Die elektrischen Gleichstromleitungen mit Rücksicht auf ihre Elastizität

Teichmüller, Joachim

Stuttgart, 1898

Der Einfluss des Stromes auf die Leitungen

urn:nbn:de:bsz:31-289940

Der Einfluss des Stromes auf die Leitungen.

I. Die Wärmeentwicklung als Ursache gefahrbringender Erwärmung.

Darstellung der Temperaturerhöhung einer Leitung als Funktion des Stromes und ihrer physikalischen und geometrischen Grössen.

6. Erwärmung eines Körpers findet statt, wenn ihm Wärme zugeführt oder in ihm entwickelt wird, ohne dass diese Wärme sofort wieder abgeführt würde. Ist die Wärmezufuhr grösser als die Abfuhr, so erwärmt sich der Körper, überwiegt umgekehrt die Abfuhr gegenüber der Zufuhr, so kühlt er sich ab. Sind beide Werte einander gleich, ist also ein stationärer Zustand eingetreten, so hat der Körper eine bestimmte Temperatur angenommen. Die Erwärmung eines Körpers, d. h. die Erhöhung seiner Temperatur gegenüber seiner früheren oder der Temperatur seiner Umgebung, hängt also von dem Verhältnis der Wärmezufuhr zur Wärmeabfuhr ab; so sind auch bei den Leitungen die beiden Faktoren der Erwärmung zu betrachten, wenn die Frage beantwortet werden soll, welche Temperaturerhöhung stattfindet, wenn ein elektrischer Strom einen Leiter durchfliesst. Wir nehmen bei der Untersuchung dieser Frage an, dass sich die Leitung, sie selbst und ihre Umgebung, ihrer ganzen Länge nach in demselben Zustande befinde.

7. Die Wärmezufuhr. Das Aequivalent der Wärmezufuhr in elektrischer Arbeit wurde schon oben in der Grösse J^2RT angegeben; es ist nur noch nötig, diese elektrische Arbeit in Wärmeeinheiten, also in Grammcalorien, auszudrücken.

Wird die Stromstärke in Amp, der Widerstand in Ohm, die Zeit in Sekunden gemessen und angenommen, dass alle diese Grössen gleich Eins seien, so ergiebt das Produkt $J^2 R \cdot T = 1$

die elektrische Arbeitseinheit ein Joule. Diese praktische Einheit steht zur absoluten *CGS*-Einheit, dem Erg, in der Beziehung

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Erg}.$$

Durch die Arbeiten von Robert Mayer, Joule und anderen ist bekannt, dass eine Grammcalorie einer Arbeit von 425 Grammmeter äquivalent ist, dass also

$$1 \text{ g cal} = 425 \text{ g m}$$

oder, da

$$1 \text{ g} = 981 \text{ Dyn und } 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

$$1 \text{ g cal} = 425 \cdot 981 \cdot 100 = 4{,}169 \cdot 10^7 \text{ Erg};$$

also ist

$$1 \text{ g cal} = 4{,}169 \text{ Joule}$$

oder

$$1 \text{ Joule} = 0{,}24 \text{ g cal}; \cdots\cdots\cdots\cdots (4$$

und der Strom J Amp erzeugt im Widerstande von R Ohm in T Sekunden die Wärmemenge

$$\mathfrak{W}_e = 0{,}24\ J^2RT \text{ g cal}. \cdots\cdots\cdots\cdots (5$$

8. Die Wärmeabgabe. Während sich die Grösse der zugeführten Wärmemenge sehr leicht berechnen lässt, ist es schwer, die Grösse der Wärmeabgabe genau zu bestimmen, weil hierbei sehr viele Einflüsse mitwirken, die zu sehr dem Wechsel unterworfen sind und von Zufälligkeiten abhängen, als dass sie sich in mathematische Formeln kleiden liessen. Die Wärme wird von einem erwärmten Körper abgeführt durch Strahlung, Leitung und Konvektion. Die Wärmestrahlung geht nach denselben Gesetzen wie die Lichtstrahlung vor sich und hängt wesentlich von der Beschaffenheit der Oberfläche des Körpers ab. Bei der Wärmeleitung wird die Wärme von einem Teilchen auf ein unmittelbar benachbartes übertragen, es wird also nach und nach die ganze Umgebung des erwärmten Körpers bis zu einer gewissen Entfernung durch Leitung erwärmt werden, und zwar um so mehr und auf um so grössere Entfernungen, ein je besserer Wärmeleiter den Körper umgiebt. Durch Konvektion wird einem Körper Wärme entzogen, der sich in gasiger oder flüssiger Umgebung befindet, indem die durch die Bewegung des Gases oder der Flüssigkeit erwärmten Teilchen aus der Nähe des Körpers entfernt werden. Die Menge der durch Konvektion abgeführten Wärme wird hiernach wesentlich davon abhängen, ob die einen Leiter umgebende Luft sich in lebhafter oder mässiger Bewegung befindet.

Da vorausgesetzt wurde, dass der Leiter und seine Umgebung sich der ganzen Länge des Leiters nach in demselben Zustande befinden, so kann angenommen werden, dass von jedem Quadratcentimeter der Oberfläche des Leitungsdrahtes in einer bestimmten Zeit dieselbe Wärmemenge abgegeben wird; die Wärmeabgabe ist also proportional der Leiteroberfläche. Versuche rechtfertigen ferner die Annahme, dass die Wärmeabfuhr ausserdem (mit grosser Annäherung) der Differenz zwischen der Temperatur des Leiters und der der Umgebung proportional sei. Die Abhängigkeit der Wärmeabgabe von der Beschaffenheit der Oberfläche, der Umgebung und der Luftbewegung soll vorläufig nicht beachtet werden, es werde vielmehr irgend ein bestimmter Zustand in dieser dreifachen Beziehung angenommen. Von einem Quadratcentimeter eines in diesem Zustande befindlichen Leiters werde bei einer Temperaturdifferenz von einem Grad zwischen Leiter und Umgebung in einer Sekunde eine Wärmemenge A abgegeben, eine Grösse, die man den Koefficienten der Wärmeabgabe nennen kann, dann beträgt die vom ganzen Leiter bei einer Temperatur t_2 des Leiters und einer Temperatur t_1 der Umgebung in T Sekunden abgegebene Wärmemenge

$$\mathfrak{W}_a = A \cdot LU\,(t_2 - t_1)\,T, \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (6$$

worin L die Länge, U den Umfang des Leiters bedeutet; und es ist hiermit ein Ausdruck für die Grösse der Wärmemenge gewonnen.

9. Die Erwärmung. Sobald ein stationärer Zustand erreicht ist, ist die Wärmezufuhr gleich der Wärmeabgabe, es sind also dann die unter Gleichung (5) und (6) angegebenen Werte einander gleich, nämlich

$$A \cdot LU(t_2 - t_1)\,T = 0{,}24\,J^2 \frac{L}{Q}\,\varrho\,T.$$

Die Zeit T und die Länge L fallen aus der Betrachtung heraus, was von vornherein hätte ausgesagt werden können, und es ergiebt sich für die Temperaturerhöhung

$$\tau = 0{,}24 \frac{\varrho}{A}\,\frac{J^2}{U \cdot Q}, \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (7$$

oder für den wichtigsten Fall der kreisrunden Querschnitte, bei denen $U = D\pi$ und $Q = \frac{D^2\pi}{4}$

$$\tau = 0{,}0973 \frac{\varrho}{A}\,\frac{J^2}{D^3} \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (8$$

Bezeichnen wir mit Stromdichte j die Stromstärke, die durch die Querschnittseinheit des Leiters fliesst, und führen wir diesen Wert

$$j = \frac{J}{Q}$$

in die Gleichungen (7) und (8) ein, so ergeben sich für die Temperaturerhöhungen die Werte

$$\tau = 0{,}24 \, \frac{\varrho}{A} \, j^2 \, \frac{Q}{U} \cdots\cdots\cdots\cdots (9$$

oder

$$\tau = 0{,}06 \, \frac{\varrho}{A} \, j^2 \, D \cdots\cdots\cdots\cdots (10$$

Aus diesen Gleichungen ergeben sich, wenn man gewisse Werte konstant hält, eine Reihe von Beziehungen, von denen die wichtigsten besonders aufgeführt werden sollen:

Es sei	und ausserdem	so ist
I. J = const.	D = const.	1. τ = Const. ϱ
	ϱ = const.	2. τ = Const. $\frac{1}{D^3}$
II. D = const.	ϱ = const.	3. τ = Const. J^2
III. τ = const.	ϱ = const.	4. J = Const. $\sqrt{D^3}$ oder D = Const. $\sqrt[3]{J^2}$
		5. j = Const. $\frac{1}{\sqrt{D}}$
	ϱ = const. Q = const.	6. J = Const. $\sqrt{U}$
		7. j = Const. $\sqrt{U}$
	D = const.	8. J = Const. $\frac{1}{\sqrt{\varrho}}$
		9. j = Const. $\frac{1}{\sqrt{\varrho}}$
	J = const.	10. D = Const. $\sqrt[3]{\varrho}$

Bei allen Formeln mit Ausnahme von Nr. 6 und Nr. 7 ist angenommen, dass der Querschnitt kreisförmig sei. Einige der wichtigsten unter diesen Formeln sollen in Worten ausgedrückt werden:

1. Werden Leitungsdrähte von gleichem Durchmesser, die auf gleiche Weise isoliert, von gleicher Oberflächenbeschaffenheit und unter gleichen äusseren Umständen verlegt sind, aber aus verschiedenem Material (ϱ) bestehen, von demselben Strome durchflossen, so ist die Temperaturerhöhung der Drähte proportional ihrem spezifischen Widerstande.

