem doppelten Spannungsverluste zu rechnen, hätte also den in § 46 behandelten Vorteil der Spannungsverdoppelung ganz erreicht; der dieser Berechnung zu Grunde zu legende Spannungsverlust heisse ϵ_m und werde, wo es nötig ist, als ϵ_{m3} von dem Verluste im Zweileitersystem, ϵ_{m2} , der gleichzeitig den Spannungsverlust für vollkommen elastische Leitungen bezeichnet, unterschieden. Zunächst ist festzustellen, dass

$$\epsilon_{m3} = 2 \epsilon_{m2}$$

sein darf.

Legt man aber der unter Vernachlässigung der Mittelleitung auszuführenden Berechnung diesen Spannungsverlust zu Grunde, so dass in einer Aussenleitung der Verlust $\frac{1}{2} \epsilon_{m3} (= \epsilon_p = \epsilon_n)$ auftritt, so ist die Spannungsschwankung nach Gleichung (123)

$$AE = \frac{3}{2} \epsilon_{m3} = 3 \epsilon_{m2}, \dots \dots \dots (125)$$

also dreimal so gross, als sie für Glühlampen sein dürfte. Es folgt hieraus, dass der Berechnung an Stelle von ϵ_{m3} nur der dritte Teil dieses Verlustes

$$\frac{\epsilon_{m3}}{3} = \frac{2}{3} \epsilon_{m2}$$

zu Grunde gelegt werden darf. Verglichen mit dem Zweileitersystem werden die Aussenleitungen jetzt $\frac{3}{4}$ mal so stark, da der Spannungsverlust $\frac{2}{3}$, die Stromstärke die Hälfte beträgt. Die Mittelleitung hat denselben Querschnitt, die Summe der Querschnitte aller drei Leitungen hat also den relativen Wert

$$3 Q_3 = \frac{9}{4} \quad \text{gegenüber} \quad 2 Q_2 = 2 \dots \dots \dots (126)$$

bei dem Zweileitersystem. Der erhoffte Vorteil der Spannungserhöhung würde also hierbei in das Gegenteil umgeschlagen sein.

Noch ungünstiger liegen die Verhältnisse, wenn man die Mittelleitung halb so stark annimmt wie die Aussenleitungen. Es

darf, unter der Voraussetzung vollkommener Elastizität, dann nur der Verlust $\frac{1}{5} \epsilon_{m3}$ der Berechnung zu Grunde gelegt werden, und es ergibt sich die Querschnittsumme zu

$$2 Q_3 + \frac{Q_3}{2} = \frac{12,5}{4} \quad \text{gegen} \quad 2 Q_2 = 2 \dots \dots (127)$$

Das Eintreten der äussersten Grenzfälle der Belastung ist nun unter allen Umständen unwahrscheinlich, wenn nicht unmöglich, und die Strom- und Spannungsschwankungen werden um so weiter von diesen Grenzen entfernt bleiben, je sorgfältiger die Verteilung der Nutzwiderstände auf die beiden Hälften des Dreileitersystems vorgenommen ist. Die Betrachtungen lehren, dass das Dreileitersystem nur dann vorteilhaft ist, wenn die Belastung sorgfältig auf die beiden Hälften des Systemes verteilt ist, und dass diese Sorgfalt sich nicht nur auf eine gleichmässige Teilung der überhaupt angeschlossenen Stromempfänger erstrecken muss, sondern ganz besonders auch darauf, dass die Stromempfänger in den beiden Hälften gleichen Charakter haben, denn nur dann kann es erreicht werden, dass auch bei beliebiger, etwa halber Belastung die Mittelleitung annähernd stromlos ist. Es würde z. B. ganz verkehrt sein, eine Hausinstallation in der Weise an ein Dreileiternetz anzuschliessen, dass die Lampen in den Wohnräumen, Fluren u. dergl. an die eine, in den Festräumen an die andere Hälfte des Systemes gelegt würden, denn bei dem verschiedenen Charakter der Räume muss es wahrscheinlich sein, dass zu einer bestimmten Zeit die Stromentnahme in der einen Hälfte die in der anderen weit überwiegt, auch wenn bei dem grössten möglichen Stromverbrauch beide Seiten völlig gleich belastet wären.

Ist dies vermieden, so ist der Einfluss der Mittelleitung auf den Spannungsverlust, wie durch die Praxis bewiesen ist, sehr gering, und der mit der Spannungserhöhung angestrebte Vorteil wird, wenn auch infolge der Notwendigkeit einer Mittelleitung nicht im vollen Umfange, erreicht. Da aber diese Voraussetzung erfüllt sein muss, so können die Mehrleitersysteme nicht mehr als vollkommen elastisch angesehen werden, sondern verdienen nur den Namen *bedingt elastischer Leitungen*.

Da nun die Mittelleitung nur dann zur Wirkung kommt, wenn die Belastung in den beiden Hälften des Systemes ungleich ist, also unter Verhältnissen, über die — da die oben betrachteten Grenzfälle als ausgeschlossen anzusehen sind — bestimmte Aussagen gar nicht gemacht werden können, die vielmehr durch rein praktische Umstände bestimmt sind, so fehlt auch eine ge-

naue Unterlage für die Berechnung der Mittelleitung, nämlich die Stromverteilung. Eine exakte Berechnung der Leitungen ist deshalb überhaupt nicht möglich, und es bleibt nur übrig, ein bestimmtes Verhältnis zwischen dem Querschnitt der Mittelleitung Q_z und dem der Aussenleitungen Q_p und Q_n anzunehmen.

135. Wahl des Verhältnisses der Querschnitte im Dreileitersystem.

Die endgültige Beantwortung der Frage nach diesem Verhältnis muss also auf empirischem Wege aus der Praxis gefunden werden, da nur diese über die Grösse der Stromschwankungen Aufschluss geben kann. Eine theoretische Ueberlegung aber kann uns zu Hilfe kommen, die nämlich, die schon früher angedeutet wurde und jetzt in dem Satze präzisiert werden soll: Ist die Schalteinheit dieselbe und die Verteilung auf beide Hälften des Systemes gleich sorgfältig durchgeführt, so kann der Querschnitt der Mittelleitung im Vergleich zu dem der Aussenleitungen da dünner angenommen werden, wo die Stromstärke in den Aussenleitungen grösser ist. Die Richtigkeit dieses Satzes erhellt daraus, dass eine gleichmässige Belastungsschwankung in beiden Seiten des Systemes um so wahrscheinlicher ist, je grösser der Gesamtstrom im Vergleich zur Schalteinheit ist.

Die Praxis hat diesen Satz bestätigt, und sie berücksichtigt ihn dadurch, dass das Verhältnis $Q_z : Q_p$ in den Speiseleitungen eines Netzes kleiner genommen wird als in den Verteilungsleitungen; man setzt nämlich gewöhnlich

$$Q_z = \frac{1}{2} Q_p = \frac{1}{2} Q_n$$

für die Verteilungsleitungen, dagegen

$$Q_z = \frac{1}{2} Q_p, \frac{1}{3} Q_p \text{ bis } \frac{1}{4} Q_p$$

für die Speiseleitungen. In Netzen mit vielen Speisepunkten lässt man auch einige Speiseleitungen ganz ohne Mittelleitung, was aber nicht zu empfehlen ist. Zweckmässig würde es sein, auch in dem Verteilungsnetze einen Unterschied zwischen stark und schwach belasteten Leitungen zu machen und die Mittelleitung der letzteren relativ schwächer zu nehmen als die der ersteren, was neuerdings auch geschieht. Offenbar setzen aber, was nochmals betont werden soll, diese Querschnittsverhältnisse eine sehr sorgfältige Verteilung der Belastung auf beide Hälften des Systemes voraus, wenn man sich nicht mit einem sehr geringen Spannungsverluste in den Aussenleitungen begnügen soll.

136. Die Berechnung der Leitungen. Unter der Voraussetzung dieser genauen Verteilung wählt man den Spannungsverlust, der

der Berechnung zu Grunde gelegt wird, prozentual zur Nutzspannung fast so hoch wie im Zweileitersystem. Lässt man in diesem letzteren 2% zu, so nimmt man für das Dreileitersystem gewöhnlich 1,5% und nimmt an, dass durch diese Verminderung beide Systeme auf gleiche Elastizität gebracht wären. In den Speiseleitungen vermindert man den Verlust etwa von 10% auf 7,5%. Die Rechnung vollzieht sich im Uebrigen genau so wie beim Zweileitersystem, nämlich so, als ob die Mittelleitung nicht vorhanden und jede einzelne Belastung in zwei vollständig gleichen Gruppen hintereinander geschaltet wäre. Die Stromstärke ist dann auf die Hälfte gesunken, der Spannungsverlust im Verhältnis 3:2 gestiegen, der Querschnitt der Aussenleitungen ist demnach den dritten Teil so stark wie beim Zweileitersystem.

