Anfangs-Gründe der Geometria in so weith sie (sich) zu denen sammentlichen Architectonischen und Ingenier Künsten erfordert wirdt ... - Cod. Rastatt 195

Schar, Johannes Ferdinandt

[S.l.], [18. Jahrh.]

urn:nbn:de:bsz:31-306620

#3.

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]. und
[illegible], [illegible] ---

Sennio Imus Geometriae.

wurzel rechnung:

3456/78/54
25
956
108
864
94
6

17
34
68
51
578 / 289

Progression
[illegible]
[illegible]
proportional rechnung.

Anfangs-Gründe der Geometria in so weit, sie bey zu denen sämmtlichen Architectonischen und Ingenier Künsten erfordert wirdt, und zu denen Ingenier Collegien eingerichtet, und vorgetragen von Johann Ferdinandt Schor derer hochlöblichen Hh: Ständen des Königreichs Böheimb bestellter Ingenier Professor Ordinarius.

Vorerinnerung undt Einleitung

N. 1. Diese Anfangs-Gründe haben zum Grundt die Anfangs-Gründe von der Geometria, so der berümbte Königl: Preussischer Hof-Rath Herr Christian Wolff in seinen so genannten ~~auszug~~ auszug seiner teutschen Anfangs-Gründen verfasset hat, die Ursach aber, daß ich diese hierzu erwehlet habe, ist weilen ich nach längerer überlegung und vieler Erfahrung gefunden, daß die von diesem obgesagten Gelehrten mann angebrauchte Methode unter allen, so mir bishero so wohl in teutsch, lateinisch, und französischer Sprach bekandt worden, die allerbeste und bequemste seye, indeme in diesen Anfangs-Gründen die vornehmste und nöthigste Euclideischen propositionen auf eine recht leichte Art, und in der recht Mathematischen Ordnung enthalten, und auch solcher gestalten der Vortrag eingerichtet ist, daß selbe leicht gemercket, und

mann in höheren Dingen, und überall damit
fortkommen kan, obschon jene sehr kurz seind, daß
aber auch diese Methode nach dessentwegen erweh-
let worden, damit hierdurch die Anfänger so
wohl Studierte als unstudirte sich eine ordentliche
Weiß von natürlichen Dingen zugedenken
und zu schließen angewöhnen möchten, als
welches bey diesen Wissenschaften höchst nöthig
ist.

Nro 2do: Dieweilen nun des Authoris Text zum Grund
dienen soll, so ist er auch in dieser Ordnung und
Numeration, wie er im besagten Auszug befindlich
gantz unverändert beybehalten worden und
aber von denen nöthigen Zugaben leichter unter-
schieden zu werden allezeit voran gesetzet,
und die zugegebene Anmerckungen aber
gegen die Mitte des Blatts hinein geruckt worden
und gleichwie sich alle Zugaben auf des Authoris
Text beziehen, so seind auch wie die zugegebene
figuren nach des Authoris seinen bezeichnet, anzu-
~~nehmen~~ treffen.

Nro. 3tio: Dieweilen die Ingenieur Wissenschaften
von so grosser Wichtigkeit seind, also zwar daß die
erhaltung gantzer Länder und Städte, wie
auch das kostbahre Leben vieler wackeren Solda-
ten davon abhanget, ohne die grosse Summen
Geldes, welche auf die einen Ingenieur aufge-
tragene Operationes angewendet werden müs-
ßen, leicht zu erachten, daß sie sich nicht so oben hin

wie leyder bißhero an vielen orthen geschehen)
zu tractiren sind, sondern daß der Ingenieur im
Standt seye, alles was er vorstellt vermittelst einer
richtigen einsicht in die Natur der hierzu nöthigen
dingen und umbständen richtig zu überlegen.

4.to Dessentwegen habe vor nöthig befunden
bevor wir zum werckh schreiten die von Authore
in dem besagten auszug seiner anfangsgründe
voraus gesetzte beschreibung der Mathematischen
Lehr-arth gleichfalls hier vorzusetzen, damit die
anfänger nit nur allein sehen, warumb der
vortrag auf diese weiß geschehen, sondern sich
auch befleissen künftighin ihre gründt
darnach einzurichten.

NB. 5.to undt dieweilen diese beschreibung nicht
lang ist, so wollen wir solche von wort zu wort
hieher setzen.

NB. 6.to §. I.us Die Lehr-arth der Mathematicorum ist die
ordnung, deren sie sich in ihrem vortrag bedienen,
fanget an von denen erklärungen, gehet vor zu
denen grundsätzen undt aufgaben, überall aber
werden zusätze undt anmerckung nach gelegenheit
angehenckt.

§. II.us Die erklärungen (definitiones) seindt deutliche begriffe,
dadurch die sachen voneinander unterschieden
werden, daraus man das übrige herleitet,
was man von ihnen erkennet, es seindt aber
dieselben zweyerley: entweder erklärungen

der ~~[illegible]~~ Wörter /: idé defiones ~~[illegible]~~ nominales oder Erklärungen der Sachen, idé defiones Reales.

§. III. die Erklärungen der Wörter geben einige Kennzeichen an die auß der Sach erkandt werden können, die einen gegebenen Nahmen führet: als wann in der geometria gesagt wird: ein quadrat seye eine figur, welche 4. gleiche Seyten und 4. gleiche winkel hat.

§ IV. die Erklärungen der Sachen seind klare und deutliche Begriffe, Sonder [illegible] weiß, wie die Sach möglich; als wann in der geometria gesagt wird: ein Circul werde beschriben ~~worden~~, wann eine grade Linie sich umb einen festen Punct bewegt.

§ V. Wir ~~[illegible]~~ nennen einer jeden Sach Vorstellung in dem Verstand einen Begriff.

§ 6. Ist aber mein begriff klar, wann meine gedancken machen, daß ich die Sach erkennen kann, so bald sie mir vorkommt, als zum Exempel: daß ich weiß, es seye die jenige figur, welche man eine triangl nennet.

§ 7. hingegen ist der Begriff dunckl, wann meine gedancken ~~nit~~ nit zulangen, die Sache so mir vorkomt zu erkennen, als wann mir eine ~~[illegible]~~ gegend gezeiget wird, und ich bin in zweifel, ob es eben die jenige seye, die ich zu anderen Zeiten gesehen, und die diesen od. jenen Nahmen führet.

§. 8. der klare begriff ist deutlich, wann ich einem sagen kann, auß was vor Merckmahlen ich die vorstehende Sach erkennet habe. als wann ich sage ein Circul seye ein figur, die eine in sich selbst äußerste Linie eingeschlossen, deren jeder Punct von dem Mittel-Punct in gleicher Weite entfernet ist.

§ 9. wann man einen die Merckmahle nicht sagen kann, daraus man die vorkommende Sach erkennet, dergleichen ist von der rothen Farbe gesagt, so ist der Begriff wohl klar, aber undeutlich.

§ 10. Es ist ein deutlicher Begriff vollständig: wann man auch von denen Merckmahlen, die man einschliesset, deutliche Begriffe hat, als wann man in der angegebenen Erklärung des Circuls (§ 4.) auch einen deutlichen Begriff von der geraden Linie von dem Puncte, von einem festen Puncte von der Bewegung und derselben hat.

§ 11. Hingegen ist er unvollständig, wann man von denen Merckmahlen, die er in sich fasset, keine deutliche Begriffe hat.

§ 12. In den Mathematischen Wissenschaften befleisset man sich vor allen andern Dingen auf deutliche und vollständige Begriffe so wohl in Erklärung der Sachen, als in Erklärung der Wörter.

§ 13. Daher findet man in den folgenden Erklärungen keine Wörter, welche nicht entweder schon in dem vorhergehenden wären erkläret worden, oder als andere woher ~~schon~~ bekandt angenommen werden können.

§ 14. Ja wann man in einigen Fällen mit einem undeutlichen Begriff vergnüget sein kann, so muss es so beschaffen seyn, daß man dazu bald ohne Mühe gelangen kann, und deswegen von

einer Sache und deren Gegenwärtigkeiten zusamt
sonderlich zubemühen hat.

§ 15. Weil die Erklärung der Sachen betrift, so zeigen dieselbe wie eine Sach möglich seye, das ist, auf was für Art und Weiß sie entstehen kann; § 4. und deswegen hat man bey denselben auf zweyerley zusehen, nemblich auf diejenige Dinge, welche zu ihrer Möglichkeit etwas beytragen v.g. wann ein Circul erkläret wirdt, daß er entstehe, wann sich ein gerade Linie umb einen festen Punct herumbewege, so erfordert man zu seiner Möglichkeit einen Punct und eine gerade Linie, der Punct soll unbeweglich seyn, und also die Bewegung der Linie reguliren, die gerade Linie aber soll sich dergestalten bewegen daß sie wieder an den orth kommt, wo die Bewegung sich angefangen hat.

§ 16. Die Erklärung so wohl der Wörter, als der Sachen können entweder vor sich insbesondere erwogen oder considerirt werden, da aber mit anderen verglichen werden, betrachtet ihr dasjenige, was in der Erklärung enthalten ist; und schlüsset etwas unmittelbar daraus, so ~~nennen~~ nennen wir solches einen Grundsatz v.g. wann ihr bey der Erklärung des Circuls bemerket, daß die Linie sich umb den Mittel-Punct herumb bewegt, immer einerley Länge behalt, so werdet ihr bald begreiffen, daß alle linien, welche aus dem Mittel-Punct an die Peripherie gezogen werden, einander gleich seyndt. Diese Wahrheit nun ist ein Grundsatz. in diesem Verstandt brauchet der H: v: Tschirn-hausen dieses Wort, insgemein aber nennet man einen Grundsatz einen allgemeinen Satz, den man ohne weitern Beweiß einraumet, und so auch das Werk Euclides, und aller alten andern Geometra.

§ 17. die Grundsätze zeigen entweder, daß etwas seye oder daß etwas könne gethan werden; ein Grund Satz von der ersten art ist, [illegible] ~~[illegible]~~ aus der Erklärung des Circuls hergeleitet, daß [illegible] Linien die aus dem Mittel-Punct an die peripherie gezogen werden einander gleich seynd; hingegen ein Grundsatz von der andern art ist der aus der Erklärung der geraden Linie fließet, nemlich daß von einem jeden Punct, zu jeden Punct eine gerade Linie könne gezogen werden. in latei-nischen nennet man die Grundsätze der ersten art Axiomata die Grundsätz aber von der andern art Postulata.

§ 18. weil nun die geometria unmittelbar aus den Erklärungen gezogen werden haben sie keinen Beweiß vonnöthen, sondern ihre Wahrheit erhellet so bald man ~~[illegible]~~ die Erklärungen ansiehet, daraus sie fließen. man kan demnach nicht eher versichert seyn, ob der Grundsatz wahr seye oder nicht, bis man die möglichkeit der Erklärungen untersuchet hat, sonst weiß man nichts mehr, als daß die Grundsätze rich-tig seynd. man siehet hieraus zugleich die Ursach, warumb Tschirnhausen die Grundsätze als solche Sätze beschreibe, die durch eine Erklärung begriffen werden. (§. 16.)

§ 19. mit den Grundsätzen ~~[illegible]~~ werden bisweilen die Erfahrungen vermenget, man nennet aber eine Erfahrung daß jenige welches man erkennet, wenn man auf seine Em-pfindungen acht hat. Z. E. ich sehe daß wann ein

Licht angezündet wird, alle dinge die um uns
~~[illegible]~~ sind, sichtbahr werden. Diese Erkantnüs
wird eine Erfahrung genannt. demnach sind
NB: die Erfahrungen Sätze von einzelen dingen,
weil ich nichts als ein zele dinge ~~[illegible]~~ entfinden
kann.

§ 20.t wenn man verschidene Erklärungen
gegeneinander hält, und daraus schliesset, was durch
ein blose betrachtung zu erkennen unmöglich
wäre, so nennet man solches einen Lehr-Satz,:
Theorema,: v: g: wenn man in der Geometria
einen triangel mit einem parallelogrammum
vergleichet, welche mit ihme einerley grund
linie, und höhe hatt, und in dieser vergleichung
theils unmittelbahr aus der Erklärung dieser
beyden flächen theils aus andern eigenschaften
derselben, die aus ihren Erklärungen schon
vorhero gefunden worden, schliesset daß der
triangel nur halb so groß seye, als das paralle
logrammum, wird dieser Satz: <u>der triangel</u>
ist gleich die hälfte eines paralelegrammum
welcher mit ihme einerley grund-linie und
höhe hat: ein Lehr-Satz genennet.

§ 21.t Es ist aber bey jeden Lehr-Satz auf zweyer-
ley ~~[illegible]~~ zu sehen, nemblich auf den Satz, der uns
aus dem beweis jener saget auß, ob einer Sach
unter gewissen bedingungen zu komme oder
nicht, dieser aber erkläret, wie unser verstand
dazu gebracht wird, daß er sich solches von der Sach
gedencken kann.

§. 22.te Die Gründe des Beweises seind theils
die Erklärungen derjenigen wörter und Sachen
so in dem Lehr-Satz enthalten seind, theils die
aufgedeckten Erklärungen von den diesen
Sachen schon vorhin her erläuterte eigenschafft.
weil mann nur in der Mathematique nichts
zu denen Gründen annehmen lasset, als was
entweder in den vorhergesetzten Erklärungen
od. denen erläuterten Grund- und Lehr-Sätzen
enthalten, so pfleget mann die Erklärungen
und Lehr-Sätze jeder Zeit anzuführen, auf
welche mann den Beweis gründet. theils damit
ein jeder siehet, daß die angenohmene Gründe
des Beweises ihre Richtigkeit haben, theils, damit
die jenigen: welche die Gründe noch niemahls
erkandt oder auch wohl wied vergessen haben,
nachschlagen können, und sich ihrer Gewißheit
versicheren.

§. 23.te Die Art und weiß aus den gesetzten Gründ
zu schliessen, ist keine andere als die längst in den
Büchern von der Logica od Vernunfft-Kunst be-
schrieben worden, es seind die Beweise ad demon-
strationes der Mathematicorū nichts anders als
ein hauffen nach den Regeln der Vernunfft-Kunst
zusammengesetzte Schlüsse. daß demnach in denselben NB:
alles durch die gewöhnliche syllogismos geschlossen
wird, nur daß mann zuweilen oder wohl mei-
stens einen von den förder sätzen weglasset
weil er entweder dem Leser, der sich den beweiß
zu gedencken beliebet, vor sich einfallet, od auß

den beygefügten Citationen leicht kan errath-
werden dieses hat nicht allein Clavius an den
Ueberall des ersten lehrsatzes in den Elementis
Euclidis sondern auch Herigonius und Dasypo-
-dius durch einige Bücher dieser Elementorum
und Henischius durch die gantze Rechen-
-kunst gewiesen. anjetzo folget von den Aufgaben.

§ 24. Die Aufgaben handeln von etwas so
gethan oder gemacht werden soll, und werden
in 3. theile eingetheilt in den Satz die Auf-
-lösung und den Beweis in dem Satz geschicht
der Vortrag von dem was gemacht werden
soll, die Auflösung erzehlet alles was man
thun muß und wie man eines nach dem
andern zu verrichten hat, damit geschehe was
man verlangt, endlichen der Beweiß zeiget
aus, wenn das geschicht, was in der Auflösung
vorgeschriben wird, so müsse man auch
nothwendig erhalten, was man in dem Satz
verlanget, solcher gestalt wird eine jede Auf-
gab in einen Lehr-Satz verwandlet, wenn
sie bewiesen werden soll, + es scheinet unmöglich
überschreibt, wenn man alles thut, die
die Auflösung erfordert, so geschicht
was man thun solte

+ wie solches genug geschicht in der zuber-achten §.

§ 25. Zuweilen geschicht es, daß man aus
besondern Ursach willen einen Satz auf einen
besondern Fall applicirt, oder auch demselben
einen andern Satz herleitet dergleichen
arthen der Wahrheiten werden Zusätze
Corollaria) genennet.

§. 26. Endlich in denen Anmerkungen (die so wohl denen Erklärungen als anderen Gründ- und Lehr-Sätzen beygefüget werden) pfleget man das jenige was noch dunkel seyn möchte zu erläutern, * etwan einzumischen den nutzen der Vorgetragenen Lehre anzuzeigen, die Histori der Erfindung beyzubringen, und was etwan sonsten nützlich zu wissen vorfallet etc.

§. 27. Wer diese bishero erläuterte methode oder Lehrart betrachtet, wird ohne mühe innen werden, daß sie allgemein ist, und in allen wissenschaften gebraucht werden könnte und sollte, wann man anderst richtige Erkänntnüß der dinge verlangt. Man nennet sie aber die Mathematische, zuweilen auch die Geometrische Methode oder Lehr-art, weilen bishero sich die Mathematici allein meistens, sonderlich in der Geometria sich derselben bedienet.

§. 28. Und darumb weilen in der Mathematique diese Lehr-art auf das beste gebraucht und in acht genohmen wird, rühmet man von ihr, daß sie den Verstand des Menschen schärffe, dieselben geschickt mache alle Dinge besser erkennen, und lernet leichter und richtiger einzusehen, als ein anderer, der sich so genau und ordentlich zu gedencken nit angewöhnet.

§ 29. Es werden also dieses Vortheils Nutzens die jenige nicht theilhaftig, welche bloß einige Mathematische aufgaben und andere in dem Menschlichen leben zwar nützliche aber vor und an sich selbsten zur Mathematique eigentlich

mitgehörige Sachen lehrenen, da auch Von
mathematischen Wissenschaften nur eine gemeine
Erkandtnüs haben.

Von arith: H: Geometr: Wolf.

§.7. Weilen alle Mathematische cursus mit der
Arithmetica anfangen, also hat auch gegenwär-
tiges unser Author gethan; weilen wir aber
supponiren, daß diejenige, welche sich in diese
Ingenieur Collegia begeben schon rechnen gelernet
haben oder wenigsten die Simplices 4. species
wissen, so habe dieselbe gänzlichen nachstehend
schreiben zuvorstehen hinausgelassen,
und nur das fundament davon aus unsers
Authors auszug hersetzen wollen, weilen diese
fundamenta überhaubt alle grössen angehen
und folglich auch die geometria, indeme diese
letztere auch deren grössern oder dießen Ver-
NB: änderungen unterworffen seindt, wie die
erste nemblich die Zahlen.

§.8. dieweilen aber in abhandlung deren grossen
mehrandere Messungs-operationen durch die
4 species vonnöthen seindt, und vielleicht so oft
wie die species vorkomen, und dessentwegen
leichtlich vergessen werden können, auch sie
nicht in allen büchern od wenigstens mit
gleicher deutlichkeit vorgetragener findet, so
habe die nothwendigste davon hier mit möglich-
ster deutlichkeit beyfügen wollen umb sie zum
vorfallenden Gebrauch bey der hand zu haben

8

Das Objectum der Arithmetica und Geometria ja der gantzen Mathematic überhaubt, ist die grösse od. Quantitas. N. 9.

Die Grösse an sich selbsten ist nichts anders, als eine gewisse Qualitaet, die an allen dingen die sich vermehren, und vermindern lassen befindet. N. 10.

Gegenwärtig haben wir nur diejenige grösse zu betrachten, die die dinge wann sie consideriret wirdt mit Zahlen oder einer Maasstab zu messen. N. 11.

Wann eine grösse mit Zahlen ausgemessen wirdt so wirdt eine grösse als ein eins angenohmen, und gesehen wir oft, wie oft sie in der vorstehenden grösse enthalten seye, welches als dan eine Zahl ist. N. 12.

Wir wollen gegenwärtig nur bey den Zahlen und den modum, sie zu finden bleiben, weilen das Maass in der Geometria erklärt wirdt. N. 13.

Es entstehet aber eine Zahl, wann man viele einzele dinge zusammen nihmet. z. E. wann man zu einer Kugel noch eine andere leget, so hat man zwey Kugeln, leget man noch eine darzu, so hat man derselben 3. N. 14.

Also erfordert eine jede Zahl eine gewisse einheit, und lassen sich keine Zahlen mit einander vergleichen, auch nicht zusammen setzen, welche nit aus einerley einheit entstand. z. E. wann ich sage 6. so muss eine jede einheit, so zu dieser Zahl genohmen wirdt ein ding von einer arth, als etwann ein Hund oder acker, ein Kreutz, ein thaler ein groschen es wirdt aber N. 15.

sein.

N. 16. Eine Zahl wirdt grösser gemacht, wann man andere
Zahlen von ihrer arth hinzu gesetzet, hingegen
wirdt sie vermindert, wann man eine
oder auch mehr Zahlen von ihrer arth hinweg nimbt,
und weiter kan keine veränderung mit den
Zahlen, ja mit der grösse überhaubt vorgenohmen
werden. Es seyndt aber Zahlen und grössen von
einerley arth die aus einerley einheiten bestehen.

N. 17. Wann eine Zahl vermehret wirdt seindt die Zahlen
so zu derselben gesetzt werden entweder alle
von sich derselben gleich, als wann man grösser und kleiner, als vorige
örtliche nehst zusammen nimbt, alwo man 3. 3. 5. etc. zusammen ... eine Zahl zu ver,
zwey verschiedene arthen
mehren.

N. 18. Ebenso ist klar, daß wann eine Zahl vermindert
wirdt, wann entweder eine oder mehr kleinere
Zahlen nacheinander von derselben genommen,
oder auch nur ein Zahl so vielmahl von ihr weg
genommen wird, als man kann, und demnach seindt
zwey verschiedene arthen eine Zahl zu ver,
mindern.

N. 19. Undt hieraus seindt die 4. Rechnungs-arthen
oder so genandte Species entstanden, nemblich
Addition, Subtraction, Multiplication undt division
wie aus folgenden zu ersehen.

N. 20. Addiren heisset eine Zahl finden, welche verschi,
denen Zahlen von einer arth zusammen genommen
gleich ist, die gegebenen Zahlen werden die Summi,
renden, die gefundene aber wirdt die Suma
oder das aggregat genannt.

N. 21. Undt weilen eine jede Zahl aus vielen
Einheiten zusammen gesetzet ist, so geschiehet das Addiren
wann man zu der einen gegebenen

zahl die Einheiten der andern nach und nach zusetzet.

Subtrahiren oder Abziehen ist so viel, als eine zahl finden, welche mit einer gegebenen zahl von einer auch zusammen genohmen einer andern gegebenen zahl ~~von einer auch~~ gleich ist. die zahl welche durch subtrahiren gefunden wird, heisset die Differenz oder unterschied der gegebenen zahlen. weilen eine jede zahl aus vielen einheiten bestehet, so geschieht das subtrahiren, wann man von der einen gegebenen zahl die einheiten der andern nach und nach wegnimmt. N. 22.

Multipliciren ist eine zahl finden aus zwey gegebenen zahlen, in welcher die eine gegebene so vielmahl enthalten ist, als die andere von den gegebenen eines in sich begreift, die zahl so gefunden wird, heisset das Product oder factum, die gegebene zahlen werden nichts anders als factores genennet. N. 23.

Multipliciren ist also nichts anders, als eine zahl etliche mahl selbst zu sich addiren. N: 24.

Dividiren ist eine zahl finden aus zweyen gegebenen zahlen, welche andeutet, wie vielmahl die eine gegebene zahl in der andern enthalten ist, und [illegible] Quotiens od der quotient unterweilen auch Exponent genennet wird. N: 25.

Also ist Dividiren nichts anders als eine zahl von der andern etliche mahl subtrahiren N: 26.

Und wie viel mahl die eine gegebene zahl (: welche man Divisor nennet :) enthalten wird, so vielmahl muss eines in dem quotienten enthalten seyn. N: 27.

N. 28. Wenn ihr auf diese gesetzte art sehet, so wer-
det ihr leicht sehen, wie die Regeln zu den 4.
Rechnungs Species gefunden worden, welche wir
aus oben schon gemeldter Ursach und Kürtze
selbst gegenwärtig zu zeigen übergehen wol-
len, und nur noch aus unsers Autoris auszug
noch einige Erklärungen Gründ und Lehr=
Sätze einer andern Rechnungs=operationen
hier versetzen wollen, damit die jenige so die
4 species nur practice gelehrnet, auch in etwas
das fundament wissen; weilen diese Erkandtnus
in der geometria recht nothwendig und grosses
liecht gibet.

N. 29. Wann man 2. Zahlen (4 und 12) dergestalt
mit einander vergleichet, daß man ihren
Unterschied (8) durch die subtraction suchet, ~~nennet~~
nennet man ihre relation, die sie gegen ein-
ander haben, eine Arithmetische Verhältnus;
siehet man aber auf den Quotienten (3) der durch
die Division gefunden, wird eine geometrische
Verhältnus, oder auch schlechter dings eine
Verhältnus der Quotienten, welche andeutet,
wie vielmahl die kleinere Zahl in der grössern
enthalten ist, heisset der Nahme der Verhältnus
(nomen sive Exponens rationis.

N. 30. Wann in zwey oder mehreren Arithmetischen
Verhältnussen (3:5. und 6:8) der Unterschied
der Glieder in geometrischen (3:12 und 5:20)
der Nahmen der Verhältnus einerley ist,
so nennet man sie ähnlich und ihre Ähnlichkeit
eine Proportion, die ähnliche Verhältnussen
werden auch gleiche Verhältnussen genennet.

die Zahlen so einen Arithmetischen Propor- N: 31
tion untereinander machen schreibt man
also 3. 5 = 6. 8. oder besser nach der Arth des
Authoris 3 – 5 = 6 – 8. die in einer geometrischen
nebeneinander stehen, dergestalten. 3. 12 = 5. 20.
oder besser mit H: v: Leibnitz. 3. 12 = 5. 20. in beyden
spricht man, wie sich die erste Zahl verhält
zu der andern, so die dritte zu der vierten.
diese Andere Arth hat in den ersten fall den
Verstand, und die Weil die erste Zahl grösser
oder kleiner als die ~~dritte~~ andere und eben-
viel ist die 3 Zahl grösser oder kleiner als die 4te.
hingegen in den andern falle muss man sie
dergestalt erklären, wie vielmahl die erste
Zahl die andere in sich hält, oder in derselben
enthalten ist, eben so vielmahl enthält die 3
Zahl die 4te in sich oder ist in derselben enthalten.

Zuweilen vertritt die andere Glied zugleich die N: 32.
Stelle des 3ten dann nennet man sie proportio-
nem continuam ist nun dieselbe Arithmetisch so
schreibt man sie also 3. 6 – 9. oder 3 – 6 – 6 – 9. da
der unterschied 3 ist, ist sie Geometrisch folgender
massen ∺ 3 – 6. 12. oder auch 3 : 6 = 6 : 12. da 3
so offt in 6 als 6 in 12.

Eine Progression wirdt genennet eine reihe N: 33.
Zahlen die in einer Arithmetischen oder auch
geometrischen Verhältnus fortgehen, als in
ersten fall. 3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24. 27. da der
unterschied allezeit 3 ist. oder in der Zahl umb
3 nur vergrössert wirdt in andern 3. 6. 12. 24.
48. 96. in welchen jede Zahl umb ebensoviel mahl
zuwachset, wie hier nur 2 mahl, undt zwar
nennet man die erste eine Arithmetische
die 2te aber eine Geometrische Progression.

N. 34. Wann zwey Verhaltungen einer dritten gleich sind, so sind einander selber gleich. z. E. 1.4 = 3.12. und 1.4 = 5.20. dann also ist 3.12 = 5.20.

N. 35. Wann 2 Zahlen (: 3 und 6. :) durch eine Zahl 4 multiplicirt werden, so verhalten sich die Producta (: 12 und 24. :) wie die multiplicate Zahlen (: 3 und 6 :) welches zu beweisen dienen, wann ich eine Zahl dieses ist 4 durch 2 andere (: 3 und 6 :) multiplicire, so ist dieselbe in dem andern Product umb so viel mehr enthalten als in dem ersten, als die erste Zahlen 3 in der andern 6 enthalten ist, als weil in unserem Exempel 6. zweymahl so groß als 3. so nehme ich auch 4 mahl so viel wann ich durch 6 multiplicire, als wann ich durch 3 multiplicire, massen ich 3 zweymahl genommen ist, das sechs ausgemacht, nemblich wann ich die erste Zahl nehme ich 4. 3 mahl, der vorigen ist klar, die in dem ersten Product (: 12 :) in dem andern (: 24 :) so viel mahl enthalten ist, als die multiplicirte Zahl 3 in der andern, oder in dem gantzen Exempel 2 mahl.

N. 36. Wann man zwey Zahlen durch eine dritte dividiret, so müssen die Quotienten sich verhalten, wie die dividirende Zahlen, dann man kann sie ansehen, als wann sie durch multiplication der Quotienten entstanden.

N. 37. Wann man ein Gantzes in gleiche theile genau eintheilet, und nimmt eine oder etliche theile derselben, so nennet man es einen Bruch.

Nenner schreibet ihn aber mit Zahlen so unter N:38.
einander gesezt, und durch einen Strichlein
einander unterschieden werden, von denen
die andere andeutet, in wie viel gleiche theil
das gantze eingetheilet worden, die obere aber
wie viel solcher theile mir zugehören
sein, wird Nenner dieser Zahlen genannt
z. E.: der thl: soll in 3. gleiche theile ge-
theilet werden, und ich soll 2 derselben
bekommen, so schreibe ich den bruch $\frac{2}{3}$
Daher urtheilet man die grösse des bruches N:39.
aus der Verhältnüs des Zehlers zu dem
Nenner, denn stellet jener in diesem Vielmaß
so ist der bruch klein als $\frac{2}{54}$ denn 2 theil
so man v: dem gantzen 54 bekommet,
ist klein, und nur der 27te theil, so ist er aber
groß als $\frac{2}{5}$ als in welchem ein grösserer
theil des gantzen 5 vorhanden, indeme
2 nur 2 und ein halb mahl in der 5 enthalten
und eine derselben vorhanden ist. Hingegen
wenn die Zehler in ihren Nennern gleich
Vielmahl enthalten sind, so sind die brüche
gleich als [illegible] $\frac{4}{8}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{25}{50}$. denn 4 ist 2 mahl in
der 8. und die 5 ist 2 mahl in der 10. und so
weiter. Und daher ist es mehr als ein gantzes
wenn der Zehler grösser als der Nenner
als $\frac{35}{24}$ denn $\frac{24}{24}$ ist ein gantzes, d. i. das gantze
ist in 24 theile getheilet, so ist der Zehler
umb $\frac{11}{24}$ grösser als das gantze, dieser bruch
wird als dann ein falscher bruch genannt.

N: 40. wenn man demnach den Nenner und Zehler
einer Brüche 4/6 durch ein Zahl 2 multipli-
ciret od[er] dividiret, so seind die Brüche so
heraus gekommen ($\frac{8}{12}$ und $\frac{2}{3}$) dem gegebenen
$\frac{4}{6}$ gleich: denn in ersten fall seind die $\frac{4}{6}$
Zehler und Nenner durcheinander mit
2 multiplicirt in dem andern aber mit
2 dividirt und ist in allen beyden der Zehler
2 drittel des gantzen, wie in dem gegebenen
Bruch $\frac{4}{6}$.

Zu multipliciren und dividiren Brüchen.

N: 41. Einen Bruch aufzuheben, dis anstatt eines
gegebenen Bruches ($\frac{2}{4}$ $\frac{3}{8}$) einen andern
zufinden der mit kleinern Zahlen geschrieben
wird, doch aber dem gegebenen an werth
gleich ist.

Auflösung.

Dividiret den Nenner 48 und den
Zehler 20 des gegebenen Bruches $\frac{20}{48}$ durch
eine Zahl 4, so formiren die neu heraus
gekommene Zahlen 12 und 5 den neuen
Bruch $\frac{5}{12}$.

Weil es aber in dem andern fall zu weiten
Oder division der in den Zehler und Nenner
gleich aufgehet, nicht leicht zu finden, absonder-
lich in Brüchen wo Zehler und Nenner
in vielen Ziffern bestehen so hat man
dieses falls auf folgendes zu sehen.

1. Wann Zehler und Nenner nullen (0) hinder
sich haben, so darff man nur eine unter

und oben gleich viel Nullen, die selben weggeschnitten,
als $\frac{300}{400}$ $\frac{500}{600}$ so werden die Brüche $\frac{3}{4}$ und $\frac{5}{6}$
den gegebenen gleich seyn item $\frac{300}{400}$ $\frac{2500}{3000}$ so
werden die Brüche $\frac{3}{4}$ und $\frac{25}{30}$ den gegebenen gleich
seyn.
Wenn aber entweder der Zähler oder Nenner
mehr Nullen hat, als die andere Zahl, so muß
man von der mehren Zahl der Nullen nur
so viel abschneiden, als die geringere Zahl
der Nullen ist. $\frac{300}{450}$ $\frac{2500}{3000}$ so seind die Brüche
$\frac{30}{45}$ und $\frac{25}{30}$ den gegebenen gleich.

2. Wenn Zähler und Nenner gerade Zahlen
seind, so lassen sie sich durch 2 aufheben als $\frac{34}{48}$
Zähler und Nenner mit 2 dividirt gibt den
neuen Bruch, der doch dem vorigen an werth
gleich ist $\frac{17}{24}$.

3. Wenn beyde diß Zähler und Nenner hinden
5 haben, so lassen sie sich durch 5 aufheben.
als $\frac{45}{75}$ gibt $\frac{9}{15}$.

Wenn eine auß den zwey Zahlen, diß oben
oder unten eine 0. und die andere ein 5
hat, so lassen sie sich auch durch 5 aufheben.
wie $\frac{30}{65}$ gibt $\frac{6}{13}$.

4. Wenn die hinderste Ziffer an Zähler und
Nenner ungerade seind, so kan man
mit 3 und mit 7 probiren, denn allermaßen

gehet es auch mit an, z. E. $\frac{9}{15}$ mit 3 den
Zehler und Nenner dividirt gibt $\frac{3}{5}$ ingleichen $\frac{21}{35}$ gibt $\frac{3}{5}$ weil mit 7. dividirt worden ist.

5. Wenn ein Bruch mit 2 und 3 sich heben lasset, so lasset er sich auch durch 6 heben. welches auch besser ist. denn je grösser der Divisor ist, je weniger Ziffer bekomt der Bruch

6. Wenn man von den Zehler und Nenner des Bruches immer 3 weg zehlet, und in beyden Zehlern nicht übrig bleibt, so lasset er sich durch, und consequenter auch 6. heben. z. E. in dem Bruch $\frac{144}{372}$. dividirt den Zehler 144 durch 3, und weil es aufgehet, und in den Nenner 372 gleichfalls, so ist 3 der Divisor beider Zehler und komt $\frac{48}{124}$ od mit 6. komt $\frac{24}{62}$.

7. Solte man aber nit geschwind eine Zahl finden können, so beyde Zahlen die Zehler und Nenner aufheben, so muss man mit folgenden Universal modo probiren.
dividirt den Nenner durch den Zehler, bleibt nichts übrig, so ist der Quotient die Zahl, durch welche der Bruch sich reduciren lasset.
Bleibet aber etwas übrig, so dividirt den übrigen divisorem durch den gebliebenen

Rest, und Division, bis es endlich aufgehet, als dann ist der letzte Divisor bey deme alles aufgegangen, die jenige Zahl, durch welche der Bruch aufgehoben werden kan, gehet es aber niemahl auf, so ist der Bruch nit zu reduciren, welches sehr offt geschicht.

Im gegenwärtigen Exempl gehet es gleich auf

$$\frac{46189}{92378}$$

9
~~44~~
~~92378~~ | 2 ist zwey der gemeine Divisor
~~46189~~

~~46188~~ | 23090 neue Zehler
~~22222~~

~~92378~~ | 46189 neue Nenner
~~22222~~

Item ein anderes Exempl

1302 Zehl
1890 Nenn
~~184~~
~~588~~ | 1
~~126~~

588 | 1
~~1890~~
~~1302~~

146
~~1302~~ | 2
~~588~~

42
~~126~~ | 1
~~84~~

~~84~~ | 2 welches mit 42
~~42~~

In dieser letzten Division nichts mehr überig geblieben, so ist eben dieser Divisor der allgemeine Divisor

14
~~1302~~ | 31 neuer Zehler
~~422~~
4
~~21~~
1890 | 45 neuer Nenner
~~422~~
4

8. stehen rechter hand ob finden sich eins
befindet, ingleichen eine 7. Da ist keine
Reduction zu machen, sondern man muß
den Bruch lassen wie er ist.
NB. wir haben oben die Anweisung die
vier Rechnungs-Species zu zeigen aus
der absicht unterlassen, um nit weit-
läuftig zu sein, und supponirend, daß sie
jeder anfänger schon zu machen wisse,
sie auswegen der sehr vielfältigen
gebrauch mit leicht begriffen werde,
und also genug hat, wenn er nur in
etwas die Natur und eigenschaft der-
selben weis. Mit den Brüchen, mit Propor-
tions-Regeln aber hat es ein andere
beschaffenheit, denn sie nit allein an
sich selbsten nachdenklicher sind, sondern
auch nit so frequent vorkommen, mit dessent-
wegen leichter begriffen werden können.
Also will sie den so dieselbe etwann ver-
gessen haben möchte, in möglichster
kürtze und deutlichkeit hier voraus
setzen, und also noch fortfahren.
N. 42 Es gibt noch Brüche deren Zähler grösser
als der Nenner ist, wie oben gedacht
worden (Nro 39.) und ein falscher Bruch
genennet wird. Einen solchen Bruch aber
zu einen rechten Bruch zu machen thut also.

gegenseitig waren
die Winkel waren
gleich sind

1379 : 1
2758 : 2
4137 3
5516 4
6895 5
8274 6
9653 7
11032 8
12411 9

1379 | 68760540357.7498626

5516
13600
12411
11895
11032
8634
8274
3600
2758
8425
8274
1517
13790
438

68760540357 | 49

687605403577

~~Tennio~~ II^dus Geometriæ

1. Dividiret den Zehler mit dem Nenner so komt in den Quotienten heraus wie viel gantze darin sind.
2. den Rest aber giebt den Zehler eines Bruchs dessen Nenner der vorige Nenner ist. Z. E. $\frac{8}{3}$ $\frac{2}{18}$ + 2, sind also in dem Zehler 8 zwey gantze, und noch $\frac{2}{3}$ enthalten gewesen, und wird also geschrieben $2\frac{2}{3}$.

ungeachtet daß in einer fertigen Rechnung kein falscher Bruch gedultet wird, so muß man sie doch in vielen Operationen haben, nemlich wenn gantze mit dazugehörenden Brüch oder auch für sich selbst mit Brüchen berechnet werden sollen, wie wir unten sehen werden. komt also. N. 42

Gantze mit Brüchen zu einem Bruch machen.

1. ~~Zu den Product addiret~~ Multiplicirt die gantze mit dem Nenner, so daran hangen den Bruchs.
2. Zu den Product addirt den Zehler des anhangenden Bruchs, und setzet die Summa als einen neuen Zehler oben, mit dem vorigen Nenner, wie gewöhnlich unten.

Z. E. $2\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$ product. $\frac{6}{8}$ Summa des Products und Zehlers komt also $\frac{8}{3}$. Nenner vorigen nenner.

3. Wenn die gantze sowohl als Zehler und Nenner aus mehren Ziffern bestehen. als $17\frac{17}{40}$, so multiplicire 17 mit 40. $\frac{17 \; 40}{680}$ den Zehler darzu addirt.
$\frac{680 \; 17}{697}$ giebt den neuen Zehler, dessen Nenner der vorige 40, ist stehet also $\frac{697}{40}$.

N:44. Es gibt auch noch eine andere Sorte Brüch, nemlich Brüche von Brüchen. Das ist z. E. ein Drittheil von einem Viertheil von einem halben $\frac{2}{3}$ von $\frac{3}{4}$ von $\frac{1}{2}$ oder ich hätte $\frac{2}{3}$ von $\frac{1}{2}$ Thaler.

Diese Brüche nun in einen Bruch zusammen zu bringen, damit man seinen Werth erfahre, so machet es also.

1. Multiplicirt die Zehler alle mit einander, das ist der ersten mit den andern, und das Product in den dritten, und so weiter, wenn mehr seind.

2. Ein gleiches thut mit den Nennern, und macht aus beyden Producten einen neuen Bruch, dessen Zehler das Product aller Zehler, und dessen Nenner das Product aller Nenner ist. z. E.: $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$. Einmahl 3 ist 3, zweimahl 3 ist 6 neuer Zehler. Zweimahl 4 ist 8. dreimahl 8 ist 24 neuer Nenner, stehet also $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

N:45. Bisweilen ist auch nöthig ganze Grössen oder Zahlen zu einem Bruch zu machen, und geschihet also. 1. schreibet die Ganze oben auf anstatt des Zehlers, und eine unter dessen Strich statt des Nenners, so ist es geschehen.

2. Wenn aber der Nenner gegeben ist, welchen der Bruch bekommen solle, das ist in wie viel die Ganze getheilet werden sollen. z. E. ich soll 5 Ganze zu einem Bruch machen, da die Ganze in 7 theile getheilet.

3. Multiplicirt die 5 mit 7 kommet 35. dieses ist der Zehler, und setzet die 7 an das orth des Nenners, so findet es $\frac{35}{7}$ oder 5 Ganze.

N:46. Den Werth eines Bruchs zu finden. z. E. ihr habt $\frac{5}{8}$ eines Reichsthl: ihr wollet wissen wie viel ihr von demselben habet. Machet es also:

1. müsset ihr determiniren, in was für Müntz der Rthl: getheilet sey. z. E. in Kayser groschen, oder in Kreützer, oder in gute groschen. z. E. in Kayser grh: dann hat der Rthl: 30.
2. Mit diesen 30 Multipliciret den Zehler 5 so komt 150.
3. dieses Product dividiret mit den Nenner 8 des Bruchs, so komen 18 grh: und $\frac{6}{8}$ eines groschens.
4. Wollet ihr nun wissen, was diese $\frac{6}{8}$ noch betragen, so machet den Zehler zu den in Pfenningen gebräuchigen denari oder pfenninge deren 6 in einen Kr. consequenter 18 in einen grh. sind, indeme ihr denselben mit 18 multipliciret.
5. Das Product 108 dividirt durch den vorigen Nenner 8 so komen $13\frac{1}{2}$ denari und ihr habet also 18 grh: $13\frac{1}{2}$ denari, reduciret ihr die denari zu Kr. wenn ihr die 13 mit 6 dividirt. So habt ihr 18 grh. 2 Kr. $1\frac{1}{2}$ denari.

Ferner ist zur Bruchrechnung nöthig, daß die ad N: 47. mehrere Brüche die ungleiche Nenner haben, unter gleiche Nenner gebracht werden.

1. Wenn zwey Brüche unter einen Nenner gebracht werden sollen, so schreibet die Brüche nebeneinander als $\frac{3}{5} \times \frac{4}{7}$.
2. Multiplicirt die Zehler und Nenner über das Kreutz, das ist den Zehl. 3 mit dem Nenner 7. macht 21 den neuen Zehler des Bruchs $\frac{3}{5}$. dann den Zehler 4 mit dem Nenner 5 das Product 20 ist der neue Zehler des Bruchs $\frac{4}{7}$.
3. Zugleichen Multiplicirt die Nenner 5 und 7 miteinander, so bekomt ihr 35, und dieses ist der Nenner neuer zwey neuen Brüche, als $\frac{21}{35} = \frac{3}{5}$ item $\frac{20}{35} = \frac{4}{7}$
4. Wenn mehrere Brüche unter einen Nenner gebracht werden sollen. z. E. $\frac{3}{5}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{7}{9}$ so macht es also:

fangt z. E. bey den Brüchen an, und multiplicirt
den Zehler 3 mit allen Nennern deren
übrigen Brüchen, nur mit sein eigen 5 nit. als
3 mahl 7 ist 21. multiplicirt mit den nächsten Nenner
8 gibt 168. dieses Product multiplicirt abermahl
mit den Nenner 9 so kombt 1512 für den neuen
Zehler. Von den Bruch $\frac{3}{5}$

weiter den Zehler 4 mit den Nenner 5 multi-
plicirt gebet 20. dieses Product mit den Nenner 8
8 multiplicirt gebet 160. dieses Product wider durch
den Nenner 9 multiplicirt gebt 1440. so habt ihr den
neuen Zehler des Bruchs $\frac{4}{7}$.

ferner multiplicirt den Zehler 6 mit den Nenner 5.
gibt 30. dieses Product wider durch den Nenner 7
gibt 210. dieses wird mit den Nenner 9 gibt 1890.
und dieses ist der neue Zehler des Bruchs $\frac{6}{8}$ und
also machet es auch mit den Zehler des Bruches
$\frac{7}{9}$ welcher zum Zehler bekombt 1960.

Auf gleiche weiß multiplicirt alle Nenner in
einander, wann ihr sprecht 5 mahl 7 ist 35.
dieses Product multiplicirt durch den dritten Nenner
8 gibt 280. dieses Product multiplicirt durch den
Nenner 9 so bekombt ihr 2520. für den neuen und
gemeinen Nenner aller obigen neuen Zehler.
stehet also:

$$\frac{1512 \cdot 1440 \cdot 1890 \cdot 1960}{2520.}$$

§ 48. Brüche zu addiren

1°. wann die Brüche gleiche Nenner haben, so dörfft
ihr nur die Zehler addiren: z. E. $\frac{3}{8}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{7}{8}$ saget
3 und 4 ist 7 und 6 darzu ist 13 und 7 darzu
ist 20 seind also $\frac{20}{8}$

2. wann aber Brüche ungleiche Nenner haben

so müsset ihr erst dieselben unter einen nenner
bringen (Vide No 44.) alsdann addirt nur die neue
zähler wie hier oben gesagt worden. Z. E. die brüch
$\frac{3}{5}\ \frac{4}{7}\ \frac{6}{8}\ \frac{7}{9}$ sollen addirt werden, wann ihr sie
nun unter eine benennung bringt so kombt:

$$\frac{1512 .\ 1440 .\ 1890 .\ 1960 .}{2520 .}$$

1512
1440
1890
1960
6802 suma der zähler kombt also $\frac{6802}{2520}$ od.

$2\frac{1762}{2520} = 2\frac{881}{1260}$

Einen bruch von einem andern subtrahiren. 1. wann No. 49.
die brüche von einander subtrahirt werden
sollen, so werden auch nur die zähler von einander
subtrahirt, wann sie einerley benennung haben.
haben sie aber verschidene nenner so müssen sie
erstlich unter einen nenner gebracht werden, es
muss aber auch nothwendig der bruch der abge-
zogen werden solle kleiner sein, als der von
deme er abgezogen wird.

Einen bruch durch einen andern multipliciren No. 50.
1. multiplicirt die zähler durch einander. 2.
den auch die nenner, und setzet die producta
wider an ihr orth, nemlich das product der zähler
in den ort der zählers, und das product der nenner
in den ort des nenners. als $\frac{2}{3}\ \frac{1}{2} = \frac{2}{6}$ item $\frac{4}{5}\ \frac{3}{5} = \frac{12}{25}$.

2. Einen bruch durch einen andern bruch der ganze
zahlen vor sich hat zu multipliciren. Müsset ihr
erstlich die ganze in ihren bruch gebracht, und der
jetzt beschriben ort weiter. d. i. wie mit blossen brüch
verfahren werden.

3. Es solle aber ein bruch durch ein ganzes multipli-
cirt werden.

Z. E. Mann solle 5 Ruthen und $\frac{9}{10}$ einer Ruthen
mit einander multipliciren.
So machet unter die 5 einen strich, und unter
den strich setzet eine 1. wie einen Bruch $\frac{5}{1}$
mit diesem Bruch multiplicirt auf die obbeschri-
bene weis den andern, so komt $\frac{5}{1} \cdot \frac{9}{10}$. 5 mahl
9 ist 45 gebt ihr den neuen Zehler. 1 mahl 10 ist 10
gebt ihr den neuen Nenner $\frac{45}{10}$
der Begriff dieser Operation, ist sehr dunckl, indeme
sie eine Multiplication zweuer Brüche heisset,
hingegen aber den Bruch in sichselbsten weithers
vermindert, und also mehr einer Division
gleichet, indeme hierdurch ein Bruch gesuchet
wirdt der so groß als $\frac{3}{4}$ auß $\frac{4}{5}$ seye, od. es wirdt
ein Bruch auß einem Bruch durch einen andern Bruch
gesuchet. Wie auch der operation (No 44.) zu
sehen ist, allwo wegen der 7 Bruch $\frac{4}{5}$ mit dem 4
Nenner des Multiplicanti dividirt werden solte,
weil er aber zugleich 1. so wird er durch eben 7
diesen multiplicirt werden. Damit $\frac{28}{35}$ anstatt
$\frac{4}{5}$ bekome. dessen siebender theile 4 ist, und also
$\frac{4}{35}$ worden, und wann der Zehler 4 aber mit dem
Zehler 3 des multiplicandi multiplicirt wirdt, aus
diesem entspringt die Regel, daß die Zehler der
ein einander zu multiplicirenden Brüche mit
einander multiplicirt werden, wie dann auch
die Nenner, und die Producta zweien
neuen Bruch erwachsen.

N. 51. Einen Bruch ($\frac{4}{5}$) durch einen andern $\frac{2}{3}$
zu dividiren
1. Kehre den Bruch, durch den man dividiren
soll, um, Z. E. anstatt $\frac{2}{3}$ schreibet $\frac{3}{2}$

2 multiplicirt hierauf wie in der vorhergehenden
Aufgab (No. 50.) die 2 Zehler miteinander
wie auch die 2 Nenner, und setzet sie wider wie einen
Bruch, das erste Product aus den Zehlern oben, und
das andere aus den Nennern unten, so komt ein
neuer Bruch $\frac{12}{10} = 1\frac{2}{10} = 1\frac{1}{5}$

Wenn man einen Bruch durch einen andern
dividiren will, so fraget man, wie viel mahl
der eine in dem andern enthalten seye; wenn
man nun die Brüche zu gleichen Nennern
bringet, so muß einer so viel mahl in dem andern
enthalten sein, als der Zehler des einen in dem
Zehler des andern, weilen in dieser Vergleichung
der gemeine Nenner als der gemeine Nahme
deren Dinge, die gezehlet werden, nit angesehen;
allein indeme zwey Brüch zu einer Benennung
gebracht werden, erwachset der Zehler des er-
sten, wenn man seinen Zehler durch den
Nenner des andern multiplicirt, hingegen
der Zehler des andern, wenn man seinen
Zehler durch den Nenner des ersten multipli-
cirt (No. 44.) also komt wenn man die Brüch
gehen, so durch einander zu dividiren seind,
wenn man den Divisorem umkehret, und
sodann die Brüche in einander multiplicirt.

Man muß aber acht haben, welcher aus den
zwey gegebenen Brüchen theilet, und welcher
getheilet werden solle.

1. Wenn die Nenner der gegebenen Brüche
gleich seind, so dividirt man die Zehler,

und schreibet den quotum zu neuen Zehler,
und unter den vorigen gemeinen Nenner.
Wenn ungleiche Nenner seindt, so dörffte ihr
nur die Zehler des einen durch den Nenner des
andern multiplicieren, und dieses, mit dem
andern durch einen über das Creütz, und die
alsdann den durch den kleinen den grössern
Zehler dividiren, um den neuen Satz nemen
sich mit zu bekümmern; deswegen man
ihm helfen will, so dörffte man nur die Nenner
in einander multiplicieren.

Nach unsers Authoris Ordnung sollen anjetzo
die Reglen v: der extraction der Quadrat und
Cubic=Würtzel folgen, weilen solche aber schon
unten, in die Geometria eingeschalten worden,
allwo sie auch eigendlich hingehören, wie
dann auch die Decimal=Rechnung, so gehen
wir solche gegenwärtig vorbey, und wollen
nur noch ein und andere Reglen der Propor=
tion und progression beybringen, welche
etwann durch den Cursum nöthig sein
möchten, um mit ebenmässig in andern
Büchern sie zu suchen.

No. 52. In einer geometrischen Proportion ist das
Product des ersten Glieds in das Vierte
dem Product aus dem andern in das dritte gleich.

$$3 \,.\, 6 :: 4 \,.\, 8$$

$$\frac{4}{24} \qquad \frac{2}{24}$$

Das andere Glied entstehet, wenn man das
erste, und Vierte, wenn das dritte durch den
nehmen der Verhaltnus multipliciert (Nro. 30.)

derowegen, wann man das erste glied durch das 4te multipliciret, so ist das product, aus den ersten und dritten Glieder, und dem nahmen der Verhältnus erwachsen, denn das product aus den ersten und dritten ist 12 diese mit dem nahmen der verhältnuß 2 multipliciret gebet auch 12. Multiplicirt das andere durch das dritte, so ist das product gleich aus den ersten und dritten Glied und nehmen der Verhältnus erwachsen, derowegen müssen die beide producta gleich sein.

Wenn demnach dreÿ Zahlen proportional seind, daß die mittlere zahl zweÿ stellen vertritet (No. 32.) so ist das product der beiden äussersten dem quadrat der mittleren gleich. N. 53.

Wenn vier zahlen od[er] größen proportional seind, so verhelt sich auch wechselweis, wie die erste zur dritten, so die andere zur vierdten. N. 54.
Das andere Glied kommet heraus, wan man das erste durch den Exponentem multipliciret, das 4te aber, wan man das dritte durch eben diesen Exponenten multiplicirt (No. 30.) derowegen verhelt sich das andere Glied zu dem vierdten, wie das erste zum dritten (No 35.)

Zwischen zweÿ gegebenen Zahlen die mittlere geometrische Proportionis zahl zu finden. N. 55.
1. multiplicirt die beide gegebene Zahlen. z. E. 8 und 72. durch ein ander.
2. aus dem product ziehet die quadrat wurtzel so habet ihr die verlangte zahl 24.

No 56. zu dreyen gegebenen Zahlen 3, 12, 5, die vierte
oder auch zu zweyen die dritte geometrische
proportional=Zahl zu finden.
f. multiplicire die andere (12.) durch die dritte
(5.) oder in dem andern falle, die andere durch sich
selbst. 2. das Product 60. dividirt durch die erste
(3.) so ist der quotient (20) die vierte, oder in an=
dern falle die dritte.

N. 57. Die auflösung dieser aufgabe nennet man
in der gemeine die Regel detri, weilen aus 3 Zahl
die 4te gefunden wird, und hat dieselbe einen
unbeschreiblichen nutzen, so wohl im gemeinen
leben, als in allen wissenschaften. Es ist aber
aus der aufgabe leicht zu sehen, daß man
die Regel detri nirgends anbringen kann,
als wo man vorhero aus der beschaffenheit
der Sachen versichert ist, daß eine geometrische
proportion unter ihnen anzutreffen ist.
z. E. es ist ein großes Gefäß mit wasser
angefüllt, und an dem boden ein kleines
löchlein, wodurch es heraus laufen kann.
man hat befunden, daß in 2 minuten 3 kannen
heraus gelaufen, die frage ist wann 200
kannen heraus laufen werden. hier sind
3 Zahlen gegeben, die vierte soll man
finden, allein es ist bekandt, daß das wasser
anfangs geschwinde, hernach langsamer
laufte, und also die Zahlen der heraus
gelaufenen kannen der Zeit, in welcher
sie heraus laufen keineswegs propor=
tional ist. derowegen kann man auch

diese frage durch die Regel Detri nicht
auflösen.   N: 58.
Allein in handlungen ist der werth der waaren jeder
zeit der grösse gleich. denn wenn einer 2
mahl so viel nimmt, zahlt er doppelt, nimmt
er 3 mahl so viel als ein anderer, so zahlt
er dreyfaches geldt. dahero kan man aus
dem gegebenen werthe von einer gewissen
grösse den werth einer andern grösse, oder
auch die grösse der waare von einem gegebenen
werth finden. Z. E. 3 ℔ kosten 4 thl. wie kosten
17 ℔. hier ist klar, wie vielmahl 3 ℔ in 17 ℔.
enthalten seindt, eben so vielmahl die 4 thl.
als der werth der 3 ℔ in dem werth der 17 ℔.
enthalten sein müssen, den ich suche, und
nach der Regel Detri also finde.

3 ℔ — 17 ℔ — 4 thlr.
68 | 68 | $22\frac{2}{3}$ thlr.

oder für 4 thl. bekomt man 3 pfund, wie
viel wirdt man vor $22\frac{2}{3}$ thl. bekommen, hier
ist abermahl klar, daß wie vielmahl der werth
von 3 ℔ nemlich 4 thl. in dem werth der
gesuchten pfund, nemlich $22\frac{2}{3}$ thl. enthalten,
eben so vielmahl die 3 pfundt in den gefragten
pfunden enthalten sein müssen, die man
durch die Regel Detri solcher gestalten
findet. 4 thlr — $22\frac{2}{3}$ thlr — 3 ℔.
68 | 68/4 | 17 ℔.
woraus zugleich zu ersehen, wie man
in der Regel detri, die probe anstellen kann:
ob man recht gerechnet oder nicht.

N. 59. Eben so verhelt sich der lohn der Arbeiter, wie die zahl der zeiten, in welchen sie gearbeitet, wann man auf tag oder stunden mit ihren theilungen; imgleichen die grösse der verrichteten arbeit ist der zeit proportional, wann man eine stunde, so viel arbeitet, als die andere, imgleichen der zahlen der arbeiter, wenn einer so viel arbeitet, als der andere, und so weiter. z. E. in einer stunde liset einer 6 blätter in einem buch, die frage ist, in wie viel stunden er 360 blätter lesen wirdt. die verlangte zahl findet man in der Regel Detri. also.

6 blat — 360 blat — 1 stund

$\frac{360}{6}$ 360/60 | 60 stund.

N. 60. Unterweilen geschiehet es, daß zwischen den zahlen keine solche proportion zu finden, der gleichen die Sachen, die gezehlet werden, anzu treffen, wann nemlich nicht alle zahlen von einerley nahmen sind. da dann nöthig ist, daß sie zu einerley nahm gebracht werden, ehe man die Regel Detri anbringen kan, als wann man die thaler in groschen, die groschen in pfennige, die lb. in loth, die stunden in minuten, und so weiter verwandelt. z. Ex: 3 pfund und 4 loth kosten 2 thl. 4 grb: was kost 2 lb. die rechnung geschiehet also:

3 lb. 4 lo. — 2 lb. — 2 thl. 4 grb. zu mercken daß das lb. 32 loth, und der thl. allhier à 24 gute groschen gerechnet ist. kommt daher also.

100 loth — 64 loth — 52 gr.

$$\begin{array}{r} 52 \\ \hline 128 \\ 320 \\ \hline 3328 \\ 1\cancel{00} \end{array} \Big/ 33\tfrac{28}{100} \text{ grb. oder } 33\tfrac{7}{25} \text{ grb.}$$

de geschicht meisten theils, da die übrige brüch gemeinglich eine andere eintheilung erfordern, als in das gemeine gebräuchlich. als in dem vorhergehenden Exempel solt der groschen in 25 theile getheilet werden, wir aber theilen ihn in [illegible] ein, derowegen muss mann einen andern bruch finden, der so viel gilt als der gegebene $\frac{7}{25}$ und zu nenner 12 hatt, weilen gegenwärtig der groschen 12 pfennige angenommen, so dass nun der gesuchte zehler des bruchs in 12 so vielmahl enthalten sein muss, als der gegebene zehler 7 in dem nenner 25. so kan auch diese verwandlung durch die Regel detri, folgender gestalten geschehen (No. 58.) N:61

$25 — 7 — \frac{12}{7}$; $\frac{84}{25}$ | $3\frac{9}{25}$ pfennig
84

weil der pfennig nit weiter eingetheilt wird, so muss mann die $\frac{9}{25}$, welche etwas mehr als $\frac{1}{3}$ von einem pfennig sind, weglassen, sonsten könte mann ihren werth gleichfalls durch der Regel detri finden.

Mann findet in der Arithmetischen Schriften auch eine verkehrte Regel detri (: Regula detri inversa :) der mann aber nit nöthig hat, wenn mann die zahlen dergestalt nebeneinander setzet, wie es die proportion erfordert z. E. 125 Soldaten werden mit einem festungsbau innerhalb 6 monathen fertig, es ist aber die frage wie viel Soldaten muss mann haben, das der bau innerhalb 2 monathen fertig wird, hier ist klar das wie vielmahl 2 monath in 6 monathen enthalten sind, eben so vielmahl die zahl der Soldaten, welche 6 monath mit der arbeit zubringen, in die zahl deren enthalten seie, welche in 2 monathen fertig werden solle. den je geschwinder die arbeit fertig werden solle, je mehr Soldaten muss mann haben. die Rechnung geschicht demnach also: N:62

2 monat in 6 monath: — 125 Soldaten
6
750

750 | 375. Soldaten.

Hingegen muß nur, mit der Zurichtung der Regl nicht gegeben werden, dann d[ie] facit größer sein od[er] außfallen solle, als die ihme gleichgiltig gegebene Zahl, so muß auch, aus den ersten zwen gegeben Zahlen die größere in die andere Stell, und die kleine in die erste gesetzet werden, so bekomt mann die rechte proportional Zahl. Wie in obigen Exempel. Es solle aber gefraget werden, wann 125 Soldaten in 6 monathen fertig werden, in wie viel Monathen werden 375 mann fertig, so muß die größere gegebene Zahl zu erst, und die kleine in die andere Stell, gesetzet werden. als.

375 Mann — 125 mann — 6 Monath
6
750

750 | 2 Monath.

N. 63. Unterweilen muß mann die Regl Detri zweymahl anbringen, ehemann die verlangte Zahl findet, worauß einige ehre noch eine besondere Regl gemacht, und sie die Regl de quinque, ingleichen Regulam compositam genannt. z. Ex: 300 thl bringen in 2 Jahren 36 thl interesse wie viel tragen 20000 thl in 12 Jahren, hier sucht mann erstlich in der Regl Detri, wie viel 20000 thlr in 2 Jahren bringen, darnach durch eben dieselbe, wie viel sie in 12 Jahren tragen. folgender gestalt.

300 thlr — 20000 thlr — 36 interesse
20000
720000

720000 | 2400 thl

2 Jahr — 12 Jahr — 2400
12
4800
24
28800

28800 | 14400 thlr

N. 64. Es lassen sich dergleichen Exempel wohl auch durch eine einzige anwendung der Regl detri rechnen, der weilen 2 mahl 300 thlr so viel in einem Jahr interesse

bringen als 200 in zweyen, und 12 mahl 20000
in 12 Jahren, so darff ich nur die Umstände der
Zeit weglassen und sagen, 2 mahl 200 thlr. d. i.
ist 600 thl. geben (: nemlich in einem Jahre) 36 thl.
interesse, was geben 12 mahl 20000 d. i. 240000
thlr (: nemlich wiederum in einem Jahr :)

200 thlr 2 Jahr — 20000 thl. 12 Jahr — 36 Interesse

$$\frac{200 \cdot 3}{600}$$

$$\frac{20000 \cdot 12}{240000} \qquad \frac{240000 \cdot 36}{1440000} \qquad \frac{1440000 \cdot 72}{8640000}$$

$$8640000 \; ƒ \; 14400 \text{ thlr}$$

666660

und diese letzte Manier ist vortheilhaffter als die 1.
weilen in dem ersten öffters verdrüßliche brüche
vorkommen.

