

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

**Die elektrischen Gleichstromleitungen mit Rücksicht auf
ihre Elastizität**

Teichmüller, Joachim

Stuttgart, 1898

Der Einfluss der Leitungen auf das Funktionieren der Stromempfänger

[urn:nbn:de:bsz:31-289940](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-289940)

Der Einfluss der Leitungen auf das Funktionieren der Stromempfänger.

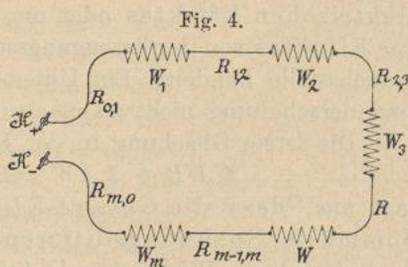
Allgemeine Grundlagen.

20. Die einleitenden Versuche haben gezeigt, dass die Leitungen einen doppelten Einfluss auf das Funktionieren der Stromempfänger oder Nutzwiderstände ausüben, nämlich

- 1) insofern eine am Ende oder einem mittleren Punkte der Leitung eingeschaltete Glühlampe dunkler brannte als eine am Anfangspunkte eingeschaltete Lampe,
- 2) insofern das Zu- oder Abschalten der einen von zwei am Ende der Leitung angeschlossenen Glühlampen die Leuchtkraft der anderen Lampe veränderte.

Den ersten Einfluss haben wir auch in seiner Ursache schon kennen gelernt: Der grössere Widerstand — Nutzwiderstand plus Leitungswiderstand — liess nach dem Ohmschen Gesetze nur einen kleineren Strom zu, sodass der Effekt im gesamten Stromkreise, und um so mehr im Nutzwiderstande allein, kleiner war als der Effekt, der im Nutzwiderstande in Wärme umgesetzt wurde, wenn dieser am Anfangspunkte der Leitung eingeschaltet war.

Diese Kenntnis würde genügen, um eine Leitung so zu berechnen, dass ein einziger an ihrem Endpunkte eingeschalteter Nutzwiderstand richtig funktioniert. In diesem Falle haben wir es mit einem einfachen Stromkreise zu thun, bei dem der Nutzwiderstand mit den beiden Hälften des Leitungswiderstandes durch Hintereinanderschaltung verbunden ist. Der allgemeinste Fall eines ein-



fachen Stromkreises ist hiermit aber nicht gegeben, wird vielmehr erst erhalten, wenn beliebig viele Nutzwiderstände oder sonstige Stromempfänger mit einzelnen Leitungsstücken hintereinander geschaltet sind, wie es in Fig. 4 gezeichnet ist. Die Betrachtung dieses Falles ist mit der oben gegebenen Erklärung noch nicht erschöpft, sondern verlangt ausführlichere Auseinandersetzungen.

I. Die Hintereinanderschaltung (Reihenschaltung) von Widerständen.

21. Die Spannungsverteilung in hintereinander geschalteten Widerständen. Nutzwiderstände oder andere Stromempfänger dürfen nur dann hintereinandergeschaltet werden, wenn alle bei derselben Stromstärke normal funktionieren, denn in einem einfachen Stromkreise kann nur eine Stromstärke herrschen. Die Stromstärke ist also, wenn nicht eine gegebene, so doch überall dieselbe einzige Grösse. Der Effektverbrauch in den einzelnen Nutzwiderständen ist deshalb proportional den Spannungsdifferenzen an ihren Klemmen.

Wir nehmen an, wir stünden vor einer fertigen Anlage, die Nutzwiderstände W und die Leitungswiderstände R seien also gegeben. Die Spannung zwischen den Klemmen K des gesamten Stromkreises, der Strom und die Widerstände stehen dann in der Beziehung

$$J \cdot (\Sigma R + \Sigma W) = E \dots \dots \dots (1)$$

womit gesagt ist, dass die Reihenfolge der Widerstände willkürlich ist, d. h. es wird an der Stromstärke und dem Effektverbrauche in den einzelnen Widerständen nichts geändert, wenn alle Leitungsstücke für sich und alle Nutzwiderstände für sich hintereinandergeschaltet werden. Und hieraus folgt, dass es gleichgültig ist, ob es sich um eine räumliche Verteilung des elektrischen Effektes oder um eine einfache Uebertragung des Effektes von der Erzeugungsstelle nach einer bestimmten Verbrauchsstelle handelt. Ein Unterschied hierin ist bei der Hintereinanderschaltung nicht zu machen.

Die letzte Gleichung in der Form

$$\Sigma J R + \Sigma J W = E = \Sigma E_R + \Sigma E_W \dots \dots \dots (2)$$

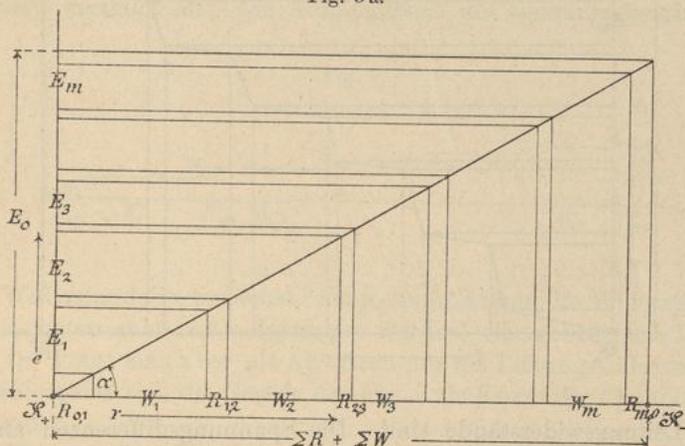
sagt aus, dass die Gesamt-Klemmenspannung gleich der Summe der Spannungsdifferenzen zwischen den Klemmen der einzelnen Widerstände ist. Fasst man einen bestimmten Punkt des Stromkreises ins Auge, z. B. die Klemme K_+ und misst von hier aus die Widerstände und die Spannungsdifferenzen zwischen

diesem und irgend einem beliebigen Punkte des Stromkreises, so ergibt sich als Ausdruck für die Abhängigkeit der Spannungsdifferenz vom Widerstande die Gleichung

$$e = \text{const. } r \dots \dots \dots (3)$$

worin e die veränderliche Spannungsdifferenz und r den veränderlichen Widerstand, sowohl den Leitungs- als den Nutzwiderstand

Fig. 5 a.



bedeuten sollen.*) Die Kurve dieser Abhängigkeit ist also eine Gerade, vergl. Fig. 5 a. Die Neigung dieser Geraden gegen die Abszissenachse giebt ein Mass für die Stromstärke, denn es ist

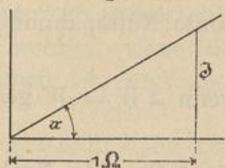
$$a = \text{arctg} \frac{E}{\Sigma R + \Sigma W}$$

oder

$$J = \text{tg } a \dots \dots \dots (4)$$

Die Ordinate, die der Abszisse $r = 1 \Omega$ entspricht, ist gleich der Stromstärke J in Amp, wenn E in Volt gemessen und aufgetragen ist, vergl. Fig. 5 b. Trägt man, wie es in der Figur geschehen ist, auf der Abszissenachse die einzelnen Widerstände der Reihe nach an, so ergeben die in den Endpunkten errichteten Ordinaten die Spannungsdifferenzen bis zur Klemme K_+ , und die Ordinatenunterschiede die Spannungsdifferenzen zwischen den entsprechenden Widerstandspunkten.

Fig. 5 b.

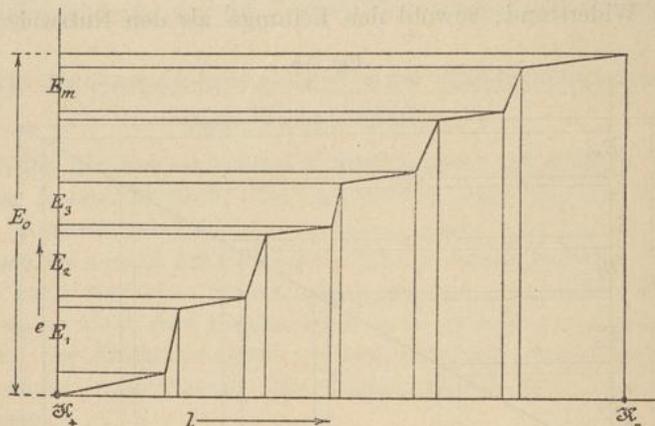


Würde man statt des Widerstandes die Länge der Leitung

*) e und r sind klein geschrieben, um diese Grössen als veränderliche zu kennzeichnen.

als Abscissen auftragen, so würde sich das Bild der Fig. 6 ergeben, unter der den Thatsachen entsprechenden Annahme, dass die Leitungen der Nutzwiderstände sehr kurz im Vergleich zu denen

Fig. 6.



der Leitungswiderstände sind. Die Spannungsdifferenzen an der Ordinatenachse sind offenbar dieselben wie die in der vorigen Abbildung.

22. Nutzsannung und Spannungsverlust. Unter diesen Spannungsdifferenzen kann man einen charakteristischen Unterschied machen; man kann nämlich unterscheiden zwischen den Spannungsdifferenzen an den Klemmen der einzelnen Nutzwiderstände und denen an den Klemmen der Leitungswiderstände. Die ersteren geben multipliziert mit der Stromstärke den nützlich umgesetzten Effekt, und können deshalb Nutzsannungen genannt werden, die letzteren stellen im analogen Produkte den Effektverlust in den Leitungen dar und sollen deshalb Spannungsverluste heissen. Die gesamte Nutzsannung ist

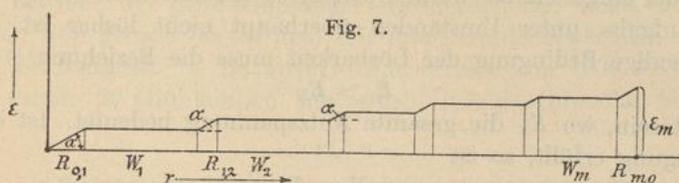
$$E_N = \Sigma J W = J \cdot W \dots \dots \dots (5)$$

wenn $\Sigma W = W$ gesetzt wird, der gesamte Spannungsverlust ist

$$\epsilon = \Sigma J R = J R \dots \dots \dots (6)$$

für $\Sigma R = R$. Nach dieser letzten Gleichung kann man sich sämtliche Nutzwiderstände kurzgeschlossen denken und erhält dann die wahre Stromstärke J , wenn man in dem Stromkreise eine EMK von der Höhe des Spannungsverlustes ϵ wirken lässt.

Die Kurven der Nutzspannung sowohl als die des Spannungsverlustes sind natürlich wieder Gerade, die durch den Nullpunkt des Koordinatensystemes gehen. Die erstere der beiden Kurven hat keine Bedeutung, da uns die Art des Spannungsabfalles im Nutzwiderstande im allgemeinen gleichgültig ist, um so mehr verdient die Kurve des Spannungsverlustes Beachtung, da sie später in komplizierteren Fällen die Anschauung wesentlich zu erleichtern geeignet ist. Die Abhängigkeit des Spannungsverlustes

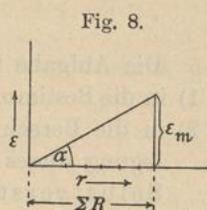


vom Widerstande ist zunächst, wenn als Abscissen die Widerstände des Gesamtstromkreises aufgetragen werden, eine gebrochene Linie (Fig. 7). Trägt man aber als Abscissen nur die Leitungswiderstände auf, so ergibt sich die Gerade der Fig. 8 als Kurve des Spannungsverlustes.

