

**Badische Landesbibliothek Karlsruhe**

**Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe**

**Die elektrischen Gleichstromleitungen mit Rücksicht auf  
ihre Elastizität**

**Teichmüller, Joachim**

**Stuttgart, 1898**

IV. Die Parallelschaltung der Stromempfänger

[urn:nbn:de:bsz:31-289940](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-289940)

anderschaltung von Widerständen bestehenden Schaltung zu bestimmen, lässt sich hierdurch auf den Fall der einfachen Hintereinanderschaltung zurückführen.

In dem durch die Fig. 16 gekennzeichneten Beispiele ergibt sich die Stromverteilung folgendermassen: Die Parallelschaltungen sind zunächst durch ihre äquivalenten Widerstände zu ersetzen; die Leitungsfähigkeiten sind

$$F_a = F_2 + F_3 + F_4 \quad \text{und} \quad F_b = F_6 + F_7$$

und die gesuchten äquivalenten Widerstände

$$W_a = \frac{1}{F_a} \Omega \quad \text{und} \quad W_b = \frac{1}{F_b} \Omega.$$

Die Gesamt-Klemmenspannung sei  $E_o$ , dann ist der den Leitungskreis passierende Gesamtstrom

$$J = \frac{E_o}{W_1 + W_5 + W_8 + \frac{1}{F_a} + \frac{1}{F_b} \dots \dots \dots} \quad (18)$$

Hieraus ergibt sich die Spannungsverteilung, also auch

$$E_a = \frac{J}{F_a} \quad \text{und} \quad E_b = \frac{J}{F_b}$$

und aus diesen folgen die Ströme in den einzelnen Leitungszweigen, nämlich

$$\begin{array}{l|l} J_2 = E_a F_2 & J_6 = E_b F_6 \\ J_3 = E_a F_3 & J_7 = E_b F_7 \\ J_4 = E_a F_4 & \end{array}$$

die Stromverteilung ist vollständig bestimmt.

#### IV. Die Parallelschaltung der Stromempfänger.

35. Eine Anlage, in der nur reine Parallelschaltung der Widerstände vorkommt, ist nicht wohl möglich, denn es müssten dabei die Klemmen aller Stromempfänger unmittelbar an die Klemmen des Stromerzeugers angeschlossen sein; man wird sich diesem Falle praktisch wohl nähern, ihn niemals aber ganz erreichen können.

Fig. 17.

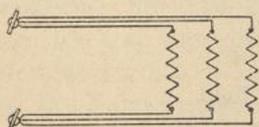
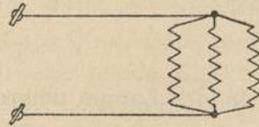


Fig. 18.



Es werden vielmehr wenigstens Zuleitungen bis zu den einzeln angeschlossenen Stromempfängern (vergl. Fig. 17) oder eine Zuleitung bis zu den Klemmen nötig sein, zwischen denen alle Stromempfänger

eingeschaltet sind (vergl. Fig. 18), so dass also im ganzen immer eine gemischte Schaltung entsteht. Eine praktisch bedeutungsvolle Unterscheidung ist aber nur zu machen, insofern die Stromempfänger an sich, ohne Rücksicht auf die Zuleitungen, entweder durch Hinter- oder durch Nebeneinanderschaltung mit einander verbunden sind, oder endlich ob eine gemischte Schaltung der Stromempfänger selbst vorliegt.

Bei der Hintereinanderschaltung ist durch den Satz, dass die Reihenfolge der Widerstände willkürlich ist, die Unterscheidung, ob es sich um reine Hintereinanderschaltung der Nutzwiderstände an sich oder unter Einschluss der Leitungswiderstände handelt, ausgeschlossen. Anders ist es bei der Parallel- und der gemischten Schaltung, bei denen mehrere Fälle zu unterscheiden sind. Für die Parallelschaltung der Stromempfänger ergeben sich zwei besondere Fälle, die sich charakterisieren lassen als der Fall der einfachen Effektübertragung und der Fall der räumlichen Verteilung des Effektes.

**36. Einfache Effektübertragung bei Parallelschaltung der Stromempfänger. Erklärung der experimentellen Beobachtung.** Der einfachste Fall, der bei Parallelschaltung der Stromempfänger eintritt, ist der in Fig. 18 skizzierte, bei dem die Parallelschaltung mit den beiden Hälften der Zuleitung durch Hintereinanderschaltung verbunden ist. Der gesamte Leitungswiderstand wird im allgemeinen in zwei wenigstens der Länge nach gleiche Teile zerfallen, die in einer fertigen Anlage nebeneinander geführt sind. Man bezeichnet diese Teile als die positive oder negative Leitung, je nachdem sie mit dem positiven oder dem negativen Pole des Stromerzeugers verbunden sind, oder auch als Hin- und Rückleitung, wobei man den positiven Strom als massgebend für die Richtung ansieht.

Nimmt man die Zahl der Nutzwiderstände  $n = 2$  und  $W_1 = W_2$ , so ergibt sich der Fall, der im Experiment (vergl. § 3) dargestellt war und der nunmehr vollständig erklärt werden kann. Zuerst wurde eine Lampe eingeschaltet, die Stromstärke war also

$$J_1 = \frac{E_0}{R + W},$$

und der in der Lampe umgesetzte Effekt

$$\mathcal{G}_1 = J_1^2 W;$$

danach wurden beide Lampen eingeschaltet. Dieselben haben als Parallelschaltung den Widerstand  $\frac{W}{2}$ , der Strom war also

$$J_2 = \frac{E_0}{R + \frac{W}{2}}$$

und der eine Lampe passierende Strom  $= \frac{J_2}{2}$ . Aus der Proportion

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{2R + W}{2(R + W)}$$

folgt, dass zwar

$$J_2 > J_1, \text{ aber } \frac{J_2}{2} < J_1.$$

Der im zweiten Falle in einer Lampe umgesetzte Effekt ist also kleiner als im ersten Falle, nämlich

$$\frac{J_2^2}{4} W < J_1^2 W,$$

die Lampen müssen also dunkler brennen, wenn sie beide nebeneinander, als wenn sie allein eingeschaltet sind, wie die Beobachtung thatsächlich gezeigt hatte.