Bey einigen Exempeln muß man die Regl Detri No 65.
nothwendig etliche mahl anbringen, als in der
gesellschaffts Rechnung so viel mahl, als Personen
seind, die an dem Gewinn od. Verlust in der Handlung
theile nehmen. denn weilen derjenige Regel gelts
gewinnet, und verlieret der, der mehr zulag
gibt, u. s. w. so verhelt sich jederzeit die
gantze Zulage zu eines jeden Zulage insbeson
dere, wie der gantze Gewinn od. Verlust in die
sondere. z. E. Es haben 3 Personen in einer
Handlung 2000 thl gewonnen. der erste hat geb.
1000 thl. der andere 500 thl. der dritte 300 thl.
man solle nun finden, wie viel jeden von dem
gewinn gebühre, dieses geschiehet folgender gestalten.

Zulage des ersten 1000 thl.
des andern 500
des dritten 300
gantze Zulag 1800 thl.

1800 thl. — 1000 thl. — 2000 thl.

$$\frac{2000 \cdot 1000}{2000000}$$

$$2000000 \; ƒ \; 1111 \tfrac{200}{1800} = \tfrac{2}{18} = \tfrac{1}{9} \text{ gewinn des ersten}$$

18888800

thl. 1800 — 500 thl. — 2000 thl.

$$\frac{2000 \cdot 500}{1000000}$$

$$1000000 \; ƒ \; 555 \tfrac{1000}{1800} \text{ thl}$$

188800

gewinn des andern

1800 thl. — 300 thl — 2000 thl
300
600000

600000 (333 $\frac{600}{1800}$ thl
188800 gewin des dritten

Proba.

Gewinn des ersten 1111 $\frac{2}{18}$
Gewin des anderten 555 $\frac{10}{18}$
Gewin des dritten 333 $\frac{6}{18}$
2000 gemachter Gewinn.

N:66. Es gibt auch viel andere Exempel, die auf eine gleiche weis gerechnet werden, als wenn man nit allein in der medicin, sondern auch in andern Künsten und Wissenschaften, das gewichte der ingredientien weis, die man miteinander in Zubereitung eines Dings vermischen solle, und man will wissen wie viel von jeden zu nemmen ist, damit das vermischte ein verlangtes gewicht habe, Z.E. eine Medicin hat 3 ingredientien, von den eines soll darzu 4 loth, von dem andern 5 loth, von dem dritten 2 loth. Die frage ist wie viel man von jeden nemmen muß, damit man von der Medicin 8 Pfund habe. die Rechnung geschiehet folgender massen.

Das Gewichte { des ersten / des andern / des dritten } ingred. — 4 loth / 5 / 2

11 loth — 8 Pfund oder 256 loth — 5 — 1280 (116 $\frac{4}{11}$ loth für die andere

12 loth — 8 Pfund oder 256 loth — 2 — 512 (46 $\frac{6}{11}$ loth für die dritte

11 lot — 8 lb — 4 loth — 1024 (93 $\frac{1}{11}$ loth für die erste ingred.
32 zu lot gemacht
256
4
1024

Proben.

Gewichte { des ersten — 93 $\frac{1}{11}$
des andern — 116 $\frac{4}{11}$
des dritten — 46 $\frac{6}{11}$ }
256 loth — 256/32 (8 Pfund

N:67. Man hat in verschiedenen fällen einige vortheile in der Regel detri, welche insgemein die welsche practica genennet wird. Und begreifft

die nützlichste davon zu erzehlen, weil die Regl
detri zu dreyen gegebenen zahlen die vierte pro-
portional zahl suchet, wenn man aber zwei zahlen
durch eine zahl dividirt die heraus kommende quo-
tienten mit ihren einzelen verhältnus stehen
(No. 36) so dividirt die erste und andere, oder auch
die erste und dritte zahl (: wenn sie sich genau
dividiren lassen :) durch eine zahl, und braucht
die heraus kommende quotienten an statt derselben
in der rechnung. wie aus beygefügten exempel
zu ersehen. 3 ℔ kosten 9 thl. was kosten 7 ℔

1/3 — 3 . . facit — 3/21 thl

14 ℔ kosten 26 thl wie viel 7 ℔ ~~mit dividirt~~

14 mit 7 dividirt gibt 2 thl. - - 26 - - 7 mit 7 dividirt
komt also — — — — 2 — — 26 — 1

26/22 | 13 thl.

Wann entweder die erste od dritte zahl 1. und die N. 88.
andere von beiden nit gar zu groß, die mittlere aber
eine zahl von einerley art hiesen gesetzet ist, hat man
nit nöthig die (No. 88) vorgeschribene reduction an-
zustellen, wie folgendes exempel anweiset.
~~1 ℔ kostet 3 thl 8 grb 6 pfennige, wann nemblich durch~~
~~die 5 die 3 thl multiplicirt werden~~
1 ℔ kostet 3 thl 8. grb. 6 pfennige. wie viel 5 ℔.
facit 16 thl 18 grb 6 pfennige, wann nemblich durch
die 5 die 3 thl multiplicirt werden gibt 15 thl, wann
die 8 grb multiplicirt werden so komt 40 grb. 24 mach
ein thl. dieses abgezogen und zu den 15 addirt gibt
die 16 thl und bleiben 16 grb. die 6 pfennige aber
5 multiplicirt geben 30 pfennige mit 12 so in einen
groschen gehen, dividirt gibt 2 grb 6 pfennige die
2 zu den 16 addirt geben die 18 grb. und letzlich
die 6 pfennige. woraus ich schon bald, daß 2 mahl
6 pfennige einen grb. machen, und also 5 mahl

6 pfennige. 2 gr. 6 pfennige. widerum 3 mahl
8 gr. = 1 thl. und also noch 12 mahl 8 darüber
16 gr. daraus ferner addire ich die thl. zu den
übrigen 15 thalern, und die 2 gr. zu den 16 gr.
so ist das verlangte facit 18 thl 18 gr. 6 pfennige.

N. 39. Wenn die zwei gleichnahmige Zahlen voneinander
nur 1 unterschieden seind, kan man einen besonderen
Vortheil brauchen, der sich durch Exempel am besten
zeigen lässet. Z. E. 5 ℔ kosten 30 thl. wie viel 4 ℔.
weil 4 ℔ um den fünften theil weniger theil kosten als 5
℔. so dividire ich nur 30 durch 5 und den quotienten
6 ziehe von 30 ab, so bleibet das facit 24 thl übrig.
item 8 ℔. kosten 24 thl. wie viel 9 ℔. weil neun um
1/8 mehr, als 8 kosten, so addire ich nur den 8 theil von
24, nemblich 3 thlr zu 24 addiren, so kommt das facit 27 thl
heraus.

N. 40. Unterweilen kan man verschiedene Vortheile bey
einem Exempel anbringen.
100 ℔. kosten 30 thl. 4 gr. wie viel 50 ℔.
5 | 4 2 — 12
facit 15 thl 2 gr.
Item 60 pfund kosten 80 thl was 2520 pfund.
60 | 1 — 6 / 480 / 7 | 3360 thl facit — 42 / 6 / 7.

N. 41. Diese und noch mehrere Vortheile seind diejenigen
bequeme, welche stets solche in Ubung haben, hin-
gegen aber denen, welche sie nicht recht verstehen,
bisweilen mehr noch als Commodität geben. Wir
wollen noch einige Exempel der so genandten
Progression aufsetzen, und zwar nur wegen
deme was hiervon in der Arithmetica von
den Logarithmis gesaget wird.
Was eine Progression seye ist (Nro: 33) erkläret
worden.

Wann 4 Zahlen gegeben seind, die untereinander
Proportion Arithmeticam haben, und man addiert, die
erste und vierte zusamen, desgleichen die andere
und dritte auch zusamen, so wirdt die Suma von
ersten und vierten eben so groß sein, als die Suma
v: anderten und dritten terminum. Z.E. 5 9 - 8 - 12.
hier ist in den ersten zweien Zahlen der unterschied 4.
und in den andern zwei gleichfalls. kommt also die
Suma von 5 und 12. 17. die Suma v: 9 und 8 auch 17.
~~facit~~ 17
Item 3 – 5 – 7 wo zahl der Terminorum ungerad ist, und
gegenwärtig eine proportione continua wirdt, ist die
Suma der zwei äußersten 3 und 7 so groß als das duplum
des mittlern Terminum 5 denn 3 und 7 macht 10. item 2
mal 5 macht auch 10. denn 7 ist um 2 größer als 5, aber
3 ist auch um 2 kleiner als 5 gehet also dorten wider
2 ab. Also auch in dem ersten Exempel ist 12 um 4 größer
als 8. hingegen auch 5 um 4 kleiner als 9, und weil
der mehrzahl der einen zwei, der überschuß der andern
zwei gleich ist, so wirdt es aufgehoben, und müssen
die übrige Zahlen gleich sein

Item wann viele Arithmetische Progressional Zahlen
vorhanden seind, und wann die Zahl der Terminorum
gerad ist, so ist allezeit die Suma der zwei äußersten
der Suma der zwei mittlern gleich als 1.2.3.4.5.6. da
ist 1 und 6 zusamen 7. die 3 und 4. der zwei mittlern mach
auch 7. es werden aber auch alle andere zahlen, wie sie
von der mitte gegen den anfang und gegen das ende
gehen, auch gleiche Suma machen, als 2 und 5 seind
auch 7. und so in mehren. also auch wo die zahl der
Terminorum ungerad ist, als 1.4.7.10.13.16.19. da
überall der unterschied 3 ist. macht 1. und 19 die
Suma 20. item die mittelste 10 duplirt gibt auch 20.
item die zwei nächste an der mitt auf und abstei-
gende Zahlen 7 und 13. geben auch 20. item die vorletzte
2 nemblich: 4 und 16 geben auch 20.

Woraus folget, wenn man die ersten und letzten
Terminum zusammen addirt, so bekomt man in
der Suma eine Zahl, welche wenn mit derselben
die Suma aller Zahlen in allen Arten der Terminorum
dividirt wirdt, die selbe Zahl der Terminorum
herauskomet. z. Ex. in der natürlichen Progression, i:
de so wirdt die jenige genendt, die nur um 1.
aufsteiget od. fallet :/ 1 ist die summa des 6

Suma des ersten und letzten termini 7 den	1
6 und 1. ist 7. die Suma aller Zahlen ist 21, diese	2 3 4 5 6
mit 7 dividirt komt in quoto 3 oder die	21.

selbe Zahl der Terminorum.
Daher ist die Regel entstanden, die Suma aller Zahlen
in der Progression zu finden; wo man
1. den ersten und letzten Terminum addirt.
2 die Suma durch die selbe Zahl der Terminorum mul-
tiplicirt. z. E. der erste und letzte terminus in
gegenwärtigen Progression 1 und 6 die Suma ob 7.
diese mit der selben Zahl der Terminorum 3 i: denn
gegenwärtig in allen 6 sind :/ multiplicirt gibt 21.
oder wann fraget wie viel die Uhr schläge, thut in
allen 12 stunden in den ersten terminum ist 1. in den letzten
12. die Suma ist 13. es seind 12 Terminos. die selbe
davon ist 6. die 13 mit 6 multiplicirt gibt 78. schläge
3. Wenn aber die Zahl der Terminorum ungleich ist
die sich nit halbiren lassen, hingegen, die Suma des er-
sten und letzten Terminum eine gerade Zahl ist, so halbirt
dieselbe, und multiplicirt mit der ganzen Zahl der Terminorum.
4. Diese Regeln werden in den jenigen Arithmetischen progressionen
gebraucht, welche man Artificial nennt, da ist in welchen
die Terminos um eine andere Zahl z. E. 2. 3. 4. oder fraufsteiget.
N.B. Wann aber eine Arithmetische progression mit vielen Terminis
und etwann auch grossen Zahlen vorkommen sollte und die
Suma innhalten zu finden, ehe da man alle terminos mit
ihren Zahlen nacheinander hinschreibe, um die Zahl des
letzten Terminum zu finden, und die Zahl der terminorum,

der erste Terminus, und der Unterschied ihrer Zunemmung ge-
geben werden. im übrigen.
1. Multiplicirt die gegebene Zahl der Terminorum weniger 1.
mit der Zahl umb welche die termini einander übersteigen.
2. Zu dem product addirt den ersten terminum, so kombt in der Suma
die Zahl des letzten herauß. Z. Ex. es seye eine Sol : 3
die Zahl der Terminorum ist 10 und weniger macht 9. 5
die termini übersteigen sich umb 2. also 9 mahl 2. 2 7
18 9
3 11
13
15
der letzte Terminus 21 17
19
21
Um aber die Suma der gantzen progression zu 120
bekommen, so.
1. Multiplicirt die Suma des ersten und letzten Terminum 21 3 durch
die halbe Zahl der Terminorum, 24
gegenwärtig 5 wie in der obrigen aufgab 5
120 und also in dieser
progression enthaltene Zahl.
Die Geometrische Progression steiget (laut den wie oben ge- N: 50.
zeiget) allezeit umb ein oder etliche mahl des gantzen
ersten Terminum. diese nun zu addiren geschicht also.
1. suchet den Unterschied der Terminorum.
2 mit diesem multiplicirt den letzten Terminum.
3. Von dem Product ziehet den ersten Terminum ab.
4 Von dem Unterschied der Terminorum ziehet eins
5 mit dem Rest dividirt die No 3. überbliebene Suma,
so habt ihr den gantzen einhalt.
Z. Ex. es verkaufet ein Reiter sein Pferdt an einen wirdt
um folgenden Preiß. vor den ersten Hufnagel solle er ihme
einen Pfenning geben. vor den zweiten Hufnagel 4. vor den
dritten 16. und so fort, daß allezeit der folgende Preiß des
Nagels 4 mahl so groß ist als der vorherige. wenn
nun man supponiert daß 32 Nägel seyn, ist die frag
wie hoch das Pferdt komet.

Dieser Rest mit dem unterschied 4 weniger 1
nemblich 3 dividiert.

3/18446744073709551615 (6148914691236517205
333333333333333333333

Erster Tag kostet 1

6148914691236517205 so viel pfenig kostet das Pferdt
von wan den die 3 nicht ein kreitzer
machen, so kann 360 nicht ein floren
mit disen die vier hundert
zahl

$$\begin{array}{l}
360 \,|\, 6148914691236517205 \,|\, 17080318586768103 \\
\quad 360 \\
\quad 2548 \\
\quad 2520 \\
\qquad 289 \\
\qquad 2880 \\
\qquad 1146 \\
\qquad 1080 \\
\qquad\quad 669 \\
\qquad\quad 360 \\
\qquad\quad 3091 \\
\qquad\quad 2880 \\
\qquad\quad 2112 \\
\qquad\quad 1800 \\
\qquad\quad 3123 \\
\qquad\quad 2880 \\
\qquad\qquad 2436 \\
\qquad\qquad 2160 \\
\qquad\qquad 2765 \\
\qquad\qquad 2520 \\
\qquad\qquad 2451 \\
\qquad\qquad 2160 \\
\qquad\qquad 2917 \\
\qquad\qquad 2880 \\
\qquad\qquad\quad 37
\end{array}$$

floren 3
20 kreutzer 5 H.

372
360
1205
1080
125 125/20.
66

1	1
2	4
3	16
4	64
5	256
6	1024
7	4096
8	16384
9	65536
10	262144
11	1048576
12	4194304
13	16777216
14	67108864
15	268435456
16	1073741824
17	4294967296
18	17179869184
19	68719476736
20	274877906944
21	1099511627776
22	4398046511104
23	17592186044416
24	70368744177664
25	281474976710656
26	1125899906842624
27	4503599627370496
28	18014398509481984
29	72057594037927936
30	288230376151711744
31	1152921504606846976
32	4611686018427387904
unterschied	4
erster Termin	1 8446744073709551616
Rest	1
	1 8446744073709551615

N. 44. Wann in einer geometrischen progression
der erste Terminus, und die Zahl der terminorum
ein gleich die Zahl, wie vielmahl der folgende
Terminus den vorhergehenden übertrefe, gegeben.
und man solle den letzten terminum finden
oder obligiert zu sein alle Termini untereinander
zu schreiben.
1. bemerket in welcher ratione oder wie vielmahl
der folgende Terminus den vorhergehenden übertrifft.
2. nach dieser ratione schreibet ein etliche terminos

und beschließen hinter einander her, und schreibt über
die erste eine 0 über die andere ein 1. über die dritte ein 2
und so fort. z. Ex. des vorigen Exempels von Steigen des
Preises über der Zahl der Hufnägel. die ration darinnen
war 4fach oder quadrupla. formirt. formiret also
folgendes Täfelein

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	logarithmi
1.	4.	16.	64.	256.	1024.	4096	16384	65536.	262144.	progressional Zahlen.

d. Kunst bestehend, und wird zu nutzen in der logarith-
mischen Rechnung angezeigt werden. Wenn man
zum Exemp. die progression Zahlen 4 und 64. mitein-
ander multipliciren wollte, so darf man nur die
darüber stehenden Zahlen 1 und 3 addiren. die Suma
ist 4. und die darunter stehende Zahl 256 welche
das Product aus 4 und 64 ist.
aus diesem entspringet ferner folgende Regel weilen
die Progression in gegenwärtigem Exempel bis auf 32
gehet, so suchet erstlich die progressional Zahl zum 15.
also nimmt aus den obigen Täfelein 402. Zween Zahlen
aus der obern Reihe oder den logarithmos deren Suma 14 auss-
mache, als 5 und 9. oder 6 und 8. oder 7 und 7. Dann weil
die Arithmetische oder obere progressional Zahl 4 mit 0 an-
fangt, so ist die oben stehende Zahl 14 der logarithmus
von der 15 geometrischen progressional Zahl. Gleichwie die
obere Zahl 5. der unter gesetzten Zahl logarithmus ist
und so weiter, die unter ihnen stehende Zahlen multi-
plicirt miteinander. Die geometrische progressional-
zahl von 5 ist 1024, und die von 9 ist 65536. macht
das Product 268435456.
dieses Product dividirt durch den ersten Terminum, so
gibt es die progressional Zahl von 15. in gegenwärtig
Exempel aber ist der erste Terminus nur 1. und dieses
dividirt nit, als bleibt die Zahl wie sie ist.
dieser zu den fürstehenden Terminum gefundenen Zahl,
multiplicirt mit sich selbsten, und das Product dividirt

durch den ersten Terminum. so habt ihr die geometrische progressional Zahl zu dem logarithmo 28. denn 2 mahl 14 macht 28. und ist also die 28igste geometrische progressional Zahl 72057594037927936. welche 1. der erste Terminus nit dividirt.

Um den 32 Terminum zu finden, so setzt ihr, wenn ihr zu dem logarithmum 28 den logarithmum 3 addirt, so kombt der logarithmus 32. nemmet also die geometrische Zahl 64. des logarithmi 3. und multiplicirt mit dieser 64 die zum 28 Terminum gehörige Zahl so kombt in product 4611686018427387904. dieses mit dem ersten Terminum 1 dividirt, bleibt wie gesagt, so viel für den 32isten terminum.

Bey diesen grossen Exempeln ist dieses Problema sehr Comod. zu Ex. die jenige Zahl der Getraid körner zu finden, welche herauss kom, wenn auf den ersten Plätzlein des Schachbretts 1. korn, auf das andere 4. auf das dritte 16 und so weiter alzeit 4 mahl, ~~wie im vorigen Exempel steiget~~ so viel gelegt würde, ~~wie~~ und 64 Plätze sindt. Als weil hier auch die Progression geometrica um 4 mahl, wie im vorigen Exempel steiget, so dörfte man nur den in dem vorigen Exempel gefundenen letzten oder 32isten Terminum mit sich selbsten multipliciren, so kombt der begehrte heraus. (No 43.) die ganze Zahl finden. dieses Problema hat sein Ursprung von folgender Historj, als Sessa Ebn Dalier, ein Indianer dem König Sheramo das Schachspiel gewisen, so er erfunden hatte, liesse dieser sich dieses sinnreiche Spiel dermassen gefallen, dass er ihme anbotte eine Gnade zu begehren, die er wolte, so begehrte dieser Araber nichts anders, als man ihme auf den ersten Platz 1 korn, auf den andern 4 auf den dritten 16. und consequenter alzeit 4 mahl so viel, als in der vorhergehenden legen solle.

Amen

Ternio III. Geometria.

$\frac{6}{10}$ 14 Kindt

$\frac{6}{6}$ 60 $\cancel{x}$ 10

$\frac{10}{6}$ | $1\frac{4}{6}$

$\frac{12}{3}$ | 4

$\frac{13}{3}$ | $4\frac{1}{3}$

3 · 30

30 | 30 30 30

$\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{3}$

182
6876054357 | 4
1379

4986261

438
48
1818 | 1
1379

183
1394
48
1286
1381
1 3 8 9 8 0
6876054357 | 4986261
1379 4 8
687
2 8
15
2 1 14

1
8
2 8 1
8 4 3 5 7 | 6
1 3 7 9
4 7

34
1 8 5
3 6 8 3 5 7 | 2
1379
1 8 4
1

1379

1498626 1 ..., 439 / 1379 ... 1379 ...
. 1379
687

4486 ...
3490 3827
1495 8783
4986 261
6876 054357

welches begehrt aber der König verdrosse, weil es sehr albern und einfältig zu sein. da die aber die rechnung darüber gemacht würde, so verwunderte er sich mehr über dieses, als über das Spiel selbsten. der Straßburger Mathematicus Johannes Sturm hat dieses Problema nach einem gewissen Maas ausgerechnet, da er nemblich ein Korn kern für eine quadrat Linie, bis der 144 sten theil eines quadratschuhs angenohmen, und heraus gebracht das 5124059 so große Kisten voll Korn kern. deren jeder 600 fus lang, 100 fus breit, und 60 fuss hoch wäre, welches lauth der heiligen Schrift das körperliche maas der Archen Noe ist. und giengen in jeden dieser Kisten 360000000000 Körner. aus diesem ist zu sehen was die Progression für eine unglaubliche Summ gibt, absonderlich wann sie ein wenig hoch steigt.

Die Erste Erklärung.

§ I. Die Geometria ist eine Wissenschafft des Raumes, den die Cörperliche Dinge nach ihrer Länge, breite und dicke einnehmen.

Die Geometria betrachtet die jenige größen welche sich durch Länge, breite und dicke messen lassen, auch wie diese größen durch die proportion gerechnet werden können.

Die andere Erklärung.

§ II. Wenn man eine Länge ohne die breite und dicke betrachtet, so nennet man sie eine Linie, ihren anfang und Ende aber einen Punct, den man sich ohne alle theile einbilden muß, massen er sonsten

Eine linie wäre, und weder seinen An-
fang und Ende haben müsse, wenn nun
ein Punct von einem orth zum andern
bewegt wirdt, so beschreibet er eine
linie.
Da die Geometrie nur den Raum misset,
So bestehet er in der blossen länge, oder einer
fläche, oder einem körper, das ist in einem
solchen Raum der länge breite und
dicke hat, und ob er gleich schon mit nichts
erfüllet wäre, wie [illegible] vorkombt,
so nennet man diese drey sorten des
Raumes oder deren grössen, dimensiones
und zwar das oben gedachte längen
maß wirdt die erste Dimension genennet.

Anmerckung

§ III Die Geometrae haben zu länglicher ursach
gehabt, wenn sie den Punct untheilbar
annehmen, unterrichtet die Einbildung, so-
wie auch unsere Handt mit ihren Instrumenten
einen untheilbaren Punct formiren kan, damit
er nit ein theil der linie werde, welches in
der ausübung auf das sorgfältigste zu
vermeiden ist.

Die III.te Erklärung

§ IV Die ähnlichkeit ist die übereinstimmung dessen,
wodurch die dinge unterschieden werden.

Anmerckung

§ V Zum Exempel ich habe zwey Sachen A und B und
betrachte eine nach der andern, ich merke mit
fleiß auf alles, was ich in der Sache A.

vorgenommen, und zu einem Strauß dz gemachte
nicht gleicher gestalten gemacht ich aber vor klein
machen, welches in derselben Berechnung kan. Wan
ich nun beydes gegeneinander halte, was
ich aufgezeichnet habe, so finde ich dz es einen
lächerlichen die grösste ausnahme, weil man
einem diese mit blossen worten nit begreiflich
machen kan. Zusatz.

§ VI. Also können ähnliche dinge mit einander
unterschieden werden, wan man sie mit entweder
unmittelbar oder in gedanken vermittels
einer dritten sach, z. E. eines Maaß. Stabs
zusamen bringt.

Für dieses nun lesset sich die ähnlichkeit mit
deutlicher Erklären, man wird aber unten
sehen, dz die ähnlichkeit eines der vornehmsten
dingen in der Mathematique seie, und hat
unser vortrefflicher Author durch die zeigung
und Erklärung der ähnlichkeit viel sonst
dunkle lehr-sätze, unvergleichlich deutlich
und begreiflich gemacht. Und kan man
auch in der Geometria nun erfahren dieselbe
sonst frembd zu seyn scheinende vorkommende sach
durch Erklärung der ähnlichkeit verständlich
machen. z. E. Einer möchte gern eine
ungereimt, dz man um den Innhalt eines
ackers wissen, der von denselben auf dz Papier
abgetragenen figur ausmessen wolte. Da
doch dz flach auf d. Papier unvergleichlich
kleiner, als der acker seye. Item des
ein über einen Terrain entstandener

Breit auch beygericht. oft nur über einen
von denselben Terrain durch eingeschicker-
nen Landmesser abgenohmenen Riß,
der Ausspruch und die Entscheidung gesche-
hen, wann man aber einen falschen
zeigt, wie daß in dem Riß, alles in der-
jenigen weithe, breite, länge und Situation z-
durch den kleinen Maaßstab aufgetragen
worden seye, in welcher sich eben dieselbe
Stuck auf dem Terrain befinden. so wird
der gleich zu zweiflen aufhören.

die 4. Erklärung

§7. Eine gerade Linie A.B. ist deren Theile der
Gantzen ähnlich seind.

Fig.1. Eine Krumme Linie C.D. ist deren Theile der
gantzen unähnlich seynd.

In einer Geraden Linie gehen alle Puncte
nach einerley Gegendt, und können der-
wegen gerade linie nicht unterschieden
werden, indeme sie alle diese Eigenschafft
haben, ausgenohmen daß sie länger oder
kürtzer sein können, und also nur durch
das Maaß unterschieden werden, wel-
ches an krummen linien nicht geschiehet, in-
deme die Puncten in derselben immer
nach einer andern Gegendt sich bewegen,

und schon aus diesen unterschiden werden
können, ohne dß man die auch nicht wie
die gemeine messen kann.

Die I Anmerckung.

§VIII auf dem Papier wird eine linie mit
einer Reiß-feder oder subtilen Stifften nach
dem lineal gezogen, welches man an die
zwey gegebene Puncten anleget, auf dem
Holtz oder Stein durch einen mit Röthel be-
strichenen faden aufgeschlagen, auf dem
felde mit zwey Stäben abgestecket. Die an
ihren Enden aufgerichtet werden, alsdann
aber mit zwey Stäben der dritte in gerade
linie gestecket werden, wenn dß aug sich gegen
den einen gerichtet wird die beide andere
mit sich.

Die II Anmärckung.

§IX. Wenn nimmt zum Maß Stabe der
linie eine gewisse länge an, welche man
eine Ruthe nennt, dieselbe theilet mann um
die Beschwerlichkeit im Rechnen zu vermeiden
in 10 gleiche theile, und nennt einen derselben
einen Schuh, der Schue wird in 10 Zoll, und
der Zoll in 10 linien getheilet. weil aber
der Maaß-Stab willkührlich ist, so kann man
leicht erachten, dß nicht in allen orthen der Schuh
von gleicher größe seye.

Die 3. Anmerckung.

Dis ist auch zu mercken, daß nit an allen orthen
die Ruthe und Schuhe auf gleiche art einge-
theilet werden, dann d. Rheinländische Ruthe
wirdt immer in 12 theile getheilet, und geome-
trische aber nur 10 theile hat.

Das Ruthen, Schuhe, Zoll und Daumen-
Maaß hat ohne zweifel seinen Ursprung, da
man mit Stangen, Füßen, speer und
andere Stangen stünden gemeßen hat, weil
aber dieses Maaß länger od. kürtzer seyn
kunte, wardenn es die gröste Ubelbräuche, od.
die eigennützige Absichten der Menschen
veranlasset haben würde, so hat die hohe Ob-
rigkeit eines jeden Landes, um aller aus
dieser Willkür zu entstehenen verdrüß-
lichen Unordnungen, aufhabender Macht
vorzubiegen, eines jeden dieser Maaßen eine
gewisse länge gesetzet, und dieses ist schon
in denen gantz alten Zeiten geschehen.

Daß aber die länge dieser Maaßen nit bey
allen Nationen übereintriftet, seindt
noch andere obsichten Ursach. Doch haben
zu allen orthen d. Schuhmaaß in 12
gleiche theile getheilet wegen Operati-
onen, weil diese Zahl sich in mehrere

gleiche theile theilen lässt als andere kleine
zahlen, als nemblich: in halbe, dritt- undt
viertheil: welche theilung in dem gemeinen
leben sehr nöthig undt commodt ist, absonderlich
wo man nemblich mit auch kleinigkeiten
zu thun hat. da aber in der geometria das
maß noch viel kleiner getheilet werden muß,
um die vorhabende größe viel genauer
auszumessen, so entstehen auch brüche auß
brüchen, undt dieses oft vielmahl hinter-
einander, wodurch die rechnung mit der
zwölfftheiligen eintheilung ungemein be-
schwärlich worden wäre, deßhalben haben
die geometra, wie oben gesagt, die ruthen,
schuh undt zoll nach in 10 theil getheilet,
wodurch die sonst beschwärliche bruchrechnung
ungemein erleichtert worden.

Dann wann die brüche lauter zehentheilige
theil deß gantzen sindt, so bedeutet die aus
hintereinander gesetzten brüchen beste-
hende zahl, die zahl der theilichen des letzten
bruchs. z. Ex: es seye eine länge 6.
ruthen 7. schuh, 9 zoll 3 linien, so stehet
es also 6793 undt ist so viel als ~~60~~ sechs
tausendt siebenhundert drey undt neuntzig

linien. Undt weilen in gegenwärtigen
Exempel drey brüch hindereinander folgen,
so darf man um die Zahl des gantzen
zu wissen nur von der rechten gegen die
linke drey Zahlen abschneiden, so bedeütet
die bey der linken handt übergebliebene
Zahl die Zahl der Ruthen, die nächste daran
schuh undt die bessere gegen der rechten
Zoll undt die letzte die linien, stehet also:
6|4|9|3 Oder noch kürtzer man schreibet so
viele strichlein über die letzte Zahl als brüch
auf brüch vorhanden seindt, als in gegen-
wärtigen Exempel drey strichlein 6493'''
welches bedeütet, daß dreyerley brüch hinder-
einander stehen.
Lasset man den schuh oder fuß für ein
gantzes gelten, so ist der Zoll der erste bruch,
die linie der andere, undt so weiter.
Diese Rechnung wirdt zum Unterschiedt
der gemeinen die Decimal Rechnung genan-
net, undt die 12 theilige Rechnung die
Duodecimal Rechnung geheissen. Es vari-
iret sich aber bey jeder dergleichen di-
mensionen eine andere observation,
welche aber alltzeit bey Erklärung einer
jeden dimension am leichtisten angezeigt wirdt.

Diß ist aber von dem längern Maaßstab
hauptsächlich folgendes zu merken.
1º daß zu verschiedenen dingen auch verschiedene
sorten des Maaßes gebraucht werden. als
zum fortifications od[er] Vöstung bau wird
in Teutschlandt die ruthe, schuh, zoll und
linien gebraucht, beim Civil gebäude
aber nur der schuh, zoll und linien. Es wird
aber bald durchgehends der schuh in 12 zoll,
der zoll in 12 linien, undt diese wieder in 12
andere linien, undt so weiter getheilet.
2. Im gemeinen leben, absonderlich handel
undt wandel wirdt die Elle gebraucht,
hier im Königreich Böhmen bedient man
sich der Elle durchaus. Ist im handel und
gebrauch; zu messung der Mauren, gebro-
chenen Steinen. Wie auch der arbeith so in
der Erden undt mit graben geschiehet,
gebraucht man sich der so genanten Klafter,
welches ein Maaß ist, was ein mann mit
ausgestreckten Armen ergreifen kan, undt
6 schuh lang ist. undt die franzosen Toise
nennen. Zu messung der Acker undt Wiesen
hat man eine gewisse länge angenomen,
welche ein landt-Seil genennet wirdt,
im reich wirdt ~~Ruthen~~ [illegible] durch

alles, ausgenohmen durch und hinwendt
nach Klafftern. Schuh und Zoll gemessen.
deß Längen Maaß im Königreich Bö-
heimb ist nach Simeonis Podolsky von Podol
brueß; von König Premislao Ottogaro Ao.
1268 das erste mahl verbessert, und in fol-
gende Ordnung gebracht worden. Es setzet
nemblich die breite eines + großen Körnleins
zum grundt, dan 4 nebeneinander gelegte
solche einen quären finger heißen, 4 quer-
finger nebeneinander sollen ein quer-hand
und 10 quer finger für eine Spann gelten,
und so weiter.
Nachdemahlen Ao. 1541 das königl. Prager
Schloß sambt der königl. Landtaffel und mit
dieser das königl. Archive abgebrandt, seind
auch alle dieselbige Documenta in Rauch
aufgegangen, und ist dieses landt maaß
nur durch tradition bis zu deß obgedachten
Simeon Podolsky zeiten in Übung geblieben,
welches aber nach: bey denen Schlöß:
Ober Herrn Herren Ständen dahin ge-
bracht, das deßentwegen eine neue Ver-
ordnung gemacht worden ist, vermög wel-
cher die Prager Ellen zum grund angenohm-
worden, als welche in denen meisten Verschiedenen

+ großen

anderen Vermessern gefunden hat. Diese
Ellen würde in 24 gleiche Theile getheilet,
undt ein solcher Theil ein Zoll genennet,
undt der Daumen breit undt kürtzlich seyn
solle. 12 solcher Zolle oder ein halbe Ellen
solle einer Spannen od. [illegible]
seyn zum Handel undt Wandel aber wirdt
diese Elle in 4. gleiche Viertel theile getheilet,
undt ein solcher Theil ein Viertel Elle ge-
nennet, derselbe wirdt wieder halbirt, undt
heißt ein halb Viertel.
Eine Klaffter diß wird ein mittelmäßiger
Mann mit ausgestreckten Armen erlangen
kan, solle drey Ellen lang seyn.
Eine Lachter od. wann ein Mann auf der
Ebene stehet in die Höhe langen kann, solle
vier Ellen halten.
Eine Ruthe solle acht Ellen haben, es wird aber
nach dieser letzten gar wenig genom-
men. Ein Landt Seil womit die Äcker und Felder
gemessen werden, solle 52 Ellen halten.
Ein Bergwerks Seil nach Verordnung
Caroli IV. solle 8 Ruthen od. 64. Ellen halten.
Von allen diesen undt nachvorheren [illegible]

obgedachten Jodelschj von Hodel, undt
Herr Lenpert (Lauser) ausführlichen Be-
schreibung der Landtstrass des Königreich
Böheimb ferner nachgesehen werden; der ge-
brauch dieses Maasses aber wirdt unten aus-
führlich erklärt werden.

Dieweilen aber ein Ingenieur nit allein mit
landtmessen, sondern auch mit vielen frembden
auch ausländischen Dingen zu thun hat,
deren maassen zu wissen nöthig hat, alß ist
vonnöthen, daß ihme auch die fürnembste
ausländische Längen maasse bekandt
seindt, da haben sich deßentwegen schon die Ge-
lehrten under andern Nationen große mühe
gegeben, worunter aber die erste umb-
die [illegible] ausserordentliche Maaß Verglei-
chung einmahlsten Approbation hat,
die setzen zu dieser Ende den Pariser oder
sogenandten Königl. Fuoß in die zwölf
1 Linie eine Zoll, den Zoll in 12 Linien, undt diese wider
in ~~10~~ gleiche theile, undt also in 1440
gleiche theile getheilet, um nach diesen
maaß alle die ausländische Fuoß Maaß
desto genauer messen zu können,

und auf diese weiß haben sie folgendes
täfelein verfertiget, in welchem
angezeiget wird, wie viel jeder deren
unten benanndten füeß-massen von diesen
1440 theilichen des Pariser fueßes bekommen.
Ich habe dieses täfelein selbsten durch die,
-se gegeneinander gehaltene massstäbe
mit allem fleiß examiniret, und das
meiste eintreffen gefunden, ich habe
aber hierzu das Pariser fueß-maaß ge-
-braucht, so der berümbte architectus zu
Paris Mons. Perault in seinem in das
französische übersetzten vitruvium einge-
rückhet hat, und ich unter vielen mir vor-
gekommenen Pariser fueß-maaßen am accura-
-testen befunden habe. Dieses ist in Tabula
II meiner figuren accurat mit seinen
theilen abgerissenermassen zu sehen. wie auch
das Prager und Rheinische fueß maß. die üb-
-rige aber seindt in folgenden täfelein nach
dem Alphabet zu finden
der Allemannische oder alte teutsche fueß

hält ein Pariser fuß theilich ---- 1440

Der fuß zu Alexandrian
Egipten ---- 1670.

Der Amsterdamer fuß ---- 1261.

Der Augspurger fuß ---- 1310.

Der fuß zu Antiochia in Sirien ---- 1892

Der fuß zu Antorffen ---- 1268

Der fuß zu Ancona ---- 1820

Der fuß zu avignon ---- 8422.

Zu Basel in der Schweitz hat es
dreyerley fuß Maaß nemlich ---- { 1320 / 1284 / 1440.

Der Schneiderung und der feldt fuß
genannt &c ---- 1250.

Item gebrauchen die Baseler zu Mes-
sung der felder und Grundt Stücke
eine Ruthe von 16 fuß lang welche die
aber in 10 theile theilen und einen Zehen
theil einen Decimal fuß nennen
welcher betraget ---- 1996.

die selbe Elle zu Basel ---- 2400

Der Stadt bremen Corrigirter fuß ---- 1292.

der Fuß zu Briel in Niederlandt ---- 1440
der Fuß in Beyern ---- 1260.
der Fuß zu Besancon in Burgundt ---- 1370.
der sogenandte Graffenfuß in Burgund 1508
la barra in Castillien ---- 3750.
la barra in Valentien ---- 4043
der zu Bononien ---- 1691.
der Fuß zu Brüch in Flandern ---- 1220.
der babilonische Fuß ---- 1620.
la brasse zu Florentz ---- 2581.
zu Breslau in Schlesien die Ehle ---- 2516.
il pacio di bergamo ---- 2355.

Der Fuß zu Chatelet in der Landt
Vogtei Choumont ---- 1370.
der Fuß zu Coppenhagen ---- 1304.
der Fuß zu Cölln am Rhein ---- 1314
la Canna zu Rom ---- 10032
la Canna zu Neapolis ---- 9860.
der Fuß zu Constantinopel ---- 1320.
der Fuß zu Cracau in Polen ---- 1580
La pie genandt ---- 3140.

Der Fuß zu Dortrecht ---- 1456.

Der Fuß zu Dion in Franckreich - - - 1394.

Die zweyerley Füße zu Dantzig - - { 1276 / 1721.

Zweyerley Füße in Dennemarck - - { 1202 / 1403

Der Fuß durch gantz Engelland - - - 1344.

Die Elle in Engelland - - - - - - 3062

Die Elle zu Eger in Böheimb - - - - - 2480½

Der Fuß zu Franckfurt am Main - - 1260.

Der Fuß zu Ferrara in Welschl. - - 1819.

Der Fuß zu Genua - - - - - - - 2160

Der Palmus zu Genua - - - - - 1120.

Der Fuß zu Grenobel - - - - - - 1514

Der Fuß zu Geneve - - - - - - 2160.

Der Fuß zu Harlem in Holland. 1542

Der Fuß zu Hall in Sachsen - - 1320.

Der Fuß zu Inspruck in Tirol - - 1420.

a Der Fuß in Istria - - - - - - 1544.

Die Elle zu Luca la Cass grande --- 2640.
der fuß zu Löwen in Niderlandt --- 1330.
der fuß zu London --- 1396.
der fuß in Lothringen --- 1296.
der fuß zu Leibzig --- 1240.
der fuß zu Lion --- 1514.
der fuß zu Leiden --- 1390.
der fuß zu Middelburg --- 1336.
der fuß zu Mechlen --- 1234.
der fuß zu Mümpelgardischen --- 1320.
der fuß zu München --- 1276.
der fuß zu Macon --- 1460.
der grosse fuß zu Maylandt --- 2320.
der Ellen maaß zu Maylandt auf
Seiden zeüg --- 2320.
der Ellen maaß zu Maylandt auf tuch --- 1552.
die Elle zu Montpelier --- 8722.
der fuß in Mähren --- 1338.

der fuß zu Nürnberg --- 1300.

der Ellen maaß in piedemont
la Cass grande --- 2640.

der fuß zu Padova ------- 1590.
der fuß zu Pesaro ------- 1580
der fuß zu Brüssel ------- 1308.
der fuß oder halbe Elle zu Prag ----- 1316.
der Königl. fuß zu Pariß ---- 1440.
die Elle alda ---------- 5280.
die Elle in Provence -------- 8722.
il Palmo di Neapoli ------ 118[illegible]
il Palmo di genua ------- 1120.
il Palmo di Roma ------ 990.
der Palmus in Portugall ---- 984.

Divisions täferlein
zu Prager fuß

1316	1
2632	2
3948	3
5264	4
6580	5
7896	6
9212	7
10528	8
11844	9

Der Rheinländische Fuß ------ 1390
der Fuß zu Rom ---------- 1304
der Römische Palm welcher anjetzo
gebraucht wird ---------- 9902
der Fuß zu Loven ------ 1440
la Rasso oder Elln Maaß in Piedemont 2640.

der Fuß zu Sedan ------- 1470
der Fuß zu Straßburg ---- 1282
wie dieser wie in Ortelio angiebt - 1282.

il bracio di Milano auf Scamozi - 2640
il bracio di Parma ------- 2440
il bracio di Mantova ...... 2088.

il Palmo di Palermo gibt Scamozi. 2956
il Bracio di Brescia .... 2233.
der Fuß in Savoia 1200
der Fuß zu Saltzburg .... 1324.
der Fuß in Schweden .... 1450.

Il Trabucho in Savoia ----4320.
la Canna zu Toulose.---1880.
la Canna zu Trevisio ------1820.
der Fuß zu Toledo ----1206.
der Fuß zu Turin auf Stamoda 1920.

der Fuß zu Siena ----1530.
der Fuß zu Verona -----1520.
la Verge zu Sevilien ----3210
la Vare zu Madrit und in
Portugal ---------.4410.
la Vare so in Spanien in dem
gemein gebraucht wirdt ---1892.
der Fuß zu Venedig-----1540.
der Fuß zu Utrecht in Holland-1210.
der Fuß zu Ulm im Reich {--1354 / 1280.}
der Fuß zu Urbino------1580.

der fuß zu Vicenza ---- 1590.
der fuß zu Wien in Oesterreich 1596.

Die Kundschafft der außländischen Längen maß, ist in vielen Stücken ihr Nutzen, undt zu weilen ist sie auch nothwendig. z. Ex. man stellet sich in der geographia vor, daß ein großer Circul um die Erdkugel in 360 Theil eingetheilet seye, undt wirdt dieser theilen gradus od grad genennet, nun setzet man weiter, daß ein solcher grad wider in 60000 gleiche Theil getheilet seye, undt ~~wirdt~~ dieser Theil solle ein geometrischer Schritt heißen. Item eine teütsche Meile solle der fünfzehende Theil eines grades sein oder 4000 solcher Schritte halten man hatte aber nöthig zu wissen wie lang eigentlich ein solcher Schritt oder eine teütsche Meile selbsten seye. Nun weiß man daß Ludovicus der vier-zehende einen solchen obgedachten gradum

mit grossem fleiß hat messen lassen,
undt gefunden, daß er 57292 sech-
schuhige Pariser Klaffter lang seye.
Wir wissen aber hier, daß der pariser
schuh dem unsrigen nicht gleich seye, wir
wolten aber doch gerne wissen, wie viell er
dann an unseren Klaffteren betrage.
Ist nothwendig die proportion unserer
Klaffter zu Pariser Klaffter zu wissen.
Da nun die Pariser Klaffter 6 Pariser
schuh undt die Prager Klaffter aus 6 Pra-
ger schuh lang ist, so braucht man nur
die proportion deß Pariser zu dem Prager
schuh zu wissen, wan nun die länge deß
ganzen gradum in Prager schuhen oder
Klafftern zu wissen, muß man folgender
gestalt verfahren.

1. Macht die 57292 Pariser Klaffter zu
schuhen, wann ihr nemblich diese zahl mit
6. multiplicirt so bekombt ihr 343752
Pariser schuhe.

2. Diese multiplicirt durch die 1440 pariser fues theilichen so kommt ein product 495002 880.
3. Dieses andere Product dividirt durch die 1316 pariser fues theilichen so der prager fues laut Tabella hatt. So bekommet ihr in quotum, wie viel prager fues in einen grad enthalten, sind nemblich 3709 01. fues 10 zoll 7 $\frac{484}{1316}$.

Wollet ihr wissen wie viel ein grad in wienner fuessen betraget, so dividirt die obige Zahl der pariser fuessen in die 1440. theilich multiplicirter nembl: 495002880. durch die zahl der pariser theilich so der wienner fues in der Tabella hat nemblich mit 1396. so bekommet ihr in quotum 355302 wienner fues 11 zoll und $\frac{1200}{1396}$ linie.

Item es schreibet der berühmte Römische Architect Fontana daß der Obeliscus oder Egyptische Spitz säule

auf dem heil. Peters Plaz zu dem
Höchsten 178½ Romanische Palmos,
man kan sich aber unmöglich einen
begriff von dieser Höhe machen, wenn
man nicht weiß wie grosse ein Römischer
Palmus gegen unsern Prager Schuh
seye. Wenn man aber auf oben ge-
zeigte Weiß mit unsern verfahret, so
werdet ihr finden, daß diese Höhe 134 $\frac{341}{316}$
Prager Schuh oder 67 Ellen. 3 Zoll 4 linien
ausmache.
Auf diese Weis könnet ihr von allen Längen
Höhen und dicken der jenigen in fremden
Orten befindlichen, und noch vorzüglichen dingen
finden.

Es wird auch nicht undienlich seyn,
etwas von dem längen Maaß der
alten Griechen, und Römer zu
gedenken, damit man sich von denen
jenigen grössern so man die Historien von
ihren erzählen, einen deutlichern Begriff
machen kan.

Ternio IV. Geometriæ.

auch Ellement aller übrigen möglichen form und figuren zeige. Die 11. Erklärung.

§ 20. Ein Quadrat (Quadratum) ist eine figur, welche 4
Fig. 12 gleiche seiten AB. BC. CD. und DA. und lauter rechte
winkel hat. Ein länglichtes Vierek (oblongum od. rectangulum)
hat lauter rechte winkel, aber es sind nur zwei gegen
13 einander stehende Seiten EF und HG. ingleichen EH. und
14 FG. einander gleich. Eine Raute od. (Rhombus) hat vier
gleiche seiten IK. KL. LM. MI. und lauter schiefe winkel.
Fig: 15 Eine länglichte Raute (Rhomboides) hat zwar lauter
schiefe winkel aber nur die einander entgegen
stehende seiten ON. und PQ. und OP. und QN. sind
einander gleich. Die übrige Vier-Ecke werden Trapezia
genennet. als S.T.V.Z.

Die 12. Erklärung.

§ 21. Die übrige figuren so mehr als vier seiten haben
werden Polygona oder Viel

Dieß von vielen in dießer Materia geschrieben wor-
den, will aber nur anführen, was der obgemeldte
Perault in seinem Comentario über den Vitruvium da-
von meldet.
Nemblich die alten Römer hatten ein gewisses Ellen
maas welches der 4te theil eines wohlgewachsenen
Mannes ware, es findet aber auch noch andere dreÿ
erleÿ Ellen Maaß in gebrauch gewesen. Als nemb-
lich das große welches d. 9. strabo od. impraister Maas 8 schuhe
2. Zoll betragete.
das mittlere Ellen Maas seÿe 2. Schuhe od. 1. Pariser Schuh
und 10 Zoll lang gewesen, das kleinere Ellen Maas hatten
1½ griechischen Schuh oder im Pariser Maas ¾ Schuh. diß
9. Zoll und dießes ist der jenige Schuhe von deme Vitru-
vius in seinen Architectonischen Werk redet.
Sie haben auch zweÿerleÿ Palmas gehabt, nemblich einen
großen, und einen kleinen, der große hatte 12 quer
finger, der kleine aber nur 4. und dießer letztere
ware der gemeinere.
Sie haben den Schuh in Palmas, Uncias, und quer
finger getheilet, sie geben ihme nemblich 4. jetzt obge-
meldte kleine palmas od. 16 querfinger od. uncias, und
dießes ist der Schuh von welchen Vitruvius in obgesagten
orth meldet. dießer Schuh ist um 13 linien kleiner als der
Pariser Schuh, er hat nemblich 1310 Pariser Schuh theilich.
nach den jenigen Maas aber, welches zu Rom auf dem
Capitolio gefunden worden, müste dießer Schuh 1306 Pariser
Schuh theilich lang seÿn. man hat auch noch andere
antique Schuhe gefunden, unter welchen eines bei
dem belvedere an den Sarg eines alten Architecten ein-
gegrabener zu sehen ist. welcher 1311 Pariser Schuhtheilich hat.

Es scheinet dieße Maaßen zwar unterschieden, es be-
traget aber nit mehr als natürlicher Weiß durch
Zufall ab und nicht etwann mit den höchsten Fleiß
geschehenden Messungen übersehen werden kan.
Es ist auch noch ein anderer alter Fueß in dem Mattheischen
garten in Stein eingehauener gefunden worden, welcher
1315 Pariser theilichen hat, und also auch um ein we-
-niges unterschieden ist.
Mit dem Griechischen Fuß hat es folgende Beschaffenheit.
Es ist etwaß auch nit genau gleich und nach der Mei-
-nung aber offt gedachten Perrault, seye der gemeine
Griechische Fueß um ein 24 theilichen grösser als der
Römische, welches er aus denen Griechischen Scriben-
-ten als Herodoto Suidas und andern erweisen will, dan
diese sagen daß der Griechische Stadia 600 Fuß lang gewes-
-sen, welche Stadia nach Aussag Plinii und Columela
in Rom 625 Fuß gehalten, und supponiret offt ge-
-dachter Perrault, daß die Römische und Griechische Stadia
an sich gleich groß gewesen, und die Römer mit Griechischen
solche aber mit ihren eignen Fuß gemessen haben. Aus
welchem folget, daß der Griechische um ein 24. theilich
des Griechischen Fuesses grösser seye als der Römische,
welches beynahe 5 Pariser Linien oder 50 Durchtheilichen
betraget, diese Meinung verificiret sich mit einem alten
Griechischen Fueß, so zu Rom auf dem Capitolio annoch
aufbehalten wirdet welcher 1358 Pariser Fueß-
theilichen hat.
Bey denen Kriegs-Operationen in teutschland aber,
sonderlich bey der Artillerie werden grosse weiten als
der Portée deß Canons oder der Bombe, auch wohl
der theile deren Schantzen, in specie aber die lager
Stelle deren Trouppen nach gemeinden gewöhnlichen

gemessen, es solle aber sonsten ein gemeiner Schritt zu
sich selbst, sie nehmen aber nur 2. Fuss für einen Schritt
wie wir an seinem orth mit mehrern sehen werden. Die
Feldmesser aber gebrauchen sich auch in diesem fall ihrer
6 füssigen Klaffter.

Die V. Erklärung.

§ 11. Unter denen Krummen linien ist die bekanteste und
zur Zeit die nützlichste die Circul-linie, es wird Fig.
aber ein Circul beschrieben, wenn sich eine gerade 2.
linie. CA. um einen festen Punct C. beweget.

Anmerckung.

§ 12. auf dem Papier wird dieses mit einem besonderen
instrument verrichtet, welches man einen Circel nennt.
auf dem felde, und im grossen braucht man anstatt
der linie einen faden oder eine Schnur oder eine Stange,
wie man diesen aus besonderen Stangen-Circkel hat.

Die 6. Erklärung.

§ 13. der Punct C. heisset der Mittelpunct :/: Centrum :/: weilen
alle puncta in der Peripherie oder umgriss gleichweit
von demselben abstehen (: § 11. :) die linea C. A. heisset
der halbmesser :/: Semidiameter oder Radius :/: die linea
so von einem Punct der Peripheria D. bis zu dem andern
E. durch den Mittel-Punct C. gezogen wird, der
durchmesser :/: diameter :/: eine andere auf gleiche art,
aber nit durch den Mittel-Punct gezogene linie F.
G. eine Sehne :/: Chorda subtensa :/:.

Anmerckung

§ 14. die Peripheria eines jeden Circuls, er mag gross oder
klein, wird in 360 gleiche theile getheilet, weilen sich diese
zahl durch viele zahlen genau dividiren lasset, als durch
2. 3. 4. 5. 6. 8. 9. 10. 12. und so weiter, ausgenommen

durch 7. und 11 mit. jeder grad bestehet aus 60. Minuten. jede Minuten aus 60. Secunden. und so weiter. die grade bezeichnet mann mit (0.) wie die Ruthen, die minute mit (') wie die Schuhe z. E. 3. 25. 17 heisset 3 grad 25. minuthen und 17 Secunden.

fig 2. § 14. N. I. Weil von dem Circul linie wegen des folgenden noch ein und anders zu melden nothwendig, wann mehr als ein Circul aus einem Centrum gezogen werden, so heisset mann diese Circul Concentrische Circul. Das

fig 2. N. 2 Spatium oder den Ring zwischen zweien Concentrischen Circulen nennet mann eine Cron (Corona) oder bey den Franzosen (Annulus).

fig 2. N. 3. § 14. N. II. Wann aber zwey oder mehrere Circul aus verschiedenen Mittelpuncten C und D gezogen werden, so werden sie Circuli excentrici genennet.

§ 14. N. III. Ein Stück der Circul linie oder ein theil eines Umkreyses oder peripherie, heisset mann einen Bogen (Arcus).

§ 14. IV. Es gibet auch noch andere krumme linien, welche theils offen theils geschlossen seindt, als die Ellipsis, die so genandte Parabol und die Hyperbol, von denen linien sich lassen sich aber ohne weitläuftigkeit gegenwärtig nit erklären, sondern wird an seinem orth ausführlicher davon gehandlet werden, weilen mann sie in der Architectura Civilis, und bey der Artillerie, wie auch in verschiedenen andern fällen nöthig hat. Ein gleiches geschiehet auch von der so genandten Schnecken linie in Erklärung der Architectur Civilis. Es gibt zwar noch andere, als Muschel, (Schlangen) und Wechsel linien die aber keinen Nutzen geben
unter den geschlossenen sind die kreisförmige und die

Eliptische die hüenereÿer; die kreisförmige hat in
der Stuck Kunst, steinen putzen, weilen dieselbe über-
haubt in allen seinen wendungen ein zu formiren,
und dessen im zeichnen mit dem zirckel der anfang
gemacht wird. die Eliptische oder sogenandte oval
rundung ist in der Civil bau kunst und vielen andern
fällen höchst nöthig, welches ich aber auch allhier an
seinen orth deutlich erklären, und zu machen zeigen.

Die 7. Erklärung.

§15. Wenn man zwei linien A. B. und A. C. in einem fig. 3
punct A. zusammen setzet, so heisset ihre Neigung ein
winckel. Angulus.

Anmerckung.

§16. diesen winckel nennet man entweder mit einem buchstaben
A. allein gemeiniglich, um die entstehende verwirrung
mit andern winckeln zu vermeiden, mit drei buchstaben
B. A. C. so ist der jenige buchstabe mitten stehet, welcher
an der spitze des winckels zu finden. seine grösse erfraget
man durch einen Circul bogen, so aus dem winckel-
punct A. mit beliebiger eröffnung des circuls beschrieben
wird zu messen, nemblich so viel der bogen D. E.
grad und minuten hat, so viel grad und minuten eig-
net man den winckel A. zu. man erforschet aber
ihre anzahl durch selbe Circul von Messing. die man die
kleinen so auf dem papier gebraucht werden, transpor-
taires genennet werden.

Die 8. Erklärung.

§17. Wenn eine linie A. B. auf der andern C. D. dergestalt
aufgerichtet stehet, daß die winckel zu beiden seiten einander gleich fig. 4.
sind, so sagt man es stehe dieselbe auf C. D. perpendicular
oder senkrecht.

Die 9. Erklärung.

§18. der winckel A. B. C. den die perpendicular-linie A. B.
mit der linie B. C. machet, heisset ein rechter winckel
:/: Angulus rectus :/:

Fig. 4. 5. 6. Ein jeder kleinerer winkl E. (: Angulus acutus :) ist ein Spitziger winkl, und ein jeder grösserer F ein stumpfer winkl (: Angulus obtusus :)

Die linien so den winkl formiren, und in sich schliessen, werden die schenkl, oder baine (: Crura :) genennet.

In dem gemein werden alle diejenige winkl deren schenkl nit perpendicular auf ein ander stehen, schiefe winkl genennet.

Sind die schenkl des winkl gerade linien, so wird der winkl in gewissen fällen ein geradliniger winkl genennet.

Fig. 6. N. 1. 2. Bestehen aber dieselben aus Circul bogen von einerley Radium, so heisset der winkl ein krumliniger winkl

Fig. 6. N. 3. wenn aber ein schenkl gerad der andere krum ist, so wird der winkl ein gemischter winkl genennet.

Die IV. Erklärung.

Fig. 7. § 19. Wenn man einen winkl A durch eine gerade

Fig. 8 linie B.C. schliesset, so entstehet ein dreyeck oder triangl [illegible] es aber stumpfwinklicht, wenn der eine [7]

Fig. 9. winkl D ein stumpfer ist, spitzwinklicht, wenn alle

Fig. 10. drey winkl spitzig sind wie A.B.C. hingegen, wenn alle drey seiten A.B. BC. CA. gleich sind, heisset es ein gleichseitiger triangl (: Triangulum aequilaterum :) sind

Fig. 11. zwey seiten AB und BC gleich, ein gleichschenklichter (: Triangulum aequicrurum oder Isosceles :) ist keine seite einander gleich, ein ungleichseitiger als H.I.K. (: Triangulum scalenum :)

7 winckl [illegible] winklicht wan der eine

Der Triangl ist gleichsam das Element aller flächen.

Eine fläche aber entstehet, wenn eine linie sich beweget und so zu sagen eine spur hinter sich lasset, denn die linie keine dicke hat, so hat auch die fläche keine dicke. Die fläche aber ist die andere Extension des Punckts, und wird auch die andere Dimension genennet.

Wir werden in den folgenden sehen, daß der triangl

auch d. Element aller übrigen möglichen formen und figuren
seyn.

Die 11. Erklärung

§20. Ein Quadrat od. quadratum ist eine figur, welche 4.
gleiche Seiten AB. BC. CD. und DA. und lauter rechte winckel Fig:
hat. Ein länglichtes Viereck od. oblongum od. rectangulum 12
hat lauter rechte winckel, aber seindt nur zwey gegen
einander stehende Seiten EF. und HG. wie auch EH. und 13
FG. einander gleich. Eine Raute od. Rhombus hat 4. 14.
gleiche Seiten IK. KL. LM. IM. und lauter schieffe winckel.
Eine längliche Raute od. Rhomboides hat zwar lauter
schieffe winckel aber nur die zwey einander entgegengesetzte Fig:
stehende seiten ON. und PQ. und OP. und QN. seindt 15
einander gleich. Die übrige Vierecke werden tra- 16
pezia als S. T. V. Z. genannt.

Die 12. Erklärung

§21. Die übrige figuren, so mehr als 4. seiten haben, werden
Poligona od. Viel-Eck genennet. Und insonderheit fünf
Eck, wenn sie fünf, Sechs Eck, wenn sie 6. seiten haben,
und so weiter, seindt alle seiten und winckel einander gleich Fig:
als ABCDEF. so heisset sie eine Regulare od. ordentliche 17.
figur, seindt aber die seiten und winckel nit alle ein- 18
ander gleich, als in GHIKLM. so nennet mann
sie eine Irregulare od. unordentliche figur.
An einer figur od. fläche ist zweyerley zu messen, nemblich der
umkreis, und der Inhalt od. ~~[illegible]~~ area

Die 13 Erklärung

§22. Wenn zwey linien AB. und CD. immer einerley weite Fig
von einander behalten, so seindt es Parallel-linien 19.

Die 14. Erklärung

§23. Die Vierecke, deren Seiten einander Parallel
seindt, nennet mann parallelogramma.
Weilen ich mir vorgenommen deren Gebrauch des gegen-
wärtigen Proportional Zirckels bey jeder gelegenheit

der gebrauch mit zu zeigen, so ist vonnöthen vorläu-
=fig eine kleine beschreibung davon zu machen.
Es bestehet ein Proportional Zirkel aus zweyen in einem
gewinde sich bewegenden Messingen oder hölzernen
lineolen, auf welchen zu beiden seiten aus dem Cen-
+ gerade linien tro des gewindes gezogen werden, auf welchen linien
die sinnreichste Eintheilungen getragen sind, ver-
mittelst deren auf eine leichte weise viele Arithme-
=tische und geometrische aufgaben auf eine ge-
schwinde art resolviret werden können, als da sind
die vergrösserung und verkleinerung deren
zahlen, linien, flächen und cörpern, auch deren
theilung und verwandlung, und noch viel ander-
die linien so gemeiniglich darauf zu finden, sind
folgende. die linea Arithmetica od. Partium aequalium.
die linea Planorum.
Poligonarum
Chordarum
und Metallorum.
Es haben zwarn etliche eine grössere zahl derer linien,
als Gnomonische, Architectonische, fortificatorische, und
dergl. sie dienen aber mehr zur Curiositet als nutzen.
Wer aber dazu lust hat kan in Michael ~~Stiftels~~ +
+ stifel daniel scheffelds und andern sich ersehen. Es ist dieses
Instrument unstreitig eines der schönsten und sinn-
=reichsten unter allen Mathematischen Instrumenten
und ist der gebrauch in vielen umständen sehr
commod, und wird auch deswegen vielfältig
recommandiret.
Weilen unser Author mit der Arithmetique anfängt,
wir aber, wie anfangs gemeldet wegen kürtze dieselbe
zu rück gelassen, die aber in derselben etliche allge-
meine lehr-Sätze begriffen sind, so habe dieselbe
hier gleichfalls ansetzen müssen.

Grund-Satz.

§ 23. No I. Ein jeder Zahl und grösse ist ihr selbsten gleich.

Anmerckung.