3. Wird ein Leitungsdraht von bestimmtem Material, der seiner ganzen Länge nach von demselben Durchmesser, auf gleiche Weise isoliert, von gleicher Oberflächenbeschaffenheit und unter gleichen äusseren Umständen verlegt ist, von verschiedenen Strömen durchflossen, so ist die Temperaturerhöhung proportional dem Quadrate der Stromstärke.

4. und 5. Wird zur Bedingung gemacht, dass bei Leitungsdrähten, die von demselben Material, auf dieselbe Weise isoliert, von der gleichen Oberflächenbeschaffenheit und unter denselben äusseren Umständen verlegt, aber von verschiedenem Durchmesser sind, die Temperaturerhöhung dieselbe sei, so muss die Stromstärke der $\frac{3}{2}$-ten Potenz des Durchmessers proportional sein, die Stromdichte dagegen muss abnehmen mit der Quadratwurzel aus dem Durchmesser.

Der zweite dieser drei Sätze, der übrigens wie der erste schon aus dem Jouleschen Gesetze hätte gefolgert werden dürfen, mahnt zu grosser Vorsicht. Wäre z. B. ein Draht von einem solchen Strome durchflossen, dass die Temperaturerhöhung noch eben in den zulässigen Grenzen bliebe, so würde eine Ueberschreitung dieses Stromes um 10 % die Temperaturerhöhung um über 20 % zunehmen lassen, und der Draht würde leicht so stark erwärmt werden, dass er der Umgebung gefährlich werden könnte.

Der Maximalwert des für eine Leitung zulässigen Stromes.

10. Die wichtigste Frage, welche Stromstärke für einen bestimmten Durchmesser noch zulässig ist, beantwortet der zuletzt ausgesprochene Satz der Formel Nr. 4. Praktische Verwendung kann diese Formel selbstverständlich erst finden, wenn der Wert des konstanten Faktors in einer Zahlengrösse angegeben ist. Die Konstante enthält aber — vergl. Gleichung (8) auf Seite 9 — die Grössen ϱ, τ und A und den Zahlenfaktor 0,0973. Wir müssen demnach alle diese Grössen für sich betrachten, um den Wert des konstanten Faktors in der Formel

$$J = \text{Const.}\ D^{3/2}$$

zu gewinnen.

II. Wert und Bedeutung der einzelnen Grössen der Gleichung 8. Der spezifische Widerstand ϱ. Der Faktor ϱ war oben definiert als der Widerstand eines Leiters von der Längeneinheit und der Querschnittseinheit, und er war der spezifische Widerstand genannt worden. Diese Definition genügt aber noch nicht, denn die Beobachtung lehrt, dass der Widerstand eines Leiters noch von anderen Einflüssen abhängig ist, ganz besonders auch von der Temperatur; zur Angabe des spezifischen Widerstandes bedarf es deshalb noch der Festsetzung einer bestimmten Temperatur, die für alle Angaben ohne besondere Erwähnung gültig sein sollte. Leider ist eine vollkommene Einigung über diese Temperatur noch nicht erzielt worden; während die Wissenschaft den Angaben gewöhnlich die Temperatur 0° zu Grunde legt, pflegt die Technik 15° anzunehmen, und es ist deshalb nötig bei der Angabe des spezifischen Widerstandes die Temperatur, bei der seine Messung gedacht ist, mit anzugeben.

Wenn das Gesetz der Abhängigkeit des Widerstandes von der Temperatur bekannt ist, kann man durch Rechnung die eine Angabe aus der andern ableiten. Dieses Gesetz ist experimentell bestimmt worden und lässt sich mit grosser Annäherung durch die Gleichung

$$\left.\begin{array}{l} R_T = R_0\,(1 + \alpha_1\,T) \\ \text{oder} \\ R_T = R_{15}\,(1 + \alpha_2\,[T - 15]) \end{array}\right| \quad \ldots\ldots\ldots (11$$

ausdrücken, worin R_T den Widerstand bei der Temperatur T^0, R_0 bei der Temperatur 0°, R_{15} bei 15° bedeuten. Die Grössen α stellen den Widerstand dar, um den die Widerstandseinheit bei dem Temperaturzuwachs von 1° wächst, und zwar α_1 oder α_2 je nachdem der betreffende Widerstand bei 0° oder bei 15° den Wert 1 hatte. Die beiden α sind nicht einander gleich, denn aus der Gleichung (11*a*) ergiebt sich

$$R_{15} = R_o\,(1 + \alpha_1\,15)$$

also

$$R_T = R_{15}\left(\frac{1 + \alpha_1\,T}{1 + \alpha_1\,15}\right)$$

Ist aber α_1 eine sehr kleine Grösse, so dass $\alpha_1\,T$ und $\alpha_1\,15$ klein gegen 1 sind, so lässt sich für R_T schreiben

$$R_T = R_{15}\,(1 + \alpha_1\,[T—15])$$

Unter dieser Voraussetzung ist also $\alpha_1 = \alpha_2$, und man kann denselben Wert α benützen, gleichgültig von welcher Temperatur man ausgeht. Diese Grösse α heisst der Temperaturkoefficient des Widerstandsmaterials. Zur genauen Definition des Temperaturkoefficienten gehört aber die Angabe einer bestimmten Temperatur, die man um 1° erhöht, und wir wollen, den Gepflogenheiten der Technik entsprechend, diese Temperatur auf 15° festsetzen und darnach den Temperaturkoefficienten definieren als den Widerstandszuwachs, den die bei 15° gemessene Widerstandseinheit erfährt, wenn die Temperatur um 1° zunimmt.

Ausser der Temperatur ist der Härtegrad des Metalles von Einfluss auf den Widerstand, und es muss bei der Angabe des spezifischen Widerstandes der Härtegrad mit angegeben werden. Wo dies nicht geschieht, ist anzunehmen, dass sich das Metall in möglichst weichem Zustande befinde; bei vielen Metallen ist man deshalb berechtigt eine Bezeichnung dieses Zustandes zu unterlassen, weil die geringste Verunreinigung des Metalles oder sehr kleine Abweichungen in der Zusammensetzung der Metalllegierungen einen grössern Einfluss auf den spezifischen Widerstand ausüben als der Härtegrad. Selbstverständlich bemüht man sich bei der wissenschaftlichen Festsetzung des spezifischen Widerstandes die Metalle absolut rein zu erhalten. Da aber die verschiedenen Messungen oft erheblich verschiedene Werte ergeben haben, nachdem im besondern die neueren Beobachtungen für das Kupfer fast immer kleinere Werte für den spezifischen Widerstand ergeben haben als die vorangegangenen, ist man berechtigt anzunehmen, dass die älteren für chemisch rein gehaltenen Metalle noch fremde Beimengungen enthalten haben, und man darf zweifeln, ob die letzten Beobachtungen schon die günstigsten Werte ergeben haben. Für die Technik sind aber diese Angaben so lange von geringer Bedeutung, als es nicht gelingt, die Leitungsmetalle auf billigem Wege im Grossen rein herzustellen, wir haben uns hier vielmehr an die Werte zu halten, die für die Metalle der nach der üblichen Weise hergestellten Leitungsdrähte gelten.