Es möge hier beachtet werden, dass die Grössen JW und JR gerade so auftreten wie EMK 'te von einer der Gesamtklemmenspannung entgegengesetzten Richtung. Es kann z. B. an Stelle irgend eines Nutzwiderstandes eine Maschine eingeschaltet werden, deren EM Gegenkraft gleich aber entgegengesetzt der Nutzspannung dieses Widerstandes ist; die Verhältnisse im Stromkreise werden hierdurch im übrigen in keiner Weise beeinflusst. Wegen dieser Gleichwertigkeit kann eine solche Maschine, wie alle Stromempfänger auch ohne Gefahr als Nutzwiderstand bezeichnet werden. Die Werte JW und JR müssen nach dieser Anschauungsweise negativ eingeführt werden, wenn die gesamte Klemmenspannung positiv angenommen ist, und man gelangt zu dem Satze:

Die Spannungsdifferenzen halten den Produkten aus Strom und Widerstand das Gleichgewicht.

Es ist oft von Wert, gerade den Spannungsverlust als eine Reaktion gegen die eingeführte EMK , als eine Grösse, die einer Spannungsdifferenz das Gleichgewicht hält, aufzufassen. Ein Analogon findet diese Anschauung in der Mechanik, wo die Reibung



eines auf horizontaler Unterlage bewegten Körpers als eine der bewegendenden Kraft gleiche und entgegengesetzte Kraft aufgefasst wird.

23. Berechnung einer Leitung. Soll nun die Aufgabe gestellt werden, für eine Reihe von gegebenen Stromempfängern — die natürlich nicht nur ihrem Widerstand oder ihrer *EM* Gegenkraft nach, sondern auch ihrem normalen Stromverbrauche nach gegeben sind — die Leitung zu berechnen, mit der sie in den Stromkreis einer gegebenen *EMK* oder Klemmenspannung *E* hintereinander eingeschaltet werden sollen, so erkennt man sofort, dass die Aufgabe unter Umständen überhaupt nicht lösbar ist. Als notwendige Bedingung der Lösbarkeit muss die Beziehung

$$E_0 > E_N$$

erfüllt sein, wo E_N die gesamte Nutzspannung bedeutet. Ist diese Bedingung erfüllt, so ist

$$\epsilon = E_0 - E_N \dots \dots \dots (7)$$

der Spannungsverlust, der in der Leitung auftreten muss, wenn die Aufgabe gelöst werden soll. Aus dem oben gefundenen Werte für ϵ ergibt sich

$$R = \frac{\epsilon}{J} \dots \dots \dots (8a)$$

als der gesuchte Wert des Leitungswiderstandes, oder, da die Länge der Leitung als gegebene Grösse anzusehen ist, für die nach Wahl des Leitungsmaterials einzig übrig bleibende Unbekannte.

$$Q = \frac{JL}{\epsilon} q \dots \dots \dots (8b)$$

Die Aufgabe ist also in zwei Teile zerfallen, nämlich

- 1) in die Bestimmung des erforderlichen Spannungsverlustes ϵ und
- 2) in die Berechnung des Leitungsquerschnitts unter Zugrundelegung dieses Spannungsverlustes.

Selbstverständlich muss zur Lösung der Aufgabe, wie zu jeder Leitungsberechnung, der Strom, den die Leitung zu führen hat, gegeben sein.

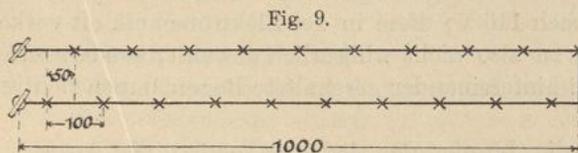
Ist die Bedingung $E_0 > E_N$ nicht von vorn herein erfüllt, so muss entweder die Gesamtklemmenspannung, die Betriebsspannung, E_0 erhöht oder die Zahl der Stromempfänger vermindert werden.

Wir haben hiermit eine neue Berechnungsart der elektrischen Leitungen kennen gelernt, die mit der in § 17 behandelten, bei der die Erwärmung der Leitung zu Grunde gelegt wurde, gar nichts zu thun hat. Selbstverständlich muss die Erwärmung einer Leitung unter allen Umständen in den früher gezogenen Grenzen bleiben; es muss deshalb jeder Leitungsberechnung, die unter Zugrundelegung anderer Bedingungen vorgenommen ist, eine Prü-

fung, ob die zulässige Erwärmung, also die zulässige Stromdichte, nicht überschritten ist, folgen.

Da, wie gesagt, die beiden Berechnungsarten, auf Erwärmung und auf Spannungsverlust, die nichts mit einander zu thun haben, doch beide ausgeführt werden müssen, andererseits aber die Betriebsspannung im zweiten Falle bei gegebener Zahl und Art der Stromempfänger nicht willkürlich ist, so kann man die Aufgabe auch so formulieren, dass die Betriebsspannung gesucht wird, die zum Betriebe der Stromempfänger erforderlich ist, wenn die Leitungen sich gerade bis zu dem erlaubten Grade erwärmen.

24. Beispiele. 1. Beispiel: Eine Strasse von 1000 m Länge soll durch 20 Glühlampen mit einem Effektverbrauche von je



55 Watt, nämlich 11 Amp bei 5 Volt möglichst gleichmässig beleuchtet werden. Die Betriebsspannung soll 110 V betragen.

Die Anlage ist schematisch in Fig. 9 dargestellt; auf je 50 m Strassenlänge kommt eine Lampe.

Die Nutzspannung ist

$$E_N = 20 \cdot 5 = 100 \text{ V,}$$

der Spannungsverlust also $\epsilon = 10 \text{ V}$ und es folgt hieraus der Querschnitt

$$Q = \frac{11 \cdot 2000}{10} \cdot 0,0175 = 38,5 \text{ mm}^2$$

wenn die Leitung aus Kupfer hergestellt wird.

Die Leitung ist verhältnismässig sehr dick, und da auch die Stromdichte sehr gering ist, versuchen wir mit einer dünneren Leitung auszukommen. Das kann natürlich nur unter Erhöhung des Spannungsverlustes, also der Betriebsspannung geschehen. Wählen wir einen Durchmesser von 4 mm, so wächst der Spannungsverlust auf

$$\epsilon = \frac{11 \cdot 2000}{12,6} \cdot 0,0175 = 30,5 \text{ V.}$$

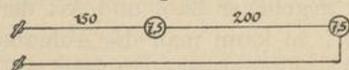
Die Betriebsspannung muss also auf 130,5 V erhöht werden. Ist diese Erhöhung unzulässig, so muss man entweder die Zahl der Lampen verringern, oder andere Lampen, die bei niedriger Spannung und höherer Stromstärke denselben Effekt verbrauchen, verwenden.

Die Stromdichte ist bei Anwendung der Leitung von 4 mm ϕ ungefähr nur 1 Amp, also reichlich klein.

2. Beispiel: Zwei Bogenlampen zu 7,5 Amp sollen nach der in Fig. 10 gegebenen Skizze hintereinander geschaltet werden.

Die Leitung ist zu berechnen.

Fig. 10.



Die Lampen haben bei normalem Brennen eine Klemmenspannung von etwa 45 V, eine Spannung, die mit der Natur des

Lichtbogens zusammenhängt. Sollen die Lampen ruhig brennen, so müssen erfahrungsmässig etwa 20 V in einem vorgeschalteten Widerstande verzehrt werden. Diese 20 V dürfen als Spannungsverlust in den Leitungen auftreten. Als Betriebsspannung ergeben sich hiernach 110 V; diese in der Elektrotechnik oft vorkommende Spannung ist also nicht willkürlich gewählt, sondern erforderlich, wenn zwei hintereinander geschaltete Bogenlampen richtig brennen sollen.

Für die Lösung der Aufgabe genügt die Angabe des notwendigen Spannungsverlustes $\epsilon = 20$ V; dann ergibt sich für eine Kupferleitung der Querschnitt

$$Q = \frac{7,5 \cdot 700}{20} \cdot 0,0175 = 4,6 \text{ mm}^2.$$

Mit Rücksicht auf die Erwärmung dürfte die Leitung einen kleineren Querschnitt haben, denn in geschlossenen Räumen würde ein Durchmesser von

$$D = \left(\frac{7,5}{4,5} \right)^{\frac{2}{3}} = 1,405 \text{ mm},$$

entsprechend einem Querschnitt von 1,55 mm², genügen.

Hierbei ist aber zu berücksichtigen, dass die Bogenlampen kurz nach dem Einschalten mit einem höheren Strome brennen als im normalen Betriebe; dieser Anfangsstrom kann das Zweifache des normalen Stromes und darüber betragen. Um dies bei der Berechnung auf Erwärmung zu berücksichtigen, soll man etwa den doppelten Strom in die Rechnung einsetzen. Die mögliche noch höhere Stromstärke anzunehmen, ist deshalb nicht nötig, weil die Dauer des übernormalen Stromes doch nur gering ist. Im vorliegenden Falle wäre also an Stelle des Durchmessers von 1,405 mm ein solcher von ungefähr 2,23 mm mit Rücksicht auf Erwärmung zu fordern.

Ist die Leitung im Freien auf Isolatoren und Gestängen zu verlegen, so ist die berechnete Leitung zu dünn, als dass sie hinreichend grosse Spannweiten vertragen könnte. Es fragt sich, ob

man hier nicht vorteilhaft Eisendraht verwendet, der billiger ist und eine grössere Festigkeit besitzt als Kupferdraht. Eine Eisenleitung würde einen Querschnitt von

$$Q = \frac{7,5 \cdot 700}{20} \cdot 0,1 = 26,2 \text{ mm}^2$$

haben müssen. Will man diesen Draht als zu stark nicht verwenden, so kann man die Leitung zum Teil aus Kupfer und zum Teil aus Eisen herstellen. Wird die Hinleitung aus Kupferdraht von 4 mm Φ gewählt, so tritt in dieser ein Spannungsverlust von 3,65 V auf, es bleiben also 16,35 V für die andere Leitungshälfte in Eisen, dessen Querschnitt sich also zu

$$Q = \frac{7,5 \cdot 350}{16,35} \cdot 0,1 = 16 \text{ mm}^2$$

ergiebt.

Die Anlage würde also erfordern

350 m Kupferdraht zu 4 mm Φ und

350 „ Eisendraht „ 4,5 „ „

In beiden Leitern bleibt die Erwärmung in mässigen Grenzen.

Die Drähte werden i. A. nicht genau in der berechneten Stärke vorrätig sein; man hat sich nach den Fabrikationsnummern zu richten. Da sich ausserdem die Länge der Leitung vorher nicht genau festsetzen lässt, und auch der spezifische Widerstand des Metalles etwas von der Annahme abweichen kann, so kann man nicht erwarten, den vorgeschriebenen Spannungsverlust von 20 V mit hinreichender Genauigkeit in der Leitung zu erhalten. Man rundet deshalb die Querschnitte auf und schaltet einen besonderen Widerstand, den sogenannten Vorschaltwiderstand der Bogenlampen, in die Leitung ein, der an Ort und Stelle so verändert werden kann, dass der notwendige Spannungsverlust genau erreicht wird, dass also die Lampen ruhig brennen.