§ 23. No II. dieser Grundsatz hat seinen Nutzen, weil man eine Zahl oder grösse auf solche Art, wie sie durch Operationen, oder Zusammensetzung oder Veränderung andere Zahlen oder grössen heraus kommt. Zum Ex: Sechs entstehet, wen ich 4. und 2. addire, wenn ich 3 und 2. multiplicire, wenn ich 2 von 8. subtrahire, wenn ich 12 mit 2 dividire, also seind vermög unseres grundsatzes, die suma von 4. und 2. das Product aus 3 und 2. die differenz zwischen 2 und 8. der quotient aus 12 und 2 einander gleich.

§ 23. No III. Wenn zwei Zahlen oder grössen einer dritten gleich seind, so seind sie einander selbsten gleich.

Anmerckung.

§ 23. N. IV. Ich habe zum Exempel 3 Häuflein Geldt, in dem ersten seind so viel Thaler als wie in dem andern, in dem dritten seind gleichfals so viel, als in dem andern, also muss auch so viel in dem ersten sein, dieses verstehet sich auch bey denen Linien, Flächen und Cörpern, und allen grössen.

Grund-Satz.

§ 23. N. V. Wenn man gleiches zu gleichem addiret, so kommen gleiche sumen heraus, wenn man aber gleiches zu dem grössern und zu dem kleinern addiret, so ist die suma in dem ersten fall grösser, als in dem andern.

Grund-Satz.

§ 23. N. VI. Wenn man gleiches v. gleichem subtrahiret, so bleibt gleiches übrig, wenn man aber gleiches von grössern und kleinern subtrahiret, so bleibt in dem ersten fall mehr übrig als in dem andern.

Gründ. Satz.

§23. N. VIII Wenn man gleiches durch gleiches multipliciret, so kommen gleiche Producta heraus, wenn man aber das grössere und das kleinere durch gleiches multipliciret, so ist das Product im ersten fall grösser als in dem andern.

Gründ-Satz.

§23. N. VIII. Wenn man gleiches durch gleiches dividiret, so seind die quotienten einander gleich, wenn man aber das grössere und das kleinere durch gleiches dividiret, so ist der quotient in dem ersten fall grösser, als in dem andern.

Gründ-Satz.

§23. No. IX. Was grösser ist als eines von zwei gleichen grössen, das ist auch grösser als die andere von denselben.

Gründ. Satz.

§23. No. X. Das gantze ist gleich seinen theilen zusammen genommen, und also grösser als einer von seinen theilen.

Gründ-Satz.

§23 No XI. Wenn zwei Verhältnussen einer dritten gleich seind, so seind sie einander selbsten gleich. z. E. 1: 4 = 3: 12. und 1: 4 = 5: 20. derowegen ist 3: 12 = 5: 20

Lehr. Satz.

§23 No. XII. Wenn man zwei Zahlen (3 und 6.) durch eine Zahl (4.) multipliciret, so verhalten sich die Producta (12 und 24.) wie die multiplicirten Zahlen (3 und 6.)

Beweiss.

Denn wenn ich eine Zahl (4.) durch zwei andere (3 und 6.) multiplicire, so ist dieselbe in dem andern product um so viel mehr enthalten, als in dem ersten, als die Zahl (3.) in der andern (6.) enthalten ist. als weil in unserem Exempel die Zahl (6.) zweimahl so gross ist als die Zahl (3.), so nehme ich auch zwei

mahl so viel, wenn ich durch (6.) multiplicire
als wenn ich durch 3 multiplicire. weilen die drey
facher zweymahl genohmen die Sechsfache ausmachet,
nemblich in erstern fall nehme ich (4.) dreymahl,
in andern fall zweymahl dreymahl. Derowegen
ist klar, daß das erste Product (12.) in dem andern (24.)
so vielmahl enthalten ist, als die erste multiplicierte
zahl (3.) in der andern (6.) als in dem gesetzten
Exempel zweymahl. w. z. Ex:
Wann man zwey zahlen durch eine dritte divi-
diret, so müssen die quotienten sich verhalten, wie die
dividirten zahlen, dann man kan sie ansehen
als wann sie durch Multiplication der quotienten
mit dem Divisore entstanden.

der erste Grund-Satz. geometrie.

§ 24. Zwischen zwey Puncten kann nur eine gerade linie
seyn.

der erste Zusatz.

§ 25. Derowegen können zwey gerade linien keinen
Raum einschliessen, weilen sie in ihren beiden äusser-
sten Puncten zusammenstossen müssen.

der andere Zusatz.

§ 26. folgendes seindt in jedem drey Eck zwey seiten A.B und fig. 10.
A.C. zusammen genohmen grösser als die dritte BC.

der andere Grund-Satz.

§ 27. Alle Radij eines Circuls seindt einander gleich (§. 13.)

der dritte Grund-Satz.

§ 28. Alle Bogen DE undt BC. welche aus der Spitze eines
winckels A zwischen dessen schenkeln AB undt AC. Fig. 20.
beschrieben werden, seyen eine gleiche zahl der graden

Zusatz.

§29. Weilen man die grösse des Winckels A. nicht daher, als der weite eines solchen Bogens DE oder BC. erachtet (§16.) so gilt es gleich viel, ob der Bogen DE mit einem grossen oder kleinen radio beschrieben wird, wenn man den Winckel messen will.

Der 4te Grund-Satz.

§30. abzieh (Wenn gerade Linien und Winckel einander decken, so seind sie gleich, und wenn sie gleich seind, so decken sie einan[der] (§4.)

decken eine solche [illegible], wann sie nur [illegible] seind

Der 5te Grund-Satz.

§31. Figuren die einander decken, sind einander gleich, und die gleich und ähnlich seind decken einander (§4.)

Anmerckung.

§32. Es ist wohl zu mercken, daß wenn gleiche Figuren erfordert wird, sie sollen alle Seiten einander decken, wenn gleich die obere die untere decket, wenn sie auf dieselbige geleget wird, würde die untere die obere nit decken, wenn sie auf dieselbe geleget würde, wo sie nicht einander gleich wären, nemblich wenn Figuren dergestalt auf einander geleget werden, daß sie einander decken, daher sie einerley Umfang. Bey gleich gerad linigten und krumm linigten Figuren muss sich der gantze Umfang zugleich auf obgemeldte Weis decken, bey ähnlichen gerad linigten Figuren aber decken sich nur die gleichnamige oder homologische Winckel.

Wann nur die Winckel gleich sind, dessen die Linien grösser oder kleiner sind

Der 6te Grund-Satz.

§33. Wenn zwei Figuren oder Linien auf einerley Weis gezeichnet oder beschrieben werden, und dasjenige, woraus sie gezeichnet und beschrieben werden, beiderseits einander ähnlich ist, so seind die Figuren und Linien einander ähnlich (§4.)

Zusatz.

§34. Denn alle Puncten (§24.) und gerade Linien einander ähnlich seind (§4.) und ein jeder Circul gezeichnet wird, wenn eine gerade Linie sich um einen festen Punct herum beweget (§11.) so müssen alle Circul und ihre Peripherien einander ähnlich sein.

Der 7. Grund-Satz.

§ 35. Wenn zwey Winckel einerley Maaß haben, sind sie einander gleich und wenn sie gleich sind, so haben sie einerley Maaß (§ 16.) Der 8. Grund-Satz.

§ 36. Auf jeder geraden Linie AB kan man aus einem angenommenen Punct C. einen halben Circul beschreiben (§ 11.) Fig 21.

Zusatz.

§ 37. Wenn man in dem mittel Punct C. eine perpendicular-linie CD aufrichtet, so sind die beyde Winckel O und X einander gleich (§ 17.) derowegen hat ein rechter Winckel zu seinem Maaß einen quadranten, das ist 90 grad (§ 16. 36.) und sind demnach alle rechte Winckel einander gleich (§ 35.) ist ein Winckel, der einem rechten Winckel gleich ist, ist ein rechter Winckel.

Wann zwey Winckel auf einer andern geraden linie in einem Punct derselben zusammen laufen, das ist die jenige zwey Winckel, welche entstehen, wenn eine gerade linie in einem Puncte einer andern sich endet, so werden sie neben Winckel genennet, das ist der Winckel O ist der neben Winckel des Winckels X. und also vice versa. auf lateinisch heisset ein solcher Winckel angulus contiguus. Fig 22

Der Erste Lehr-Satz.

§ 38. Die beyde Winckel X. und O. welche eine linie CD auf einer andern AB machet, machen zusammen 180.

Beweiß.

Durch C. kan auf der linea AB ein halber Circul beschrieben werden (§ 36.) derowegen haben die Winckel X. und O. zu ihrem Maaße einen halben Circul (§ 16.) folgends machen sie 180 grad (§ 14.) w. z. E.

Zusatz.

§ 39. Wenn man also auf dem feld zu einem Winckel nit kommen kan, den man messen soll, oder wenn man mit einem quadranten einen stumpfen Winckel zu messen het, darf mann nur den andern nebst Winckel, Angulum contiguum messen.

Fig. 23. Wann zwei gerade linien AB und CD einander in E durchschneiden, so ist der AEC der Vertical Winckel des Winckels DEB und vice versa, dem der stumpfe Winckel AED ist der Vertical Winckel des Winckels CEB und so auch umgekehrt.

Der 2te Lehr-Satz.

§40. Wann eine linie AB die andere CD in E schneidet, so sind die Vertical Winckel o und x einander gleich.
Fig 23

Beweiß.

Den $o + v = 180$, und $v + x = 180$ (§38) also ist $o + v = v + x$ (~~[illegible]~~) folglich $o = x$ (§23 No VI.)

Zusatz.

§41. Dahero kan man auf dem felde, wo man etwa einen Winckel zu messen hat, anstatt des Winckels x. seinen Vertical Winckel o. messen, wan man jenen nit beykommen kan.

Der dritte Lehr-Satz.

§42. Alle Winckel, welche um einen Punct C. herum stehen, machen zusammen vier rechte Winckel od. 360.
Fig: 24.

Beweiß.

Ihr Maaß ist ein gantzer Circul (§11. 16.) also halten sie zusammen 4 rechte Winckel in sich (§37) od 360 (§14.) w. z. E.

Die erste Aufgab

§43 Einen vorgegebenen Winckel zu messen.

Auflösung

fig: 25 Auf dem Papier.

1. Leget den Mittel Punct des Transportaires auf die Spitze des Winckels A. und macht das Instrument bis die innere Schärfe des lineals an die linie AB streifet.
2. Zehlet die grade nach bogen DE die zwischen die schenckeln des Winckels AC. und AB fallen

auf dem felde

1. richtet den winckelmesser dergestalt, daß der diameter AB auf den einen schenckel des winckels fallet.
2. verschiebet das an dem mittel-punct D bewegliche lineal EF. und ziehet durch die diopteren auf demselben biß ihr das äusserste des andern schenckels erblicket.
Fig. 26. 3. zehlet die grade, so das lineal auf dem Instrument abschneidet.
x Beweiset sich in beiden fallen die grösse des winckels
(§16.) durch den Proportional Circul einen fürgegebenen winckel A.BE. zu messen.
1. Ziehet mit dem Hand-Circul mit einer beliebigen eröffnung aus der spitze B den bogen DC.
2. traget diese unveränderte zirkel öffnung in die linea Chordarum auf dem proportional circul von 60 zu 60 transversim, und lasset den proportional zirkel in solcher öffnung liegen.
3. nehmet mit dem Hand zirkel die weite des bogens DC
4. versuchet auf der linie Chordarum transversim in welche zahl er einschlage, dieselbe ist die zahl der grade, so der bogen des winckels hat.

Es giebet auch einen gradlinigten Transportair mit welchem die winckel auf dem papier gemessen werden können, wovon in der Trigonometria Erweisung geschiehet. item hat man auch durch die sinus ein täfelein berechnet, mit welchem man vermittelst einer maaß latte auf dem felde, und mit einem maaßstabe auf dem papier einen vorgegebenen winckel messen kan wie unten wird gezeiget werden.

Die andere Aufgabe

§ 44. Eine gerade linie zu messen.

Fig 26.
diese figur begreiffend besser erklert werden in der 38 tabell; dann wegen der angewiesenen buchstaben in fig: 26. tab. 7 in dieser tab zu deutlicher erklärung sind tab. 38 gemacht und auch behalten worden.

Vor allen dingen bereitet man sich einen Maaß-

Fig: 24 stab, auf dem Pappier, vermittelst einer linie, schneidet
davon 10 kleine theil für schuh ab, und traget
sie zusammen so viel mahl in dem übrigen theil der
linie, als ihr haben will vor die Ruthen, so habt ihr
einen Maaß-Stab C. §. 9. auf dem felde brauchet
ihr entweder eine Kette oder schnur oder eine stange
die in ihre gehörige schuh und zoll eingetheilet sind.
doch ist zu mercken, daß nur die letzte Ruthe in
schuh und zoll eingetheilet werden darf.

Wann ihr nun auf dem Pappier eine linie messen
wollet, so 1. setzet den Zirckel in A. und thut ihn auf
bis in B.
2. ~~anderten~~ der einen fuß des eröffneten Zirckels
setzet auf den Maaßstab in den anfang einer Ruthe
als in 8, 10 alsdann wird die linie lang sein, und
gebet achtung, welchen schuh der andere fuß abschn-
eidet. z. Ex: 5, so ist die linie 8° 5' lang.

Auf dem felde.

1. stecket an beiden Enden einer linie einen stab: und
wann die Meß kette nit lang genug ist: zwischen
dieselbe noch einen oder mehrere andere (§. 8.)
2. Spannet die schnur oder kette von einem stab bis zum
andern auß.
3. Zehlet endlich daran die Ruthen, schuhe, und zolle.

Die I Anmerckung

§ 45. Ihr könnet auch an die beiden Ende einer Meßstange
zwei ring machen, und durch dieselbe zwei stabe
stecken, und diese jeder zeit mit dem stabe der linie
die ihr messen wollet, in einer linie stellen. (§ 8.

Die 2te Anmerckung.

§ 46. Es seint zwar die meßketten etwas schwer zu tragen

allein wo vieles gemessen wird, ist sie wegen ihrer
beschwerlichkeit nicht commod, und kan dieselbe
nur den handlangern anvertrauen. 2. wann man
die linie mit einer stange misset, muß man so viel
stangen dicken darzu addiren, als die stange überschla-
gen worden, so die stange um seine dicke kürtzer
machen, als das maß erfordert, die hanfene Sey-
schnüre kriechen von feuchten ein, und dehnen sich
ungleich auß. vid. Schwenter in /: Geometr: pract:
lib. I. tract: 2 p: 381. :/ Diese eine dergl: schnur von
16 schuh innerhalb einer stund vom Reiffe fast um
einen gantzen schuhe eingegangen, diesem fehl-
-ler um abzuhelffen, solle man sie, nachdem sie getrock-
net worden in leinöl sieden, wachs gießen, und
durch ein zerlassen wachs durch und durch bestreich-
en, mit harten wachs durch und durch. p: 383. so wann
lassen. vid. Schwenter p: 383. so wann
man sie auch einen gantzen tag in wasser ligen
lasset, sie doch nicht mercklich kürtzer werde.
Anlangend die Kette ist folgendes zu mercken,
nemlich: so wann dieselbe aus kurtzen gliedern
bestehet, so ein glied nicht viel über einen halben
zoll lang sein, solle der drot muß dick sein
und die Ringlein, wo die glieder an einander
hangen sein wohl geschlossen und rund gemacht
werden, damit sie sich im aufwinden nicht

biegen, und sich bey dem abwinden gegen ein
einander wicklen.
Leupolt in seinem Theatrum Geometricum und aus
ihme herr Sautter weiset eine kette von Glieder
eines halben schuhes lang und weiß, so bey die 2 linien
dick, sie muß von messing sein, dann der Eysen
schuhel, sie zieht, wegen der bey dem Messen ge-
brauchlichen Magnet Nadel. es ist diese Kette an sich
schon gueth, es muß aber achtung gegeben werden
daß nicht auf die Glieder getretten wirdt, welches
leicht bey dem Messen, auch wann sie zusammen gele-
get wird, müssen die Glieder sein neben einander
zu liegen kommen, dann sie sonsten einander selbst
krum machen, sie seindt auf solche weis auch schwer,
am besten waren die fischbeinere Messketten, der
Glieder auch zu Ellen lang sein kommen, und sich leicht
gelb drauf verzeichnen lassen, dann sie gehen nicht
ein, und wann sie gebogen werden, so richten sie
sich selbst wider gerad, anbey seind sie leicht und
Compendios zu führen und zugebrauchen, nur
unter denen finden deren wenig, welche man
gemeiniglich zu Handlanger bekommet, seind sie
nicht fast genug, übersteibt aber kann nicht
allen Messketten und schnüren vorausstan, die Glieder
recht fleissig eingetheilet und die abtheilungen
deutlich angezeigt, wie auch starck, und daß
sie sich nicht leicht auflassen, gemacht sein, und ist

es von der Wichtigkeit, daß aller kein Fleiß und Kosten
gespahret werde.

Die auf die obgemeldte schwartzerische Manier
zugerichtete Schnüre seind gut, absonderlich wann
sie schon ein wenig älter und trockener seind, aber
die Eintheilungen in kleine theile als füß und
Zolle lassen sich bey ihnen nicht anders anbringen,
als mit kleinen tuch flöcklein, welche man
an die von füß zu füß od. von halben füß zu halben füß
gemachte Eintheilung mit der Nadel geheftet,
allein mit dem frequenten ~~Gebrauch~~ gebrauch thun
sie sich abstreiffen, und wird die Eintheilung un-
käntlich.

Die Stangen oder so genandte 12 schühige
Ruthen seind un Commod und unsicher erstlich wegen
des vielen Bückens andertens wegen der observation
der geraden linie, welches beides bey einem oftmah-
ligen umschlagen eine Wichtigkeit verursacht.
wann man doch auf dem feld zu Messung lan-
ger linien damit operiren muß, so ist besser daß
man sie 18 füß lang mache, und in dem Gebrauch
allezeit gerad niederlegen und accurat auf die
gemachte Bemerkung angelegt werden. Die Bem-
erkungs=Punkten aber müssen fest an dem ende der
Latten gemacht werden, hingegen seind die Ruthen
bey denen fortifications und andern gebäuden zum
Messen Commoder als die Meßschnüre.

bey den Messen langer linien ist aber nachfolgendes
zu erinnern. 1.o nembl: mit vielmahliger Reception
nicht von der geraden linie abgehe. 2.o Wann
alle Receptionen nacheinander gezogen nembl.
dem Ende der linie recht accurat richte. 3.o Die Kette
od. Schnur b nicht gebogen liege sondern recht wohl
angespannet werde, in welchem fall die Ketten
mit langen Gliedern als die obgemeldte sou,
polirte od. die fischbeinerne anbequemer sind. 4.o
mann mit zehlen sicher seyn, derowegen solle
aus denen so die Kette tragen derjenige der voran
gehet einen Büschel Stäbe bey sich tragen und immer
nach niedergelegter Kette einen an ihr Ende ein-
stecken, der andere aber so an der Kette nachgehet,
ziehet denselben auß, und behaltet ihn bey sich, daß also
wann nach geendigter linie nur die Zahl der Stäbe so
der hindere handlanger bey sich hat gezehlet wird,
um die Anzahl der gantzen Ketten längen
zu wissen, was aber nach der letzten gantzen Ketten
länge noch übrig ist, muß sich, der so die operation
machet notiren.

Es muß aber die Kette an beiden Enden einen
kurtzen starcken Stab haben welcher unten seine
Spitze hat, es müssen aber die zwey Spitzen,
nach recht außgespannter Kette just das maaß
länge ausweisen, welches die Kette haben solle.
Zu Exempel eines Landt Rütten mit deme eine

dieser Baben macht der Vordere nach wohl auf-
gesteckter, und nach dem Ziehl gerichteter Kette
ein Loch in den boden, und nachdeme ziehet
er denselben wieder auß und stecket einen von
den bey sich habenden Steben ein. der hindere
aber, so die Kette nachtraget ziehet den gesun-
denen Stock auß und nimmet ihn zu sich, und
stecket den an der Ketten befindlichen darvor ein
und haltet ihn fest, damit der fordere vollanziehen
kan.
Die gemeldte Stäbe können eine bis anderthalb
Ellen lang und etwann einen Zoll oder etwas
weniger dick seyn, sie müssen von guthem harten
eben holtz sein, unten eine starcke stählerne Spitze
haben, oben aber mit einem Ring beschlagen sein,
damit wann man sie durch einen Schlegel ein-
schlagen muß, nicht spalten. diese Stebe haben oben
her bey dem Ring löcher durch welche eine starcke
Schnur gehet, an welche sie zusammen gehenget werden,
so muß aber der hindere eine der Schnur haben
um die gesammleten Stäbe wieder anzufassen, da sie
ihme im tragen leichter beysammen bleiben. Es muß der
fordere Kettenträger auch einen kleinen holtzer-
nen handschlegel in dem gürtel haben, um mit
solchem, wo es vonnöthen die Stöcke einzuschlagen.
bey dem Ziehl aber wird nur bey einer dickhen

lange stange mit einem fähnlein gestecket,
damit dieselbige auch bey unebenem boden
gesehen werden könne, es müssen deren aber so
viel in eine gerade linie gestecket werden, als
vonnöthen seind, damit man die Richtung
der linie in gerade linie nach dem ziehl des
Endes gelange, an ihrer distance ist nichts gelegen.
diese fahnen stangen müssen mit einer wohl kenn=
farb angestrichen werden, damit sie in allen fallen
wohl in das gesicht fallen; und ist die hell rothe
am besten, oder auch roth und weiß, des königreichs
böheimb farb. Es müssen diese fahnen stangen auch
fein perpendicular eingestecket werden, denn
wann man sie nur oben gesehen werden können
kein falsches ziehl anzeigen.

Es ist auch gut wenn der jenige so operirt
stets einen in schuh und zoll eingetheilten stab
wenigstens bey einer halben Klafter lang bey sich
hat, um die kleine nach denen ganzen Ketten überge=
=bliebene längen genauer zu messen.

Die 3. Anmerckung.

§ 47. Man hat auf dem papier einen künstlichen Maß=
=stab die linien abzumessen, welchen man einen
verjüngten maaß=stab nennet. davon sich
aber noch unten reden lasset.

fig: 28 Repræsentiert tabella 4.

Die 3. Aufgab.

48. Einen Winkel zu machen, der so gross ist wie ein anderer gegebener Winkel. Fig: 29

Auflösung.

Der Erste fall, wann der Winkel in graden gegeben ist.

1. ziehet eine gerade linie. A. B.
2. leget auf A. den Mittel=punkt des Transporteurs, und an die linie. A. B. seinen Radium.
3. zehlet an denselben so vielgrade ab, als der Winkel haben soll.
4. bey dem letzten grad merket euch den punkt. E.
5. ziehet endlich von A. durch E. eine gerade linie so ist ~~A. B. C.~~ BAC die verlangte linie, und winkel.

Der andere fall wann der Winkel DEF mir auf dem Papier gegeben wird. fig: 29. Fig: 11

1. beschreibet auß E mit beliebiger Eröffnung des Zirkuls einen bogen G.H.
2. ziehet eine gerade linie e f.
3. beschreibet mit voriger Eröffnung des Zirkuls auß e den bogen H.G.
4. setzet den Zirkel im H. und thut ihn auf bis in G.
5. mit dieser Eröffnung schneidet auß H v: dem bogen H.g. den bogen h.g. ab.
6. ziehet auß e durch G. eine linie e d. so ist geschehen, was man verlangt.

Der dritte fall auf dem felde kan mann einen ungeraden gegebenen winkel durch die winkelmesser tragen, wie auß der ersten aufgabe (§. 43.) abzunehmen.

Beweiß.

Im ersten und dritten falle ist kein beweiß nöthig im anderen falle ist der Bogen g.H = G.H. wie unten (§ 92.) ohne gegenwärtigen Satz solle erwiesen werden, und also der winkel def = DE.F (§ 16. 35.) w. z. E. W.

§. 48. No. 1. Auf dem Proportional-Zirkul. 1. den proportional Zirkl also zu eröffnen, damit die proportional zirkl zwei linea Chordarum einen winkel machen, der so viel grad hat, als mann verlangt.

1. nehmet mit dem Grundzirkul auf der linea Chordarum welcher länge od weite von Centrum auß die verlangte zahl der grade die der winkel bekommen solle. z. Ex. 40. grad.

2. traget diese weite transversim von 60 biß 60 auf die linie Chordarum, so steht der Proportional-Zirkl, daß ist die linie Chordarum in dem verlangten 40igsten grad offen.

Vermittelst dieser Eröffnung, und der vorigen aufgabe kan ein winkel mit dem verlangten

Ternio V. Geometriæ.

~~groß gemacht worden. Wollet ihr aber mit hilfe des~~ § 48.
~~proportional zirkuls einen rechten winkel machen~~ No. 11.
~~so.~~

~~1. nehmet mit der hand zirkl auf dem centrum~~
~~directe die weite bis auf 90.~~

~~2. traget diese v. bo zu bc transversim so stoßt die~~
~~linien chordarum im rechten winkel offen, und~~
~~kan solcher rechter winkel im mangl eines 8~~
~~winkel sehens vermittelst der vorigen aufgaben auf~~
~~dem papier gebrauchet werden.~~

~~Der 4. Lehr Satz.~~

~~§ 49. Wann in zwey trianglen A.B.C. und~~ Fig. 30.
~~a.b.c. der winkel. A=a. AC=ac und AB=ab.~~
~~so seind die gantze triangel einander gleich,~~
~~und BC=bc. B=b und C=c.~~

~~Beweiß.~~

~~Man denke, es würde der triangl abc auf~~
~~den triangl ABC dergestalt geleget, daß der~~
~~punct a auf A und die linie ab. auf AB fallet~~
~~weil nun ab=AB so fallet der punct b auf B (§~~
~~30.) und da ac=AC der punct c auf C. (§ 30.)~~
~~folgendts die linea bc=AC der punct c auf C~~
~~(§ 30.).~~
~~folgendts die linea bc. auf BC. (§ 24.) derowegen~~
~~sind die triangl ABC und abc einander~~
~~gleich (§ 31.) und BC=bc. etc. (§ 30.) w. z. Er.~~

~~Der 5. Lehr-Satz.~~

~~§. 50. Wann in zwey Trianglen ABC. und abc. der Winkel A = a und B = b. über diess die Seite AB = ab. so sind die ganze triangl einander gleich, und AC = ac, BC = bc. C = c~~

~~Beweiß.~~

~~Man denke es wurde der Triangl ABC. auf den andern abc. dergestalt gelegt, daß der Punct A auf a. und die Seite AB auf ab fallet, so fallet der Punct B auf b. und die linea AC. auf ac. und BC. auf bc. (§. 30.) da nun die linea AC. und BC. im Punct C. und die linea ac und bc. im Punct c. zusammen~~

~~Zusatz~~

Not: ~~Med: §48. No: XXV. auf diesen folget, Wann ein mit einer gewissen Geschwindigkeit bewegter Körper nach einer Perpendicular direction an einen andern entgegen gesetzten Cörper oder Fläche anschlaget oder agiret, derselbe mit allen seinen Vermögen wirket, hingegen wann die direction mit der Fläche schwach ist derselbe Cörper nur mit einem Theil derselben Kraft oder Geschwindigkeit, in der er beweget wird, würcket, und zwar in der Verhält,~~

~~muß, wie sich der Sinus des Einfalls winckel zum Sinum Totum verhaltet.~~

~~Das Belidorische grad. Principium Mechanicum.~~

~~Lehr-Satz.~~

~~§ 48. No XXVI. Wann zwey kräften P und Q an zwey an einen Punct F verknüpften Sailen eine dritte Krafft R welche vermittelst eines dritten Sails an sich ziehet, sich bemühen zu bewegen, so werden sich die zwey agirenden kräften P und Q gegeneinander verhalten, wie die Perpendicularen BC und BG, so aus einem beliebigen Punct B der der directions linie BF der resistirenden Krafft R auf die linien directionis PF und QF der zwey kräften P und Q gezogen werden.~~ Fig. 3 No. 7.

~~Beweis.~~

~~Ziehet die linie FB in der verlängerten direction der Krafft R. item ziehet mit der directions linie PFQ der Krafft Q. aus einem in der directions-linie BF der krafft R. angenommenen Punct B. eine parallel BE. item mit der directions-linie PF der krafft P. oben aus dem Punct B.~~

~~eine parallel BD, so habt ihr ein parallelogramm~~
~~ED deren diagonal BF die directions-linie der~~
~~krafft R ist. die krafft P aber wird durch die~~
~~seithe FE, und die krafft Q. durch die seithe FD~~
~~exprimirt. (§ 48 No 15.) so verhalten sich in~~
~~dem triangel EBF die seiten FE und EB~~
~~wie die kräfften P und Q. wann ihr nun~~
~~ausziehen den punckt B auf die zwey directions~~
~~linien die zwey perpendicularen BC der sinus~~
~~des winckels EFB und die perpendicular BC.~~
~~der sinus der und BG fallet, so ist die perpen-~~
~~dicular BC. der sinus des winckels EFB. und die~~
~~perpendicular BG. ist der sinus des winckels d,~~
~~BFD oder seines nebenwinckels EBF. da sich nun~~
~~die sinus deren winckeln verhalten, als wie die ihnen~~
~~entgegen stehende seithen, so kombt EF: EB :: BG:~~
~~BC. und wann man statt der krafft P die sie ex-~~
~~primirende linie EF und anstatt der krafft Q. die~~
~~sie exprimirende linie EB substituirt, so kombt~~
~~P: Q :: BG: BC.~~

~~Zusatz~~

~~§48 No 27. wollen wir die krafft R. gegen die krafft~~
~~P in vergleichung stellen, das ist ihre verhaltnus~~
~~gegeneinander zu wissen, so ziehet aus einem punct~~
~~D der directions-linie QE der krafft Q. auf die~~

~~Directions linien BF. und PF. der kräfften R. und~~
~~P. die Perpendicularen DG. und DC. so werden~~
~~die mit der kräfften R und P. in einerley ver-~~
~~haltnuß stehen. denn nehmet anstatt EF. so~~
~~die krafft P exprimirt, die seite BD an, so seind~~
~~in dem triangel BDF. die seiten BF. und BD.~~
~~mit denen kräfften R und P in gleicher ver-~~
~~haltnuß. da nun die Perpendicular linie DG~~
~~der sinus des winckels BFD und die Perpendi-~~
~~cular linie DC der sinus des winckels BDF.~~
~~oder des neben winckels BDH; denn zwey winckel~~
~~auf einer geraden linie einerley sinus haben,~~
~~und die winckel CFD und BDH seind auch~~
~~einander gleich, weil die linien BD und EF~~
~~einander parallel. nun ist DC. der sinus~~
~~des winckels CFD, so ist er folgsam auch des~~
~~winckels BDF als neben winckel des ihme gleichen~~
~~BDH, exprimirt also die perpendicular DG~~
~~die krafft P. und die Perpendicular DC. die krafft~~
~~R.~~

~~folgsam ist BF : BD = DC : DG od. R : P = DC : DG~~

~~Lehr : Satz.~~

~~§. 48. Nº. 28. der schwer punckt des unterschieds~~ Fig 13
~~zweÿer grössen befindet sich in einem~~ No. 9.
~~punckt der geraden linie, welche durch die~~
~~schwer puncten der zweÿ grössen gezogen wird.~~

~~Beweiß~~

~~Es seindt zum Exempl die zwey grössen AB~~
~~und AD durch zwey rectangula von einerley~~
~~höhe exprimirt, welche solcher gestalt auf~~
~~einander geleget seindt, daß der kleinere AB auf~~
~~den grössern mit denen seithen genau auf~~
~~dessen seithen deß grössten aufpasse. der grösse~~
~~AD scheer Punct seye in E und der grössern AB: ihr~~
~~scheerpunct ist in F. ist demnach die durch diese scheer~~
~~Puncten gezogene gerade linie. die linie EF sey~~
~~zugleich verlängert. wann nun der scheer~~
~~Punct deß unterschiedts dieser zwey grössen~~
~~nemblich deß rectanguli CD nit in dieser linie~~
~~wäre, so müste er sich in einer andern geraden~~
~~linie z. Ex. FH. befinden, und also der scheer~~
~~Punct davon in H. sein. die nun augenschein~~
~~lich daß H. der scheer Punct deß rectanguli CD.~~
~~nit ist, vermög was §. 36. N. V. erwiesen~~
~~worden, so folget, daß selb: in der verlän~~
~~gerten linie FE enthalten seye.~~

~~Lehrsatz.~~

~~§. 48. No: 29. der scheer Punct deß unterschi~~
Fig 13 ~~deß zweyer grössen theilet die gerade linie~~
No. 9. ~~so durch die scheer puncten der zweyen grössen~~

~~bis in den schwehr Punct des unterschieds ge-
zogen wird, in zwey solche theile, die sich ge-
gen einander verhalten, wie die theile zu der
gantzen grösse.~~

~~Beweiß.~~

~~Es exprimiret das Rectangulum AD die gantze
grösse, das Rectangulum AB aber ein theil dieser
grösse, und das Rectangulum CD ist der Unter-
schied der zwischen der grösse AB und AD der
schwehr Punct der gantzen grösse ist E der schwehr
Punct der kleinern ist F, und der schwehr Punct des
unterschieds ist G. die gerade durch diese Puncten
gezogene linie aber ist FG. und dieser mittlere
Punct E der schwehr Punct der grösse AD, ist, welche
die suma der grösse AB und des unterschieds
CD. wann nemmen wir diese zwey grössen als
Gewichter ansicht, welche an den end F und G.
der linie FG. als an einem wagbalcken auf-
gehangen wären, und wenn diese Gewichter
an einander die waag halten solten, so muss der
waagbalcken, daß die linie solcher gestalt auf-
gelegt werden, daß sich die theile FE und EG.
verhalten wie die grössen CD und AB. so wer-
den sie einander die waag halten. (§.45.)
und also AB : CD :: EG : EF.~~

~~Aufgabe.~~

~~§. 48. N. 30. Den gemeinen schwer Grössen zu finden, deren~~
~~Fig. 13 N. 9. jeder der schweren Punct bekandt ist.~~

~~Auflösung.~~

~~Es seindt gegeben die grössen AB und CD.~~
~~deren schwer puncten F und G seindt.~~
~~1. Ziehet die gerade linie FG.~~
~~2. Diese theilet also in zwey theile in E, daß sich FG~~
~~zu EG verhaltet, wie die Summ der grössen AD~~
~~zu der grösse AB. so ist in E der gemeine schwer=~~
~~punct.~~

~~Beweiß~~

~~Die vier grössen AD und AB. FG und EG.~~
~~seind einander in verwechselter verhaltnuß~~
~~proportional gemacht worden und deshalben~~
~~AD:AB :: FG:EG. weßentwegen E der ge=~~
~~meine schwer punct ist (§. 45.)~~
~~Es heisset aber in verwechselter verhältnuß,~~
~~darumb: der grössere theil CD der grösse in dem~~
~~Punct G des kleinern theils EG angehangen~~
~~werde. hingegen die kleinere grösse AB in dem~~
~~Punct F des grössern theils FE applicirt werden~~
~~muß, wann sie einander die waag halten sollen.~~

~~Aufgabe~~

~~§. 48. No. 31. wann die schwer puncten F und E zweyer~~
~~Fig. 13 N. 9. grössen AB und AD bekandt seindt, deß schwer=~~

+

grad gemacht werden; wollet ihr aber mit hilfe des transporteurs= §:48:
zirckhels einen rechten winkel machen; so: Tb:17

1. nehmet mit der hand zirkel auf den centrum die weite bis auf 90.
2. traget sie v. 90 zu 90 transversim, so stehen die linien also in
den rechten winkel, und kan solcher rechter winkel, wan man
nur einen winkel=haken, vermittels der vorigen aufgab
auch dem dazu gebraucht werden.

Der 4. Lehrsatz.

§:49: Wann zwey triangeln A. B. C. und a. b. c. der fig: 30:
winkel A = a, AC = ac, und AB = ab, so sind die ganze triangel
einander gleich, und BC = bc, B = b, und C = c.

Beweis.

Man denke, es würde der triangel a b c, auf den triangel
ABC dergestalt gelegt, daß der punct a auf A, und die linie
ab, auf AB fallet, weil nun ab = AB, so fallet der punct
b auf B /: §:30:/ ~~und da ac = AC, der punct c auf C. /: §.~~
~~fällt also die linie~~ ~~...~~
~~...~~
~~folglich der linien bc auf BC /: §:24:/ die triangen~~
~~sind die triangel ABC und abc einander gleich /: §:31:/~~
~~und BC = bc /: §:30:/ c: 3: §.~~

+ und da nun A = a so fallet die linien AC auf ac und da ~~...~~ ac = AC der punct c auf C §: 30: daraus sind die triangel ABC und abc einander gleich §: 31: und BC = bc §: §: 30: C: 3: §:

Der 5. lehr satz.

§. 50: Wenn in 2 triangeln ABC, und abc der winkel A = a und B = b, über dieses die seite AB = ab, so sind die gantze triangel einander gleich, und AC = ac, BC = bc, C = c.

Beweiß.

Man dencke sich werde der triangel ABC auf den andern abc dergestalt geleget, daß der punct A auf a, und die seite AB auf ab falle, so fället der punct B auf b, und die linie AC auf ac, und BC auf bc (: §. 30 :) da nun die linie AC und BC im punct C, und die linie ac und bc im punct c zusammen stossen, muß C auch der punct C auf c in den punct c zusammen stossen (: §. 31 :) und AC = ac fallen, derowegen sind die triangel einander gleich (: §. 30 :) W. Z. B. W.

der 6 lehrsatz

§. 51: Wenn in 2 triangeln ABC und abc, AC = ac, AB = ab, und BC = bc, so sind die gantze triangel einander gleich.

fig: 36. Beweiß

Man beschreibe auß A mit AB einen bogen Y, und auß C mit CB den bogen X, hierauf gedencke man, es werde der triangel acb auf den triangel ABC dergestalt geleget, daß der punct a auf A und der punct c auf C falle (: §. 30 :) so wird die linie ab in dem bogen Y, und die linie cb in dem punct X fallen (: §. 13 :) folgends der punct b in B, und die bogen einander durchschneiden, daher sind die triangel (: §. 31 :) und die winkel (: §. 30 :) einander gleich, W. Z. B. W.

Zusatz

§. 52: also können aus 3 gegebenen seiten nit mehr als einerley triangl gemacht werden.

die 4 aufgab

§. 53: auf einer gegebenen linie AB einen gleichseitigen triangl aufzurichten. fig: 31:

auflösung.

1: setzet den zirkl in A, und thut ihn auf biß in B, und beschreibet damit über die linie einen bogen.
2: setzet herauf den zirkl in B, und beschreibet mit dieser eben unveränderter eröffnung einen andern bogen, der den ersten durchschneidet.
3: ziehet von A, und B in C die linie AC und BC, so ist geschehen, was verlangt worden.

beweiß.

die linie AC, und BC hat man so groß gemacht als die linie AB (§. 3. 27.) derowegen ist der triangl ABC gleichseitig (§. 19.) w: z: e:

die 5 aufgab

§. 54: aus 2 gegebenen linien AB, und BC einen gleichschenklichten triangl zu machen. fig: 32

auflösung

1: setzet an das eine ende B, der einen linie AB, welche die grund linie des triangls geben solle, den zirkl, und beschreibet mit der öffnung nach der länge der andern gegebenen linie einen bogen.
2: ziehet aus C in A und B gerade linien, so ist der begehrte triangl fertig.

beweiß:

die linie AC und CB hat man einander gleich gemacht, also ist ABC ein gleichschenklichter triangl (§: 19: w: z: e:) fig: 33.

die 6 aufgabe

§. 55: aus 3 gegebenen linien einen triangl zu machen.

auflösung

1: Setzet die hiese linie von dem gegebenen AB zur grund linie des triangels an.

2 aus A beschreibet mit der Eröfnung des zirkels nach der länge der andern linie AC einen bogen über der selben.

3: aus B und der Eröfnung nach der dritten linie BC einen andern bogen, der den ersten durchschneidet in C.

4. ziehet die linien AC und CB, so ist der triangel fertig /: F. 57 :/

die 1: anmerkung.

§. 56: wenn 2 bogen einander nicht durchschneiden können, als wenn 2 ~~oder~~ der gegebenen linien einander nicht erreichen, so kan auch kein ~~[illegible]~~ triangel beschrieben werden /: F. 26 :/

die 2 anmerkung.

§. 57: die zeichnung der figuren ist von grossem nutzen, gehöret aber zu dem die selbe in den grund zu legen, ohne welche man sie nicht ausrechnen kan, da nachdem ich die gründe der [illegible] die geometria gebraucht, dient sie zugleich zum beweis der ähnlichkeit der figuren, wie auch folgenden zu ersehen ist; man kan auch die [illegible] der selben messen welches auf dem feld oder sonsten in grossen zu messen, nöthig ist, wenn man es in grund legen, dabey auf kleine bringen will. derowegen lassen sich [illegible] nicht [illegible] weiter ausrechnen von den [illegible] hieher zu setzen.

[illegible] ist die wissenschaft des [illegible], und übung in [illegible] überhaupt [illegible] mathematique so nöthig, daß ohne dieselbe gar nicht [illegible] fortgesetzt werden kan; derowegen in [illegible] von allen denen, so die Mathematique mit nutzen [illegible] wollen, [illegible] bey ihrer [illegible] information zu sein erfordert wird.

Die 7 Aufgabe

§: 58: aus 2 gegebenen linien AB und AC samt einem winkel A einen triangel zu machen. fig: 34.

Auflösung

1: setzet die linie AB zur grund linie an.
2: machet in A einen winkel, der dem gegebenen winkel gleich ist (§. 48.)
3: auf die linie A b traget die andere gegebene linie AC und ziehet von C bis in B eine gerade linie, so ist der triangel ~~gemacht~~ fertig. §. 49.

Anmerkung

§. 59: In der ausübung ist es nicht allemal nöthig die unsichtbaren linien, als hier AB auszuziehen, sondern nachdem man das lineal anlegt, so kan man gleich die puncte C [illegible] ziehen. Diese anmerkung gilt nur, wan man dergleichen linien und figuren machen will, dann bey einer geometrischen ausübung würde es aber dieses nicht statt halten.

Die 8 Aufgabe

§. 60: Aus 2 gegebenen winkeln und einer linie AB einen triangel aufzureissen. fig: 35.

Auflösung:

1. Aus dem einen punct A, der gegebenen linie AB richtet einen winkel auf, der einem von dem gegebenen gleich ist. 2: auf dem andern punct B einen andern, der dem andern gegebenen winkel gleich ist (: §. 48:) so werden sich die seiten, die sich in C durchschneiden, und den verlangten triangel ABC auf der linie AB formiren (: §. 50:) fig: 35.

Die 9 Aufgabe

§. 61: die weite zweyer örter AB zu messen, zu deren jeden man aus einem angenommenen ort oder stand kommen kan. Auflösung: fig: 36.

1: steckt in C einen stab nach belieben ein; dann misset die linie AC (: §. 44:) und traget sie zurück in a, also, dass in a ein stab nach gestalt und der maß A in gerade linie gesteckt werde (: §. 8:) darnach auf gleiche weise misset die linie BC und traget sie zurück in b, und steckt in b einen stab, der mit C und B in eine gerade linie stehe (: §. 8:) endlich misset die linie ab, so hat ihr die verlangte weite.

dann die winkel x und y sind einander gleich (Beweis: §: 40:) da nun auch AC = ac, CB = cb, so ist AB = ab. §: 44: so w. z. e.

Anmerkung.

§: 62: Wenn man nicht raum hat die gantze linie AC und BC zurückzutragen, so tragt man nur die helfte, den dritten, oder auch den 4ten theil davon zurück, alsdann ist ab = $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ AB, wie unten wird erwiesen werden.

§: 62: N: 1: Wenn man aber gar nicht zurück gehen könte, so tragt man nur die helfte, dritte oder 4te theil von AC und BC auf die linie AC in b und von CB in c tragen, so ist bc auch die helfte, dritte oder 4te theil von AB.

Aufgab.

§: 63: Mit einer bloßen schnur, ~~[illegible]~~ die stab oder ketten einen winkel auf dem feld von einem ort auf den andern zu übertragen.

Auflösung.

Fig: 37: Wann soll den winkel A in C tragen. 1: Messet in beyden schenkeln AB und AC des gegebenen winkels A zwey [illegible] beliebiger länge AF und AD ab, und zugleich die [quer] linie FD, die [illegible] herbehalt. 2: Traget auf C in d die gefundene linie AD, [illegible] stäben die schnur [illegible] auf, daß Cf gleich AF und df = DF. 3: [illegible] so wird der winkel dCf = FAD.

Beweis:

Weil ~~[illegible]~~ AF = Cf, AD = Cd, und DF = df, so [illegible] der winkel C dem winkel A gleich. §: 55: (G: 19: C:)

§: 63: N: 1: Mit der bloßen schnur einen rechten winkel auf dem feld zu machen.

Auflösung.

Fig: 37: N: 1: [illegible] 1: [illegible] eine in gleiche theile abgetheilte schnur, oder ketten und [illegible] einer [illegible] 2: [illegible] 3 theile an der schnur ab und [illegible] 3: Ein anderer [illegible] an der letzten abtheilung. 4: Ein anderer [illegible] von [illegible] an [illegible] 4 theile an der kette [illegible] von anfangen [illegible] theil [illegible] und halte die eine hand dagegen, und [illegible] in der hand halt, [illegible] alle 3 theile an der kette 12 ausmachen. 5: [illegible] noch 5 theile ab, so [illegible] die hand so den anfang der kette hat, [illegible] und lasse sie [illegible] halten. [illegible] 2 [illegible] haupttheilungen halten, [illegible] so [illegible] kette [illegible] wird, so [illegible] ein [illegible] formiren, welcher einen rechten winkel hat, so derjenige ist der zwischen den abtheilungen 3 und 4 begriffen ist. 6: dieser der den rechten winkel in der hand hat, stellet denselben auf den punct, auf welchen der rechte winkel aufgerich-=tet werden soll. 7: einer von den andern haltet seines winkels=punct an die gegebene linie, so daß die selbe genau darauf passe. Der dritte ziehet bey seinem winkel=punct wohl an sich, damit beede theile wohl angespannet werden. So wird der jenige in handen habende theil, zu den rechten winkel [illegible] richtig seyn: [illegible] die gegebene linie perpendicu-=lar stehen, und einen rechten winkel machen, der beweis davon ist klar. Es laßt sich aber diese aufgab besser mit einer astration zeigen, als mit blossen worten beschreiben. Wann die theile der stricke gar klein sind, und die stricke lang werden, so nimt gar leicht fehler zu, die sich aber bemerkhalb gegen einander verhalten, als wie die 4. und 5. V: §: 9: 12: 15: [illegible] 16: 20: so wird die [illegible] schwer. diese aufgab wird vortrefflich im feld, besonders bey belagerung.

Die 11 aufgab.

§. 64: die breite einer wasser zu messen, zu dem einer man nur kommen kan. Fig: 38:

Auflösung

1: stelt nach belieben einen stab in C, und trage die linie BC gerad zurück, so daß der stab C mit E und B in einer geraden linie komme. (: §: 8:) 2: mache einen winkel in C der so groß ist, wie der winkel B (: §: 63: 3: endlich gehet mit dem stab D so weit zurück, biß er mit C und A, eingriffen C und A in einer geraden linie stehet, so ist die linie CD der linie AB gleich.

Beweis:

Ihr habt den winkel C so groß als B, und die linie CE so groß wie CB gemacht, nun sind die [illegible] die Vertical winkel bey C einander gleich (: §. 40:) also ist auch CD = AB (: §: 50: [illegible]: 3: [illegible]

§: 64: N: 1: [illegible] eine andere anlage, die der Autor anfangs gegeben. 1: stelt den stab I mit B und A in eine gerade linie. 2: noch einen andern stelt nach belieben in K. 3: übertraget auf K in [illegible] die länge KI, und stekt einen stab. 4: endlichen traget die länge [illegible] in [illegible] und stelt [illegible] einen stab. Fig: 38: N: 1:

5: Stelt nach der linie MS [illegible] zurück gegen X, biß sie zugleich auch
selbst mit geraden linie KH, und stehts X [illegible], so ist XL so lang als
IA, und XA, so lang als BA.

Beweiß.

In den 2 triangeln AKI, und NKL ist die seite KL so groß gemacht
worden, als KI; der winkel XKL ist [illegible] vertical winkel der
winkel IKA; und also 2 seite und zwischen [illegible] gleich;
und [illegible] KA auch so groß gemacht worden, als KB, so formiren sie
abermahl 2 gleiche triangel, nemlich KBI, und KAL, wodurch [illegible]
der nemlich AK = KB und IK = KL und die vertical winkel [illegible]
sind; so sind auch die übrige winkel, und folglich der winkel
y = x, und daher in denen 2 großen triangeln AKI und NKL
[illegible] winkel y = x und der vertical winkel IKA = NKL, [illegible]
[illegible] KL = KI, und folglich die ganze triang. und müssen auch die seite NK = BA.

Fig: 38: N. 2: §: 64: N: 2: Wann [illegible] die weite [illegible] mit [illegible] zu denen
[illegible] stab nach belieben [illegible], und
[illegible] der [illegible] gezeigten [illegible] die weite des [illegible]
[illegible] an die [illegible] der gegebenen winkel. Wann ihr dieses habt, so [illegible]
[illegible] §: 61: so ist die weite DC der weite
[illegible] wie fig: 38: N: 2: zu sehen.
AB gleich;

Die 1. Anmerkung

§: 65: Es gilt auch hier, was bey der [illegible] §: 62: erinnert worden ist.

Die 2. Anmerkung:

Fig: 38: §: 66: Wann man die breite eines flusses [illegible] wolte und [illegible]
[illegible] die linie BE an dem ufer nicht [illegible], so [illegible]
[illegible] von dem ufer weg, als [illegible] bleibet, [illegible] die linie
[illegible] breiter, als der fluß ist, und [illegible]
stab B von dem ufer [illegible] worden.

Die 12 Aufgabe.

Fig: 39: §: 67: Durch einen gegebenen Punct C mit einer gegebenen linie
AB eine parallel linie auf dem Papier zu ziehen.

Auflösung.

1: leget das lineal an die linea AB. 2: setzet den cirkel in C und thut ihn auf bis an das lineal, als wann ihr einen bogen beschreiben woltet, der das lineal berühre. 3: ziehet mit dem cirkel an dem lineal herunder, so wird der andere fuß durch den punct C die begehrte parallel ~~linea~~ DC beschreiben /: §: 22:/

Anderst.

Man kan es durch ein parallel lineal verrichten, welches instrument aus zweyen linealen bestehet, die durch zwey gleiche lange quer bänder dergestalten zusammen verknüpfet seynd, daß sie sich nach gefallen von einander verschieben lassen, wann ihr nun dergleichen instrument habet, so 1: leget die schärfe des lineals an die gegebene linie AB an, und 2: schiebet das andere lineal biß an den punct C. fort, so 3: könt ihr durch denselben die verlangte linie DE ziehen. Fig: 40.

Anmerkung.

§ 68. wann man in der ersten auflösung den cirkel nur biß in den punct E aufthun thäte, so ziehet mit AB in beliebiger weite die parallele linien CD und mit dieser die parallellinie LM durch den gegebenen punct E so wird LM auch mit AB. parallel seyn, denn $EF = HI$ und $FG = IK$. derowegen $EF + FG$ $HI + IK$. das ist $EG = HK$ /: §: 23. num: V:/ folgends ist LM mit AB parallel /: § 22:/. Fig: 41.

Noch anderst.

§ 68 N: 1. Man setzet 1: den zirkel in den gegebenen Fig: 41 N: 1:

punct C und setzet ihn, so lang biß der andere fuß die gegebene linie AB be-
+AB rühret welches ihr die [illegible] einer [illegible] bestimmet.
2: Mit dieser eröffnung setzet den einen fuß des zirkels gegen dem andern
ende in die gegebene linie und machet mit dem andern fuß den ~~bogen~~ bogen D.
3: ~~machet~~ leget das lineal an den punct C, und den bogen D und zie-
-het eine linie, so ist dieselbe mit der gegebenen Parallel CD.

Das Andere:

§: 68: N:2: 1: leget einen auß holtz oder meßing verfertigten winkel-haken
fig: 41: oder recht winklichten triangel AVN, und haltet seine seite an die gege-
N:2: -bene linie. 2: leget an den andern seite VN des winkelhakens
ein lineal G, daß es wol daran passe, und halte es fest auf dem pa-
-pier. 3: verschiebet den triangel an dem unbewegten lineal solcher-
-gestalt an dem lineal auf oder abwerts biß die andere seite VA
den ~~[illegible]~~ gegebenen punct ~~[illegible]~~ berühret. 4: ziehet nach
derselben, der an dem lineal fest haltenden triangels oder winkel-
-der seite VA durch an den lineal [illegible] mit der gegebenen Parallele [illegible]
-stehend eine linie, und [illegible] mit der gegebenen Parallel [illegible].

Die 13 aufgaab:

§: 69: Von einem gegebenen punct C ~~[illegible]~~ auf eine gegebene linie AB
eine perpendicular zu fallen. Auflösung:

fig: 42: 1: setzet den zirkel in C und durchschneidet mit beliebiger eröffnung
in zwey puncten D und E die linie AB:
2: auß D und E machet mit beliebiger eröffnung des zirkels einen
durchschnitt in ~~F~~ F.
3: durch C und F ziehet die linie CG, diese stehet auf AB perpendicular.

Beweiß:

Dann weilen DC = CE und ~~DF~~ DF = FE und FC = FC, so sind auch
die winkel DCF und ECF einander gleich (: §: 57:) [illegible] die neben
winkel bey C einander gleich (: §: 49:) und [illegible] auch die seiten
DC = CE und CG = GC, so sind die winkel bey G einander gleich (: §: 49:)
und [illegible] stehet die linie perpendicular (: §: 77: / D: 9: C:)

fig: 42: N:1: §: 69: N:1: [illegible] kan ich [illegible] eine perpendicular auf den punct F auf
die linie AB fallen, dann wann die puncten D und E [illegible]

letztes geschlossen, weilen sich die Perpendicular wider gegen D nach C neiget (§: 17.) und damit also die triangl. FDG, und FGC einander gleich + die sein können, und auch die winkel bey G gleich werden, so muss DG = CG sein; solte nun ein andere linie auf die perpendicular gefallet werden können, so müste dieselbe ~~ausser~~ ausserhalb den punct G gegen D oder C auf die linien AB fallen, sondern in ein punct H. Ich wird aber hierdurch DC grösser als DH, folgsam das triangl FDH den triangl FHC ungleich, und nicht auch die winkel bey H. welches doch wider die erklärung ist. §. 17.)

Aufgabe

§. 69: N: 2: auss einem feld mit einer blossen schnur oder linien eine perpendicular linie auf einen gegebnen punct C auf eine linie AB fällen zu lassen. Fig: 42. N. 2:

Auflösung

1. Messt auss dem gegebnen punct F eine beliebige länge FD ab. 2: nimbt man diese länge nachet auf F ein grösser, auss AB in C. 3: nimbt die schnur die linie CD und bieget sie auf die gröste weiten B, so dadurch in 2 gleiche theil getheilet wird und leget dieselbe schnur auf C und D in C so ist die linie CF perpendicular auf AB.

Die 17 Aufgab.

§. 70: aus einem gegebnen punct C auf eine gegebne linie AB eine perpendicular auf zu ziehen. Fig: 43.

Auflösung.

1. beschreibt den circl in C ein; und 2: durchschneidet die linie AB in beliebiger weiten in D und E. 3: aus D und E macht mit einer willkürlichen andern öffnung des circuls einen durchschnitt in F. 4. ziehet durch C und F die linie GC, so stehet sie auf AB perpendicular.

Beweis:

weilen DC = EC und DF = EF, FC = FC, so sind die winkel bey G einander gleich (§: 51.) dennach stehet die linie GC auf AB perpendicular (§. 9: Erkl.)

Ausserdem hat auf einen punct einer gegebnen linien nicht mehr als eine perpendicular gezogen werden, denn wenn noch eine andere aufgerichtet würde so müsste sie gegen einen theil der linie AB schiefer neigen, als gegen den andern, welches wider die Erklärung der rechten winkel streitet.

+

Anders:

Fig: 44. Lasset auch einen Winckelhacken, oder recht winckletes dreyeckh verfertigen, diß instru=
=ment, so auß anzeig zweer rechten winckeln zusammengesetzten schenckeln, deren der
aber auf einem rechtwinckhlicht geschnittenen brett bestehet.

1: den einen theil dieses instruments legt an die gegebene linie AB, also
daß die spitze des rechten winckels dem gegebenen puncte C treffe.

2: ziehet nach dem andern theil des instruments eine gerade linie CD
auf den gegebenen punct C; dise stehet auf AB perpendicular.

Beweis:

der winckel hacken ist rechtwinckhlich, derowegen müssen auch beede linien
CB und CD die nach ihnen gezogen sind einen rechten winckel machen,
und also steht CD auf ACB perpendicular (: §: 18 :) W. Z. E.

§: 70. N:1: durch den proportional zirkel auf einer gegebenen linie

Fig: 44. N:1. AB aus einem punct C eine perpendicular aufzurichten.

1: schneid mit dem zirkel von C gegen A hin beliebig bis CX.

2: dieses trage auf den proportional zirkel in die linien partium
aequalium transversim von 90 zu 90, und lasset das instrument in
dieser öffnung liegen.

3: nehmet mit dem hand zirkel auf dem unverrückten instrument
transversim die weite von 40 zu 40, und ziehet damit auß C einen bogen D.

4: nehmet ferners mit dem handzirkel auß dem unverrückten instru=
=ment die weite von 50 zu 50, und schneidet damit auß dem puncte X
den bogen D durch.

5: ziehet durch den durchschnitts punct D eine linie in C, so stehet sie
perpendiculariter; der beweis folget unten.

§: 70. N:2: den proportional zirkel also zu öffnen, daß die li=
=nie partium aequalium, oder arithmeticae einen rechten winckel mach=
=en.

1: nehmet mit einem hand zirkel auß der eröffnung auf einer beliebigen linie von der=
=selben auf die weite von 50.

2: stellet den handzirkel in dieser eröffnung obligue mit einem fuß auf einen schenckel des instru=
=ments in 40 und den andern fuß auf den schenckel in 30, so ist diese linie in rechtem winckel geöff=
=net.

§. 70. N. 3: Auf dem feld eine perpendicular linie mit einer Messschnur aufzurichten.
1: stekt auf der gegebenen linie AB aus gegebenem Punct C gegen A und B Fig: 44:
ihre beliebige, aber gleiche weite, zwey stäbe in D und E. N. 2:
2: theilt eine schnur, so lang als DE gleichfals in 2 gleiche theile und bringt
daß eine ende an den stab D, das andere an den stab E an.
3: bey der mitte der schnur ziehe man sie auf, so daß DF = FE werde, so wird der Punct F perpendicular über dem gegebenen Punct C stehen.

der 7 Lehrsatz.

§. 71: Wann in 2 rechtwinklichten triangeln ABC und abc die rechtwinklichten außer diesen seiten AB = ab und BC = bc, und A = a, so sind die gantze triangel ein ander gleich und AC = ac gleich und C = c.

Beweis:

Man beschreibe durch C in der weite BC einen bogen FG, und lege Fig: 45:
in gedanken den triangel abc dergestalt auf den triangel ABC, daß der punct
a auf A, und der punct b auf B falle, da nun ab = AB und a = A, so
fällt der punct b in B und ac auf AC. Da nun ferner bc = BC
so muß der punct c in den bogen FG fallen /: §. 13:/ folglich in C, wo
der bogen FG die linie AG durchschneidet; demnach fällt bc auf BC
/: §. 24:/ derowegen sind die gantze triangel ein ander gleich /: §. 31:/
W. Z. Erw.

~~Lehrsatz:~~ Zusatz.

§. 71: N. 1: die perpendicular linie ist die kürtzeste, welche man auf Fig: 45:
eine andere gegebene linie aus einem gegebenen Punct ziehen kan. N. 1:

Beweis:

Es seye die linie AB auf welche aus dem Punct D eine perpendicular
linie DC falle, es werde aber aus eine andere linie ~~DE~~
aus eben diesem Punct auf AB gezogen, so wird die letztere
länger seyn als die perpendicular linie DC. Denn man verlän=
=gere die perpendicular linie aus C in E eben so lang als

CD, und zieh auß E in F die linie CF, da nun die linien DF
und CF einen gleichschenkliten triangl auf der linie DC
formieren, in welchem die zwey seiten DF und FC zusamen
grösser als die dritte DC ist; und diese letztere die ~~halbe~~
von diesen triangeln kleiner als die zwey schenkel DF und FC;
so ist auch die halbe basis ~~DE~~ DC kleiner als DF; folglich
ist die perpendicular linie die kürtzeste unter allen, welche auß
einem punct, auf eine linie ~~[illegible]~~ gezogen werden kan.

Der 8. Lehrsatz.

Fig: 46: §: 42: Wann 2 paralelle= linien AB und CD von einer
dritten EF in G und H durchschnitten werden, so sind 1: die
wechselwinkel x und y einander gleich. 2: der äussere winkel o
ist dem inneren y gleich; 3: die beide winkel v und y machen
zu sammen 180°.

Beweiß:

~~49~~

1: ziehet die beede perpendicular linien ~~[illegible]~~ GI und HK, welche
einander gleich sind /: §: 27 :/ auch weilen sie laut obigen Lehrsatz
die kürtzeste sind /: §: 71: N: 1 :/ so sind aber auch
die winkel I und K einander gleich /: §: 18. 37 :/ dero-
wegen ist $x = y$ /: §: 71 :/ welches das erste zu
erweisen war.

2: Nun ist $x = o$ /: §. 40 :/ dennach ist $y = o$ /: §. 23:
N: 3 :/ welches das andere war.

3: Es ist aber $v + o = 180$; derowegen ist $v + x$ auch gleich
180° /: §. 23: N: V :/ wie zu erweisen war.

Der 9te Lehrsatz.

§. 73: Wann 2 linien A B und D C von einer dritten E F dergestalt durchschnitten werden, daß die wechsel winkel x und y, oder auch der äußere winkel O und der innere winkel y einander gleich sind, oder die beiden winkel V und y machen zusammen 180°, so sind die linien A B, und C D parallel.

Beweis:

1. Laßet uns nun aus y eine perpendicular g K auf die linie C D fallen machen g I = H K und H I = g K (: §. 49:) weil nun x = y, folgends I ein rechter winkel (: §. 37:) und A B mit C D parallel (: §. 22:) welches das Erstere war.

2. So setze O = y, weil nun O = x (: §. 40:) so ist x = y (: §. 22 N: 3:) folgends vermög deßen, was erst erwiesen worden ist, sind die linien A B und C D parallel, welches das andere war.

3. So machen y und V 180°, weilen O und V = 180° machen (: §. 38:) so ist V = y (: §. 23: N: 3:) und also vermög deßen, was jetzt erwiesen worden ist, sind die linien A B und C D parallel.