**37. Der Spannungsverlust bei Parallelschaltung.** Dieses Beispiel ist geeignet zu zeigen, wie bequem der Begriff des Spannungsverlustes bei Parallelschaltung der Stromempfänger ist:

Dass der Strom  $J_2$  grösser sein muss als  $J_1$ , ist ohne weiteres klar, denn nach dem in § 31 gegebenen Satze muss der Gesamtwiderstand im zweiten Falle kleiner, der Strom also grösser sein als im ersten. Der grössere Strom  $J_2$  giebt aber, multipliziert mit dem Leitungswiderstande  $R$  einen grösseren Spannungsverlust  $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ , die an den Klemmen der Widerstände  $W$  herrschende Nutzspannung  $E_N = E_0 - \varepsilon$  ist also im zweiten Falle kleiner als im ersten, und der geringeren Nutzspannung muss an den gleichen Widerständen ein geringerer Effekt

$$\mathfrak{E}_2 = \frac{E_2^2}{W} < \frac{E_1^2}{W},$$

eine geringere Leuchtkraft der Lampe entsprechen.

**38. Die Elastizität einer Anlage bei parallel geschalteten Nutzwiderständen.** Für den einfachsten Fall der einfachen Effektübertragung lässt sich die Berechnung der Leitung in derselben Weise durchführen, wie in dem Falle der reinen Hintereinanderschaltung. Die Nutzwiderstände sind nach Spannung (die für alle dieselbe sein muss) und nach Stromstärke gegeben; es ist also auch der Gesamtstrom bekannt, den die Leitung zu führen hat, und es kann nun wie früher der Leitungsquerschnitt bei gegebenem Spannungsverluste, oder der Querschnitt, der Spannungsverlust und

die Gesamtspannung unter Zugrundelegung der Bedingung mässiger Erwärmung berechnet werden, oder endlich der Spannungsverlust mit Rücksicht auf die Elastizität bestimmt und demnach der Querschnitt berechnet werden. Nur in diesem letzten Falle weicht die Berechnungsart von der bei Hintereinanderschaltung angewendeten ab.

Die Bedingung für eine möglichst hohe Elastizität der Anlage ergibt sich folgendermassen: Verlangt wird, dass die Stromstärke in jedem Nutzwiderstande unter allen Umständen möglichst konstant bleibe. Das wird aber dann der Fall sein, wenn bei veränderlicher Stromstärke die Nutzspannung möglichst konstant bleibt, also wenn der Spannungsverlust sehr klein ist, und dieser endlich wird sehr klein bei sehr kleinem Leitungswiderstande. Es folgt also der Satz:

Die Elastizität einer Anlage mit parallelgeschalteten Stromempfängern wächst mit der Verringerung des Leitungswiderstandes.

Für einen bestimmten Spannungsverlust wird die Elastizität um so grösser sein, je grösser die Nutzspannung ist, denn um so kleiner ist dann die prozentuale Aenderung der Stromstärke.

Bei Parallelschaltung sind also die Nutzwiderstände (Nutzspannungen) möglichst gross, die Leitungswiderstände möglichst klein zu wählen, wenn die Elastizität der Leitungsanlage möglichst gross sein soll.

In diesem Ergebnis steht die Parallelschaltung der Nutzwiderstände in direktem Gegensatze zur Hintereinanderschaltung, und dieser Gegensatz ist von der grössten praktischen Bedeutung.

**39. Der Spannungsverlust mit Rücksicht auf die Elastizität.** Für die empfindlichsten Stromempfänger, die Glühlampen der jetzt gebräuchlichen Konstruktion, war die von der Anlage zu fordernde Elastizität schon oben (vergl. § 27) vorgeschrieben: Die Schwankungen der Stromstärke im Nutzwiderstande sollen ungefähr 2% des normalen Stromes nicht überschreiten. Das heisst aber im Falle der Parallelschaltung, wo es nur eine gemeinsame Nutzspannung giebt: Die Nutzspannung darf sich höchstens um 2% ändern, wenn die Zahl der Nutzwiderstände zwischen 0 und dem Maximum schwankt, oder der Spannungsverlust darf im Falle des maximalen Stromes in der Leitung höchstens 2% der Nutzspannung betragen, Statt 2% der Nutzspannung darf man ohne merklichen Fehler auch 2% der Gesamtspannung angeben.

Hieraus ergibt sich als allgemein gültige Grundlage zur Berechnung von Leitungen für parallel geschaltete Glühlampen

der bestimmte, mit Rücksicht auf die Elastizität gewählte Spannungsverlust

$$\epsilon = 0,02 E_N.$$

**40. Anlagen mit unvollkommener Elastizität.** Man kann eine Leitungsanlage für einfache Effektübertragung auch so bauen, dass die vollkommene Elastizität erst an einem bestimmten Punkte  $P$  beginnt; die Leitung vom Maschinenhause bis zu diesem Punkte ist ungenügend, die Leitung von diesem Punkte aus dagegen vollkommen elastisch. Der Punkt  $P$  tritt dann an Stelle der Hauptklemmen im Maschinenhause, insofern an ihm die Spannung beobachtet und konstant gehalten wird. Das kann geschehen, indem man den Stand des Maschinisten nach dem Punkte  $P$  verlegt und hier den Nebenschlussregulator der Maschine anbringt, der durch zwei oder wenigstens eine besondere Leitung mit dem Maschinenhause verbunden sein muss. Ein anderes und bequemerer Verfahren ist das, dass man den Stand des Maschinisten nicht ändert, aber den Spannungsmesser nicht an den Hauptschienen, sondern durch zwei besondere sogenannte Spannungsleitungen oder Prüfdrähte an den Punkt  $P$  anschliesst und auf Konstanz der so beobachteten Spannung reguliert. Die Elastizität des ersten Leitungsteiles ist also durch eine besondere Art der Regulierung ersetzt worden.