Der spezifische Widerstand und der Temperaturkoefficient der wichtigsten Metalle und Legierungen ist in der folgenden Tabelle angegeben, und zwar im allgemeinen bei 15°; nur bei Metallen, bei denen die Kenntnis des spezifischen Widerstandes auch hervorragendes wissenschaftliches Interesse besitzt, ist die Angabe auch für die Temperatur von 0° gemacht. Die Zahlen geben den Widerstand eines Stückes von 1 cm Länge und 1 cm² Querschnitt in Mikrohm an. Man nennt diese Einheit auch, um anzudeuten, welche Längen- und Querschnittseinheiten zu Grunde gelegt sind, das Mikrohm-Centimeter.

Tabelle der spezifischen Widerstände in Mikrohm-cm und der Temperaturkoefficienten.

		spez. Widerstand bei 0°	spez. Widerstand bei 15°	Temperaturkoefficient.
1.	Silber	1,50	1,586	0,0038
2.	Kupfer, rein	1,534	1,636	0,00445
	Leitungskupfer	—	1,75	0,004
3.	Gold	2,06	2,16	0,00365
4.	Messing	—	7 bis 8.	0,0015
5.	Eisen	—	10 bis 13	0,0048
6.	Stahl	—	10 bis 25	0,0052
7.	Neusilber	—	30 bis 40	0,0002 bis 0,0004
8.	Manganin	—	42 bis 43	0,00002
9.	Nickelin	—	40 bis 45	0,00018 bis 0,0002
10.	Konstantan	—	48 bis 50	— 0,00003
11.	Kruppin	—	85	0,00008
12.	Quecksilber	94,073	—	0,000907
13.	Kohle	—	10^4 bis 10^5	— 0,0003 bis — 0,0008

Die spezifischen Widerstände der aufgeführten Metalllegierungen schwanken mehr oder weniger stark, je nach ihrer procentualen Zusammensetzung; die Zusammensetzung ist ungefähr folgende:

Neusilber: 60 Cu, 14 bis 21 Ni, 26 bis 19 Zn,
Nickelin: 56 Cu, 24 Ni, 20 Zn,
Manganin: 84 Cu, 4 Ni, 12 Mn,
Konstantan: 58 Cu, 41 Ni, 1 Mn.

Unter den Zahlen sind Gewichtsteile zu verstehen.

Die Temperaturerhöhung τ. Das Wesentliche bei der Betrachtung der Leitungen in Bezug auf ihre Erwärmung ist natürlich nicht die Temperaturerhöhung, sondern vielmehr die Temperatur des erwärmten Leiters, und es gilt, für diese eine Grenze festzusetzen. Diese Grenze wird sich einerseits nach dem Verhalten zu richten haben, das die Leitungs- und Isoliermaterialien und die in der unmittelbaren Umgebung der Leitung befindlichen Stoffe höheren Temperaturen gegenüber zeigen, andrerseits nach der Aufgabe, die die Leitung zu erfüllen hat. In der Praxis hat es sich als zweckmässig herausgestellt, bei der Bestimmung der zulässigen Temperatur Unterschiede im Leitungs- und Isoliermaterial nicht zu machen und auch die mögliche Verschiedenheit der Umgebung ausser acht zu lassen, und zwar deshalb, weil die Unterschiede der Materialien in ihrem Verhalten gegenüber höheren Temperaturen nicht bedeutend sind, und weil von der Art der Umgebung bei einer bestimmten Anlage selten etwas für alle Zeit Bindendes ausgesagt werden kann. Derselbe Raum, der heute eine verhältnismässig hohe Temperatur ohne Nachteil wird ertragen können, kann morgen mit Stoffen angefüllt sein, die sehr empfindlich gegen hohe Wärmegrade sind. Bei der Festsetzung der höchsten zulässigen Temperatur handelt es sich aber um nichts Geringeres als um die Ausschliessung jeder Feuersgefahr, und es ist deshalb grosse Vorsicht geboten. Diesem Gebote werden wir dadurch gerecht, dass wir eine Temperatur als Grenze festsetzen, die auch noch dem empfindlichsten der in Frage kommenden Stoffe unschädlich sein würde.

Bei den Leitungen, die die Aufgabe haben, den elektrischen Strom von der Erzeugungsstelle zur Verbrauchsstelle fortzuleiten, den Leitungen im engeren Sinne, ist der empfindlichste Stoff das zur Isolation benutzte Material, besonders die zur Tränkung der Faserumspinnung gebräuchlichen organischen Körper. Der Schmelzpunkt einiger dieser Stoffe und Gemische liegt in der Gegend von 60^0. Würde man diese Temperatur als Grenze einsetzen und als normale Temperatur der Umgebung 20^0, die Zimmertemperatur, annehmen, so würde sich als zulässige Temperaturerhöhung eine Erhöhung um 40^0 ergeben. Bei dieser Festsetzung würden wir also gestatten, dass sich die Leitungen so stark erwärmen, dass die empfindlichsten Tränkungsstoffe eben zu schmelzen beginnen. Das darf aber unter gewöhnlichen Verhältnissen nicht zugelassen werden, wenn auch die Leitung dabei noch nicht so stark erwärmt wird, dass sie dauernden Nachteil erlitten hätte; wir müssen vielmehr die Grenze noch tiefer setzen.

Der Gedankengang, der nun zur allgemeinen Annahme einer bestimmten Temperaturerhöhung als oberster Grenze für Leitungen im engeren Sinne geführt hat, ist der: Es darf nicht die Stromstärke zugelassen werden, die die Leitung bis zur äussersten Grenze der im Notfalle zulässigen Temperatur erwärmt, es muss vielmehr für den Strom ein hinreichend grosser Spielraum gelassen werden, und zwar soll die zuzulassende Stromstärke die Hälfte der Stromstärke betragen, die die Erwärmung auf die äusserste Grenze treiben würde. Da die Temperaturerhöhung aber nach Formel Nr. 3 der auf Seite 10 gegebenen Tabelle dem Quadrate der Stromstärke proportional ist, so dürfen an Stelle der 40^0 nur 10^0 Erhöhung zugelassen werden. Diese Zahl $\tau = 10$ ist allgemein angenommen, im Interesse der Einheitlichkeit auch für Leitungen, die im Freien verlegt sind, obwohl bei diesen wegen ihrer Verlegungsart eine etwas grössere Temperaturerhöhung zugelassen werden dürfte.

Sieht man von den Leitungen im engeren Sinne ab, so sind noch

1) die Leitungen in den Stromerzeugern,
2) die Leitungen in den Stromempfängern,
3) die Widerstandsleitungen

zu betrachten. Für die Leitungen der ersten Art, z. B. die Bewicklungen einer Dynamomaschine gelten die angestellten Ueberlegungen nicht mehr, denn in einer Maschine ist die dem Ausdrucke J^2RT entsprechende Wärmemenge, die sogen. Stromwärme, nur eine der Ursachen der Erwärmung, andrerseits sind die Leitungen in den Stromempfängern, zu denen die Glühlampen, Bogenlampen, Heizkörper u. a. zu zählen sind, so verschieden von den bisher betrachteten Leitungen, dass sie eine besondere Behandlung verdienen. Die Leitungen der ersten und zweiten Art sollen deshalb hier übergangen und nur noch ein kurzer Blick auf die Widerstandsleitungen geworfen werden.

Während es bei den eigentlichen Leitungen als Uebelstand aufgefasst werden musste, dass in ihnen elektrische Energie als solche verloren geht, ist es gerade die Aufgabe der Widerstandsleitungen elektrische Energie zu vernichten, und zwar soll im allgemeinen in einem Widerstandsapparate, oder nach der üblichen Benennung: einem Widerstande, von gegebener Grösse eine möglichst grosse Menge von elektrischer Energie vernichtet, d. h. in Wärme umgesetzt werden, seine Leistung*) soll möglichst gross sein. Dies treibt zu einer Erhöhung der Temperaturgrenze, und man kann hierzu unbedenklich schreiten, wenn man nur die Widerstände so konstruiert, dass ihre hohe Temperatur weder ihnen selbst noch der Umgebung schaden kann, und damit ein Verfahren einschlägt, das bei den Leitungen im engeren Sinne unmöglich ist.

Zu diesem Zwecke wird zur Herstellung der Widerstände nur Metall und unverbrennbares Isoliermaterial verwendet, wie Porzellan, Schiefer, Marmor, Asbest oder dergl., und die Grenze der zulässigen Temperatur wird dann nicht mehr durch das Verhalten des Isoliermaterials, sondern durch das Verhalten des Leitungs-

*) Das Wort Kapazität, das zur Bezeichnung der Leistung eines Widerstandes viel gebraucht wird, wird in der Elektrotechnik in so vielerlei Sinne angewendet, dass es sich empfiehlt, es überall da zu unterdrücken, wo ein anderes Wort ebenso sehr oder, wie in diesem Falle, besser am Platze ist.

drahtes selbst den hohen Temperaturen gegenüber gezogen; und zwar ist es hier wesentlich die Ausdehnung des Drahtes durch die Erwärmung, die die Temperatur bestimmt, denn diese ist zuerst im stande eine dauernde Veränderung des Widerstandes nach sich zu ziehen. Als Temperaturgrenze dürfen für Widerstände etwa 100° angenommen werden; noch höher darf man die Erwärmung kommen lassen bei Widerständen, die nicht im normalen Betriebe, sondern bei Versuchen verwendet werden sollen, denn in diesem Falle stehen die Widerstände unter steter Beobachtung.