§. 73: N: 1: ~~Es~~ Es folgt aus diesem folgends, wann zwey gerade Fig. 46: N: 1:
linien A B und C D auf einer dritten E F auf-
stehen, also daß die von ihnen gemachte winkel B und
D einander gleich sind, so sind die linien

der

Einander Parallel /: §: 73: In Prax: N: 2: /:

Fig: 46 N: 2 §: 73: N: 2: Item die aufgaab eine linie durch einen gegebenen Punct C mit der Linie AB Parallel zu ziehen, kan noch auf folgende arth aufgelöset werden.

1: Auß dem Punct C ziehet eine Geradte Linie CD nach belieben, welche die gegebene AB in D berühret.

2: ~~auß~~ auß C machet mit der weite CD einen bogen gegen E.

3: und mit eben dieser Eröffnung des zirkels auß C den bogen FC.

~~1: Auß dem Punct C ziehet eine gerade Linie CD nach belieben, welche die gegebene AB in D be=rühret.~~

~~2: Auß C machet mit der weite CD einen bogen~~ gegen E.

~~3: und mit eben dieser nemlichen Eröffnung des zirkels gleichgemachten, zuvor gedachten Eröffnung ... ziehet auß E abermahlen den bogen ...~~

~~wechselte triangl BCH. und DGF einander~~
~~ähnlich seind). denn die recht winckhlichte~~

A: 6. Geom. 4. nehmet mit dem zirkl die weite des bogens FC und traget solche auf den bogen DE in E.

5. leget das lineal an die puncten E und C. und ziehet eine linie. dieselbe wird mit AB parallel sein.

Denn die winckl CDF und DCE seindt einander gleich, indeme es wechsel winckl seindt, und also die linien parallel.

Durch diese aufgab können auf dem felde lange und weite parallelen mit instrumenten, und auch nur mit der blossen schnur und stäben gezogen werden.

Der 10 lehrsatz

§ 74. In jeden triangl ABC. machen alle drei winckl zusammen 180, und wenn eine seite verlängert wird, so ist der äussere winckl so gross, als die beide innere die ihm gegen überstehen, zusammen machen.

beweiß.

Wenn ziehe durch die spitze des triangls C mit seiner grund=linie AB eine parallel=linie DE, so ist 1=I. und 2 = II (§.72.) nun ist I+3+II = 180° (§.38). derowegen 1+3+2 = 180° (§.23 No V.) welches das erste war.

wann die seite AB verlängert wird in D, so ist 3+4 = 180° (§.38) nun ist aber gezeiget worden, daß 1+2+3 = 180 derowegen 3+4 = 1+2+3 (§.23 No: VI.) welches das andere war.

Der I Zusatz.

§ 75. derowegen kan in einem triangl nicht mehr als ein rechter winckl sein, und wenn dieses ist, müssen die zwey übrigen zusamen auch nur einen rechten winckl machen, das ist 90 (§. 84.) auf einer linie, darauf eine dritte perpendicular stehen von keiner seite zusammen stossen, wenn sie gleich unendlich fort verlängert werden. und seind demnach parallel.

Der 2. Zuesatz.

§ 76. ~~Wenn man in einem Triangl einen winckl von 180 abzieht, so bleibet die suma der beyden übrig über, und wenn die suma beyder von 180 weggenohmen wird, bleibet der dritte übrig.~~ Viel weniger kan mehr als ein stumpfer winckl in einem triangl sein (§. 18.

Der 3 Zuesatz.

§ 77. Wenn man in einem Triangl einen winckl von 180 abzieht, so bleibet die suma der beyden übrig über, und wenn die suma beyder von 180 weggenohmen wird, bleibet der dritte übrig.

Der 4. Zuesatz.

§ 78. Wenn in 2 triangeln zwey winckl gross und gleich seind, muß auch der dritte in den andern gleich sein (§ 23 No III)

Der 11 Lehrsatz.

§ 79. In einem gleichschenckligen triangl ABC. seind die winckl x und y an der grundlinie einander gleich, und die perpendicular-linie CD theilet sowohl den winckl C. als die grundlinie AB in zwey gleiche theile.

Beweis.

Wenn theile die linea AB in zwey gleiche theile in D und ziehe die linie DC. so ist nun auch AC = BC. (§.19.) so ist x = y und o = v. m = n. und der triangl ACD = CDB (§.52.) folgendts CD auf AB perpendicular w. z. e.

Zuesatz.

§. 80. also sindt in einem gleichseitigen triangl alle winkel einander gleich, und folgendt jeder 60° (§. 44.)

der 12. lehrsatz.

§. 81. Wann die winkel X und y an der grund-linie AB eines triangels ACB einander gleich sindt, so sindt auch die seiten AC und BC einander gleich.

beweiß.

Mann ziehe die linie DC. dergestalt daß m = n. weil nun X = y, so ist auch o = v (§. 48.) und destwegen AB = BC (§. 50.) w: z: bw: Fig: 49.

Zuesatz.

§. 82. Wann alle drey winkel einander gleich sindt, und folgendt ein jeder 60° hält. (§. 44.) so sindt alle drey seiten einander gleich.

§ 82. No: I hieraus folget wann in einem gleichschenklichten triangl ABC. ein deren winkel X an der basim bekandt ist, so weiß mann auch den winkel y. (§. 79.) Fig: 49.

§ 82 No: II. Item wann mann in einem gleichschenklichten triangl ABC. den winkel X oder y an der basim bekandt hat, so weiß mann auch den winkel C. der der basim gegenüber lieget. dann mann darf nur einen deren winkel an der basim duplieren, und das duplum von 180 abziehen, so bleibt der winkel an der Vertex C. übrig. (§. 44.) Fig: 49.

§ 82. No. III. Jngleichen wann mann in einem gleichschenklichten triangl den winkel C. bekandt hat, der der basim AB gegenüber lieget so bekombt mann auch den winkel X oder y an der basim bekandt, wenn mann den winckl C. von 180° abzieht, so bleibt die suma der zwey winckl an der basim x und y übrig (§ 77.) halbiret ihr dise suma, so habt ihr einjeden insonderheit bekandt.

§ 82. No IV. ferner wenn man in ein gleich schenkliche Fig 49. Triangl ABC eine auf den gleichen Schenckhlen bekandt hat, so erstrecken auch die andere dieser gleichen seite. Der 13 lehrsatz.

§ 83 der winckl an dem Mittl Puncts eines Circuls ist zweymahl so gross als der winckl an der peripherie, der mit ihme auf einen bogen steht. beweiss.

Fig: 50. 1.stens $O = X + V$ (§. 74.) weilen aber $AC = BC$ (§. 27.) so ist $X = \cancel{2y}$ V (§. 79.) folgendes $O = V + X = 2U$

Fig: 51. 2.tens $X = 2y$ und $V = 2\cdot O$, wie erst No 1 erwisen worden. derowegen ist $X = V = 2y + 2\cdot O$ (§ 23 No V.)

Fig: 52 3.tens $O + X. = 2V + 2y$. und $O = 2V$ wie No 1 erwisen worden. derowegen ist $X = 2y$ (§ 23 No VI).

Erstlich ist der winckl ACD endiget sich an dem Centrum C. und hat zu seinem mass den bogen AD (§ 70.) der winckl ABD endiget sich in der Peripheria bey B. und steht auf eben disem bogen AD auf. nun ist nothwendig deütlicher zu zeigen, das der winckl O an dem Centrum doppelt so gross seye als der winckl V an der peripherie.

1. hier formiert sich ein triangl ABC. der zwein schenckl AC. und BC. gleich seind (§. 27.)
2. der winckl O ist so gross als der winckl X und V. laut des andern theils des 10 lehrsatzes (§. 74.)

und der winckl V ist die helffte dieser summa X und y.
und folgsam die helffte des winckls O. derowegen ist
der winckl an dem Centrum zweymahl so groß als der
winckl an der peripherie, wann sie auf einen bogen stehen,
und dieses verhaltet sich auch also in denen anderen zwey fählen
Fig 51 und 52. in welchen der Kreis durch die blinde Linie
BE [illegible] gemacht wird.

Der I. Zusatz.

§ 84. Also hat der winckl ABD an der peripherie [illegible], Fig 54
ein maaß den halben bogen AD. darauf er steht, dan
der gantze bogen AD ist das maaß des winckls ACD bey
dem Mittelpunct (§ 16.) wann der winckl ABC. auf einen
halben Circul ADC. oder BHK auf einen grösseren bogen Fig 55
HIK als ein halber Circul steht, so ist klar, daß der halbe bogen
AD des winckls ABD und ½ DC. des winckls DBC. item der
halbe bogen HI des winckls HBI, und halb IK des
winckels IBK, folgends halb ADC. oder ein quadrant
des winckls ABC. und halb IK oder mehr als ein quadrant
des winckls HBK maaß seye.

der anderte Zusatz.

§. 85. Wann zwey oder mehrere winckl ABC. und
ADC. an der peripherie des Circuls sich endigen, und auf
einen bogen AC. stehen, so sind sie einander gleich. (§. 35.)

Der 3. Zusatz.

§ 86. Jeder winckl in einem halben Circul ABC. ist ein rechter Fig:
winckl, dann er steht auf einem halben Circul, und also 54.
ist das maaß ein quadrant. (§. 84.)

der 4. Züsatz.

§. 87. Wenn die winckl innerhalb einen circul auf einen klei-
nerem bogen DE als ein halber circul ist, stehet, so ist er klei-
ner als ein rechter winckl, stehet er aber auf einem grössern
HK so ist er auch grösser als ein rechter winckl (§ 86.) und
daher in dem ersten fall spitzig in dem andern stumpf (§. 18.)

die 15. Aufgab.

§ 88. Einen winckelhaken zu probiren ob er richtig ist oder nicht.

Auflösung.

Fig: 54. 1. Beschreibet nach belieben einen halben circul ACB. und
2. ziehet nach gefallen von beiden enden des diametri AC.
bis an die peripheria die linien AB und AC.
3. leget den winckelhaken mit seinem winckel an den
punct B. wenn die schenkel desselben die beide linien
zugleich berühren, so ist er richtig.

beweiß.

der winckel ABC. ist ein rechter winckel (§. 86. wenn
also der winckelhaken sich in denselben schicket, so ist er
richtig (§. 30.) w. z. e.

§ 88. No. I. Es giebet noch einige eigenschafften der winckel
in den circulen, welche wir künfftig nöthig haben werden.

Lehrsatz.

§ 88. N. II. Wenn ein winckel A sich ausser dem circul
Fig: 55 No. 1. BDEC. endiget, und auf den bogen BC aufstehet, so ist er
der unterschied zwischen den winckeln x und y.

beweiß.

Wenn ziehe aus dem punct D in welchem der eine

schenkel BA den Circul durchschneidet die blind linie
DC, so entstehen zwey winkel nemlich x. und y. die sich
beide under peripherie endigen, und auf denen bögen
BC. und DE aufstehen. es ist aber der winkel x. so gros
als die winkel A und y zusammen (§.74.) also ist der winkel
A der unterschied, wann der y von dem winkel x ab-
gezogen wird. w. z. Er.

die 16. Aufgabe.

§. 89. Auf dem Ende einer linie eine perpendicular
aufzurichten.

1. Setzet den zirkl in einen beliebigen puncten C und thuet ihn auf bis in A. Fig: 56.
2. mit dieser weite bemerket auf der linie AB den punct D
3. Leget das lineal auf D und C, und bemerket auf C. mit unverrückten zirkl den punct E.
4. Endlich ziehet die linie AF. so stehet sie auf AB perpendicular.

Beweiß

Weilen AC = CD = EC, so lasset sich aus C durch E. A und
D ein selber Circull beschreiben. (§.27. 36). derowe-
gen ist bey A ein rechter winkel (§. 86.) und stehet die
linie FA auf AB perpendicular. (§.18). w. z. Er.

Anders

Mann kann es durch hülft des winkelhackens, wie bey
(§.70.) verrichten.

die 17. Aufgab.

§ 90. Eine gerade linie AB in zwey gleiche theile theilen.

Auflösung.

Fig: 57. 1. machet aus A und B nach belieben durchschnitte in C und D.

2. ziehet die puncten derselben mit einer geraden linie DC zusammen, so theilet sie die linie AB in zwey gleiche theile.

Beweiß.

Weilen AC = CB und AD = DB, so ist x = y (§. 51.) und daher ferner in denen triangeln ACE und ECB, AE = EB (§. 49.) w. z. E.

Anmerckung.

§. 91. man kan es auch mechanisch, d. i. durch versuchen verrichten, stellet nemblich den Zirckel in A und theilet ihn nach dem Augen-maass so weit auf, als beyläufig die helfte der linie AB betraget, schneidet ein in C und gleichfalls auf B in D. so werdet ihr ohne Mühe, durch veränderung genau den puncten E finden können, wodurch AB in zwey gleiche theile getheilet wird.

Fig: 58

§. 91. No. 1. Mit hülff des Proportional-Zirckels.

1. traget die gegebene linie auf den Proportional Zirckel in die linie partium aequalium von 100 zu 100 transversim, oder auch in eine andere gerade zahl, und lasset das Instrument in solcher öffnung liegen.

2. Nehmet mit dem Handzirckel aus eben dieser linie transversim die weite von 50 zu 50, oder die helfte der vorhin genommenen zahl, so ist diese weite der halbe theil der gegebenen linie.

deblesse herrich, et von [illegible]

~~Ist gut, wan ich dir diss gut anschlagt.~~

Ternio. VI. Geometria.

Christian Wolff

der 14 lehr satz.

§92 in einen Circul seind die Sehnen gleicher bogen AB und DE einander gleich, und wann die Sehnen gleich seind, so seind auch die bogen gleich.

beweiß.

Wann ziehe auß dem Mittl Punct C. des Circuls die radios AC, CB, CE, und CD, dieselbe seind alle gleich (§.27.) weil nun ferner die bogen AB und DE gleich seind, so müssen auch die winckl ACB und DCE gleich sein (§.35.) derowegen ist auch AB=DE (§.49.) welches das erste wahr. Fig: 59.

Wann AB=DE, so ist o= x (§.51.) folgendt seind die bogen AB und DE einander gleich (§.35.) welches das andere war.

Zusatz.

§.93. wann man also einen Circul in gleiche theile theilet, und die Sehnen der bogen ziehet, so hat die figur lauter gleiche seiten (§.92.) aber auch lauter gleiche winckl (§.85.) derowegen ist es ein reguläre figur. (§.21.)

die 18. Aufgab.

§.94. Einen Circl-bogen in zwey gleiche theile zu theilen

Auflösung.

1. machet auß A und B mit beliebiger Eröffnung des Zirckels zwey durchschnitte in D und C.
2. ziehet durch die Puncte C und D eine linie so ist der bogen AB in zwey gleiche theile in E. getheilet.

Beweiß

Die linie CD theilet AB in F in zwey gleiche theile, und machet bey F zwey rechte winckl (§. 90.) derowegen ist auch AB = BE (§. 49.) folglichen seind die bogen AE und EB einander gleich (§. 91.) w. z. E.

Der 15 Lehr-Satz.

§ 95. Die Perpendicular-linie DA, welche die Sehne EF in zwey gleiche theile theilet, gehet durch das Centrum C des Circuls und theilet den bogen EDF in zwey gleiche theile; und wenn aus dem mittl-punct C des Circuls eine Perpendicular auf die Sehne EF gezogen wird, theilet sie sowohl sie als auch den bogen DEF in zwey gleiche theile.

Fig. 61.

Beweiß

1. weil EG = GF und bey G zwey rechte winckl, so ist EAD = DAF (§. 49) und also seindt die bogen ED und DF einander gleich (§. 84. 35.) welches das erste ware.

2. Es müssen gerade die Sehne EA. und AF (§. 49.) und folgendt die bogen AF und EA (§. 92.) einander gleich sein, derowegen ist AE + AD = AF + FD (§ 23 Not. [illegible]), und dennenhero AD der Diameter des Zirculs, folgendts gehet AD durch den Mittl punct (§. 93.) welches das andere war.

3. wenn CG auf EF perpendicular stehet, so seindt bey G rechte winckl (§. 18.). da nun EC = CF (§. 25.) so ist EG = GF und ECD = DCF (§. 71.) folglichen seindt die bogen ED und DF einander gleich (§. 35.) welches das dritte war.

Lehr Satz.

§ 95. No: I. die gerade Linie von MP. welche den Circul in L berühret, machet mit dem Radium CL in den berüh- Fig: 61. No. 1.
-rungs Punct C einen rechten winckel.

Beweiß.

Wann die Linie CL auf MP nicht perpendicular stehet, so kan man auf L eine andere perpendi-cular ziehen (§. 69) und setze dieselbe LP. weil nun bey L ein rechter winckel sein solle, so müste PL kür-tzer als CL sein ~~kan~~ (§. 77. Not.), welches doch unge-reimt ist indeme PL um das Stück HP länger ist als LC. so muß C ein rechter winckel sein. w. z. e.

Lehr Satz

§. 95. N: II. der winckel BAD welchen der Tangent AB mit der Corda des Circul bogens AD machet, hat die helffte des bogens AD zu seinem Maaß.

Beweiß

Man ziehe aus dem Centrum E an den Berührungs Punct A den Radium EA, welcher mit dem Tangenten AB perpendicular sein wird (§. 95 No. I) item die linie EG auf AD perpendicular, welche die Corda AD sambt dem bogen in zwey gleiche theile theilet, (§ 95 andere theil.) und machet auch der winckel BAD zu dem winckel EAD 90. grad einen rechten winckel, in gleichem AEG und GAE zusammen machen auch einen rechten winckel, denn der dritte winckel EGA auch ein rechter winckel ist (§. 75.) weil nun der winckel EAG und DAB zusammen 90 grad machen und wird der winckel EAG von den rechten

Winckel EAB abgezogen, so bleibet der Winckel DAB
übrig. Nun ziehet eben diesen Winckel EAD von der
summa deren zweyen winckeln EAD und GE ab, so blei-
bet der Winckel AEG übrig und ist dem winckel EAD gleich
(§. 23. No VI.) da nun der Winckel AEG dieselbe Bogen
AFD zu seinem Maass hat (§. 84) so hat auch der winckel
DAB eben diesen selben Bogen zu seinem maass w. z. d.

§. 95. No: III. gleicher Gestalt hat der Neben-winckel HAD
den halben grossen Bogen AD zu seinem Maass.

Weilen der Tangent AB auf den radium AC perpen-
dicular stehet (§. 95. NI.) so folget

§. 95 No: IV. 1. dieser Tangens AB ausserhalb den Circul
Fig:16 No:3 §. 95. No V. 2. kan keine gerade linie AE zwischen die Periphe-
rien und den tangenten gezogen werden.

§. 95 No: VI. 3. ist der gemischte Winckel CAF grösser als ein jeder
spitziger gerad linigter Winckel.

§. 95 N. 7. 4 der gemischte Winckel FAB ist hingegen kleiner
als ein jeder spitziger Winckel. ist also dieser letztere der
kleinste unter allen gerad linigten spitzigen
winckeln, da hingegen der erstere CAF der grösste
unter allen spitzigen geradlinigten winckeln
ist, doch aber kleiner als ein rechter.

Beweiss
des ersten falles.

Wann ziehe auf C auf den Tangenten AB eine paral-
lelen eine linie CD, und in gedanken so nöhe als

möglich an den Radium AC, und diese lini CD
wird alzeit grösser sein als der radius AC. denn
sie dem rechten winckel CAB gegen überlieget, also
seind alle puncten der Tangenten ausserhalb des Circul.
welches das erste ware.

In dem zweyten fall. Fig: 61. N: 3.

Nehme man sich einbilden, wann noch eine andere lini
AE zwischen der Tangenten AB und den bogen AF könte
gezogen werden, so müste dieselbe in den Circul fallen
und die peripheriam durchschneiden, denn wenn man
auß dem Centro C eine lini CG auf die lini AE
solcher gestalten ziehet, daß die entfernung AG nicht
mehr als einen einzigen puncten betragete, so müste
die lini CG auch schon um einen punct länger
sein als der radius. denn die tangirende lini AB kan
sich selbsten das erste mahl nicht nicht mehr als
um einen puncten von der peripherie entfernen.
müste derowegen diese zwischen der Tangenten und
der peripherie gezogene gerade lini weniger
als einen punct zu ihrem anfang haben, so aber
nicht sein kan weil der punct untheilbahr ist (§. 3.)
dahero kan nicht mehr als eine gerade lini
zwischen der Tangenten AB und der peripherie
AF gezogen werden. welches das andere war.

Auß diesem folget der beweis des dritten falles daß Fig: 61. No: 3.
3. nemblich: der gemischte winckel CAF grösser als
ein jeder spitziger geradlinigter winckel seye,

daß aber nicht so groß ist als ein rechter winckl. den
obschon unzehlbahre krumme linien zwischen der
Tangenten und der Peripherie durch den Punct A.
gezogen werden können so kan doch beweisen daß
andern falls keine gerade gezogen werden.

Drittens daß der gemischte winckl FAB klei-
ner als der kleinste geradlinigte winckl seye,
erfolget aus deme, weil in den andern fall erwie-
sen worden, daß nemblich keine gerade linie mehr
zwischen der Tangenten und der Peripherie gezo-
gen werden kan. welches das dritte war.

die 19. Aufgabe.

§ 96. einen winckl in zwey gleiche theile theilen.

Auflösung.

Fig. 62. 1. Setzet den Circul in A und bemerket mit beliebiger eröffnung die Puncten D und E.

2. darauf mercket die durchschnitte in F. und

3. ziehet die linie AF. diese theilet den winckl A in zwey gleiche theile.

beweiß

Weilen AD = AE und DF = EF, so ist o = x. (§. 51) w. z. e.

die 20 Aufgabe.

§ 97. durch drey gegebene Puncten ABC. die nicht in einer geraden linie stehen, einen Circul zu beschreiben.

Auflösung.

1. machet auf A und B mit beliebiger Eröffnung des Circuls die durchschnitte D und E, und ziehet die linie DE Fig: 63.

2. Gleicher gestalt machet auf B und C die durchschnitte F und G und ziehet die linie FG

3. wo die beiden linien FG und DE einander durchschneiden nemblich in H, daselbst ist der Mittelpunct des Circuls.

Beweiß.

Wann man von A bis B ingleichen von B bis C eine linie ziehet, so seindt dieselbe sehnen zweyer bogen des verlangten Circuls (§. 13.) nun stehen die beiden linien DE und FG auf diese sehnen perpendicular, und theilen sie in zwey gleiche theile (§. 90.) derowegen gehen beyde durch den Mittelpunct des Circuls (§. 95.) und ist demnach derselbe in H. wo die beide linien einander durchschneiden. W. Z. E.

Aufgabe.

§. 97. No: 1. Wie viel man einen gewissen
Fig 63 / No. 1. Winckel CBA grades zueignen könne.

Auflösung.

1. suchet zu dem bogen CB das Centrum D (§. 96.)

2. ziehet zu der Spitze B des winckels die linie BD diß ist der radium.

3. Auf diesen richtet auf B die perpendicular BE auf (§. 89.) diese Perpendicular ist der Tangens

der bogens CB (§. 95 No. I.)

4. messet ABE (§. 43.) welchen der Tangens mit der geraden linie AB des gemischten Winckels machet, so habet ihr das maas desselben aber nur beyläufig, indeme dieser geradlinigte Winckel ABE zwar um den gemischten Winckel CBE grösser ist als der gegebene gemischte Winckel ABC. so kan aber der dieser kleiner übergeschuss im keinen werck nichts betragen, indeme alsder er laut (§. 95 No VII.) + kleinste unter allen geradlinigten spitzigen Winckeln ist.

Aufgabe

§. 97. No: II Zu finden wie gross der gemischte Winckel GFE beynahe seye.

1. Suchet wie in voriger Aufgabe das Centrum D des bogens GF (§. 97.) und ziehet den radium HF.

2. auf diesen richtet auf dem Punct F die perpendiculat linie FE auf.

3. messet den Winckel HFE (§. 43.) so habt ihr beynahe das maas des gemischten Winckels GFE. wie ihr in der Auflösung der vorigen Aufgabe ersehen habet, denn der gemischte Winckel NFG nicht zu estimiren ist (§. 95 No VII.)

Aufgabe.

§ 97 N III Einen winckel zu messen dessen beyde schenkel KM und MN krum seindt

1. suchet zu jeden dieser beiden Bogen das Centrum Q und P und ziehet nach ihnen die Radios QM und PM — Fig: 63 No 4.

2. Auf jeden dieser Radiorum richtet auf M die perpendicularen OM und LM auf welche die Bogen in M berühren

3. messet den Winckel LMO (§ 89.) so wisset ihr wie viell grad dass der krumme winckel QMN grad habe.

Aufgabe.

§. 97 No: IV. Einen krum linigten Winckel wie STV ist, zu messen. — Fig: 63 No 5.

1. Suchet abermahl zu jeden Bogen ST und UT den Mittel Punct W und X (§. 97.) und ziehet wie in voriger dreien Aufgaben auf denen gefundenen Centri Puncten W und X die Radii WT und XT.

2. richtet auf jeden von diesen Radiorum eine Perpendicular TZ auf, welche die Bogen in T berühren.

3. messet den gerad linigten Winckel ZTY so wisset ihr die grade, welche bey nebst diesen Winckel zuzuzeigen sindt.

Die 21. Aufgabe.

§. 98. Auf eine gegebene linie AB ein quadrat aufzurichten.

1. richtet in A eine Perpendicular AC auf (§. 70. 89.) und machet sie gross als AB

2. Aus C und B machet mit AB einen durchschnitt in D, und

3. ziehet die linien CD und BD.

§. 98. I. mit Hülffe des Proportional Circuls.

Fig. 64. 1. ~~machet~~ nehmet die gegebene linie a b und traget
Tab. I. solche auf die linie Planorum Transversim in eine
willkürliche zahl zum Exempel von 20. zu 20. und lasset
den Proportional Circul in dieser öffnung liegen.

2. nehmet auf oben dieser linie Planorum die weite von 40
zu 40 nembl: allzeit doppelt, so viel als das er-
ste macht, und machet aus dieser weithe einen bogen.

3. nehmet die weite a b und durchschneidet diesen bo-
gen in e

4. machet oben mit der weite a b auf e und d einen
durchschnidt in f. und ziehet e f und d f. so ist ge-
schehen.

die 22. Aufgabe.

§. 99. Den zweij gegebenen linien AB und AC. ein Rectangu-
lum zu machen. Aufloesung.

Fig: 65. 1. setzet AC auf AB perpendicular (§. 89.)

2. ziehet auf A mit BC einen bogen, und auf C mit
AB einen andern, der den ersten in D durchschneidet.

3. Endlich ziehet die linie D C und CA.

die 23 Aufgabe.

§. 100. Auf einer gegebenen linie AB und einem schiefen
winckel A einen Rhombum zu machen.

Aufloesung.

Fig: 68. 1. setzet auf die linie AB den gegebenen winckel A
(§. 48.) und machet AC = AB

2. auf C und B machet einen durchschnidt in D

3. ziehet die linien CD und DB.

die 24. Aufgab

§. 101. Aus zweyen gegebenen linien AB und AC nebst einem schiefen Winckel A einen Rhomboidem zu machen. Fig. 67.

Auflösung

1. richtet in A under dem fuss der gegebenen linie AB den gegebenen Winckel A auf (§. 48.) und machet AC der andern gegebenen linie gleich.

2. Ziehet aus B mit AC einen bogen, und aus C mit AB einen andern, der den ersten in D durchschneidet.

3. endlich ziehet die beyden linien CD und DB.

Der 10. Lehr-Satz

§. 102. Ein quadrat, Rectangulum, Rhombus, und Rhomboides wirdt von der Diagonal linie AD in zwey gleiche theil getheilet, die beiden einander gesetzte Winckel seindt aneinander gleich, und die entgegen gesetzte seiten AB und CD. item AC und BD einander parallel. Fig. 68.

Beweiß

~~derowegen seindt die triangel~~ In allen diesen figuren ist AC = DB und CD = AB (§. 20.) derowegen seindt die triangel ACD einander gleich, im gleichen x = x. o = o undt u = u (§. 51.) folgendt AB mit CD und AC mit BD parallel. (§. 42.) w. z. Er.

Zusatz

§. 103. Also seindt alle vier selbe parallelograma (§. 20.)

die 25. Aufgab.

§. 104. Den Winckel in ~~einem~~ Regulären vieleck zu finden.

Auflösung

Fig. 69. 1. Theilet 360 durch die zahl der Seiten des Vielecks.
2. was heraus kombt ziehet von 180 ab, so bleibt die zahl der grade für den gegebenen Winckel übrig.
Zum Exempel in Sechsecke dividiert 360 durch 6 und ziehet den quotienten von 180 ab, so bleibet für ABC 120°

Beweiß

Es seye ABC der verlangte Winckel, man beschreibe durch die drey puncten ABC einen Circul (§. 97.) weilen AB = BC (§. 21.) so seyndt die bogen AB und BC einander gleich (§. 92.) dann AD der selbe bogen AB von dem selben Circul AD der halbe ... BAD abziehen, wann man den bogen AD, oder den Winckel B wissen will. w. z. Exempel.

Die 20. Aufgab.

§. 105. In einem jeden Vieleck die summa aller Winckel zu finden

Auflösung

Fig. 70. 1. multiplicirt 180 durch die zahl der Seiten.
2. von dem Product ziehet 360 ab so bleibet die summa deren Winckeln übrig.

Zum Exempel

im V eck. 180
5
900
ziehet ab 360
540. die gesuchte summa deren Winckeln des Vielecks

im VI ecke 180
6
1080
ziehet ab 360
720 Summa deren Winckeln des Vielecks.

Beweiß

Ein jedes Vieleck kan aus einem angenommenen Punct F in so viel triangl getheilet werden, als

Seiten seindt. wann ihr 180 durch die Zahl der Seiten
multiplicirt, so kommen die Winckl in allen Trian-
glen herauß, (§. 44) die Winckl um den Punct F
gehören aber nicht zu dem Vieleck, machen aber
jederzeit 360° (§. 42.) derowegen wann ihr 360
von oben gefundenen Product abziehet, so bleibt die
summa der Poligon Winckl übrig. w. z. E.

§. 105. No: I. Wann man die summa aller Winckl
an dem umfang eines regularen Vielecks mit der
Zahl der Seiten dividirt, so komt der Poligon Winckl
herauß.

§. 105 No II. dividirt man die oben gefundene summa
durch die dopplete Zahl der Seiten, so kombt der
selbe Poligon winckl herauß, welchen man in der
fortification oft brauchet.

Die 24. Aufgab.

§. 106. auf eine gegebene linie AB ein begehrtes
Vieleck zu beschreiben.

Auflösung. Fig: 71.

1. traget in A und B die selbe Poligon Winckl (§.
105 No II.) so werden sich die Seiten des gleichschencklich-
ten triangl ABC in dem mittl Punct C durchschneiden.
2. beschreibet auß C mit AC den Circul und traget
die Seite AB darum herum.

§. 106 No II. Mit Hülf des Proportional Circuls. Fig: 71

1. nehmet die gegebene linie AB mit dem Hand
Circul, und traget sie in der linea Poligonorum
Transversim auf diejenige Zahl als das Vieleck seiten

haben solle.
2. Lasset den Proportional Circul in solcher öffnung
ligen, und nehmet mit dem hand Zirkl die weite
von 6 zu 6. von eben dieser linie.
3. machet mit derselben auß beyden Enden A und B der
gegebenen linie einen durchschnidt in C, so ist allda
der Centrum eines Circuls, in welchen sich die gege-
bene linie AB so offt herum tragen lasset, als
das Vielekh seiten haben solle.
~~2. lasset den Proportional Zirkel in solcher offnung~~
~~ligen, und nehmet mit dem hand Zirkl die weite~~
~~von 6 zu 6 von eben dieser linie.~~
4. ziehet die Puncten durch gerade linien zu sammen
so ist geschehen.
die Erste nemlich: des Anthonij manier ist universal ob
zwar mechanisch indeme sie zu allen regularen
Vielekhen dienet.
Zugleichen auch die andere mit dem Proportional
Circul auf dem Papier allgemein ist.
Ausser diesem findet man noch eine Menge
mechanische Manieren, ein Vielekh auf eine gege-
bene linie zu beschreiben. Es finden aber nicht
allein aber die, die eine ungerade zahl seiten
haben nicht allzu Geometrisch, sondern es ist auch
fast zu einer jedweden figur bald eine
ganz andere Regl vonnöthen, und also funden
diesen die folgende noch die bequemste, welche

der Königl: Chursächsische Obrist lieutenant Fürst
bis für das 12 Eck anweiset.

Aufgabe.

§. 106. No: II. Durch linie ein verlangtes Vieleck auf eine gegebene linie AB zubeschreiben. Fig: 71 No: 1.

Zum 4. Eck.

1. theilet die gegebene linie AB in zwey gleiche theile in C und richtet auf C eine perpendicu-lar linie in beliebiger länge auf.
2. Nehmet die breite der gegebenen linie AB und macht mit derselben auf B einen Bogen AD biß an die Perpendicular linie.
3. diesen Bogen theilet in 6 gleiche theile.
4. nehmet auf D die weite zweyer theilen nemlich: DF und macht mit derselben auf D einen Bogen welcher die Perpendicular in F durchschneidet, welches das Centrum des Cirkels giebet, in welchem sich die gegebene linie AB Viermahl herum tragen lasset, und das quadrat beschreibet.

Zum 5 Eck.

1. theilet die gegebene linea AB in zwey gleiche theile in C und richtet eine Perpendicular linie auf C in beliebiger länge auf.
2. beschreibet mit der breite AB auf B einen Bogen bis an die Perpendicular.
3. diesen Bogen DA theilet in 6 gleiche theile. und

nehmet die weite eines dieser 6 theile und beschreibet
mit demselben auf D den Bogen EF, so habet ihr das
Centrum des Circuls in welchen sich die gegebene linie
5 mahl herum tragen lasset.

Zum 6. Febr.

Fig: 41. 1. theilet die gegebene linie AB in zwey gleiche
No: 3 theile in C. und richtet von dar die Perpendicular
auf.
2. beschreibet mit der weite AB auf B den Bogen
wie in voriger Aufgabe bis an die Perpendi-
-cular in D. so habet ihr das Centrum des Circuls

zum 6. Febr.

Zum 7. Feb.

Fig: 41. 1. theilet die gegebene linie in zwey gleiche theile
No: 4 und richtet auf deren Mitte C die perpendicular
auf
2. beschreibet wie vorhin mit der weite AB auf
B einen Bogen bis an die Perpendicular.
3. diese theilet in 6 gleiche theile.
4. nehmet einen theil DE. und traget denselben
auf D in F: so habet ihr in F das Centrum zu den
Circul, und verfahret wie mit den vorigen.

Zum 8. Feb.

Fig: 41
No: 5. 1. theilt die gegebene linie in zwey gleiche theile
und richtet wie vorhin auf C eine Perpendicu-
-lar auf
2. beschreibet mit der weite AB auf B den Bog.
AD und diesen theilet in 6 gleiche theile.

3. Nehmet 2 deren theilen DE und traget solche auf Dem F. so ist F das Centrum. und treffet wie oben gesagt.

Zum 9. Fal.

1. theilet die gegebene linie AB in zwey gleiche theile, und richtet auf deren mitte C. die Per=pendicular auf. Fig: 71 No: 6.
2. beschreibet mit der breite AB auf B den bogen AD und theilet ihn in 6 gleiche theile.
3. nehmet 3 theile DE und traget sie auf Dem F. so habt ihr das Centrum. etc.

Zum 10. 11 und 12 Fal.

Nehmet zum 10 Fal 4 solche sechstheile. zum 11 Fal 5. und zum 12 Fal den gantzen bogen, und traget solche weite auf D in F so habt ihr das Centrum. Fig: 71. No: 7. 8. 9.

§. 106 № III. Auf dem feld auf eine gegebene linie AB ein begehrtes Winkel abzustecken. Fig: 71 No 10.

1. suchet durch die Rechnung den völligen Winkel des begehr=ten Winkels (§. 104.)
2. Applicirt den das Centrum des Winkelmessers an den Punct A und seinem diameter a ban die gegebene linie AB.
3. ~~zeigt auf~~ zehlet auf dem Winkelmesser auf B gegen ~~zu~~ C. so viele grad ab. als der völligen Winkel BAC bekommen solle.
4. drehet das bewegliche lineal etc in den abgezehlten grad C.

5. Visiertet durch diesem auf diesem lineal befindliche Diop-
tern gegen C. und lasset allda einen Stab einstecken
der mit D und C. in einer geraden linie stehe.

6. Traget auf A gegen C die länge AB, so habet ihr
zwey Seiten von eurem Vieleck.

7. Traget das Instrument gegen C. und applicirt dessen
Centrum an den Punct C und den Diameter desselben
an die linie AC. und verfahret wie bey AC. so bekomt
ihr die Seite CD

8. Gleicher gestalt operirt in den Punct D und B. so
werden sich die zwey linien DE und BE durchschneiden
und mithin das verlangte Vieleck formiren,
nachdem ihr zu Ende einer jeden Seite einen Stab
oder Pfahl stecket.

Fig: 71 Müsset ihr aber ein verlangtes Vieleck mit dem
N: 11. Vizier auf das feldt tragen, so verfahret also.

1. Heftet das Vizier mit der gegebenen figur auf ein
Gestell, oder auf das so genandte praetorianische Tisch
mit wachse oder Zwecken

2. Applicirt das Tisch solcher gestalt durch hülfe eines
mit Dioptern oder absehen versehenen lineals daß
der Punct a auf dem Punct A, und die linea ab.
auf AB falle, und lasset es also stehen.

3. Applicirt ober lage das lineal an die linie a
c. und visirt nach C. und traget die Weite AB
auf A gegen C und stecket zu Ende einen Stab.

4. gleicher gestallt verfahret auf C, nachmahls
auf D und endlich auf E. und stecket überall ein
Stab, so ist geschehen was verlangt worden.
5. Kan auch durch die so genandte Boussola oder ma-
gnet Nadl geschehen.
Was aber ferner bey diesen operationen in obacht
zu nehmen, weiset sich am besten in der praxi zeigen,
und wird auch unten noch ein und anders davon
erinnert werden.

Die 28. Aufgab.

§ 104. In einen gegebenen Circul ein Vieleck zu beschreiben.

Auflösung.

1. dividirt 360. durch die Zahl der Seiten, so erhaltet ihr die grö-
sse des Winckels ACB oder des so genandten Centri
Winckels.
2. diesen traget mit dem Transportaire an den Mittl
Punct des Circuls (§ 43.) so giebet sich die Seite des
Vielecks AB, die ihr in dem Circul herumtragen dürftet.

Durch Hülff des Proportional Circuls.

1. Nehmet den Radium des gegebenen Circuls, und tra-
get solchen in der linea Poligonum Transversim von
6 zu 6. und lasset das Instrument in solcher Öffnung
liegen.
2. stellet den Handt zirckul Transversim in diejenige
Zahl, wie viel das Vieleck Seiten haben solle. Z. E.
fünfeck von 5 zu 5.

3. traget diese weite in den gegebenen Circul herum, so habet ihr ein Viel Eck, von so viel seiten, als ihr verlanget habet.

Anders.

Mit hülfe der linea Chordarum.

1. dividiret 360 mit der Zahl der Seithen, so habt ihr den centrum winckl (§. 107.)
2. nehmet den radium des gegebenen Circuls, traget solchen in die linea chordarum transversim von 60 biß 60 und lasset den Proportional Circul also liegen.
3. nehmet transversim die weite von der gefundenen Zahl des centri winckel.
4. diese traget in den gegebenen Circul so offt herum als es angehet, so ist es geschehen.

Durch diese Aufgab könnet ihr auch von einem Circul einen Bogen oder Stück von wie viel graden ihr beliebet, abschneiden. wenn ihr

1. den radium auf die linea chordarum von 60 zu 60 transversim traget, und lasset das Instrument in solcher öffnung liegen.
2. nehmet alsdan von eben dieser linie transversim die weite von so vielen graden ihr beliebet, welche ihr auf den gegebenen Circul traget.

Der 14. Lehrsatz.

§. 108. Die Seite des Sechs Ecks AB ist dem radius des Circuls AC gleich.

Beweis

Fig. 72. Der centrum winckl ACB ist 60° (§. 107.) da nun

seind die übrigen Winckel A und B. 120° (§. 55)
nun weil AC = B (§. 24) so ist A = B (§. 49.) fol-
gends ist jeder von beyden 60 und also die Winckel
C gleich. derowegen ist AB = AC. w. z. B.

der 1. Zuesatz

§. 109. Also darff mann nur den radium sechsmahl
in dem Circul herum tragen, wenn mann ein
sechseckh haben will.

der 2. Zuesatz.

§. 110. Und wann mann auf einer gegebenen linie
ein sechseckh machen will, darff mann nur einen
gleichseitigen triangel auf dieselbe setzen (§. 53.)
so ist die spitze C der mittel Punct des Circuls darin
es kommen soll.
Es gibet sonsten viele Mechanische andere Manieren,
so aber mit ihren Ebenfalls beschäfftig, welche wie
mit denen, so auf eine gegebene linie gerissen werden
sollen, absonderlich seind die von der ungleichen Zahl
denen seiten bey etwas grossen Circuln sehr mangelhafft.
Ist derowegen die richtigist, leichteste und kürzeste
Manier diejenige, so bey mit dem Transporteur oder
mittels des Proportional Zirkels aufzutragen gewi-
esen worden.

die 29. Aufgab.

§ 111. Aus allen seiten der figur und deren Diagonalen
weniger als seiten seind, eine jede figur zu zeichnen.

Auflösung. Fig. 43.

theilen jede figur durch die Diagonal-linien in

zwey triangl weniger als seiten seindt, sustheils
bestehet, so hat man nicht nöthig als ein triangl
auf den andern zu setzen (§.55.).

und dist wann die figur 5 Seiten hat, und man
ziehet die Diagonalen, so werden 3 triangl aufstellen,
wann die figur 6 seiten hat, 4 und wenn sie 7 seiten
hat 5 und so weiter. Diagonalen aber lassen sich
in einer figur um 3 weniger als ~~seiten~~ seiten
seindt ziehen z.B: wann die figur 4 seiten hat 1, wann
sie 5 Seiten hat 2, wann sie 6 seiten hat 3. und
so weiter.

Die 30. Aufgab.

§.112. Aus allen Seiten der figur und drey winckeln
weniger als seiten, sondt eine jede figur aufzu-
zeichnen.

Auflösung.

Fig: 1. ziehet die linie AB so einer Seite gleich ist, und
74. traget auf A und B die gehörige winckel A und
B (§.48.) so lassen sich
2. die beiden Seiten EA und CB ansetzen.
3. wann ihr nun in E den gehörigen winckel hinsetzet
(§.48.) so lasset sich ED ansetzen und DC ziehen.
4. oder mit dem letzten beyden ED und CD machet
auf E und C einen durchschnidt in D, so ist die figur
geschlossen

Anmörckung.

§.113 Wann alle winckel weniger einen gegeben
werden, so dürften zwey seiten nit gegeben wer-
den.

§. 113 Not. Diese Aufgaben seindt in praxi sehr comod
wann man einig Aecker od feldt, welche man Fig: 44
gantz durch und durch umgehen kan, messen solte, No. I.
und man hatte kein tischl.

§. 113 No: II. Wann ihr auf solche Art ein feldt
messen, und zu Papier bringen sollet, so be-
trachtet erstlich die figur desselben, wie viel sie
umbkreis Seithen hat. machet in eur schreib täfelein
oder ein anderes Papier ungefehr eine solche
figur mit eben so viel seithen, ohne auf deren
Maaß und Winckel zu attendiren. Z. Exempel

Es seye das feldt ABCDE mit einer Meß-
schnur zu messen, und zu Papier zu bringen,
und man kan in dasselbe hineingehen, und
die figur des feldts seye ein fünff eck.

1. Reisset in eur Memorial od notier büchl von
freyer handt ein fünff eck abcde, und ziehet
in denselben, von welchem eck euch beliebet die
Diagonalen. Z. Ex: auf A die Diagonalen ~~ab~~ ac ad
2. fanget auf dem feldt von A gegen B anzu-
messen (§. 44.) und wan ihr findet z. Ex: 663 schuh.
schreibet an die gleichnahmige Seith ab eueres
kleinen Risses.
3. Nehmet die länge BC. auf dem feldt, und schreibet

die gefundene zahl 862 Schuhe an die linie bc.
4. Zugleich messet die Diagonal AC und schreibet
die zahl 1200 fus, so ihr gefunden, nebet an die linie
bc und so weiter mit den übrigen seiten und diago-
nalen, und traget den kleinen riss nacher hause.
5. Alwo ihr vermittels eines verjüngten maasstabs,
einen triangel mitten in kurzen Memorial bemerket,
wieder an den anderen setzen könnet. (§. 55.) so
habet ihr die figur auf dem Papier, so der jenigen
auf dem feld ähnlich ist.

§ 113 No: III. in andern fall, wann ihr in dem acker nit
hinein gehen könnet, aber einen winkel messer
bey handen habet. so sehet z. Ex: das fünf eckichte
feld ABCDE
1. Macht abermahl ein kleines fünf eck abcde
nach gedünken auf ein a parte Papier.
2. messet die seite des feldes AB und schreibet
die gefundene zahl der füsse 480 an die seite
ab der kleinen figur.
3. messet mit dem winkel messer den winkel A
(§. 43.) und schreibet die gefundene zahl der
grade und minuten, in die kleine figur gleich-
falls in den winkel a.
4. Ein gleiches thut mit dem winkel bey B
5. messet die seite AE und BC. und schreibet
die zahlen 380 und 458 so ihr gefunden, in der

89

Ternio VII. Geometria.

kleinen figur an die linien AC und bc.
6. Eben dieses thuet mit denen linien ED und DC. dabey aber gebet wohl acht, daß die Zahlen der läng und Winckel in eürer Memorial in der jenigen ordnung nach einander stehen, wie sie sich auf dem feld befunden haben.

Einige schreiben die gefundenen Zahlen der läng und Winckel in ein täfelein nacheinander, aber man kann leichtlich irren, welches aber auf diese weiß nicht leicht geschehen kan.

Wann ihr dieses gethan so könnet ihr zu haus vermittelst eines verjüngten Maß Stabes und Transporteur die figur förmlich aufreißen.

Noch anderst

§ 113 No: IV. Wann ihr nicht in das feld hinein gehen könnet, und auch kein Winckel Instrument bey Euch habet, dasselbe zu Papier zu bringen.

1. machet wie vorhin eine kleine Memorial figur mit so vielen seiten, wie diese auf dem feld.
2. messet AB und schreibet die gefundene Zahl der Schuh, z. E. 680 an eine seite ab.
3. verlängeret die linie AB um eine gewisse zahl der Schuh, z. E. 10. aus A in F. und traget diese länge auch aus A in G und messet die grösse der linie FG.
4. Auf dem kleinen Riß verlängeret gleichfalls

die Seite AB gezogen und merket auf der linie ac
eine länge ag. und schreibet an die länge af.
und ag überall 10. und an die linie fg die ge-
fundene länge der linie FG.

Solcher gestalt verfahret mit allen übrigen
Seiten und Winckeln. weilen denn die figur zu
Hauß vermittels eines verjüngten maaßstabs
aufreissen könt. denn der triangel afg ist dem
triangel wegen gleichheit des maaßstabs ähnlich,
und folgsam der Winckel a dem Winckel A gleich
(§. 54.) da nun der Winckel FAG mit dem Winckel
GAB auf einer geraden linie stehet, so ist der Win-
ckel FAG der neben Winckel von GAB (§. 38. 39.)

Wenn ihr alle Seiten messet, so dürft ihr gar
Winckel nicht messen.

§. 113. No. V. Auf gleiche Art könnet ihr verfahren, wenn ihr eine
Fig. 74. andere krumme figur z. Ex. eines flusses, teiches
No. 4. oder waldes, acker, feges, zu papier bringen
wollet, wenn ihr nur eine schnur oder kette bey euch
habet.

Die 31. Aufgab

§. 114. Ein quadrat auszumessen.

Auflösung

1. messet die Seite des quadrats, und
2. multiplicirt sie durch sich selbst, so kommet der
Innhalt der fläche heraus.

Seite des quadrats 345''
345''

1725
1380
1035

119025 Innhalt des quadrats
im quadrat Zollen.

beweiß.

Wenn man eine fläche ausmeßen will, muß man auch eine fläche zum Maaß-Stabe nehmen da nun das quadrat lauter rechte Winkel und gleiche Seiten hat, ist selbiges zum maaß anzunehmen beliebet worden, und demnach heißet eine quadrat Ruthe ein quadrat, welches eine Ruthe lang und eine Ruthe breit ist; Ein quadrat Schuh ein quadrat, so einen Schuh lang und einen Schuh breit ist, und so weiter. Wenn nun die Seite AB zum Exempel in 4 gleiche theile eingetheilt ist, oder 4 Schuh hält, so ist klar, daß man finden kan, wie viel Schuhige quadrate oder quadrat Schuhe in dem großen quadrat ABCD enthalten seindt, wenn man die Seite AB mit sich selbsten multipliciret, denn im großen quadrat müßen so viel Reihen der kleinen sein, und jede Reihe so viel kleine quadrata haben als die Seite AB theil hat. w. z. b. w. Fig. 45.

der I. Zusatz.

§. 145. Wenn die Seite des quadrats 10 ist, so wird der Inhalt deßelben 100 sein, da nun eine Ruthe in langen maaß 10 Schuhe hat, ein Schuh 10 Zoll, und so weiter, so muß in flächen maaß eine quadrat-Ruthe 100 quadrat Schuhe, ein quadrat Schuh 100 quadrat Zolle und so weiter haben.

der 2. Zusatz.

§. 146. daher kan man eine gegebene Zahl

gar leichtlich in quadrat zolle, quadrat füsse,
und quadrat=ruthen resolviren, wann man
von der rechten gegen der lincken 2 zollen für die
zolle, 2 für die ~~ruthen~~ schuhe abschneidet, dann
das übrige bleibet für die ruthen. z. Ex. wann
man 119025 zoll hat, so findet es 11 ruthen
90 schuh. 25 zoll.

daß bey den flächen Decimal maß zweyfach
Ziffern von der rechten gegen die lincke ab
geschnidten werden müssen, um die zoll des gantzen
und eines jeden ~~gantzen~~ bruches zu wissen.
kommet daher. weilen die flächen-theile allzeit
hundertfach steigen, gleichwie die länge nur
zehenfach, oder wann man eine fläche deren
länge in einer quantitet schuh zoll und
linien bestehet, und die breite gleichfalls, und
man zeiget durch abtheilungs puncten linien
wie fig: 75 No. 4. 5. zu sehen.

Im Ersten fall fig 75 N. 3. ist eine fläche so
2 ruthen und 5 füss breit und 2 ruthen und 6
füss lang ist. wann man nun die ruthen in
10 schuh eingetheilter supponirt, und man
multiplicirt die länge und breite in einander
oder als 25 so kombt:
26
150
50
ist das Product 650 schuhe.

Schneidet ihr von der rechten gegen der linken
zwey Ziffern weg 6|50 so kommen 6 quadrat
Ruthen und 50 quadrat Schuhe heraus.
dann zergliedert diese fläche in die theile
[illegible] machen so werdet ihr finden.

1. 4 gantze Ruthen, deren jede zehen Streifen
oder Riemen hat, so 10 Schuh lang und einen
Schuh breit seind, od 100 quadrat schuh zusammen
innenhalt hat.

2. Item werdet ihr finden 12 Riemen jede 10
Schuh lang und 1 Schuh breit, davon wie erst
gesagt 10 eine Ruthe machen. kommen also zwey
Ruthen heraus und bleiben noch 2 solche Riemen
od 20 Schuh übrig.

3. drittens findet ihr noch 30 quadrat. Schuhe
zu dieser die obige 20 addirt geben die 50 Schuhe
, so habt ihr also die 6 □ Ruthen und 50 □ Schuh
od wann ihr die kleine quadrata zehlet 650
□ Schuh

Gebet ihr auf die fig: 75 No: 4 in gehöriger recht
achtung, so werdet ihr finden, daß die fläche so
1 Ruthen 7 Schuh und 3 Zoll lang. und 1 Ruthen
4 Schuh und 4 Zoll breit ist, so werdet ihr
nach der multiplication dieser länge und
breite finden 24912 quadrat zolle. od 2 quadrat
Ruthen 49 □ Schuh und 12 quadrat Zoll.

die 31. Aufgabe

§117. Ein Rectangulum ABCD auszumessen.

Auflösung.

1. messet die breite AB in gleichen die höhe AD.
2. multiplicieret jene durch diese so kommet der verlangte innhalt heraus. z. Ex. es seye AB = 345

$$\begin{array}{r} 345 \\ 123 \\ \hline 1035 \\ 690 \\ 345 \\ \hline 42435 \end{array}$$

innhalt in quadratzollen od. 4. Ruthen 24 schuh und 35 zoll.

beweis

der beweis ist wie in vorigen

Auß diesen siehet man wie vortrefflich man vermittels der decimal rechnung mit brüchen und auch mit brüchen aus brüchen operieren kan, da man kein aufsamens resolviren und reduciren nöthig hat, sondern nur wie mit den gemeinen zahlen umgehen darf.

der 18. Lehrsatz.

§. 118. Zwey parallelograma ABCD und EFDC, die eine basim od. grundlinie CD und eine höhe AC haben, seindt einander gleich

beweiß.

Fig: 77. weilen AC = BD und EC = FD. item AE = BF (§. 20. 23 sto V.) so ist der triangel AEC = BFD (§. 51.) und wann man von beiden triangeln den triangel BEG wegnehmet, so bleiben die Trapezia ABGC.

und EGDF übrig, welche einander gleich seindt (§ 23 No VI). addiret man zu beiden Trapezien den Triangl CGD, so wirdt das Parallelogramma CEFD gleich dem Rectangulum ABCD (§. 23. No: V.) w. z. e.

§. 118 No I. Wann auf der Spitz oder obristen winkl einer geradlinigten figur auf die basim derselben gefället wirdt, so ist sie die wahre höhe der figur (§. 71. No I.) oder wann eine gerade linie mit der basim parallel gehet, so ist die perpendicular, so von der obern auf die untere gefället wirdt, die wahre distanz der zweij linien.

der I Zusatz

§. 119. also müssen auch die Triangl, so gleiche grundlinij und höhe haben, einander gleich sein (§. 102.)

der 2 Zusatz

§. 120 ein Triangl ist die helffte eines Parallelogramma wann er mit ihme gleiche höhe und gleiche grundlinie hat, und zwischen zweij parallelen stehet. (§. 22.)

die 33 Aufgab

§. 121. den Inhalt eines Rhombi und Rhomboidi auszurechnen. Auflösung. Fig: 48

1. nehmet die eine seite AB für die grundlinie an und lasset darauf auf C ein perpendicul CE fallen (§. 69.)
2. multiplicirt die grundtlinie AB durch die höhe CE, so kommet der verlangte inhalt heraus.

Zum Exempl ich setze AB = 4°5'6''
CE = 234.

$$\begin{array}{r} 1824 \\ 1368 \\ 912 \\ \hline 106704 \end{array}$$ inhalt.

Beweiß

Der Rhombus und Rhomboides ist gleich einem
Rectangel dessen grundlinie AB, die höhe aber
CE ist (§. 118. 105.). Nun findet mann den Inhalt
des Rectangul wenn mann AB durch CE multipli-
ciert (§. 117.) derowegen wird der Inhalt des Rhom-
boidi und Rhombi gleichfals gefunden, wenn
mann AB durch CE multipliciert. w. z. E.

Die 34. Aufgab

§. 122. Den Inhalt eines jeden Triangels zu finden.

Auflösung.

Fig: 1. nehmet AB vor die grundlinie an und lasset
79. darauf auf C die Perpendicular linie CD fallen
(§. 69.)
2. messet die linie AB und CD und multipliciert
sie durch einander.
3. ~~habt~~ was heraus kommet dividiert durch 2. so habt
ihr den inhalt des Triangels.

Beweiß

Wann ihr AB durch CD multipliciert, so habt ihr
den Inhalt eines parallelogrammi dessen Seiten AB und
DC seindt (§. 117. 121.). Die nun der Triangel

die helffte des Parallelogrami ist (§. 120). so dürfftet ihr den gefundenen Inhalt nur mit 2 dividiren, um den Inhalt des Triangels zu haben. w. z. E.

Anders.

Wann darff nur die Grundlinie AB durch die selbe höhe CD. oder auch die höhe CD durch die selbe grund linie AB multipliciren. wann man den Inhalt des Triangels haben will, wie auß beygesetzten Exempeln zu sehen ist.

AE 342
CD 234
1368
1026
684
~~80028~~ | 40014 inhalt
~~xxxxx~~

$\frac{1}{2}$ AB = 171
CD = 234
684
513
342
40014 Inhalt

AB. 342
$\frac{1}{2}$ CD. 117
2394
342
342
40014

Die 35. Aufgab

§. 123. den Inhalt einer jeden geradlinigten figur zu finden. Fig: 80.

Auflösung.

Theilet jede figur auß einem Winckel B durch die Diagonal linien EB und BD in so vil Triangeln, als es seiten seindt, weniger zwey z. Ex. das fünff eckh ABCDE gibet drey Triangel BED, ABE und BCD, so darff man nur nach der vorher gehenden Aufgab jeden Triangel besonders außrechnen und sie sammentlich in eine summa bringen.

Oder wann zwey Höhen CF und EG auf eine grundlini gezogen werden, so kan man das Trapezium EBCD auf einmahl finden, wenn man entweder die grundtlinie durch die halbe summa der Höhen multiplicirt.

Exempl.

$\frac{1}{2}$ DB = 43
CF = 35
215
129
ΔBCD 1505

$\frac{1}{2}$ BD = 43
EG = 45
215
172
Δ EBD 1935
Δ AEB 1260
Δ BCD 1505
4700 inhalt der gantzen figur

$\frac{1}{2}$ EB = 42
AH = 30
Δ. AEB 1260

Erster Zusatz.

§ 124. Ein Regulares Vieleck kan auß dem mittelpunct C des Circuls darinn es sich beschreiben lasset, in so
Fig. 81. viel gleiche ~~[illegible]~~ triangl als seiten seindt eingethei-
let werden, dann die grundlinien dieser triangl AB, BE, EF, FG und GA seindt einander gleich (§. 21.) und die schenkel derselben AC, BC, EC, FC, und GC gleichfahls (§. 51.) wann ihr nur den Inhalt eines von diesen trianglen findet (§. 121.) und denselben durch die zahl seiten multiplicirt, so kombt der Inhalt des Vielecks heraus.

Zum Exempl

$\frac{1}{2}$ AB = 27
DC = 29
243
54
Inhalt des triangls 783
5 zahl der seiten
3915 Inhalt des Vielecks

der 2. ~~Lehrsatz~~ Zusatz.

§. 125. Dahero, ist ein Regulares Vielfeck einem triangl gleich, dessen grund linie so gross als die gantze peripherie umer des Vielfeckes, die höhe aber so gross, als die höhe CD eines von denen trianglen, in welche es durch den mittl punct C zertheilet worden. (§. 119.) Fig: 81 82.

der 3 Zusatz.

§. 126. Wann man die Seite des Vielfeckes, so in einem Circul beschriben worden, un endlich klein mach, so werden sie sich endlich in der Peripherie des circuls verliehren. alsdann wird wird die höhe der triangl CD mit dem radium überein komen, derowegen ist der Circul einem triangl gleich, dessen grund linie so gross ist, als die peripherie des circuls, die höhe aber dem Radium selbsten gleich.

§. 126. No: 1. Aus fig: 82. No: 1. ist dieses gar leicht zu sehen, indeme sich die corda von AB schon fast in der peripherie verliehret, und der perpendicul CH ist kaum merklich von dem radio DH unterschieden. die corda von A2 schon ist bald gar nicht mehr von ihrem bogen zu unterscheiden, und der perpendicul DH scheinet dem radio EH gantz gleich zu sein, noch vilmehr äusseret sich solches in denen zwey übrigen trianglen EFH. und FGH in welchen die bogen EF und FG gantz für gerade linien angesehen werden können. Under daher der Perpendicul dieser Triangeln der Länge nach von denen Seithen derselben nicht zu unterscheiden ist und dessentwegen die Seithe dieser Triangel nemblich der Radius selbsten für die Höhe des triangels gehalten.

Der 4 Zusatz.

§.127. Der Ausschnidt eines Circuls ABC. ist also einem Triangel gleich, dessen Grund linie so gross als der Bogen AB. die
Fig: 83 Höhe aber so gross, als der Radius AC.

Der 5 Zusatz.

§.128. Es kann also die Peripherie und der Diameter eines Circuls gegeben werden, so kann man den Inhalt finden, wenn jene durch den vierdten Theil von diesen multiplicirt wird.

Anmerkung.

§.129. Es haben sich von alten Zeiten her viele unterwunden die wahre Verhältnus des Diametri zu seiner Peripherie zu erfinden, allein es ist noch keinem gelungen, und erachtet seint zu tag die Kunst zu erfinden bey denen Mathematicis sehr hoch gestiegen ist, unterdessen haben sich einige mit guten Fortgang bemühet eine Verhältnus auszurechnen, die beynahe zutrifft. Archimedes hat in seinem Büchlein von der Circulmessung in dem andern Lehrsatz zu erst erwiesen, das der Diameter eines Circuls sich zu seiner Peripheria sich verhalte beynahe wie 7.

zu 22. weilen aber diese Verhältnuß in grossen Circlen etwas zu viel bringt, haben andere eine genauere gesuchet, niemand hat sich in diesem Stuck mehr Mühe gegeben als Ludolph v: Cöln, welcher endlich heraus gebracht, daß wann der Diameter des Circuls 100000 000000000000000. ist, die Peripheria beynahe 314159265358979323846 seye, allein da diese Zahlen in Rechnen viel zu weitläuftig sind, nimmet mann nur beyderseits die ersten 3 Ziffern, und setzet die Verhältnuß des Diametri zur Peripherie des Circuls wie 100 zu 314 (in welcher Ptolomeus, Vieta, Hugenius, Ludolph v: Cöln über ein kommen, in kleinen Zahlen ist keine genauere Verhältnuß, als die Adrianus Metius gegeben, wie 113 zu 355. Der Beweiß folget unten in der Trigonometria. Daß aber alle Diametri zu ihren Peripherien einerley Verhältnuß haben, ist leicht zu begreiffen, dann wann in verschiedenen Circulen, die Diametri verschiedene Verhältnuß hätten, könten sie dadurch von einander unterschieden werden, dahero unmöglich einander ähnlich seyn. welches doch oben (§. 34.) erwiesen worden.