137. Die zulässige Belastung der Mittelleitung bei vollkommener Elastizität. Liegt eine nach dem Dreileitersystem ausgeführte Leitung vor, die nur am äussersten Ende belastet ist, so ist durch die Annahme von $\epsilon_{m3} = 1,5\%$ gegenüber dem für vollkommen elastische Leitungen zulässigen $\epsilon_{m2} = 2\%$ und durch Festsetzung der Querschnittsverhältnisse die Belastungsdifferenz in den beiden Hälften des Systemes, also die Belastung der Mittelleitung bestimmt, die eintreten darf, wenn die Spannungsschwankung den zulässigen Betrag nicht überschreiten soll.

Das Verhältnis der absoluten Beträge der beiden Spannungsverluste ist $\epsilon_{m3} : \epsilon_{m2} = 3 : 2$ oder unter Einführung des Verlustes $\epsilon_{mp} = \epsilon_{mn} = \frac{1}{2} \epsilon_{m3}$ in einer Aussenleitung allein

$$\epsilon_{m2} = \frac{4}{3} \epsilon_{mp} = A E, \dots \dots \dots (128)$$

womit die zulässige Spannungsschwankung ausgedrückt ist. Das Verhältnis der Querschnitte sei gegeben durch die Grösse k aus

$$Q_p = k \cdot Q_z$$

Im Falle der maximalen Belastung sei die Mittelleitung, wie früher, stromlos, also $J_{mp} = J_{mn}$. Die gesuchte Belastung der Mittelleitung J_z bei Belastungsschwankungen kann ausgedrückt werden als ein Bruchteil von J_{mp} , nämlich

$$J_z = \gamma J_{mp},$$

dann ist γ die gesuchte Grösse.

Die gesamte Spannungsschwankung setzt sich nun nach § 133 zusammen aus einer Spannungserniedrigung und einer Spannungserhöhung. Die erstere hat den Betrag

$$\frac{J_{mp}^2}{Q_p} q + \frac{\gamma J_{mp}^2}{\frac{Q_p}{k}} q,$$

wenn ϱ die einfache Länge der Leitung ist, und sie wird erreicht, wenn die p -Hälfte des Systemes voll mit J_{mp} belastet ist, während die Belastung der n -Hälfte um den Betrag γJ_{mp} abgenommen hat. Eine Spannungserhöhung tritt ein, wenn nur die n -Hälfte, und zwar mit dem Strome γJ_{mp} belastet ist; sie beträgt

$$\frac{\gamma J_{mp} \varrho}{\frac{Q_p}{k}} e;$$

also insgesamt ist

$$AE = (1 + 2 \gamma k) \frac{J_{mp} \varrho}{Q_p} e \dots \dots \dots (129)$$

Hierin ist aber

$$\frac{J_{mp} \varrho}{Q_p} e = \epsilon_{mp};$$

durch Verbindung von Gleichung (128) mit Gleichung (129) ergibt sich also unter Benutzung der zuletzt genannten Beziehung

$$\gamma = \frac{1}{6k} \dots \dots \dots (130)$$

Ist $Q_p = 2 Q_z$, so ist $\gamma = 1/12$, die Mittelleitung darf also dann bei beliebiger Belastung einer Aussenleitung mit 8,33% des maximalen Aussenstromes belastet sein, ohne dass die zulässige Grenze der Elastizität überschritten würde.

Die Verteilung der Belastung auf die beiden Hälften des Systemes ist also so vorzunehmen, dass im Falle der maximalen Belastung die Belastungsdifferenz 8,33% nicht überschreitet, wenn $Q_p = 2 Q_z$ ist. Ist bei der Verteilung mit der im § 134 geforderten Sorgfalt unter Berücksichtigung des Charakters der einzelnen Anschlussstellen verfahren, so ist die Wahrscheinlichkeit, dass J_z den angegebenen Wert von 8,33% des maximalen Aussenstromes überschreitet, sehr gering, denn je kleiner der Strom in den Aussenleitungen wird, um so grösser wird der Wert von J_z relativ zu den Aussenströmen. Nimmt also die Gesamtbelastung ab, so darf die Differenz in der Belastung der beiden Hälften zunehmen. Nach Erfahrungen der Praxis kann man annehmen, dass das Dreileitersystem unter den angegebenen Verhältnissen im allgemeinen tatsächlich dieselbe Elastizität besitzt wie das Zweileitersystem.

138. Das Fünfleitersystem. Wie man sich das Dreileitersystem aus dem Zweileitersystem dadurch entstanden denken kann, dass man zwei von einander unabhängige Leitungsstränge des letzteren in der Weise mit einander verbindet, dass die positive Leitung des einen mit der negativen des andern vereinigt wird, so kann man von zwei nach dem Dreileitersystem ausgeführten Leitungssträngen

die positive Aussenleitung des einen mit der negativen des anderen zusammenlegen und erhält dann das Fünfleitersystem.

Ueber die Stromverteilung und die Spannungsverteilung gelten genau dieselben Betrachtungen, wie sie in den vorigen Paragraphen für das Dreileitersystem angestellt wurden, doch bedürfen sie noch einer Erweiterung, da jetzt Nutzwiderstände vorkommen, die nur an Zwischenleitungen, nicht auch an eine Aussenleitung, angeschlossen sind, und an den Klemmen dieser Widerstände können die Spannungsschwankungen wesentlich höher werden als an den andern.

Die Verhältnisse lassen sich leicht erläutern, wenn man gleiche Querschnitte in allen fünf Leitungen und nur eine Stromentnahme

Fig. 113.

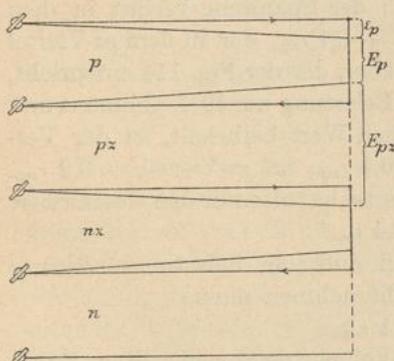
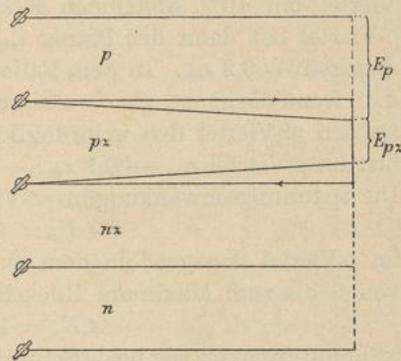


Fig. 114.



am Endpunkte der Leitung annimmt, die zunächst auf alle vier Viertel des Systemes gleichmässig verteilt ist. Lässt man die Belastung jetzt so schwanken, dass ein oder zwei oder drei bestimmte Viertel voll, die andern dagegen gar nicht belastet sind, und lässt man bei diesem Wechsel alle möglichen Kombinationen zu, so tritt der ungünstigste Fall dann ein, wenn einmal das p -Viertel und das nz -Viertel voll, das pz -Viertel dagegen gar nicht belastet ist (vergl. Fig. 113), und wenn das andere Mal das Umgekehrte der Fall ist (vergl. Fig. 114). Die beiden Figuren geben die Spannungsverteilung nach der in Fig. 112 angewendeten Darstellungsweise an und lassen erkennen, dass im Falle gleicher Querschnitte für alle Leitungen die Nutzspannung E_{pz} (und wegen der Symmetrie des Systemes auch E_{nz}) um $4 \varepsilon_p$ schwanken kann, dass also

$$\Delta E_{pz} = \Delta E_{nz} = 4 \varepsilon_p,$$

während

$$\Delta E_p = \Delta E_n = 3 \varepsilon_p$$

wie beim Dreileitersystem bleibt.

Teichmüller, elektrische Leitungen.

Da wir solche extremen Fälle einseitiger Belastung für praktisch ausgeschlossen halten müssen, so muss man die Betrachtung und die Figuren so umdeuten, dass unter den eingezeichneten Kurven nicht die Kurven des wahren, sondern eines Spannungsverlustes zu denken sind, der zu dem Verluste einer auf alle Viertel gleichmässig verteilten Belastung zu superponieren ist; der Spannungsverlust dieser gleichmässigen Belastung tritt also nur in den beiden Aussenleitungen auf.