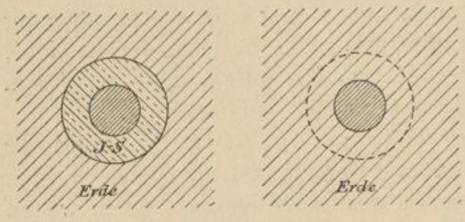
Der Koefficient der Wärmeabgabe A. Während der spezifische Widerstand ϱ mit grosser Genauigkeit angegeben werden konnte, muss man bei der Angabe des Koeffizienten A einen weiten Spielraum lassen, denn die Wärmeabgabe ist von zu vielen Umständen und Einflüssen abhängig, die sich nicht genau verfolgen und präzisieren lassen, und für die sich nicht einmal ein Mass angeben liesse. Wie schon oben in § 8 erwähnt wurde, hängt die von 1 cm² der Oberfläche des Leiters abgegebene Wärmemenge A ab

1) von der Beschaffenheit der Leiteroberfläche,
2) von der Art und Stärke der Isolation,
3) von dem Zustande der Umgebung, insbesondere dem Grade der Luftbewegung.

Die Beschaffenheit der Oberfläche ist von grossem Einfluss: Es wird mehr Wärme in derselben Zeit von einer rauhen Oberfläche abgegeben als von einer glatten, mehr von einer geschwärzten als von einer blanken, und zwar kann die Wärmeabgabe von einer geschwärzten, rauhen Oberfläche leicht das Doppelte betragen von der von einer glatten, blanken Oberfläche abgegebenen Wärmemenge. Dieser Unterschied wird sich zwar in der Praxis hauptsächlich deshalb nicht sehr fühlbar machen, weil blanke Drähte nicht lange in diesem Zustande zu bleiben pflegen, vielmehr bald durch Oxydation und Ansetzen von Staub und Schmutz eine rauhe und dunkle Oberfläche erhalten. Die erwähnte Thatsache aber mahnt bei blanken Leitungen zur Vorsicht, und es empfiehlt sich unter Umständen, den blanken Drähten einer neuen Anlage, von denen man weiss, dass sie eine verhältnismässig hohe Stromstärke zu leiten haben, oder den Drähten eines Widerstandsapparates durch einen passenden Anstrich eine rauhe und schwarze Oberfläche zu verleihen.

In betreff des Einflusses, den die Isolation auf die Wärmeabgabe und Erwärmung einer Leitung ausübt, ist vielfach die falsche Meinung verbreitet, dass sich eine ihrer ganzen Länge nach gleichmässig isolierte Leitung, die also aus isolierten Drähten hergestellt ist, mehr erwärme als eine andere aus nackten Drähten hergestellte Leitung. Das ist nicht der Fall. Denken wir uns z. B. ein unterirdisch verlegtes Leitungskabel (vergl. Fig. 3a), bei dem also die Konvektion keine Rolle spielt, das von einer starken Isolationsschicht *J-S* umgeben sei, und ein zweites Kabel (Fig. 3b), das von gleichem Leiterquerschnitt und vom gleichen Strome durchflossen ist, dessen aus gleichem Material bestehende Isolationsschicht aber ganz dünn, nur eben so stark ist, dass der Leiter von dem umgebenden Erdboden vollständig isoliert ist.

Fig. 3a und 3b.



Von dem ersten Kabel wird, wenn wir von dem Einflusse der Oberfläche der Isolationshülle absehen, eine grössere oder kleinere Wärmemenge in derselben Zeit abgegeben werden als von dem zweiten Kabel, je nachdem das spezifische Wärmeleitungsvermögen des Isolationsmaterials im ersten Falle grösser oder kleiner ist als das des Erdbodens im zweiten Falle; denn den cylindrischen Raum, den dort die Isolationshülle einnimmt, nimmt hier ein genau gleicher Cylinder ein, den man sich aus dem Erdboden herausgeschnitten denken kann und dessen Querschnitt in der Figur durch den punktierten Kreis abgegrenzt ist*).

In ähnlicher Weise wird auch bei oberirdisch verlegten Leitungen das Material der nächsten Umgebung einen Einfluss auf die Wärmeabgabe ausüben, doch tritt dieser hier gegenüber dem Einflusse, den die Luftbewegung ausübt, zurück. Die Luftbewegung ist verschieden, je nachdem die Leitungen im Freien oder in geschlossenen Räumen oder unterirdisch verlegt sind. Im Freien ist die Wärmenabgabe durch Konvektion auch bei ruhiger Luft wesentlich höher als in geschlossenen Räumen; sie steigt leicht auf das Drei- und Vierfache und darüber. Bei unterirdischer Verlegung ist die Konvektion offenbar sehr klein, annähernd gleich Null.

Die Unsicherheit aller dieser Verhältnisse soll uns veranlassen, auf die Angabe von Zahlenwerten zu verzichten und uns damit zu begnügen, die Bedeutung dieses Wertes A und seine Abhängigkeit von den verschiedenen Umständen kennen gelernt zu haben. Wir

*) Eine ausführliche Darstellung dieser Thatsachen geben Herzog und Feldmann in ihrem Buche über die Berechnung elektrischer Leitungsnetze in Theorie und Praxis. Berlin und München 1893.

dürfen natürlich auf eine Angabe dieses Wertes und damit auf eine rechnerische Ermittlung der Konstanten in der Gleichung $J = C \cdot D^{3/2}$ nur dann verzichten, wenn uns ein anderer Weg zur Feststellung von C zu Gebote steht, und ein solcher bietet sich in der That sehr einfach in dem Experiment. Ist die Konstante C aber für ein bestimmtes Verhältnis ermittelt, so lassen sich die Bedingungen für andere Verhältnisse aus den Beziehungen, die in der auf Seite 10 abgedruckten Tabelle angegeben sind, ableiten.

12. Die experimentelle Ermittelung der Konstanten C. Die Bestimmung der Konstanten C in der Gleichung $J = C D^{3/2}$ durch den Versuch setzt natürlich die thatsächliche Gültigkeit der Formel voraus, die bisher nur theoretisch abgeleitet ist; es ist also zunächst der Nachweis der Gültigkeit zu führen. Ist das aber geschehen, so ist damit offenbar auch die Aufgabe der Konstanten-Bestimmung gleichzeitig erledigt.

Der Versuch ist in folgender Weise auszuführen: Es werden Leitungen derselben Art, die sich durch nichts als durch ihren Leiterdurchmesser von einander unterscheiden — so dass also $C = f(\varrho, \tau, A)$ nur noch von τ abhängig ist — in genau derselben Art und Umgebung verlegt, natürlich so, dass sie sich gegenseitig nicht beeinflussen können. Durch diese Leitungen wird Strom geschickt, der allmählich so weit gesteigert wird, bis die Temperatur der Drähte unter der dauernden Einwirkung dieses Stromes eine Erhöhung um ein bestimmtes, festgesetztes Mass, z. B. $\tau = 10^0$, erfahren hat. Die Stromstärken in den Leitungen ergeben dann ohne weiteres die Beziehung $J = f(D)$. Die Beobachtung der Temperaturzunahme geschieht hierbei nicht durch direkte Beobachtung der Temperatur, sondern durch Messung der Widerstandszunahme, aus der mit Hilfe des bekannten oder vorher zu ermittelnden Temperaturkoefficienten die Temperaturzunahme ermittelt werden kann, und zwar weit genauer als durch direkte Beobachtung.

Versuche dieser Art sind zuerst von Kennelly angestellt worden; sie haben ergeben, dass die Versuchskurve allerdings merklich von der nach der Theorie erwarteten Kurve abweicht, doch ist immerhin diese Abweichung nicht so gross, dass sie für die elektrotechnische Praxis von Bedeutung sein könnte.