Wann zu gar grossen Circulen ein genauere Verhältnuß verlangt wird, so nehmet nur noch ein paar Ziffern mehr aus der Ludolphischen

Verhältnüß. zum Exempel wie 1000 zu 3141 od.
10000 zu 31415.
der Hr: Leibnitz hat d. Circul durch unendliche brüche quadriret, und gefunden, wen das quadrat des Diametri 1 ist, so ist der Innhalt des Circuls $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}+\frac{1}{13}$ und so unendlich fort.
Ein gleiches hat Newton gethan, und heraus gebracht, daß wenn das quadrat des Diametri 1 ist, so steige der Innhalt des Circuls $1-\frac{1}{6}-\frac{1}{40}-\frac{1}{112}-\frac{5}{1152}-\frac{7}{2816}$ und so unendlich fort. beides ist in unsers Autoris Elementis Analyseos infinitorum (§. 110 selbst eductum) ausgeführet. Da nun in beiden die Reihen unendlich fort gehen sollen, so ist noch kein terminus gesetzet, und der ihro so genau es auch heraus kommet nur beynahe zu treffende, und ist überhaubt eine wahre Verhältnüß in so lange nicht zu hoffen. Biß man nicht einen Modum findet nur 3 Puncte zugleich in einer geraden und krummen Linie zu haben.

der 19 Lehrsatz.

§. 130. der Innhalt des Circuls verhält sich zum quadrat seines Diametri wie beynahe 785 zu 1000.

Beweis.

Wenn der Diameter 100 theile hat, bekommet die Peripheria 314 (§. 129.) das quadrat des Diametri aber 10000. (§. 114). folglich verhält sich jener zu diesem wie 7850 zu 10000.

dz wenn man beiderseitten mit 10 dividiert, so
müssen die quotienten sich verhalten, wie die
dividierten größen, denn man kan sie ansehen,
als wären sie durch multiplication der quotienten
in die divisorem entstanden.

der 20 Lehrsatz.

§. 131. die flächen zweyer circulen verhalten
sich wie die quadrata ihrer diametrorum.

beweis.

Wie die fläche des einen circuls zu dem quad-
rat seines diametri, so verhält sich die fläche
des andern circuls zum quadrat seines diametri
(§. 123. 130.) derowegen verhält sich auch die
fläche des einen circuls zu der fläche des andern
denn wenn 4 größen in größen einander
proportional sindt, so verhaltet sich auch 4 wechsel
weis die erste zu der dritten, wie die andere
zu der vierdten.

die 36 Aufgab.

§. 132 Es wirdt gegeben der diameter des
circuls, man soll die peripheria finden.

Auflösung.

Suchet zu 100 undt 314 und dem gegebenen
Diameter die vierdte proportional-größ,

diese ist die verlangte Peripheria. (§. 129.)

Es seye der Diameter 56. so macht

$$100 - 314 - 56$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \hline 1884 \\ 1570 \\ \hline 17584 \\ 1100 \end{array} \Big| \; 175 \tfrac{21}{25} = \tfrac{21}{25} \text{ die gesuchte Peripheria}$$

Mit Hülff des Proportional Circuls.

Eine gegebene Circul linie in eine gerade linie zu verwandlen, damit man ihre länge messen könne.

1. Nehmet mit dem gemeinen Circul den Diameter des gegebenen Circuls, und traget solchen in der linea partium aequalium ad Arithmeticā transversim von 50 zu 50.

2. Lasset den Proportional Circul in dieser öffnung, und nehmet auf eben dieser unverruckten linie die weite von 157 biß 157 transversim. so ist dieselbe weite so lang als die gegebene Circul linie.

3. Wenn die linea Partium aequalium nicht auf 200, sondern nur auf 150 oder gar nur auf 100 getheilet ist, so traget den gegebenen Diameter transversim von 25 auf 25 und nehmet darauf oblique die weite von 78 biß 79.

oder trapezium zwischen 78 und 79 in der Mitte, so ist diese gefundene breite, die länge der Peripherie zu dem gegebenen Diameter.

diese operation ist nach des oben angezogenen Ludolphs von Cöllen proportion genommen nur hat man anstatt 100 nur 50 genommen, weilen die linie partium aequalium nicht über 200 theilungen hat.

Die 34. Aufgab.

§. 133. Es wird gegeben die Peripheria des Circuls 17584''' man solle den Diameter finden.

Auflösung.

Suche zu 314. 100 und der gegebenen Peripheria 17584 die vierdte Proportional zahl, so kombt der verlangte Diameter 56 heraus (§. 129.)

Exempel. 314 — 100 — 17584

$$\begin{array}{r} 17584 \\ 100 \\ \hline 1758400 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 282 \\ \cancel{1758400}\,|\,5600''' \\ \cancel{314444} \\ \cancel{311} \\ 33 \end{array}$$

durch den Proportional Circul zu einer gegebenen Peripheria die länge des Diametri zu finden.

1. nehmet die gegebene länge der Peripherie

und traget solche mit der Grund Circul trans-
versim von 157 zu 157 und lasset den Propor-
tional zirkel also offen liegen.

2. Nehmet mit der Grund Circul transversim
die Weite von 50 zu 50 so habet ihr den
Diameter. mit dessen solchen als radium ihr
einen Circul beschreibet könnt ~~so lang ist~~ dessen
Peripheria so lang ist als die gegebene.

Die 38. Aufgab.

§. 134. Es wird gegeben der Diameter oder
die Peripheria des Circuls, man solle den
Inhalt desselben finden.

Auflösung.

1. Suchet erstlich die Peripheria (§. 132.) oder
den Diameter (§. 133.)
2. multipliciret die Peripheria durch den
vierdten theil des Diametri (§. 128.).

Zum Exempel. es seye der Diameter 5600‴, so ist
die Peripheria. 17584‴. folgends der Inhalt
des Circuls 24617600‴

Anders

Multiplicirt den Diametrum 56 durch sich selbsten
und suchet zu 1000. 785 und den gefundenen
quadrat des Diametri die vierdte Proportional

zahl, so habt ihr den verlangten Inhalt.

§. 134. No I. Wann man eine zahl (2) durch sich selbsten multiplicirt, so nennet man das Product (4) das Product der zahl (2), sonders die quadrat würzel: in ansehung dieses quadrats das ist alle zahlen, so mit sich selbst multiplicirt werden, geben ein quadrat, und die in sich selbst multiplicirte zahl ist die würtzel davon.

§. 134. No II. Die quadrat würtzel aus einer gegebenen zahl ausziehen, heisset diejenige zahl finden, die durch sich selbsten multiplicirt die gegebene zahl wieder her vorbringet.

Wann man die quadrat würtzel ausziehen will, muss man die quadrat zahlen von 1 bis 9 wissen; darzu dienet folgendes täffelein:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4	9	16	25	36	49	64	81

Aufgab.

§. 134. No III. aus einer gegebenen zahl die quadrat würtzel auszuziehen.

Auflösung.

1. Theilet die gegebene zahl in classen von den

rechten gegen die linke zu, und gebt jeder
groß ziffern, den so viel theil hat die würtzl
als classen heraus komen, in der letzten classe
aber zur linken kan auch nur eine ziffer
stehen.

2. Suchet in der würtzl täffelein das quadrat
auf, welches der zahl in der ersten classe
gleich oder am nächsten kommet, und ziehet
von der classe ab, die dazu gehörige würtzl
aber setzet in die stelle des quotienten.

3. Hierauf duplicirt den gefundenen quotienten
und schreibet das product under die linke
zahl der folgenden classe, und weiter zu,
nach gegen die linke hand, wenn es auß
vielen ziffern bestehet. dividirt auf gewöhnliche
weise, und setzet den quotienten an den ge-
wöhnlichen ort, so habet ihr den andern theil
der würtzl.

4. Eben diesen quotienten setzet unter die
rechte zahl derselben classe, multiplicirt
mit den gefundenen quotienten die unter-
schriebene zahlen, und ziehet das pro-
duct von den obern zahlen als quadrat ab.

5. Wenn ihr nun die dritte und vierte

Regl bey allen Classen anbringet, so kommet die verlangte quadrat wurtzel heraus.
6. Wenn ihr aber die Wurtzel durch sich selbst multiplicirt, so kommet die gegebene quadrat zahl wider heraus, und dieses ist die Probe ob ihr recht gerechnet oder nicht.

Exempel es seye die quadrat zahl

```
1|79|56   134 wurtzel          probe Wurtzel
  79                                 134
  23                                 134
   4                                 ---
  69                                 536
 ----                               402
 1056                              134
  264                      vorige  17956 als
    4                              quadrat zahl.
 1056
 ----
 -000.
```

§. 134 No IV. In diesem Exempel seynd 3 Classen herauskommen, und in der letzten bey der linken ist nur eine zifer geblieben, ge- welcher sich auf dem Wurtzel tafelein die zahl 1 geschicket hat. diese 1 ist also in den quotienten und auch unter die letzte classe bey der linken gesetzet worden, nachdeme nun diese 1 von der in der classe befindl. 1 abgezogen worden ist nichts übergeblieben.

Nach diesem aber die andere Classe nemblich: die
79 herunter gesetzet worden.
Nun muss vermög der dritten Regel der erste
quotient dupliert werden. kombt also 2. dieses
Duplum wird unter die erst herunter gesetzte
classe also von der rechten gegen die lincke ge-
setzet, daß bey der rechten die letzte Ziffer frey
bleibet, zum Exempel hierunter die 4.
Sehet wie offt ihr das untergesetzte Duplum in der
darobstehenden Zahl 7 haben könnet. gegen-
wärtig kan es 3 mahl seyn. diese 3 setzet neben
das Duplum unter die letzte Ziffer der classe nemblich
hierunter die 9. dan setzet diesen quotienten 3 auch
unter sich selbsten, und auch in den quotienten.
mit diesem quotienten multiplicirt die auf den
Duplum und neuen quotienten stehende Zahl
23. und ziehet das Product 69 von der Zahl der
classe 79 ab, wie in der welschen Division.
Zu dem Rest 10 setzet die dritte classe 56
herunter.
Duplirt den gantzen quotienten 13 und setzet
das Duplum 26 wider wie vorhin, von der rechten
gegen die lincke, daß wider die letzte Ziffer
der Classe unter sich frey bleibe.
Nun sehet wie offt ihr das Duplum 26 in der oben

zahl 1056 haben kann wird also hier 4 sein.
dieser quotient setzet in den quotient. item neben das
Duplum und unter sich selbst, und multiplicire
durch disen quotienten 4, die auf den duplum
und quotienten zusammen gesetzte zahl 264 und
ziehet das Product 1056 von der obern zahl des
quadrats 1056 ab.
Wann das Duplum durch den neüen quo-
tienten multiplicirt worden, und das Product
grösser wird, als die darob stehende quadrat
zahl, so ist der quotient zu hoch genohmen worden.
Wann aber das duplum grösser auffallet als
die darüber stehende zahl, das sie also nicht dardurch
könte dividirt werden, so setzet in den quotient
eine Nulla, und schreibet von oben widerum eine
neüe Classe zu der vorigen herunter, wie in dis-
sem fall in ordinari welschen dividiren zu geschehen
pfleget, muss derowegen zu 4 teilen auf der
Seite probiert werden.
Wann nach der letzten operation nichts
übrig bleibet, ist es ein zeichen, das die gegebene
zahl ein vollkommenes quadrat seye, aber wann
etwas überbleibet, so ist die gegebene zahl kein

volkommenes quadrat gewesen. Die übergebliebene aber kan auf folgende Weiß zu einen Decimal bruch gemacht werden, es soll zum Exempl auß der Zahl - - 345 die Würzel gezogen werden, so

Nun sehet also oben $3|45|18\frac{57}{100}$
gezeigt worden. 245
Es bleiben aber 21. 28
übrig. zu diesen setzet 8
zwey 00. und operirt 224
wie vorhin, den neuen 2100
quotient aber setzet 365
5
1825
sind wir hier 27500
3707

Den bruch darunter aber schreibet eine 11. wolt ihr den Bruch noch kleiner haben, so continuirt, so bekombt ihr hundertl, tausendtl. und weiter, gantz aber wirdt es nimmer aufgehen, wenn man auch unendlich continuirte, nur daß es etwas genauer kommet.

Wenn ihr die probe machen wollet, so multiplicirt das gantze mitsambt dem Bruch in sich selbst, zu dem Product addirt was noch übergeblieben ist, so wird eine Zahl heraus kommen, die so groß als die gegebene Zahl, und so viel mehr zwey Nullen, als viel brüche in dem quotient seindt,

Ternio VIII Geometria.

annoch ist zu mercken, dann die zahl, auß wel-
cher die wurtzel gezogen wird in brüch bestehet
und es seynd decimal brüch, so bestehet die quadrat
wurtzel auch auß den kleinsten brüch, nur mit die-
sem underschied, daß die brüch in der gegebenen
zahl lauter quadrata seind, die wurtzel aber
lauter langen maaß werde. wann man der-
selben die grentze wissen will von der rechten
gegen die lincke, so viel einfache zahlen ab-
geschnitten werden müssen, als brüch auß
brüchen die zahl bedeutet, wie bey den langen
maaß oben schon gezeiget worden
Zum Exempel es solle auß der zahl. 3783025.
die quadrat wurtzel gezogen werden, diese zahl hat
zwey brüch, nemblich schuh und zoll.

3|78|30|25 | 1945

1
278
29
9
261
1730
384
4
1536
19425
3885
5
19425

so bestehet die quadrat wurtzel wider in zollen bey der rechten die erste ziffer für die zoll. die andere für die schuh ab-geschnitten, was über-bleibet, wie hier die 19 seind ruthen. wann

aber die gegebene zahl kein vollkommenes
quadrat wäre, und nach der operation etwas
überbleibe, so wird um den werth des bruchs
zu wissen, nochmit anhängung zweyer nullen

ferner fortgefahren. Zum Exempel:

9|48|52|43|7|1945 $\frac{57}{100}$

So kommen hier in der würzl noch 5 linien, und 7 andere linien.

```
  9|48|52|43|7|1945
  1
  2|78
   29
    9
  261
  1752
   384
     4
  1536
  21641
   3885
      5
  19425
  224800
   38905
  194525
  2927500
   389107
        7
  2723749.
```

Wann aber auß einer Zahl die quadrat würzl solle gezogen werden, welche duodecimal brüch hat, so muß dz gantze in den kleinsten brüch reduciert werden, da denn die würzl auch den kleinsten brüch bedeütet, und muß hernach wider reduciert werden.

Ingleichen wenn eine gantze Zahl deren brüch d theile duodecimal seind gegeben ist, und in dem terminus dz nach der operation ein bruch bleiben möchte, so ist besser dieselbe zahl gleich anfangs in den kleinsten bruch zu resolviren, und den quotienten wider zu reduciren, um dz gantze und die brüch heraus zu bekommen.

Die 39. Aufgab.

§. 135. Es wirdt gegeben der Inhalt des Circuls, mann solle den Diameter finden.

Auflösung.

1. Suchet zu 785 und 1000 und den gegebenen Inhalt des Circuls 246176 die vierdte Proportional zahl 313600

2. hieraus ziehet die quadrat wurtzel 56 (§. 1. 84 No I.) diese ist der verlangte Diameter (§ 130.).

Zusatz

§ 136. wollet ihr die Peripherie wissen, so könnet ihr nachdeme der diameter bekandt worden, durch die 36iste Aufgab (§. 132) dieselbe suchen.

Die 40 Aufgab.

§ 137. Es wirdt gegeben der Radius des Circuls ACB. und die grösse des bogens AB, mann solle den inhalt des ausschnittes od. Sectoris ABC finden.

Auflösung.

1. Suchet zu 100. 314 und den Radium die vierdte proportional zahl 1884. diese ist die halbe peripherie (§ 132). den wenn zwey zahlen oder grössen durch eine dritte dividiert werden, müssen sich die quotienten verhalten, wie die dividente zahlen.

2. Suchet ferner zu 180 den gegebenen bogen

b und der gefundenen halben Peripherie 1884
die Vierdte proportional Zahl $62\frac{4}{5}$, so wird
der bogen AB in linien bekandt.
3. Diese multiplicirt durch den vierten theil
des Diameters 300, so kombt der Innhalt dess
Ausschnittes ABC 94200 linien heraus. (S. 12
2. 124)
Dieweilen gegenwärtige Ausmessungen des
Authoris durch die Decimal Rechnung geschehen,
als welche nur bey Mathematischen operationen
gebrauchet wird. in Gemein aber alle aus
messungen nach der Landtüblichen maassen
geschehen müssen, so ist vonnöthen dieselben
recht zu können.
Es ist aber von der sogenandten Ruthe Meldung
geschehen, als nemblich die Ruthe von den Geome-
tris 10. die Rheinländische aber 12 gleiche theile
getheilet werde (§. 10.) ist also die Rheinlän-
dische quadrat Ruthe eine fläche so 12 fuss
lang und 12 fuss breith ist, und hat 144 □
fuess in sich.
die Rheinländische wie auch alle ander fuess
ist wieder in 12 gleiche theille oder Zolle getheilt,
und ist also ein quadrat fuss eine fläche von
12 zoll lang und breit und hat 144 □ Zolle
in sich.
der Zoll wird wieder 12 theile oder so genandte

linien getheilt, undt ist ein □ zoll 12 linien lang
undt breit, undt hat 144 □ linien in sich, undt
also weiter.
Es wird aber heindt zu tag ausgenohmen am
Rhein Strohm, und in denen meisten fortifications
büchern wenig mehr denen Ruthen gerechnet.
hingegen wirdt fast durchgehendt, absonderlich
in frankreich undt hier in Königreich böheimb
zu ausmessung aller Civill undt Militar gebäu=
=den, undt dazu gehörigen holtz undt steine,
wie auch die Erdt arbeith nach der landtge=
=bräuchlichen Clafftern gemessen.
Es ist aber eine solche Clafter aller orthen 6
fuß lang, wie dann auch hier in böheimb 3
Ellen od. 6 fuß quadrat Clafter 3 Ellen od. 6 fuß
lang undt breit, undt haltet in sich 9 □ Ellen
oder 36 □ fueß.
Die länger undt flächen maaß zu ausmessung
der felder undt grundt stucke hier in König=
=reich böheimb, ist schon /: wie zum theil oben ge=
=meldet worden :/ von hoher obrigkeit, folgen=
=der massen verordnet worden.
Die weilen zu ausmessung der aecker undt
Wiesen eine fläche gebraucht werden solle,
auf welche im aussehen ein Strich getraidt
falle, weilen aber dieses aussehen nicht
durchauß so accurat gleich geschehen kann,

wie leicht zu erachten. Doch aber bey einer
mittelmässigen sache eine solche fläche bey
die 3 □ Land-Theil betraget, so ist verordnet
worden, daß diese fläche oder so genannte Brüch
just 3 quadrat Land-Theile ausmachen solle.
Nun ist wie oben gemeldet verordnet worden,
daß ein Land-Theil 52 Prager Ellen oder 104 fuß
in länge und breit seyn solle, und folgsam an
quadrat Inhalt 2704 □ Ellen oder 10816 □ fuß.
Da nun der so genannte Brüch, oder wie man
anderwärtig saget, Morgen, 3 □ Land-Theile
in sich haben solle, so bekombt er zum Inhalt
8112 □ Ellen oder 32448 □ fuß. Die länge
und breite dieser fläche ist 90 Ellen 1 $\frac{47}{100}$
zoll oder 180 fuß 1 $\frac{59}{100}$ zoll. Dessen nehm
hat wieder bey dem Brüch nach den seinen
folgenden Theilen auf die länge und breite
zu sehen, indeme sich gantz wunderselten
ein solches feldt findet, welches just einen
directien hat, und zugleich ein quadrat
wäre, es kann auch noch dieser nicht gemessen
werden, und ist diese länge und breite
maaß nur desstwegen bey dieser Gele-
genheit mit beygefüget worden, daß man
sich einen desto deütlicheren begriff von
der grösse dieser Theile machen kann.

Mann hat aber im Königreich böheimb die fläche eines Striches in folgende theile einge-theilet.

1. hat mann ihn in vier theil getheilt, und nennt mann ein solches theil ein viertl. und hat 2028 □ Ellen in sich od. 8112 □ füß. und wäre lang und breit 45 Ellen und $\frac{80}{100}$ Zoll od. 90 füß und $\frac{80}{100}$ eines Zolles.

2. dieses viertl ist wieder in gleiche theile ge-theilet, und heist ein solcher theil ein Metzen, dieser Metzen hat in sich 504 □ Ellen od. 2028 □ füß und ist lang und breit 22 Ellen 1 füß und $\frac{39}{100}$ eines Zolles. od. 45 füß und $\frac{39}{100}$ eines Zolles.

3. dieser Metzen wird wieder in 3 gleiche theile getheilet, und heisset ein solcher theil eine Strich, diß ist d. platz im felde, auf welchen ein Strich Korn gesäet werden kan, und hat in sich 169 □ Ellen od. 646 □ füß ist lang und breit 13 Ellen 1 füß od. 8 zoll od. 25 füß 8 zoll.

4. der platz einer Strich wird wieder in vier theile getheilt, und dieser theil heisset ein Viertl. hat in sich 42 □ Ellen od. 169 □ füß. und ist lang und breit 6 Ellen 1 füß oder 13 füß.

die application geschiehet also. z. Ex. wann will der Inhalt der fläche eines feldes

finden, welches 4 Rundt. Seil 43 undt 3 fuß
lang. Item 3 Rundt Seil 28 Elen undt 1
fuß breith.

1. machet die 4. Rundt. Seile der länge zu Elen, indeme ihr 52 mit 4 multiplicirt. addirt die 43 Elen zum Product, so habt ihr 407 Elen, weilen aber noch ein fuß darüber ist, so resolvirt diese 407 in füeße; da ihr nemblich mit 2 multiplicirt, undt addirt zu dem Product den fuß. so habt ihr die länge des feldts in füeßen bekandt. nemblich 815. fuß. V.d.
2. Ein gleiches thut auch mit der breite, so bekombt ihr 369 fuß für die breite des feldts.
3. Multiplicirt die zahlen der länge undt breite so bekommet ihr zum Inhalt des feldts 300735 □ fuß.
4. Umb nun zu wissen wie viel Strich undt theile eines Striches dieser in □ füeßen bestehende Inhalt betrage, so dividirt ihr durch die zahl der □ füeße, so in einem Strich gehen, nemblich durch 32448. so bekombt ihr 9 Striche. den überrest dividirt durch die zahl der □ Schuhe eines Achtels, nemblich 1028 □ fuß. kombt 4 Achtel od 1. Viertel. was abermahl geblieben dividirt durch die zahl 169 als □ füeß. hat also besagtes feldt $9\frac{1}{4}$ strich 3 Rüthl undt noch 84 □ fuß.

sollen einer od der andern od aber beidseiten
noch Zolle anhangen, so resolvirt die länge und
breite in Zolle, und multiplicirt sie in einander
das Product ist der Inhalt des feldes in □ Zollen.
so multiplicirt den Inhalt der □ füesse eines
strichs nemblich 32448 durch 144 und mit der
Product dividirt den gefundenen Inhalt der
Zolle so bekombt ihr die strich. Item resolvirt
die übrige theil des Strichs gleichfahls in Zolle
und dividirt wie oben geschehen die nach der
Division gebliebene reste, so bekommet ihr den
Inhalt gantz genau.

§138. No 1. Dieweil aber sowohl die Resolvirung
in die Zolle, als auch die multiplication und
Reduction sehr mühsam und langsam sein würde
absonderlich bey grossen feldern, doch aber die an-
hängige Zolle auch nicht gar außer acht zu lassen
sind, indeme die Probe zeiget, daß bey einem feld
9 Ruth 68 füß 7 Zoll lang und 5 Ruth 53 füß 9 Zoll
breit, so der Inhalt mit denen Zollen erst 17 strich
3 viertel 2 Ruthe 89 □ füß und 99 □ Zoll betraget
bey Negligirung der angehängten Zolle aber
gibet der Inhalt 17 strich 2 viertel 3 metzen 8 Ruth
16 □ füß also der unterschied od mangel an dem
letzteren doch 6 Ruth 73 □ füß und 99 □ Zoll betra-
get, welches in einem Acker der nicht größer
einer ist schon etwas beträget, und einen
Platz ausmachet, der 240¼ □ Ellen groß ist.

Nun aber mit leichterer Mühe auch ein unmerck-
-liches genau den Inhalt eines feldes zu wissen,
welches an der länge und breite auch noch Zoll
anhängig hat. Verfahret also auf folgende weiß.

1. Resolviret die im messen gefundene länd. Theile
nicht in Ellen, sondern in füß, indeme ihr ohne-
hin leicht sehet 104 füß als 52 Ellen, und die daran
hangende Zahl der Ellen theil gleichfalls dou-
-pliren, so habt ihr auf solche weiß die länge
und breite in füßen.

2. die füße nehmet für d. gantze, und die nach-
deren hangende Zolle aber für ein Decimal
brüchen, und ferner wie mit Decimal zahlen
operiren. Z. Ex: es sage ein feld länge 10 Theil
95 Ellen ½ Zoll und breit 5 Theil 40 Ellen 9
Zoll, so habet ihr zur länge 11107 und 6009 in
die breite.

$$
\begin{array}{r}
11107 \\
6009 \\
\hline
99963 \\
6664200 \\
\hline
\cancel{6664} \\
667419|63 \ \square \text{ Zolle.}
\end{array}
$$

Und weilen in den längen nur
ein bruch vorhanden, so schneidet von der
rechten gegen die lincke zwey zahlen ab,
so habet ihr gleich die □ füße nemlich 667419.
welche ihr mit dem in füß resolvirten strich
dividiret so bekommet ihr 20½ strich 1 Mötzen

1. Viertl, und 98 □ fuß und 63 □ zoll.
Wann ihr euch ein dergleichen Aufsatz, in welchem ihr vom Viertl an bis auf eine einzige Strich alles in Ellen fuß resolviret, so könnt ihr an statt des Dividirens nur mit subtrahiren eure einheit finden.

□ Ellen		□ fuß		
Ein Viertl	- - 42 $\frac{1}{4}$	- - - 169	3 dito 1521	6084
2 dito -	- - 84 $\frac{1}{2}$	- - 338	4 Metzen oder	
3 - - - - -	- 126 $\frac{3}{4}$	- - 507	Viertl 2028	8112
4 oder eine Vierl - - -	169	- - 676	2 Viertl 4056	16224
2 Vierl - - -	338	- - 1352	3 Viertl 6084	24336
3 Vierl oder Metzen	507 -	- 2028	4 Viertl oder	
2 Metzen	1014 - - -	- - 4056	Strich 8112	32448.

Bruch	□ Zoll	□ Fuessen	Bruch	□ Zoll	□ Fuessen
1	8112	32448	26	210912	843648
2	16224	64896	27	219024	876096
3	24336	97344	28	227136	908544
4	32448	129792	29	235248	940992
5	40560	162240	30	243360	973440
6	48672	194688	31	251472	1005888
7	56784	227136	32	259584	1038336
8	64896	259584	33	267696	1103232
9	73008	292032	34	275808	1070784
10	81120	324480	35	283920	1135680
11	89232	356928	36	292032	1168128
12	97344	389376	37	300144	1200576
13	105456	421824	38	308256	1233024
14	113568	454272	39	316368	1265472
15	121680	486720	40	324480	1297920
16	129792	519168	41	332592	1330368
17	137904	551616	42	340704	1362816
18	148016	584064	43	348816	1395264
19	154128	616512	44	356928	1427712
20	162240	648960	45	365040	1460160
21	170352	681408	46	373152	1492608
22	178464	713856	47	381264	1525056
23	186976	746304	48	389376	1557504
24	186946	778752	49	397488	1589952
25	202800	811200.	50.	405600.	1622400.

Der 21 Lehrsatz.

§. 138. Wann zwey parallelogramma ABCD und BEFD einer fig: 84 bey höhe AC haben, verhalten sie sich gegeneinander wie ihre grund-linien CD und DF hingegen wie ihre höhen, wann die grund linien gleich seind.

Beweiß

Der innhalt deß Parallelogrammi AD bekommet man, wann man seine grundlinie CD durch AC multiplicieret, hingegen den innhalt deß parallelogrammi BF, wann seine grundlinie DF durch AC multiplicirt wird (§. 114.) also verhalten sich die beide parallelogramma, wie die Producta auß AC in DC. und AC in DF. dieß wie CD in DF. dann wann zwey grössen durch eine dritte multipliciret werden, so müssen sich die Producta verhalten wie die multiplicirten grössen (§. 23. Nro XII.) welches das erste war. Auch eben solche Art wird erwiesen, wann die grund-linien gleich seind die Parallelogramma sich wie die höhen verhalten, welches das andere war.

Zusatz.

§ 139. Weilen der triangul als die helfte des Parallelogramma betrachtet werden kann (§. 120.) so müssen auch die triangul von gleicher höhe sich wie ihre grundlinien und die auf gleichen grundlinien wie ihre höhen verhalten.

Die 41 Aufgab.

§. 140. Ein Parallelogramma ABCE. aus einem gegebenen Punct D. in zwey gleiche theile zutheilen.
Fig: 85.

Auflösung.

Machet FC = AD. und ziehet DF. so seind die beide Trapezien ADFC und DBEF einander gleich.

beweis.

Die Triangul ABC. undt BCE seindt einander gleich (§. 102.) weil AB = EC und diese linie einander parallel (§. 102) über dieses AD = EF. so ist ferner O = X und y = V (§. 72.) undt FC = DB (§. 23. Nro VI.) derowegen ist aus der Δ DBG = Δ GCF (§. 50.) folgendts Trapezium ACED. dem Trapezio DFEB. gleich (§. 23 Nro: V Nro: VI. w. z. Ex.

Die 24. Aufgab.

§. 141 Es wird gegeben der Innhalt eines Triangels 36 und seiner grundlinie 18 man solle seine höhe finden.

Auflösung

Durch die selbe grundlinie dividiert den Innhalt 36 so kombt die Höhe 4 heraus (§. 122)

Die 43 Aufgab.

§. 142. Eine Jede gradlinichte figur, in so viele theile zu theilen, als man begehret.
Fig. 86.

Auflösung.

1 Suchet den Innhalt der figur aus (§. 123.) und

theilet ihr in die begehrte theile zum Exempel 3.
2. den Innhalt des triangels AED ziehet von dem dritten
theil der figur ab, und was übrig bleibt, dividi-
ret durch die hälffte AD so kombt die höhe des triangels
AD.J. heraus. denn wann noch der AED hinzugethan
wird, so kombt ADEJ. der dritte theil der figur
wird (§141.)
3. In der weite dieser höhe ziehet mit DA eine
parallel linie (§.64) welche AE in J durchschneidet,
so könnet ihr die länge DJ ziehen
4 halbiret den dritten theil der figur und dividiret
die hälffte durch ½ DJ. so kombt die höhe des tri-
angels DJK heraus der den 6ten theil der figur
gleich ist.
5. In der weite gedachter höhe ziehet mit DJ eine
parallel linie (§64. damit sich der Punct K giebet.
6. den sechsten theil der figur dividiret durch eben
DK und mit der weite des quotienten ziehet
wie vorhin eine linie mit DK parallel, damit
ihr den Punct L findet, folgends die linie LK ziehen
könnet, welche den anderten theil DJKL abschnei-
det, und zugleich den 3ten LKBC giebet.
Zum Exempel es seye AD 510, AC 580 EH 154.
BG. 313 DJ 375. so ist ADE. 39432. ABC. 91350,
ADC 108450. und dahero die gantze figur
239832 der dritte theil 79944. der sechste theil
39442. Irregulären
§142. ~~Nro~~ I. bey den gleichen figuren ist besser

daß ist der Innhalt derselben gleich anfangs
in die begehrte zahl der verlangten theile
dividiret.

Anmerkung.

§. 134. Wann die Theilung auf dem Papier ge-
schehen, so werden auf dem felde die puncten H
und L durch die größe der linie AH, FK und
DL leicht gefunden.

§. 143. No I. und daß in der Anmerkung gesag-
te geschiehet auf folgende weiß.
1. nehmet mit dem handtzirckel die breit BK
und CL und suchet wie viel grade auf dem
maaß stab betrage, daß gefundene schreibet
zu jeder dieser linien in der figur.
2do. ein gleiches thut mit AF und DL.
3. gehet alsdann mit der figur auf daß feld
selbsten, und traget mit der Kette oder
Schnur die auf dem Riß obgesagter weiß
angemerkte maaße, an die Correspondirende
oder gleichnahmige Seiten des feldes, so könnet
ihr mit dem Pflug die Scheidungs linien H und
Df. entscheidend ziehen.

§. 143. No II. zum öfftern geschiehet, daß in der
berechnung, im halbiren und dividiren brüch
bleiben, welche wann daß gantze quadrat klein
sind, und vielmahl geschiehet auf etwas
betraget. deßentwegen ist wie oben gemeldet

worden, besser, wenn ihr gleichmit füßen anstatt
in 12 nur in 10 theil getheilten annehmet, so sein
die heraus komende zahlen Decimal-brüch und
ihr könnet als dann wie in der Decimal-rech-
nung verfahren.

§. 143. No. III. Ist zu mercken, daß mit der
oben gezeigten manier die theilungs-schnitte
gar schön und genau durch die Linien parallel
fallen, welches doch sein solle. Zu dem Ende werden
wir besser unten eine Manier zeigen, wie in den
schönsten felderen die theilungs-Linien mit ei-
ner gegebenen Seithe der figur oder mit dem so-
ten parallel gezogen werden können, wobei zu-
gleich und andere von rectanglen erinnert wird.

Zugabe einiger unter nöthigen pro-
positionen.

Theorema.

§. 149. ~~No~~ IV. Wenn ein Parallelogramm
EF CD auf seinen beliebigen Punct B und C durch
einen anderen beliebigen Punct H und D parallel
durchschnitten wird, so seind die abschnitte oder so
genannten complementa BH und AC einan-
der gleich.

Beweiß.

Ziehet die Diagonal-linie CD dieße theilt
deß Parallelogrammum EF in zwey gleiche
theile CED und CDF (§. 102.) das eingleiche
geschiehet durch das Parallelogrammum ~~E~~AHG.

durch die Diagonal AD und der Parallelo-
grammum bDf. durch die Diagonal AC (§. 102.)
seind also die Driangel CED und CDf.
item die Driangel AHD und ADg. einander
gleich (§. 102.) die Driangel CBA. und CAf.
seind auch einander gleich zieht ihr nun
von der Driangel CED der Driangel CBA ab, so
bleibet das Trapezium BEAD übrig, und
wann ihr von der Driangeln CDf der triangel
CAg. abschneidet, so bleibet das Trapezium
ADI übrig, und seind die grosse Trape-
zia einander gleich (§: 23 No VI. zieht nun
von jeder dieser grossen Trapezien eine der zwei
gleiche Driangeln ADG und AHD ab, so
bleiben die zwei Parallelogrammata BH und
Ag. einander gleich (§: 23 No: VI.) w. z. bew.

Fig: 86 §. 143 No: V. Es ist schon oben (§. 131.) erwiesen word-
No: 2 en, wenn zwey Driangel einerley Höhe haben,
sie sich verhalten, wie ihre Basen. Dieses vorzubrin-
gen nach auf eine andere Art zu erweisen.
Es seind 2 Driangel ABC und CBD, deren
Grundlinien AC und CD ungleich, die Höhe
BE. aber mit einander gemein haben, der
ΔABC ist die Hälfte eines Parallelogrammi,
dessen eine Seite die Basis AC und die Höhe
BE ist, und der ΔCBD ist die Hälfte eines
Parallelogrammi, dessen eine Seite die Basis

CD, und die andere Seite aber die höhe EF ist.
Weil nun aber der gantze triangel ABD die hälfte
eines Parallelogrammi, welches grundlinie AD
zu einer Seite und die gemeine höhe CB zur
andern Seite hatt (§. 102.) so müssen sich nothwen-
dig die zwey triangel ABC und CBD ver-
halten wie ihre Parallelogramata, und folg-
lich wie in die ungleiche Seiten AC zu CD (§. 138.)

Lehr Satz

§. 143. No. VI. Wenn man zwey Seiten eines
eines triangels vermittelst einer gerade
linie mit der basi parallel durchschneidet,
so werden dieselben seiten proportional durch-
schnitten.

Es seye der triangel BAC dessen zwey Seiten
AB und AC von der mitt der basi BC parallel
gezogenen linie DE durchschnitten, so ver-
halt sich AD zu DB wie AE zu EC.

Beweiß.

Ziehet die linie BE und CD, so entstehen zwey
triangel BED und DEC, die einerley grund
linie DE und eine höhe haben, weil sie zwischen
zwey parallelen liegen, und also einander
gleich sind, der triangel ADE ist sich selbsten
gleich, daher seind sich die triangel CDA
und BEA einander gleich, da nun die
triangel CB ED und DEA einerley höhe

Es haben, so verhalten sie sich wie ihre Basis
D und D B. (§. 143. No V.) noch verhalten sich die
andere zwey triangel C D E. und E D A. indem
sie auch einerley höhe D A haben, wie A D zu D B.
und dieser verhaltet sich A D zu D B wie A C.
zu C E. w. z. E. Erklärung.

Fig. 86 No 4. §. 143. No VI. Werden aber in allen ähnlichen triangeln
und geradlinichten figuren die jenige Seiten
ähnlich genommen, welche den andern figur
gleichen winklen gegen überliegen. z. E. wann
man sagen wille, daß die Seite A B zur Seite D E.
sich verhalte, wie die Seite A C zur Seite D C.
so geschiehet solches darum, weil der winckel F.
und der winckel B. gleich dem winckel E.
seind. Lehrsatz.

§. 149. No. VIII ähnliche triangel haben ihre Seiten
Fig: 86 proportional beweiß
A. V. Wann der triangel A B C dem triangel C E D
ähnlich, so saget man, die Seite A B verhalte sich
zur Seite A C. wie die Seite C E. zur Seite C D.
um dieses zu erweisen, so fänge man die
Basen A C und C D gerader linie zusammen und
verlängere die Seite A B und E D bis sie sich
F durchschneiden, so ist die figur C E F B ein parallelogrammum, und die Seite A F und A D des
grossen triangels A F D seind durch die linie
B C und der Seite F D parallel durchschnitten,
mithin hat man laut vorigen (§. 149 No. VI.)

AB : BF :: AC : CD und wenn man anstatt
BF nimmet die ihr gleiche Seite CE, so ist AB : CE ::
AC : CD und in verwechselter Verhältnuß AB :
AC :: CE : CD.

§. 143 Nro. IX. Wann man zwey ähnliche triangel
M und N hat, so hat man vermög der vori-
gen proposition (§. 143 Nro VIII.) a : b :: c : d. und
folglich bc = ~~ad~~ ad. Das ist, wann man die Seite b
des triangels M mit der Seite c des triangels
N multiplicirt, so kombt ein rectangulum heraus,
ebenso wann man die Seite a des grossen
triangels M und die Seite d des kleinen
triangels N multiplicirt, so kombt ein anderes
Rectangulum heraus, so dem ersten an grösse
gleich ist.

§. 143 Nro X. Auß diesen folget, wann man in zwey
ähnlichen triangeln in einem zwey Seiten, in dem andern
aber nur eine bekannt hat, so kann man
durch die Regl Detri auch die übrige unbekannte
Seite wissen. z. Ex. in dem triangel [illegible]
der grosse und die zwey entstandene jeder
jeder einen rechten winkel in sich vermög des
Satzes und der Construction; und der
winkel A ist denen beyden triangeln ABC
und ABD gemein, ziehet ihr nun diesen
winkel A von 90° ab, so bleibet in jenem der
winkel ABD, und in diesem der winkel
CBD übrig, und mithin sind sie alle drey
einander ähnlich. Ad 22 [illegible]

§. 144. In einem rechtwinkelichten triangel Fig. 84.

ABC, ist das quadrat ACFG der grösten Seite AC
denen zweÿ quadraten BCED und ABLH
der beÿden übrigen Seiten BC und AB gleich

Beweiß.

Man ziehet die linien AE und BF, ingleichen
BK mit AG parallel (§. 64.) weil der
Triangel ACF mit dem rectangulo CFK
eine grundlinie CF hat, und mit ihm
zwischen zweÿ Parallel-linien CF und BK
stehet, so ist er die helfte von demselben
(§. 120.) und ist CF = AC und BC = CE (§. 20.)
und der winckel ACE dem winckel BCF
gleich, weil nemlich ACF = BCE = 90° (§. 20. 97.)
derowegen sind die gantzen Triangel ACE
und BCF (§. 49.) folglich auch das Quadrat
BDE und das rectangulum CFK einander
gleich. Da man auf gleiche weiß erweisen wird, daß
das quadrat ABH dem rectangulo ALKG
gleich seye, so ist klar, daß die beÿden quadrata
HABL und BCDE zusammen genommen dem
quadrat AGE gleich sind.

§. 144. Nro 1. Belidor in seiner fortificatorischen Mathe-
Fig: 87. Nro 6. matique demonstriret diesen Lehrsatz durch
die Algebra auf folgende weiß.

Man lasse in dem rechtwincklichten Triangel
ABC, aus dem rechten winckel auf die Hypothe-
nusa AC eine perpendicular linie BD fallen,
so entstehen in diesem Triangel noch 2 andere

117

Ternio IX. Geometriae.

XI.

winckel A:D:B. und DBC welche dem grossen
Dreieck ABC ähnlich seind. §. 143 No XI.)
Sezet man $AC = a$, $BA = b$. $BC = c$ und $AD = x$, so ist
$DC = a - x$. da nun $(AC:)\, a = (AB:)\, b$, wie $(AB:)$
b zu $(AD)\, x$. Item $(AC:)\, a = (BC:)\, c :: (BC:)\, c$, $(DC:)$
$a - x$ weilen in beiden theilen die vierte proportional
grösse x und $a - x$ unbekandt ist, so muss sie erst
erst gesuchet werden, es seind aber in der pro-
portion $a = b :: b = x$ das product der zwey äussern
Glieder gleich dem product der zwey mittleren so
kommet folgende equation heraus $ax = bb$. Item
$a : c = c : a - x$ kombt also die equation $aa - ax = cc$.
addirt man beyde equationen so kombt $aa - ax +$
$ax = bb + cc$ und weilen ax weggenommen und mit
verschiedenen zeichen kombt, so heben sie einander
auf, und werden ausgeloschet, bleibet demnach
$aa = bb + cc$ das ist quadrat von a so gross als die
quadrata von b und c zusammen genommen.
Es ist dieser beweis wegen folgenden Aufgaben
mit eingerucket worden, er würde aber ohne bey-
fügung der Algebraischen operation zu dunckel
gewesen sein.

Anmerkung.

§. 145. dieser Lehrsatz wird von seinem erfinder Pytha-
gora der Pythagorische Lehrsatz und wegen seines
vortrefflichen nutzens durch die gantze Mathematic
von einigen Magister Matheseos genennet.
Euclides lehret ihn in der 47sten Proposition des

des ersten buches seiner Elementorum und Pi-
thagoras hat den Musen zur dankbarkeit
wegen dieser erfindung 100 ochsen geopfert.

Fig: 88 §. 146. Aus dem Pelidorischen beweiß dieses Lehr-
Nro. 6. satzes folget auch, daß ähnliche triangel wie
die quadrata ihrer homologischen oder gleichnamigen
seiten.

Die 44. Aufgab.

Fig: 88 §. 146. Ein quadrat zu machen, welches so groß ist,
wie zwey oder mehrere andere zusammenge-
nommen.

Auflösung.

1. Setzet die Seiten der beyden quadraten AB
und BC recht winkelicht zusammen.
2. Ziehet die linie AC, so habet ihr die Seite des
quadrats, welches so groß wie die andere beide zu-
sammen (§: 44.)
3. Richtet CE = AC auf die Seite des dritten quadrats
CD perpendicular auf und
4. ziehet die linie DE, so habt ihr die Seite eines
quadrats, welches so groß ist als die drey quadraten
zusammen genommen (§. 144.) und so weiter.

§. 146. Nro I. Durch den Proportional-Zirkel obige
drey quadrata zu addiren oder in eines zu bringen.
1. nehmet die Seite des quadrats 1. mit dem Hand-
zirkel und traget sie auf den proportional
zirkel in die linea Planorum in eine beliebige
zahl. Z: Ex: von 4 zu 4 transversim, und
lasset ihn also offen liegen.

2. Nehmet die Seite des quadrats 2, und sehet
in welche gröss transversim sie in oben dieser linea
planorum eintreffe: z: Ex: in 7 und 4 und merket diese
gröss, und lasset auch der Proportional-Zirkel in der
vorigen öffnung liegen.

3. Nehmet die Seite des quadrats 3 und versuchet wie
vorhin in welche gröss dieselbe transversim einschlage
z: Ex: in 13.

4. Addiret diese drey gröser nemblich: 7. 4 und 13
so ist die Summa 24.

5. Nehmet mit dem Handzirckel von der noch in
vorigen öffnung liegenden linea planorum trans-
versim die Weite von 24 zu 24 so habet ihr die
Seite eines quadrats, welches so gross ist als
alle 3 zusammen genommen.

Durch die Rechnung.

§. 146 Pro II. Wann die Seite der Quadraten
in Zahlen bekandt sind.

1. multiplicieret jede quadrats seite mit sich selbsten.
2. die gefundene Producta addiret.
3. Aus der Summa ziehet die quadrat Wurtzel
dieselbe giebt die Seite des quadrats, welches so
gross als alle 3 quadrata. z. Ex: die Seite
von dem quadrat.

16384 (1.) ist 128. die von der (2.)
ist 178. und die von der (3.) ist
224.

31684
50176
Suma 9|82|44|(913 $\frac{43}{100}$ □

9
82
81
21 44
623
3
1869
275 00
6264
4
2 5056
244400
62683
3
194049

128
128
1024
256
128
16384 □

178
178
1424
1246
178
31684 □

224
224
896
448
448
50176

Ist also 913 $\frac{43}{100}$ und etwas darüber die Seite eines Quadrats, so gross als die beiden zusammen.

§ 146 Nro **III**. Es gibet bey allen 3 Operationen, die § mit einem Proportional Zirkel, und in der Rechnung gleich, von welcher gradirten Seite die Operation angefangen werde.

Fig: 88. Nro I

§. 146. Nro **IV**. ähnliche Triangel zusammenzusetzen, das ist einen Triangel zu machen, der so gross als verschiedene andere aber ähnliche Triangel zusammen. Es seind die gleichseitige Triangel A, B und C zu addiren durch Linien. 1. Traget die Seite a b des Triangels A und die gleichnamige Seite cd des Triangels B rechtwinkelicht zusammen, und ziehet die Hypothenusa de.

2. Auf diese traget auf b die Seite e f des dritten Triangels C recht winklicht, und ziehet die Diagonal d f, welche die Basin des Triangels D gibet, welcher so groß ist als die Triangel A B und C zusammen (§. 144. 102.):

§. 146. No: V. wenn die Triangel nicht gleichseitig seind, doch aber ähnlich, so nehmet eine der Seiten nur, so von allen Triangeln die gleichnahmige genommen werden, und verfahret wie jetzt oben gesagt worden. (§. 144. 146. No IV.)

1. wenn ihr eine Seite also gefunden habet, so suchet auch die andere zwey Seiten auf eben solche weiß

2. oder wenn ihr eine Seite habet, so dürfet ihr die zwey andern Seiten nicht erst suchen, um den gesuchten Triangel aufzurichten.

Z. Ex: Es seind die 3 triangel A B C zu addiren Fig: 88 No. 2.

1. nehmet die Basin a b und c d, und füget dieselbe recht winklicht zusammen, und ziehet die Hypothenusam a d.

2. Auf diese traget die basin e f des dritten Triangels C auf d recht winklicht, und ziehet die Hypothenusa a f. diese gibet die Seite des verlangten Triangels

3. Auf die gefundene basin traget auf a den winkel e, und aus f den winkel f des andern, und ziehet die zwey Seiten, die sich einander durchschneiden und den verlangten Triangel formiren

No: VI. Mit dem Proportional Circl. Die Operation geschiehet ganz wie mit der addition der Quadraten (§. 146. No: 1.) da ihr nur aus jedem Triangel eine gleichnahmige Seite nehmet, und wie mit den Quadraten geschehen (§. 146 No: 1.) §. 146.

auf den Proportional-Zirkl traget.

§.146. Nro: VII. Durch die Rechnung, wird gleichfalls operiret,
wie mit addirung der quadraten. (§.146.) indeme
auß jeden der zu addirenden Triangeln eine
gleichnamige Seithe quadriret, und die Pro-
ducta addiret, und auß der Suma die Quadrat-
Wurtzl ziehet. So habet ihr eine Seithe, auf diese
traget, wie in den jetzt oben gezeigten Aufgaben,
die gleichnamige Winkl, so habet ihr einen Tri-
angl, so die Suma deren dreien andern Trianglen ist.

§.146. Nro VIII. Auß der Belidorischen demonstration des 22
Lehrsatzes (§.144. Nro.1.) erhellet auch daß sich die
Innhalt ähnlicher quadraten, folglichen Triangeln
und anderer geradlinigten figuren verhalten,
wie die gleichnamige Seithen derselben.

§.146. Nro. IX. Zertheilen alle geradlinigte Regular und
irregular figuren, durch Diagonalen sich in Triangel
resolviren, und auch aufzeichnen lassen, so darf
man nur wann man einige oder ähnliche
figuren addiren will, eine oder gleichnamige
Seithen und Diagonalen auf obgesagte Weiß,
durch linien, proportional Zirkl oder Rechnung
suchen und auß den gefundenen die begehrte
figur formiren.
Will man aber nur die Summe des Inn-
halts deren zu addirenden flächen wissen, so darf
man sie nur addiren, so habt ihr, was ihr ver-
langet.

§.146. Nro: X. Wann die figuren Regular seind, als
Fig: 88. Nro X. Regular-Vier=fünf=Sechs-Sieben Ecke etc. darf
man nur mit einer Seithe derselben operiren,

und nachmahls die dazu gehörige Poligon
Winckl auf die gefundene Linie tragen (§ 106)
durch die Rechnung aber, wann ihr die figur
von der Summ nicht aufzeichnen wollet, dörftet
ihr nur der Innhalt deren gegebenen Triangl
addiren.

Nro XI. Wann ihr aber die figuren Irregular, so §. 146.
müsset ihr mit so vielen Seithen und Diagonalen Fig: 88
deren selben operiren (§. 146. No: V.) als zur con- Nro. 3.
struction erfordert wird, nemblich mit so vielen
Seithen in der figur weniger zwey. Z. E. 75
sollen die zwey ähnliche Irregulare figuren A
und B in eine zusamm gebracht werden.
1. nemet von jeden der gegebenen figuren eine
Seithe a b und a b, und setzet sie recht winckhlich
zusammen.
2. ziehet die Hypothenusa, so habet ihr die gleich-
nahmige Seithe der gesuchten figur.
3. ein gleiches thuet mit einer andern Seithe
einer jeden figur a c und a c, und letztens
mit der Seithe b c und b c besonders.
4. setzet die gefundenen Hypothenusen b b. c c und
c c, als Seithen der neuen figur in der Or-
dnung und mit den gleichnahmigen Winckln,
wie sie in denen gegebenen figuren stehen zu-
samm, so kombt die dritte figur heraus, so denen
beyden gegebenen ähnlich und ihren Innhalt
in sich hat.

Nro XII. Mit dem Proportional Zirckl suchet nur §. 146.
der Aufgab (§. 146. Nro I.) die Seithen b b. c c
und c c, so könnet ihr auf die in voriger

Aufgab gezeigten Manier die figur aufreißen

§. 142. 115.) – Durch die Rechnung

§ 146 Nro. XIII. 1. Quadrirt die gegebene oder bekandte grosse oder Seite ab und ab der zwey gegebenen figuren, dieße zwey quadrata addiret, und ziehet aus der Summa die Quadrat-Würtzl, so habt ihr eine Seithe

2. Ein gleiches thuet mit denen zwey gleichnahmigen Seiten ag und ac item mit den zwey Seiten bc und bc alltzeit besonders, so könnet ihr mit hilff deren gleichnahmigen Winckler, die figur aufreißen. Woll ihr aber die Summa der zwey figuren nur in Zahlen wissen, so dörfft ihr nur ihren inhalt addiren.

§ 146 Nro. XIV. Noch auf eine andere Manier, in welcher man nur eine deren Seiten, durch den Pithagorischen Lehr Satz suchen darf.

Fig. 88 Nro. 4.

1. So seind die ähnliche figuren A und B zu addiren, nehmet in jeder eine gleichnahmige Seithe bc und bc, setzet solche rechtwinklicht zusammen so ist die Hypothenusa bb die Seithe der dritten figur.
2. nehmet eine von die andere der gegebenen figuren und nehmet zu der genohmenen Seithe bc zur basin derselben an wie hier zum Exempel die figur B und die Seite bc.
3. Verlängert die basin bc in gedachter figur gegen n. ingleichen ziehet auch die Diagonalen bm. bk. durch die Winckl, und verlängert auch die Seithe ba bis in k.
4. traget auf die verlängerte Seithe bn. die durch Nro 1. gefundene Hypothenusa bb auß bis in f.
5. ziehet auß dem Punct f eine Parallel fg mit ~~ab~~ cd, bis sie die Diagonal bm berühret.
6. Item ziehet auß g eine parallel mit dc. bis

die die Diagonal bb in h durchschneidet, und ein gleiches thuet auch k in g; so ist die figur fc hgb so gross, als die zwey gegebene A und B, denn in ähnlichen triangeln seind die Seiten einander proportional (§.143.) No IX.)

Anmörckung

No. XV. 1. Bey dieser Aufgab gillet es gleich viel, welche Seithe ihr zur basim annehmen wollet, aber ihr müsset auch eben dieselbe Seithe, durch den Pithagorischen Satz vergrössern. §.146.

2. könnet ihr die grössere od kleinere auß denen gegebenen figuren zu Ziehung deren Diagonalen nehmen.

3. könnet ihr die hier zu nöthige linie od basim auch durch den Proportional Zirkl od durch die Rechnung vergrösseren, und alsdenn auf die gleich gezeigte Manier operiren.

No XVI. Verschiedene Circul flächen in eine zu bringen, d. i. eine Circul fläche machen, die so gross als verschiedene andere zusammengenommen. Weilen sich die Circul flächen verhalten wie die Quadrata ihrer Diametrorum (§.131.) so dörft ihr nur mit den halben Diametern der gegebenen Circulen verfahren, wie in der aufgab zu denen geradlinigten figuren (No. 146. XIII.) §.146. Fig: 88. XX.

No. XVII. Ein gleiches thut auch durch den Proportional Zirkl. (§.146 No. 7.) §.146.

No. XVIII. Item aber so verfahret durch die Rechnung mit denen halben Diametern. (§.146 No. XII.) die ihr denn mit dem gefundenen halben Diameter den verlangten Circul beschreibet. §.146.

No. XIX. Habt ihr aber nur die Summa

des Innhalts der gegebenen Circulen zu wissen,
so addiret nur den Innhalt derselben zusammen,
auf diese gesagte Manieren könnt ihr alle andere
ähnliche figuren addiren.
Weilen wir bishero von der addition anweisung
gethan, so wollen wir der gemeinen ordnung
nach auch die subtraction deren flächen zeigen.
§. 146. Nro: XX. Ein Quadrat B. von einem quadrat A. ab-
Fig. 88. zuziehen, d.i. ein quadrat machen so so gross seye
Nro: 5. als der unterschied der zwey gegebenen quadraten
A und B
1. Nehmet die Seithe des grösseren quadrats ab und
theilet sie in zwey gleiche theile in e.
2. beschreibet aus e mit der weite der selben
linia einen halben Circul.
3. Nehmet die Seithe cd. des kleineren quadrats
B und traget in den selben Circul aus b in c so
das sie den selben Circul berühre, so ist die andere
Corda ca die Seithe des quadrats c, so der unter-
schied zwischen den zwey gegebenen quadraten A
und B. ist. der beweis ist aus den Pithagori-
schen Lehr-Satz (§. 144.) klar, dann wenn ihr den
halben Circul acb auf die Seithe des grösseren qua-
drats beschreibet, und die Seithe cd des kleineren
quadrats darein traget, so dass sie den selben Circul
berühre, so bleibet die Corda ca übrig, welche
auf cd perpendicular stehend (§. 85.) und da die
quadrata deren beiden recht winklicht auf
einander stehenden Corden bc und ca zusammen
so gross seind als die Hypothenusa ab und ihr
das von bc von dem quadrat die Hypothenusa
die Hypothenusa ab abziehet, so bleibt das qua-
drat die Corda ca übrig.
§. 147. Nro: XXI mit dem proportional Circul operiret
es also. 1. Nehmet die Seithe ab des grösseren

Quadrats A. und traget dieselbe Transversim in die Linie Planorum in eine beliebige Grösse z. Ex: von 25 zu 25, und lasset ihr in dieser Öffnung liegen.
2. Nehmet mit dem Grundzirkel die Seithe des kleinern quadrats, und versuchet in welcher Grösse sie Transversim in eben dieser Linie einschlage z. Ex: in $14\frac{1}{2}$
3. diese $14\frac{1}{2}$ ziehet von 25 ab, bleibt $10\frac{1}{2}$.
4. Nehmet mit dem Grundzirkul auf der unveränderten Linie Planorum Transversim die Weite von $10\frac{1}{2}$ zu $10\frac{1}{2}$ so habt ihr die Seithe des quadrats des unterschieds

Nro XXII Wer hat das quadrat A. und quadrat B Innhalt aus (§. 114.) §. 146. Nro 5 Fig. 88

Ziehet den Innhalt des quadrats B von dem Innhalt des quadrats A ab, so bleibt der Innhalt des unterschieds übrig. Wollet ihr aber die Seithe darzu wissen, so ziehet aus der Grösse dieses unterschieds die quadrat Wurtzel, so habt ihr dieselbe

Nro: XXIII. Wollet ihr aber ähnliche triangel von den einen ähnlichen triangel abziehen so §. 146.
1. Nehmet eine deren Seithen des grössern, und beschreibet auf dieselbe aus ihrer Mitte mit der Weithe der halben Linie, einen halben Circul wie in der vorigen Aufgab (§. 146 Nro. XX.)
2. Nehmet die gleichnahmige Seithe des kleinern triangels mit dem Grundzirkul, und traget aus dem End des Diameters in den halben Circul, auf der andern Corda die gleichnahmige Seithe des dritten triangels (§. 146 Nro. XX.)

Nro. XXIV. Auf den Proportional Zirkel verfahret mit den gleichnahmigen Seithen der triangel, wie mit den Seithen des quadrats in der Aufgab (§. 146. Nro XXII.) so bekombt ihr die Seithe des triangls des unterschieds.

§. 146. Nro: XXV. Durch die Rechnung verfahret also. Quadriret die gleichnamige Seithen deren gegebenen triangeln, und ziehet das quadrat des kleineren von dem grösseren quadrat ab, und aus dem unterschied ziehet die quadrat wurtzl, so bekombt ihr die Seithen des triangls des lesten.

§. 146. Nro XXVI. Solle ein Rhombus mit einem gegebenen winckl von einem andern ihme ähnlichen abgezogen werden, so

1. nehmet die Seithe des grösseren, wie bey dem quadrat gezeiget worden (§. 146 Nro. 20.) ebenfalls operiret mit dem Proportional Zirckl (§. 146 Nro XXI.) und durch die Rechnung quadriret die Seithe des gegebenen Rhombi, und ziehet das kleinere von dem grösseren ab, so habt ihr die Seithe.
2. Auf diese Seithe traget den gegebenen winckl und construiert den Rhombum. (§. 100.)

§. 146. Nro: XXVII. Sollet ihr aber ein Rectangulum oder Rhomboidem von einem andern ihme ähnlichen abziehen, so müsset ihr mit beyden ungleichen Seithen wie in voriger Aufgab verfahren (§. 146. Nro. XXVI.) und mit den gefundenen Seithen das Rectangulum (§. 99.) oder das Rhomboidum (§. 101) construiren.

§. 146. Nro XXVIII. Wann ihr ein Regular Vieleck von einem andern ihme ähnlichen abziehen sollet, so nehmet eine Seithe davon, und operirt mit selber, wie bey der Subtraction der triangeln (§. 146 Nro XXIII.) gezeiget worden. Wann ihr die Seithe gefunden, auf solche des gegebenen ähnliche Vieleck auf, (§. 106.) mit dem Proportional Zirkul, und durch die Rechnung verfahret gleichfalls, wie bey den triangeln (§. 146. Nro. XXIV. XXV.) und (§. 106.)

Nro: XXIX. Wollet ihr aber eine Irregulare geradlinigte figur von einer andern ihr äh- §.146.
„lichen abziehen, so müsset ihr so viele gleich- 124
„nahmige Seithen auf die (§.146 Nro: XXIII. XXIV. XXV.) gezeigte Manier suchen, als zur Construction der figur erfordert wird.) §.111. 112.)

Nro: XXX. Einen Zirkel von einem andern abzuziehen, nehmet nur den Radium eines jeden gegebenen Circuls, und verfahret in allem 3 Manieren, wie mit der Seithe des triangels (§.146. XXIII. XXIV. XXV.) §.146.

Nro: XXXI. Auf diese Weiß können auch alle or- §.146.
„dentliche aber ähnliche figuren subtrahiret wer-
„den. Es kommen aber dergl. operationen selten vor.

Die Multiplication deren geradlinigten figuren ist eine figur vielmahl zu vergrössern.

Nro: XXXII. Ein quadrat zu machen, welches vier- §.146.
mahl so groß als ein gegebenes quadrat. Fig: 88 Nro: 6.

1. Setzet auf eine gerade linie von beliebiger länge ab eine andere ac winkelrecht.
2. traget die Seithe a b. des gegebenen quadrats A in den rechten Winkel auf b a in d item auf b a in e so ist e d die Seithe des doppleten quadrats.
3. Nehmet die Weite e d und traget sie auf d a in f so ist f d die Seithe des dreyfachen.
4. Nehmet die Weithe d f und traget sie auf b a in g so ist g d die Seithe des vierfachen ver-
„langten quadrats B. und

Auf diese Weiß könnet ihr das quadrat noch so viel mahl vergrössern, als euch beliebet.

Der Beweiß kommt auß dem 44 Aufgabe (§.146.) denn das quadrat der linie de ist so groß als

die Quadrata deren zwey Seithen ad und ae. wan
nun de auf a ins getragen worden, so ist das die
Seithe des doppleten ad aber des einfachen und
folglich d. h. des dreyfachen quadrats und so weiter.

§.146. Nro: XXXIII. Wollet ihr einen Triangel Rhombum,
Rhomboidum, regular und irregular figuren,
und auch Circul vergrößeren, so nehmet nur ei-
ne oder mehrere deren Seithen, so viel nemblich
zur Construction einer neuen ähnlichen figur
vonnöthen seind, bey Circul aber nur den Radium.
und verfahret, wie mit der Seithe des Quadrats
und setzet alsdann auf den gefundenen linien
die figur des vielfältigen zusammen.

§.146. Nro: XXXIV. durch den Proportional Zirkl
1. nehmet die Seithe des gegebenen quadrats, und tra-
get solche auf den proportional Circul in die
Linea Planorum Transversim von 10 zu 10. und
lasset ihn in dieser Öffnung liegen.
2. nehmet die Weite von 40 zu 40. transversim, so
wenn das quadrat viermahl vergrößeret werden
solle, so habet ihr die Seithe darzu.
Solte es 2. 3. 5. oder 6 mahl so groß werden, so nehmet
die Weite von 20 zu 20 oder 30 zu 30 oder 50 zu 50.
oder 60 zu 60. und so weiter. Zu Vergrößerung
eines Circuls aber nehmet nur den Radium
und operiret mit demselben auf die gesagte
Weiß.