Nimmt man an, dass die Verschiedenheit in der Belastung der einzelnen Viertel 10% der maximalen betrage und dass der Verlust in den beiden Aussenleitungen bei völlig gleichmässiger, maximaler Belastung gleich $\epsilon_{mp} = \epsilon_{mn}$ sei, so erhält man den der Fig. 113 entsprechenden Fall, wenn man die Belastung in dem pz -Viertel um 10% abnehmen lässt; der Spannungsverlust in dem p -Viertel hat dann den Betrag $\epsilon_{mp} + 0,1 \epsilon_{mp}$, der in dem pz -Viertel dagegen $-0,2 \epsilon_{mp}$. In dem Falle aber, der der Fig. 114 entspricht, d. h. wenn die ganze, gleichmässige Belastung um 10% abnimmt und nur im pz -Viertel den ursprünglichen Wert beibehält, ist der Verlust im p -Viertel $\epsilon_{mp} - 0,1 \epsilon_{mp} - 0,1 \epsilon_{mp}$, im pz -Viertel $+0,2 \epsilon_{mp}$. Die Spannungsschwankung im pz -Viertel hat also nur den Gesamtwert

$$\Delta E_{pz} = 0,4 \epsilon_{mp}$$

im p -Viertel dagegen, in dem man auf eine Belastungsänderung von 0 bis zum Maximum Rücksicht nehmen muss,

$$\Delta E_p = 1,1 \epsilon_{mp},$$

während zweckmässig beide Schwankungen gleich sein sollten. Führt man dieselbe Betrachtung für $Q_{pz} = Q_z = Q_{nz} = 0,5 Q_p = 0,5 Q_n$ durch, so erhält man

$$\Delta E_{pz} = 0,8 \epsilon_{mp}$$

und

$$\Delta E_p = 1,2 \epsilon_{mp},$$

und schliesslich wird für $Q_{pz} = Q_{nz} = 0,5 Q_p$ und $Q_z = 0,25 Q_p$

$$\Delta E_{pz} = 1,2 \epsilon_{mp}$$

und

$$\Delta E_p = 1,2 \epsilon_{mp}$$

} (131)

Es geht hieraus hervor, dass unter der Annahme einer Belastungsverschiedenheit von 10% unter sonst maximaler Belastung die Mittelleitung zweckmässig den vierten Teil, die anderen Zwischenleitungen zweckmässig die Hälfte des Querschnittes der Aussenleitungen erhalten.

Nimmt man dagegen, wie oben in § 136 an, dass der Spannungsverlust zu 1,5% in den Verteilungs- und zu 7,5% in den Speiseleitungen gesetzt wäre, sodass wiederum

$$\varepsilon_{m2} = \frac{4}{3} \varepsilon_{mp},$$

und fragt nach der zulässigen Belastungsverschiedenheit, so bleibt diese für das p - und das n -Viertel offenbar dieselbe wie beim Dreileitersystem, nämlich

$$\gamma_1 = \frac{1}{6 k_1}, \dots \dots \dots (132)$$

für die beiden andern Viertel aber ergibt sich folgendes: Es ist

$$\Delta E_{pz} = \Delta E_{nz} = \frac{2\gamma_2 J_{mp} \varrho}{\frac{Q_p}{k_1}} + \frac{2\gamma_2 J_{mp} \varrho}{\frac{Q_p}{k_2}} \varrho,$$

wenn $Q_p = k_1 Q_{pz}$ und $Q_p = k_2 Q_z$ gesetzt ist. In ähnlicher Weise wie oben folgt hieraus

$$\gamma_2 = \frac{2}{3(k_1 + k_2)} \dots \dots \dots (133)$$

Hierin kann k_2 so gewählt werden, dass $\gamma_1 = \gamma_2$ ist; dann ist nämlich

$$k_2 = 3 k_1. \dots \dots \dots (134)$$

Wenn also die Zwischenleitungen halb so stark gewählt sind wie die Aussenleitungen, so würde es zweckmässig sein, die Mittelleitung den sechsten Teil so stark anzunehmen, da dann alle Viertel gleiche Elastizität besitzen. Die Elastizität ist dann dieselbe wie beim Dreileitersystem, d. h. es können dieselben Belastungsdifferenzen im Vergleich zum maximalen Aussenstrom, nämlich 8,33% auftreten. Hierbei ist aber zu berücksichtigen, dass der Strom in den Aussenleitungen beim Fünfleitersystem im allgemeinen kleiner sein wird, als beim Dreileitersystem, denn die gesamte Stromentnahme wird bei diesem Systeme nur halbiert, bei jenem aber gevierteilt. Infolgedessen sind nach dem in § 135 ausgesprochenen Satze im Fünfleitersysteme grössere Belastungsschwankungen, also auch Belastungsdifferenzen in den Vierteln zu erwarten als beim Dreileitersystem. Man pflegt deshalb das oben angegebene Verhältnis

$$(Q_p = Q_n) : (Q_{pz} = Q_{nz}) : Q_z = 4 : 2 : 1$$

beizubehalten. Bei stark belasteten Speiseleitungen kann, wie oben beim Dreileitersystem, das Verhältnis noch zu Ungunsten der Zwischen- und Mittelleitungen verändert werden.

Die Berechnung bleibt nach Festsetzung des Spannungsverlustes wieder prinzipiell dieselbe wie beim Zwei- und Dreileitersystem.

Die Vergleiche der drei Systeme mit einander, die in den obigen Betrachtungen angestellt wurden, bedürfen noch der Ergänzung. Das Drei- und das Fünfleitersystem waren eingeführt,

damit das Verteilungsgebiet durch die hiermit verbundene Spannungserhöhung erweitert werden könne. Es sollen jetzt Vergleiche angestellt werden, aus denen hervorgeht, wie weit das angestrebte Ziel erreicht ist.

139. Vergleichung der Systeme in Bezug auf den Aufwand von Leitungsmetall. In § 46 ist in Formel (28a) die Abhängigkeit der Leitungslänge von dem Kupferaufwand und der Spannung bei gleichem zu übertragendem Effekt und prozentual gleichem Spannungsverlust angegeben. Setzt man in dieser Formel statt der Leitungslänge die einfache Entfernung ein, die aber (was wohl zu beachten ist) mit demselben Buchstaben L oder l bezeichnet werden soll, so wird daraus für das Zweileitersystem

$$2l = \frac{1}{10} \sqrt{\frac{pM}{\mathfrak{E} \varrho}} \cdot e,$$

wobei wieder die Grössen, die ausdrücklich als Veränderliche bezeichnet werden sollen, durch kleine Buchstaben kenntlich gemacht sind. Für konstante Länge und veränderliche Kupfermenge ist für das Zweileitersystem

$$m_2 = C \cdot \frac{L^2}{e^2}, \dots \dots \dots (135)$$

worin

$$C = \frac{4 \cdot 100 \cdot \mathfrak{E} \varrho}{p}.$$

Diese Gleichung gilt also für den Fall, dass zwei Leitungen vorhanden sind. Für das Drei- oder das Fünfleitersystem drückt die Gleichung (135) nur den Kupferaufwand in den beiden Aussenleitungen aus; es kommen also noch Kupfermengen hinzu, deren Betrag von der Stärke der andern Leitungen abhängt. Die Rechnung soll durchgeführt werden erstens für den Fall, dass im Dreileiter- und im Fünfleitersystem alle drei oder alle fünf Leitungen untereinander gleich sind, und zweitens für den Fall ungleicher Querschnitte, das heisst, dass beim Dreileitersystem das Verhältnis

$$Q_2 : (Q_p = Q_n) = 1 : 2$$

beim Fünfleitersystem das Verhältnis

$$Q_2 : (Q_{ps} = Q_{ns}) : (Q_p = Q_n) = 1 : 2 : 4$$

bestehe. Es soll ferner die Berechnung auf prozentual gleichen Spannungsverlust und die Berechnung auf gleiche Elastizität unterschieden werden.

1. Vergleichung auf der Grundlage procentual gleichen Spannungsverlustes. Sind die Querschnitte gleich, so wird

$$m_3 = 1,5 C \frac{L^2}{e^2} \quad \text{und} \quad m_5 = 2,5 C \frac{L^2}{e^2},$$

sind dagegen die Querschnitte in den oben angegebenen Verhältnissen ungleich, so erhöhen die Zwischenleitungen den Kupferaufwand weniger, nämlich nur auf die Beträge

$$m_3 = 1,25 C \frac{L^2}{e^2} \quad \text{und} \quad m_5 = 1,625 C \frac{L^2}{e^2};$$

alle Zahlen folgen unmittelbar aus den Verhältnissen der Querschnitte.

Jetzt soll die Spannung den Systemen entsprechend variiert, nämlich für das Dreileitersystem verdoppelt, für das Fünfleitersystem vervierfacht werden, dann ergibt sich

$$M_2 = C \frac{L^2}{E_2^2}$$

und

$$M_3 = \frac{1,5}{4} C \frac{L^2}{E_2^2} \quad \text{oder} \quad \frac{1,25}{4} C \frac{L^2}{E_2^2} \quad \dots (136)$$

und

$$M_5 = \frac{2,5}{16} C \frac{L^2}{E_2^2} \quad \text{oder} \quad \frac{1,625}{16} C \frac{L^2}{E_2^2}.$$

Hieraus folgen als die Verhältnisse μ der Kupfermengen zu einander

$$\begin{aligned} \mu_{32} = M_3 : M_2 = 3 : 8 \quad \text{oder} \quad = 5 : 16 \\ \text{und} \\ \mu_{52} = M_5 : M_2 = 5 : 32 \quad \text{oder} \quad = 13 : 128 \end{aligned} \quad \dots (137)$$

2. Vergleichung auf der Grundlage gleicher Elastizität. Unter Gleichheit der Elastizität soll hier die bedingte Gleichheit verstanden werden, die (vergl. § 134) erreicht wird, wenn man für das Drei- und das Fünfleitersystem drei Viertel des für das Zweileitersystem zugelassenen procentualen Spannungsverlustes annimmt, und zwar soll, um die Rechnung nicht weiter zu komplizieren, derselbe Spannungsverlust sowohl bei gleichen als bei ungleichen Querschnitten angenommen werden, obwohl im ersteren Falle dieselbe Elastizität schon mit einem etwas höheren Spannungsverluste erreicht würde. Die Kupfermengen der beiden Mehrleitersysteme wachsen dann im Verhältnis 4 : 3, und man erhält

$$\begin{aligned} \mu'_{32} = 1 : 2 \quad \text{oder} \quad = 5 : 12 \\ \text{und} \\ \mu'_{52} = 5 : 24 \quad \text{oder} \quad = 13 : 96. \end{aligned} \quad \dots (138)$$

Die hierdurch ermittelten Verhältnisse, welche den relativen Kupferaufwand der drei Systeme darstellen, sind übersichtlicher in der folgenden Tabelle gegenübergestellt, in der das Kupfergewicht für das Zweileitersystem gleich 1000 angenommen ist.