II. Folgerungen für die Praxis.

13. Wahl des Leitungsmetalles und der Querschnittsform. Von den Leitungen im engeren Sinne, die künftig — wo nicht eine besondere Unterscheidung nötig ist — schlechtweg Leitungen genannt werden sollen, wird verlangt, dass sie sich während des Betriebes möglichst wenig erwärmen, jedenfalls eine gewisse Temperatur nicht überschreiten. Um die hiermit gestellte Aufgabe durch Konstruktion und Berechnung erfüllen zu können, haben wir die vorigen Untersuchungen angestellt. Die nächste praktische Folgerung, die wir aus den Ergebnissen dieser Untersuchungen ziehen, ist die, dass wir für unsere Leitungen dasjenige unter den zur Verfügung stehenden Metallen verwenden, das den geringsten spezifischen Widerstand besitzt. Die Wahl muss allerdings noch von anderen Umständen beeinflusst werden, die sich je nach den Anforderungen, die an die besondere Leitung gestellt werden sollen, zu richten haben. Von grosser Bedeutung ist selbstverständlich der Preis, ferner sind die mechanischen Eigenschaften, besonders die Festigkeit und das magnetische, oft auch das chemische Verhalten u. a. in Betracht zu ziehen.

Sehen wir von diesen Rücksichten, die mit der Erwärmung der Leitungen in keiner Beziehung stehen, zunächst ab und beachten wir nur den spezifischen Widerstand und den Preis, so unterrichtet uns ein Blick auf die auf Seite 14 gegebene Tabelle darüber, weshalb das Kupfer in der Leitungstechnik eine so hervorragende Rolle spielt, denn sein spezifischer Widerstand ist fast am kleinsten von allen Metallen, er beträgt ungefähr nur den vierten Teil von dem des Messings und den sechsten Teil von dem des Eisens. Das Silber kommt wegen seines hohen Preises nicht in Frage und hat überdies nur einen um wenige Prozent geringeren spezifischen Widerstand als das Kupfer. Von den übrigen Metallen können nur noch Eisen und Stahl wegen ihres verhältnismässig niedrigen Preises trotz des hohen spezifischen Widerstands unter Umständen in Betracht kommen.

Ueber die günstigste Querschnittsform belehrt uns die sechste von den auf Seite 10 aufgeführten Formeln, nach der ein flaches Band von so geringer Dicke als es die Rücksicht auf mechanische Festigkeit zulassen würde, am zweckmässigsten ist. In diesem Punkte aber kann die Praxis die theoretische Forderung nicht erfüllen. Die Herstellung von bandförmigen Leitungen, ihre Isolierung, vor allem aber ihre Verlegung würde so viel schwieriger und umständlicher sein, und die Kosten dadurch dermassen erhöht werden, dass wir auf derartige Leitungen verzichten müssen und fast ausnahmslos die theoretisch ungünstigste Querschnittsform, die kreisförmige wählen.

Nur da, wo eine grössere Biegsamkeit verlangt wird, als sie der kreisrunde Draht oder Stab gewähren kann, also besonders bei starken

Querschnitten, geht man zur Verwendung von Litzen oder Seilen über, die aus gewöhnlichen Drähten zusammengedreht sind. Die Oberfläche eines Seiles ist grösser als die eines einfachen runden Drahtes von gleich grossem Querschnitt, das Seil verhält sich also günstiger in Bezug auf Erwärmung als der Draht. Als besondere Ausnahmen verdienen die Leitungen für sehr starke Ströme erwähnt zu werden, wie sie an Schalttafeln und besonders in Akkumulatorenräumen vorkommen. Solche Leitungen stellt man gern aus flachen, hochkant gestellten Schienen, unter Umständen aus mehreren nebeneinandergelegten Schienen, her und verbindet hierdurch mit dem Vorteil einer grösseren Abkühlungsfläche eine grössere Stabilität.

Anders liegen die Verhältnisse bei den Widerstandsleitungen. Die Mehrkosten des Bandes und die grössere Schwierigkeit seiner Montierung spielt bei diesen keine so grosse Rolle, denn die Leitungen bilden hier den Teil eines Apparates, dessen Gesamtkosten die Kosten der Leitungen und die Kosten ihrer Anbringung sehr weit übersteigen. Es empfiehlt sich also die Widerstandsleitungen im allgemeinen bandförmig auszuführen. Dass dies in der Praxis doch verhältnismässig wenig geschieht, hat seinen Grund zum Teil in schlechter Gewöhnung, zum Teil darin, dass die Vorzüge der leichteren Verarbeitung des Drahtes bei der Fabrikation im Grossen stärker hervortreten, und schliesslich in dem Umstande, dass man den Vorzügen des Bandes nahe kommt, wenn man an Stelle eines solchen mehrere Drähte von entsprechend kleinerem Durchmesser nebeneinander legt. Es sollte Regel sein, für Widerstände nur Drähte bis 1,5 mm, höchstens 2,0 mm Durchmesser zu verwenden, grössere Querschnitte aber bandförmig zu gestalten, oder allenfalls durch Nebeneinanderschaltung von dünnen Drähten herzustellen.

Noch günstiger als das Band verhält sich das aus sehr dünnen Drähten hergestellte Gewebe.

Die Frage nach der Wahl des Materials ist bei Widerstandsleitungen nicht so leicht zu beantworten wie bei den eigentlichen Leitungen. Die naheliegende Antwort, dass man Metall von möglichst hohem spezifischen Widerstande wählen solle, würde voreilig sein, denn die Ueberlegung, dass eine Leitung aus solchem Metall bei gleicher Querschnittsform wegen der Erwärmung (vergl. Seite 10 Formel 10) einen grösseren Querschnitt fordert als eine Leitung aus Metall von grösserer Leitungsfähigkeit, zeigt, dass es fraglich ist, ob man nicht bei Anwendung von besser leitendem Material mit einem geringeren Volumen und — ungefähre Gleicheit des Materialpreises vorausgesetzt — mit geringeren

Kosten auskommen kann. Die auf der Grundlage der gleichen (kreisförmigen) Querschnittsform ausgeführte theoretische Berechnung lehrt nun in der That, dass das Metallvolumen desselben Widerstandes unter der Annahme gleicher Erwärmung und unter sonst gleichen Verhältnissen der dritten Wurzel aus dem spezifischen Widerstande proportional ist, wonach es sich also empfehlen würde, gut leitendes Metall zu wählen.

Bei einer derartigen Behandlung würde aber den praktischen Verhältnissen in doppelter Weise nicht richtig Rechnung getragen werden*): Erstens ist zu beachten, dass die Kosten des Leitungsmetalles einen verhältnismässig kleinen Teil der Gesamtkosten des Widerstandes ausmachen, dass aber die Grösse des Apparates und hiermit die Gesamtkosten beträchtlich wachsen mit der Länge der anzubringenden Widerstandsleitungen. War nun zwar das Volumen des schlechter leitenden Metalles bei gleichem Widerstande grösser als das des besser leitenden, so ist umgekehrt die Länge dieses letzteren grösser als jenes ersteren, (sie wächst mit dem reciproken Werte der dritten Wurzel aus dem spezifischen Widerstande). Es folgt also hieraus, dass mit Rücksicht auf die Kosten des Widerstandes Metall von hohem spezifischen Widerstande gewählt werden muss, abgesehen davon, dass bei Anwendung von Kupfer die Drähte nach der Berechnung oft so dünn werden würden, dass schon die Rücksicht auf mechanische Festigkeit eine Verstärkung, also auch eine Verlängerung des Drahtes verlangen würde.

Hierzu kommt aber zweitens, dass es nicht ganz gerechtfertigt ist, die Berechnung auf der Grundlage kreisförmiger Querschnittsform aufzubauen, da, wie wir oben gesehen haben, die Widerstandsleitungen von grösserem Querschnitte aus mehreren nebeneinandergeschalteten Drähten kleineren Querschnittes zusammengesetzt oder aus Bändern oder Gewebe gebildet werden. Unter diesen Verhältnissen ist der Querschnitt bei gleicher Erwärmung annähernd proportional der Stromstärke anzunehmen, und das Metallvolumen wächst dann nicht mehr mit dem spezifischen Widerstande, sondern ist — wie sich rechnerisch leicht nachweisen lässt — annähernd unabhängig davon. Mit um so mehr Recht muss die oben gestellte Frage nach dem zweckmässigsten Widerstandsmetall dahin beantwortet werden, dass dafür im allgemeinen Metall von möglichst hohem spezifischen Widerstande zu wählen ist.

*) vergl. Strecker, *ETZ* 1894, Seite 560.