§.146. Nro: XXXV. Wann ihr Triangel multipliciren
wollet, so nehmet nur eine Seithe von denselben
an, und verfahret wie mit der Seithe des Quadrats
(§.146. Nro XX. XXII.) und wenn ihr die Seithe
des vielfältigen auf solche Weiß gefunden,
so construiret mit Hülff der gleichnamigen
Winkeln den triangel.

§.146. Nro: XXXVI. Ein gleiches geschiehet mit dem Rhombo.

No. XXXVII. Zu einem Rectangulum aber müsst ihr die zwey Seithen: nembl. die längere, und die kürtzere auf die gesagte weiß trac-tiren (§. 146. No. XXXII.) und mit denen ge-fundenen die figur construiren. §. 146.
Zum regularen Vielfech aber brauchet es nur mit einer Seithe derselben auf die gesag-te weiß zu operiren (§. 146. No. XXXII.)
No. XXXVIII. Zu Irregularen Vielfeken aber müsset ihr mit so villen Seithen also operiren, als zur construc-tion des Vielfecks vonnöthen ist. (§. 146. No. X-XXII. §III. III2.) &c §. 146.
No. XXXIX. Durch die Rechnung ein quadrat zu vervielfältigen. §. 146.
1. Multiplicirt den Innhalt des gegebenen quadrats durch die gegebene zahl, so ist das Product der Inn-halt des vermehrten quadrats.
2. Wollet ihr die Seithe deren wissen und das-selbe aufreissen zu können, so ziehet aus dem Product des Innhalt des vermehrten quadrats die quadrat wurtzel, so habt ihr auch die Seithe.
No. XL. Solle ein triangel, ein Rhombus oder Irregulares Vielfech um etliche mahl vergrö-ssert werden, so §. 146.
1. Multiplicirt den Innhalt der figur, so gebet das Product den Innhalt des vermehrten triangels
2. Wollet ihr aber denselben aufreissen, so müsset ihr eine Seithe des gegebenen triangels mit sich selbst multipliciren, und das quadrat wi-der mit so viel, als die figur vermehrt

werden solle. Ziehet auß dem Product die Qua-
drat Wurtzel, so habt ihr die länge der gleich-
mäßigen Seithe, auf welche ihr den triangel
od. figur vermittelst der gleichmäßigen Winkel
aufreißen könnet.

§. 146. Nro: XLI. Solle ein fürgegebener Circul vervielfält-
iget werden, so
1. Multiplicirt den Innhalt desselben in die ver-
langte Zahl, so ist daß Product der Innhalt des
vervielfältigten Circuls.
2. Wollet ihr ihn aber aufreißen, so müßet ihr
den Radium des gegebenen Circuls mit sich selbst
multipliciren, dieses Product aber wider durch
die gegebene Zahl.
3. Auß diesem letzten Product ziehet die Quadrat-
Wurtzel, so habt ihr den Radium zu einem Circul
der so vilmahl vermehret ist als ihr verlangt.

§. 146. Nro: XLII. Wollet ihr ein Rectangulum od. Rhomboidem
etliche mahl vergrößern, so
1. Multiplicirt den Innhalt der figur mit der Ver-
größerungs Zahl, so ist es geschehen.
2. Um aber solches aufreißen zu können, so
müßet ihr jede auß den zwey ungleichen
Seithen in sich selbst multipliciren, und die
Quadrata durch die gegebene Zahl wieder
auß den Producten ziehet die Quadrat-Wurtzel
so habt ihr die gleichmäßige Seithen.

§. 146. Nro: XLIII. Ist es ein Trapezium oder anderes
Irregulares Vielekk, so müßet ihr alle Seithe
quadriren, multipliciren und die Wurtzel auß-
ziehen, als zur construction der figuren nöthig ist.

Es sollte nach der in Rechnung gewöhnlichen ordnung, die Division deren flächen folgen, weil aber nun eine und andere operation in derselben zu leichter und deütlicher zu er=
=klären noch einige propositionen vorläufig ge=
=setzet werden.

Und zwar erstlich die verschiedene Propor=
=tionirung deren linien und flächen.

Der 23. Lehrsatz.

Wann in geradlinigte figuren die gleich= §. 147.
=mässige winckel einander gleich seind, und die linien, so sie einschliessen beyderseiths einerley verhältnuß haben, so seind sie einander ähnlich, und wann sie ähnlich seind, so hat es mit den winckeln gleiche beschaffenheit.

beweiß.

Die geradlinigte figuren können nit anders als durch die grösse der gleichmässigen winckel und durch die verhältnuß der seithen, so sie ein=
=schliessen, von einander unterschieden werden, denn sonst lasset sich nichts deütlich in ihren begriff, wann nun die winckel einerley grösse und die seithen, so sie einschliessen einerley verhält=
=nuß haben, so kommen die Sachen überein, wo=
=durch sie von einander unterschieden seind, derowegen seind sie einander ähnlich (§. 4.) welches das erste war.

Wann zwey figuren einander ähnlich seind, so kommen die seithen mit einander überein, so, wodurch sie voneinander unterschieden seind (§. 4.) nun werden die geradlinigten figuren durch die grösse der gleichnahmigen winckl und Verhaltnuß der Seithen, so sie einschliessen unterschieden, derowegen muß die grösse der winckl und die Verhaltnuß der Seiten bey derselbe einerley sein. welches das andere war.

Der 24. Lehrsatz

§.148 Fig. 89. Wann in zwey triangeln ABC und DFE, B=D und C=E. so ist BA : AC = DF : FE und AB : BC = FD : DE. und wann hingegen die Seithen proportional seind, so seind auch die gleichnahmige winckl einander gleich.

beweiß.

Weilen B=D und C=E. und auß zwey gegebenen winckeln, und einer Seithe sich der triangl beschreiben lasset (§. 60.) so werden die triangl ABC und EDF auf gleiche arth erzeiget, derowegen seind sie einander gleich (§. 33.) folgendts BA : AC = FD : FE und AB : BC = FD : DE (§. 147. welches das erste war.
Weilen im anderen fall die 3. Seiten des einen triangl proportional seind denen 3 Seithen des anderen, und auß 3 Seithen sich ein triangl beschreiben lasset (§. 55.) so werden die triangl ABC und FDE auf gleiche arth gezeiget, derowegen seind sie einander ähnlich (§. 33.) und also die gleichnahmige winckl gleich welches das andere war.

Der 25. Lehrsatz.

§ 149. Fig. 89. Wann in einem triangl ABC eine linia DE mit der Gründlinie BC. parallel getzogen wird, so Verhelt sich AD zu AE wie AB zu AC. und BD zu EC. auch AD: DE = AB : BC.

beweiß.

Weilen DE mit BC. parallel, so ist x = o und u = y (§. 42.) dahero AD: AF = AB: AC. und AD: DE = AB: BC. (§. 148.) folgends weilen AD: AB = AE: EC. dann wann vier Zahlen od größen mieinander proportional seind, so verhalten sie sich wechselweiß, wie die erste zu der dritten, so die andere zu der vierdten also auch ~~ad~~ AD: AE = BD zu EC. w. Z. E. §. 149. Not. die Lehr Sätze von der Proportion in den triangeln seind d fundament des proportional zirkels.

die 45. Aufgabe.

Zu zwey gegebenen linien AC. und AB die dritte proportional linie zu finden. §. 150 Fig. 90.

Auflösung.

1. Machet nach gefallen einen Winkel EAD und
2. traget auß A in C. die linie AC. und auß A in B deßgl. auß C in E die linea AB.
3. Ziehet von B in C. eine gerade linie CB und auß E die linea D mit CB parallel, welches geschiehet, wann ihr (§. 48.) den Winkel E. den Winkel C gleichmachet (§. 43.) so ist BD die verlangte dritte grössere Proportional linie.

Wollet ihr die dritte kleinere proportional linie haben, so setzet in den mit beliebiger Eröffnung gemachten Winkel auß A in C. die kleinere gegebene AC, und auß A in B die §. 150 Fig. 90 No. 1.

grössere gegebene linie AB und auß B in E
wiederum die kleinere AC und verfahret
wie vorhin, so ist die linie CD. die kleinere
dritte proportional=linie, und verhelt
sich CD: AC = AC: AB.

§. 150. No 10 II. durch den Proportional Zirkl zu den linien
AB und CD, die weiß kleinere dritte propor-
tional-linie zu finden.

1. nehmet mit dem Handzirkl die linie AB, tra-
get solche auf einen schenkl der linea Arith-
metica von centrum directe, damit ihr ihren
Innhalt erfahret, dieser wäre z: Ex: 83 theile.
2. nehmet die grösse der andern gegebenen linie
CD. und traget solche auf oben dieser linea
Arithmetica transversim auß 83 zu 83 und
lasset den Proportional Zirkl also ligen.
3. messet aber diese kleinere linie auf der linea
Arithmetica directe auß den centrum und merket
wie vil sie auf selber bekombt. z: Ex: 49.
4. nehmet mit dem Hand Zirkl von dem unverruckten
Proportional-Zirkl transversim die weite
von 49 zu 49. so ist solche die dritte kleinere linie
welche ihr auf der linea Arithmetica von centro
außmessen könnet, und 28 begreifen sein finden
werdet. Wollet ihr weiß grössere propor-
Fig: No: 2 tional linie suchen, so verfahret wie folget.
1. nehmet mit dem Handzirkl die kleinere gege-
bene CD, und sehet wie vil dieselbe directe
auß dem centrum auf der linea Arithmetica
bekommen, welches 49 seye.
2. nehmet mit den Handzirkul die grössere

A B und traget solche auß 49 zu 49 transversim
und lasset das instrument in dieser Öffnung liegen.
3. Suchet mit dem Handzirkel auf eben dieser linea
arithmetica directe wie viel die längere auß den
gegebenen linien bekomme, welches 83 wäre
4. Nehmet mit dem Handzirkel auf der ietz vermutheten
linea arithmetica transversim die weite von 83
zu 83. so wird solche die gesuchte dritte grössere
proportional linie seyn, messet ihr solche directe
so werdet ihr finden, daß sie 140 theilichen haben
werden.
Seynd auch 2. Zahlen gegeben, und ihr sollet
durch hülff des proportional zirkels die dritte
proportionierliche dazu finden. Zum Exempel G: Ex:
die grössere Zahl 60. die kleinere 20. ihr sollet die
dritte grössere finden.
1. Nehmet mit dem Handzirkel auf der linea
arithmetica auß den Centrum 60. und traget
diese weite transversim von 20 zu 20. und
lasset den proportional zirkel in dieser öffnung
liegen.
2. Nehmet mit dem Hand Circul die von weite
von 60 zu 60. Transversim, und traget diese
weiten directe auf eben diese linea arithmetica,
so werdet ihr finden, daß sie in 180 einschlagen werde.
welches die dritte grössere proportional Zahl zu
20 und 60 ist.
Solle aber die mittlere kleinere zu diesen zwey ge-
gebenen Zahlen auf diese weiß gefunden werden,
so verfahret also:
1. Nehmet die kleinere Zahl 20 mit dem Handzirkl
von dem Centrum directe auf der linea arithmetica
und traget solche transversim von 60 zu 60. und
lasset den proportional zirkl in dieser öffnung liegen.

2. Nehmet die Weite von 20 zu 20. transversim, und traget dieselbe wieder directé auf eben diese linie, so werdet ihr bey nahe 4 theilichen erreichen darum sie habe $6\frac{2}{3}$ sein.
Weil aus diesen Exempl aber ist zu ersehen, daß man auf den Proportional Zirkl nit allzeit so genau, als wie durch linien und Rechnung operiren kan.

Durch die Rechnung.

§. 150. Nro: **III**. Zu 20 und 60 die dritte grössere proportional grösse zu finden.
1. Saget in der Regel Detri 20 gibt 60, was gibt 60. diss multiplicirt 60 durch 60 das ist das andere Glied durch sich selbsten.
2. das Product 3600 dividirt durch das erste Glied 20. so komt in quote 180. für die dritte proportional grösse.
Solle aber die nächst kleinere gefunden werden, so multiplicirt auch die kleinere gegebene 20 durch sich selbst, und das Product 400. dividirt durch die grössere 60. so kombt $6\frac{4}{6}$.
Stehen beyde Exempl also:

Zur nächst grösseren. Zur nächst kleineren.

20 — 60 — 60
60
3600 | 180
222

60 — 20 — 20
24
400 | $6\frac{4}{6}$
60

Die 46. Aufgab.

§. 151 Zu 3 gegebenen linien AB: AC. und BD. die vierte
Fig: 91. proportional linie zu finden.

Auflösung

1. machet nach belieben einen Winckl EAD.
2. traget auf selben in B die linea AB, und auf A in C die linea AC. und auf B in D die linea BD.
3. ziehet von B in C. eine gerade linie,

4. Aus D eine andere DE mit CB parallel, wie in vorhergehender Aufgab, so ist CE die verlangte vierdte proportional linie (§. 149.)

Nro: I. Es ist zu merken, daß die zwey linien oder die erste zwey Sätze AC und AB auf die Spitze des Winkels A in C. und B. gesetzet werden, die dritte gegebene BD aber an die erste AC gestückt werden muß, daß die linien müssen solchen gestellt einander folgen, wie die Sätze in der Regel Detri, denn diese Aufgab ist nichts als eine Regel detri durch linien, in welcher sich das erste Glied zum 3ten verhaltet, wie das 2te zum 4ten, also muß sich die erste AB zum 3ten BD. wie die andere AC. zum vierdten gesuchten CE sich verhalten. § 151.

Nro: II. Wollet ihr die 4te grössere proportional linie finden, so traget die kleinste der gegebenen BD. und die mittlere AC. an die Spitze des Winkels C in A. und D. und die gröste AB an die kleinste auß D. in B so verhält sich die gefundene vierdte EA. zur andern AC. wie sich die dritte CE zur ersten AC. §. 151. Fig: 91 Nro 1.

Nro: III. Auf dem Proportional Zirkl. §. 151. Fig: 91 Nro 2.

Zu 3 linien die vierdte proportional linie zu finden.

1. Messet jede gegebene linie auf der linea Arithmetica directe auß dem Centrum, und merket wie viel theile jede von denselben abschneide.
2. Z: E: AB seye 80. AC 54 und BD 87. wollet ihr nun die kleinere Proportional-linie haben, so nehmet mit dem Hand-Zirkl des andern Glieds AC. 54 und traget sie auf die lineam

Arithmetica von 80. zu 80. und lasset das Instrument
in dieser Öffnung liegen.
3. Nehmet mit dem Handzirkel die Weite von 37
zu 37. als die Zahl der kleinsten B.D. so ist solche die Länge
der gesuchten kleinen proportional Linie. wann ihr
solche auf der linie Arithmetica directe messet so
werdet ihr derselben 25 finden.
Wollet ihr aber die nächst grössere finden, so
traget die Weite des andern Gliedes AC transver-
sim von 37 zu 37. und lasset den proportional
zirkel in dieser öffnung liegen.
4. Nehmet die Weite von 80 zu 80. so habt ihr die ge-
suchte 4te., welche wann ihr sie obgesagter maßen
messet 115 lang zu seyn finden werdet.
Die linien [illegible] mitten auf dem Proportional Zirkel
der Vortheil, daß auch die darin enthaltene Brüche
mitgenommen werden, ob man sie schon nicht
benennen kan.
5. Wann die fürgegebene linien entweder zu
groß oder zu klein seind, daß sie auf den vorstehenden
liegenden proportional Zirkel nicht können genommen
werden, so muß man sie im ersten fall halbiren
im andern fall aber verdoppeln, oder sonst in
gewisse ähnliche portiones vertheilen oder vergrößern
zu grossen wichtigen Werken, ist am sichersten
durch die Rechnung zu operiren.
§.157. Pro: IV. durch die Rechnung aber zu 3 Zahlen
die vierdte Proportionirliche finden machet es
1. Saget wann ihr die nächst größere Proportional
zahl suchet. die kleinste z: Ex: 3 gibt 5 was gibt 15.
od. 3 stuck kosten 5 fl: was kosten 15 stuck, sol-
cher gestalt, daß allezeit das erste und dritte

Ternio X Geometriae.

X

Glied von einerley Sorte seye, auch muß dem-
-ero mittlere auch von der Sorte des gesuchten
Gliedes sein, steht demnach also: 3 – 5 – 15.
2. Multiplicirt das andere und dritte Glied in
einander, und das Product 75. dividirt durch
das erste Glied 3. so bekomt ihr 25. zum vierdten
Proportional Zahl, und wird sich das andere
Glied zum vierdten verhalten, wie das erste
zum dritten. und das Product der zwey äusersten
Glieder wird dem Product der zwey mittlern
gleich sein, wenn ihr also das andere und dritte
als die zwey mittlere Glieder multiplicirt
und das Product durch das erste dividirt, so komt
nothwendig das vierdte proportionirliche Glied
heraus. als mit $\frac{15}{5}$
3 | 75 Product $\frac{75}{3}$ | 25.
In dieser Aufgabe ist die nächst grössere Propor-
-tional Zahl gesucht worden, und heißet die
Operation in diesem Fall die Regel Detri Directe.
Nro: V. Wollet ihr die nächst kleinere propor- § 151.
-tional Zahl haben, so setzet die grössere auß
den gleichnamigen Zahlen vornen z. Ex. die 15
3 – 5. so kommt 1. zur vierdten kleinern $\frac{5}{15}$ $\frac{10}{15}$ | 1 die Drittel kleinere.
Diese Operation, wenn nemlich die nächst kleinere
Geometrische Proportional Zahl gesucht wird,
nennen die gemeine Rechner zum Unterschied
der Vorigen, machen aber keine Veränderung
in Ordnung der Sätze, sondern im Ausrechnen,
indeme sie die vordere zwey Sätze mitein-
-ander multipliciren, und mit dem letzten
dividiren

Wann ihr aber nicht habet auf ordnung der
Sätze, so könnet ihr operiren wie bey der Regl
Detri directe ihr müsset, demnach auß fol-
-gendts nicht geben, auf die Sätze, denn ihr drey
habet, welcher 2. von einerley art seind, die be-
-kannt ist, so gesucht wird, dieser einschliessig allezeit
wird allezeit in die Mitte, oder zuletzt gesetzet
worden aber einer von denen von der am ersten
wolt ihr nun die nächst grössere proportional
zahl, so setzet die kleinere, und muß dieser zwey
Sätzen voran, wann aber die nächst klei-
-nere herauß kommen solte, so setzet die grös-
-sere voran, im übrigen verfahret wie
oben gezeiget worden, da ihr nemblich die 2
hinderste mit einander multiplicirt, und
mit der fordern dividirt

Der 26. Lehr Satz.

§152. Fig. 89. Wann in triangeln ABC und FDE, $B=D$ und $AB:BC=FD:DE$, so ist auch $A=F$ und $C=E$ und $BA:AC=DF:FE$

Beweiß

Weilen $B=D$ und $AB:BC=FD:DE$, und auß einem Winckl und den beyden Seithen die ihn einschliessen, sich ein triangl beschreiben lasset (§.58) so werden die triangl ABC und FDE auf gleiche weiß gezeiget, der-wegen seind sie einander ähnlich (§.33) folgendts $A=F$, $C=E$, und $AB:AC=DF:FE$ (§.145) w. zum Exempl.

Anmerkung.

Die lehr-Sätze von der ähnlichkeit der Triangel §153.
seind von denen nützlichsten in der gantzen
Mathematique, und dienen zu den meisten
Erfindungen, die man in derselben haben
kan, auch die vornemsten ausübungen der
geometria auf dem feld beruhen auf den-
selben, wie bald mit mehren erhellen wird.

Die 44. Aufgaab. §.154.

Eine gerade linie AB in so viel gleiche theile Fig: 92
zu theilen, als man verlangt.

Auflösung.

1. Traget nach belieben auf eine linie CD so
viel gleiche theile, als die linie AB be-
kommen soll. zum Exempl: 5.
2. Setzet auf CD einen gleichseitigen Triangel CED. (§53.)
3. traget auf EC in A. und auf ED in B die linie AB
4. Endlich ziehet gegen dem ersten Theilungs-
Punckt G aus der Spitze E. des Triangels die
linie EG. so ist AF. der fünfte theil von der
gegebenen linie AB

Beweiß.

Weilen $EA : EB = EC : ED$ so ist $EA : EC = EB : ED$ und
$EA : AB = EC : CD$. (§.152.) nun ist $EC = CD$ der-
wegen ist auch $EA = AB$ weil nun ferner EA :
$AF = EC : CG$. (§.148.) so ist $AB : AF = CD : CG$ und
$CG = \frac{1}{5} CD$, so ist auch $AF = \frac{1}{5} AB$

Nro: 1. Auf eine andere Bequemere art eine linie §.154.
AB mit der ersten eröffnung des Zirkels in so viel gleiche Fig: 92
theile zu theilen, als beliebig. z: Ex: in 9. Nro: 1.

1. aus seinen Ende A der gegebenen linie ziehet eine andere AC mit einen beliebigen Winkel

2. traget auf die linie AC, 9 gleiche Theile mit beliebiger Eröfnung des Circuls

3. aus den letzten Punct 9 ziehet eine linie in den andere Ende B der gegebenen linie

4. Mit diesen ziehet aus allen übrigen Puncten bis an die gegebene linie die Parallelen 8 und 8. 7 und 7. 6 und 6 und so weiter, diese linien theilen die gegebene linie AB in 9 gleiche Theile

Der Beweis ist aus den vorigen Lehrsatz klar (§154)

§:154. Nro II. Wann aber eine linie in etliche gleiche Theile und deren folgende Bruch eingetheilet werden solle Z. Ex: in 9 $\frac{3}{5}$ Theil, so machet das so:
Fig: 92. Nro 2.

1. traget auf eine ungefehr gezogene linie AC mit beliebiger Eröfnung des Circuls 9 Theilichen aus C in D.

2. Nehmet 5 solcher Theilichen für ein ganzes und traget solches aus D gegen A. genau

3. aus den Punct A. ziehet mit einen beliebigen Winkel eine linie so lang als die gegebene AB ist

4. ziehet aus C in B, andere Ende B der gegebenen linie eine gerade linie CB. und aus allen übrigen Puncten die parallelen bis an die gegebene linie, welche sie in 9 und $\frac{3}{5}$ theilet.

§ 154. Nro III. Wenn es solle eine gegebene linie in verschiedene ungleiche Theile. Z: Ex: in 10. 7. 5. 3 getheilet werden.
Fig: 92 Nro 3.

1. traget auf eine gerade linie nach belieben 10 oder mehr gleiche Theile.

2. Setzet den Handzirkel in ein und deren Ende C und beschreibet aus C als den Centrum so viel Bogen als diese Theile auf die linie CD getragen.

und bemerket, den Anfang eines jeden Bogens mit
einer Ziffer nach der Ordnung von eins an, wie an
einem Maaß-Stab.
3. traget die gegebene linie, wenn sie in 10 theil getheilet
werden solle auf den Bogen auß 10. und auß dem
Punct F. in welchem die linie den Bogen berühret,
ziehet eine gerade linie in d. Centrum C. welche
alle dazwischen beschriebene Bogen, durchschneidet,
so ist die weite od. Corda von 1. zu 1. ein zehendtheil, der
2 zu 2. zwey zehendt und so weiter.
4. Solle aber diese linie AB auch in 4 gleiche theile ge-
theilet werden, so traget sie auf den Bogen von 4.
in G. und ziehet die linie CG. diese wird die sechs
dazwischen liegende Bogen also durchschneiden,
daß die Corda 1 1 des ersten Bogens bey dem Centro
$\frac{1}{4}$ die Corda 2 2. $\frac{2}{4}$ der gegebenen linea AB. sein,
und so weiter.
5. solle aber diese oder eine andere linie in 5 gleiche
theile getheilet werden so traget sie auf den
fünften Bogen auß 5 in h. und ziehet die linea
hC. welche die 4 dazwischen stehende Bogen also
durchschneidet, daß die Corda h1. gleich $\frac{1}{5}$ die Corda
h2 gleich $\frac{2}{5}$ der gegebenen linie sein wird.
Nro: IV. Solet ihr eine gegebene linie in etc. §. 154.
gleiche grentze, und auch etc. daran Fig: 92
hangende bruchtheiliche theilen, so verfahret Nro 4.
also.
1. traget auf eine linie CD. nach belieben, solche
theile, als die gegebene linie grentze haben.
Setze z. Exempel: 5.
2. Es haben aber auch $\frac{2}{5}$ an den grentzen hin-
hangen, so theilet einen dieser theilen in 5 gleiche
theile und traget 2 davon zu Ende an die 5te
grentze. in D.

3. Ziehet wie in voriger Aufgab (§ 154 Nro 3) auß
jedem Theilungs=Punct die Bogen.
4. Auf den letzten Bogen der $\frac{2}{5}$ traget die gege-
bene linie AB. auß D in E. und ziehet auß E in C.
die linie EC. diese schneidet die bogen also durch, daß
die weite von $\frac{1}{5}$ zu $\frac{1}{5}$ gleich ist und $\frac{1}{5}$ der gege-
benen linie. die Corda oder weithe von 2 zu 2 ist
gleich 2 gantzen Theilen, die weite von 4 zu 4.
ist gleich 4 gantzen Theilen, und so weither.

§ 154. Nro: V. Wann die bogen gemacht seind kann man
auch verschiedene Theile theilen, wann man ein
die bogen der Zahl einer verlangten Theilung
traget. Wie in der Civil und militar Archi-
tectur auch in der Artillerie gar offt vor-
kommet.
Es ist auch diese operation in diesem fall derje-
nigen auf dem Proportional Zirkel gantz
gleich, wie ihr beide jetzo sehen werdet.

§ 154. Nro: VI. Eine gegebene linie welche eine an-
Fig: 92 dere also durch ein hier zusammengesetztes
Nro 5. Instrument bestehend, in die begehrte gleiche
Theile zu theilen.
Das Instrument wird also gemacht, und
die operation verrichtet.
1. Machet auf einen glatten hölzernen, oder
dicken Papier Täfelein, an beyden enden
einer gesetzten linie ab in beliebiger
weite und länge zwey Perpendicular
a und bc.

2. auf diese zwey Linien traget auf A in D und b in C.
so viel gleiche Theile als ihr verlanget, und ziehet
diese Puncten mit geraden Linien mit a b pa-
rallel zusammen, und bemerket sie von unten
auf oder oben ab mit 1. 2. 3. und so weiter.

3. Wollet ihr nun eine gegebene Linie in gewisse
gleiche Theile theilen, so traget sie auß der Linie
Nro. 1. bis zur Linie der vorgesetzten Zahl z: Exempl
auß E in f. so ist sie durch die parallel-Linien in so
viel gleiche Theile durchschnitten oder getheilet,
als ihr verlanget habet.

Bey dieser Operation müsset ihr aber acht haben,
daß sich die gegebene Linie nicht zu sehr schleifet,
das ist, allzu sehr schief von dem parallel Linien
durchschnitten werde. wodurch die wahre durch-
schnitt oder theilungs Puncten undeutlich werden.
Man kann die parallel Linien auch einrichten, daß
sie Brüche andeuten, wie bey der vorigen manier
geschehen ist, wenn ihr nemblich eine gewisse Zahl
der parallelen für ein gantzes annehmet.

Nro: VII durch den Proportional Zirkel eine gegebene §. 154.
Linie c d in begehrt gleiche Theile. z: Ex: in 5 zu theilen. Fig: 92
1. nehmet die gegebene Linie c d und traget sie Nro. 6.
auf den Proportional Zirkel in die Linea Arithmetica
von 50 zu 50. oder eine andere Zahl, die sich durch
5 dividiren lasset. z: Ex: 25. 40 etc. transversim
und lasset daß Instrument in dieser Öffnung
liegen, so ist die Weite von 10 zu 10 gleich $\frac{1}{5}$.

die von 20 zu 20. gleich $\frac{2}{5}$ eurer linie und so weiter.
hebet ihr eure linie aber von 25 zu 25 getragen.
so ist die weithe von 5 zu 5. gleich $\frac{1}{5}$ und die weithe
von 10 zu 10 gleich $\frac{2}{5}$ eurer linie und so weiter.
hebet ihr eure linie aber von 30 zu 30 getragen
so ist die weithe von 6 zu 6 = $\frac{1}{5}$ und die weithe von
12 zu 12 = $\frac{2}{5}$ etc und so verfahret mit allen zahlen,
in welche ihr eine linie theilen wollet.

§ 154. Nro: VIII Item ihr wollet eine linie e f. so z: E: in 42 fuß
getheilet, und diese linie solle in 8 theil getheilet
Fig: 92. werden
Nro: 4. 1. traget die gegebene linie transversim in die
linea arithmetica von 42 zu 42. und lasset das
instrument also liegen.
2. dividirt auf den weithe 42. durch 8 den quo-
tienten 5¼.
3. nehmet also von der unterwärtigen linea arith-
metica die weithe von 5¼ zu 5¼. so habt ihr $\frac{1}{8}$ eurer
linie.
diese aufgab ist in der Architectur Civil sehr
commod zur erfindung des sogenannten moduls:

Die 48. Aufgab.

§ 155. Eine gerade linie A B: nach der proportion
Fig: 93. zu theilen nach welcher eine andere C D ein-
getheilet worden.

Auflösung.

1. beschreibet auf die eingetheilte linie C D
einen gleichseitigen triangl (§. 59.)
2. traget auß E in A. und B die gegebene linie A B.

3. Ziehet auß der Spitze des Triangels C. an die theilungs=Puncten A. die linie CA, CI. diese theilen die gerade linie A B, in J und H nach der verlangten proportion.

Beweiß.

Der beweiß stehet in der 44. Aufgab (§.154.) § 155.
Nro: I dieses kann auch durch die Composition, gegeben (§.154. Nro. I. und III.) verrichtet werden. § 155.

Nro: II. Durch den Proportional Zirkl. Fig 93 Nro I.

Es solle eine linie A B solcher gestalt eingetheilet werden, daß ein theil davon ac 3 theile, der erste die linie c d. 4. und die linie d b 5. bekomme.

1. addirt die Zahlen dergl: theile, so jede dieser linien bekommen solle, so ist 12 die Summa und die länge der gantzen linien.

2. dieweilen aber die Zahlen der theile der linien klein seind, und auf den Instrument nicht genohmen werden können, so nehmet 10 für einen. und traget demnach die gantze linie a b von 120 zu 120 transversim, und lasset dß Instrument also liegen.

3. Nehmet mit dem Handzirkl die weithe von 30. zu 30, so habt ihr den theil ac. in 3. theilen.

4. ferner die weithe von 40. zu 40. so habt ihr den theil cd in 4. theilen.

5. Und endlich nehmet die weithe von 50 zu 50. so habt ihr die linie d b in 5 theilen, setzet diese 3 linien zusammen, so werdet ihr sehen, dß ihre Summa der gegebenen gleich seye.

Fig: 93. Nro. 2. Auf den Proportional Zirkel den Bruch
eine Linie vorzustellen, dieß ein begehrtes
Theil auß einer gantzen hinzustellen. z: Ex:
$\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$ oder $\frac{2}{3}$ oder $\frac{4}{5}$ etc.
1. Wann der Zehler und Nenner nur eine Ziffer
hat, so multiplicieret jede mit 10, oder einer an-
dern beliebigen Zahl. wann aber der Zehler
und Nenner auß 2 oder mehr Ziffern bestehen,
so hat es dieses nicht nöthig.
2. Ihr saget von der Linie ab z: Ex: $\frac{3}{4}$ abzuschneiden,
multiplicieret 3 und 4 durch 10, so habt ihr $\frac{30}{40}$.
nehmet dannenhero die Linie ab und traget
solche transversim in die lineam arithmeticam.
von 40 zu 40 und leget sie in dieser Öffnung
3. nehmet die weite von 30 zu 30. so ist diese
$\frac{3}{4}$ von der gegebenen Linea ab.
Ihr müsset aber kein zu grossen multipli-
catoren nehmen, damit es wegen der gantzen
Linie, dieß es kommen mit, die Zahlen der linea
arithmetica eueres proportional Zirkels über-
steige.
Solte aber der Nenner des Bruches vorgelegten
um der Zahl grösser sein, als die gröste Zahl
auf der linea arithmetica eures Proportional
Zirkels ist, so dividiret den Zehler und Nenner
durch eine beqveme Zahl, als 2. 3 oder 4. und
operiret wie vorhin, so ist die gefundene Linie
$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ des gesuchten Bruchtheils

Anmerckung. §.156.

Diese Aufgaben haben grossen Nutzen in der Civil- militar und Navil Bau Kunst, wie auch bey der Artillerie, und durch die gantze gebrauchte mathematique, um die nöthige Maaßstäbe zu verfertigen, oder Risse und figuren nach Belieben zu vergrössern und zu verkleinern, zu dem allermeisten in proportionirung der Theile eines Projects.

Die 49. Aufgab. §.157.

Ein Paralelogrammum, durch einen Triangel in so viel gleiche Theile zu theilen, als man verlanget. Fig. 95.

Auflösung.

1. Theilet die Grundlinie CD. oder CB in so viel gleiche Theile, als die figur eingetheilt werden solle (§.154.)
2. Ziehet aus den Theilungs Puncten 1.2. in dem ersten fall mit der andern Seithe AC parallel linien 1-1 und 2-2. (§.64.) im andern fall aber linien bis an die Spitze des triangels A.1. A.2. so sind die figuren in gleiche Theil getheilet.

die 50. Aufgabe. §.158.

Zwischen zwey gegebenen linien AB. und BC. eine mittlere Geometrische proportional linie zu finden. Fig. 96.

Auflösung.

1. Traget die gegebene linie AB und BC auf eine linie an einander, und theilet sie in zwey gleiche Theile (§.90.)
2. Beschreibet aus BC mit AC einen halben Circul
3. richtet aus B die perpendicular linie BD auf (§.90.)

diese ist die verlangte mittlere proportional linie.

Beweiß

§. 157. Nro: I. Gleiche Theile (3 und 4.) verhalten sich wie ihre gan-
tzen grössen (: 6 und 8:) Dieß die Verhältnuß dergl:
Theilen, und die Verhältnuß ihrer gantzen haben ein-
erley Nahmen der Verhältnuß, und vice versa.

Lehr Satz.

§ 157. Nro: II. Wann man zu gantzen (: 6 und 8:) ihre gleiche
Theile (3 und 4) addiret, so verhalten sich die vermehrten
gantzen (: $6+3 = 9$ und $8+4 = 12$) wie ihre gleiche Theile
(3 und 4.

Beweiß

Einer dergl: Theilen ist in seinen gantzen so oft
enthalten, als der andere in seinen per hypothe-
sin, wann ihr nun zu jeden gantzen einen seiner
Theilen addiret, so ist ein Theil um einmahl mehr
enthalten als zuvor, folglich ist einer ebenmahl
in seiner vermehrten gantzen so oft enthalten,
als der andere in seinen (: §. 23. Nro V.) derowegen
haben die Verhältnuß des einen Theil zu seiner
vermehrten gantzen, und die Verhältnuß des
andern zu seiner einerley Nahmen der Verhält-
nuß (: Nro. 60 vorher.) und verhalten sich selbe
die vermehrten gantzen wie die Theile (: $9:12 = 3:4$:)
W. Z. E.

Lehr-Satz.

§ 157. Nro: III. Wann $A:B = C:D$. so ist auch wechselweiß $A:C =$
$B:D$. und auch zusammgesetzter $A+B:B = C+D:D$.

Beweiß

Wann B und D. gleich, so ist alles klar, sie seyen
aber ungleich und z. E. kleiner als A und C. also
kann man B. D. als gleiche Theile der gantzen A. C.
ansehen, derowegen verhalten sich die gleiche Theile

wie ihre gräntzen, folglich A:C = B:D (§.154. Nro I.) welches das erste weisst.
Daß aber dieses wahr ist A+B : B = C+D : D. den wann dem A+B und C+D die ersten als Vorderste glieder (§.154. Nro II.) welches das andere war.

Zusatz.

Nro IV. Also verhalten sie sich auch umgekehrter B:A = D:C, (Nro 3. vorher) und D:C = B:A (§.154. Nro I.) §.154.

Grund-Satz.

Nro V. Wann A und B zu C, oder C zu A und B einerley Verhältnis hat, so seind sie einander gleich. §.154

Grund Satz.

Nro VI. Wann zwey Verhältnüsse einer dritten gleich, so seind sie einander selbst gleich. §.154.

Lehr Satz.

Nro VII. Wann drey Zahlen oder Linien proportional, so verhält sich das quadrat der ersten zum quadrat der andern, wie die erste Zahl oder Linie zur dritten. §.157.

Beweiß.

Das quadrat der ersten ist ein product aus dem zweyfachen derselben, und das quadrat der andern ist ein product aus dem zweyfachen der ersten, und zweyfachen des Nehmens der Verhältnüß (§.114.) die dritte proportional-Zahl oder Linie ist ein product aus der ersten und dem zweyfachen des Nehmens der Verhältnüß ist erstellen, daß sich das quadrat der ersten zum quadrat der andern verhält, wie die erste zur dritten (Nro. 20. Vorher.) W. Z. E. w. §.154.

Lehr Satz.

Nro VIII. Wann Zahlen oder Linien proportional, so seind auch ihre quadrata proportional. §.157.

Beweiß

Dieser Satz ist gleich einem Grundsatz, und ist klar in Zahlen. Z. E. wenn $3:4 = 6:8$, so ist $9:16 = 36:64$.

Lehr Satz.

§.157. Nro: IX. Wenn 4 Zahlen proportional (: $3:4 = 6:8$:) so ist das Product der äußersten (3.8) gleich dem Product der mittleren (: 4.6 :)

Beweiß.

die andere der Proportional Zahlen bestehet aus dem Product der ersten in den Nahmen des Verhältnüß und die vierdte ist ein Product auß der dritten und eben diesen Nahmen des Verhältnüß (Nro: 29. Vorer.) derowegen entstehet das Product der äußersten aus der ersten, dritten und den Nahmen des Verhältnüß, und das Product der mittleren, eben falls auß der ersten dem Nahmen des Verhältnüß und der dritten, derowegen sein sie einander gleich. (: §.29 Nro: XII :) W. Z. E.

Lehr Satz.

§.154. Nro: X. Wenn drey Zahlen proportional, so ist das Product der äußersten gleich dem Product der mittlern in sich selbst.

Beweiß.

Da die mittlere zwey mahl gesetzet wird, so ist alles klar auß vorhergehenden.

Zusatz.

§.157 Nro: XI. Da nun ein Rectangulum ein Product auß seinen Seiten (: §. 114 :) und ein Quadrat ein Product seiner Seiten in sich selbst (: §.114 :) so ist, wenn vier Linien proportional das Rectangulum auß den äußersten gleich dem Rectangulo auß der mittlern

und wenn drey linien Proportional, ist Rectangulum
aus den äußersten gleich dem quadrat der mittlern.

Zusatz.

Nro: XII. derowegen wenn zwey Rectangula gleich § 157.
seind, ihre Seithen in wechselweiser Verhältnus,
und wenn ein Rectangulum einem quadrat gleich
so ist die Seithe des quadrats die mittlere proportional
linie zwischen den Seithen des Rectanguli.

Nro: I. In gegenwärtigen Aufgab ist D.B. die mittlere § 158.
proportional-linie zwischen den zwey linien AB und Fig. 96.
BE. Eben so auch AD. die mittlere Geometrische
proportional=linie zwischen AE und AB. wegen der
ähnlichkeit der triangeln ADE und ADB. denn es
ist AE die Hypothenusa des rechtwincklichten triangels
ADE. und AB ist die Hypothenusa des ihm ähnlich
rechtwincklichten triangels ADB. gelten derowegen
hierzu eben die obige weiß.

Nro: II. Wann die linie AC. die Seithe eines quadrats § 158.
ist, so die summa der quadraten zweyer andern Fig: 95.
linie AD. und DC. ist, und ihr theilet den halben Fig: 7.
Zirkel APC. in 2 gleiche theile, so ist das
quadrat der Corda AP oder CP. die mittlere
Arithmetische proportional größe des quadrat
denn wenn ihr das quadrat der linie AC halb
biret, so kommen die 2 quadrata der Seithen AP und
CP heraus (§. 144) ist nun das quadrat AC. die
summa deren zwey quadraten von AD. und DC ist.
so ist das quadrat von AP als die hälfte dieser summa,
der mittlere Arithmetische proportional größe.

der Winkel ADE ist ein rechter Winkel (§ 80.)
ABD ist auch ein rechter Winkel, DAB ist beÿ
den Triangeln DAB und DAE gemein (§ 143.
Nro: XII.) derowegen ist der Winkel ADE dem Winkel
DEA gleich (§ 142.) nun ist in dem Triangel DEB
der Winkel BDE auch ein rechter Winkel (§ 118)
derowegen verhält sich AB zu BD wie BD zu DE,
(§ 148 den 149 Nro XII. w. z. E.

Die 1te Bemerkung.

§ 159. Wenn man für 1. eine Linie annimmet, und nach derselben eine gegebene Zahl exprimiret, so kann man durch diese Aufgabe vermittels des verjüngten Maßstabes die Quadrat Wurtzel ausziehen.

§ 159. Nro: I. Dieses kann keine Aufhellung als Zahl bedeuten, daß aber hierdurch diese Aufgabe die Quadrat Wurtzel ausgezogen werden kann, ist, weilen, wenn 3 Zahlen einander geometrisch proportional sind, das Quadrat der Mittleren, dem Product der 2 äußersten gleich ist, denn wenn zu zweÿen Zahlen die dritte geometrische proportional Zahl gesucht wird, die mittlere mit sich selbst multipliciret werden muß. (§ 150 Nro III.)

Die 2te Bemerkung.

§ 160. Eben auf diese Art kann man auch durch die 46. Aufgabe (: § 151.) die Regeldetri in Linien verrichten; das ist wenn man die gegebenen Linien in Zahlen annimmet.

§ 160. Nro: I. Fig: 96. Nro: I. Durch den Proportional Zirkel zwischen zweÿ gegebenen Linien, die mittlere geometrische Proportional Linie zu finden.

1. traget jede der gegebenen linien auf die linea
Arithmetica directe, damit ihr die grössen erfahret
die jede in sich begreiffet, und es seye z. Ex: die
grössere 90 und die kleinere 49.
2. traget die grössere 90 auf die lineam planorum
von 90 zu 90, und lasset das Instrument also
offen liegen.
3. Nehmet auf eben dieser linea Planorum die
breite von 49 zu 49, und diese ist die mittlere
proportional linie.
4. Wollet ihr ihren begriff in grössen wissen,
so traget sie auf die linea Arithmetica directe
aus dem Centrum, so werdet ihr etwas über
65 finden, weilen man den bruch nit deutlich
wegen kleinigkeit der theile nehmen kan.
Aus diesen und vielen andern fällen werdet §. 160. No. II
ihr sehen, daß wann eine Operation scharff
genohmen werden, dieselbe sich viel geschickter
durch /: und die brüch etwas bedeuten sollen :/
durch die Rechnung viel gewisser operiret
wird.

Durch die Rechnung.

§. 160. No: III

No: III. Zwischen zwey gegebenen grössen die
mittlere geometrische proportional grösse zu finden.
1. multipliciret die gegebene ~~linien~~ grössen
in einander, und
2. aus dem product ziehet die quadrat-wurtzel
z. Ex: zwischen 3 und 27 solle die mittlere
proportional grösse gefunden werden

27
3
―――
81

81 | 9 die mittlere proportional grösse
/: §. 159. No. 1 :/

+

§ 160 No: IV. Bey dieser gelegenheit ist auch zu zeigen, zwischen zwey Linien und Grössen die mittlere Arithme,
,tische Proportional Linie od Grösse zu finden. die Arithmetische Proportional Grössen aber übersteig[en]
einander nur um einigen ihrer theil. zum
Ex: 3. 5. 7. 9 etc. übersteigen einander um 2.
Item 2. 5. 8. 11 etc. haben zu ihrem unterschid
3. die hingegen die geometrische proportional
Grössen einander gantz od gar [i]hm[...]
übersteigen als 3. 9. 27 etc. /: § 150 No: III :/ es
ist aber allezeit die mittlere Arithmetische
Proportional grösse, die helbe Summe der
zwey äussersten, als die zwey äussersten ware[n]
4 und 8. die Summe ist 12 die mittlere Arith,
,metische Proportional aber 6, und übersteig[en]
einander um 2.

Auflösung.

Fig: 96. Es seye die linea ab und cd, ihr sollet die
No: 2. mittlere Arithmetische proportional linien
finden.
1. Setzet die zwey gegebene linien in eine
gerade linie zusammen.
2. die Summe dieser zwey linien d. i. die
linea ac theilet in zwey gleiche theile in e.
so verhelt sich cd zu de wie ae zu ab.

Durch die Rechnung

§. 160. No: V. 1. Addirt die zwey gegebene Grössen.
2. und die Summe halbiret d. i. dividirt
durch 2 so habt ihr die mittlere Arithme,
,tische Proportional Grösse. Zum Exempel:
zwischen 54 und 38. eine mittlere Arithme,
,tische proportional Grösse zu finden:

addirt $\frac{57}{33}$ / 90 halbirt $\overset{+}{90}|45$ mittlere Arithme-
tische Proportional Zahl.
Es ist noch nöthig, wegen künftigen nothwendigen Vorträgen, noch einige Grund- und Lehr-Sätze, wie auch Aufgaben einzurücken.

Lehr-Satz oder lema. §. 160. Nro: VI. Fig: 90. Nro: 3.

Wann sich zwey Linien AB und CD in einem Circul ungefähr durchschneiden, so ist das Rectangulum, welches aus denen zwey Theilen AE und EB construirt werden kan, gleich dem Rectangulum aus den zwey Theilen CE und ED.

Beweiß.

Wann ihr die linien AC und DB ziehet, so sind die Triangel ACE und EBD einander ähnlich, denn die Winkel bey E sind einander gleich /: §. 40. :/ weilen sie beide den selben Bogen AD zum Maaß haben /: §. 85. :/ so ist derohalben EB : EC :: ED : EA /: §. 143. Nro: VI. §. 148 :/ und folglich EC×ED = EB×EA. w. z. Er.

Lehr-Satz.

Nro: VIII. Wann man aus den Punkt, so außer einen Circul lieget, die linien AB und AC bis zu dem innern Theil der Peripherie ziehet, so ist das Rectangulum, so sich aus der linie AB und dem Theil AD außen liegend, gleich dem Rectangulum aus AC in AE. §. 160. Fig: 96. Nro: 4.

Beweiß.

Ziehet die blinde Linie EB und DC, so habt ihr zwey ähnliche Triangel ABE und ACD, denn der Winkel A gehöret zu allen beiden, und die Winkel B und C stehen auf einem Bogen

/: §. 85. :/ derowegen ist AC zu AB wie AD zu
AC folglich AB x AD = AC x AC. w. z. E.

§. 160. No. VIII. Wann man auf dem Diameter AC eines
Fig. 96 No. 4. Circuls auß einen beliebigen Punct D eine
Perpendicular DB biß an die Peripherie zieht,
so ist das Quadrat dieser Perpendicular so groß als
ein Rectangulum, so auß den Theilen AD und
DC des Diameters construirt werden kann.

Beweiß.

Wann man die Linien AB und BC ziehet
so hat man einen rechten Winkel ABC /: §. 86. :/
und die perpendicular Linie BD theilet den
Triangel in zwey andere ähnliche Triangel
ABD und BCD /: §. 143 No. XII. :/ derowegen
ist AD : DB :: DB : DC, folglich DB = AD x DC.
denn in der geometrischen Verhältnuß dreyer
Größen ist allzeit das Quadrat der mitleren
gleich dem Product oder Rectangulum auß den
zwey äußern /: §. 159. No. 1. :/ w. z. E.

§. 160. No. IX. Deßentwegen ist die Perpendicular DB, so auß
Fig. 96 No. 5. einen beliebigen Punct des Diameters biß
an die Peripherie gezogen wird, die mitlere
geometrische Proportional Linie zwischen den
zwey theilen des Diameters, wie oben /: §. 158
§. 159 :/ erwiesen worden ist.

Aufgab.

§. 160. No. X. Auß einen gegebenen Punct D eine den
Fig. 96 Prob. Circul berührende Linie zu ziehen.

Auflösung.

1. Ziehet auß dem gegebenen Punct D eine
gerade lineam in das Centrum des Circuls C.
2. Theilet diese linie DC in zwey gleiche theile
in E.

2. beschreibet auß E mit der weite EC einen halben Circul CBD, und wo dieser die Peripheria in B durchschneidet, ist der Berührungs-Punct, nach welchem ihr den Tangenten BD ziehen könnet.

Beweiß

Ziehet auß dem Punct B den Radium BC, so ist bey B ein rechter Winkel (§. 86.) und der Tangens ~~BD~~ solle auf dem Radium perpendicular liegen (§. 95. Nro. I.)

Nro. XI. Wann ihr den Punct wissen wollet in welchem eine linie die Peripheria eines Circuls berühret, so ziehet auß dem Tangenten eine gerade linie zu dem Centro C und 2. theilet diese in zwey gleiche Theile in E und beschreibet mit der weite EC den halben Circul, und dieser wird die Peripheria in dem Berührungs-Punct B durchschneiden, wie gleich jetzt oben erwiesen worden ist. §. 160 Fig: 96. Nro. 6.

Lehr-Satz.

Nro. XII. Wann man auß einem Punct B außer dem Circul einen Tangenten BA und Secanten BC ziehet, so ist das quadrat des Tangenten AB so groß als ein Rectangel auß dem gantzen Secanten BC und dem äußern theil desselben BD.

Beweiß

Ziehet die linie AC und AD, so sind die triangel CAB und ABD einander ähnlich, denn der Winkel B ist ihnen gemein, und die Winkel BAD (§. 95. Nro. II.) und ACD (§. 84.) haben denselben bogen AD zu ihrem maaß und derowegen verhält sich BC : BA = BA : BD und folglich BA = BC X BD (§. 159 Nro. I. §. 160 Nro. III.) zu sehen.

Lehr Satz.

§. 160: No: XIII. Wenn ein Tangent CD perpendicular
Fig: 96 No 8. auf den Diameter AB stehet, und man zie-
het auß dem Punct A so vielle gerade linien
auf den Diameter, als man will. z. Ex. die
linea AC, so ist das quadrat des Diameters AB gleich
einem Rectangulum auß BC und den Theil AE
dieser linie.

Beweiß.

Ziehet die linia BE, so bekombt ihr zwey ähnliche
Triangel ABC und AEB, weilen sie beide einen
rechten Winkel bey Punct B, und den Winkel C
AB gemein haben, wessentwegen AC : AB :: AB :
AE folglich $AC \times AE = AB^2$ (: § 159 No 1. § 160 No II. :)

§. 160 No: XIV. Es ist aber der Winkel AEB desswegen ein
rechter Winkel, weilen er in einem halben
Circul BEA stehet, und folglich der nebenwinkl
CEB auch ein Rechter Winkel.

Erklärung.

§. 160. No: XV. Wenn man saget, daß eine linie in die
mittlere und äußerste ration, das ist in media
und extrema ratione getheilet seye, so ist es fol-
gender massen zu verstehen. Wenn nemlich
eine linie solcher gestalt in zwey ungleiche
Theile getheilet wird, daß sich die gantze linie zu
den grössern Theil verhalte, wie der grössere
zu den kleinsten.

Aufgab.

§. 160. XVI. Eine gegebene linie AB in die mittlere
Fig: 96 und äußerste ration zu theilen:
No: 9. 1. Ziehet an den äußersten der gegebenen linien
B eine perpendicular BD so lang als die selbe
gegebene linie AB.
2. Beschreibet auß D mit der Weite BD einen Circul

und ziehet durch das centrum D die linea AC.
3. machet AF gleich AC so ist die linie AB in die mittlere und äusserste ration getheilet.
Nro: XVII. der Beweiß kann aus dem lehr satz (: §. 160 Nro: XII :) gleich begriffen werden, folgen demnach noch eine andere Manier diese aufgab aufzulösen. §. 160.

Nro: XVIII. richtet am Ende A der gegebenen linie AB eine Perpendicular AC auf so lang als die selbe gegebene linie AB. §. 160. Fig: 96. Nro: 10.
2. nehmet die Weite EB und traget solche aus E in F und
3. traget das Stück AF aus A in H so ist AH die mittlere groisse AB und HB und HB die äusserste. Zum Beweiß.
1. machet AD so lang als AB, so ist der Punct E in der Mitte der linea AD.
2. Construiret d3 quadrat AC.
3. Item das quadrat AF, und auch die
4. die Rectangula AI und HC.
dabey muß auch die 6 Proposition des 2 Buchs Euclidi hier vorgesetzet werden welche also lautet:
Wann eine gerade linie AB in zwey gleiche Theile in C getheilet und eine andere BE in beliebiger länge angefüget wird, so ist d3 Rectangulum von der gantzen linie AE und dem angefügten BE sammt dem quadrat DE der selben linie AB gleich dem quadrat CA, so auf CE beschrieben wird so zur Hälfte die selbe gegebene linie CB und die angefügte BE sei. Fig: 96 Nro: II.

Fig. 96 Nro: II. Nun hat das Rectangulum AH zwey gleiche
Rectangula AF und CG und das Quadrat BH
in sich, und komt noch dz Quadrat der selben ge-
-gebenen linie FK dazu, so ist die Summe
so groß, als dz Quadrat CG.

Fig. 96. Nro III. 1. Ferner machet AD so lang als AB, dz wan
ihr die Helffte AK der linie AB dazu thut und verlängert.
2. Construiret dz Quadrat AG. so habt ihr ein Rect-
-angulum DG, welches sambt dem Quadrat
EA so groß ist, als dz Quadrat von EF vermög
der obigen Euclidischen Lehr in Fig. 96 Nro I.
Wird nun dz Quadrat der linie EA von dem
Rectangulum EF abgezogen, so bleibet dz Rec-
-tangulum AE ~~abgezogen~~ in AH zweymahl
genommen, dz ist dz Rectangulum DA in AH
sambt dem Quadrat AG übrig.
Nun ist in dem Rechtwinklichten Triangl ABE
die Hypothenusa EB so groß als EF per con-
-structionem, folglich auch dz Quadrat von EB
gleich dem Quadrat von EF, ziehet man
nun von diesen dz Quadrat von EA ab, so
bleibet das Quadrat von AB übrig, und dieses
muß so groß sein, als dz Rectangulum DH
und Quadrat AG zusammen, dann weilen
die grossen Quadrate von EB und dz von
EF einerley waren, und einerley Quadrat
nemblich von EA von jeden abgezogen worden
so muß auch einerley übrig bleiben, die nun auch
dz Rectangulum DG und das Quadrat AB ein-
-ander gleich groß ist, und man ziehet von
beyden dz Rectangulum DH ab, so bleibet in
einem fall dz Rectangulum HC, im andern fall

Tercio Geometria

XI

IX

uber dz quadrat AG übrig, müssen dannenhero diese
zwey flächen auch einander gleich seyn.
Da nun die mittlere geometrische proportional-
linie heraus kommet, wann die zwey äusserste
termini miteinander multiplicirt werden,
und auß dem product, welches so groß als rectan-
gulum HC die quadrat wurtzel gezogen wird
d. i. wenn AB=HI mit HB multiplicirt wird,
und auß dem product die quadrat wurtzel ge-
zogen wird, so verhelt sich AB : AH :: AH : AB.
§. 160 Nro VIII.

Diese theilung der linie wird auch sectio divina
genennet, wegen ihres vielen nutzes und ge-
brauchs.

Aufgab.

Nro XIX. Ein zwölfft theil in einen circul zu beschreiben. §. 160. fig: 96 Nro: 12.
1. traget den radium AC des gegebenen circuls in die
peripherie auß C in D.
2. halbiret den bogen CD in E. so ist der bogen
ED der zwölffte theil des circuls.

Beweiß.

der radius ist die seithe des sechsecks gleich /: §. 108:/
wann dannenhero der bogen in dem sechseck in 2 gleiche
theile getheilet wird, so kombt der bogen des zwölff-
ecks heraus. w. z. E.

Lehr-Satz.

Nro: XX. Wann in einen gleichschenkelichten triangel §. 160. fig: 96 Nro: 13.
ABC jeder winkel an der basim doppelt so groß
als der winkel an der spitze, und einer auß die-
sen winklen an der basim z. Ex: BAC wird in zwey
gleiche theil getheilt, und wo die theilungs linie die
gegenüberliegende seithe BC in D berühret, so

wird sie in den Punct D in die mittlere und äusserste Ration getheilet, d. i. es wird BC : BD :: BD : DC.

Beweiß.

Die Triangl ABC und ADC seind einander ähnlich, denn der Winkel C gehört zu beyden, und der Winkel DAC ist dem Winkel ABC gleich, ingl: seind die Linien AC, AD und DB auch einander gleich, denn weilen die Winkl DAB und ABD per constructionem gleich seind, so ist die Seithe BD der Seithe DA gleich (: §. 81 :) dahero, wegen ist BC : AC :: CA : CD und wann anstatt der Linie CA die ihr gleiche BD angenommen wird, so ist BC : BD :: BD : CD (: §. 143 No: VI. §. 160 No: XV. XVI :) w. z. E.

Aufgab.

§. 160. No: XXI. Einen solchen gleichschenklichten Triangl ABC zu machen, dessen Winkel an der basim doppelt so groß seye, als der Winkel B an der Spitze.

Fig: 96. No: 13.

1. Theilet die gegebene Linie BC in die mittlere und äusserste Ration (: §. 160 No: XVI :)
2. Auf die kleinere gefundene linea DC machet mit der mittleren DB einen gleichschenklichten Triangl DAC.
3. Machet ferner mit der weite der gantzen gegebenen Linie CB einen gleichschenklichten Triangl auf die linea AC, so wird der Winkel ~~Dey~~ B halb so groß sein als jeder Winkel an der basim.

Zusatz.

§. 160 No: XXII. 1. Dividiret 180 als die Zahl der Grade so jeder Triangl hat (: §. 74 :) durch 5. so ist der quotient 36 grade und dieses ist der Winkel an der Spitze.
2. Ziehet ihr diese 36 grad von 180 ab so bleiben 144 grad für die zwey Winkel an die basim übrig,

und betrant jeder 72 grad, welches doppelt so viel als der Winkel 36 an der Spitze ist.

Aus diesem folget ferner.

No: XXIII. Wann man mit der gegebenen Linie BC. einen Circul beschreibet, und an dem Centrum B einen Winkel von 36 graden machet, und den andern Radium BA. gehörig hinlaufen auf die Chorda AC. so ist der Triangl ABC gleich schenklicht und jeder Winkel an der basis ist doppelt so groß als der an der Spitze B. § 160. Fig: 96 Nro: 13.

Aufgabe

Nro: XXIV. Ein 10 Eck in einen Circul zu beschreiben. §. 160. Fig: 96 No: 14.

1. Theilet den Radium BC des gegebenen Circuls in die mittlere und äußerste Ration (: §. 160. Nro XVI. :) in D.

2. Traget die mittlere gefundene Proportional Linie DC so oft in den Circul herum als angehet. (: §. 160. No: XXIII. :)

Lehrsatz.

No: XXV. Wann man die Seithe des eingeschriebenen Sechs Ecks, und die Seithe des in einerley Circul eingeschriebenen 10 Ecks in eine gerade Linie zusammen fieget, so ist die gantze Linie in dem Puncte wo sie zusammen gefieget sind, in die mittlere und äußerste Ration getheilet. §. 160. Fig: 96 Nro: 15.

(Es seye CB die Seithe des Sechs Ecks so in einen Circul beschrieben worden, und man setzet sie in der Länge des Radio CA bis in D verlängert. Dann ist der Radius der Seithe des 6 Ecks gleich (: §. 108 :)

Beweiß.

Ziehet die Linie DA. so seind die Triangl BDA und BAC einander ähnlich, denn der Winkel B ist ihnen gemein, und der Winkel BDA und CAD einander gleich (: §. 49 :) es ist der äußere Winkel

BCA doppelt so groß als der Winkel CAD oder CDA (§. 74 & 79.) und dessentwegen ist der Winkel BCA doppelt so groß als der Winkel CAB. folglich DBC: BA :: BA : BC (§. 148.) und nimmt man CD anstatt AB so hat man DB : DC :: DC : CB. w. z. e.

Lehrsatz.

§. 160. No: XXVI. Das quadrat der Seithe eines eingeschriebenen
Fig: 96. No: 16. Fünfecks ist gleich dem quadrat der Seithe des in eben diesen Circul beschriebenen Sechsecks, sambt dem quadrat des in eben diesem Circul eingeschriebenen Zehen Ecks. Es seye demnach zu einem Circul die linie AB die Seithe des Fünfecks, und man theilet den Bogen AB in zwey gleiche theile in C, so sind die Sehnen AC und CB die Seithen eines 10 Ecks und der radius DB ist die Seithe des 6 Ecks (§. 108.) Dieses also gesetzet, so wird gesaget $\overline{AB}^2 = \overline{DB}^2 + \overline{AC}^2$.

Beweiß.

Theilet durch den radium DF den Bogen AC in zwey gleiche theile in F und ziehet die linie EC, und ist der triangel AEC gleichschenklicht, so ist er dem triangel ACB ähnlich, weilen sie den Winkel an der basim CAB gemein haben, so ist folglich AB : AC :: AC : CE. aus welchem folget daß $\overline{AC}^2 = AB \times AE$. das ist AC ist die mittlere proportional zwischen AB und AE (§. 158 & 160 No: VIII.) ist also das rectangulum aus AB und AE so groß als das quadrat AC. Nun ist auch der Centrum-Winkel bey dem 5 Eck 72 Grad (§. 107.) so sind die zwey halbe Poligon winkel ABD und BAD jeder 54 Grad, welches $\frac{3}{4}$ des Centrum Winkels

AD ist, und der winckl FDB ist auch $\frac{3}{4}$ eben
dieses Centrum winckels, weilen er den bogen EB zu
seinem maaß hat, als welcher bogen $\frac{3}{4}$ des
fünffeckes ist. wodurch dann die triangl ADB
und DCB einander ähnlich sind und AB:
BD :: BD : BE mithin $\overline{DB}^2 = AB \times BE$ (: S. 158. S. 160.
No. VIII.:) folglich seind die rectangula aus AB
und AC item aus AB und BC zusammen gleich
dem quadrat aus AB. dann in fig. 96 No. 17
machet das rectangulum von AC in AB und das rectan-
gulum von CB in AB zusammen das quadrat BC aus. Es
ist aber das rectangulum AC dem quadrat der seite AC
des zehen eckes gleich und das rectangulum cd dem
quadrat der seithe BD des sechseckes gleich und
beyde rectangula zusammen, das quadrat von AB.
das ist von der seithe des 5 eckes ausmachen.
so ist demnach $\overline{AB}^2 = \overline{DB}^2 + \overline{AC}^2$ w. z. E.

Aufgab.

No. XXVII. Ein 5 Eck in einen gegebenen Circul zu beschreiben. S. 160 fig. 96. No. 18.

Auflösung.