Vergleichung der drei Leitungssysteme mit Rücksicht
auf den Aufwand von Leitungsmetall.

	procentual gleicher Spannungsverlust		gleiche Elastizität	
	gleiche Querschnitte	verschiedene Querschnitte	gleiche Querschnitte	verschiedene Querschnitte
Zweileiter	1000	1000	1000	1000
Dreileiter	375	312,5	500	417
Fünfleiter	156	101,5	208	135

140. Vergleichung der bei gleichem Kupferaufwande erreichten Entfernungen. Die Beziehungen zwischen Kupferaufwand und Entfernung sind in den Formeln (136) ausgedrückt. Setzt man in diesen alle M einander gleich, so kann das unter der Annahme gleicher Nutzspannung E_2 nur geschehen, wenn die Entfernungen L sich ändern, nämlich in folgenden Verhältnissen stehen

$$\lambda_{32} = L_3 : L_2 = \sqrt{\frac{8}{3}} \quad \text{oder} \quad = \sqrt{\frac{16}{5}} \quad \left. \begin{array}{l} \text{und} \\ \lambda_{52} = L_5 : L_2 = \sqrt{\frac{32}{5}} \quad \text{oder} \quad = \sqrt{\frac{128}{13}} \end{array} \right\} \dots \dots (139)$$

Sind aber die Leitungen auf (bedingt) gleiche Elastizität berechnet, so waren die Kupfermengen M für die beiden Mehrleiter-systeme jedesmal im Verhältnis 3 : 2 grösser, und es ergeben sich dann die Beziehungen

$$\lambda'_{32} = \sqrt{\frac{2}{1}} \quad \text{oder} \quad = \sqrt{\frac{12}{5}} \quad \left. \begin{array}{l} \text{und} \\ \lambda'_{52} = \sqrt{\frac{24}{5}} \quad \text{oder} \quad = \sqrt{\frac{96}{13}} \end{array} \right\} \dots \dots (140)$$

Die Verhältnisse kommen in der Tabelle auf der folgenden Seite deutlicher zum Ausdruck.

Die hiermit ermittelten Verhältnisse sind durch die Kurven in Fig. 115 ausgedrückt, welche die Abhängigkeit des Kupferaufwandes von der Leitungslänge oder umgekehrt bei den verschiedenen Systemen und unter den verschiedenen Bedingungen angeben. Die Kurven sind berechnet für einen Effekt $\mathcal{C} = 1000$ Watt und einen Spannungsverlust von 2% bei 110 Volt Nutzspannung. Die in der Figur angewendeten Zeichen bedeuten

II = Zweileitersystem, III = Dreileitersystem, V = Fünfleitersystem.

a = gleiche Elastizität, gleiche Querschnitte

b = „ „ ungleiche „

c = proc. gleicher Spannungsverlust, gleiche Querschnitte,

d = „ „ ungleiche „

Vergleichung der drei Leitungssysteme in Bezug auf die mit dem gleichen Kupferaufwande erreichten Entfernungen.

	procentual gleicher Spannungsverlust		gleiche Elastizität	
	gleiche Querschnitte	verschiedene Querschnitte	gleiche Querschnitte	verschiedene Querschnitte
Zweileiter	1000	1000	1000	1000
Dreileiter	1633	1790	1414	1549
Fünfleiter	2530	3137	2191	2718

141. Vergleichung mit Rücksicht auf die Kosten. Die Kupfermengen sind natürlich noch keineswegs massgebend für die Kosten der Leitungen bei Anwendung der verschiedenen Systeme, und die Frage nach diesen ist wichtiger als die Frage nach den Kupfermengen. Die Kosten einer Leitung lassen sich nach § 18 ausdrücken durch die Gleichung $k = (a + bq) l$ oder, wenn man das ganze Leitungssystem mit Hin- und Rückleitung und den etwaigen Zwischenleitungen ins Auge fasst, durch

$$k_n = (n a_n + n' b_n q) l, \dots \dots \dots (141)$$

worin l die einfache Entfernung, n die Zahl der Leitungen, also 2, 3 oder 5, ist, während n' das Verhältnis des Querschnitts der Zwischenleitungen zu dem der Aussenleitungen schon berücksichtigt, indem es die Grösse der Querschnittssumme aller nebeneinander liegenden Leitungen bedeutet, wenn der Querschnitt einer Aussenleitung gleich Eins gesetzt ist. Für gleiche Querschnitte ist also allemal $n' = n$, für ungleiche dagegen $n' = 2,5$ für das Dreileiter-, und $n' = 3,25$ für das Fünfleitersystem, wenn die Ungleichheit nach den in § 139 angegebenen Verhältnissen gewählt wird. Es ist dann immer

$$n' q l = m_n,$$

also gleich dem in dem besonderen Falle erforderlichen Kupferaufwande. Durch Einführung dieses Wertes kann man die oben abgeleiteten Ergebnisse benutzen und hierdurch die Rechnung verein-

Fig. 115. Kupfermenge der Leitungen in Abhängigkeit von der Entfernung.
 $\mathcal{E} = 1000$ Watt.

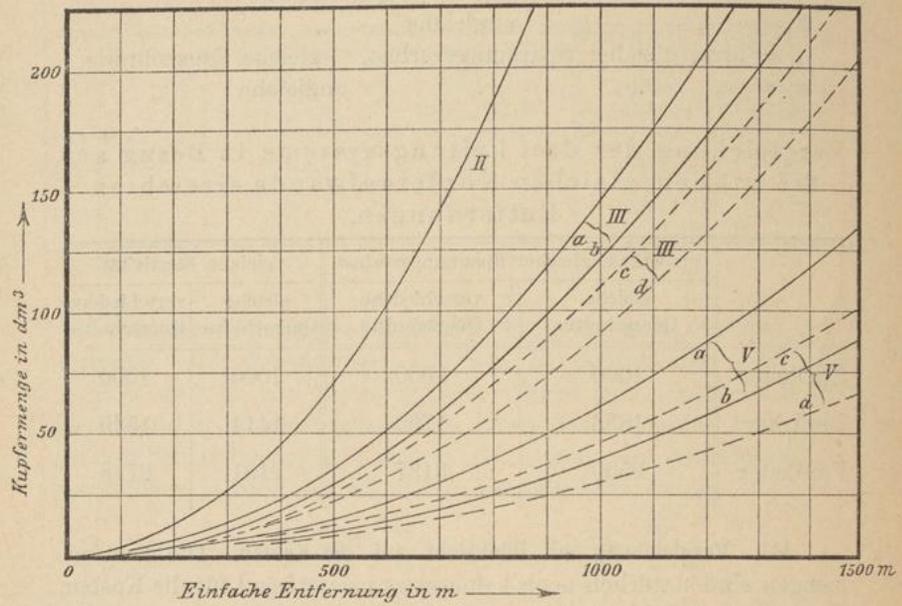


Fig. 116. Kosten der Leitungen in Abhängigkeit von der Entfernung
bei oberirdischer Verlegung.
 $\mathcal{E} = 1000$ Watt.