**41. Der Spannungsverlust als mechanisches Moment.** Für alle Leitungsberechnungen, die unter Zugrundelegung des Spannungsverlustes ausgeführt werden, sind die Gleichungen

$$\epsilon = J \cdot R, \text{ also } R = \frac{\epsilon}{J} \dots \dots \dots (19)$$

und

$$\epsilon = \frac{JL}{Q} q, \text{ also } Q = \frac{JL}{\epsilon} q \dots \dots \dots (20)$$

massgebend. War schon früher (vergl. § 12) der Spannungsverlust  $\epsilon$  als eine Reaktion gegen das Produkt  $JR$  aufgefasst, so gewinnt diese Auffassung für die Parallelschaltung der Nutzwiderstände — zunächst für den Fall der einfachen Effektübertragung — eine besondere Bedeutung, wenn man den Widerstand  $R$  mit dem Hebelarm, den Strom  $J$  mit der Kraft eines mechanischen Momentes vergleicht.  $\epsilon$  ist dann das Moment, das dem ersten Momente  $JR$  das Gleichgewicht hält, etwa in Form der an demselben Hebelarm angreifenden Spannkraft einer Feder, vergl. Fig. 19; oder es ist die am Hebelarm  $R = 1$  angreifende Kraft, vergl. Fig. 20. Das Produkt  $JR$  wird wegen seiner Aehnlichkeit mit einem mechanischen Momente **Strommoment**, der abgezweigte Strom  $J$

Belastungsstrom oder kurz die Belastung genannt, man kann hiermit den Satz aussprechen:

Spannungsverlust und Strommoment halten einander das Gleichgewicht.

Die Aufgabe der Leitungsberechnung besteht nun darin, bei gegebener Kraft  $J$  und gegebenem Momente  $\epsilon$  den Hebelarm  $R$

Fig. 19.

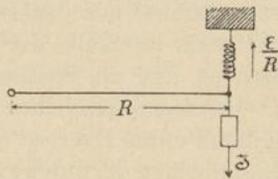
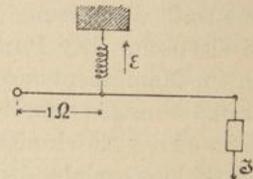


Fig. 20.



so gross zu wählen, dass das System im Gleichgewicht ist; oder es könnte auch umgekehrt bei gegebenem Hebelarm  $R$  und Momente  $\epsilon$  das Gewicht  $J$  gesucht werden. Um den Vergleich noch weiter zu führen, kann man annehmen, dass die Kraft  $\epsilon$  (im Falle der Fig. 20) die Feder eben bis zur Elastizitätsgrenze beanspruche. Die Grösse  $J$  darf dann den berechneten Wert, sowohl

Fig. 21.

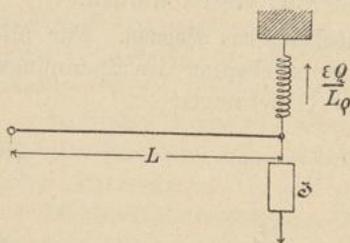
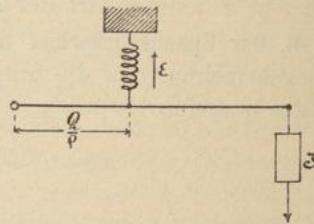


Fig. 22.



als Strom als auch als Kraft angesehen, nicht überschreiten, wenn die Leitung oder die Feder für alle Fälle genügende Elastizität behalten soll.

Im allgemeinen wird die Länge der Leitung und der spezifische Widerstand gegeben sein. Vergleicht man diese Länge direkt mit der Länge eines Hebelarmes, während  $J$  seine Bedeutung beibehält, so ergeben sich die Fig. 21 und 22. Diese letzte Darstellung hat den Vorteil, dass das mechanische System unverändert bleibt, soweit es vor der Lösung der Aufgabe gegeben ist. Die gesuchte Grösse  $Q$  ergibt sich dann in der Weise, dass man den Angriffspunkt der Kraft  $\epsilon$  so lange verschiebt, bis das System im Gleichgewicht ist; dann stellt die Länge des Hebelarmes von  $\epsilon$  die Grösse  $\frac{Q}{e}$  dar.

Für das Moment  $JL$  hat man den Namen Meterampere eingeführt und zur Bestimmung des Leitungsquerschnittes Tabellen berechnet und Kurventafeln gezeichnet, aus denen für einen gegebenen spezifischen Widerstand der Querschnitt als Funktion der Meterampere ausgedrückt ist. Solche Tafeln haben heute unter der Herrschaft des Rechenschiebers keinen sonderlichen praktischen Wert, und es ist besser die eine Grundgleichung für Berechnung der Leitungen auf Spannungsverlust und die drei wichtigsten Zahlen der spezifischen Widerstände, für Kupfer, Eisen und Nikelin oder Konstantan (vergl. § 11), im Gedächtnis zu behalten.