1. Ziehet den Radium EF perpendicular auf den Diameter AB
2. Theilet den halben Diameter wieder in zwey gleiche Theile in C.
3. Aus diesem Punct C beschreibet mit der weite EF den bogen DE, so wird die Corda DF die Seite des fünffeckes sein.

Beweis.

Der triangl DEC ist recht winckelicht und CF ist
gleich der Seithe des Sechseckes (: S. 108:) es ist aber
durch die operation die linie DB in dem punct C in die

mittlere und äußerste Ration getheilet worden.
(: §. 160 Nro XVIII :) so ist der Theil CD die Seite
eines eingeschriebenen Zehen Eckes, dessen
Radius FC (: §. 160. Nro XXV. :) nun ist das Quadrat
des eingeschriebenen Fünffeckes so groß als die
Quadrate deren Seiten des in eben diesen
Circul eingeschriebenen Zehen, und Sechseckes
zusammen (: §. 144. :) und AC die Seite des Sechseckes
(: §. 160 Nro XXV :) so ist DF die Seite des Fünff-
eckes (: §. 160. Nro XXVI. :)

Aufgabe.

§. 160. Nro XXVIII. Ein Quadrat in einen gegebenen
Fig: 96. Circul zu beschreiben.
Nro 19.

Auflösung.

1. ziehet den Diameter AB, und theilet jeden selben Circul in zwey gleiche Theile in den Punct D und E (: §. 94 :)
2. ziehet die Linie AC. CB. BD und DA welche das begehrte Quadrat formiren, denn alle vier Seiten seind einander gleich (: §. 92. :)

Aufgabe

§. 160. Nro XXIX. Einen Achteck in einen gegebenen Circul zu beschreiben.

Auflösung

1. Theilet nach voriger Aufgab (: §. 160 Nro XXVIII. :) den Circul in 4. gleiche Theile ABCD.
2. Jeden dieser Theile theilet wieder in zwey gleiche Theile (: §. 94 :) so ist die Corda von einem solchen Bogen die Seite des Eingeschriebenen Acht-eckes.

Anmerkung

Nro: XXX. Ein neun und fünfzehneck mit Circul und lineal Geometrisch in einen gegebenen Circul zu beschreiben, ist noch kein modus erfunden worden, und muste erst durch die Geometriam Curvarum gesuchet werden, wozu die so genannte Trisection, d.i. einen gegebenen Bogen, in 3. 5. 7. gleiche theile zu theilen erfordert wird. welches gründlich zu erklären hierzu weitläufig fallet. und dessentwegen kann man es, durch die so genannte Quadratrix demonstratio verrichten welche also gemacht wird. Davor aber muß noch folgende Aufgab zu resolviren gezeiget werden. §. 160. H:

Aufgab.

Nro XXXI. Einen jeden Circul Bogen in eine gegebene gerade Zahl eintzutheilen. §. 160. Fig: 96 Nro: 20

Auflösung.

Es solle der Viertheil Circul ABC. in 16 gleiche theile getheilet werden.

1. Theilet den gegebenen Bogen AC vermittels des durchschnitts D /: §. 94:/ in 2 gleiche theile in E.
2. Auf gleiche weiß theilet den Bogen EC wieder in zwey gleiche theile in F
3. Ein gleiches kann mit den Bogen FC in G und letztlich
4. theilt den Bogen GC noch einmahl in 2 gleiche theile in H /: §. 94/ so ist HC der 16zehende theil des bogens AC.

§. 160. Nro: XXXII. Auch diese Weiß kent ihr einen Circul Bogen in noch viele kleinere gerade Zahlen ein=theilen.

Aufgab

Die Dinostratzische Quadratrix zu machen.

§. 160. Nro: XXXIII. 1. Theilet den Radium AB eines Viertl Circuls in eine gewisse gerade Zahl glei=cher Theile ein /: §. 154:/

Fig: 96. Nro: 21.

2. Theilet auch den Viertl Circul in eben so viel gleiche Theile /: §. 160 Nro: XXXI:/

3. Ziehet die Radios CB, DB, EB, FB und so weiter.

4. Ziehet auf den Punkten G mit AT eine parallele bis sie den Radium CB in L berühret, ein gleiches thuet auch auß den Punkten H, I, K und denen übrigen.

5. fanget an auß A durch alle übrige Durch=schnitts Punkten L, M, N, O etc. eine krumme Linie AS zu beschreiben.

Wie kleiner ihr aber den Radium und Viertl Circul eintheilet, je accurater wird die krumme Linie, zum fernern Gebrauch aber, machet auch eine solche Linie sambt den dazu gehörigen halben Circul auf ein starkes [illegible] Papier, oder durchsichtiges Horn und etwas groß, damit ihr sie zu Bogen von verschiedener Länge der Radios gebrauchen könnet, die zu Verfertigung der krummen Linie nöthige Radios und parallelen müßet ihr wieder gantz auslöschen, daß nichts erscheine als der Radius AB die krumme Linie und der Viertl Circul.

Diese Linie hat die Eigenschafft, daß nachdeme wenn zum Triangel durch die Puncte M und O auß dem Centrum B die Radios BD und BF ziehet, so verhaltet sich der Bogen DF, wie die linie AH zur linie AK.

Aufgabe.

No: XXXIV. Einen gegebenen Circul Bogen OPQ. z: Ex: in 3 gleiche Theil zu theilen. §. 160. Fig. 96. No: 22.

Auflösung.

1. Leget den gegebenen Winkel auf den Radius der quadrative AB, so daß das Centrum des Winkels auf das Centrum B des Viertl Circuls komme, und merket wo der andere Schenkl des Winkels die quadrative, und den Viertl Circul durchschneidet z: Ex: in F und E.
2. Ziehet auß den Punct F mit B: eine Parallel bis an die linie AB in G.
3. Theilet AG in die begehrte 3 Theile (: §. 134 :) in H und K.
4. Auß diesen Punkten ziehet die Parallelen GF, HI, und KL, bis an die quadrative
5. Durch diese Durchschnitts Puncten L. und ziehet auß B die Radii BC, BM. bis an den Viertl Circul so werden diese den Bogen EA. in die begehrte gleiche Theil theilen.

Anmerkung. §. 160.

No: XXXV. Wann ein stumpfer Winkel also getheilet werden solle, so müsset ihr denselben halbiren (§. 94.) und mit der Hälfte auf obgesagte Weiß operiren, so auf diese weiß kann ein Winkel in ungleiche Theile getheilet werden

Es geschiehet in Praxi aber viell leichter durch den Transporteur, wann ihr den gegebenen Bogen in graden messet, und dieselbe in die verlangte Theile dividiret, und gewöhnlich die gefundene grade abstechet.

Aufgaab.

§. 160. Fig: 96 Nro: XXXVI. Ein 9 Eck in einen gegebenen Circul zubeschreiben.

Nro. 23.

Auflösung.

1. Traget den radium 6 mahl in den Circul herum, in die Puncten B, C, D, E, F, A.
2. Ziehet allzeit 3 Puncten zu 3 Puncten durch die gerade Linien BD, DE, und FB zusammen, so daß ihr ein eingeschriebenes 3eck bekommet.
3. Traget den Winkel dieses Dreiecks auf die obige /§. 160. Nro: XXXV./ gesagte Weise auf die Quadratrix und theilt solchen in dreye Theile.
4. Traget eins der gefundenen Theile, so oft als angehet in der Peripherie herum, so bekommt ihr ein 9 Eck.

Aufgaab.

§. 160. Nro: XXXVII. Ein Regulares Siebeneck in einen gegebenen Circul zubeschreiben

Auflösung

1. Theilet den Radium AB der Quadratrix in 7 gleiche Theile, und ziehet auß denen Theilungs Punct parallel Linien an die Quadratrix
2. Durch dieße Puncten ziehet die radios bis an den Viertels Circul der Quadratrix, so gibt sich ein solcher Bogen des Viertels Circuls den Winkel vors 28 Eck.

3. Mercket aus dem Centrum eines Circuls mit dem radium der quadratrix einen Circul.
4. traget den gefundenen Bogen vier mahl auf denselben, so habet ihr den Bogen eines Siebendels des Circuls.
5. Diesen traget 7 mahl in den Circul herum, so habt ihr den Circul in 7 theile getheilet.
6. Ziehet aus den Theilungs-Puncten radii welche zusammen auf das Centrum applicirten den quadratrix Circul durchschneiden, so wird derselbe auch in 7 gleiche theil getheilet werden.

Oder ihr dörffet mit dem radium der quadratrix nur einen Bogen in oder außer eines Circuls beschreiben, nachdeme er grösser oder kleiner ist, als der radius eines Circuls und das gefundene Siebendt darauf tragen, so schneidet es einen Circul durch, und ist derselbe Bogen ein Siebendt, welches ihr dann siebenmahl in den Circul herum traget.

Aufgab.

Nro: XXXVIII. Einen Sechs Eck in einen gegebenen Circul zu beschreiben. §. 160

Auflösung.

Die Auflösung geschieht wie in der vorigen Aufgab.

Anmerckung.

Nro: XXXIX. Man nennet diese krumme linie deswegen quadratrix, weilen sie etwas beytraget, wenn man den Circul mechanice quadriren will, wenn man supponiret, daß man den Punct D auf der grundlinie BC gefunden habe. Denn es hat Pappus Alexandrinus, Clavius und §. 160. Fig: 96. Nro: 22.

mehr andere demonstrirt, daß der halbe Diameter BC seÿe die mitlere Proportional linie zwischen der basin der quadratrix BD und den viertels Circul AEC, daß ist BD:BC:: B :AEC.

Man saget aber mit fleiß nur mechanischen operationen, denn der letzte Punct D an der basin sich nicht determiniren lässet, denn wann sich nur dieser Punct D noch gewiß bestimmen liesse, so wäre das gesuchte Problema der proportion des Circuls zu der sphaeris schon gefunden.

Ich ließ auch sonsten auch die Puncten sehen wo die radii und parallelen einander durchschneiden zu bestimmen, wenn es nahe gegen der basin kommet, wie auß der operation leicht zu sehen ist.

Weilen nun diese Manier nicht allein mechanisch sondern noch darzu sehr mühesam ist, so ist am besten in sogeschwindigst getheilten Transporteurs, und der Rechnung zu bedienen.

Nachdeme die Adition und Multiplication derer Winkel gezeiget worden, hette die division derselben folgen sollen, weilen aber beÿ derselben operation ein und anderes auß dem biß daher nicht genugsam hette erkläret werden können, also geschicht es nimmermehr. Damit aber muß noch die Verwandlung gezeiget werden, als welche wir vielfältig nöthig haben.

Aufgab.

§. 169. Nro: XL. Einen gegebenen Triangl ABC in einen anderen zu verwandlen, der eine gegebene Höhe het, und den vorigen Innhalt behalte.

Figur Nro: 24.

Auflösung.

1. Machet in der gegebenen Höhe FC mit der basin BC eine parallel AH.

2. Verlängert eine Seithe z. Ex: BA bis dan die gemachte parallel HG in E.
3. Ziehet auß E in C eine blinde linie EC, und mit dißer auß A eine parallel AD.
4. Ziehet DE mit einer geraden linie zusamen, heißt ED der begehrte triangel, und mit dem übrigen einerley Innhalts.

Beweiß.

Die zwey triangel ADE und ADC stehen zwischen zwey parallelen AD und EC, und haben einerley basim AD, derowegen seind sie gleich (§ 149.) alßo kan der triangel ADE anstat des triangels ADC substituirt werden, derowegen ist der triangel BAC an Innhalt gleich. e. z. Ex:

Aufgab.

Nro: XLI. Einen gegebenen triangel ABC in einen an-dern EBD zu verwandlen, der gleiches Innhalts aber niedriger höhe. § 160. fig: 96. Nro: 25.

Auflößung.

1. Ziehet mit der basim BC in der gegebenen höhe eine parallel linie FG.
2. Verlängert die basim BC ungefehr in H.
3. Ziehet auß E wo die parallel linie die seine Seite AB durchschneidet eine blinde linie in C parallel mit AD.
4. Ziehet auß A die linie AD mit EC parallel
5. Ziehet die linie ED: heißt der triangel BED zwar niedriger doch mit den vorigen einerley Innhalts.

Der beweiß ist wie im vorigen.

Aufgabe

Nro: XLII. Einen gegebenen schiefwincklichten triangel ABC in einen rechtwincklichten gleiches Innhalts zu verwandlen. § 160. fig: 96. Nro 26

1. Ziehet auß A mit der basim BC eine parallel AD.

2. Richtet an welchem Ende der basis ihr wollet. z.B. in B den rechten Winckel auf, und continuiret ihn bis an die parallel in D.

3. ziehet die linie DC. so habt ihr das verlangte triangl.

Der Beweiß ist.

Weilen die Triangl ABC und DBC einerley höhe und einerley Grundlinie BC haben (: §. 119 :) so sind sie einander gleich.

Anmerkung.

§. 160. Nro: XLIII. Durch diese Weiß kan jeder gegebener Triangl, in einen andern gleichen Innhalts verwandlet werden, der einen gegebenen Winckel hat.

Aufgab.

§. 160. Nro: XLIV. Einen gegebenen Triangl ABC in ein
Fig: 96. No: 21. Rectangulum zu verwandlen, welches mit ihme einerley basin und Innhalt hat.

Auflösung.

1. Nehmet die halbe Höhe FA des Triangls zur Höhe des verlangten Rectangulum an, construiret es (: §. 99 :)

Beweiß.

Dieweilen jeder Triangl die hälfte eines Parallelogrammi ist, so mit ihme gleiche Höhe und Grundlinie hat (: §. 120 :) da nun das Rectangulum zur Höhe die halbe Höhe des Triangls, und zur Grundlinie, die Grundlinie des Triangls hat, so ist es die hälfte desselben.

Anmerkung.

§. 160. Nro: XLV. Auf diese Weiß könnet ihr einen gegebenen

Triangl auch in ein Parallelogrammum mit der gege-
-benen gegebenen Winckhlen verwandlen. Wann
ihr den gegebenen Winckl gleich auf die basim
abstechet, und zur Höhe die halbe Höhe des Trian-
-gels nehmet (: §. 148:)
Durch die Rechnung den Innhalt eines gegebenen
Triangels in ein Rectangulum oder parallelogram-
-mum mit einer gegebenen länge oder Höhe zu
verwandlen.
1. Rechnet den Innhalt des Triangels aus (: §. 127:)
2. diesen dividiert durch die gegebene länge so komt
in quotum die breite heraus, oder durch die gege-
-bene breite, so kommet ihr die länge.

Anmerkung.

Nro: XLVI. Wollet ihr einen Triangl in ein Rec- §. 160.
-tangulum oder parallelogrammum mit einer ge-
-gebenen Höhe haben, so machet vorhero den Triangl
doppelt, so habet die gegebene Höhe sein solle
(: §. 160. Nro: XL :) und verfahret wie (: §. 160. Nro:
XLIV:) geschehen.

Aufgab.

Nro: XLVII einen Triangl in ein quadrat gleiches §. 160.
Innhalts zu verwandlen. Nro: XL fig: 96. Nro: 2 Tab. 28.

Auflösung.

1. Verwandlet den Triangl in ein Rectangulum
(§. 160. Nro: XLIV.
2. Suchet zwischen den längern Seithe BC und der
kürtzern DB die mittlere geometrische Proportional
linie (: §. 158.) so ist dieselbe die Seite des gesuchten
Quadrats so mit dem Triangl einerley Innhalts
ist.

Beweiß.

Wann ihr die länge BC mit der breite DB d. Rectanguli in einander multiplicirat, so kommt der Innhalt desselben heraus /§. 114/ ziehet ihr heraus die quadrat-wurtzl, so ist dieselbe die Seithe des quadrats, welche extraction hier durch linien geschehen ist /§. 159./

Arithmetice darf nur auß dem Innhalt des Triangls die quadrat wurtzl gezogen werden so habt ihr die Seithe des gleichhaltigen quadrats.

Aufgabe

§. 160 No XLVIII. Ein quadrat in einen Triangl gleiches Innhalts zu verwandlen.

1 Nehmet die Seithe des quadrats zur basim des Triangls an, zur höhe aber nehmet die Seithe des quadrats zweymahl.

2 Mit diesen könnet ihr den Triangl mit einem gegebenen winkl formiren, vermittels der vorigen Aufgaben.

Aufgabe

§. 160 No XLIX Ein Trapezium ABCD in einen Triangl gleiches Innhalts zu verwandlen.

Fig: 96. Nro 29. 1. Ziehet die Diagonal AD.

2. Mit dieser auß B in E eine parallel

3 Verlängeret die linie CD biß in E.

4 Ziehet die linie AE so ist der Triangl AEC dem Trapezium ABCD gleich.

Beweiß.

Die Triangl ABD und ADE stehen zwischen 2 parallelen AD und BE und haben die basim

AD mit einander gemein, und folglich gleich
(§. 159.) z. E.

Aufgab.

Ein gegebenes Fünfeck ABCDE in ein Triangel
gleichen Innhalts zu verwenden.

Auflösung

Nro: L. 1. verlängert die basin CC. beyder Seiths §. 160.
2. ziehet die Diagonal AC und AC. Fig: 96
3. mit dieser ziehet die Paralleles DG und BF Nro: 30.
4. ziehet die linien FA und AG, so ist FAG
der verlangte

Der Beweiß ist wie in voriger Aufgab.

Anmerckung §. 160.

Nro: LI. Solte der Triangel über eine gegebene
höhe oder einen gegebenen Winckel ver-
langt werden, so könnet ihr ihn durch die vorigen
Aufgaben, wie nicht minder ein quadrat oder
rectangulum von einer gegebenen Seithe
daraus machen.
Sollet ihr aber ein regulares Vieleck von 6, 7, 8
und mehr Seiten in einen Triangel gleiches
Innhalts verwenden, so müßt ihr solches er-
stlich in eine Poligon von weniger Seiten
verwenden. z. E. aus einem 6 oder 7 Eck erstlich
ein 5 Eck machen, und dieses ferner durch
obige Aufgab in einen Triangel, und so weiter
verwenden. Aufgab

Nro: LII. Einen Triangel, quadrat, rectangel, §. 160.
parallelogrammum Trapezium und irregulare
Poligonen in eine regulare Poligon. Item auch

Regulare Poligonen in andere regulare Poligon gleiches Innhalts zu verwandlen.

Auflösung

Diese Aufgab mit blossen linien zu resolviren würde in Praxi zu weithläufftig fallen, kan aber leichter mit hülff der Rechnung verrichtet werden.

1. Suchet den Innhalt der gegebenen figur.
2. Beschreibet eine solche regulare figur als die jenige sein solle, so ihr machen wollet, und rechnet nach einem gewissen Maaß-Stab ihren Innhalt auß, ingleichen messet auf eine Seite dieser figur auf eben denselben Maaß-Stab und die gefundene Zahl multipliciret mit sich selbst.

Item messet und rechnet die gegebene figur auf eben diesem Maaß-Stab auß /: §123. 124:/

3. Setzet in die Regul Detri das Innhalt einer gegebenen figur, andertens das gefundene Quadrat, drittens das Innhalt der nachbelieb. gemachten figur, so kommt in facit das Quadrat eine Seite einer gesuchte figur herauß.
4. Auß diesem ziehet die Quadrat-Wurtzel, so bekomt die Seithe einer verlangte figur herauß.
5. Auf diese gefundene Seithe beschreibet die figur /: §106:/ und diese wird mit der gegebenen einerley Innhalts seyn.

Ich kann hierzu auch folgendes täfelein beyfügen, welches das Innhalt aller regularen figuren bis auf das Zwölfeck in sich haltet, da die Seite 10000000 Theilchen hat: So dann ist der Innhalt

In des Dreyeckes	43301265000000
Viereckes	1000000000000000
Fünffeckes	1720477250000000
Sechseckes	2598076200000000.
Siebeneckes	3635721600000000.
Achteckes	4828428400000000.
Neuneckes	6181822800000000.
Zehneckes	7694208500000000.
Eilffeckes	9373191450000000.
Zwölffeckes	1119615360000000.

Das quadrat der Seite eines jeden dieser Vielecke aber ist 1000000000000000

Es seind aber diese Zahlen mit fleiss so gross genohmen worden, damit, wann es vonnöthen auf Kleinigkeiten zu sehen, genau operiert werden könne. Sonsten aber kann man bey jeder Zahl von hinden gegen der linken zu 6. Nullen abschneiden, welches auch an der quadrat-zahl geschehen muss.

Exempl.

Es solle ein Triangl dessen Innhalt seye 158040 in ein fünffeck verwandlet werden, welches eben diesen Innhalt habe.

Innhalt des regulären fünffeckes	quadrat der Seite.	Innhalt des gegebenen Triangels.
172044425	100000000.	158040

$$\begin{array}{r} 158040 \\ 100000000 \\ \hline 1580400000000 \end{array}$$

1580400000000 | 91858
1548429525
31970475 0
17204 7725
147657025 0
137638180 0
100188450 0
86029862 5
1416458750
1376381800
40076950.

quadrat der gesuchten Seite.

9|18|58|303 $\frac{8}{100}$ Seite des quadrats der gesuchten figur
9
18
6
1858
603
3
1809
490000
60608
8
484864

Wann ihr auf die gefundene Seite die zur fi-
gur gehörige Poligon winkl aufträget, so bekomt
ihr die verlangte figur (: §. 106 :)

Anmerkung

§. 160. Nro. LIII Auf diese Art können figuren auch
in gewisse andere irregulare verwandlet wer-
den, so dass allezeit und der gegebenen einer-
ley innhalt behalten, und lasset sich die
Verwandlung der figuren auf unzahliche
weiß practiciren, welches sich am besten mit
Exemplen zeigen lasset, absonderlich aber ist
die operation bey dieser oft vorkommender
Verwandlung der würfen vonnöthen.

Anmerkung

§. 160. No. LIV. Weilen vielmehr vorkomet, den Innhalt
einer regularen figur durch blosse Messung
zu finden, wie auß der Aufgab (: §. 160. No. LII :)
erhellet, dieses zu verrichten aber vonnöthen
ist, nur eins deren triangeln, in welchen sich
die regular Vieleck auß dem Centrum theilen lasset,

zu finden (§. 124.) und diesen Innhalt mit der Zahl der Seiten multipliciren (§. 124.) da aber zur ausrechnung eines Triangels die höhe desselben sambt der Grundlinie bekant sein muß (§. 122.) in dem triangel einer regularen figur ist die Zwerchlinie die höhe des Triangels, welche aus dem Centrum perpendicular auf die Seithe der figur, oder auf die basim des triangels fallet. so ist im folgenden Täfelein die Verhältnuß dieser Perpendicular zur basim zu finden, da nembl. die basim oder Seithe des Vielecks in 10000000 theilchen angenohmen wird, so komt für die höhe des triangels

in 3 Eck - - - - - - 2886751
in 4 Eck - - - - - - - - 5000000
in 5 Eck - - - - - - - - 6881909
in 6 Eck - - - - - - - 8660254
in 7 Eck - - - - - - - 10387776.
in 8 Eck - - - - - - 12071067
in 9 Eck - - - - - - - 13737384
in 10 Eck - - - - - - - 15388417
in 11 Eck - - - - - - - 17045850
in 12 Eck - - - - - - 18660256

Anmerckung. §. 160.

No. LV. Vermittelst dieses Täfeleins können auch die obgemelte regular figuren auf eine gegebene linie aufgerißen werden, wann ihr nemblich:

1. durch die Regel Detri also schliesset. z. Ex. im fünfEck gibt die Seite 10000000. den perpendicul 6881909 was giebet mir die gegebene Seithe zum Exempl: 688 für einen Perpendicul.

10000000 — 6881909 — 686

$$
\begin{array}{r}
6881909 \\
686 \\ \hline
41291454 \\
55055272 \\
41291454 \\ \hline
4720989574 \\
\end{array}
$$

4720989574 / 472 ist der perpendicul durch
11 000000. verlangten fünfeckes

2. Disen gefundenen Perpendicul richtet mitten auf der gegebenen linie perpendicular auf, so ist zu obrist desselben das Centrum eines Circuls, in welchem Ihr die gegebene linie 5 mahl herum tragen könnet.

2. Oder ihr habet durch disen Perpendicul die höhe eines triangels, wann ihr derselben fünf mahl an der Spitze zusammen setzet, so habet ihr auch das verlangte fünfeck.

§. 100. Pro. LVI Es kann in verschiedenen fällen auch folgendes täfelein dienen, welches die Proportion des Diameters eines umschreibenden Circuls zur Seite des einzuschreibenden Vieleckes anzeiget. Es ist der Diameter in 200000 so ist die Seite des eingeschriebenen Vieleckes: als des

3 eck — 173205		in	11 eck	56346
4 — 141421			12 —	51764
5 — 117557			13 —	44663
6 — 100000			14 —	44504
7 — 86777			15 —	41582
8 — 76537			16 —	39018
9 — 68404			17 —	36750
10 — 61803.			18 —	34730.

Vermittels dises täfeleins könnet ihr in einigen gegebenen Circul eine diser figuren einschreiben, wann ihr nemlich den diameter desselben in 200000 getheilten annehmet.

Weilen aber die Gröss dieser Theilung in Praxi etwas
zu gross kommet, so könnt ihr solche nur in 200.
Theile theilen, und solche alsdann vor Maasstab
annehmen, wann ihr nun von der Gröss der
Seite von der rechten gegen die linke gleich drey
Ziffern abschneidet, so giebt ihr die Gröss der Seite,
die ihr auf einem auf dem Diameter gemachten
Maasstab nehmen könnet. Z. Ex.
Ihr sollet ein Siebeneck in einen gegebenen
Circul einschreiben.
1. Machet auf den Diameter einen Maasstab
von 200 theilen, wie unten in der 53 Aufgab.
(: §. 164 :) gezeiget wird.
2. dieweilen ihr von obigen 200000 drey nullen
weggelassen, so müsset ihr auch von der dazu
des Siebenecks gehörigen Gröss 86777 drey Zif-
fern von der linken gegen die Rechte ab-
schneiden, so bleibt 86 für die Seite des Siebenecks
welche ihr von einem Maasstab abnehmen,
und in den gegebenen Circul herumtragen
könnet.
Folget das Dividiren oder Theilen deren Flächen und
Figuren, in gleiche oder gewisse gegebene Theile
absonderlich der Felder und Äcker. Ob zwar
schon oben (§ 142 :) von dem Authore solches eini-
ger Maassen gezeiget worden, weilen aber
in Praxi mehrentheil vonnöthen ist, dass die
Theilungs-linien mit einer gegebenen
Seithe der Figur parallel gehen sollen, weil
die so genannte Furchen und Zeilen der
Äcker aber meist mit einer Seithe parallel gehen,

und sich dieselben der Ein schnitten durchschnitt nicht wohl schicket, so haben zu eben diese operationen, auß den oben bis dahin gezeigten gründen, wann mich verwirren, die übrigen beweisen beyssen, und also nöthwendig bis anhero sich verstanden werden müssen.

Aufgabe.

§. 160. Prop: LVII. Einen Triangel ABC auß einem gegebenen Punct D in zwey gleiche theile zu theilen.

Fig: 96. No. 32.

Auflösung.

1. Theilet die basin AC in zwey gleiche Theile in E
2. Ziehet die blinde linie DE und auß dem Punct B mit ihr eine parallel BF.
3. Ziehet die linie FD welche den Triangel in 2 gleiche theile theilet.

Beweis.

Ziehet auß B in E eine blinde linie BE so ist der Triangel ABC in zwey gleiche theile getheilet (: §. 154.) da nun die zwey Triangel BED und FDE eine grundlinie DE miteinander gemein haben, und zwischen denen zwey paralleler DE und BF stehen so sind sie einander gleich (: §. 149.) derowegen können der Triangel DFE anstatt des Triangels BED substituirt werden, so ist also der Triangel FDC so groß als der Triangel BEC und hierdurch der Triangel ABC auß dem Punct D in zwey gleiche Theil getheilet. Hier zum Exempel.

158

gial

Ternio Geometriæ

XII

Terniones Geometriæ ~~partire~~ donare debeo
d. tū nunc nolo. d. tū successu
temporis fieri poterit.

Aufgabe

Nro: LVIII Einen gegebenen Triangl ABC aus einem in einer der Seiten gegebenen Punct D in drey gleiche Theile zu theilen. §. 160. Fig: 96. Nro: 33.

1. Theilet die linie AC in drey gleiche Theile in E und F
2. ziehet die linie DB und mit dieser
3. aus F und E die parallel linien EH und FG
4. ziehet HD und GD zusammen, so ist geschehen was verlanget worden.

Beweis.

Ziehet die blinde linie BE und BF so ist der gantze Triangl in drey gleiche Theil getheilet (: §. 154 :) ziehet ihr nun noch eine linie BD und mit dieser die Parallel F und EH so ist der Triangl AEB folglich ist jeder einen drittel des gantzen gleich. Denn in dem ersten ist der Triangl DGF gleich der Triangl BFG (: §. 149 :) und wie in der vorigen Aufgab erwiesen worden ist, eben diese Bewandnus hat es auch mit denen Triangeln HED und HEB da nun die Triangl AHD und DGC jeder ein drittel des Triangls ABC ist so muss auch das Trapezium HDGB ein drittel desselben sein.
w. z. Ex:

Aufgabe

Nro: LIX Einen gegebenen Triangl aus allen seinen drey Winckeln in drey gleiche Theile zu theilen. §. 161. Fig: 96. Nro: 34.

Auflösung.

1. Theilet die basin AB in 3 gleiche Theile und merket den Punct F der eine deren Seiten am nächsten ist. 2. Ziehet aus F mit der linie AB die Paralelle FE. 3. Diese theilet in zwey gleiche Theile in D, so gibt ist der Punct zu welchem die Durchschnitts-linie AD. BD und CD ziehen könnet, wodurch der Triangel ABC in 3 gleiche Theile getheilet ist.

Beweis.

Ziehet die linie BF, so ist der Triangel ABF ein drittel von dem Triangel ABC (§. 154.) und da ihr FE mit AB parallel gezogen habet, so ist der Triangel ABE gleich dem Triangel ABF (§. 119.) und dessentwegen ein drittel die Triangel ADC und BDC aber seind auch aneinander gleich, denn da die linie EF in D in 2 gleiche Theile getheilet worden, so ist der Triangel FDC und EDC aneinander gleich, weilen ihre alle drey Seiten gleich seind (§. 51.) item seind die Triangel ADF und DBE auch aneinander gleich indeme sie zwischen zwey parallelen stehen, und gleiche Grundlinien haben (§. 119.) folglichen müssen die Triangel ADF und FDC zusammen ein drittel und mithin BDC und EDC zusammen gleichfalls, dann auch der Triangel ADB dem Triangel ABF gleich ist, so ist er das dritte drittel.

Eben kann der Punct D auch gefunden werden, wenn jede Seite des gegebenen Triangels in zwey

gleiche theile getheilet, und auß der theilungs-Punct
gerade linien in den gegen überstehenden winckel
gezogen werden, weil diese linie in den Punct
durchschneiden wird, auß welchen sich der triangel in
die drey winckel in drey gleiche theile theilen
lasset, welches bey einer andern gelegenheit
erwiesen wird.
Ein dieser Punct, der Mittel-Punct ist des triangels
oder aber auch dessen Schwehr-Punct, wie in der
mechanica erwiesen wird.

Aufgabe

§. 160
No. LX einen gegebenen triangel ABC auß einen Fig: 96
innerhalb seiner gegebenen Punct F in zwey No: 36.
gleiche theile zu theilen.

Auflösung.

1. theilet die basin AC in zwey gleiche theile in D und
2. ziehet auß D eine gerade linia an den gegeben-
nen Punct F.
3. ziehet mit DF, auß B eine Parallel BE, und
4. ziehet FB und FE mit geraden linien zusammen
so ist d. Trapezium ABEF die helfte des gegebenen
triangels, womit er also in zwey gleiche theile
getheilet ist.

Beweiß.

ziehet auß B in D eine linie, diese theilet den triangel
in zwey gleiche theile (§. 157) den triangel BEF
ist gleich dem triangel BFD, weilen er mit ihme
auf einerley basin BF und zwischen zwey Para-
lleler BE und FD stehet. (§. 149) und also

der Triangl BEF zu dem Triangl ABC die helfte
des gegebenen Triangels ABC auß.

Aufgab

S. 160. Fig: 96. Nro: 36. Nro: LXI. Einen gegebenen Triangl ABC solcher gestalt in 2 gleiche theile zu theilen, damit die theilungs=linie mit einer gegebenen Seithe AC parallel gehe.

Auflösung

1. Theilet eine Seithe des Triangls so auf der gegeben Seithe CA stehet /: als gegenwärtig die Seithe CB:/ in zwey gleiche theile in E.
2. Beschreibet mit der Weithe FB den halben Circul CGB, und theilet ihne in zwey gleiche theilen in B
3. Nehmet die Weite der Corda CG und traget sie auf der Seite B auß B in E
4. Ziehet auß E mit AC die parallel=linie ED wel=che den Triangl in zwey gleiche theile theilet.

Beweiß

Weilen das quadrat der linie BG die helfte des quadrats der linie oder Seite BC ist /: S. 144:/ und ähnliche Triangl sich verhalten, wie ihre Homologische Seithen /: S. 144 Nr: 1:/ so ist der Triangl BED, so die linie BE, so der linie BG gleich ist zur Seite hat die helfte des Triangls ABC und folglich das Trapezium CEDA die andere helfte

Durch die Rechnung.

1. Messet eine deren Seiten, so auf der gegebenen Seite CA aufstehet. z: Ex: die Seite BC.

2. Dieß ihr gefunden multipliciret mit sich selbsten.
3. diß Quadrat od. Product dividirt mit 2.
4. Aus dem Quotienten ziehet die Quadrat Wurtzl deren Betrag traget auf der Seite BC auß B in E, so habt ihr den durchschnidt Punct.

Zum Exempl ich setze die Seithe BC = 400
setze 400

setze 80000 / 282 Wurtzl aus BE 160000 Quadrat

4
400
48
384
1680
562
1124
47600
564

diese Rechnung ist gantz bemerkt, und lasset sich auch auf dem feld selbsten anstellen.

der Punct ist auf dem feld leicht zu finden, indem dergleichen durchschnitte meistens mit den Mauern od. Furchen des Ackers parallel geschehen.

Aufgabe.

No. LXII Einen gegebenen Triangl ABC in drey gleiche Theile zu theilen, so daß die Theilungslinie mit einer gegebenen Seite AC parallel gehe. §. 160 Fig. 96 No. 87.

Auflösung

1. Theilet eine auß denen Seiten so auf der gegebenen stehen z. Ex. AB in drey gleiche Theile in D und d.
2. Suchet zwischen der gantzen Seite AB, und deren zwey dritteln Bd die linie Bb, die mittlere geometrische proportional linie s. §. 158. und diese traget auf der linien AB auß B in E. so habt ihr den Punct, wo der erste durchschnid mit der Seite AC parallel geschehen solle, und der Triangl BEF ist zwey drittel.

2. Das andere und dritte drittel zu bekomen, so halbiret die linie BC, und auß dem mittel Punct beschreibt wie in vorigen Aufgab einen halben Circul, und dießen halbiret wieder, und nehmet die Cordam des Vierdel Circuls und traget sie B in G. so habt ihr den andern Durchschnitts-Punct. wie in vorigen Aufgabe.

Der Beweiß ist wie in vorigen

Durch die Rechnung

§. No. No: LXIII. 1. Messet zum Exempel die Seite BA. die auf der gegebenen AC aufstehet, und theilet die gefundene Zahl in 3 gleiche theile.
2. Multiplicirt die Zahl der gantzen Seyte BA. mit der Zahl von zwey dritlen.
3. Auß dem Product ziehet die quadrat-wurtzel, und dieße länge traget auf der Seite A B auß dem ersten Durchschnitts-Punct. B in E. so habt ihr den ersten Durchschnitts-Punct.
4. Multiplicieret die Zahl der zwey drittel oder länge BD mit sich selbst, und das quadrat halbiret.
5. Auß dießen halben quadrat ziehet die wurtzel so habt ihr die länge der linie BA, wo der an-dere Durchschnid geschehen solle, nemblich den Punct G.

Aufgabe

§. No. No: LXIV. Ein Trapezium ABCD dessen obere Seite BC mit der basim AD parallel ist in zwey gleiche theile also zu theilen, daß die theilungs-linie mit der basim parallel gehe.
Fig: 90.
No: 38.

Auflösung.

1. Verlängert die Seiten AB und DC bis sie sich in G durchschneiden, und einen Triangel formiren.
2. Auß dem Punct G richtet eine perpendicular GH auf in der Länge GB.
3. Auß H ziehet die linie AH, und beschreibet auf sie einen halben Circul.
4. Theilet diesen halben Circul in zwey gleiche theile in I und ziehet die Cordam IH. Dieße traget auf die linie GA. auß G in E. so habt ihr den Punct auß welchem der durchschnitt mit der Seyte AB parallel geschehen solle.

Beweiß

Das quadrat der linea HA ist die Summa deren quadraten von denen linien GA und GH. (: §. 144.) da nun der halbe Circul AIH in I in zwey gleiche theile getheilet worden, so ist das quadrat der Corda IH oder der linie GE die halbte des quadrats der linie AH. und also das mittlere Arithmetische proportional quadrat der grösse (: §. 158. Nro II:) weilen sich nun ähnliche triangel gegeneinander verhalten, wie die quadrata ihrer Homologischen seiten (: §. 144 Nro: I:) so stehen auch die triangel GBC, GEF, und GAD in einer Arithmetischen proportion, gleich wie die quadrata ihrer Seiten GB, GE und GA. und weilen sich in der Arithmetischen progression die termini selbst um ein gleiches übersteigen.

/: §. 160. Nro IV:/ welches überein stimmen in gegenwärtigen Exempel die Trapezia BCEF, und EFAD seind, weßenthwegen sie auch einander gleich, indeme der Unterschied der Terminorum in der Arithmetischen Proportion allzeit gleich ist /: §. 158 Nro: II :/.

Durch die Rechnung.

1. Verlängeret die zwey Seyten BA und CD bis sie in G zusammen laufen.
2. Messet GA, und multipliciret die gefundene Zahl mit sich selbst, ein gleiches thuet mit der Länge GB.
3. Addiret dieße 2 Producta oder quadrata,
4. die Summa halbiret, und auß dießer halben Summa ziehet die Quadrat-Wurtzel, und die gefundene Länge traget auß G in E, so ist in E der Punct, auß welchem der Durchschnitt mit AD parallel gezogen werden kan.

Aufgabe.

§. 160. Nro: LXV. Ein Trapezium ABCD in zwey gleiche Theile also zu theilen, daß die Theilungs-Linie mit einer seiner Seiten z. E. AD parallel gehe.
Fig: 96. Nro 39.

Auflösung.

1. Verlängeret die 2 Seiten BC und AD bis sie sich in G schneiden.
2. Verwandlet das Trapezium in einen Triangel /: §. 160. Nro: XLIX :/ um den Punct F zu bekommen, so die basin des Triangels determiniret.
3. Theilet die basin AF in zwey gleiche Theile in H.

4. Suchet zwischen AG und HG die mittlere geometrische proportional-Linie A

5. ziehet auß dem Punct I mit AB eine parallel-Linie IK diese theilet das Trapezium ABCD in zweygleiche theile.

Beweiß

Die Triangl ABG und IKG seind einander ähnlich und verhalten sich wie ihre Homologische Seyten /: §. 144. Nro: 4. :/ weil nun die Triangl ABG. und HBG einerley höhe haben, so verhalten sie sich wie ihre basen AG und HG /: §. 139 :/ auß welchem folget daß die Triangl IKG und HBG auch gleich seind. Wann man von dem Triangl ABG. den Triangl HBG abziehet, so bleibet der Triangl ABH übrig, welcher die helffte des Triangls AB F so dem gegebenen Trapezio am inhalt gleich ist, ist. Da nun der Triangl IKG. dem Triangl HBG. gleich ist, und wann ziehet solchen von den Triangl ABG ab so bleibet das Trapezium ABKI übrig /: §. 23 Nro: VI. :/ und ist mithin die helffte des Trapezium. w. z. Er:

Anmerckung.

§. 160.

Nro: LXVI. Wann nit eine gleiche theil sondern eine andere gegebene quantität abgezogen werden solle. Z: Er: einige stücke von Viertl, welches sich öffters absonderlich bey Auftheilung der Gemeinds-Güther oder Zunfft ereignen kann, muß 1. die proportion des abzuschneidenden theils zum gantzen gesuchet werden, das ist was für ein theil das abzuschneidende seye von dem gantzen.

2. Zu oben dieser proportion muß die basin des

in welchem, dß Trapezium verwandlet worden, eingetheilt, und in übrigen auf obgezeigte Weyß verfahren werden.

Durch die Rechnung dieß zu thun, muß erstlich der Triangl ABG formirt werden, andertens dß Trapezium in ein ihm gleichseitigen Triangl verwandlet werden. Welches Beydes mit Linien geschehen muß, ob sich zwar auch dieses durch Rechnung und vermittels der trigonometria thun lassen, so würde es doch hier zu weitläufftig, wobey leichtlich eine Irrung geschehen kan. Wann aber die basen dieser zwey Triangl fleissig gemessen werden, so lasset sich die Rechnung leicht auß der Auflösung der Aufgabe einrichten.

Aufgab.

§. 160. Nro: LXVIII. Ein Trapezium ABCD dessen obere Seite
Fig: 96. No: 40. BC mit der basim AD parallel ist, auf denen Parallel Seithen in drey gleiche theile zu theilen.

Auflösung.

1. Theilet die obere Seithe BC in drey gleiche theile in G und H. item auch die andere AD in die Puncten E und F in drey gleiche theile (: §. 154.)
2. Ziehet die Puncten EG und FH mit geraden linien zusammen, so ist es geschehen. Denn jeder dieser drey theile ist auß gleichen Triangeln zusammen gesetzet, als die Triangl ABG, EGH, und EHC haben einerley Grundlinien, vermög der Construction und haben einerley Höhe (: §. 119.) gleichergestalt verhalt es sich mit den Triangeln AGE, EHF, und FCD.

Aufgabe

XLVIII. Ein Trapezium ABCD in zwey gleiche Theil zu theilen. §. 160. Fig. 96 Nro 41.

Auflösung.

1. Ziehet auß dem Punct B eine Parallele mit AD die parallel BH.
2. Theilet die linie BH. ingleichen auch AD in zwey gleiche Theile in G und F, und ziehet die linie GC und GF welche zwey figuren CBAFG und CGFD machen, und seind dieselbe einander gleich, und also die Helffte des Trapezium, denn das Trapezium AG ist dem Trapezium GD gleich, aber der Triangl BCG ist dem Triangl GCH gleich.

Weilen aber die figur dieser zwey Theile zur Praxi im feld sehr ungeschickt ist, so ist vonnöthen die zwey theilungs-linien G und FG in eine einzige und gerade linie zu reduciren. Ziehet dannenhero mit der linie FC auß G eine parallel EG und ziehet die linie EF, so ist das Trapezium in zwey gleiche Theile getheilet. Denn es ist nur das Trapezium FG CD in das ihme gleiche FECD verwandlet worden, indeme der Triangl FGC und FEC einerley grund linie CF haben, und zwischen zwey parallelen stehen.

Diese Aufgabe lasset sich auch durch die Aufgabe so der Autor zeiget (: §. 142.) auflösen, nur mit diesem Unterschied, daß in dieser des Authoris Manier auch zugleich die Rechnung nöthig ist, mit gegenwärtigen Modum aber mit blossen linien verrichtet wird.

Wollen sich deswegen nicht verdriessen lassen, auch auf diese manier zu machen.

Aufgabe.

§. 170. Nro: LXIX. Ein gegebenes Trapezium ABCD auß
Fig. 96. No. 12 einem gegebenen Winckel B in zwey gleiche theile
zu theilen.

Auflösung.

1. Ziehet die Diagonalen AC und BD
2. Theilet die erste AC in zwey gleiche theile in E.
3. Auß dem Punct E ziehet die linie EF mit BD parallel
4. Ziehet die Puncten B und F mit einer geraden linie zusammen, so ist das Trapezium in zwey gleiche theile getheilet.

Beweiß.

Da ihr die linien EB und ED gezogen habet, so ist d. Trapezium in zwey gleiche triangel AED und ECD getheilt worden, denn weil die Diagonal CA in zwey gleiche theile in E getheilet worden, so seind der triangel ABE, und BEC einander gleich wegen dergl: grundlinien, item die zwey triangel AED und ECD seind auch einander gleich, eben wegen dergl. grund linien AE und EC, ist also der triangel BEC zum triangel ECD gleich der helfte des Trapezium folglich auch die andere zwey triangel, da aber der Durchschnitt nit in der geraden linie sondern in der gebrochenen BED kommet, so wird auß dem Punct E eine Parallel mit BD gezogen, welche den andern Durchschnitts Punct F determiniret; da nun die triangel BED und BFD einander gleich (: §. 120.) folglich auch die triangel BEO und OFD einander gleich, und eine für die andern substituiret worden.

Aufgab.

Nro LXX. Ein Trapezium ABCD auß einem an einer Seite gegebenen Punct H in zwey gleiche Theile zu theilen. § 160 Nro 48 Fig: 96.

Auflösung.

1. Verwandlet das Trapezium ABCD auß den Punct B in ein Triangl gleiches Innhalts /: § 160 Nro XLIX :/ so bekommt ihr das Triangl ABF
2. Theilet die basin AE in zwey gleiche Theile in E.
3. Ziehet die linie BH und mit dieser eine pa=rallel auß E biß G
4. Ziehet G und H zusammen so ist das Trapezium in zwey gleiche Theile getheilet.

Aufgab.

Nro: LXXI. Ein Regular oder Irregular fünfEck ABCDE. auß einem gegebenen Winckel C in drey gleiche Theile zu theilen § 160. Fig: 96 Nro: 44

Auflösung

1. Verwandlet das fünfEck auß den gegebenen Punct C in einen Triangl FCG gleiches Inn=halts /: §. 160. Nro L. :/
2. Theilet die basim FG in 3 gleiche Theile in die Puncten H und I
3. Ziehet HC und IC so ist die figur in die verlangte Theile getheilet. Denn der Triangl HCI ist der dritte Theil des Triangls ECG, und folglich auch der dritte Theil des fünfEcks, denn wann ihr euch des vorigen Beweises erinnert, so wird es auch bald klar werden.

Mit gegenwärtigen Manier könnt ihr noch viel=fältige andere dergl: casus resolviren.

Es könten alle diese Aufgaben auch durch den Proportional Circul verrichtet werden, es würde aber zu weitläuftig zu beschreiben gewesen

seyn, und lässet sich viel leichter durch die
Linien operiren. dieselbe kann es auch
leicht durch den Proportional Circul geschehen,
wenn man auf die bisher beschriebene
operation wohl acht hat.

Die 51. Aufgab.

§. 161. Aus der gegebenen Höhe eines Bogens AB und
Fig: 97. dessen Höhe DF den Diametrum ED und folgends
den mittel Punct des Circuls C zu finden.

Auflösung.

1. Suchet zu FD und FB die dritte Proportional
Linie (: §. 100 :) so habet ihr EF (: §. 158 :)
2. addiret zu FE die Höhe des Bogens DF so habt
ihr den Diameter ED.
3. Theilet denselben in zwey theile so habet ihr
den Radium EC und folgends den mittel Punct.

Zum Exempel.

Es seye DF = 83'', FB = 166''

83'' — 166 — 166''

166	27556 / 332 EF
996	83 DF
996	415 der Diameter.
166	
27556	

Anmerckung

§. 162. Diese Aufgab hat in der Bau Kunst ihren Nutzen
wenn man Rüstung der Thüren und
Fenster mit Bögen schließen will.

Aufgabe

§. 163. Aus der gegebenen Höhe eines Bogens AB und
Fig: 97. seiner Höhe DF den Innhalt des Abschnitts
ADBFA zu finden.

Auflösung.

1. Suchet zu erst den Diameter des Circuls DE /: § 161. :/
2. beschreibet damit einen Circul und traget die Sehne AB darein
3. Messet den Winckel ACB mit dem Transporteur /: § 42. :/ und
4. Suchet alsdann das Ausschnid ACBD /: § 137. :/
5. Weiß der gegebenen Sehne AB und dem Unterschied FC zwischen der Höhe des Bogens DF und des Radio DC suchet den Innhalt des Triangels ACB /: § 122.
6. Endlich ziehet den Triangel ACB von dem Ausschnid ACBDA ab, so bleibet der Abschnid ADBFA übrig.

Zum Exempel es seye AB 600‴, DF 80‴, so ist DE 1205‴, der Bogen AB 60‴, daher der Ausschnid ACBDA, 189630‴, da nun FC 522‴, AF 300‴, so ist der Triangel ACB 158600‴ folgends der Abschnid AFBDA 33030‴.

Die 83. Aufgab. §. 164. Fig: 98.

Einen Verjüngten Maßstab zu verfertigen.

Auflösung.

1. ziehet eine linie AE, und traget darauff 10 gleiche Theile von beliebter grösse, nebst eins und dann ferner den Raum AB, so viel man auch beliebet.
2. Richtet in A von gefälligen Länge eine Perpendicular linie AC auf /: § 70. :/ und theilet sie in 10 gleiche Theile.
3. Durch jeden Theilungs Punct ziehet mit AE eine Parallel linie /: § 67. :/ und
4. Traget auf die obere CD eben die Theile, welche sich auf AB befinden.

5. Ziehet oben 10 und unten 9: oben 9 und unten 8
oben 8 und unten 7, oben 7 und unten 6 und
so weiter mit geraden linien zusammen.
Ich sage wenn AB eine Ruthe ist, so seind die
Theile B1, 2, 2 2.3 und so weiter Schuhe hin-
gegen 9.9 ein Zoll 8-8 zwey Zoll 7-7 drey
Zoll etc. vier zoll und so weiter.

Beweiß.

Weilen 10 Schuhe eine Ruthe machen (:§.9:) so
ist klar daß die Theile auf der linie AB Schuhe
seind, daß aber 99 ein Zoll 8.8 zwey Zoll 7.
7 drey Zoll und so weiter seind, erweißet
man also. Dieweilen 99 zu C9 (:§ 149:) wie
ist $A.9 = \frac{1}{10} AC$. derowegen ist auch $9.9 = \frac{1}{10}.C9$.
folgends ein Zoll (:§.9:) u. s. weiter: w. z. e.

Zusatz.

§.165. Wann man nun den Circul auf die dritte
oder Siebende linie setzet, und ihne bis zu
der linie aufschliest, die unten auf den fünf-
ten Schuh gezogen ist, so hat man über die
Schuhe noch 3 oder 4 Zoll. und so weiter.

§.165. Nro I. Dieweilen ein Ingenier in dem Werck
selbsten mit seinen Mathematici zu thun
hat, alß welchen daß decimal maaß nur
allein bekandt ist, sondern sich nach dem geni-
um gebrauch richten muß, in welchem daß
duodecimalen maaß dem Land und Werck-
leüten in dem ihnen bekandten duodecimal
maaß hinzustellen, und zwar in derselben
form, in welcher es daß vorhabende Werck
oder die umstände erfordern, können also fol-
gende Modell dienen.

No II. Erstlich bey dem feldmessen und aus- p. 165.
rechnen, und zwar in Königreich Böheimb.
Zu dem allgemeinen Land und feldmeß
alhier wird dz oben beschribene Land-Seil
gebrauchet, und hat ein Land-Seil 52 Ellen
Es lassen sich aber dieße Zahl nit geschickt
decimiren, auch werden die Ellen, weil sie 24
Zoll hat, od. man müste die Elle in 10 gleiche
Theil anstatt in viertl od. Zoll theilen, und
die gantze Ansinnung oder Theilung der
felder in lauter Ellen verrichten welches
zwar geschehen kan, aber der brauch der Ellen
hat gar keine vergleichung mit dem gebräu-
chigen Zoll, derowegen wäre meines erach-
tens besser man messete zwar mit dem
gewöhnlichen Land-Seil, zehlete aber anstat
der 52 Ellen 104 Schuh, weil die Elle just zwey
Schuh hat. mithin kan man ohne einen merkhl.
fehler dz Schuh für dz gantze annehmen,
und denselben aber anstat der 12, in 10 theil
theilen, da dann dießer Theil od. als dann
Decimal Zoll nur um ein weniges grösser wird,
als der vorige. dießen Zoll würde wieder in
10 theile als Decimal-linien getheilet, welches
bey dem äusersten der felder nichts sonst
betraget, indeme nur einige Zolle in dem
letzten quadrat schuh etwas zu groß würden,
mithin kan man auf dem feld, die dem
gemeinen mann bekannte und landsübliche
Rütte od. Seil gebrauchen, nur die letzte

selbe Zoll decimaliter getheilet seye, so macht
rauhin gestern keine Aenderung, indeme es eben
so leicht zusagen ist 104 Füeß oder 52 Zoll, für
jedes Landtheil, oder da mann nur jederzeit
die Zahl deren Zollen doplet zehlet, inzwischen
aber kann mann in ausrechnen zuweilen
so auch der Papier geschehen muß, sich der
Decimal Rechnung gebrauchen, und weit
geneuer operiren.

Aufgabe.

§. 145. Nro: III. Einen Maßstaab zuverfertigen
Fig: 98. auf welchem mann auf dem Papier Land
Nro. 1. theile und Zollen abnehmen kann

1. Richtet auf die linie CD die Perpendicular CA und DE auf.
2. Traget auf CA und DE auß C in D 13 gleiche Theile in beliebiger weite.
3. Ziehet die Theilungs Puncten mit geraden linien zusammen.
4. Traget auf AE und CD einen bestimmten länge der Landtheile auf A gegen E und C gegen D, so viel mann nur beliebt, und
5. ziehet B und F so fort die abgestochene Puncten zusammen.
6. Theilet das erste Landtheil AB und CF in 4 gleiche Theile oben und unten und ziehet die Transversal linien BF und so fort, so ist jedes dieser vier Theile in 13 Theile getheilet, schreibet demnach von B gegen A auf den ersten Punct 13, auf den andern 26, auf den 3ten 39 und bey A. 52, denn 4 mahl 13 macht 52, rechts dennoch es auch von E gegen C.

Nro: IV. Zu den Gebäuden wird hier zu lande §. 165.
die Ellen gebrauchet, außer landes ebenmäß Fig 98. Nro 2.
was der fuß oder Schuh, weilen ebendiese Elle
wie gesagt, zwey fuß ist, so kann man ein
fuß für das gantze annehmen, und den
Maaßstaab nach der obgezeigten Manier
machen, durch welchen ich alsdann den Begriff
von der Ellen gantz leicht habe, wann ich
alsdann zwey fuß dazunehme, mache das
AB und DE 12 gleiche Theile. Es kommt also
DE 10 fuß, und der fuß in 12 Zoll.

Nro V. Es kann sich begeben, daß ein Gebäude, ins- §. 165.
besonderlich eine fortification von Ihr Fig 98.
nach dem Decimal maaß calculirt, und auch Nro 2.
auf dem Papier aufgerissen worden seye,
und wolte gleich wissen, was eine oder an-
dere linie in dem Duodecimal maaß betrage,
so kan man sich den maaßstab einrichten
wie Fig: 98 Nro. 2. zeiget, da nemblich, daß auf
rechter Hand die füß so groß als linker
Hand gemacht werden, nur mit diesem Unter-
schied, daß rechter Hand der fuß nur in 10
Zoll, und linker in 12 Zoll getheilet ist. Wann
Ihr nun etwas auf den Decimal-Maaß-Stab
genommen habt, und ihr versuchet mit un-
verrückter Eröffnung des Circuls, wo selbiger
auf dem Duodecimal Staab eintrifft, so
wisset ihr wie viel es in dem Duodecimal
maaß betraget, es wird aber der Un-
terschied nur in Zollen bestehen.

§ 105. No. VI. Wann ihr die linea AC sowohl theilet
Fig: 98. und CF wider in zwey theil theilet, und
Nro 3 und 4. die Transversal linien AE und CE ziehet,
so habet ihr abermahl in dem ersten fall
einen Decimal in dem andern einen Duodecimal
Maaß-Staab.
Dieße Manier ist sehr bequem bey den
kleinen Maaß Staaben, wo die andern
Theil, ohnedem nicht angebracht werden
kunte.
Man kann auf dergleichen Arten mehr vieler-
ley Arten, und auf allerley Umstände
Maaß-Stabe einrichten, wie die praxi
am besten zeiget.

Aufgabe.

§ 105. No. VII. Auf dem Proportional-Circul einen
Fig: 98. geometrischen od Decimal Maaß-Staab
Nro. 5. zu finden, und alle Augenblick einen
andern Maaß-Staab daraus zu machen.

Auflösung.

Es seye die linea ~~AB~~ ab dieße solle einen
Maaß-Staab abgeben, und in 100 gleiche Thei-
le getheilet seyn
1. Nemmet mit dem Hand-Circul die linea
ab und traget sie in die linea Arithmetica
von 100 zu 100 Transversim, und lasset den
proportional-Circul in dießer Offnung
liegen, so kommet ihr alle Maaßen
finden, womit den Maaß-Staab der gegebenen
linien gemessen werden solle. Z. Exempel

Ihr wollet 40 theil dieser linea haben, so nemet die weite v: 40 zu 40 von der [illegible] linea Arithmetica, und so auch weiter, und habet ihr einen Maaßstab zu der linea ab, so lang die linea Arithmetica unterruckl bleibet.

Z: Ex: es wären drey linien ab. cd, und ef zu messen, und ihr hättet keinen Maaßstab darzu, ihr wisset aber doch daß die linea ab 100 theil haben solle.

1 traget sie in die linea Arithmetica von 100 zu 100 transversim, und lasset das Instrument in dieser öffnung liegen

2 nehmet mit dem Handzirkl die weite der linea cd, und sehet wo dieselbe auf der unterruckten linea Arithmetica transversim eintreffe. Z: Ex: in 40 und 70. heißt dieser linie 70 Ruthen oder Schuhe oder Zolle lang, nachdeme die 100 theilichen Ruthen Schuh oder Zolle bedeuten.

3 Auf gleiche weyß messet es auch mit der linea ef, so werdet ihr auch ihre länge finden. § 165

Nro VIII. Zu merken ist, wann die weite der andern oder dritten linie transversim nicht in gleiche theile einschlaget, so setzet den einen Schenkl des Zirkls in einen theil nidriger, und den andern Schenkl in einen theil höher, und lasset die nidrige Zahl für das ganze gelten, und setzet noch ein halbes darzu.

Zum Exempl die linie mn schlagete oblique in die puncten 128 und 129 ein, so ist sie dennoch so lang als 128½. Wan die linie op schlagete zwischen 84 und 88 ein, so ist sie für 84½ oder 84 Ruth 5 Schuh oder für 84 Fuß und 5 Zoll zu schätzen, und wann man solcher gestalten die Weiten mit dem Proportionalzirkel nehmen muß, so heißt es obliquè nehmen oder eintragen.

Bevor wir zur Explication des messens schreiten, sollte eine ausführliche Beschreibung der dazu gehörigen instrumenten vorhergehen, allein es seind deren so vielerley erfunden worden, daß ein grosses Buch nicht klecken, indeme fast jeder Geometer etwas anders daran machet [?], daß ihme in seinem Sinn zum Gebrauch commoder zu sein scheinet, und ist doch das fundament davon zu operiren gantz einerley, und wann ihr die bishero erklärten wohl inne habet, so könnt ihr euch auch besondere Instrumenta inventiren, ihr [?] oft mit einem Brettholtz [?] oder sonst etwas zu behelfen, und kommt die gantze Accuratezza darauf an, daß die vorkommende Linien und Winkel accurat gemessen werden, auf wie vielerley weiß, solches aber geschehen kann und muß, ist albereit zum theil gesagt worden, und ein mehreres giebt die Praxi an die Hand, nur ist darauf zu sehen, daß die operationes so simpel als möglich eingerichtet werden. Deswegen [?] die zwey allersimpelsten Instrumenta in einen allgemeinen Gebrauch gekommen, nemblich das so genannte pretorianische Tischl, und die Meß Scheibe.

Bey dem Tischl ist nichts zu erinnern, als daß es eine starke Füße an dem Stativ habe, damit wann man die Hände zum Reißen darauf

leget, daß selbe sich nicht bewege.
Und dieweil man die so genannte bousola oder magnet nadl oft dabey nöthig hat, so muß nichts von Eisen an den Instrumenten Stati=ven und Körner vorhanden sein.
Anlangend die Meßscheibe ist solche schon (§. 43) zum theil beschrieben worden und ist nur nachfolgendes zu erinnern.
1. Daß die gradus recht Accurat eingetheilet seind solcher gestalten, daß sowohl die rechte Winckel als auch andere gemeine darauf angemerket werden können, nicht ist genug, wenigstens selbe gradus darauf verzeichnet sind, man findet auch, wo man auch von 10 zu 10 minuten darauf observiren kan.
2. Daß sich die bewegliche Regel recht in dem Cen=trum der Scheibe bewege, welches leicht zu erkennen, wann dieselbe in herumdrehen mit der Scheibe einerley Circul beschreibet.

Die 54. Aufgab.

Die Weite zweyer örter A und B zu finden zu deren beyden man auf einem angenommenen Stand kommen kan. §. 166. Fig. 99.

Auflösung.

1. Setzet daß Meß Tischlein in D, und erwehlet auf denselben einen Punct C
2. Von denselben visieret durch die Diopter in A. und ziehet die linie Ca.
3. gleicher gestalt visieret in B und ziehet die linie cb.
4. messet mit der Ruthe die linien CA und CB auch
5. traget dieselbe von dem verjüngten Maaßstab (§. 164.) auf C in a und b endlich

6. Messet die linien ab auf dem verjüngten Maaß-Stab, so habet ihr die grösse der ver-langten Weite AB

Beweiß

Dieweilen der Winckl c bey dem Triangl acb und ACB gemein ist, und die Seiten so ihn einschließen proportional seind, so kann man sagen wie ca zu cA, so verhalt sich auch ab zu AB (§. 152.) nun hat ca so viel auf dem verjüngten Maaß-Stab als Ac auf dem grossen, derowegen muß auch ab so viel auf dem verjüngten Maaß-Stab halten, als AB auf dem grossen. W. Z. E.

Die andere Auflösung.

Fig. 100. 1. Setzet das Scheiben-Instrument in C und messet den Winckl ACB (§. 43.)
2. Messet ferner die linea CA und CB (§. 44.)
3. Construiret durch hülff des Transportiers und verjüngten Maaß-Stabes einen Triangl acb (§. 58.)
4. Messet die linea ab auf dem verjüngten Maaß-Stab (§. 146.) so wisset ihr wie viel Ruthen, Schuhe und Zolle die linie AB haltet.

Beweiß

Der Beweiß ist eben so wie in der ersten Auflösung.

§. 166. Art. I. Bey der operation mit dem Tisch ist zu mercken.
1. Daß der Tisch recht Horizontal liege und die diopter auf der Regul recht perpendicular stehen, welches wenn man auf einen Stand allein gemessen wird nit viel zu bedeüten hat, wohl aber wann auß zwey oder mehreren ständen gemessen wird einen grossen Mangel machet indeme, wenn die diopter nicht wohl acht gegeben in weiten Distancen die Winckl sehr corrumpirt werden.