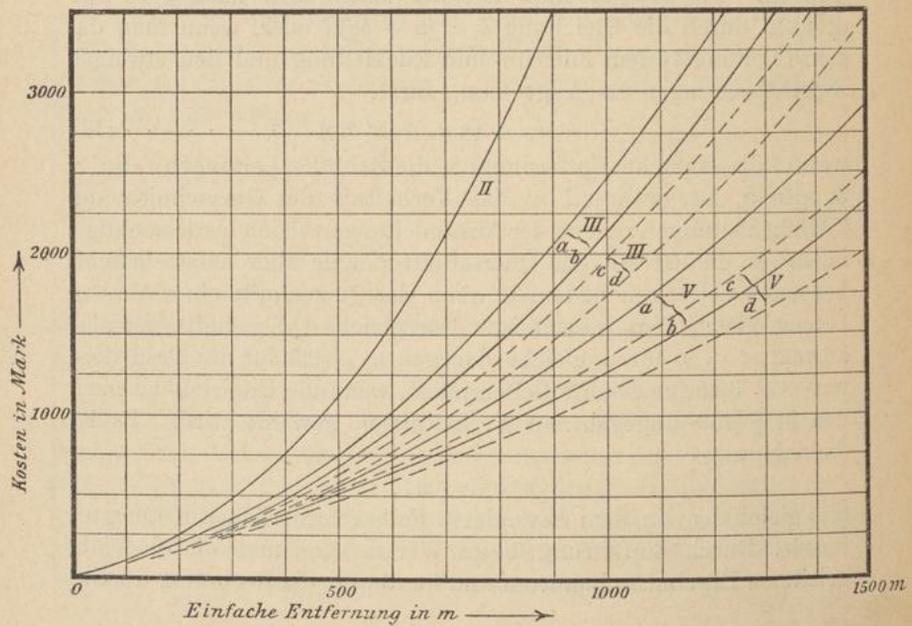


Fig. 117. Kosten der Leitungen in Abhängigkeit von der Entfernung bei unterirdischer Verlegung.
 $\mathcal{E} = 1000$ Watt.

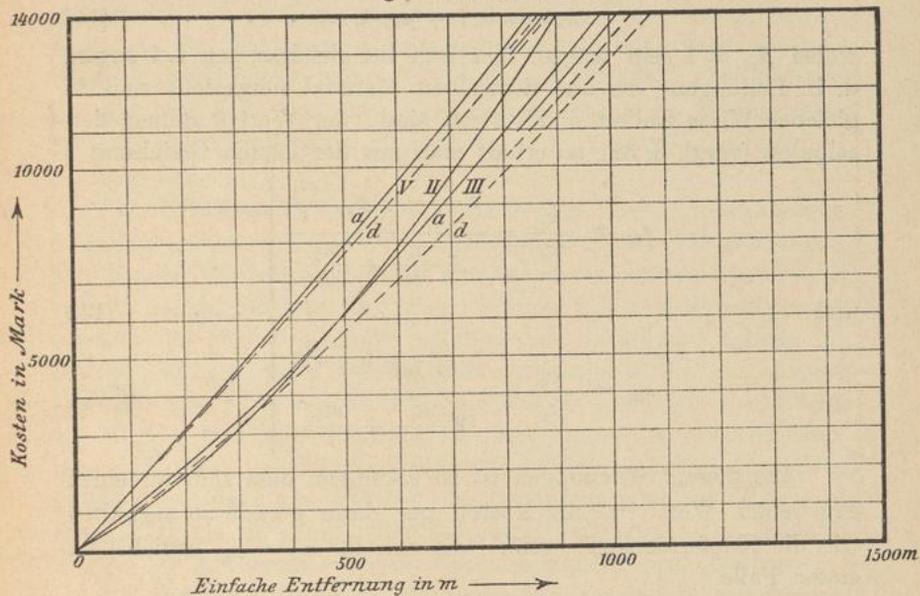
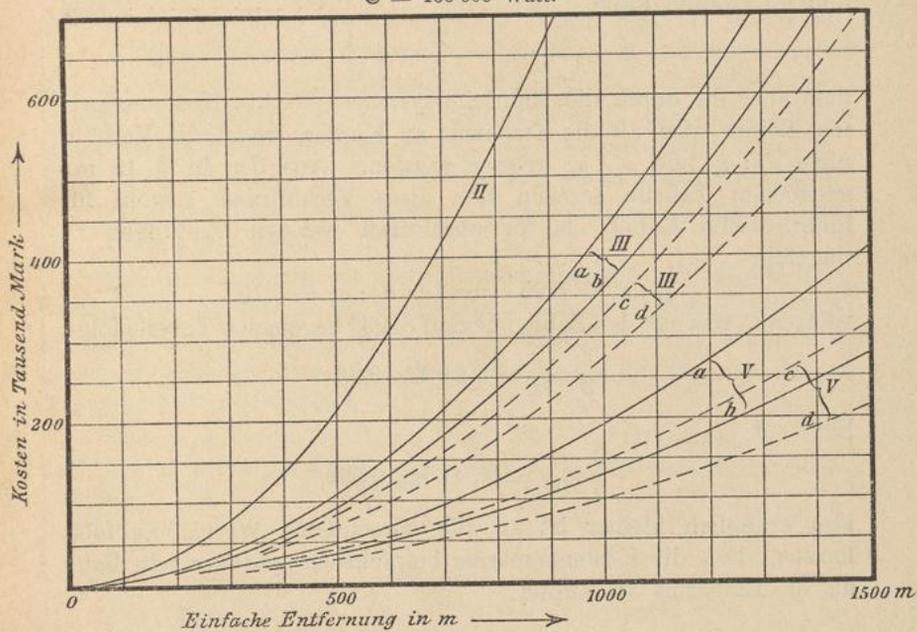


Fig. 118. Kosten der Leitungen in Abhängigkeit von der Entfernung bei unterirdischer Verlegung.
 $\mathcal{E} = 100\,000$ Watt.



fachen; man erhält nämlich dann unter Berücksichtigung der in § 139 festgestellten Beziehung $M_n = \mu_{n2} M_2$ allgemein

$$k_n = n a_n l + \mu_{n2} b_n m_2 \dots \dots \dots (142)$$

wobei $\mu_{22} = 1$ sein würde. Da nun bei gleichartigen Leitungen, d. h. Leitungen, die aus demselben Material hergestellt und in gleicher Weise isoliert und verlegt sind, der Wert b immer derselbe ist (vergl. S. 32), so erhält man aus der letzten Gleichung

$$x_{32} = \frac{k_3}{k_2} = \frac{3 \frac{a_3}{b} + \mu_{32} \frac{m_2}{l}}{2 \frac{a_2}{b} + \frac{m_2}{l}}$$

und

$$x_{52} = \frac{k_5}{k_2} = \frac{5 \frac{a_5}{b} + \mu_{52} \frac{m_2}{l}}{2 \frac{a_2}{b} + \frac{m_2}{l}}$$

Aus diesen Gleichungen ist zu erkennen, dass sich für einen gegebenen Wert m_2/l die Kosten nur dann gerade so verhalten wie die Kupfermengen, wenn (was sich für $x_{32} = \mu_{32}$ ergibt) im ersten Falle

$$a_3 : a_2 = \frac{2}{3} \mu_{32}$$

und im zweiten Falle

$$a_5 : a_2 = \frac{2}{5} \mu_{52}$$

dass aber die durch die Mehrleitersysteme erreichte Kostenersparnis kleiner wird als die Ersparnis an Kupfer, wenn die Verhältnisse $a_3 : a_2$ und $a_5 : a_2$ grösser werden. Aus der in § 19 angegebenen Tabelle ergeben sich diese Verhältnisse sowohl für unterirdische Kabel als für oberirdisch verlegte Leitungen zu ungefähr

$$a_3 : a_2 = 0,85 \quad \text{und} \quad a_5 : a_2 = 0,75$$

während, was aus den Zahlen der auf S. 230 gegebenen Tabelle folgt,

$$\frac{2}{3} \mu_{32} = 0,21 \text{ bis } 0,33$$

und

$$\frac{2}{5} \mu_{52} = 0,041 \text{ bis } 0,083,$$

also erheblich kleiner ist als die berechneten Werte. Es folgt daraus, dass die Kostenersparnis beträchtlich geringer sein kann als die Ersparnis an Kupfer.

Das Verhältnis der Kosten wird aber, wie Gleichung (143) lehrt, ausserdem durch die Grösse $m_{2/l}$, also die beim Zweileitersystem auf 1 m Entfernung zu verwendende Kupfermenge, beeinflusst, die bei gegebener Leitungslänge proportional dem zu übertragenden Effekte ist (vergl. Gleichung (27) in § 46). Der Einfluss ist offenbar der, dass mit wachsendem $m_{2/l}$, also wachsendem Effekte, die Verhältnisse α_{32} und α_{52} sich den Verhältnissen μ_{32} und μ_{52} nähern.

Um alle diese Beziehungen ohne weitere Rechnung illustrieren zu können, sind die Kurven der drei Figuren 116 bis 118 gezeichnet. Der bei der Berechnung dieser Kurven angenommene Spannungsverlust ist, wie in Fig. 115, gleich 2% bei 110 Volt Nutzspannung gesetzt; die in der Tabelle auf Seite 32 fehlenden Zahlen für blanke Leitungen sind in der Rechnung zu $\alpha_3 = 0,19$ und $\alpha_5 = 0,154$ angenommen. Die Bezeichnung der Kurven ist in derselben Weise wie in Fig. 115 durchgeführt. In allen Figuren ist der Abscissenmassstab derselbe, während der Ordinatenmassstab jedesmal so gewählt ist, dass die für das Zweileitersystem gültige Kurve in allen Figuren ungefähr dieselbe Lage beibehält. Die Kurven bringen u. A. folgende Thatsachen anschaulich zum Ausdruck:

1. Während durch die Mehrleitersysteme eine Kupferersparnis unter allen Umständen erzielt wurde (vergl. Fig. 115), können die Kosten der Mehrleitersysteme bei geringeren Entfernungen grösser sein als beim Zweileitersystem (vergl. Fig. 116 und 117).