25. Veränderlichkeit der Zahl der Stromempfänger. Wir haben bisher angenommen, dass der Stromkreis in Bezug auf Widerstand, Stromstärke und Spannung unveränderlich sei, dass die Zahl der eingeschalteten Stromempfänger stets dieselbe sei. Dies aber als Bedingung für eine praktische Anlage allgemein fordern zu wollen, wäre abgeschmackt; man kann z. B. niemand zwingen wollen, entweder sämtliche in seinem Hause installierten Lampen brennen zu lassen oder keine einzige. Wir müssen also eine Veränderung der Zahl der eingeschalteten Stromempfänger zulassen. Mit der Veränderung dieser Zahl ist aber eine Aenderung der Stromstärke verbunden. Durch Ausschaltung einer Lampe — die natürlich so erfolgen muss, dass der Zusammenhang des Stromkreises nicht unter-

brochen wird, also durch widerstandslose Verbindung (Kurzschliessen) seiner Klemmen — wird der Gesamtwiderstand verringert, und die Stromstärke wächst, das Zuschalten hat umgekehrt eine Stromschwächung zur Folge.

Diese Stromschwankungen sind, abgesehen von der Gefahr, die für die Stromempfänger mit dem übermässigen Anwachsen des Stromes verbunden ist, unzulässig. Sie sind besonders bei Glühlampenbeleuchtung zu vermeiden, da die Leuchtkraft der Lampen sich schon bei geringer Stromänderung so sehr ändert, dass das Auge empfindlich dadurch gestört wird. Die Glühlampen sind in dieser Beziehung die empfindlichsten Nutzwiderstände; es wird deshalb in den folgenden Betrachtungen besonders auf diese Stromempfänger Rücksicht genommen werden.

Der naheliegende Gedanke, die Stromstärke bei Aenderung des Widerstandes im Maschinenhause durch Aenderung der Klemmenspannung oder durch Vor- und Abschalten von Widerstand, sei es von Hand, sei es durch automatische Vorrichtungen, konstant halten zu wollen, ist im allgemeinen nicht ausführbar, jedenfalls aber nicht für Glühlichtanlagen, denn keine Regulierung würde schnell genug wirken, um das Flackern der Lampen zu verhindern. Es fragt sich, ob die Regulierung nicht in den Leitungskreis selbst gelegt werden kann.

26. Die Elastizität einer Anlage. Die Antwort auf diese Frage lässt sich sehr leicht geben: Soll die Ein- oder Ausschaltung eines oder einiger Stromempfänger ohne merklichen Einfluss auf die Stromstärke, also ohne merklichen Einfluss auf das Funktionieren der übrigen Stromempfänger sein, so muss der Widerstand der ersteren gegenüber dem des Gesamtstromkreises sehr klein sein. Elektrische Apparate mit *EM* Gegenkraft sind hierbei durch einen gleichwertigen Widerstand (vergl. § 22) ersetzt zu denken. Die Möglichkeit und der Umfang einer solchen Selbstregulierung hängt also davon ab, wie viel Nutzwiderstände in den Stromkreis eingeschaltet sind oder werden können, und ausserdem davon, wie viele von ihnen aus- und eingeschaltet werden sollen. Im allgemeinen wird man die Zahl der aus- und einschaltbaren Nutzwiderstände nicht irgendwie beschränken dürfen, vielmehr mit den äussersten Fällen rechnen müssen, nämlich dass entweder alle Nutzwiderstände oder keiner (oder nur einer) eingeschaltet ist. Unter dieser Bedingung muss der Leitung allein die Aufgabe der Selbstregulierung zugewiesen werden. Durch diese Selbstregulierung soll also erreicht werden, dass die Anlage in Bezug auf die Zahl der Nutzwiderstände möglichst dehnbar sei, sie soll eine möglichst grosse Elastizität besitzen.

Die Elastizität einer Anlage mit hintereinandergeschalteten Stromempfängern wächst mit Zunahme des Leitungswiderstandes.

Dieser Satz ist eine einfache Folge des Ohmschen Gesetzes, denn bei veränderlichem Nutzwiderstand w von 0 bis W in der Gleichung

$$J = \frac{E}{R + w}$$

wird J dann annähernd konstant bleiben, wenn w verschwindend klein gegenüber R ist. Es ergibt sich also die Regel:

Bei Hintereinanderschaltung sind die Nutzwiderstände möglichst klein, die Leitungswiderstände dagegen möglichst gross zu wählen, wenn die Elastizität der Anlage möglichst gross sein soll.

Die für Hintereinanderschaltung gebauten Lampen haben deshalb auch einen kleinen Widerstand und der verlangte Effekt wird durch eine grosse Stromstärke erreicht. Die in dem Beispiele gewählten Lampen von 5 V und 11 Amp, also ungefähr $0,455 \Omega$, sind derartige für Hintereinanderschaltung gebaute Lampen. In einer Anlage von gegebener Art und Zahl der Nutzwiderstände hängt die Elastizität nur von der Leitung ab; man kann deshalb auch von der Elastizität der Leitungen sprechen.

27. Berechnung einer Leitung mit Rücksicht auf die Elastizität der Anlage. Der Charakter der Glühlampen gestattet eine Aenderung der Stromstärke um etwa 2%, wenn die hierdurch hervorgerufene Aenderung der Lichtintensität in den Grenzen bleiben soll, innerhalb deren auch bei plötzlichen Schwankungen das Auge nicht mehr empfindlich genug ist, um dadurch gestört zu werden. Stellen wir in dem in § 24 durchgeführten ersten Beispiel die Bedingung, dass die Anlage so elastisch sein soll, dass die Stromänderungen nicht mehr als 2% des normalen Stromes betragen können, und dass die Elastizität allein in die Leitung gelegt werden soll, so bestimmt sich Widerstand und Querschnitt der Leitung folgendermassen:

Der Gesamtwiderstand der 20 Glühlampen beträgt

$$W = 0,455 \cdot 20 = 9,1 \Omega.$$

Soll die Stromänderung bei gleichzeitiger Ausschaltung aller Lampen nur 2% betragen, so muss der Widerstand W 2% vom Gesamtwiderstand des Stromkreises ausmachen. Es kommt aber nur darauf an, dass die Grenze von 2% nicht überschritten wird, wenn die Lampenzahl von 1 (nicht von 0) bis 20 geändert wird, denn wie stark der Strom ist, wenn keine Lampe brennt, kann im allgemeinen gleichgültig sein, vorausgesetzt, dass die Erwärmung dann

nicht zu hoch wird. Demnach brauchen nicht $9,1 \Omega$, sondern nur $19 \cdot 0,455 = 8,65 \Omega$ zwei Prozent vom Gesamtwiderstande auszumachen; es muss also sein

$$8,65 = 0,02 (x + 9,1),$$

worin

$$x = 423,5 \Omega$$

der gesuchte Widerstand der Leitung ist. Der Querschnitt*) müsste hiernach

$$Q = \frac{2000}{423,5} \cdot 0,0175 = 0,0827 \text{ mm}^2$$

für Kupfer, oder $0,472 \text{ mm}^2$ für Eisen betragen, und der Effektverlust würde

$$\mathcal{E}_v = 11^2 \cdot 423,5 = 51\,250 \text{ Watt}$$

gegenüber einem Nutzeffekte

$$\mathcal{E}_n = 11^2 \cdot 0,455 \cdot 20 = 1100 \text{ Watt},$$

und der Wirkungsgrad der Leitung wäre

$$\gamma = \frac{\mathcal{E}_n}{\mathcal{E}_v + \mathcal{E}_n} = 0,0215.$$

Die Rechnung führt also in mehr als einer Beziehung zu Unmöglichkeiten. Der Querschnitt ist sowohl mit Rücksicht auf mechanische Festigkeit als auf Erwärmung viel zu dünn. Diesem Mangel kann man zwar leicht abhelfen, indem man einen genügend starken Querschnitt — nach Erwärmung berechnet — wählt und den an den verlangten $423,5 \Omega$ fehlenden Widerstand in Form einer besonderen Vorschaltung in die Leitung legt. Damit ist aber der Wirkungsgrad nicht gebessert, und der ist so gering, dass eine derartige Anlage unmöglich wirtschaftlich arbeiten kann.

Es geht hieraus hervor, dass eine Anlage unter den verlangten Bedingungen nicht ausführbar ist. Man verzichtet deshalb in der Praxis auf eine vollkommene Elastizität einer solchen Anlage, indem man entweder die Möglichkeit einzelne Lampen auszuschalten ausschliesst und sich damit begnügt, alle Lampen oder keine zu brennen, oder man reguliert — bei weniger empfindlichen Stromempfängern — mit besonderen Apparaten im Maschinenhause auf konstanten Strom.

Der erste Fall kommt am meisten in der Gestalt von paarweise hintereinander geschalteten Bogenlampen vor. Glühlichtanlagen mit Hintereinanderschaltung werden dagegen sehr selten

*) Den Gepflogenheiten der Praxis entsprechend wird in allen Beispielen, abweichend vom absoluten Masssystem, die Länge in m, der Querschnitt in mm^2 gemessen. Der diesem Masssystem entsprechende spezifische Widerstand ergibt sich in Ohm, wenn man die Mikrohms der bedeutenden Zahlen in der Tabelle des § 11 mit 100 multipliziert.

ausgeführt. Der freiwillige Verzicht auf die Möglichkeit, einzelne Lampen einer solchen Anlage aus- oder einschalten zu können, nützt hier nichts, da man mit unbeabsichtigter Ausschaltung, mit dem Durchbrennen einzelner Lampen, rechnen muss. Die Lampen müssen deshalb auch so konstruiert werden, dass beim Durchbrennen eines Kohlenfadens der Stromkreis nicht unterbrochen wird, und die Elastizität der Anlage muss so gross sein, dass ein gewisser Prozentsatz aller Lampen, der aus der Erfahrung abzuleiten ist, durchbrennen kann.

Der zweite Fall, dass in dem Maschinenhause auf konstanten Strom reguliert wird, kommt am meisten bei Anlagen für reine Bogenlichtbeleuchtung vor, bei denen eine grössere Anzahl von Bogenlampen hintereinander geschaltet ist; solche Anlagen sind in Deutschland selten, in Amerika dagegen sehr viel gebaut worden. Auch die Hintereinanderschaltung von Motoren für grössere Kraftübertragungsanlagen ist in dieser Weise in einigen Fällen ausgeführt worden.

28. Rückblick. Die Untersuchungen haben gezeigt, dass die Bedingungen, denen wir nach den bisher angestellten Betrachtungen die Leitungen unterwerfen können, nämlich die durch Rücksicht auf die Erwärmung, auf die Wirtschaftlichkeit und auf die Elastizität der Anlage gestellten Bedingungen unabhängig von einander sind und oft zu einander widersprechenden Ergebnissen führen.

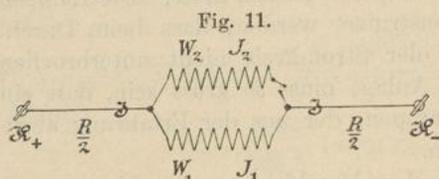
Im allgemeinen ist die Regel aufzustellen, dass eine Leitung nach allen drei Bedingungen berechnet werden soll. Welche davon zuerst anzustellen und welcher am meisten Gewicht beizulegen ist, hängt von dem besonderen Charakter der Anlage ab.

Es kann auch ausser durch die Forderung genügender Elastizität der Anlage durch gewisse äussere Verhältnisse, wie z. B. bei Leitungen für Bogenlampen, der Spannungsverlust der Leitung vorgeschrieben sein, dann wird man sich, wie überhaupt in den meisten Fällen, mit der Berechnung auf Erwärmung und Spannungsverlust begnügen können.