**42. Wahl der absoluten Höhe des Spannungsverlustes und der Nutzspannung.** Das Verhältnis des Spannungsverlustes zur Nutzspannung war oben (§ 39) zu 0,02 ermittelt worden, wenn die Anlage eine unter allen Umständen genügende Elastizität besitzen soll. So lange über die absolute Höhe der Nutzspannung nichts vereinbart ist, ist also die Wahl des Spannungsverlustes nicht beschränkt, wir dürfen  $\epsilon$  beliebig hoch annehmen und werden dadurch den Querschnitt für eine gegebene Stromstärke und eine gegebene Länge beliebig verringern können, jedenfalls bis zu der Grenze, die durch die Rücksicht auf Erwärmung oder auf mechanische Festigkeit gezogen ist. Für kleine Entfernungen wird unter diesen Umständen bei sonst gleichen Verhältnissen ein kleinerer Spannungsverlust am Platze sein als für grosse. Mit der Veränderung des Spannungsverlustes muss natürlich die Nutzspannung variieren, wenn das Verhältnis 0,02 bestehen bleiben soll.

Damit wäre aber die Nutzspannung Veränderungen unterworfen, die nicht nur — selbstverständlich — für eine bestimmte Anlage ausgeschlossen sein müssen, sondern auch unter verschiedenen Anlagen im Interesse einer einheitlichen Fabrikation unzulässig sind; und zwar handelt es sich hierbei hauptsächlich um die Fabrikation der Stromempfänger. Als massgebend für die obere Grenze müssen wir unter diesen die Glühlampen ansehen, weil deren Natur die Nutzspannung am frühesten beschränkt.

Lange Zeit hindurch war es nicht möglich, dauerhafte Glühlampen für eine höhere Spannung als rund 100 Volt fabrikmässig herzustellen. Es war noch nicht gelungen, den bei höheren Spannungen notwendigen Kohlenfäden von grösserer Länge oder kleinerem Querschnitte genügende Dauerhaftigkeit zu verleihen. Man konnte sich also bei der Wahl der Nutzspannung nicht über die eben angegebene Grenze hinaus bewegen.

Die bei Beleuchtungsanlagen in zweiter Linie wichtigen Stromempfänger sind die Bogenlampen, von denen wir schon erfahren

haben, dass ihr Betrieb an eine gewisse Spannung gebunden ist, nämlich etwa 45 V für den Lichtbogen selbst und 20 V für den Vorschalt- oder Beruhigungswiderstand. Hieraus ergibt sich als brauchbar die Spannung von 65 V. Diese Spannung ist als Betriebsspannung thatsächlich viel angewendet worden.

Für Anlagen mit grösseren Entfernungen aber wurde ein grösserer Spannungsverlust, also eine grössere Nutzspannung wünschenswert, und man ging deshalb zu der durch Hintereinanderschaltung von zwei Bogenlampen gegebenen Spannung von  $2 \cdot 45 + 20 = 110$  V über, die für die Glühlampen, dem Stande der Fabrikation entsprechend, noch eben zulässig war. Erst in jüngster Zeit hat man mit zunehmender Vervollkommnung der Glühlampenfabrikation auch diese Spannung öfters überschritten und ist zu 150 V oder sogar 200 und 220 V übergegangen, womit dann die Hintereinanderschaltung von drei und vier Bogenlampen verbunden ist. (Der Spannungsverlust der Vorschaltung kann bei Hintereinanderschaltung mehrerer Bogenlampen kleiner als 20 V genommen werden, weil die Bogenlampen selbst die Aufgabe des Beruhigungswiderstandes für einander übernehmen.) Die Spannung von 110 V ist aber noch bei weitem am meisten angewendet; wir wollen deshalb in den praktischen Beispielen auch dieser Zahl am meisten Beachtung schenken.

Bei einer Anlage von 110 V Betriebsspannung wird demnach, wenn ihre Leitungen auf Elastizität berechnet werden sollen, der Spannungsverlust

$$\epsilon = 0,02 \cdot 110 = 2,2 \text{ V}$$

nicht überschritten werden dürfen\*).

**43. Berechnung einer Leitung.** Die oben (vergl. § 30) geschilderte Schwierigkeit des Problems der Leitungsberechnung ist für den Fall der einfachen Effektübertragung, wie wir nun leicht erkennen können, überwunden: Bekannt sind für jeden Nutzwiderstand die Werte von Spannung und Strom, die zum normalen Funktionieren derselben nötig sind, also ist auch in der Summe dieser Ströme der Strom, den die Leitung zu führen hat, bekannt.

\*) Die neueren Glühlampen für höhere Spannungen scheinen grössere Spannungsschwankungen als 2% zu vertragen, ohne dass die Lichtschwankungen störend würden. Die Ausführungen des § 42 bedürfen infolge der neuesten Fortschritte in der Konstruktion der Bogenlampen einer Ergänzung: Die Bogenlampen mit luftdicht abgeschlossenem Lichtbogen haben an ihren Klemmen eine Spannung von ungefähr 76 V, so dass sie unter Vorschaltung eines Beruhigungswiderstandes für 34 V bei Anlagen von 110 V einzeln verwendet werden können. Vergl. Wedding, *E T Z* 1897, Seite 763.

In der Gleichung

$$J = \frac{E_N + JR}{R + W} = \frac{E_o}{R + W},$$

in der  $R$  den Leitungswiderstand und  $W$  den den parallelen Widerständen äquivalenten Widerstand bedeuten, sind demnach alle Grössen bis auf  $R$  gegeben; es kann also diese Grösse oder der Leitungsquerschnitt bei gegebener Länge berechnet werden.

Die Berechnung mit Hilfe dieser Formel wäre zu umständlich; viel einfacher gestaltet sie sich, wenn man berücksichtigt, dass auch der Spannungsverlust als bestimmter Bruchteil der gegebenen Nutzspannung bekannt ist und damit dieselben Grössen zur Berechnung der Leitung zur Verfügung stehen, wie oben bei dem Falle der einfachen Hintereinanderschaltung (§ 23 u. 24).