2. Eine Kostenersparnis ist bei oberirdischen Leitungen schon bei viel geringeren Entfernungen zu erreichen als bei unterirdischen (vergl. Fig. 116 mit Fig. 117. — Die Kurven in Fig. 116 konnten nicht zum Schnitt gebracht werden, weil die Zeichnung sonst zu undeutlich geworden wäre. Dass sie sich aber teilweise schneiden müssen, ist aus der Richtung zu erkennen, die sie in der Gegend des Nullpunktes haben).

3) Die Verhältnisse ändern sich zu Gunsten der Mehrleitersysteme, je grösser der zu übertragende Effekt ist (vergl. Fig. 118 mit Fig. 117). In Fig. 118 hat die Kostenersparnis schon annähernd ihren grössten Wert erreicht, denn die Kurven sind denen der Fig. 115 sehr ähnlich.

Die praktischen Schlüsse über die Anwendbarkeit der verschiedenen Systeme ergeben sich aus diesen Feststellungen von selbst.

VII. Gegenschaltung und Mehrleitersysteme in der Praxis.

142. Wahl des Systemes. Die Betrachtungen der letzten Paragraphen mussten auf praktische Verhältnisse schon viel mehr Rücksicht nehmen als es in den früheren Abschnitten der Fall gewesen war, weil — wie aus § 134 hervorgeht — die Mehrleitersysteme ihre Berechtigung nur auf die praktische Wahrscheinlichkeit stützen, dass die einzelnen Hälften und Viertel der Systeme zu allen Zeiten annähernd gleich belastet sind. Es bleibt deshalb jetzt auch nur noch sehr wenig zu erwähnen.

Die erste Frage, vor die uns ein Projekt stellt, ist die nach der Wahl des Systemes. Die Antwort muss durch wirtschaftliche Erwägungen bestimmt sein; in den meisten Fällen wird es aber genügen, einfacher die Kosten der Netze bei Anwendung der verschiedenen Systeme, bezogen auf ein nutzbar abgegebenes Watt, durch Proberechnungen mit einander zu vergleichen.

Was zunächst die Gegenschaltung betrifft, die offenbar nur bei Zweileiternetzen erfolgreich angewendet werden kann, so hat die Praxis bisher keine grosse Neigung dafür gezeigt. Die Notwendigkeit, im positiven und negativen Netze gesonderte Speisepunkte an verschiedenen Stellen anzulegen, bringt mancherlei Nachteile mit sich: Die Uebersichtlichkeit der Anlage wird verringert, die Kosten werden, besonders bei unterirdischen Netzen, erhöht, vor allen Dingen aber ist es schwer, die Speisepunkte in Netzen von nicht ganz einfacher Gestalt dem Prinzip der Gegenschaltung entsprechend zu verteilen; ein Versuch wird die Schwierigkeiten sofort erkennen lassen. Die Gegenschaltung wird deshalb nur in sehr kleinen Netzen von einfachster Form, also etwa bei Anlagen von dem Umfange eines Häuserblocks oder einer Fabrik verwendet; auch in Fest- und Fabriksälen kann eine Ringleitung mit versetzten Zuführungspunkten sehr am Platze sein. Für grosse Anlagen aber kommt die Gegenschaltung nicht mehr in Frage, es sind dann Mehrleitersysteme heranzuziehen.

Die Praxis hat ergeben, dass das Dreileitersystem anwendbar ist, wenn das Versorgungsgebiet innerhalb eines um die Zentrale geschlagenen Kreises von etwa 600 bis 1000 m Radius liegt. Ist der Radius kleiner als 600 m, so ist das einfache Zweileitersystem anwendbar, bei einem Radius von über 1000 oder 1200 m wird das Fünfleitersystem in Betracht zu ziehen sein, das bis zu einer äussersten Grenze von etwa 1800 m zu gehen gestattet.

Bei städtischen Zentralen herrscht das Dreileitersystem bei weitem vor. Die Vorliebe für dieses System wird unterstützt durch die Besorgnis, es möchte die Erweiterungsfähigkeit der Anlage bei Annahme des Zweileitersystemes zu sehr beschränkt sein. Und diese Besorgnis ist in vielen Fällen um so mehr berechtigt, als in kleinen Ortschaften, in denen das Zweileitersystem in Frage kommt, das Versorgungsgebiet sehr häufig sich wesentlich in einer Richtung zu erstrecken und zu erweitern pflegt. Das Fünfleitersystem ist verhältnismässig sehr selten ausgeführt, und es scheint, als ob seine Verbreitung nicht weiter zunehmen würde. In § 138 ist angedeutet worden, dass es schwer ist, mit dem Fünfleitersystem dieselbe Elastizität der Anlage zu erreichen, wie mit dem Dreileitersystem, weil die Ströme im Vergleich zu der (gleich gebliebenen) Schalteinheit erheblich vermindert sind. In der Praxis hat sich dieser Mangel an Elastizität in einigen Fällen sehr störend bemerkbar gemacht.

143. Verteilung der Belastung auf die einzelnen Teile der Mehrleitersysteme. In der Praxis haben sich mit der Zeit Regeln über die Verteilung der Belastung herausgebildet, die in den von den einzelnen Elektrizitätswerken erlassenen Vorschriften ihren Ausdruck finden*). Nach diesen wird der Anschluss einer Hausinstallation an die eine Hälfte des Dreileitersystemes im allgemeinen noch gestattet, wenn der Installationswert der Anlage nicht mehr als 15 Hektowatt beträgt, doch ist auch bei kleineren Anlagen eine Teilung auf beide Hälften erwünscht, besonders wenn hoher Wert auf Betriebssicherheit gelegt wird. Als Installationswert wird hierin der Effekt bezeichnet, der sich ergibt, wenn für jede Glühlampe und jeden für eine Glühlampe bestimmten Steckkontakt ein Stromverbrauch von 0,8 Amp bei 110 V Klemmenspannung angenommen wird, solange der wahre Stromverbrauch diesen Wert nicht überschreitet; im letzteren Falle wird der wahre Wert eingesetzt. Ebenso werden alle Bogenlampen bis 8 Amp zu 8 Amp angenommen.

Überschreitet der Installationswert den Betrag von 15 *H W*, so ist die Anlage nach dem Dreileitersysteme auszuführen, doch kann die Verteilung auf die beiden Hälften unmittelbar hinter dem Elektrizitätszähler vorgenommen werden, wenn der Installationswert eines Zweiges 15 *H W* nicht übersteigt. Andernfalls ist das Dreileitersystem im Hause durchzuführen, bis die Belastungen der

*) Die folgenden Angaben sind der Hauptsache nach den Vorschriften des Aachener Elektrizitätswerkes entnommen, die in dieser Beziehung mit denen vieler anderer Werke im wesentlichen übereinstimmen.

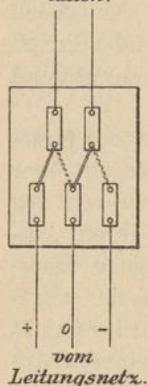
Abzweigungen unterhalb der gegebenen Grenze von 15 *HW* bleiben. Man berücksichtigt übrigens bei der Verteilung der Belastung auf beide Hälften des Systems nach Möglichkeit den Charakter der einzelnen Räume gemäss § 134.

Alle Stromempfänger, deren Natur die Beschränkung der Klemmenspannung auf 110 Volt nicht unbedingt verlangt, also fast alle Stromempfänger ausser den Glüh- und Bogenlampen, insbesondere Elektromotoren, sind an die Aussenleitungen anzuschliessen, wenn ihr Effektverbrauch nicht kleiner als 10 *HW* ist.

In Fünfleiternetzen pflegt man die Gesamtbelastung so zu teilen, dass etwa nur 10 *HW* selbständig an ein Viertel des Systemes angeschlossen werden. Bis 20 *HW* werden auf zwei, bis 30 *HW* auf drei Viertel gelegt, während zu noch grösseren Anlagen alle fünf Leitungen geführt werden.

Um die Verteilung auch nach Herstellung und Inbetriebsetzung der Anlage noch ausgleichen zu können, führt man vom Leitungsnetz aus alle Leitungen, oder beim Fünfleitersystem wenigstens drei, bis zur Hauptsicherung der angeschlossenen Hausinstallation, auch wenn diese selbst nach dem Zweileitersystem ausgeführt ist. Man hat dann die Möglichkeit die Hausleitungen durch einfache Umlegung der Sicherungen an die eine oder andere Hälfte des Leitungssystemes anzuschliessen, wie es in Fig. 119 skizziert ist.

Fig. 119.
zur Hausinstallation.