II. Die Nebeneinanderschaltung (Parallelschaltung) von Widerständen.

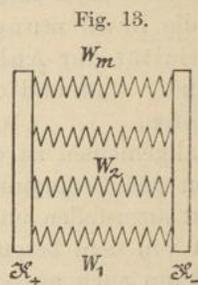
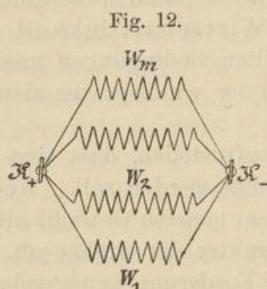
29. Der zweite der beiden oben in § 20 erwähnten Einflüsse der Leitungen auf das Funktionieren der Stromempfänger machte sich im Experiment bemerkbar, wenn Glühlampen parallel geschaltet waren; waren beide Lampen nebeneinander eingeschaltet, so brannte jede der beiden dunkler als eine allein eingeschaltete. Das Schema

des Stromkreises in diesem Versuche ist das der Fig. 11. Die beiden Nutzwiderstände sind nebeneinander, und diese Nebeneinanderschaltung ist mit dem Widerstande $\frac{R}{2}$ und $\frac{R}{2}$ hintereinandergeschaltet.



Die Aufgabe, die beobachtete Erscheinung zu erklären, gipfelt in der Feststellung des Effektverbrauches im Widerstande W_1 einerseits wenn er allein, andererseits wenn W_2 daneben eingeschaltet ist. Um diesen komplizierteren Fall der Neben- und Hintereinanderschaltung verstehen zu lernen, sehen wir zunächst von den Leitungswiderständen $\frac{R}{2}$ ab und behandeln parallelgeschaltete Widerstände allein.

30. Das Problem der Ermittlung der Stromverteilung. Das Schema der reinen Parallelschaltung ist in Fig. 12 und Fig. 13 dargestellt;



in der zweiten Figur sind die Widerstände zwischen zwei praktisch widerstandsfreien Schienen eingeschaltet zu denken. War früher bei der Hintereinanderschaltung die Stromstärke als gegebene Grösse aufzufassen, so ist es jetzt die Spannung an den Klemmen der Widerstände. Jedenfalls lässt sich von der Spannungsdifferenz zwischen den Enden der Widerstände sofort aussagen, dass sie für alle Widerstände dieselbe sein muss; unbekannt dagegen sind vorläufig die Ströme.

Wir stehen hier zum erstenmal vor dem Probleme der Ermittlung der Stromverteilung, das ganz allgemein für die Behandlung der Leitungen von grosser Bedeutung ist. Denn ein Leitungsquerschnitt lässt sich, wie wir in § 23 gesehen haben, nur berechnen, wenn der Strom, der ihn passieren soll, bekannt ist.

Die Stromverteilung, also die Stromstärke in jedem der parallel geschalteten Leiter, lässt sich aber nur an Leitungen von gegebenem Widerstande ermitteln. Unter diesen Umständen, da die notwendige Grundlage, nämlich die Kenntnis der Ströme, vor dem Bekanntsein der Widerstände eben fehlt, würde es unmöglich sein, eine Leitung zu berechnen. Schlagen wir aber den Weg ein, zuerst an Leitungskombinationen, die in allen Einzelheiten gegeben sind, die Stromverteilung zu bestimmen, so wird es uns gelingen, in gegebenen praktischen Fällen so viel über die Stromverteilung von vornherein auszusagen, dass die Leitungen berechnet werden können.

31. Die Stromverteilung bei reiner Parallelschaltung der Widerstände. Die einzelnen Stromstärken ergeben sich aus dem Ohmschen Gesetze zu

$$J_\nu = \frac{E}{W_\nu}$$

wo ν von 1 bis n zu variieren ist; also ist:

$$J_1 : J_2 : \dots : J_n = \frac{1}{W_1} : \frac{1}{W_2} : \dots : \frac{1}{W_n} \dots \dots \dots (9)$$

Unter Einführung der Leitungsfähigkeiten

$$F_\nu = \frac{1}{W_\nu}$$

wird

$$J_\nu = E \cdot F_\nu$$

und

$$J_1 : J_2 : \dots : J_n = F_1 : F_2 : \dots : F_n \dots \dots \dots (10)$$

Der Gesamtstrom, der also in der Zuleitung zu den gemeinsamen Klemmen oder Schienen fließen müsste, ist

$$J = \Sigma J_\nu = E \Sigma \frac{1}{W_\nu} = E \cdot \Sigma F_\nu$$

oder

$$J = E \cdot F \dots \dots \dots (11)$$

wenn $F = \Sigma F_\nu$ als Gesamtleitungsfähigkeit der parallel geschalteten Widerstände bezeichnet wird. In Worten lassen sich diese Ergebnisse folgendermassen aussprechen:

In parallelgeschalteten Widerständen sind die Ströme proportional den Leitungsfähigkeiten, der Gesamtstrom ist proportional der Gesamtleitungsfähigkeit. Der Proportionalitätsfaktor ist die gemeinsame Klemmenspannung.

Die Einfachheit dieser Beziehung soll uns veranlassen bei Parallelschaltung im allgemeinen mit Leitungsfähigkeiten zu rechnen, so wie wir bei Hintereinanderschaltung mit Widerständen gerechnet

haben, und erst im Endergebnis, wenn es erwünscht ist, auf die gebräuchlichere Ausdrucksweise überzugehen.

Für eine einfache Leitungsteilung in zwei Leitungen ergibt sich aus $F = F_1 + F_2$ die oft benützte Formel

$$W = \frac{W_1 \cdot W_2}{W_1 + W_2} \dots \dots \dots (12)$$

Dieses W stellt also die Grösse des Widerstandes dar, den eine einzige Leitung haben muss, wenn in ihr unter der Einwirkung derselben Klemmenspannung E der Strom $J = J_1 + J_2$ fließen soll. Man nennt W deshalb den Widerstand der Parallelschaltung. Aus den Betrachtungen ergibt sich ohne weiteres der Satz:

Der Widerstand einer Parallelschaltung ist stets kleiner als irgend einer der sie bildenden Widerstände.

32. Beispiele. 1. Aufgabe: Welchen Widerstand hat eine Parallelschaltung von n gleichen Widerständen von der Grösse W ?

Die Gesamtleitungsfähigkeit ist

$$F_x = \Sigma F = nF$$

also der gesuchte Gesamtwiderstand

$$W_x = \frac{1}{n} \frac{1}{F} = \frac{W}{n} \dots \dots \dots (13)$$

Sind die Widerstände nur annähernd gleich, so ergibt sich

$$F_x = nF + \Sigma q_\nu,$$

worin F zunächst die kleinste aller vorhandenen Leitungsfähigkeiten bedeuten soll; jedes q_ν ist dann eine positive Grösse. Lässt man aber F wachsen bis es einen mittleren Wert erreicht hat, so werden die q_ν teils positiv, teils negativ sein, und Σq_ν wird verschwinden; F ist dann die mittlere Leitungsfähigkeit, $\frac{1}{F} = W$ der mittlere Widerstand einer Leitung. In praktischen Fällen, z. B. bei gleichartigen Glühlampen, die parallel geschaltet sind, wird W der Widerstand sein, den jede Lampe gemäss ihrer Konstruktion haben soll. In der Fabrikation ergeben sich kleine Abweichungen, die teils positiv und teils negativ sind.

2. Aufgabe: Welcher Widerstand ergibt sich, wenn man eine Leitung vom Widerstande W in n gleiche Teile teilt und diese Teile sämtlich parallel schaltet?

Ein Teil hat den Widerstand $\frac{W}{n}$, n solcher Teile in Parallelschaltung ergeben also nach der vorigen Aufgabe den Gesamtwiderstand

$$W_x = \frac{W}{n^2} \dots \dots \dots (14)$$

33. Die Messung starker Ströme durch Teilung. Eine sehr wichtige praktische Anwendung finden die oben abgeleiteten Sätze in der Methode der Messung starker Ströme durch Teilung. Strommesser für feinere Messungen lassen sich nicht gut für starke Ströme bauen, und man kann um so eher darauf verzichten als die genannte Methode ein sehr bequemes und zuverlässiges Mittel bietet, starke Ströme mit den für schwache Ströme gebauten Instrumenten zu messen.

Man legt zu diesem Zwecke eine Nebenschliessung N an das Stromgalvanometer G , vergl. Fig. 14. Der Reduktionsfaktor dieses Instrumentes sei C , also

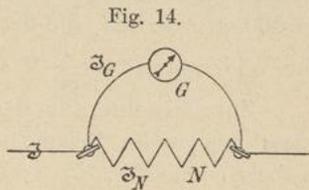


Fig. 14.

$$J_G = C \cdot n, \dots \dots \dots (15)$$

wo n den Ausschlag im Galvanometer bedeutet. Soll durch die Nebenschliessung erreicht werden, dass die p -fache Stromstärke J mit dem Galvanometer gemessen werden kann, so muss der Reduktionsfaktor mit Bezug auf den Gesamtstrom J — der Reduktionsfaktor des Instrumentes selbst wird nicht geändert — ebenfalls den p -fachen Wert erhalten; es muss also die Konstante K in der Gleichung

$$J = K \cdot n$$

sein

$$K = p C \dots \dots \dots (16)$$

Durch Verknüpfung dieser Beziehungen mit Gleichung (15) ergibt sich, dass J_G gleich dem p ten Teile des Gesamtstromes sein muss, nämlich

$$J = p J_G$$

oder, da die Ströme proportional den Leitungsfähigkeiten sind, muss sein

$$F = p F_G = F_G + F_N,$$

also ist

$$F_N = (p-1) F_G \text{ und } W_N = \frac{1}{p-1} W_G \dots \dots \dots (17)$$

der Wert der Nebenschliessung, ausgedrückt in Vielfachen der Leitungsfähigkeit oder Bruchteilen des Widerstandes des Galvanometers. Man wird, um bequem ablesen zu können, p so weit als möglich nur in dezimalen Stufen ändern.

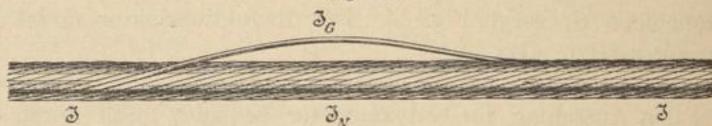
Beispiel. Es liege ein Instrument mit 1Ω Widerstand vor, dessen Skala in 150 Grade geteilt ist. Der Reduktionsfaktor sei $C = 0,001$ (oder $1^\circ = 1$ Milliampere), der Messbereich also 0 bis

Teichmüller, elektrische Leitungen.

0,15 Amp. Es sollen mit diesem Instrumente, einem der gebräuchlichen Milliampereometer, Ströme bis ungefähr 12 Amp gemessen werden. Der Reduktionsfaktor ist dann auf das Hundertfache zu erhöhen, so dass $1^\circ = 0,1$ Amp wird. Die Leitungsfähigkeit des Instrumentes ist = 1, es ist also eine Gesamtleitungsfähigkeit = 100 erforderlich, die der Nebenschliessung muss also = 99, oder ihr Widerstand = $\frac{1}{99} \Omega$ sein.

Zur Erleichterung der Anschauung merke man sich das Bild eines aus p , im Beispiele also 100, gleichen Drähten verseilten Kabels (siehe Fig. 15), von dem ein Draht auf eine gewisse Strecke

Fig. 15.