Sind z. B. 30 Glühlampen von 0,5 Amp und 110 Volt in einer Entfernung von 80 m vom Maschinenhause zu installieren, so muss die Leitung, wenn die Lampen normal brennen sollen, ein Strom von 15 Amp durchfliessen, der Querschnitt der aus Kupfer herzustellenden Leitung muss also nach Formel (20)

$$Q = \frac{30 \cdot 0,5 \cdot 160}{2,2} \cdot 0,0175 = 19,1 \text{ mm}^2$$

betragen. Da die Stromstärke mit Rücksicht auf Erwärmung 49 Amp betragen dürfte, so ist der berechnete Querschnitt annehmbar. Diese mit Rücksicht auf Elastizität berechnete Leitung ist also praktisch sehr wohl ausführbar.

**44. Die Länge normal erwärmter Leitungen bei vorgeschriebenem Spannungsverlust.** Die auf derselben Grundlage der Elastizität bei Hintereinanderschaltung ausgeführte Berechnung hatte zu praktischen Unmöglichkeiten geführt, und aus dem dortigen Beispiele war leicht der allgemeine Schluss zu ziehen, dass die Hintereinanderschaltung bei Anlagen, von denen eine grosse Elastizität verlangt wird, praktisch nicht anwendbar sei. Wie weit das eben behandelte Beispiel für die Parallelschaltung typisch ist, also ob allgemein die Berechnung auf Elastizität bei Parallelschaltung der Stromempfänger zu Ergebnissen führt, die praktisch unmittelbar verwertbar sind, wird man leicht auf folgende Weise ermitteln können:

Für eine gegebene Stromstärke ist durch die Rücksicht auf Erwärmung ein bestimmter Durchmesser oder Querschnitt, der nicht unterschritten werden darf, vorgeschrieben. Wählt man diesen Querschnitt für den gegebenen Strom, so wird sich eine bestimmte Länge der Leitung ergeben, bei der der maximal zulässige Spannungsverlust  $\epsilon$  erreicht ist, und es ist nun die Frage,

ob diese Längen von der Grösse sind, dass die praktisch vorkommenden Längen in ihren Bereich fallen.

Es ist also die Beziehung

$$J = 4,5 D^{3/2} = 5,38 Q^{2/4}$$

in die Gleichung

$$L = \frac{Q}{J} \frac{\epsilon}{q}$$

einzuführen. Das giebt

$$L = 0,175 \frac{\epsilon}{q} \sqrt{D} \dots \dots \dots (21)$$

oder

$$L = 0,186 \frac{\epsilon}{q} \sqrt[4]{Q} \dots \dots \dots (22)$$

Ist  $q = 0,0175$  und  $\epsilon = 2,2$  V, so ergibt sich beispielsweise

für $D = 1$ mm	oder $J = 4,5$ Amp	die Länge zu $L = 22$ m
„ $D = 4$ „	„ $J = 36$ „	„ $L = 44$ „
„ $D = 8$ „	„ $J = 102$ „	„ $L = 62$ „

u. s. f.

Wir erreichen also thatsächlich praktisch vorkommende Längen. Gleichzeitig aber folgt aus der Betrachtung, dass in Leitungen, die bei einer Nutzspannung von 110 Volt auf Elastizität berechnet sind, in sehr vielen Fällen die zulässige Erwärmung nicht erreicht wird. Sie wird nämlich nicht erreicht in allen Fällen, in denen die Ströme auf eine grössere als die angegebene Länge fortgeleitet werden sollen, sie würde dagegen überschritten, wenn die Länge geringer wäre. In diesem letzten Falle muss also eine Erhöhung des Leitungsquerschnittes wegen der Erwärmung vorgenommen werden, so dass der Spannungsverlust geringer wird als der mit Rücksicht auf Elastizität zulässige.

**45. Allgemeine Vergleichung der Hintereinander- und der Parallelschaltung der Stromempfänger.** Eine Vergleichung der beiden Schaltungsarten wird noch mehr die Gründe erkennen lassen, weshalb die Parallelschaltung von grösserer praktischer Bedeutung ist als die Hintereinanderschaltung. Um die Vergleichung aber zu vervollständigen, soll sie nicht nur auf diesen Zweck beschränkt bleiben, sondern es sollen allgemein die wichtigsten Unterschiede einander gegenüber gestellt werden. Für die Hintereinanderschaltung gilt das Schema der Fig. 23 oder, mit Rücksicht auf den Satz, dass die Reihenfolge der Widerstände willkürlich ist, der Fig. 24; für die Parallelschaltung gilt Fig. 25.

## Hintereinanderschaltung.

Fig. 23.

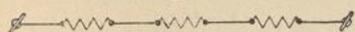
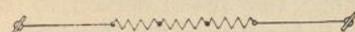


Fig. 24.



1. Alle Stromempfänger durchfließt ein und derselbe Strom, aber jeder hat eine andere Klemmenspannung.

2. Die Gesamtspannung ist gleich der Summe der einzelnen Klemmenspannungen.

$$E_g = \Sigma E$$

3. Dem Projekte einer Anlage muss ein bestimmter Betriebsstrom zu Grunde gelegt werden.

4. Der Effekt in den einzelnen Stromempfängern ist proportional der Klemmenspannung

$$\mathcal{E}_1 : \mathcal{E}_2 = E_1 : E_2$$

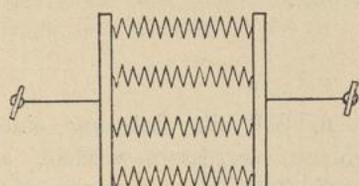
und proportional dem Widerstande

$$\mathcal{E}_1 : \mathcal{E}_2 = W_1 : W_2$$

5. Wird ein Galvanometer mit irgend einer Kombination von Widerständen durch Hintereinanderschaltung verbunden, so können seine Ausschläge als Mass für den die Widerstände durchfließenden Strom benutzt werden. Damit ein solcher Strommesser möglichst wenig Effekt verbrauche, ist sein Widerstand so klein als möglich zu machen, denn der Effekt ist

## Parallelschaltung.

Fig. 25.