144. Berechnung der Leitungen bei Mehrleitersystemen. Der Berechnung von Netzen ist die Festlegung der Speisepunkte vorzuschicken. Aus den Ergebnissen des § 111 ist zu erkennen, dass die Entfernungen der Speisepunkte bei Spannungserhöhung, also bei den Mehrleitersystemen, nicht sehr erheblich wachsen können. Während bei Zweileiternetzen 150 bis 250 m üblich waren, wachsen die Entfernungen beim Dreileiternetz auf 200 bis 350 m, beim Fünfleiternetz auf etwa 350 bis 450 m. Bei Anwendung von Sammelleitungen werden diese Zahlen kleiner; sie gehen bei Dreileiternetzen auf etwa 150 m herunter. An den Grenzen der Verteilungsgebiete können die Abstände der Speisepunkte wesentlich grösser angenommen werden.

Nach dieser Festsetzung ist die Berechnung der Leitungen unter Annahme vollständig gleichmässiger Verteilung der Belastung auf die Hälften oder Viertel der Systeme vorzunehmen, und es

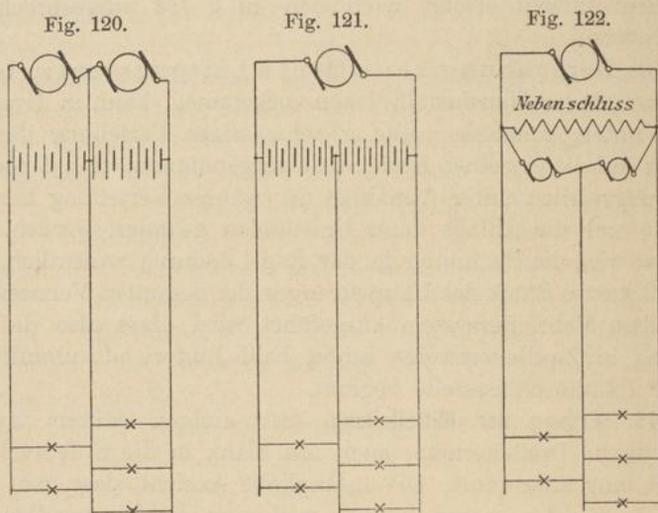
gilt nunmehr alles, was über die Berechnung der Verteilungs-, Ausgleich-, Speise- und anderen Leitungen bei der Behandlung des Zweileitersystems gesagt ist. Die Wahl der Querschnitte für die Zwischenleitungen erfolgt nach den in § 135 ausgesprochenen Grundsätzen.

Die Berechnung von offenen Leitungsverzweigungen, wie sie bei Hausinstallationen vorkommen, kann in derselben Weise unter Annahme völlig gleichmässiger Verteilung der Belastung auf die einzelnen Systemteile vorgenommen und der wahre Spannungsverlust unter Annahme der wahren Verteilung hernach geprüft und die Anlage unter Umständen geändert werden. Erleichtert wird die Rechnung in der Regel dadurch wesentlich, dass nur ein kurzes Stück des Hauptstranges der gesamten Verzweigung nach dem Mehrleitersystem ausgeführt wird, dass also die Verästelung in Zweileiterzweige schon bald hinter, oft unmittelbar an der Hausanschlussstelle beginnt.

145. Erdung der Mittelleitung. Seit einigen Jahren werden unterirdische Dreileiternetze auch mit blank in die Erde verlegter Mittelleitung ausgeführt. Die anfängliche Ansicht, dass man hierdurch an Kupfer sparen könne, weil man die Leitungsfähigkeit der Erde mit zur Stromleitung heranzöge, hat sich nur in sehr bescheidenem Masse bestätigt. Die Leitungsfähigkeit der Erde ist gegenüber der des Kupfers so gering, dass sie fast gar nicht in Betracht kommt. Natürlich werden die Kosten der Anlage trotzdem nicht unbeträchtlich vermindert, was man sich in einigen neueren Anlagen zu Nutze gemacht hat. In der letzten Zeit hat sich aber herausgestellt, dass die Spannungen in elastischen Leitungsnetzen mit geerdeter Mittelleitung durch die Erdrückströme einer gleichzeitig im Betriebe befindlichen elektrischen Strassenbahn sehr störend beeinflusst werden können. Es ist deshalb zweifelhaft, ob sich die Erdung der Mittelleitung weiter einbürgern wird.

146. Die Teilung der Betriebsspannung bei Mehrleitersystemen. Bei den älteren Mehrleiteranlagen fast ausschliesslich ausgeführt ist die Teilung der Spannung durch Anwendung von zwei oder vier Maschinen, zu denen meistens Akkumulatorenbatterien parallel geschaltet sind, wie es in Fig. 120 für das Dreileitersystem dargestellt ist. Später verringerte man die Kosten der Maschinenanlage dadurch, dass man die zwei oder vier Maschinen durch eine einzige von der doppelten oder vierfachen Spannung ersetzte und die Spannung nur durch eine Akkumulatorenbatterie teilte, vergl. Fig. 121. Diese Einrichtung hat der vorigen gegenüber den Nachteil, dass die einzelnen Teile

der Batterie nicht für sich geladen werden können. Da aber die Entladung oft sehr ungleichmässig ist, so ist es unbedingt erforderlich, dass Einzelladungen vorgenommen werden können. Es



muss deshalb eine zweite Maschine hierfür aufgestellt werden, die aber im Vergleich zur ersten nur sehr klein zu sein braucht, so dass eine Ersparnis doch noch gemacht wird. Ein anderer Nachteil ist der, dass eine Betriebsunterbrechung der Batterie den Betrieb der ganzen Anlage unmöglich macht.

In Fig. 122 ist das Schema einer Spannungsteilung durch Ausgleichmaschinen dargestellt. Solche Maschinen können mit oder ohne Akkumulatoren in der Zentrale selbst oder aber auch in einer entfernten Unterstation aufgestellt werden.

Eine Ausgleichmaschine, wie sie zuerst von E. Thomson gebaut worden ist, besteht aus zwei gekuppelten Nebenschlussdynamos, deren Nebenschlusswindungen und Anker für sich hintereinander geschaltet sind. Ihre Wirkungsweise im Dreileitersystem ist folgende: Sind beide Hälften des Systems vollständig gleich belastet, so dass die Spannung ohne weiteres in gleiche Teile zerlegt ist, so läuft die Ausgleichmaschine als Motor mit dem geringen Stromverbrauch, den der Leerlauf erfordert. Würden in diesem Falle die beiden Teile der Maschine getrennt sein, so würden beide, da sie ganz gleich gebaut sind, mit genau gleicher Geschwindigkeit laufen, mit der Geschwindigkeit nämlich, die eine elektromotorische Gegenkraft erzeugen würde, die gleich der um

den Spannungsverlust im Anker verminderten Nutzspannung in einer Systemhälfte ist.

Tritt jetzt eine Belastungsverschiedenheit der beiden Systemhälfen ein, so ist die Betriebsspannung nicht mehr in gleiche Teile geteilt, sondern sie ist (vergl. § 130) in der minder belasteten Hälfte grösser als in der anderen. Die höhere Spannung beschleunigt aber die Geschwindigkeit des Motors, die beiden Teile der Ausgleichmaschine würden also getrennt nicht mehr gleiche Geschwindigkeit haben können, sondern der Teil in der schwach belasteten Hälfte würde schneller laufen als der andere und zwar um so mehr, da die Erregung mit der Spannungserhöhung nicht gewachsen, sondern dieselbe geblieben ist, was bei Hintereinanderschaltung der Erregerwindungen der Fall sein muss.

Da nun aber die beiden Teile der Ausgleichmaschine nur eine Geschwindigkeit haben können, so wird diese offenbar einen mittleren Wert besitzen. Infolgedessen wird der in der stark belasteten Systemhälfte rotierende Anker eine höhere *EMK* entwickeln, als wenn er nur als Motor lief, und diese wird, sobald die Belastungsverschiedenheit einen gewissen Wert übersteigt, so gross sein, dass der Anker, als Generator wirkend, Strom in die stark belastete Netzhälfte entsendet. Die Ausgleichmaschine ist also bestrebt die Betriebsspannung stets in gleiche Teile zu teilen.

Statt die Wellen zweier Anker zu kuppeln, baut man die Ausgleichmaschinen auch so, dass man den Anker einer Maschine mit zwei Wicklungen und dementsprechend zwei Kollektoren versieht.

Sind Ausgleichmaschinen in einer Unterstation aufgestellt, so ist ihr Einfluss auf die Spannungsschwankungen in den Leitungen, also ihr Einfluss auf die Leitungsberechnung, mit Hilfe der Sätze von der Superposition der Ströme und der Spannungsverluste leicht zu überblicken, sobald die Wirkung der Maschine auch ihrer Grösse nach bekannt ist.

Für das Dreileitersystem ist in neuerer Zeit die Spannungsteilung durch Dreileitermaschinen vielfach angewendet worden.