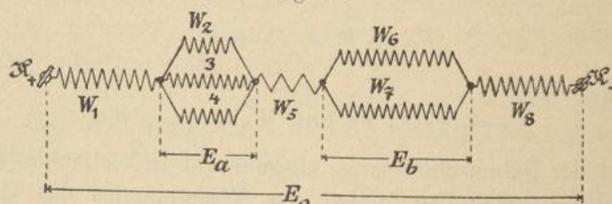
herausgedreht ist, ohne dass seine Verbindung mit dem Kabel an beiden Enden gelöst wäre. In diesem Drahte fließt dann der hundertste Teil des Gesamtstromes, ein in ihn eingeschaltetes widerstandsfreies Galvanometer wird also einen hundertmal so grossen Reduktionsfaktor in Bezug auf den Strom im vollen Kabel besitzen als in Bezug auf den eigenen Strom.

III. Die gemischte Schaltung von Widerständen.

34. Die Stromverteilung bei gemischter Schaltung der Widerstände.

Im vorigen Abschnitte ist gezeigt worden, wie ein System von parallel geschalteten Widerständen ersetzt werden kann durch

Fig. 16.



einen einzigen Widerstand, der der Parallelschaltung völlig äquivalent ist, wenn es nur darauf ankommt, bei gegebener Spannungsdifferenz denselben Gesamtstrom zu erhalten. Die Aufgabe, die Stromverteilung in einer gemischten, aus Hinter- und Nebenein-

anderschaltung von Widerständen bestehenden Schaltung zu bestimmen, lässt sich hierdurch auf den Fall der einfachen Hintereinanderschaltung zurückführen.

In dem durch die Fig. 16 gekennzeichneten Beispiele ergibt sich die Stromverteilung folgendermassen: Die Parallelschaltungen sind zunächst durch ihre äquivalenten Widerstände zu ersetzen; die Leitungsfähigkeiten sind

$$F_a = F_2 + F_3 + F_4 \quad \text{und} \quad F_b = F_6 + F_7$$

und die gesuchten äquivalenten Widerstände

$$W_a = \frac{1}{F_a} \Omega \quad \text{und} \quad W_b = \frac{1}{F_b} \Omega.$$

Die Gesamt-Klemmenspannung sei E_o , dann ist der den Leitungskreis passierende Gesamtstrom

$$J = \frac{E_o}{W_1 + W_5 + W_8 + \frac{1}{F_a} + \frac{1}{F_b} \dots \dots \dots} \quad (18)$$

Hieraus ergibt sich die Spannungsverteilung, also auch

$$E_a = \frac{J}{F_a} \quad \text{und} \quad E_b = \frac{J}{F_b}$$

und aus diesen folgen die Ströme in den einzelnen Leitungszweigen, nämlich

$$\begin{array}{l|l} J_2 = E_a F_2 & J_6 = E_b F_6 \\ J_3 = E_a F_3 & J_7 = E_b F_7 \\ J_4 = E_a F_4 & \end{array}$$

die Stromverteilung ist vollständig bestimmt.

IV. Die Parallelschaltung der Stromempfänger.

35. Eine Anlage, in der nur reine Parallelschaltung der Widerstände vorkommt, ist nicht wohl möglich, denn es müssten dabei die Klemmen aller Stromempfänger unmittelbar an die Klemmen des Stromerzeugers angeschlossen sein; man wird sich diesem Falle praktisch wohl nähern, ihn niemals aber ganz erreichen können.

Fig. 17.

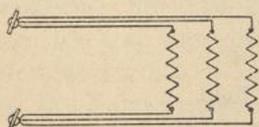
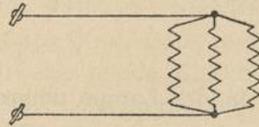


Fig. 18.



Es werden vielmehr wenigstens Zuleitungen bis zu den einzeln angeschlossenen Stromempfängern (vergl. Fig. 17) oder eine Zuleitung bis zu den Klemmen nötig sein, zwischen denen alle Stromempfänger

eingeschaltet sind (vergl. Fig. 18), so dass also im ganzen immer eine gemischte Schaltung entsteht. Eine praktisch bedeutungsvolle Unterscheidung ist aber nur zu machen, insofern die Stromempfänger an sich, ohne Rücksicht auf die Zuleitungen, entweder durch Hinter- oder durch Nebeneinanderschaltung mit einander verbunden sind, oder endlich ob eine gemischte Schaltung der Stromempfänger selbst vorliegt.

Bei der Hintereinanderschaltung ist durch den Satz, dass die Reihenfolge der Widerstände willkürlich ist, die Unterscheidung, ob es sich um reine Hintereinanderschaltung der Nutzwiderstände an sich oder unter Einschluss der Leitungswiderstände handelt, ausgeschlossen. Anders ist es bei der Parallel- und der gemischten Schaltung, bei denen mehrere Fälle zu unterscheiden sind. Für die Parallelschaltung der Stromempfänger ergeben sich zwei besondere Fälle, die sich charakterisieren lassen als der Fall der einfachen Effektübertragung und der Fall der räumlichen Verteilung des Effektes.

36. Einfache Effektübertragung bei Parallelschaltung der Stromempfänger. Erklärung der experimentellen Beobachtung. Der einfachste Fall, der bei Parallelschaltung der Stromempfänger eintritt, ist der in Fig. 18 skizzierte, bei dem die Parallelschaltung mit den beiden Hälften der Zuleitung durch Hintereinanderschaltung verbunden ist. Der gesamte Leitungswiderstand wird im allgemeinen in zwei wenigstens der Länge nach gleiche Teile zerfallen, die in einer fertigen Anlage nebeneinander geführt sind. Man bezeichnet diese Teile als die positive oder negative Leitung, je nachdem sie mit dem positiven oder dem negativen Pole des Stromerzeugers verbunden sind, oder auch als Hin- und Rückleitung, wobei man den positiven Strom als massgebend für die Richtung ansieht.

Nimmt man die Zahl der Nutzwiderstände $n = 2$ und $W_1 = W_2$, so ergibt sich der Fall, der im Experiment (vergl. § 3) dargestellt war und der nunmehr vollständig erklärt werden kann. Zuerst wurde eine Lampe eingeschaltet, die Stromstärke war also

$$J_1 = \frac{E_0}{R + W},$$

und der in der Lampe umgesetzte Effekt

$$\mathcal{G}_1 = J_1^2 W;$$

danach wurden beide Lampen eingeschaltet. Dieselben haben als Parallelschaltung den Widerstand $\frac{W}{2}$, der Strom war also

$$J_2 = \frac{E_0}{R + \frac{W}{2}}$$

und der eine Lampe passierende Strom $= \frac{J_2}{2}$. Aus der Proportion

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{2R + W}{2(R + W)}$$

folgt, dass zwar

$$J_2 > J_1, \text{ aber } \frac{J_2}{2} < J_1.$$

Der im zweiten Falle in einer Lampe umgesetzte Effekt ist also kleiner als im ersten Falle, nämlich

$$\frac{J_2^2}{4} W < J_1^2 W,$$

die Lampen müssen also dunkler brennen, wenn sie beide nebeneinander, als wenn sie allein eingeschaltet sind, wie die Beobachtung thatsächlich gezeigt hatte.

37. Der Spannungsverlust bei Parallelschaltung. Dieses Beispiel ist geeignet zu zeigen, wie bequem der Begriff des Spannungsverlustes bei Parallelschaltung der Stromempfänger ist:

Dass der Strom J_2 grösser sein muss als J_1 , ist ohne weiteres klar, denn nach dem in § 31 gegebenen Satze muss der Gesamtwiderstand im zweiten Falle kleiner, der Strom also grösser sein als im ersten. Der grössere Strom J_2 giebt aber, multipliziert mit dem Leitungswiderstande R einen grösseren Spannungsverlust $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$, die an den Klemmen der Widerstände W herrschende Nutzspannung $E_N = E_0 - \varepsilon$ ist also im zweiten Falle kleiner als im ersten, und der geringeren Nutzspannung muss an den gleichen Widerständen ein geringerer Effekt

$$\mathfrak{E}_2 = \frac{E_2^2}{W} < \frac{E_1^2}{W},$$

eine geringere Leuchtkraft der Lampe entsprechen.

38. Die Elastizität einer Anlage bei parallel geschalteten Nutzwiderständen. Für den einfachsten Fall der einfachen Effektübertragung lässt sich die Berechnung der Leitung in derselben Weise durchführen, wie in dem Falle der reinen Hintereinanderschaltung. Die Nutzwiderstände sind nach Spannung (die für alle dieselbe sein muss) und nach Stromstärke gegeben; es ist also auch der Gesamtstrom bekannt, den die Leitung zu führen hat, und es kann nun wie früher der Leitungsquerschnitt bei gegebenem Spannungsverluste, oder der Querschnitt, der Spannungsverlust und

die Gesamtspannung unter Zugrundelegung der Bedingung mässiger Erwärmung berechnet werden, oder endlich der Spannungsverlust mit Rücksicht auf die Elastizität bestimmt und demnach der Querschnitt berechnet werden. Nur in diesem letzten Falle weicht die Berechnungsart von der bei Hintereinanderschaltung angewendeten ab.

Die Bedingung für eine möglichst hohe Elastizität der Anlage ergibt sich folgendermassen: Verlangt wird, dass die Stromstärke in jedem Nutzwiderstande unter allen Umständen möglichst konstant bleibe. Das wird aber dann der Fall sein, wenn bei veränderlicher Stromstärke die Nutzspannung möglichst konstant bleibt, also wenn der Spannungsverlust sehr klein ist, und dieser endlich wird sehr klein bei sehr kleinem Leitungswiderstande. Es folgt also der Satz:

Die Elastizität einer Anlage mit parallelgeschalteten Stromempfängern wächst mit der Verringerung des Leitungswiderstandes.

Für einen bestimmten Spannungsverlust wird die Elastizität um so grösser sein, je grösser die Nutzspannung ist, denn um so kleiner ist dann die prozentuale Aenderung der Stromstärke.

Bei Parallelschaltung sind also die Nutzwiderstände (Nutzspannungen) möglichst gross, die Leitungswiderstände möglichst klein zu wählen, wenn die Elastizität der Leitungsanlage möglichst gross sein soll.

In diesem Ergebnis steht die Parallelschaltung der Nutzwiderstände in direktem Gegensatze zur Hintereinanderschaltung, und dieser Gegensatz ist von der grössten praktischen Bedeutung.

39. Der Spannungsverlust mit Rücksicht auf die Elastizität. Für die empfindlichsten Stromempfänger, die Glühlampen der jetzt gebräuchlichen Konstruktion, war die von der Anlage zu fordernde Elastizität schon oben (vergl. § 27) vorgeschrieben: Die Schwankungen der Stromstärke im Nutzwiderstande sollen ungefähr 2% des normalen Stromes nicht überschreiten. Das heisst aber im Falle der Parallelschaltung, wo es nur eine gemeinsame Nutzspannung giebt: Die Nutzspannung darf sich höchstens um 2% ändern, wenn die Zahl der Nutzwiderstände zwischen 0 und dem Maximum schwankt, oder der Spannungsverlust darf im Falle des maximalen Stromes in der Leitung höchstens 2% der Nutzspannung betragen, Statt 2% der Nutzspannung darf man ohne merklichen Fehler auch 2% der Gesamtspannung angeben.