In der Praxis sind vorwiegend die in der Tabelle auf Seite 14 angeführten Metalllegierungen von Neusilber bis Kruppin gebräuchlich und werden danach gewöhnlich Widerstandsmetalle genannt. Das Kruppin hat den anderen gegenüber den Nachteil, dass es rostet, und seine Benutzung ist deshalb in neuester Zeit vielfach wieder aufgegeben. Für kleinere Widerstände wird auch Messing oder Eisen verwendet, besonders dann, wenn bei Anwendung der zuerst genannten Metalle die Länge unbequem klein würde. Die teureren Legierungen Manganin und Konstantan werden wegen ihres geringeren Temperaturkoefficienten vielfach für Präzisionswiderstände verwendet.

14. Die Konstanten für Leitungen im engeren Sinne. Nach dieser Feststellung des Leitungsmetalles und der Querschnittsform kann zur experimentellen Bestimmung der für praktische Fälle brauchbaren Zahlenwerte von C in der Formel $J = C \cdot D^{3/2}$ geschritten werden, wobei bestimmte, nach den oben angestellten Erörterungen für einzelne praktische Möglichkeiten als normal anzusehende Verhältnisse zu Grunde zu legen sind.

Die vielfach angestellten Versuche haben für Leitungen aus Kupfer von normaler Leitfähigkeit folgende Werte im Mittel ergeben:

bei Verlegung in geschlossenen Räumen $C = 4{,}5$

bei unterirdischer Verlegung $C = 4{,}0$ bis $4{,}5$

bei Verlegung im Freien $C = 8$ bis 9.

Hierbei ist angenommen, dass der Strom in Amp und der Durchmesser in mm gemessen ist.

Die Zahl 4,5 hat offenbar der Tabelle zu Grunde gelegen, die der Verband deutscher Elektrotechniker im Jahre 1895 in seinen Sicherheitsvorschriften*) gegeben und im Jahre 1898 ergänzt hat. Die Tabelle giebt den für die einzelnen Querschnitte der Kupferleitungen maximal zulässigen Betriebsstrom an. Der folgende in Spalte 2 und 3 gegebene Abdruck ist durch drei weitere Angaben ergänzt; es sind nämlich die den betreffenden Querschnitten entsprechenden Durchmesser in mm beigefügt, ferner ist in Spalte 4 die wahre Stromdichte und in Spalte 5 die mit Hilfe der Formel und der Konstanten 4,5 berechnete Stromstärke angegeben. Die Zahlen der Sicherheitsvorschriften (Spalte 3) schliessen sich bis auf die ersten, die eine grössere Sicherheit für die dünnsten Querschnitte ergeben, eng an die berechneten (in Spalte 5) an.

*) Die Sicherheitsvorschriften gelten nur für Anlagen mit Betriebsspannungen bis 250 Volt. In den folgenden Betrachtungen wird stillschweigend vorausgesetzt, dass es sich um Anlagen handelt, deren Betriebsspannung 250 V nicht überschreitet. Vergl. den Anhang am Schlusse des Buches.

Tabelle aus den Sicherheitsvorschriften des V. D. E.

1. Durchmesser in mm	2. Querschnitt in mm	3. Betriebsstrom in Amp	4. Stromdichte, berechnet aus (2) und (3)	5. Betriebsstrom, berechnet für $C = 4{,}5$
0,97	0,75	3	4,0	4,4
1,13	1,0	4	4,0	5,4
1,38	1,5	6	4,0	7,3
1,8	2,5	10	4,0	10,7
2,25	4,0	15	3,75	15,2
2,76	6,0	20	3,33	20,6
3,57	10,0	30	3,0	30,2
4,5	16	40	2,5	43
5,65	25	60	2,4	60
6,68	35	80	2,29	78
8,0	50	100	2,0	101
9,4	70	130	1,86	130
—	95	165	1,74	163
—	120	200	1,67	197
—	150	235	1,57	230
—	185	275	1,49	270
—	240	330	1,38	328
—	310	400	1,29	398
—	400	500	1,25	482
—	500	600	1,20	570
—	625	700	1,12	674
—	800	850	1,06	811
—	1000	1000	1,00	960

Dass vom Verbande nicht der Durchmesser, sondern der Querschnitt der Leitungen angegeben ist, obwohl die zu Grunde gelegte Formel logischer Weise den Durchmesser enthält und nur diese Dimension eines Drahtes direkt gemessen wird, ist dadurch begründet, dass die meisten Leitungsberechnungen auf das Ohmsche Gesetz gegründet werden und dieses mit den Querschnitten rechnet, und dass deshalb auch viele Firmen die Fabrikationsnummern nach den Querschnitten ordnen. Ausserdem sind in der Praxis die Leitungen nicht immer aus einzelnen Drähten, sondern — besonders bei starken Querschnitten — sehr oft aus einer Litze von Drähten hergestellt, und auch für diese soll die Tabelle gelten.

Theoretisch darf zwar die Stromstärke für gleiche Erwärmung in einer Litze grösser sein als in einem einfachen Drahte, da die

Oberfläche im ersten Falle offenbar immer grösser ist, als im zweiten, und der Elektrotechnische Verein in Wien gestattet auch deshalb in seinen Sicherheitsvorschriften die Litze um 10 % höher zu belasten als den einfachen Draht von gleichem Querschnitte. Die deutschen Vorschriften nehmen hierauf dadurch Rücksicht, dass der zugelassene Betriebsstrom für die grössten Querschnitte gegenüber dem berechneten etwas stark aufgerundet ist.

Die Stromdichte ist in der Tabelle einerseits deshalb angegeben, um zu zeigen, wie falsch es war, wenn man früher ganz allgemein eine bestimmte Stromdichte, nämlich 2 Amp, unabhängig von der Grösse des Querschnittes als zulässig angab, andrerseits, weil man sich in solchen Fällen, in denen der Leitungsquerschnitt nach anderen Rücksichten berechnet und nur noch eine Nachrechnung mit Rücksicht auf Erwärmung notwendig ist, eine genaue Nachrechnung in den meisten Fällen sparen kann, wenn man die Zahlen der zulässigen Stromdichte nur ungefähr im Gedächtnis hat. Es genügt zu diesem Zwecke im Kopfe zu behalten, dass ungefähr

dem Querschnitte	$Q = 2{,}5$	die Stromdichte	$j = 4$
„ „	$Q = 50$	„ „	$j = 2$
„ „	$Q = 150$	„ „	$j = 1{,}5$
„ „	$Q = 1000$	„ „	$j = 1$

entspricht.

In § 5 der deutschen Bestimmungen heisst es: „Bei Verwendung von Drähten aus anderen Metallen müssen die Querschnitte entsprechend grösser gewählt werden.“ — Was hierunter zu verstehen ist, ist aus der Formel Nr. 10 auf S. 10 zu erkennen, nämlich, dass der Durchmesser des Drahtes, wenn die Umstände im übrigen dieselben geblieben sind, proportional der dritten Wurzel aus dem spezifischen Widerstande des Metalles zunehmen muss.

B e i s p i e l: Wie gross muss der Durchmesser oder Querschnitt eines Eisendrahtes sein, der in einem geschlossenen Raume einen Strom von 12 Amp leiten soll?

Als selbstverständlich wird vorausgesetzt, dass die Temperaturerhöhung 10° über die Temperatur der Umgebung betragen soll.

Nach der Formel $J = 4{,}5\, D^{3/2}$ würde ein Kupferdraht vom spezifischen Widerstande 1,75 den Durchmesser

$$D_K = \sqrt[3]{7{,}12} = 1{,}92 \text{ mm}$$

haben. Um vom Kupfer auf das Eisen vom spezifischen Widerstande 10 überzugehen, benutzen wir die Formel

$$D = \text{Const.} \sqrt[3]{\varrho}$$

Wir erhalten also den Wert

$$D_E = 1{,}92\sqrt[3]{\frac{10}{1{,}75}} = 3{,}44 \text{ mm.}$$

Es würde also ein Eisendraht von (aufgerundet) 3,5 mm Φ oder 10 mm^2 Querschnitt zu wählen sein, an Stelle eines Kupferdrahtes von 2,0 mm Φ, der nach der Skala des Verbandes durch einen Draht von 4 mm^2 Querschnitt zu ersetzen wäre.

Unberücksichtigt ist in der Rechnung gelassen, dass die Temperaturerhöhung eine Erhöhung des Widerstandes nach sich zieht. Dieser Umstand kann, wenn auch der Einfluss der Temperatur nicht gering ist, trotzdem wegen der früher besprochenen Unsicherheit in der Grösse der Koefficienten und wegen der am Schluss der Rechnung doch nötig werdenden Aufrundung unbedenklich vernachlässigt werden. Im übrigen gilt die Berechnung natürlich nur, wenn der Eisendraht in derselben Art wie der gedachte Kupferdraht als eigentlicher Leitungsdraht benutzt werden soll.