1. Alle Stromempfänger haben dieselbe Klemmenspannung, aber jeden durchfließt ein anderer Strom.

2. Der Gesamtstrom ist gleich der Summe der einzelnen Ströme

$$J_g = \Sigma J$$

3. Dem Projekte einer Anlage muss eine bestimmte Betriebsspannung zu Grunde gelegt werden.

4. Der Effekt in den einzelnen Stromempfängern ist proportional der Stromstärke

$$\mathcal{E}_1 : \mathcal{E}_2 = J_1 : J_2$$

und umgekehrt proportional dem Widerstande

$$\mathcal{E}_1 : \mathcal{E}_2 = W_2 : W_1$$

5. Wird ein Galvanometer an die Klemmen irgend einer Kombination von Widerständen gelegt, so können seine Ausschläge, die zunächst nur ein Mass für den das Instrument durchfließenden Strom sind, als Mass für die Spannung an den Klemmen der Widerstandskombination benutzt werden. Damit ein solcher Spannungsmesser möglichst wenig Effekt verbrauche, ist sein Wider-

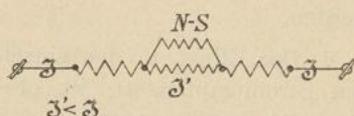
$$\mathcal{E} = J^2 \cdot W$$

und der Strom eine gegebene Grösse.

6. Soll die Leistung einer Anlage vergrössert werden, so ist die Betriebsspannung (im Maschinenhause) zu erhöhen.

7. Soll ein Stromempfänger von anderem Stromverbrauch eingeschaltet werden, so kann dies geschehen, wenn der Strom kleiner ist als der Betriebsstrom der Anlage, und zwar mit Hilfe einer an den betreffenden Stromempfänger angelegten Nebenschliessung (*N-S* in Fig. 26).

Fig. 26.



8. Die Ausschaltung eines Stromempfängers muss durch Kurzschliessung seiner Klemmen erfolgen.

9. Die Unterbrechung eines Stromempfängers setzt die ganze Anlage ausser Betrieb, denn der Strom wird = 0. Der Kurzschluss eines Stromempfängers aber ist auf die übrigen Stromempfänger bei einer auf Elastizität berechneten Anlage ohne Einfluss. Die Anlage ist also besonders vor Unterbrechung zu schützen.

stand so gross als möglich zu machen, denn der Effekt ist

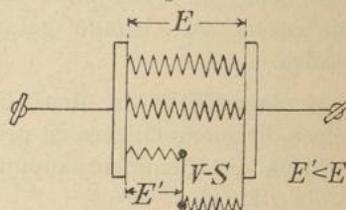
$$\mathcal{E} = \frac{E^2}{W}$$

und die Spannung eine gegebene Grösse.

6. Soll die Leistung einer Anlage vergrössert werden, so ist der Betriebsstrom (im Maschinenhause) zu vergrössern.

7. Soll ein Stromempfänger von anderer Klemmenspannung eingeschaltet werden, so kann dies geschehen, wenn seine Klemmenspannung kleiner ist als die Betriebsspannung, und zwar mit Hilfe einer vor den Stromempfänger gelegten Vor-schaltung (*V-S* in Fig. 27).

Fig. 27.



8. Die Ausschaltung eines Stromempfängers muss durch Unterbrechung erfolgen.

9. Der Kurzschluss eines Stromempfängers setzt die ganze Anlage ausser Betrieb, denn die Spannung wird = 0. Die Unterbrechung eines Stromempfängers aber ist für die übrigen Stromempfänger bei einer auf Elastizität berechneten Anlage ohne Einfluss. Die Anlage ist also besonders vor Kurzschluss zu schützen.

10. Die Spannungsdifferenz an der Unterbrechungsstelle, also auch zwischen je zwei beliebigen Punkten der beiden getrennten Leitungsteile, nimmt einen sehr grossen Wert, den der Gesamtspannung, an.

11. Diesen Umstand benützt man, um bei Unterbrechung eines Stromempfängers die Anlage in Betrieb zu erhalten: Zu jedem Stromempfänger wird (vgl. Fig. 28) eine Vorrichtung parallel geschaltet, die in einer gegen eine Metallklemme drückende Feder *F* besteht. Zwischen der Feder und der Klemme liegt aber ein schwaches isolierendes Blatt *B*, das der geringen normalen Nutzwspannung widersteht, bei Auftreten der Gesamtspannung aber durchbrochen wird, wodurch der den Betrieb der Anlage störende Stromempfänger kurzgeschlossen und der normale Strom für die übrigen Stromempfänger wieder hergestellt wird.

12. Die Elastizität einer Anlage wächst mit Zunahme des Leitungs- und mit Abnahme des Nutzwiderstandes.

13. Soll die Anlage für gewöhnliche Glühlampen elastisch genug sein, so muss der Leitungswiderstand mindestens 98 % des Gesamtwiderstandes ausmachen, der Effektverlust also 98 % des Gesamteffektes betragen.

14. Der Verlust durch Erwärmung der Leitung einer be-

10. Der Strom an der Kurzschlussstelle, also auch der Gesamtstrom in der Leitung nimmt einen sehr grossen Wert an.

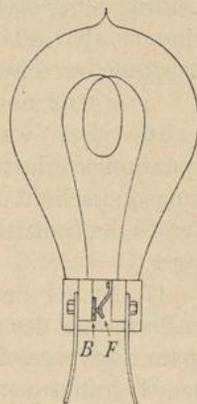
11. Diesen Umstand benützt man, um bei Kurzschluss eines Stromempfängers die Anlage in Betrieb zu erhalten: Vor jeden Stromempfänger oder eine Gruppe derselben wird eine Bleisicherung vorgeschaltet, die bei Kurzschluss abschmilzt, wodurch der den Betrieb der Anlage beeinträchtigende Stromempfänger unterbrochen und die normale Klemmenspannung für die übrigen Stromempfänger wieder hergestellt wird.