Hieraus ergibt sich als allgemein gültige Grundlage zur Berechnung von Leitungen für parallel geschaltete Glühlampen

der bestimmte, mit Rücksicht auf die Elastizität gewählte Spannungsverlust

$$\epsilon = 0,02 E_N.$$

40. Anlagen mit unvollkommener Elastizität. Man kann eine Leitungsanlage für einfache Effektübertragung auch so bauen, dass die vollkommene Elastizität erst an einem bestimmten Punkte P beginnt; die Leitung vom Maschinenhause bis zu diesem Punkte ist ungenügend, die Leitung von diesem Punkte aus dagegen vollkommen elastisch. Der Punkt P tritt dann an Stelle der Hauptklemmen im Maschinenhause, insofern an ihm die Spannung beobachtet und konstant gehalten wird. Das kann geschehen, indem man den Stand des Maschinisten nach dem Punkte P verlegt und hier den Nebenschlussregulator der Maschine anbringt, der durch zwei oder wenigstens eine besondere Leitung mit dem Maschinenhause verbunden sein muss. Ein anderes und bequemerer Verfahren ist das, dass man den Stand des Maschinisten nicht ändert, aber den Spannungsmesser nicht an den Hauptschienen, sondern durch zwei besondere sogenannte Spannungsleitungen oder Prüfdrähte an den Punkt P anschliesst und auf Konstanz der so beobachteten Spannung reguliert. Die Elastizität des ersten Leitungsteiles ist also durch eine besondere Art der Regulierung ersetzt worden.

41. Der Spannungsverlust als mechanisches Moment. Für alle Leitungsberechnungen, die unter Zugrundelegung des Spannungsverlustes ausgeführt werden, sind die Gleichungen

$$\epsilon = J \cdot R, \text{ also } R = \frac{\epsilon}{J} \dots \dots \dots (19)$$

und

$$\epsilon = \frac{JL}{Q} q, \text{ also } Q = \frac{JL}{\epsilon} q \dots \dots \dots (20)$$

massgebend. War schon früher (vergl. § 12) der Spannungsverlust ϵ als eine Reaktion gegen das Produkt JR aufgefasst, so gewinnt diese Auffassung für die Parallelschaltung der Nutzwiderstände — zunächst für den Fall der einfachen Effektübertragung — eine besondere Bedeutung, wenn man den Widerstand R mit dem Hebelarm, den Strom J mit der Kraft eines mechanischen Momentes vergleicht. ϵ ist dann das Moment, das dem ersten Momente JR das Gleichgewicht hält, etwa in Form der an demselben Hebelarm angreifenden Spannkraft einer Feder, vergl. Fig. 19; oder es ist die am Hebelarm $R = 1$ angreifende Kraft, vergl. Fig. 20. Das Produkt JR wird wegen seiner Aehnlichkeit mit einem mechanischen Momente **Strommoment**, der abgezweigte Strom J

Belastungsstrom oder kurz die Belastung genannt, man kann hiermit den Satz aussprechen:

Spannungsverlust und Strommoment halten einander das Gleichgewicht.

Die Aufgabe der Leitungsberechnung besteht nun darin, bei gegebener Kraft J und gegebenem Momente ϵ den Hebelarm R

Fig. 19.

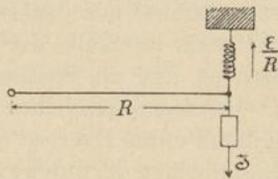
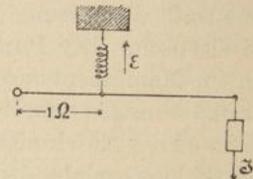


Fig. 20.



so gross zu wählen, dass das System im Gleichgewicht ist; oder es könnte auch umgekehrt bei gegebenem Hebelarm R und Momente ϵ das Gewicht J gesucht werden. Um den Vergleich noch weiter zu führen, kann man annehmen, dass die Kraft ϵ (im Falle der Fig. 20) die Feder eben bis zur Elastizitätsgrenze beanspruche. Die Grösse J darf dann den berechneten Wert, sowohl

Fig. 21.

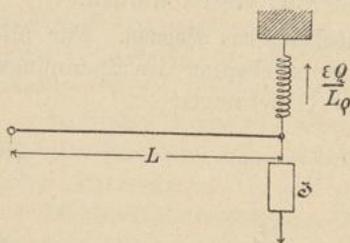
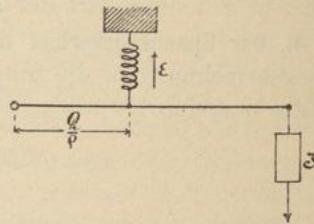


Fig. 22.



als Strom als auch als Kraft angesehen, nicht überschreiten, wenn die Leitung oder die Feder für alle Fälle genügende Elastizität behalten soll.

Im allgemeinen wird die Länge der Leitung und der spezifische Widerstand gegeben sein. Vergleicht man diese Länge direkt mit der Länge eines Hebelarmes, während J seine Bedeutung beibehält, so ergeben sich die Fig. 21 und 22. Diese letzte Darstellung hat den Vorteil, dass das mechanische System unverändert bleibt, soweit es vor der Lösung der Aufgabe gegeben ist. Die gesuchte Grösse Q ergibt sich dann in der Weise, dass man den Angriffspunkt der Kraft ϵ so lange verschiebt, bis das System im Gleichgewicht ist; dann stellt die Länge des Hebelarmes von ϵ die Grösse $\frac{Q}{e}$ dar.

Für das Moment JL hat man den Namen Meterampere eingeführt und zur Bestimmung des Leitungsquerschnittes Tabellen berechnet und Kurventafeln gezeichnet, aus denen für einen gegebenen spezifischen Widerstand der Querschnitt als Funktion der Meterampere ausgedrückt ist. Solche Tafeln haben heute unter der Herrschaft des Rechenschiebers keinen sonderlichen praktischen Wert, und es ist besser die eine Grundgleichung für Berechnung der Leitungen auf Spannungsverlust und die drei wichtigsten Zahlen der spezifischen Widerstände, für Kupfer, Eisen und Nikelin oder Konstantan (vergl. § 11), im Gedächtnis zu behalten.

42. Wahl der absoluten Höhe des Spannungsverlustes und der Nutzspannung. Das Verhältnis des Spannungsverlustes zur Nutzspannung war oben (§ 39) zu 0,02 ermittelt worden, wenn die Anlage eine unter allen Umständen genügende Elastizität besitzen soll. So lange über die absolute Höhe der Nutzspannung nichts vereinbart ist, ist also die Wahl des Spannungsverlustes nicht beschränkt, wir dürfen ϵ beliebig hoch annehmen und werden dadurch den Querschnitt für eine gegebene Stromstärke und eine gegebene Länge beliebig verringern können, jedenfalls bis zu der Grenze, die durch die Rücksicht auf Erwärmung oder auf mechanische Festigkeit gezogen ist. Für kleine Entfernungen wird unter diesen Umständen bei sonst gleichen Verhältnissen ein kleinerer Spannungsverlust am Platze sein als für grosse. Mit der Veränderung des Spannungsverlustes muss natürlich die Nutzspannung variieren, wenn das Verhältnis 0,02 bestehen bleiben soll.

Damit wäre aber die Nutzspannung Veränderungen unterworfen, die nicht nur — selbstverständlich — für eine bestimmte Anlage ausgeschlossen sein müssen, sondern auch unter verschiedenen Anlagen im Interesse einer einheitlichen Fabrikation unzulässig sind; und zwar handelt es sich hierbei hauptsächlich um die Fabrikation der Stromempfänger. Als massgebend für die obere Grenze müssen wir unter diesen die Glühlampen ansehen, weil deren Natur die Nutzspannung am frühesten beschränkt.

Lange Zeit hindurch war es nicht möglich, dauerhafte Glühlampen für eine höhere Spannung als rund 100 Volt fabrikmässig herzustellen. Es war noch nicht gelungen, den bei höheren Spannungen notwendigen Kohlenfäden von grösserer Länge oder kleinerem Querschnitte genügende Dauerhaftigkeit zu verleihen. Man konnte sich also bei der Wahl der Nutzspannung nicht über die eben angegebene Grenze hinaus bewegen.

Die bei Beleuchtungsanlagen in zweiter Linie wichtigen Stromempfänger sind die Bogenlampen, von denen wir schon erfahren

haben, dass ihr Betrieb an eine gewisse Spannung gebunden ist, nämlich etwa 45 V für den Lichtbogen selbst und 20 V für den Vorschalt- oder Beruhigungswiderstand. Hieraus ergibt sich als brauchbar die Spannung von 65 V. Diese Spannung ist als Betriebsspannung thatsächlich viel angewendet worden.

Für Anlagen mit grösseren Entfernungen aber wurde ein grösserer Spannungsverlust, also eine grössere Nutzspannung wünschenswert, und man ging deshalb zu der durch Hintereinanderschaltung von zwei Bogenlampen gegebenen Spannung von $2 \cdot 45 + 20 = 110$ V über, die für die Glühlampen, dem Stande der Fabrikation entsprechend, noch eben zulässig war. Erst in jüngster Zeit hat man mit zunehmender Vervollkommnung der Glühlampenfabrikation auch diese Spannung öfters überschritten und ist zu 150 V oder sogar 200 und 220 V übergegangen, womit dann die Hintereinanderschaltung von drei und vier Bogenlampen verbunden ist. (Der Spannungsverlust der Vorschaltung kann bei Hintereinanderschaltung mehrerer Bogenlampen kleiner als 20 V genommen werden, weil die Bogenlampen selbst die Aufgabe des Beruhigungswiderstandes für einander übernehmen.) Die Spannung von 110 V ist aber noch bei weitem am meisten angewendet; wir wollen deshalb in den praktischen Beispielen auch dieser Zahl am meisten Beachtung schenken.

Bei einer Anlage von 110 V Betriebsspannung wird demnach, wenn ihre Leitungen auf Elastizität berechnet werden sollen, der Spannungsverlust

$$\epsilon = 0,02 \cdot 110 = 2,2 \text{ V}$$

nicht überschritten werden dürfen*).

43. Berechnung einer Leitung. Die oben (vergl. § 30) geschilderte Schwierigkeit des Problems der Leitungsberechnung ist für den Fall der einfachen Effektübertragung, wie wir nun leicht erkennen können, überwunden: Bekannt sind für jeden Nutzwiderstand die Werte von Spannung und Strom, die zum normalen Funktionieren derselben nötig sind, also ist auch in der Summe dieser Ströme der Strom, den die Leitung zu führen hat, bekannt.

*) Die neueren Glühlampen für höhere Spannungen scheinen grössere Spannungsschwankungen als 2% zu vertragen, ohne dass die Lichtschwankungen störend würden. Die Ausführungen des § 42 bedürfen infolge der neuesten Fortschritte in der Konstruktion der Bogenlampen einer Ergänzung: Die Bogenlampen mit luftdicht abgeschlossenem Lichtbogen haben an ihren Klemmen eine Spannung von ungefähr 76 V, so dass sie unter Vorschaltung eines Beruhigungswiderstandes für 34 V bei Anlagen von 110 V einzeln verwendet werden können. Vergl. Wedding, *E T Z* 1897, Seite 763.

In der Gleichung

$$J = \frac{E_N + JR}{R + W} = \frac{E_o}{R + W},$$

in der R den Leitungswiderstand und W den den parallelen Widerständen äquivalenten Widerstand bedeuten, sind demnach alle Grössen bis auf R gegeben; es kann also diese Grösse oder der Leitungsquerschnitt bei gegebener Länge berechnet werden.