15. Die Konstanten für Widerstandsleitungen. Die im soeben behandelten Beispiele benutzten Formeln würden zwar gestatten, in ähnlicher Weise vom Kupferdraht auf Nickelin- oder andere Widerstandsdrähte überzugehen, aber diese Drähte pflegen, wie oben (in § 13) bemerkt ist, in ganz anderer Weise verwendet zu werden. Ein Blick auf einen technischen Widerstand, z. B. den Nebenschlussregulator einer Dynamomaschine, zeigt die Unmöglichkeit, die hier verwendeten Leitungen mit den gewöhnlichen Leitungen in direkten Vergleich zu stellen. Die Drähte oder Bänder liegen hier, erstere meist zu Spiralen gewickelt, dicht bei einander, so dass eine Windung die andere, eine Spirale die andere erwärmt. Ausserdem pflegt die Temperatur in den Widerständen sehr hoch zu sein, so dass Proportionalität zwischen Wärmeabgabe und Temperaturdifferenz nicht mehr besteht. Schliesslich muss man bei Widerständen unterscheiden, ob der Strom so lange anhält, dass die maximale Erwärmung eintreten kann, oder ob die Belastung vorübergehend ist.

Bisher war immer angenommen, dass die Dauer des Stromes genügend gewesen sei, um einen stationären Zustand herbeizuführen. Diese Dauer beträgt bei nackten Drähten etwa zwei Minuten, bei isolierten Drähten ist sie grösser und kann unter ungünstigen Umständen mehr als eine Stunde betragen.

Wo es darauf ankam, Sicherheitsvorschriften für elektrische Leitungsanlagen aufzustellen, musste der ungünstigste Fall, also hinreichend lange Belastung angenommen werden. Anders ist

ist es bei solchen Widerständen, von denen man bestimmt weiss oder bei deren Benutzung man einem geschulten Personal vorschreiben kann, dass der Strom seinen maximalen Wert nur kurze Zeit beibehält oder dass der betreffende Draht überhaupt nur kurze Zeit eingeschaltet ist. Diese Voraussetzungen treffen zu bei Anlasswiderständen für Elektromotoren, bei denen die Drähte den maximalen Strom oder den Strom überhaupt nur einige Sekunden lang auszuhalten haben.

Die neuen Verhältnisse nötigen zu neuen Experimenten zur Bestimmung des Faktors C, und zwar sowohl für dauernde als für vorübergehende Belastung. Allgemein gültige Zahlen können bei der Verschiedenheit der Konstruktion und der für die Widerstände verwandten Materialien nicht erwartet werden. Als ungefähre Richtschnur können folgende Werte für C benutzt werden:

für $\tau = 20^0$ bis 25^0 (handwarm)	ist $C =$	3,5	bis 4,0
„ $\tau = 80^0$ (maximale Erwärmung)	„ $C =$	6,5	„ 7,0
„ Anlasswiderstände	„ $C =$	18	„ 22.

16. Die Sicherungen. Berechnet man die Leitungen in der angegebenen Weise, so sind dieselben vor übermässiger Erwärmung im regelmässigen Betriebe geschützt, d. h. solange der Strom die angenommene, der Berechnung zu Grunde gelegte Höhe nicht überschreitet. Eine ernste Gefahr ist auch dann ausgeschlossen, wenn — bei Leitungen im engeren Sinne — der Strom auf das Doppelte seines ursprünglichen Wertes ansteigt. Unglückliche Zufälle, Nachlässigkeit oder böser Wille können aber eine Erhöhung des Stromes über dieses Mass hinaus zur Folge haben; es gilt die Leitungen auch für solche Fälle zu schützen, so dass sie weder selbst leiden noch ihrer Nachbarschaft gefährlich werden können.

Ein Mittel zu diesem Schutze gewährt uns der Strom selbst, und zwar durch dieselbe Eigenschaft, durch die er gefährlich wird, durch die Eigenschaft die Leitung zu erwärmen, denn offenbar: schaltet man in den vom Strome durchflossenen Leitungskreis ein Stück Leitung aus einem leicht schmelzbaren Metall ein, das so bemessen ist, dass bei Verdoppelung des normalen Stromes die Schmelztemperatur des Metalles erreicht ist, so wird beim Anwachsen des Stromes auf diesen Wert die Leitung unterbrochen werden, wenn nicht das geschmolzene Metall gehindert ist abzufliessen. Ein solches Leitungsstück heisst Sicherung oder, da es früher ausschliesslich aus Blei hergestellt wurde, Bleisicherung.

Um eine Sicherung in eine Leitung einzuschalten, und zwar so, dass sie — was der praktische Betrieb fordert — leicht ausgewechselt werden kann, ist es nötig, besondere kleine Apparate zu bauen, in denen der Bleidraht oder das Bleiband, dessen Enden in Messing- oder Kupferbacken eingelötet sind, durch Verschraubung oder Klemmung mit den Anschlussklemmen der Leitungsenden befestigt ist. Es ergiebt sich hieraus, dass die Bedingung, mit der die Betrachtung über die Erwärmung der Leitungen eingeleitet wurde, dass nämlich die Leitung und ihre Umgebung sich der ganzen Länge nach in demselben Zustande und unter denselben Bedingungen befinde, an der Stelle der Bleisicherungen nicht mehr zutrifft. Hier ist nicht nur ein Stück der Leitung in eine besondere Hülle, die Kapsel der Sicherung, eingeschlossen, sondern vor allen Dingen die Leitung durch grössere Metallstücke geführt, die einen Teil der in der Sicherung entwickelten Wärme durch Wärmeleitung aufnehmen und durch ihre grosse Oberfläche leicht an die Umgebung abgeben.

Diese beiden Ursachen sind es besonders, die die Aufstellung einer allgemein gültigen Formel zur Berechnung der Sicherungen unmöglich machen. Die Berechnung muss vielmehr auf Grund von experimentellen Ermittelungen ausgeführt werden, die für jede besondere Konstruktion von neuem angestellt werden müssen.*)

17. Berechnung einer Leitung mit Rücksicht auf die Erwärmung. Die Betrachtungen sind jetzt so weit geführt, dass Leitungen nach einer Richtung hin berechnet werden können, nämlich dass die Leitungen mit Hilfe der gewonnenen Ergebnisse und Formeln im voraus durch Rechnung so bemessen werden können, dass eine übermässige Erwärmung nicht eintreten kann. Es frägt sich nur, ob diese Berechnung genügt. Beispiele zu einer solchen Leitungsberechnung sind in § 14 schon durchgeführt worden, um aber die soeben gestellte Frage zu beantworten, soll folgendes neue Beispiel gegeben werden:

Beispiel: In einer Entfernung von 3000 m von der elektrischen Maschine sollen in einem Widerstande 990 Watt bei einer Stromstärke von 9 Amp in irgend einer Weise nützlich verbraucht werden. Wie stark muss die Leitung, die im Freien zu verlegen ist, angenommen werden?

Der Durchmesser ergiebt sich — gleichgültig, wie gross die Entfernung ist — aus der Formel

$$J = C \cdot D^{3/2},$$

wenn Kupferdraht angenommen und $C = 8$ gesetzt wird, zu

$$D = 1{,}08 \text{ mm}$$

oder der Querschnitt zu

$$Q = 0{,}915 \text{ mm}^2.$$

*) vergl. die Untersuchungen von Feldmann, *ETZ* 1892, Seite 423.

Die Aufgabe ist hiermit bereits gelöst. Fragen wir aber jetzt nach dem Betrage des Effektes, der in der Leitung nutzlos verloren geht, so finden wir

$$J^2 R = 9300 \text{ Watt},$$

da der Widerstand der Leitung $R = 114{,}7\,\Omega$ ist. Es geht also bedeutend mehr — fast das Zehnfache — verloren als nützlich verwendet wird; 9300 + 990 Watt muss die Maschine liefern, um 990 Watt nützlich abzugeben, der Wirkungsgrad der Leitung ist also

$$\gamma = 0{,}096,$$

also kleiner als 10%. Der Betrieb des Nutzwiderstandes wird offenbar verhältnismässig sehr teuer; wie aber kann man diese ungünstigen Verhältnisse verbessern? Dass der Effektverlust kleiner wird mit zunehmendem Querschnitt, ist offenbar; es fehlt aber vorläufig noch jeder Massstab, wie weit man den Querschnitt vergrössern soll, denn ein vernachlässigbar kleiner Effektverlust bei sehr grossem Querschnitt würde durch einen so grossen Aufwand von Leitungsmaterial erkauft werden müssen, dass hierdurch der erstrebte Vorteil wieder verloren gehen würde. Es stehen sich also die Kosten der Leitung und die Kosten des Betriebes einander gegenüber, und in dieser reciproken Beziehung finden wir den neuen Massstab für die Bemessung des Leitungsquerschnittes.