12. Die Elastizität einer Anlage wächst mit Abnahme des Leitungs- und mit Zunahme des Nutzwiderstandes.

13. Soll die Anlage für gewöhnliche Glühlampen elastisch genug sein, so darf der Leitungswiderstand (Spannungsverlust) höchstens 2 % des Gesamtwiderstandes (Gesamtspannung) ausmachen, der Effektverlust darf also höchstens 2 % des Gesamteffektes betragen.

14. Der Verlust durch Erwärmung der Leitung einer be-

Fig. 28.



stimmten Anlage bleibt unter allen Umständen bei jeder beliebigen Nutzleistung derselbe.

15. Der Wirkungsgrad der Leitung einer elastischen Anlage nimmt ab mit abnehmender Leistung, er schwankt zwischen  $\gamma = 0,02$  und  $\gamma = 0^*$ )

16. Bei vorgeschriebenem Spannungsverlust ist der Leitungsquerschnitt unabhängig von der Gesamtnutzleistung der Anlage.

17. Ist der Spannungsverlust in Prozenten der gesamten Nutzspannung vorgeschrieben, so wird der Leitungsquerschnitt umgekehrt proportional der Nutzspannung, also auch umgekehrt proportional der Gesamtnutzleistung der Anlage.

Das Ergebnis, das bei der vergleichenden Beurteilung der beiden Schaltungsarten in die Augen springt, ist das aus den Sätzen 13 bis 15 abzuleitende: dass die Hintereinanderschaltung zu verwerfen ist, wenn es sich darum handelt, eine Anlage zu bauen, die eine hohe Elastizität besitzt, also z. B. eine Anlage deren Stromempfänger, wenn auch nur zum Teil, aus Glühlampen bestehen, dass dagegen die Parallelschaltung in diesem Falle sehr wohl am Platze ist.

Es ist zur Unterstützung dieser Entscheidung noch an die Tatsache zu erinnern, dass die Berechnung auf Elastizität bei Anlagen in Hintereinanderschaltung zu so kleinen Querschnitten geführt hatte, dass eine Vergrößerung schon mit Rücksicht auf mechanische Festigkeit notwendig war, geschweige denn, dass der Querschnitt den durch die Rücksicht auf Erwärmung gestellten Bedingungen genügt hätte. Bei Parallelschaltung dagegen ergab die Berechnung auf Elastizität im allgemeinen derartige Quer-

\*) In dem Beispiele (§ 27) wurde der Wirkungsgrad etwas grösser als 0,02 weil nicht vollkommene Elastizität zwischen dem maximalen Nutzeffekt und dem Nutzeffekt 0 angenommen, sondern die geringere Elastizität bei Aenderung des Nutzeffektes im Verhältnis 20 : 1 zu Grunde gelegt war.

stimmten Anlage nimmt ab (im Quadrate) mit abnehmender Stromstärke, also abnehmender Nutzleistung.

15. Der Wirkungsgrad der Leitung einer elastischen Anlage nimmt zu mit abnehmender Leistung, er schwankt zwischen  $\gamma = 0,98$  und  $\gamma = 1,00$

16. Bei vorgeschriebenem Spannungsverlust ist der Leitungsquerschnitt proportional der Gesamtnutzleistung der Anlage.

17. Ist der Spannungsverlust in Prozenten der gesamten Nutzspannung vorgeschrieben, so ändert sich der Leitungsquerschnitt, verglichen mit dem vorigen Falle (16) nicht, bleibt also proportional der Gesamtnutzleistung.

schnitte, dass einerseits die Erwärmung in den zulässigen Grenzen blieb, dass aber andererseits auch nicht ein starkes Missverhältnis zwischen der auf Elastizität und der auf Erwärmung berechneten Leitung festzustellen gewesen wäre. Hierzu kommt, das in solchen Fällen, in denen der Querschnitt wegen der Erwärmung vergrößert werden muss, hiermit bei Anlagen in Parallelschaltung gleichzeitig wenigstens der Vorteil einer höheren Elastizität gewonnen wird, während bei der Reihenschaltung das Umgekehrte eintritt. Es ergibt sich also der Satz:

Bei Anlagen, die elastisch sein sollen, insbesondere bei Anlagen mit Glühlampen, ist die Parallelschaltung der Stromempfänger zu wählen.

Zu einer andern Entscheidung müssen dagegen die Punkte 16 und 17 der Vergleichung führen. Zur näheren Erläuterung dieser Punkte diene folgendes Beispiel:

Der Spannungsverlust  $\epsilon$  sei durch irgend einen Umstand vorgeschrieben und es soll die Frage entschieden werden, ob in einem bestimmten Falle, also bei gegebener Länge der Leitung, Hintereinander- oder Parallelschaltung der Stromempfänger gewählt werden soll; die Stromempfänger seien einander gleich und nach Nutzs-pannung  $E_N$  und Stromverbrauch  $J$  vollkommen gegeben. Die Zahl der gleichen Stromempfänger sei  $n$ . Für Hintereinanderschaltung ergibt sich dann der Querschnitt

$$Q_h = \frac{JL}{\epsilon} \varrho,$$

für Parallelschaltung dagegen

$$Q_p = \frac{nJL}{\epsilon} \varrho,$$

also der  $n$ -fache Querschnitt.