Die Berechnung mit Hilfe dieser Formel wäre zu umständlich; viel einfacher gestaltet sie sich, wenn man berücksichtigt, dass auch der Spannungsverlust als bestimmter Bruchteil der gegebenen Nutzspannung bekannt ist und damit dieselben Grössen zur Berechnung der Leitung zur Verfügung stehen, wie oben bei dem Falle der einfachen Hintereinanderschaltung (§ 23 u. 24).

Sind z. B. 30 Glühlampen von 0,5 Amp und 110 Volt in einer Entfernung von 80 m vom Maschinenhause zu installieren, so muss die Leitung, wenn die Lampen normal brennen sollen, ein Strom von 15 Amp durchfliessen, der Querschnitt der aus Kupfer herzustellenden Leitung muss also nach Formel (20)

$$Q = \frac{30 \cdot 0,5 \cdot 160}{2,2} \cdot 0,0175 = 19,1 \text{ mm}^2$$

betragen. Da die Stromstärke mit Rücksicht auf Erwärmung 49 Amp betragen dürfte, so ist der berechnete Querschnitt annehmbar. Diese mit Rücksicht auf Elastizität berechnete Leitung ist also praktisch sehr wohl ausführbar.

44. Die Länge normal erwärmter Leitungen bei vorgeschriebenem Spannungsverlust. Die auf derselben Grundlage der Elastizität bei Hintereinanderschaltung ausgeführte Berechnung hatte zu praktischen Unmöglichkeiten geführt, und aus dem dortigen Beispiele war leicht der allgemeine Schluss zu ziehen, dass die Hintereinanderschaltung bei Anlagen, von denen eine grosse Elastizität verlangt wird, praktisch nicht anwendbar sei. Wie weit das eben behandelte Beispiel für die Parallelschaltung typisch ist, also ob allgemein die Berechnung auf Elastizität bei Parallelschaltung der Stromempfänger zu Ergebnissen führt, die praktisch unmittelbar verwertbar sind, wird man leicht auf folgende Weise ermitteln können:

Für eine gegebene Stromstärke ist durch die Rücksicht auf Erwärmung ein bestimmter Durchmesser oder Querschnitt, der nicht unterschritten werden darf, vorgeschrieben. Wählt man diesen Querschnitt für den gegebenen Strom, so wird sich eine bestimmte Länge der Leitung ergeben, bei der der maximal zulässige Spannungsverlust ϵ erreicht ist, und es ist nun die Frage,

ob diese Längen von der Grösse sind, dass die praktisch vorkommenden Längen in ihren Bereich fallen.

Es ist also die Beziehung

$$J = 4,5 D^{3/2} = 5,38 Q^{2/4}$$

in die Gleichung

$$L = \frac{Q}{J} \frac{\epsilon}{q}$$

einzuführen. Das giebt

$$L = 0,175 \frac{\epsilon}{q} \sqrt{D} \dots \dots \dots (21)$$

oder

$$L = 0,186 \frac{\epsilon}{q} \sqrt[4]{Q} \dots \dots \dots (22)$$

Ist $q = 0,0175$ und $\epsilon = 2,2$ V, so ergibt sich beispielsweise

für $D = 1$ mm	oder $J = 4,5$ Amp	die Länge zu $L = 22$ m
„ $D = 4$ „	„ $J = 36$ „	„ $L = 44$ „
„ $D = 8$ „	„ $J = 102$ „	„ $L = 62$ „

u. s. f.

Wir erreichen also thatsächlich praktisch vorkommende Längen. Gleichzeitig aber folgt aus der Betrachtung, dass in Leitungen, die bei einer Nutzspannung von 110 Volt auf Elastizität berechnet sind, in sehr vielen Fällen die zulässige Erwärmung nicht erreicht wird. Sie wird nämlich nicht erreicht in allen Fällen, in denen die Ströme auf eine grössere als die angegebene Länge fortgeleitet werden sollen, sie würde dagegen überschritten, wenn die Länge geringer wäre. In diesem letzten Falle muss also eine Erhöhung des Leitungsquerschnittes wegen der Erwärmung vorgenommen werden, so dass der Spannungsverlust geringer wird als der mit Rücksicht auf Elastizität zulässige.

45. Allgemeine Vergleichung der Hintereinander- und der Parallelschaltung der Stromempfänger. Eine Vergleichung der beiden Schaltungsarten wird noch mehr die Gründe erkennen lassen, weshalb die Parallelschaltung von grösserer praktischer Bedeutung ist als die Hintereinanderschaltung. Um die Vergleichung aber zu vervollständigen, soll sie nicht nur auf diesen Zweck beschränkt bleiben, sondern es sollen allgemein die wichtigsten Unterschiede einander gegenüber gestellt werden. Für die Hintereinanderschaltung gilt das Schema der Fig. 23 oder, mit Rücksicht auf den Satz, dass die Reihenfolge der Widerstände willkürlich ist, der Fig. 24; für die Parallelschaltung gilt Fig. 25.

Hintereinanderschaltung.

Fig. 23.

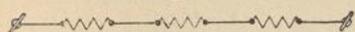
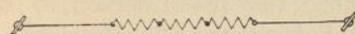


Fig. 24.



1. Alle Stromempfänger durchfließt ein und derselbe Strom, aber jeder hat eine andere Klemmenspannung.

2. Die Gesamtspannung ist gleich der Summe der einzelnen Klemmenspannungen.

$$E_g = \Sigma E$$

3. Dem Projekte einer Anlage muss ein bestimmter Betriebsstrom zu Grunde gelegt werden.

4. Der Effekt in den einzelnen Stromempfängern ist proportional der Klemmenspannung

$$\mathcal{E}_1 : \mathcal{E}_2 = E_1 : E_2$$

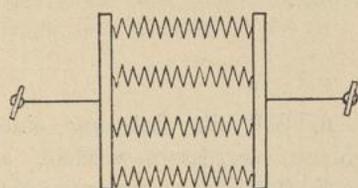
und proportional dem Widerstande

$$\mathcal{E}_1 : \mathcal{E}_2 = W_1 : W_2$$

5. Wird ein Galvanometer mit irgend einer Kombination von Widerständen durch Hintereinanderschaltung verbunden, so können seine Ausschläge als Mass für den die Widerstände durchfließenden Strom benutzt werden. Damit ein solcher Strommesser möglichst wenig Effekt verbrauche, ist sein Widerstand so klein als möglich zu machen, denn der Effekt ist

Parallelschaltung.

Fig. 25.



1. Alle Stromempfänger haben dieselbe Klemmenspannung, aber jeden durchfließt ein anderer Strom.

2. Der Gesamtstrom ist gleich der Summe der einzelnen Ströme

$$J_g = \Sigma J$$

3. Dem Projekte einer Anlage muss eine bestimmte Betriebsspannung zu Grunde gelegt werden.

4. Der Effekt in den einzelnen Stromempfängern ist proportional der Stromstärke

$$\mathcal{E}_1 : \mathcal{E}_2 = J_1 : J_2$$

und umgekehrt proportional dem Widerstande

$$\mathcal{E}_1 : \mathcal{E}_2 = W_2 : W_1$$

5. Wird ein Galvanometer an die Klemmen irgend einer Kombination von Widerständen gelegt, so können seine Ausschläge, die zunächst nur ein Mass für den das Instrument durchfließenden Strom sind, als Mass für die Spannung an den Klemmen der Widerstandskombination benutzt werden. Damit ein solcher Spannungsmesser möglichst wenig Effekt verbrauche, ist sein Wider-

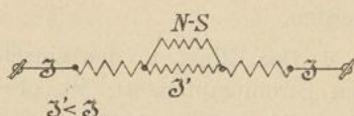
$$\mathcal{E} = J^2 \cdot W$$

und der Strom eine gegebene Grösse.

6. Soll die Leistung einer Anlage vergrössert werden, so ist die Betriebsspannung (im Maschinenhause) zu erhöhen.

7. Soll ein Stromempfänger von anderem Stromverbrauch eingeschaltet werden, so kann dies geschehen, wenn der Strom kleiner ist als der Betriebsstrom der Anlage, und zwar mit Hilfe einer an den betreffenden Stromempfänger angelegten Nebenschliessung (*N-S* in Fig. 26).

Fig. 26.



8. Die Ausschaltung eines Stromempfängers muss durch Kurzschliessung seiner Klemmen erfolgen.

9. Die Unterbrechung eines Stromempfängers setzt die ganze Anlage ausser Betrieb, denn der Strom wird = 0. Der Kurzschluss eines Stromempfängers aber ist auf die übrigen Stromempfänger bei einer auf Elastizität berechneten Anlage ohne Einfluss. Die Anlage ist also besonders vor Unterbrechung zu schützen.

stand so gross als möglich zu machen, denn der Effekt ist

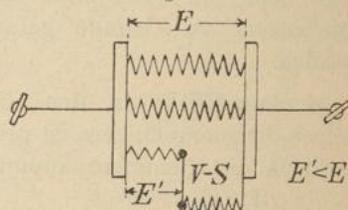
$$\mathcal{E} = \frac{E^2}{W}$$

und die Spannung eine gegebene Grösse.

6. Soll die Leistung einer Anlage vergrössert werden, so ist der Betriebsstrom (im Maschinenhause) zu vergrössern.

7. Soll ein Stromempfänger von anderer Klemmenspannung eingeschaltet werden, so kann dies geschehen, wenn seine Klemmenspannung kleiner ist als die Betriebsspannung, und zwar mit Hilfe einer vor den Stromempfänger gelegten Vor-schaltung (*V-S* in Fig. 27).

Fig. 27.



8. Die Ausschaltung eines Stromempfängers muss durch Unterbrechung erfolgen.

9. Der Kurzschluss eines Stromempfängers setzt die ganze Anlage ausser Betrieb, denn die Spannung wird = 0. Die Unterbrechung eines Stromempfängers aber ist für die übrigen Stromempfänger bei einer auf Elastizität berechneten Anlage ohne Einfluss. Die Anlage ist also besonders vor Kurzschluss zu schützen.

10. Die Spannungsdifferenz an der Unterbrechungsstelle, also auch zwischen je zwei beliebigen Punkten der beiden getrennten Leitungsteile, nimmt einen sehr grossen Wert, den der Gesamtspannung, an.

11. Diesen Umstand benützt man, um bei Unterbrechung eines Stromempfängers die Anlage in Betrieb zu erhalten: Zu jedem Stromempfänger wird (vgl. Fig. 28) eine Vorrichtung parallel geschaltet, die in einer gegen eine Metallklemme drückende Feder *F* besteht. Zwischen der Feder und der Klemme liegt aber ein schwaches isolierendes Blatt *B*, das der geringen normalen Nutzwspannung widersteht, bei Auftreten der Gesamtspannung aber durchbrochen wird, wodurch der den Betrieb der Anlage störende Stromempfänger kurzgeschlossen und der normale Strom für die übrigen Stromempfänger wieder hergestellt wird.

12. Die Elastizität einer Anlage wächst mit Zunahme des Leitungs- und mit Abnahme des Nutzwiderstandes.

13. Soll die Anlage für gewöhnliche Glühlampen elastisch genug sein, so muss der Leitungswiderstand mindestens 98 % des Gesamtwiderstandes ausmachen, der Effektverlust also 98 % des Gesamteffektes betragen.