Am einfachsten würde man die Spannung in einer Maschine durch Auflegung einer dritten Bürste, nach Fig. 123, teilen können; der Umstand jedoch, dass diese Bürste jedesmal die in der stärksten Induktion befindlichen Spulen kurzschliessen, also sehr stark feuern würde, macht die Verwendung dieser Anordnung unmöglich. Im Jahre 1890 suchte H. Müller dieses Feuern dadurch zu vermeiden, dass er durch Teilung eines Poles eine induktionsfreie Zone schuf,

in der die dritte Bürste funkenfrei aufgelegt werden konnte, vergl. Fig. 124. In ähnlicher Weise ging Kingdon im Jahre 1893 vor, indem er ein vierpoliges Magnetgestell nach Fig. 125 so erregte,

Fig. 123.

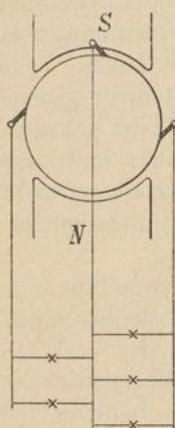
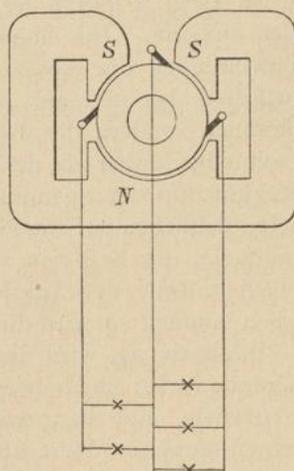


Fig. 124.



dass je zwei gleichnamige Pole nebeneinander lagen, in Wirklichkeit also nur eine zweipolige Maschine mit geteilten Polen entstand. Der Anker war ein Ringanker.

Beide Maschinen haben eine nennenswerte Anwendung nicht gefunden und zwar deshalb, weil*) sich die *EMK*'te in den beiden Ankerhälften aus hier nicht näher

zu erörternden Gründen nicht unabhängig voneinander regulieren liessen.

Zu einer durchaus brauchbaren Dreileitermaschine gelangte erst im Jahre 1894 Dettmar, der unabhängig von Kingdon eine der vorigen ähnliche Maschine konstruierte. Dettmar schaltet nach der in Fig. 126 gezeichneten Weise zwei gegenüberliegende Pole in einen Erregerstromkreis und wendet einen Trommelanker an. Da in diesem je zwei diametral einander gegenüberliegende Stäbe zu einer Spule gehören, so beeinflusst jeder der beiden Erregerstromkreise immer nur eine Ankerhälfte allein, und die *EMK*'te in den beiden Hälften lassen sich unabhängig voneinander regulieren. Eine Selbstregulierung in gewissen Grenzen wird dann erreicht, wenn man nach Rotherts Vorschlage die zum +0-Stromkreise gehörigen Magnete von der —0-Hälfte des Systems aus erregt und umgekehrt.

Eine sehr interessante Dreileitermaschine ist von v. Dolivo-Dobrowolsky**) im Jahre 1894 angegeben. Dobrowolsky verbindet zwei gegenüberliegende Punkte der Ringankerwicklung durch eine Spule mit hoher Selbstinduktion und kleinem Widerstande, eine

*) Vergl. Rothert, Theorie der Dreileitermaschinen. *ETZ* 1897 Seite 230.

**) Vergl. *ETZ* 1894 Seite 323.

sogenannte Drosselspule (vergl. Fig. 127). An den Verbindungspunkten herrscht offenbar eine Wechselfspannung, die auch bei Leerlauf der Maschine einen Wechselstrom durch die Spule schiebt; da diese aber eine hohe Selbstinduktion besitzt, so ist der an und

Fig. 125.

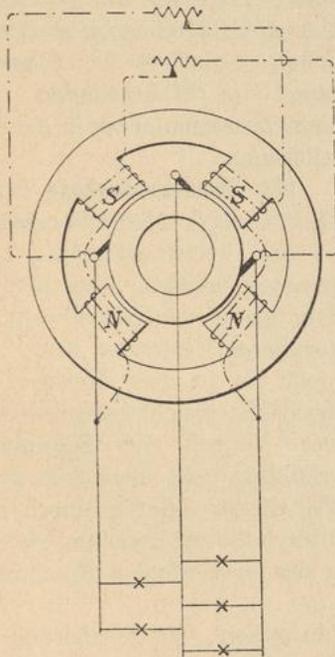
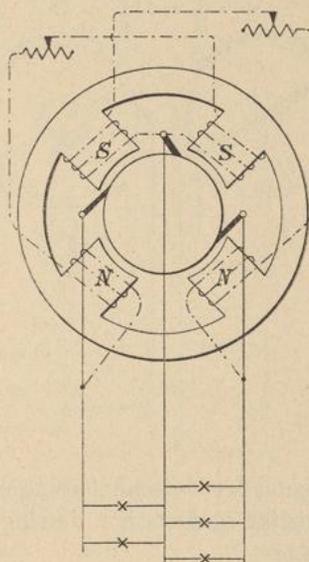


Fig. 126.



für sich kleine Strom in seiner Phase sehr stark gegen die Phase der Klemmenspannung verschoben, der Effektverbrauch in der Spule also sehr gering.

Schliesst man nun an die Bürsten der Maschine die Aussenleitungen, an den Halbierungspunkt der Spule die Mittelleitung eines Dreileitersystemes an, so werden die Verhältnisse in der Spule nicht geändert, so lange die beiden Systemhälften gleich stark belastet sind. Aendert sich aber die Belastung, so bleibt die *EMK* der Maschine durch die Mittelleitung nach wie vor halbiert; der Differenzstrom durchfliesst die Mittelleitung und die eine Hälfte der Drosselspule, welche diesem Strome nur einen sehr geringen Widerstand entgegengesetzt, nämlich — weil der Strom ein Gleichstrom ist — nur den reinen Ohmschen Widerstand. Die

Drosselspule lässt man nun nicht mit dem Anker mitrotieren, sondern stellt sie ausserhalb der Maschine fest auf und führt ihr den Strom mit Hilfe von Schleifringen zu, wie es in Fig. 128 dargestellt ist.

Die Maschine hat den Nachteil, dass die *EMK* für die beiden Systemhälften in der Maschine selbst nicht unabhängig voneinander reguliert werden kann.

Fig. 127.

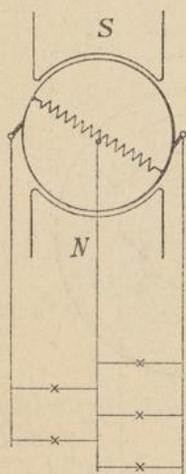
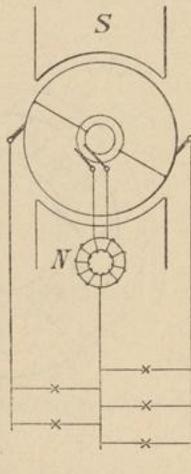


Fig. 128.



Um eine Regulierung zu ermöglichen, bedarf es der Einschaltung von Widerständen oder einer Zusatzmaschine in der Mitteleitung.

147. Schlussbemerkung. Durch Einführung der Mehrleitersysteme ist das Verteilungsgebiet zwar erweitert worden, aber nicht in dem Masse, wie es vielleicht von vornherein erwartet war, und nicht bis zu den Grenzen, die praktisch erreicht werden müssen. Der Vorteil der Spannungserhöhung geht eben zum guten Teil wieder verloren durch Hin-

zufügung der Zwischenleitungen und durch die zur Erzielung gleicher Elastizität notwendige Verringerung des prozentualen Spannungsverlustes.

Das weitere Streben muss dahin gehen, die Fortleitung des elektrischen Effektes in der Weise vornehmen zu können, dass der Vorteil hoher Spannungen in seinem ganzen Umfange zum Ausdruck kommt. Hierzu bieten sich zwei Wege. Der eine besteht darin, dass die Glühlampen für eine höhere Klemmenspannung gebaut werden, denn diese Stromempfänger waren es nach § 42, welche die Betriebsspannung begrenzten. Es ist in den letzten Jahren gelungen, haltbare Lampen für 150 und 250 Volt zu bauen, und einige Elektrizitätswerke mit dieser Nutzspannung sind bereits angelegt worden, das Urteil über die Zweckmässigkeit solcher Anlagen ist aber noch schwankend.

Der andere Weg ist der, dass man für die Leitung des Effektes eine andere, höhere Spannung verwendet als für seine Ausnutzung in den Stromempfängern. Hierbei muss also der Effekt = Spannung mal Strom in der Weise transformiert werden, dass in den Leitungen der erste Faktor gross, der zweite klein ist, dass dieses

Verhältnis sich aber umkehrt, sobald der Effekt nutzbar gemacht werden soll.

Zu einer solchen Transformierung eignet sich der Gleichstrom schlecht, der Wechselstrom dagegen bekanntlich sehr gut. Es wird deshalb überall da, wo sehr grosse Entfernungen zu überwinden sind, Wechselstrom verwendet. Die Eigentümlichkeiten dieser Stromart, die ein besonderes Studium verlangen, machen auch eine besondere Behandlung der für ihn verwendeten Leitungen erforderlich.