III. Die entwickelte Wärme als zu bezahlender Verlust. (Die Wirtschaftlichkeit der Anlage.)

18. Die Thomsonsche Regel. Nachdem wir gesehen haben, dass mit abnehmendem Querschnitte einerseits die Kosten des dauernden Verlustes zunehmen, andrerseits aber die Kosten der Leitung abnehmen, können wir uns die Aufgabe stellen, den Querschnitt so zu bemessen, dass die dauernden Kosten möglichst gering werden. Es handelt sich bei den Kosten der Leitung natürlich nicht um die Höhe des anzulegenden Kapitals, sondern um die dauernden durch die Verzinsung dieses Kapitals und durch die Amortisation und Instandhaltung der ausgeführten Anlage erwachsenden Kosten. Diese beiden aus zwei verschiedenen Ursachen entstehenden Kosten sind gegeneinander abzuwägen.

Der Verlust an elektrischer Arbeit, die in den Leitungen während einer bestimmten Zeit T in Wärme umgesetzt wird, ist nach dem Gesetze von Joule ausgedrückt durch

$$\mathfrak{W} = J^2 R\, T,$$

und zwar in Wattstunden, wenn J in Amp, R in Ohm und T in Stunden gemessen ist, oder es ist zu setzen

$$\mathfrak{W} = J^2 \frac{L}{q} \varrho T$$

da uns die Abhängigkeit des Verlustes vom Querschnitt interessiert. Kostet eine Wattstunde m Mark, so kostet der gesamte Verlust in Mark *)

$$k_v = J^2 \frac{L}{q} \varrho T m \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (12$$

Diese Summe stellt die Kosten des Verlustes im Jahre dar, wenn T die Stundenzahl bedeutet, während der der Strom J innerhalb eines Jahres fliesst, d. h. also während der die Anlage im vollem Betriebe ist. Es würde z. B. bei 300 Arbeitstagen und täglich zehnstündigem vollem Betriebe $T = 3000$ sein.

Die Kosten einer Leitung lassen sich mit hinreichender Genauigkeit darstellen durch den Ausdruck

$$(a + bQ) L,$$

worin a und b Zahlenwerte bedeuten; sie sind also der Länge der Leitung L, nicht aber dem Querschnitte Q proportional.

Ist die Leitungsanlage mit $p\,^0/_0$ im Jahre zu verzinsen, in Stand zu halten und zu amortisieren, so sind die hierdurch jährlich erwachsenden Kosten

$$k_z = (a + bq) Lp \,.\, 10^{-2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (13$$

Die jährlichen Gesamtkosten $k = k_v + k_z$ setzen sich also zusammen aus einem Gliede, das mit zunehmendem Querschnitte kleiner wird, und einem, das in demselben Falle wächst.

Sollen die Gesamtkosten möglichst klein sein, so muss sein

$$\frac{dk}{dq} = 0 = bLp\, 10^{-2} - \frac{J^2}{q^2} L \varrho T m$$

oder

$$Q_{min} = 10\, J \sqrt{\frac{\varrho T m}{b p}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (14$$

Durch Einsetzung dieses Wertes in die oben angegebenen Ausdrücke ergeben sich die Minimalkosten zu

$$K_{v\,min} = \frac{JL}{10} \sqrt{b p \varrho T m} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (15$$

und

$$K_{z\,min} = a L p\, 10^{-2} + \frac{JL}{10} \sqrt{b p \varrho T m} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (16$$

Und hieraus ergiebt sich der Satz:

Wären die Kosten der Längeneinheit einer Leitung nur dem Querschnitt proportional, so würden

*) Querschnitt und Kosten sind durch kleine Buchstaben bezeichnet, um ihre Eigenschaft als Veränderliche in dieser Rechnung hervorzuheben.

bei Anwendung des wirtschaftlich günstigsten Querschnittes die durch Verzinsung und Amortisation erwachsenden Ausgaben gerade so gross sein, wie die den Verlust durch Stromwärme deckenden Ausgaben. Da diese Voraussetzung nicht zutrifft, so sind die erstgenannten Ausgaben grösser als die letztgenannten, und zwar um den Betrag $aLp\,10^{-2}$.

Die hiermit gewonnene sogenannte Thomsonsche Regel ist in der Praxis noch nicht ohne weiteres brauchbar; sie bedarf vielmehr noch mehrfacher Veränderungen und Erweiterungen, die aber hier deshalb noch nicht erörtert werden sollen, weil derartige Berechnungen doch nur für sehr umfangreiche Leitungsanlagen angestellt werden, die zuvor noch in anderer Weise behandelt werden müssen. Immerhin ist aus der angestellten Betrachtung zu erkennen, in welcher Weise die Wärmeentwicklung in den Leitungen zu wirtschaftlicher Bedeutung gelangt, und wie dieser Umstand in der Rechnung berücksichtigt werden kann.

19. Praktische Werte der Zahlen a und b. Von den im vorigen Paragraphen benutzten neuen Grössen sollen die Werte für a und b, die später in Beispielen mehrmals benutzt werden, schon hier angegeben werden*). Die Grösse a stellt im wesentlichen den bei der Herstellung (und Verlegung) der Leitung für ein Meter zu zahlenden Arbeitslohn dar, während b hauptsächlich den Preis des für die Leitung verwendeten Materials, bezogen auf die Längen- und Querschnittseinheit, bezeichnet. Unter Material ist hierbei das Leitermetall, die Isolation, die Bewehrung und der etwaige weitere Leitungsschutz zu verstehen; als Längeneinheit ist das Meter, als Querschnittseinheit das Quadratmillimeter angenommen.

Es geht hieraus hervor, dass die Werte a und b beträchtlich schwanken müssen. Der Arbeitslohn, also der Wert a, muss bei blanken unverlegten Leitungen am geringsten sein, er kann in diesem Falle sogar als verschwindend klein im Vergleich zum Werte b angesehen werden; den grössten Wert wird er erreichen, wenn die Isolierung, Bewehrung und Verlegungsart der Leitung am kompliziertesten sind. Je grösser die Zahl der gemeinsam verlegten Leitungen ist, um so kleiner ist der Arbeitslohn, der für die Verlegung einer Leitung aufzuwenden ist, a nimmt dann also ab. Der Wert b kann sich lange nicht in dem Grade ändern

*) Vergl. Hochenegg: Anordnung und Bemessung elektrischer Leitungen, Berlin und München. Die folgende Tabelle ist diesem Werke entnommen, doch sind die Zahlen auf den Preis von 50 £ für die Tonne Rohkupfer, der dem gegenwärtigen Stande besser entspricht, umgerechnet.

wie a, da der Preis des Kupfers allein schon in allen Fällen einen beträchtlichen Teil des Preises des gesamten Materials ausmacht. Sehr teure Isolationsmaterialien kommen bei den Leitungen, bei denen Rechnungen mit den Grössen a und b angestellt werden, nicht in Frage. Die Zahlenwerte von a und b sind in der folgenden Tabelle für die praktisch wichtigsten Verhältnisse zusammengestellt.

Tabelle der Werte a und b in dem Ausdruck $a + bQ$ in Mark bei einem Preise von 50 £ für die Tonne Rohkupfer:

	a	b
1) Blanke Leitung, unverlegt	0,0	0,013
2) Blanke Leitung, verlegt, und zwar		
zu 2 Drähten auf einem Gestänge	0,23	0,013
zu 4 „ „ „ „	0,17	0,013
zu 8 „ „ „ „	0,13	0,013
3) Kabel, unverlegt	1,7	0,029
4) Kabel, verlegt, und zwar		
zu 2 Kabeln in einem Graben	4,0	0,029
zu 3 „ „ „ „	3,4	0,029
zu 5 „ „ „ „	3,0	0,029
zu 7 „ „ „ „	2,7	0,029

Die blanken Leitungen sind auf Doppelglocken an Telegraphenstangen verlegt angenommen. Unter Kabel sind die am meisten gebräuchlichen Kabel mit Juteisolation, Bleimantel und Eisenbandbewehrung zu verstehen, die in einer Weise verlegt sind, wie es in Deutschland in den Städten fast allgemein üblich ist. Die Kosten für die Herstellung der Verbindungen und für die Prüfung der verlegten Kabel sind in den Preisen mit inbegriffen.