14. Der Verlust durch Erwärmung der Leitung einer be-

10. Der Strom an der Kurzschlussstelle, also auch der Gesamtstrom in der Leitung nimmt einen sehr grossen Wert an.

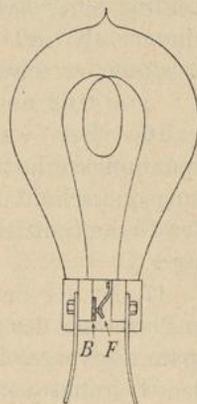
11. Diesen Umstand benützt man, um bei Kurzschluss eines Stromempfängers die Anlage in Betrieb zu erhalten: Vor jeden Stromempfänger oder eine Gruppe derselben wird eine Bleisicherung vorgeschaltet, die bei Kurzschluss abschmilzt, wodurch der den Betrieb der Anlage beeinträchtigende Stromempfänger unterbrochen und die normale Klemmenspannung für die übrigen Stromempfänger wieder hergestellt wird.

12. Die Elastizität einer Anlage wächst mit Abnahme des Leitungs- und mit Zunahme des Nutzwiderstandes.

13. Soll die Anlage für gewöhnliche Glühlampen elastisch genug sein, so darf der Leitungswiderstand (Spannungsverlust) höchstens 2 % des Gesamtwiderstandes (Gesamtspannung) ausmachen, der Effektverlust darf also höchstens 2 % des Gesamteffektes betragen.

14. Der Verlust durch Erwärmung der Leitung einer be-

Fig. 28.



stimmten Anlage bleibt unter allen Umständen bei jeder beliebigen Nutzleistung derselbe.

15. Der Wirkungsgrad der Leitung einer elastischen Anlage nimmt ab mit abnehmender Leistung, er schwankt zwischen $\gamma = 0,02$ und $\gamma = 0^*$)

16. Bei vorgeschriebenem Spannungsverlust ist der Leitungsquerschnitt unabhängig von der Gesamtnutzleistung der Anlage.

17. Ist der Spannungsverlust in Prozenten der gesamten Nutzspannung vorgeschrieben, so wird der Leitungsquerschnitt umgekehrt proportional der Nutzspannung, also auch umgekehrt proportional der Gesamtnutzleistung der Anlage.

Das Ergebnis, das bei der vergleichenden Beurteilung der beiden Schaltungsarten in die Augen springt, ist das aus den Sätzen 13 bis 15 abzuleitende: dass die Hintereinanderschaltung zu verwerfen ist, wenn es sich darum handelt, eine Anlage zu bauen, die eine hohe Elastizität besitzt, also z. B. eine Anlage deren Stromempfänger, wenn auch nur zum Teil, aus Glühlampen bestehen, dass dagegen die Parallelschaltung in diesem Falle sehr wohl am Platze ist.

Es ist zur Unterstützung dieser Entscheidung noch an die Tatsache zu erinnern, dass die Berechnung auf Elastizität bei Anlagen in Hintereinanderschaltung zu so kleinen Querschnitten geführt hatte, dass eine Vergrößerung schon mit Rücksicht auf mechanische Festigkeit notwendig war, geschweige denn, dass der Querschnitt den durch die Rücksicht auf Erwärmung gestellten Bedingungen genügt hätte. Bei Parallelschaltung dagegen ergab die Berechnung auf Elastizität im allgemeinen derartige Quer-

*) In dem Beispiele (§ 27) wurde der Wirkungsgrad etwas grösser als 0,02 weil nicht vollkommene Elastizität zwischen dem maximalen Nutzeffekt und dem Nutzeffekt 0 angenommen, sondern die geringere Elastizität bei Aenderung des Nutzeffektes im Verhältnis 20 : 1 zu Grunde gelegt war.

stimmten Anlage nimmt ab (im Quadrate) mit abnehmender Stromstärke, also abnehmender Nutzleistung.

15. Der Wirkungsgrad der Leitung einer elastischen Anlage nimmt zu mit abnehmender Leistung, er schwankt zwischen $\gamma = 0,98$ und $\gamma = 1,00$

16. Bei vorgeschriebenem Spannungsverlust ist der Leitungsquerschnitt proportional der Gesamtnutzleistung der Anlage.

17. Ist der Spannungsverlust in Prozenten der gesamten Nutzspannung vorgeschrieben, so ändert sich der Leitungsquerschnitt, verglichen mit dem vorigen Falle (16) nicht, bleibt also proportional der Gesamtnutzleistung.

schnitte, dass einerseits die Erwärmung in den zulässigen Grenzen blieb, dass aber andererseits auch nicht ein starkes Missverhältnis zwischen der auf Elastizität und der auf Erwärmung berechneten Leitung festzustellen gewesen wäre. Hierzu kommt, das in solchen Fällen, in denen der Querschnitt wegen der Erwärmung vergrößert werden muss, hiermit bei Anlagen in Parallelschaltung gleichzeitig wenigstens der Vorteil einer höheren Elastizität gewonnen wird, während bei der Reihenschaltung das Umgekehrte eintritt. Es ergibt sich also der Satz:

Bei Anlagen, die elastisch sein sollen, insbesondere bei Anlagen mit Glühlampen, ist die Parallelschaltung der Stromempfänger zu wählen.

Zu einer andern Entscheidung müssen dagegen die Punkte 16 und 17 der Vergleichung führen. Zur näheren Erläuterung dieser Punkte diene folgendes Beispiel:

Der Spannungsverlust ϵ sei durch irgend einen Umstand vorgeschrieben und es soll die Frage entschieden werden, ob in einem bestimmten Falle, also bei gegebener Länge der Leitung, Hintereinander- oder Parallelschaltung der Stromempfänger gewählt werden soll; die Stromempfänger seien einander gleich und nach Nutzs-pannung E_N und Stromverbrauch J vollkommen gegeben. Die Zahl der gleichen Stromempfänger sei n . Für Hintereinanderschaltung ergibt sich dann der Querschnitt

$$Q_h = \frac{JL}{\epsilon} \varrho,$$

für Parallelschaltung dagegen

$$Q_p = \frac{nJL}{\epsilon} \varrho,$$

also der n -fache Querschnitt.

Ist dagegen der Spannungsverlust in Prozenten der Nutzs-pannung vorgeschrieben, so wird er bei Hintereinanderschaltung n mal so hoch sein als bei Parallelschaltung, und es ergibt sich

$$Q_p = n^2 Q_h \dots \dots \dots (23)$$

Da also, wo die Elastizität der Anlage keine Rolle spielt, ist die Hintereinanderschaltung unter den angenommenen Umständen vorzuziehen. Dieser Fall kann aber jedenfalls nur dann in Frage kommen, wenn die Leitungslängen sehr gross sind, denn nur dann wird bei Hintereinanderschaltung die Berechnung Querschnitte ergeben, die so gross sind, dass die mechanische Festigkeit gross genug und die Erwärmung mässig ist.

Unberücksichtigt gelassen ist im Beispiele, dass man eine Erhöhung der Spannung auf das n fache nicht so ohne weiteres wird vornehmen dürfen oder wollen, dass vielmehr in dieser Beziehung sehr bald Grenzen aus anderen Gründen gezogen sind. Aber trotzdem bleibt das Ergebnis dieser Betrachtung der Satz:

Bei grossen Leitungslängen ist da, wo die Elastizität der Anlage nicht in Frage kommt, die Reihenschaltung der Stromempfänger zu wählen.

46. Der Vorteil hoher Spannungen. Dass es von Vorteil ist, die Betriebsspannungen so hoch als möglich zu wählen, war schon oben (§ 42) gefolgert worden, wo gezeigt war, dass proportional mit der Zunahme der Spannung der Leitungsquerschnitt abnimmt. Die soeben angestellte Betrachtung muss uns veranlassen, dieses Ergebnis zu ergänzen, denn wir werden durch sie darauf aufmerksam gemacht, dass mit der Erhöhung der Nutzspannung eine Abnahme des Nutzstromes Hand in Hand geht und dass infolge dessen unter der Voraussetzung eines bestimmten Nutzeffektes*) der Leitungsquerschnitt schon unter Annahme eines seiner absoluten Höhe nach bestimmten Spannungsverlustes umgekehrt proportional der Spannung sein muss.

Ist nämlich der Spannungsverlust ε und der Nutzeffekt \mathcal{E} vorgeschrieben, so wird nach der Gleichung

$$Q = \frac{J L}{\varepsilon} e$$

der Querschnitt abhängig von dem Faktor J des Effektes $\mathcal{E} = E \cdot J$, nämlich

$$Q = \frac{\mathcal{E} \cdot L}{\varepsilon \cdot E} e,$$

also ist der Querschnitt umgekehrt proportional der Spannung E .

Ist nun aber der Spannungsverlust in Prozenten der Spannung E gegeben, nämlich $\varepsilon = 10^{-2} \cdot p E$, so ergibt sich

$$Q = \frac{\mathcal{E} L}{10^{-2} p E^2} e \dots \dots \dots (24)$$

Der Querschnitt ist also umgekehrt proportional dem Quadrate der Nutzspannung. Der Vorteil ist also thatsächlich viel grösser, als es nach den Ausführungen des Paragraphen 42 zu sein schien.

Da es nun oft nicht so sehr auf eine Verringerung des Querschnittes bei gegebener Länge (denn hier kann, wie gezeigt wurde, aus andern Gründen doch sehr bald eine Grenze erreicht sein), sondern

*) Mit dem Worte Nutzeffekt ist durchgängig, der eigentlichen Bedeutung des Wortes entsprechend, ein nützlicher Effekt, niemals ein Wirkungsgrad bezeichnet worden.

vielmehr auf eine Ausdehnung der unter Zugrundelegung eines bestimmten prozentualen Spannungsverlustes erreichbaren Leitungslänge L ankommt, so ist es besser das Ergebnis in der Form

$$L = \frac{10^{-2} p Q}{\mathfrak{G} \cdot \varrho} E^2 \dots \dots \dots (25)$$

auszudrücken und demgemäss in dem Satze auszusprechen:

Die Entfernung, auf die ein bestimmter Effekt mit einer Leitung von gegebenem Querschnitte und unter gegebenem prozentualen Spannungsverluste übertragen werden kann, wächst proportional dem Quadrate der Spannung.

Der in den Leitungen auftretende Effektverlust ist unter denselben Verhältnissen nicht abhängig von der Spannung, denn es ist

$$\varepsilon = 10^{-2} p E$$

und

$$J = \frac{\mathfrak{G}}{E},$$

demnach wird der Effektverlust in der Leitung, nämlich

$$\mathfrak{G}_v = J^2 R = \varepsilon J,$$

durch Einsetzung der beiden obigen Werte

$$\mathfrak{G}_v = 10^{-2} p \mathfrak{G} \dots \dots \dots (26)$$

Der Effektverlust ist also z. B. bei einer elastischen Glühlichtleitung bei allen Spannungen gleich 2% des Nutzeffektes.

Multipliziert man beide Seiten der Gleichung (24) mit L , so ergibt sich

$$M = \frac{\mathfrak{G} L^2}{10^{-2} p E^2} \varrho, \dots \dots \dots (27)$$

wo M die Menge des aufgewandten Leitungsmetalles bedeutet, und es folgt hieraus

$$L = \frac{1}{10} \sqrt{\frac{p M}{\mathfrak{G} \varrho}} E, \dots \dots \dots (28a)$$

oder

$$L = \text{const. } E, \dots \dots \dots (28b)$$

wenn M , p und \mathfrak{G} konstant sind, d. h.: die Entfernung, auf die ein bestimmter Effekt mit einer gegebenen Kupfermenge bei gegebenem prozentualen Spannungsverlust übertragen werden kann, wächst proportional mit der Spannung.