Ist dagegen der Spannungsverlust in Prozenten der Nutzs-pannung vorgeschrieben, so wird er bei Hintereinanderschaltung  $n$  mal so hoch sein als bei Parallelschaltung, und es ergibt sich

$$Q_p = n^2 Q_h \dots \dots \dots (23)$$

Da also, wo die Elastizität der Anlage keine Rolle spielt, ist die Hintereinanderschaltung unter den angenommenen Umständen vorzuziehen. Dieser Fall kann aber jedenfalls nur dann in Frage kommen, wenn die Leitungslängen sehr gross sind, denn nur dann wird bei Hintereinanderschaltung die Berechnung Querschnitte ergeben, die so gross sind, dass die mechanische Festigkeit gross genug und die Erwärmung mässig ist.

Unberücksichtigt gelassen ist im Beispiele, dass man eine Erhöhung der Spannung auf das  $n$ fache nicht so ohne weiteres wird vornehmen dürfen oder wollen, dass vielmehr in dieser Beziehung sehr bald Grenzen aus anderen Gründen gezogen sind. Aber trotzdem bleibt das Ergebnis dieser Betrachtung der Satz:

Bei grossen Leitungslängen ist da, wo die Elastizität der Anlage nicht in Frage kommt, die Reihenschaltung der Stromempfänger zu wählen.

**46. Der Vorteil hoher Spannungen.** Dass es von Vorteil ist, die Betriebsspannungen so hoch als möglich zu wählen, war schon oben (§ 42) gefolgert worden, wo gezeigt war, dass proportional mit der Zunahme der Spannung der Leitungsquerschnitt abnimmt. Die soeben angestellte Betrachtung muss uns veranlassen, dieses Ergebnis zu ergänzen, denn wir werden durch sie darauf aufmerksam gemacht, dass mit der Erhöhung der Nutzspannung eine Abnahme des Nutzstromes Hand in Hand geht und dass infolge dessen unter der Voraussetzung eines bestimmten Nutzeffektes\*) der Leitungsquerschnitt schon unter Annahme eines seiner absoluten Höhe nach bestimmten Spannungsverlustes umgekehrt proportional der Spannung sein muss.

Ist nämlich der Spannungsverlust  $\varepsilon$  und der Nutzeffekt  $\mathcal{E}$  vorgeschrieben, so wird nach der Gleichung

$$Q = \frac{J L}{\varepsilon} e$$

der Querschnitt abhängig von dem Faktor  $J$  des Effektes  $\mathcal{E} = E \cdot J$ , nämlich

$$Q = \frac{\mathcal{E} \cdot L}{\varepsilon \cdot E} e,$$

also ist der Querschnitt umgekehrt proportional der Spannung  $E$ .

Ist nun aber der Spannungsverlust in Prozenten der Spannung  $E$  gegeben, nämlich  $\varepsilon = 10^{-2} \cdot p E$ , so ergibt sich

$$Q = \frac{\mathcal{E} L}{10^{-2} p E^2} e \dots \dots \dots (24)$$

Der Querschnitt ist also umgekehrt proportional dem Quadrate der Nutzspannung. Der Vorteil ist also thatsächlich viel grösser, als es nach den Ausführungen des Paragraphen 42 zu sein schien.

Da es nun oft nicht so sehr auf eine Verringerung des Querschnittes bei gegebener Länge (denn hier kann, wie gezeigt wurde, aus andern Gründen doch sehr bald eine Grenze erreicht sein), sondern

\*) Mit dem Worte Nutzeffekt ist durchgängig, der eigentlichen Bedeutung des Wortes entsprechend, ein nützlicher Effekt, niemals ein Wirkungsgrad bezeichnet worden.

vielmehr auf eine Ausdehnung der unter Zugrundelegung eines bestimmten prozentualen Spannungsverlustes erreichbaren Leitungslänge  $L$  ankommt, so ist es besser das Ergebnis in der Form

$$L = \frac{10^{-2} p Q}{\mathfrak{G} \cdot \varrho} E^2 \dots \dots \dots (25)$$

auszudrücken und demgemäss in dem Satze auszusprechen:

Die Entfernung, auf die ein bestimmter Effekt mit einer Leitung von gegebenem Querschnitte und unter gegebenem prozentualen Spannungsverluste übertragen werden kann, wächst proportional dem Quadrate der Spannung.

Der in den Leitungen auftretende Effektverlust ist unter denselben Verhältnissen nicht abhängig von der Spannung, denn es ist

$$\varepsilon = 10^{-2} p E$$

und

$$J = \frac{\mathfrak{G}}{E},$$

demnach wird der Effektverlust in der Leitung, nämlich

$$\mathfrak{G}_v = J^2 R = \varepsilon J,$$

durch Einsetzung der beiden obigen Werte

$$\mathfrak{G}_v = 10^{-2} p \mathfrak{G} \dots \dots \dots (26)$$

Der Effektverlust ist also z. B. bei einer elastischen Glühlichtleitung bei allen Spannungen gleich 2% des Nutzeffektes.

Multipliziert man beide Seiten der Gleichung (24) mit  $L$ , so ergibt sich

$$M = \frac{\mathfrak{G} L^2}{10^{-2} p E^2} \varrho, \dots \dots \dots (27)$$

wo  $M$  die Menge des aufgewandten Leitungsmetalles bedeutet, und es folgt hieraus

$$L = \frac{1}{10} \sqrt{\frac{p M}{\mathfrak{G} \varrho}} E, \dots \dots \dots (28a)$$

oder

$$L = \text{const. } E, \dots \dots \dots (28b)$$

wenn  $M$ ,  $p$  und  $\mathfrak{G}$  konstant sind, d. h.: die Entfernung, auf die ein bestimmter Effekt mit einer gegebenen Kupfermenge bei gegebenem prozentualen Spannungsverlust übertragen werden kann, wächst proportional mit der Spannung.