Teinio Geometria

XIII

8. Muß der Punct C oder die Spitze des Winkels
senkrecht über denjenigen Punct stehen, von
welchen auß ich zu messen anfange. Damit
der Winkel auf dem Tisch, und der auf dem
boden genau übereinkomme, und dessen bis
her aug durch die Praxim gewohnet wird, durch
einen mit Fleiß dazu gemachten Senkel unter-
suchen sollst, dieser Senkel hängt an einer
kleinen messingen Klammer, welche mit einer
Spitze an den Punct auf dem Regier appli-
ciert wird, an der andern Spitze aber gerad
unter der obern hängt der Senkel. wie am
besten auß dem Instrument selbst zu sehen ist.
Darbey ist auch zu merken, daß jeder Winkel
Punct auf dem Regier gerad über den Punct auf
dem boden ist zu sehen kann, damit die linien
ober dem Tisch gerad auf den boden zu liegen
kame. Dann wenn dieses nicht in obacht ge-
nommen wird, die Winkel nicht gleich sein
können.

9. Ist auch zu sehen, daß die linien auf dem boden
auf das geradeste, als nur möglich gemessen
werden, dann sie sonst länger sein würden
und die figur nicht schliessen würde.

Nro II. dieses ist auch bey dem Gebrauch des D166
scheiben-Instruments zu beobachten, dann
an der Accuraten Abmessung deren Winkeln
und linien ist alles gelegen, es mag auch mit
einem Instrument gemessen werden was es für
eins sein mag.

§. 166. Nro III. Weilen hätte gerne mit der sogenanndten
bausole operiren, auch vielmehr unumgänglich
gebraucht werden muß, so ist vonnöthen ein und
anderes davon zu erklären.

§. 166. N. IV. Es ist aber die boussole nichts anders als
Fig: 100 Nro. 1. eine mit einem glaß bedeckte runde büchsel
in welcher eine stählerne mit magnet bestriche-
ne Nadl auf einem scharpfen stifftel gleichsam
schwebend sich herum beweget.
Es hat aber diese Nadl die Eigenschafft, daß sie
beständig sich gegen einerley welt gegenden wen-
det, man mag der büchsel unter ihr drehung
wie man will, und diese gegend ist nicht
weith von Nord Pol. Es wäre sehr viel curioses
davon zu melden, wir wollen nur dasjenige
hier anführen, was zur geschickten Operation
von nöthig ist.
Die Nadl wird von feinem Stahl geschmiedet
aber so dünn und gerad, als man erleydet,
daß sie sich nicht von selbsten biegen könne, sie
muß auch gleich, und ohne aber durchgebroche-
ne zierden sein.
die beste länge ist 3 od 4 Zoll der Theil der
Nadl so gegen Norden zeigen solle, muß ein
etwas weniges länger gemacht werden, als
das andere, indeme es in streichen etwas
schwerer von denen Magnetischen Theilgen
überkommet.

dieße Nadl wird nür an denjenigen theil bestrichen
welcher gegen Norden stehen solle, und an denselb=
=ßen magnet oder aber an der Armatur umbeben
folgendes dabey in Acht genommen werden.
1. müssen die Züge so man mit streichen thüt and
den Süder Pol, und von der gegen den Nord Pol
des Magnets geschehe, es muß aber die Nadl solcher
gestalt in der Hand gehalten werden daß der
Südliche Theil der Nadl gegen daß Nordliche Theil
des Steins correspondire, und also die gantze
Nadl in wehrendem Streich mit der Axis des
Steins parallel bleibe, 2tens können etliche Züge
mit güten Anhalten langsam geschehen, und
ist genüg wann nur ein End der Nadl gestri=
=chen wird, und wird wie gesagt gemeiniglich
nur daßjenige Theil auf obbesagte Weyß an den
Südlichen Pol des Steins gestrichen, welches ge=
=gen Norden zeigen solle, wolte man aber
auch daß andere Südliche Theil der Nadl auf streich
so muß man es auf obbesagte Weyß an den
Nord=Pol streichen, welches aber wie gesagt nicht
vonnöthen, im übrigen muß darauf gesehen
werden, daß die Nadl nach dem Streichen recht gleich
gewichtig bleibe, und Horizontal schwebe, und
dahero nicht feilen nachgeholfen werden, es
wäre noch vielles über dießes zu sagen,
weilen aber das gesagte genüg ist, daß man
sich selbsten eine Nadl aufstreichen könne,
so wird daß übrige in denen zeitigen Büchern

die von dem Magnet Zeündeln weiter nach-
geschehen werden, denn hier wäre es zu weith-
läuftig.
2. Muß der Stift schön scharf, und die messin-
gene Hütl ein gut poliertes Zäpfel haben.
3. Müßet ihr die boussola, wann sie nicht ge-
braucht wird, allezeit in eine Gegend und Situ-
ation legen, damit die Nadel durch einige
mehr dabey liegende Sachen nicht stets außer
der Mittags linie gehalten werde, denn da-
durch wird die Nadel schwach, auch muß man
sie an keine Hitze stellen.
4. Muß die Büchßen mit einen Glaß wohl ver-
wahret sein, damit bey der operation der
wind die Nadel nicht bewegen könne.
5. Muß der Boden der Büchßel mitten durch das
Centrum ein Creütz, so die vier Welt gegenden
andeüte, da ihr denn die gegend so Norden
andeüten solle mit einen N bezeichnet. Ihr
könnet auch Süd mit einen S bezeichnen oder
Norden mit einen S. so Septentrio heißet, und
Süden mit einen M. so meridies bedeutet.
6. Weilen die Nadel auf der Mittags linie
stehen solle, welche diejenige ist, so von Süden
zum Norden gezogen wird, und müßen
die Winckl in der operation anzeigen, welch
welche die linie nach der man visirt,
mit der Mittags linie machet, weilen die
Nadel aber schwanket, so kann sie die Grade
nicht so genau anzeigen, dahero ist besser,

dz anstatt, dz sich die Büssol oder Madnadl der Mittags Linie bewegen solle einen andern beweglichen Circul herum drehen lasse, auf welchen die Diopters befestiget sind, so die grade des winckels, so sie auf einer von der Büssol stehen, und in 360 grad getheilten Circul abschneide.

Aufgab.

N.o V. Mit der Bausola die Weite zwey Orther A und B zu messen zu deren beyden aus einem angenommenen Stand C man kommen kann. §. 166 Nro. 5 fig. 100. Nro 2.

1. Stellet dz Centrum der Bausola recht über den Stand C also dz die Nadel recht über in den Boden der Bausola bezeichneten Mittags linie ruhe, und stellt also die Büssol auf den Stativ fest.
2. Beweget die an den beweglichen Circul befestigte Regel, bis ihr die auf ihr befindl. Diopters dz Ziel A sehet, und merket, wie viel gradus der bogen ND habe ; :in dem gemeiniglich bey der Norden die gradus zu zählen angefangen werden:/
3. Verschiebet die Regel weiter, bis ihr dann das Ziel B erblicket, und merket den bogen NE.
4. Ziehet den ersten bogen ND von dem andern NE ab, so bleibt der bogen DE des winckels ACB übrig.
5. messet bey der Seyten AC und BC, und

formiret, vermittels des Transporteurs
und verjüngten Maaß-Stabs einen
Triangel (§. 58.)
6. messet die Seyte AB des Triangels auf dem
verjüngten Maas-Stab, so wisset ihr ihre
länge.

§. 166. Nro. 6. Wann ihr aber eine Bussola habet,
Nro. 6. an welcher die Nadel die Winkel zeigen solle,
so muß die Regel von einem vierseitigen
Plättl solcher gestalten befestigt seyn, daß
zwey Seiten des Vierseits mit der Mittags-
linie accurat parallel seind und folglich
auch die andere zwey Seiten mit der aequi-
noctial linie parallel, solcher gestalten,
daß die vier Seiten dieses Plättleins accurat
nach den vier Haupt-Gegenden der Welt
stehen. Die Diopteren werden aber an der
Seite befestiget, welche mit der Mittags
parallel ist.

Wann ihr mit dieser Bussola messen
wollet, so
1. setzet die Regel in den Punct C, und drehet sie
so lang um ihr Centrum, bis ihr durch die Diopteren
den Punct sehet, und merket welchen grad
die Spitze der Nadel anzeige.
2. drehet die Regel mit den Diopteren herüber
um, und visiret nach dem orth B, und
merket abermahl, in welchem grad die
Nadel stehet. der Unterschied dieser zwey
graden, seind die grade des Winkels ACB.

Die 55. Aufgab.

Die Weite zweyer, orther zu messen A B zu deren keinen man nit kommen kan. §. 167 Fig: 101.

Auflösung.

1. Setzet d. Meß=Tischl in einen nach belieben erwöhlten Standt C und visiert auß den Punct c nach beyden orthen A und B.
2. Messet die Weite seines Standts C von dem orth A zu welchen ihr kommen könnet, und traget sie
3. Von dem verjüngten Maaß=Stab (: §. 164 :) auß c in d.
4. Gehet mit seinem Tischl bis in d, und setzet d. dergestalt nieder, d. der Punct d recht über A stehet, und sie durch die Diopter nach der Linien ac den in C eingesteckten Stab sehen könnet.
5. Visiert hierauf durch dieselbe auß d in B und ziehet die Linie ab.
6. Endlich messet die Linien ab auf den verjüngten Maaß=Stab (: §. 164 :) so erhaltet ihr die grösse der verlangten Weite.

Beweiß.

Weilen der Winkel c = C und d = A, so verhalt sich AC zu ac so ab zu AB (: §. 148 :) Nun hat ac so viel Theile von dem kleinen Maaß=Stab als AC von dem grossen, derowegen muß auch ab so viel Theile von dem kleinen Maaß=Stab als AB von dem grossen haben. W. Z. E.

Eine andere Auflösung mit der Scheibe. Fig. 101. Nro: 1.

1. Messet mit dem Instrument die Winkel

C und A. /: §. 43:/ und mit der Hülfe die
linea Ac /: §. 44:/.
2. Construirt daraus durch die Hülfe des
Transporteurs und verjüngten Maaß-
Stabes einen Triangel acb /: §. 60:/.
3. Messet auf dem verjüngten Maaß-Stab
die linea ab so erhaltet ihr die verlangte
Weite AB.

Beweiß.

Der Beweiß ist wie vorhin.

§. 167. Prot. Die operation mit der Boussole geschiehet
just wie mit dem Scheiben Instrument.

Die 56 Aufgabe.

§. 168. Die Weite zweyer Oerter AB zu deren
Fig: 102. einem man kommen kann zu messen.

Auflösung.

1. Erwehlet zwey Stände in C und D in deren
einem setzet das Tischl. in dem andern stecket einen
Stab.
2. Durch den Punct C visirt durch die Dioptern
nach dem Stab D wie auch nach B und A und
ziehet dahinzu auf dieselben Linien.
3. Messet die Weite der beyden Stände CD /: §. 44
und traget sie nach dem verjüngten Maaß-
Stab /: §. 164:/ auf das Tischlein aus C in d.
4. Stecket in C einen Stab, setzet das Tischlein
dergestalten in D, daß der Punct d in D kommt,
und wenn ihr nach der Linie cd durch die
Dioptern visiret, ihr den Stab ~~erblicket~~.

5. Visiret auß D gegen A und B, und ziehet auf dem Papier die linien Da und db.

6. Endlich messet (: §64 :) auf dem verjüngten Maaß-stab die linea ab, so habt ihr die länge der weite AB.

Beweiß.

Weilen der Winkel d bey den Triangeln dcb und DCB gemein ist, über dieses der Winkel c dem Winkel C gleich ist, so verhelt sich cd zu CD wie bc zu BC (: §148 :) wiederum weilen auß gleichmäßiger Ursach acd dem triangel ACD ähnlich ist, so verhelt sich cd zu CD wie ac zu AC. Da nun über dieses der Winkel acb gleich dem Winkel ACB so verhelt sich ab zu AB wie ac zu AC (: §152 :) oder cd zu CD. Da nun dc so viel Theile auf dem verjüngten Maaßstab hält als AB in größern, W. Z. E.

Eine Andere Auflösung.

1. Messet auf dem ersten Stand C die Winkel x und y und auf dem Stand D die Winkel z und w (: §43 :) so geben ihre Summen die Winkel ACD und BDC.
2. Messet ferner die Standlinie CD (: §44 :).
3. Traget diese auf dem verjüngten Maaß-stabe auf das Papier, und construiret mit Hülf der Winkel x und z + w den triangel BCD und mit Hülf z und x + y den triangel ACD (: §60 :).
4. Endlichen messet auf dem verjüngten Maaßstab die linie AB, so wisset ihr die verlangte weite.

Beweiß.

Der beweiß ist einerley mit dem vorigen.
Eine gleiche bewandtnuß hat es auch mit der Bussola zu operiren.

Anmerckung.

§. 169. Auf einerley Arth kann mann die breite gan-
[illegible] örther auf einmahl messen, wann
mann nemblich mit zwey Ständen gegen [illegible] einmar-
§. 169. Nro I. schiret. Auf dieße Arth kann mann auch den weith-
Fig. 102. läufigen Raum, auf welchen eine Armee
Nro 2. campiret abnehmen, wann mann die meiste örter
absonderlich den Anfang und Ende eines jeden
[illegible] flügels haben kan, allein ihr zu
[illegible] auf durch die vorigen Aufgaben [illegible]
eine etwas breite Stand=linie messen, da-
mit die Winckel merklicher werden, oder
auf jeden [illegible] der durchschnid deren linien
nicht allzu schief geschehe, und leichter gefun-
den werden können.

§. 169. Nro II. Wann ihr die operation auf den Tisch machet,
so könnet ihr zugleich alle andere dinge als
Dörffer, Waldung, Gebüsche, Gebäude etc.
nach den Augen=maaß in proportionirlicher
weite zwischen die in der operation be-
merckte Puncta eintragen und die posting
der Trouppen anmerken.
Wann ihr mit der Scheibe oder Bussola durch
[illegible] messet, so machet vorhero von [illegible]
[illegible] eine mappa auf ein Blatt=Papier
nach bloßen Augen=maaß, in welche ihr
die Stand und auch visir=linien ziehet,
und nachdem ihr würcklich die Winckel
[illegible] gemessen, so schreibet solbige in den
[illegible] [illegible] an ihr gehörigen orth

so könnet ihr in einer zelt oder quartir
die observirte Weiten, vermittelst deren Winckeln
dem Transporteur und verjüngten Maaß-
Staab auf ein anderes Papier förmlich auf-
tragen. §. 169.

Nro III. Zu einer dergl: mappen wird auch erfor-
dert, daß in derselben angedeutet werde, welche
auß denen observirten örthern höher oder tiefer
liegen, denn an dieser observation einem com-
mandirenden General sehr viel gelegen ist; dieses
zu thun ist nicht schwer, wann ihr euch hebet,
welche örther, höher oder tiefer über euer
instrument hervorscheinen, indeme ihr dieses bey
deme allezeit, weil horizontal liegen solle;
§. 166. Nro: 1. und ihr das Aug an den Randscheiber
gestellt halten dürftet, damit es nicht vorder
oberen fläche des Instruments sehe, so sehet ihr
welche Theile von euch dadurch sich verbergen,
oder welche über derselben erscheinen, nemlich
sie sehet ihr, welche höher oder niedriger seind
als euer Stand.

Nro: IV. Wann ihr eine grosse herrschaft oder §. 169.
ein gantzes Land abnehmen wollet, um eine Fig: 102.
Landcharte davon zu verfertigen, so müsset ihr Nro: 3.
auch so viele Stand-linien außstecken, als
erfordert werden, den gantzen Terrain daraus
zu übersehen, oder von ein theil zum andern
die gefundene Weiten wieder zur Standlinie
nehmen. Z: E:
Es ist eine Gegend zu Papier abzunehmen
und zu mappiren, welche auß zwey Ständ
wegen der Weite nicht übersehen werden kan.
1. Suchet zwey örter A und B die nit allzuweit
von einander liegen, und deren Distance

mit der Ruthen oder Schnur messen könnet, auß diesen zweÿ Stücken messet durch die 50. Aufgabe (§. 458.) die Weite der örther CE. so bekommet ihr auch die Weite CA und BE.

2. Weilen ihr nun CA bekannt habet, so visiret auß A nach D und auß C auch in D, so habet ihr nebst der Stand-Linie AC auch zweÿ Winkel folglich bekommet ihr AD und CD bekannt.

3. Nehmet CD zur Stand-Linie, so bekommet ihr auch die Weite der zweÿ örther CF. und so fort an. Mithin nehmet auch noch andere Dinge, die darzwischen liegen, ab, so könnet ihr auß allen diesen operationen eine mappam zusammentragen.

4. Ihr müsset aber für allen grossen Fleiß anwenden damit die erste Stand-Linie, so mit der Ruthe oder Schnur gemessen wird, recht accurat messet, denn a proportione derer, das gantze auch in allen übrigen operationen recht oder falsch ausfallen.

5. Wann ihr mit dem Tisch messet, müsset ihr genau visiren, bey der Scheiben oder Bussola aber genau auf die gradus auch halbe gradus acht haben.

6. Ihr müsset auch an einen oder andern Stand die Himmels-Gegenden, oder wenigstens die mittags-linie durch die ohnedem beÿ handen habende Bussola anmerken, was weiter zu einer förmlichen Land-Carte gehöret, wird in der Geographie umständiglich gezeiget.

§. 459. Nro: V. Auf diese Art werden die Particular Land-Carten gemacht, wie ihr an Kupfern ersehen werdet.

Nro VII. Weilen aber die operationen in so grosser
Weite als bey abnehmung eines gantzen Lands §. 169.
vorkommet, mit dem tisch nicht füglich zu
messen, und das Scheiben Instrument bequemer
ist, die man dann die Winkel nun mit
dem Transporteur übertraget.
Wolte man aber durch Rechnung operiren
wollen, so muß das Scheiben=Instrument auf die
minuten wenigstens von 10 zu 10 eingetheilet
werden, denn man sonst nach vielen an
einander hangenden operationen sehr fehlen
würde, und dessentwegen die operation mit
dem Transporteur sicherer ist, oder wenigstens
in selbe grade, und in gleichem durch solchen
das die Abschnitt allzeit auf einen gantzen
selben grad antreffen thue, damit in der
Trigonometrischen Rechnung allzeit auf einen
gantze oder selbe grad gebraucht werden könne

Zusatz.

Nro: VIII. die gradus einer Meß-Scheibe in 10 zu §. 169.
10 minuten zu theilen. Fig. 102
1. beschreibet immer den Circumferentz des Circuls Nro 4.
in beliebiger, doch nicht zu grossen Weite.
2. hinter diesen beschreibet b andere Circul g in
beliebiger gleicher Weite, sollen die grade aber
in 5 zu 5 minuten getheilt werden, so beschreibet
12 solche Circul
3. beschreibet noch einen andern Circul in ein
der Weite des ersten.
4. theilet die gantze Circumferentz in die 360 theil
5. ziehet dieselbe gegen den Centrum, also das der Rand
C zugleich und in die beide 360 grad getheilt werde.
6. ziehet die gradus durch die Transversal

linien solcher gestalt zusammen, w. Z. E. der
25 grad an der Circumferenz an den 26 dünnen
Circuls gehänget werde, so ist hiedurch der grad
in 10 zu 10 minuten getheilet.
Wann nun die Achs der Diopter DC die Trans-
versal= linien zwischen 33 und 34 in dem dritten
Circul bey 30 durchschneidet, so zeiget die 33.
grad 30 minuten an.

Beweiß.

Das Trapezium IFLK wird durch die Diagonalen
FL in zwey solche Theile getheilet, die sich gegen
einander verhalten, wie die basis der triangel
LKIF (§. 138. 139.) und da LI durch die Circul
g in 6 gleiche Theile getheilet worden, so
verhaltet sich der Theil eines jeden triangels
zu seinen Grentzen, wie ein Theil der in 6 theil
getheilten linie zu grentzen. w. z. E.

Aufgabe.

§. 169. Nro: VIII die wahre Mittags-linie zu finden.

Auflösung.

Fig: 102 Nro: 5. 1. Beschreibet auf einer recht Horizontalen fläche,
so auf allen Seiten recht wag recht lieget, auf
welche die Sonne etliche Stunden vor und etlich
Stunden nachmittag scheinen kann.
2. Richtet in einem Punct C dieser fläche einen
Stifften auf, der allenthalben perpendicular stehet, der
Stift kann etliche Zolle lang sein, dann die fläche
und der Stift schon gross ist. Er muss aber
etwas dünn sein, und an dem Ende ein kleines
Knöpflein haben, wie man der Zunge einen
Weg zu geben pfleget, Bevor ihr aber den Stift
einsetzet, so beschreibet auß denselben Punct C

etliche Concentrische Circul.
3. Vormittag von 9 biß 11 Uhr, und nachmittag von 1. biß 3 Uhr gebet acht in welchen Punct eines jeden Circul der Schatten des Stöfftes vor und nachmittag aufhöret, oder das Köpflein den Circul berühret, und diese Puncten H und I, F und G, D und E merket.
4. Theilet die Bogen DE, FG, und HI. in zwey gleiche theile in L und K und B /: § 94. :/ und
5to ziehet durch den Mittel-Punct C und die Puncten LK und B eine gerade linie.
Wann dieses geschehen, das ist, daß die linie auß C alle 3 Puncten trifft daß ist durch sie gehet, so habt ihr die Mittags-linie, welche ihr solcher gestalt auf die fläche reisset, daß sie sich nit leicht auslösche, so habet ihr für so lang die Mittags-linie, als dieselbe fläche nit verrucket wird.
Wann ihr den besagten Stifften in den Punct C stecken lasset, und es fallet der Schatten davon in die bemerkte linie, so habt ihr jederzeit den wahren Mittag, das ist, daß in derselben zeith die Sonne auch in ihrem meridiano seye.
Denn wann der Stifft in den Mittel-Punct C stehet, so seind die Schatten CD und CE, CF und CG, item CH und CI. einander gleich wann sie sich an der Peripherie deren Circuln enden /: § 24 :/ und derowegen stehet die Sonne in beyden fällen gleich hoch folgends stehet die Sonne gleich weith von dem meridiano weg, nun fallet der

Schatten in den Orth der Sonne gerad über und darumb sind die Puncten D und E ingl: F und G. H und I. Von der Mittags-linie gleichweith entfernet. G. E.

§. 169. Nro: IX. Es wäre zwar an einem Circul genug, allein, wann ihr viell Circul beschreibet, so könnet ihr desto gewisser sein, daß ihr recht observiret, wenn die Linie durch alle Theilungs-Puncten, und den Mittel-Punct des Circuls gehet.

§. 169. Nro: X. Wann ihr dießen Schatten, oder die nach selben gezogene Linie recht winkliche mit einer geraden Linie durchschneidet, so zeiget dieselbe Morgen und Abend an, und wann der Schatten eines in dem Durchschnidts-Punct gestellten Stifftes in dieße Linie fallet, so ist demselben Tag Aequinoctium, das ist Tag und Nacht gleich.

§. 169. Nro: XI. Wenn ihr die Abweichung der Magnet-Nadel und durch dieselbe die wahre Mittags-Linie vermittels der boussola finden wollet wie §. 196. Nro VIto erinnert worden ist, so dürftet ihr nur die auf der boussola gezeichnete Mittags-Linie auf die durch die vorige Aufgab gefundene Mittags-Linie appliciren, und sehen, wie viel Grad die Magnet-Nadel von derselben abweichet, und dieße Abweichung durch eine Linie in der boussola anmerken.

§. 169. Nro: XII. Wann ihr demnach durch die Boussola die wahre Mittags-Linie finden wollet,

so stellet die Bussola also, daß die Nadel gerad über
der observirten Mittags-Linie zu stehen komme,
so zeiget alsdann die auf der Bussola gezo-
gene Mittags-Linie, die wahre Mittags-Linie an,
welche ihr auf eure Mappen verzeichnen könnet,
ihr müsset aber beim Sehen nahe an dem Orth sich
befinden, wo die Operation geschiehet.
Wann ihr eine Mappen von einem Terrain
machen sollet, welches von keinem Orth über-
sehen werden kann, auch von keinem dortigen
Flecken zum andern sehen könnet, gleichwie
es sich in waldigen Örthern giebet, als wie
in der Lombardie absonderlich in Mantuanisch
das Land beschaffen ist, so habet die Bussola
wegen Verhinderung der Walds gegenden
höchst nöthig.
No: XIII. Wann ihr eine Mappen eines so § 169.
beschaffenen Terrains nochmahl brauchen Fig: 102
wollet, so ist vonnöthen, daß ihr bey Verfert- No 5.
igung derselben hin und wieder die soge-
nannte Windrosse einzeichnet, und
die Linien deren Gegenden aneinander sich
durchschneiden lasset, wie bey denen See-
charten geschiehet. Verfahret demnach
also.
1. Ziehet die Mittags-Linie, durch alle dieje-
nige Puncten, in welchen ihr eine Wind-
rosse setzen wollet, diese werden alle ein-
ander parallel seyn, oder wann ihr die
Mittags-Linien einmahl machen dürftet

Situm auf der mappa habet, so dürfet ihr
durch die Puncta deren übrigen windroßen
mit der ersten Mittags-linie nur parallelen
und zwar durch den gantzen Riß ziehen.
2. Schneidet dieße Mittags-linie auf jedem Punct
wo eine Windroße stehen solle, rechtwinklicht
durch, so habet ihr an jeder Windroße die
Abend und Morgen, oder so genannte
Aequinoctial-linie und mithin die vier
Haubt Gegenden der Welt.
3. theilet jeden dießer quadranten in zwey gleiche
theile und ziehet gleichfalls die linien auß
den durchschnitts Puncten jeder Roße durch
die gantze mappam, so habt ihr die 8 gegenden
4. Jede von dießen theilet abermahl in vier
gleiche theile, so habt ihr alle gewöhnliche 32
gegenden.
5. An der Mittags-linie jeder Roße machet
an der Nord-Seite ein zeichen, so gemei-
niglich eine Lilie ist, um dieße Haubt-ge-
gend kundbar zu machen, ihr könnet
auch die Gegend des Aufgangs mit einem ✝
bezeichnen, noch nur auf einer Roße allein
Da nun einer dießer Roßen, welche in einem
Platz stehen kann, wo nichts hauptsächliches
damit verdecket wird beschreibet auß dem
Punct woraus die Radÿ deren gegenden ge-
zogen seind einen kleinen circul, alß wan
es eine Kugel wäre, und setzet an der
Mittags-linie an der gegend v. Norden
eine Lilie, und an die gegend von

Creutzung ein Creutzl; so werden hierdurch
auch alle übrige gegenden kundbahr.
Der gebrauch einer solchen mappen ist, wann
man in einer solchen Land oder gegend zu
thun hat, welches in lauter einander vielfältig
durchCreutzenden Defiliern bestehet, wo man
nirgends auß sehen kan, und man solle von
ein zu einen andern Orth ohne Wegweißer
gehen, und ihr habt eine solche Carte, so
nehmet dieselbe, und eine nach der Mittags
linie rectificirte Boussola zur hand, so
wird euch dieselbe weisen gegen welcher ge-
gend ihr gehet, und in welche Seiten weg
ihr euch begeben sollet an dasjenige Orth
zu kommen, ihr müsset aber die Carte sol-
cher gestalt vor euch halten, daß die Mittags-
linie derselben mit der Mittags linie eurer
Boussola parallel seye.

Nro XV. dieße aufgab dienet den Ingeni- § 169.
eur, grads Adjutanten und Quartier-
meistern, auch reißenden, und gar in der
finstern Nacht, wann er ein licht bey sich
hat, wann er an einen zweiffelhaften Creutz
weeg kommet.

Nro XVI. Man kann sich auch eine jede § 169.
andere accurate land Charte durch
Einzeichnung derer einander durchCreu-
tzenden Windrosen zu dießem gebrauch
geschickt machen.

Aufgab. § 169.

Mit einer gegebenen linie A B zu welcher Fig: 102
ihr nicht kommen könnet, auß einen gegebenen Nro: 6.

Punct C eine Parallel-Linie auf dem Feld zu ziehen oder abzustecken.

Auflösung.

1. Messet auf dem gegebenen Punct C den Winkel ACB (§. 43.)
2. diesen Winkel übertraget in einen andern Punct D solcher gestalten, daß die zweij Schenkel des Winkels wieder durch die zweij Puncte A und B gehen z. E. in D, so daß der Winkel ADB gleichweit dem Winkel ACB.
3. Messet den Winkel BDC und traget denselben auß C auf die Linie CA, so daß der Winkel ACE gleich dem Winkel BDC werde, so ist dieße Linie CE und AB parallel.

Beweiß.

Dieweil der Winkel ADB dem Winkel ACB gleich gemessen worden, und beyde auf einer Linie AB bis auf den Bogen AB dessen Sehne die Linie AB ist, aufstehen (§. 85.) der Winkel BAC ist dem Winkel BDC gleich, weilen sie auf den Bogen BC (§. 85) weil also der Winkel BDC auß C auf die Linea AC getragen worden, so ist der Winkel ECA ein wechsel-Winkel des Winkels BAC und folglich die Linie CE der Linie AB parallel (§. 72.) w. z. E.

§. 109. Nro: XVIII. dieße Aufgab kombt in Feld und
Fig: 102. Bau Weesen offt vor einer Belagerung
Nro: 7. oder eine Batterie mit einer Werck, welches beschossen werden solle parallel abzustecken, kann folgender Modus dienen, wann kein instrumenten vorhanden seind.

Höhe AB die face eines Bollwercks abgestecht
werden solle.
1. gehet in dem feld in der Weite die euch
der feind: geschütz erlaubet, so lang hin und
her bis ihr die länge der face AB in einem
Punct bey dem sehet, dieses seye in C, so daß C
AB eine gerade linie mache.
2. gehet auß C in einen rechten Winckel soweit
gegen D als weit die Batterie von der face
AB abligen oder entfernet seind solle.
3. In D formiret abermahl einen rechten Winckel
und gehet in denselben so weit gegen E bis
ihr die gegebene face gerad vor euch sehet
so ist DE und AB parallel, dann wann zwey
linien auf einer dritten perpendicular stehen
so seind sie miteinander parallel.

No: **XIX**. Wollet ihr aber recht Perpendicu-
lar oder recht winckelicht gehen und wissen §.169.
ob ihr gerad vor einen Punct der Spitz flüste
dem face stehet, d: Ex: dem Punct A, so formi-
ret mit einer Schnur oder bunden einen
rechten Winckel auf folgende Arth.
1. Theilet eure Schnur oder ein länger Bind
bunden ordentlich in Klaffter ab.
2. Nehmet eine Zahl, dieser gleichen Theile
d: Ex: 3, 4, 5. oder 6, 8, 10, oder 9, 12,
15, oder 12, 16, 20. also gnau, daß die Zahlen
alltzeit in der Proportion seind wie 3, 4, 5
wann man die größere Zahlen der Klafter
nehmen kann, so ist die Operation sicherer.
3. lasset nemb: einen die zwey Ende beyt §.169.
Fig. 102.
~~fig.~~ Nr. 8.

fest halten; ein anderer, haltet bey b und der dritte bey c, wann nun aber drey fest an sich ziehen, so werden die drey theile der Schnur ein recht winklichten Triangel formiren (:

4. Wollet die jenige zwey männer so bey C und a halten auf die zuvor gefundene Parallel und lasset die so lang distanz hingehen, bis ihr bey C und b haltende Mann und den Punct d in einer geraden linie sehet, so ist als dann bey F der Punct, der dem Punct A gerad gegen über stehet.

Wann ihr die Parallel habet, so könnet ihr auch der Punct A oder einen andern also finden; nehmet einen Stock und etwann einen andern, und haltet sie nach gedachter recht winklich, also wie über das Creutz, und stellet auf und der einen dieser Stöcke gerad über die parallel, und gehet so lang in dieser Positur an der Parallel=linie fort, bis ihr über der Perpendicular stehenden Stock den verlangten Punct sehet, und wann dieser ist, so stehet ihr gerad davor. Es lassen sich aber diese und dergleichen Vortheilhaftere Operationen leichter in Praxi auf dem feld weisen, als beschreiben.

Die 57. Aufgabe.

§. 140. Fig. 103. Die Höhe eines Pfahls AB zu messen, zu dem man kommen kann.

Auflösung.

1. Erwehlet einen Stand in D und richtet das Tischlein vertical, daß fort seine untere Seite Horizontal seye, welches vermittels einer Bley-Wage gar leicht zu stellen ist.
2. die Regel mit denen Diopter leget an dieselbe Horizontal, visiret nach demselben Orth, das ihr messen wollet, und ziehet die linie cE.
3. Drehet an dem Punct c die Regel mit dem Diopter in die Höhe, bis ihr die Spitze A erblicket, und ziehet auf dem Tischl die linie cb.
4. Messet die Stand-linie cC (§.44.) und
5. traget sie von dem verjüngten Maaß-Stab auf das Tischlein auß c in E (§.164.)
6. Richtet in E eine Perpendicular Eb auf (§.40.)
7. Messet seine länge auf den verjüngten Maaß-Stab (§. 164.) so wisset ihr die Höhe CA.
8. Dazu addirt die Höhe BC, so kommt die verlangte Höhe herauß.

Beweiß.

Der Winckel C ist bey den triangeln Ecb und CcA gemein, bey E und C seind rechte Winckl, so verhelt sich Ec zu cC wie bE zu AC (§.148.) nun helt Ec so viell auf dem verjüngten Maaß-Stab, wie cC auf dem grossen, derowegen muß auch Eb so viell auf dem verjüngten Maaß-Stab, wie AC auf dem grossen halten. wie zum Exempl.

Eine andere Auflösung.

Fig: 103 Nro 2. 1. Messet den Winckel E (§. 43) und die Stand linie AD oder EC.
2. Construiret daraus einen recht wincklichen Triangel ebC (§. 60.)
3 Messet die Höhe bc auf dem verjüngten Maaßstab so ~~findet~~ habet ihr die Höhe BC.
4. Dazu addiret die Höhe des Statives, so kombt die Höhe AB heraus.

Beweiß.

Der Beweiß ist wie in voriger Aufgab.

Anmerkung.

§. 171. Mann setzet voraus daß die linie AD Horizontal seye, dann wann daß instrument an einem erhobenen orth stunde als die Höhe BA gelegen, so ist erst zu nehmen, daß man auch die Winckel CEA messe und den Triangel CEA im kleinen construiret.

§. 171. Nro I. Es kan im fall der Noth die Höhe AB eines gebäudes ~~Kirchturn~~ zu welchem man kommen kan auch durch bloße Stäbe gemessen werden.
Fig: 103. Nro: 2.
1. Stecket einen Stab DE perpendiculair ein
2. haltet das Aug an das Ende D dieses Stabes und visiret gegen A und lasset einen andern einen etwas längern Stab GF in gerader Linie also stecken bis ihr auf D, G Punct G und A in einer geraden Linie sehet.
3 Messet die länge BE und auch FE item die Höhe der Stäbe GF und DE, nemblich so weit sie außer der Erden seind.
4. Ziehet die länge DE von GF ab, so bleibt die länge GH übrig.

5. saget in der Regl Detri DH zu DEF giebt die Höhe HA,
was giebt BE od. DC. so kommt in der vierdten pro-
portional Zahl die Höhe heraus. denn die Triangel
ACD und EHD seindt einander ~~gleich~~ ähnlich, in-
dem die Winkel bey C und H einander gleich
und der Winkel bey D, ist bey den Triangeln
gemein (. §. 148. 149.)
6. Addirt die Höhe DE zu der gefundenen vierdten
Proportional-Zahl, so habt ihr die gantze Höhe AB.
Wann ihr die angebrachten Eintheilungen und
Längen des Stabs nach dem verjüngten Maaß-
Stab zu Papier bringet, so könnt ihr auch die
Höhe AB mit dem verjüngten Maaß-Stab finden.
Wann der Boden nicht Horizontal ist, so gebet nur auf
die Winkel bey E und F acht, dann ihr die Stäbe
ohne deme Perpendicular einstellen müsset und
sie einander parallel stehen.
Ihr könnt die Höhe eines Gebäudes od. Thurns AB
auch durch den Schatten so die Sonne würfet, finden
wann ihr zu dem Fuß desselben Gebäudes kommen könnet.
1. Stecket nur weit davon einen Stab in die Erde,
und messet den Schatten desselben bc, auch einen Schatten
des Gebäudes BC. diese 2. messet aber geschwind
hintereinander od. besser dann ihrer zwey zugleich
geschehen, indeme sich der Schatten augenblicklich ver-
ändert.
2. Messet auch die Höhe des Stabs ab. und saget in der
Regl Detri cb giebt die Höhe ab, was giebt der Schatten
CB für eine Höhe, so ist die vierdte proportional
Zahl die gesuchte Höhe AB.
Es ist aber bey allen diesen Aufgaben zu merken,
daß an den gar meisten vorhabenden Objecten
ohnentbehrlich ein solcher Punct ausersehen
werden müsse, welcher recht Perpendicular

über denjenigen Punct müßt ihr stehen, von welchem man die Distanz messet.

Die 58. Aufgabe

§. 178. Fig: 104. Eine Höhe AB zu messen, zu der man nicht kommen kann.

Auflösung.

1. Erwählet zwey Stände in D und E, und visiret wie in der vorhergehenden Aufgabe nach der Spitze A und dem Punct C in dem ersten Stand D.
2. Messet die Stand-Linie ED und traget sie, weil ihr über dem Punct D stehen müßt, in e von f zu über den verjüngten Maaß-Stab (§. 164.)
3. traget das Instrument in E, dergestalt, daß der Punct e über E komme, und visiret die Regel nach dem Stand D und der Spitze in A.
4. wo die Linie ea die Linie fc durchschneidet, lasset eine perpendicular ac aus (§. 69.)
5. die ac messet auf dem verjüngten Maaß-Stab (§. 164.) so habet ihr die Höhe AC.
6. addiret darzu die Höhe BC, so habet ihr die verlangte Höhe AB.

Beweiß.

Der Beweiß ist eben so, wie in der vorigen Aufgab.

Fig: 104. Eine andere Auflösung.

1. Messet in dem ersten Stand D die Winkel (§. 143.) (§. 144.) und die Stand-Linie ED
   und traget es nach dem verjüngten
2. Maaß-Stab ab (§. 164.) und
   ...
3. construiret einen Triangel fea (§. 60.)
4. verlängert seine Grund-Linie fe in c und lasset von a ein perpendicul ac herunter fallen (§. 69.)
5. Endlich messet ae auf dem verjüngten

meß-Stab (: §. 164. :) und addirt dazu die Höhe des Instruments, mit welchem ihr die Winckel genommen, und geschnitten in Acht, wie (: §. 171. :) erinnert worden; so kommt die verlangte Höhe AB heraus.

Beweiß.

Der Beweiß ist abermahl wie in der vorigen Aufgab.

Nro I. In diesen zwey Aufgaben ist geantwortet, daß die zwey Stand-Puncten mit dem Punct der Höhe jeder recht in einer geraden Linie stehen. §. 172. Fig: 104. Nro 1.
wenn aber nit Platz ist, daß die Stand-Puncten hinter einander genommen werden können, so verfahret wie folget.

1. Erwehlet zwey Stände D und E, welche nit hinter einander sondern nebeneinander eben Horizontal stehen.
2. Visieret auß D und E gegen einen bestimmten Punct C, so habet ihr einen Horizontalen Triangel EDC in welchem ihr die Stand-Linie ED und die zwey Winckel CED und EDC bekant habet. Vermittels welchen ihr auch die zwey Seyten CE und CD nach dem verjüngten Maaß-Stab messen könnt. (: §. 60. :)
3. Nehmet eine auß diesen zwey Seyten, z. E. EC, zu einem Stand-Linie an, und messet den Winckel CEA, so könnt ihr mit diesem und dem rechten Winckel bey C und der Linie CE das recht winckelichten Triangel ~~CEA~~ formiren;
4. messet die Linie CA nach dem verjüngten Maaß-Stab (: §. 164. :) so habt ihr die Höhe AC.
5. Mit der distanz CB verfahret eben also, indeme ihr nur den Winckel CEB messen dörftet, denn bey C ein rechter Winckel ist, wie in vorigen Aufgaben erwiesen worden.

Aufgab.

Nro: II. Auß der Höhe eine distanz zu messen. §. 172. Fig. 104. Nro: 2.

Auflösung.

1. Erwehlet zwey gerad und Perpendicular über einander liegende Puncte z. E. zwey Fenster A und D um diese Höhe AD messet dan Stand der Grund-linie

2. Messet den spitzigen Winckel bey A und den andern bey D, so bekomt ihr die Triangul DAC die Seite DC bekand, so können ihr einen andern Triangul BDC vermittelst der linie DC und des Winckel ADC formiren, indem man bey B einen rechten Winckel supponirt, welcher euch die Höhe DB und die Entfernung BC.

§. 142. Nro III. der beweis ist eben wie in voriger Aufgab.

Einem Ingenieur kommet gar offt vor, daß er die Höhe eines Berges, den er fortificiren solle wissen muß, er muß ihm auch die Figur desselben Berges genau bekand sein, damit er seine Linien und Höhe darnach einrichten kan. dieses zu erhalten aber dienet folgende. Aufgab ~~kommet~~

§. 142. Nro IV. Die Höhe und Figur des abhangenden Berges messen.

Auflösung.

1. Stecket an den Fuß B des Berges einen ~~Stock~~ Stab, der nit allzuhoch ist recht perpendicular, und messet auß A in C aber so daß die Schnur oder Stange recht Horizontal komt.

2. Merket die Höhe AB und die länge AC.

3. Stecket einen Stab in C wider wie vor Perpendicular ein, und messet mit der Schnur auß D in E aber auch recht Horizontal oder wagrecht.

und

4. Merket die Höhe CD nebst die Länge DE, und continuiret auf solche Weiß durch die gantze Höhe des Bergs.

5. Addiret alle angemerkte Höhen AB, DC, FE, und HG zusammen, so gibt die Summe die gantze Höhe IK des Bergs.

6. Ingleichen addiret alle gefundene Längen, DE, FG und HI, so ist die Summa die basis BK.

7. Wollet ihr die figur des Bergs zu Papier bringen, so construiret einen Triangel aus den andern aus denen gefundenen Seiten, so geben sich die Puncte BCEGI. aus welchen ihr die figur des Bergs verzeichnen könnet.

Anmerkung.

No. V. Wann ihr aber recht genau, wie es seyn solle, operiren wollet, so müsset auf jeder § 142. Fig: 104.
Stab [illegible] zu machen, daß in denselben eine N. 4.
Bley-Schnur hängen könne um zu sehen ob Fig: 104
er perpendicular steht. Item theilet die jenige N. 5.
Seite so gegen dem Berg siehet, von fuß an in Zolle und lasset auch wohl durch [illegible] Zoll ein, applicirt an diesen Stab einen [illegible] die [illegible] auf und ab verschieben [illegible], und eine andere Latte [illegible] die Latte AB aber mit welcher die Horizontal Länge gemessen wird, kann eine 6 à 8 Klaffter lang seyn 4 Zoll breit, und wenigstens 1 Zoll dick seyn, auf dieser könnet ihr eine perpendicular ab oder eine gläserne Horizontal-waag befestigen. An der Seite theilet diese Latte Klaffterweise von dem jenigen Ende, so mit dem Berg

aufsteiget anfangend in Zoll, oder auf halbe
od. viertel Zoll ein, damit wenn die latte
Horizontal mit dem andern Ende auf dem am-
te aufsteiget, ihr gleich sehen könnet, was für
eine Größe von der perpendicular=latte abge-
schnitten wird.

Wann dieses auf die schärfste Verhältniß
eingerichtet ist, so wird die operation richtig
und doch nit sehr mühsam sein.

Wann ihr allezeit einerley Horizontallänge
behalten wollt, so dürft ihr nur die arme
auf und abschieben und die Größe merken
welche ihr an derselben abschneidet, und also
auch nur die Höhen zusammen addiren

§. 112. No: VII. In des Hr: Leupolds Theatro Statico
Fig: 104. befindet sich noch ein anderes desgl: instru-
No: 6 ment, welches sehr bequem ist, und von dem
königl: Polnischen Model-Meister Gärtner
inventiret worden, welches auf folgende weiß
construiret wird.

1. Nehmet eine latte od. Richtscheit AB just ein Klafter
lang, theilet solche in die 6 Fuß, und ferner
in Zolle.

Fig: 104. 2. Auf diese Regel oder latte befestiget einen
No: 6. quadranten DC solcher gestalt, daß wenn die latte
ganz Horizontal lieget, der Anfangende
perpendicul den Anfang C des quadranten berühre,
item wenn die latte nicht perpendicular stünde
dieser perpendicul auch auf das andere Ende
des quadranten falle.

Den quadrant aber wird auf folgende weiß
eingetheilet.

1. theilet den Radium EC in 6 gleiche Theile, und Fig:
jeden dieser Theile in Viertel od. gantz in an- 304.
dere Theile, nachdem die latten eingetheilet Tab. 4.
worden ist.
2. ziehet auß denen Theilungs-Puncten mit dem
andern Radium FB parallel-linien bis an
die Peripherie, ab, cd, ef etc. da dann die Durch-
schnitts-Punct b. d. f etc. die Theilung des Qua-
drantens geben, und traget sie auf eine
fläche des quadrantens.
3. Auf die andere fläche des quadrantens traget
eben dieße Theilung, aber verkehrt, solcher
gestalt, daß auf der ersten Seite zu Anfang
ein 0 oder Nulla stehet, auf der andern aber
aber 6 zu stehen komme.
4. Zu beeden Seiten des quadrantens hänget ein
Perpendicul an, daß er inwendigen Rand des
quadrantens berühren könne.
5. Weilen aber auf beyden flächen des qua-
drantens verschiedene Zahlen zu gleich dem
Perpendicul bemerket werden müssen, so muß
die innere fläche der Dicke des quadrantes
entweder in zwey gleiche Theile getheilet, und
auf jeden theil die an der daran liegenden
fläche befindliche Theilung aufgeschrieben
werden, oder es muß die innere Dicke des
quadrantes einen scharffen Rücken machen,
und die Eintheilungen an die seiten desselben
beederseits verzeichnet werden, damit wann
der Perpendicul auf dieselbe weiset, man sehen
könne, wie viel theile er von jeder seithe
abschneide. Es muß aber auf dem Instrument

entweder durch die Farbe oder auf andere Weiß
sichtlich angedeutet werden, ob sie zur Höhe
oder Länge gehöre.

Der Gebrauch aber ist folgender.

Fig: 104. Es solle z. E. die Höhe dieser Figur des Theilbrettes,
Nro: 8. flüche eines Berges AF gemessen, und zu Papier
gebracht werden.

1. leget die Latte mit dem daran befestigten
Quadranten an den Fuß des Berges auf seine ober-
fläche nieder, und sehet, was für eine Zahl der Per-
pendicul auf derjenigen Seite anzeiget, an welcher
die 0 nicht anstehet, oder wo man von 0 und zu
zehlen anfanget. So bedeutet die [illegible]
zahl die Fuß und Zoll so die basis Aa haben.

2. Schiebet ihr aber zu gleicher Zeit an die andere
Seite der Dicke des Quadrantes, so wendet ihr eine
andere Zahl finden, welche die Perpendicular-
Höhe Ba bedeutet; da ihr dann die Länge
gegen Schnitt eines recht winckelichten Drey-
ecks habet, dessen Hypothenuse AB fuß
Länge so lang als die Latte ist.

Dieses ist leichter Weiß dieser [illegible], und diese werdet
denn auf seiner Seite die Höhen, auf der andern
allzeit auf seiner Seite des Quadrantes die Länge finden, und die
Dicke des Latte gibt auch die Länge der Hypo-
thenuse der Latte gibt auch dieser Triangel, wenn ihr
[illegible] ist [illegible] dieser Niederlegung der
nun zu jeder mäßigen [illegible] Breite, so ihr brauchet.
Latte die Höhe und Breite vermittelst der selbigen gleich
So könnt ihr vermittelst einen Triangel über den
langen Hypothenuse einen construiren, welche sich als dann
andern die Figur der oberfläche des Berges von
selbst geben.

Beweis.

Beschreibet den quadranten ABC, und theilet dessen Per- Fig: 104.
pendicular stehenden Radium AB in 6 gleichgrosse theil,
wann die latte 6 schuh haben solte; und ziehet
auß denen Theilungs=Puncten mit der Horizontal
Linien AC die Parallelen 1 und 1, 2 und 2 etc. und
ziehet auß denen Durchschnitts=Puncten die Radij
1A, 2A, 3A und so weiter. bildet euch demnach
ein, daß diese Radij die verschiedene Inclinationen
der Ebne vorstellen.. wann nun die latte AD
60 Degres ... bis an den Puncten Degres zu führen,
fällt von C bis an den ... quadran-
ten, so fahret der Perpendicul in den
gleichsfalls müß. Dann weil der Perpendicul
AD mit der Perpendicular BA parallel fahret
so seind die Winckel ADB und adb einander
gleich §. 72. und der Bogen BD dem Bogen BD
gleich, und die latte ist um 5 theil erhoben.
Wann nun das Instrument auf der niedern Fläche
mit dem niedern Radium auf gleiche Weiß getheilet
worden, so wird der Perpendicul 3 und ein halbes
ein halbes weisen, und so viel wird die latte
AE 60 Degres sein, indeme der Bogen BD oder
so viel ausmachet, als die Perpendicular DE von
dem Radium abschneidet.
Wann die Fläche unter ein Höhe mit sehr irregu-
lar und uneben ist, so kann die latte länger
sein, aber doch über 3 Klafter nicht, es müste aber
der quadrant auch nach der Gross der ... dieser
latte eingetheilt werden, welche Theilung aber sehr
klein fallen, und dagegen dise lange starke
latte unbequem zu regieren seyn.
No. VIII. Bey Messung der sehr abhängigen Felder §. 112.
und Felder ist zu vermerken, daß man die latten

dannen wisse, weilen dieße basim unrichtig
Fig: 504. Hypothenusa, die wahre länge des daches ist.
Zum Exempl: ist selbe AC die länge eines obigen
N: 50. eigen daches sein, dieße aber kann nit davor
angenohmen werden.
Derfeilen auf dieße bei mittelst getreüd wegen
kann ab auf der basim CB, indeme aber gewöhnlich
absonderlich die Zulanen, und bei einem Brüchs noch
mehr aber die Bauren als perpendicular [illegible]
Horizontal stehen, muß wenige [illegible]
wahren [illegible] Exempl ein Theil AD zu
in gegenwärtigen [illegible] werden, welches bey einer großen
viel zugezeiget [illegible] Theile, ehe der dach
länge [illegible] selben noch andern [illegible]
[illegible] seind, als die [illegible] zu sich
[illegible] und da der [illegible]
selbst, und da der [illegible] Seiten
der [illegible] und [illegible]
[illegible] zu [illegible]
sie zu [illegible] wollen [illegible]
§. 172. Lös: VIII. Wann kann aber die basim BC auf
Fig: 104. folgende weiß finden.
Nro: 11 1. Bringet eine [illegible] wie die [illegible]
[illegible] und mit einem Per-
[illegible] mit dem [illegible]
pendicul [illegible] so wird
parallel [illegible] selben [illegible]
der Perpendicul ed [illegible] de [illegible]
[illegible] CAB gleich ist, dann der Per-
welchen der Winkel [illegible]
pendicul mit AB parallel ist, so ist der winkel
cde ein [illegible] von CAB §. 42: sind
die triangl edg. und CAB [illegible]
ähnlich.
2. [illegible] dießen Winkel [illegible] von 90.°

graden ab, so bleibt der Winkel ACB übrig und diese
kan mit hülff dieses Winkels und der
gemessenen linie CA den triangel CAB formiren,
und die länge der Grund-linie CB erfahren,
wenn ihr aus A eine Perpendicular aufrichtet
CB selben treffet.
Bey einer gar kleinen Abtheilung eines feldes hat diese
Precaution nicht nöthig, indeme der triangel [illegible]
möglich ist.

Die 59. Aufgab.

Eine geradlinigte figur ABCDE in die [illegible] §. 173.
[illegible] in Grund zu legen.

Auflösung.

1. Messet die gantzen Umfang der figur AB, BC, Fig: 105.
CD, DE und EA. imgl: die Diagonalen AC und AD
so könnet ihr nach dem verjüngten Maßstab
(: §. 164:) die figur auf das Pappier zeichnen (: §. 111:)

Beweiß.

Wann man eine figur in Grund leget, so muß
man eine kleine figur zeichnen, in der alle Winkel
so groß sind, als in der grossen, und die Seiten
sich eben so gegeneinander verhalten wie in der
grossen, wenn ihr nun für jede Seite derer
Dreyeckern ABC, ADC und ADE auf dem ver-
jüngten Maßstab so viel nehmet, als
sie in grossen ausmachet, so verhalten sich die
Seiten in der verjüngten figur eben so gegen
einander wie die Seiten der grossen, z. E. wenn
die AB im grossen 6 ist, heißt sie im kleinen
auch 6. wenn im grossen BC 4 ist, heißt sie auch
im kleinen 4. und also verhält sich AB zu
BC wie 6 zu 4, dem wegen sind auch die Winkel

der kleinen figur so groß wie die Winckl in der grossen /: §. 148: / Da nun die Winckl der figur mit den Winckeln der triangulen übereinkomm. so müssen auch alle Winckl in der Verjüngten figur so groß seyn, wie in der grossen. Q. E. D.

Zweites

Fig. 106. 1. Erwehlet euch innerhalb der figur einen Punct F und setzet dahin das Mess-tischlein.

2. Aus F visieret gegen die Stäbe, welche man in denen Ecken der figur A, B, C, D, E gestecket hat, und ziehet die linien FA, FB, FC, FD und FE /: §. 45: / und

3. Messet die linien FA, FB, FC, FD, FE /: §. 44

4. Eben so groß machet nach dem Verjüngten Maaß-Stabe die linien Fa, Fb, Fc, Fd, Fe.

5. Endlich ziehet die linien ab, bc, cd, de, und ea, so schliesset sich die figur.

Beweiß

In dem triangl aFb verhaltsich Fa zu Fb wie FA zu FB in triangl AFB, und der Winckl F ist beyden triangulen gemein, derowegen verhalt sich auch Fb zu FB ba zu BA /: §. 152: / eben so wird erwiesen, daß verhalte sich wie Fb zu FB wie bc zu bc /: §. 23. Nro: XII / es ist eben auch der Winckl ABC so groß wie der Winckl abc /: §. 152: / da nun auf gleiche Weiß von allen übrigen Winckeln c, d, e, a erwiesen werden kann, daß sie den Winckeln CDE und A gleich seind, und auch von denen übrigen Seiten

daß sie sich gegeneinander verhalten wie die
Seiten CD, DE, EA, so ist klar, daß die große Figur
in Grund geleget worden. w. z. e. w.

Anders.

1. Messet auf F alle Winkel AFB, BFC, CFD, DFE, EFA (§. 45) ingleichen die Linien FA, FB, FC, FD und FE. (§. 44.)
2. Traget die Winkel auf das Papier (§. 48) ingleichen die Linien nach dem verjüngten Maaßstab (§. 164.)
3. Ziehet die Linien ab, bc, cd, de, ea, so wird die verlangte Figur geschlossen.

Der Beweis ist eben wie in der vorigen.

Vierte Aufgabe. §. 174. Fig. 104.

Eine Figur ABCDE in Grund zu legen, da man nur zwey Oerter A und B gantz übersehen kan.

Auflösung.

1. Setzet euer Tischlein in A und visieret nach allen Ecken der Figur B, C, D, E und ziehet gegen dieselbe Linien aus dem Punct A.
2. Messet die Stand-Linie AB (§. 44) und traget sie nach dem verjüngten Maaßstab (§. 164) auf das Tischlein aus A in b.
3. Traget das Tischlein aus A in B und richtet es dergestalten, daß der Punct b in B kommt, und ihr durch die Dioptern des an die Linie bA gelegten Lineals den in A gestellten Stab sehen könnet.
4. Visieret nach allen übrigen Ecken der Figur und ziehet gegen dieselben aus b Linien,

welche die Vorigen in e d, c durchschneiden.
5. Endlich ziehet die linien ed, dc, so habt ihr die Verlangte figur im grund gelegt.

Beweiß.

Der Beweiß ist ebenso wie in der Vorigen /: §. 168 /

Anders.

Fig: 107. 1. Messet und die Winckel CAB, DAC, EAD /: §. 43 /
nicht die linie AB /: §. 44 :/ wie auch wenigstens
auß B die Winckel EBA, EBD, und DBC /: §. 43 /
2. ziehet auf dem Papier eine linie ab und
tragt von dem Verjüngten Maaß-Stab
die größe der linie AB darauf /: §. 164 :/.
3. tragt in bac, cad, dae, die Winckel CAB, DAC,
DAE, EBD, DBC /: §. 48.
4. Endlich ziehet die Puncten, a, e, d, c, vermittelst
linien zusammen, so habt ihr die Verlangte figur
in grund gelegt.

Beweiß.

Der Beweiß ist ebenmäßig wie in der 56. Aufgab
/: §. 168 /

§. 174. N. 1 Die figur eines Gartens oder andern weitläufigen Terrain nach dieser letzten Art abzunehmen ist gut, wann ihr die längste Seite zur Grund linie annehmet, damit die Visier linien einander deütlicher durchschneiden.
Diese Aufgabe ist auch bequem, wann man einen Garten nit umgehen kan, und hat man nur eine Seite zu messen.

Die VI. Aufgab. § 175.

Eine figur ABCDE in Grund zu legen, die man nicht ganz umgehen kann.

Auflösung

1. Setzet das Tischlein in A und visieret nach den Stangen B und E, so gibt es die Winkel BAE darauf bekommet. Fig. 107.
2. Messet die linie AB und AE (§. 44.) und traget sie nach dem verjüngten Maaßstab (§. 164.) auf das Tischlein aus a in b.
3. Gehet mit dem Tischlein in B und setzet den Punct b in B. visieret wider zurück in A, nach diesem Punct B in C. Damit ihr den Winkel CAB auf das Tischlein bekommet.
4. Messet die linie BC (§. 44.) und traget sie auf das Tischlein aus b in c (§. 164.)
5. Wann ihr die gantze figur dergestalt umgehet, so werdet ihr sie in Grund gelegt haben.

Beweiß.

Alle Winkel in der kleinen figur den Winkeln in der grossen gleich sind, und die linien verhalten sich in der kleinen figur ebenso wie in der grossen, derowegen ist die kleine figur der grossen ähnlich (§. 147.) u. z. e.

Anders.

Messet alle Seyten der figur (§. 44.) und 2 Winkel weniger als Seyten sind (§. 43.) so könnet ihr die figur in Grund legen. (§. 142.)

Nro. I. Wolle Landmesser Arbeiten sich bey der § 175.

umgehen einer figür der bey der Zirckel gemei-
niglich befindtl. Baussola zugleich, damit sie
mit bey jeder Veränderung der Station wieder
zurück visieren dürffen, wenn sie nembl. bey
allen übrigen Stationen die Baussola in den-
jenigen Stand der Abweichung stellen, in
welchen sie sich bey der ersten Station befunde,
im übrigen aber wie oben gelehrnet durch
die Diopteren visieren.

§. 145. Nro II. Zu den teutschen Bergw. Gründe und
bekannischen Elementen giebet unser Autor
den modum an eine figur mit der blossen
Baussola abzunehmen.

Gesetzt eine figur ABCDE, die man geome-
trisch übersehen kan. mit der blossen Baussola
so mit Diopteren versehen auß zwey Standt Punct
B in grund zu legen.

Fig: 107. Nro: 1. Stellet die Baussola solcher gestalt ein, daß die Nadl
just auf die in derselben bezeichnete Mittagslini
stehet, und visieret durch die Diopteren bis ihr
in B gestellten Stand erblicket, und merket
welchen Grund gegen Osten od. Westen die Nadl
anzeiget.

2. Wendet die Baussola gleicher gestalt gegen die
in den übrigen Winckeln gestellte Stäbe E, D
C, und merket die von der Nadl weisende
grade.

3. Gehet mit der Baussola in B und versieret
[illegible] durch die Diopteren nach allen Winckeln der
figur AEDC, und merket die jeder mahl von
der Nadl angedeutete grade in sein de-
nominal an.

4. Endlich messet (§. 44.) die Stand-linie AB.
5. Wann ihr nach hause kommet, setzet die von
eurem Statio abgeschraubte Bussola auf das
Papier, und rücket sie so lange bis die Nadel
an denjenigen grad rucket, welchen sie vermög
eures Memorials auf dem feld angezeiget hat,
als die Mittags-linie auf der Stand-linie
stunde. So könnet ihr nach dem verjüngten
Maaß-stab die linie AB auf das Papier
tragen.
6. Wann ihr aussen auf gleiche weiße die linien
ad, ac, ae und auf die linien bc, bd, be, so
könnet ihr durch zusammen-ziehung der Puncte
b, c, d, e, a die figur beschreiben.

Beweiß.

Man darf nur erwegen, daß man auf die
vorgeschriebene weiße mit der Bussola die
Winkel auf dem felde messen, und auf das Pa-
pier abtragen kan, so ist im übrigen der Be-
weiß, wie bey den vorigen Auflösungen.
Das erste belanget, stehet kraft der
operation die Nadel in den Puncten A und a immer
auf einer als AK und ak. man mag die
Bussola um den Punct A und a drehen wie man
will, wenn nun die Mittags-linie der Bussola
auf AB stehet, so zeiget die Nadel an, wie viel die
Mittags-linie von der wahren Mittags-linie AK ab-
weichet, das ist die größe des Winkels KAB stehet
die Mittags-linie der Bussola auf AC, so zeiget die
Nadel die größe des Winkels CAK. stehet sie auf AD
so zeiget die Nadel den Winkel KAD. Wenn man

dennoch auf dem Papier die Baussola an-
gestellet richtet, so die Nadel wider den Winkel
KAB zeiget, kann man nachstehende Mit-
tags=linie ab ziehen, auf gleiche weis geben
sich die linien ac und ad, folgendts auch die
winkel bac und cad, so kann man sonst mit dem
quadranten zu messen pflegt. v. g. E.

Anmerkung.

§. 175. Nro III. Aus dem Beweis ist abzunehmen, daß
man die winkel ohne die baussola, vermittelst eines
Transporteur auf das Papier bringen kann, welche
mit jener baussola auf dem feld gemessen seyn.
Wann ich nemblich eine linie AK ziehe, welche
die wahre Mittags linie fürstellet, und den
sie den Diameter des Transporteurs anleget,
und die in dem Memorial notierte grade
abstechet, und muß jeder halbe Circul
in seine 180° besonders getheilet seyn, oder
auf einen gantzen müssen die grade
rückwerts bis auf 360 gezehlet werden.
diß aber das erste gebräuchlicher.

Aufgab.

§. 175. Nro: IV. Mit der baussola eine figur ABCDE in
Fig. 107. grund zu legen, die nicht gantz umgehen
Nro: 2. kann.

Auflösung.

1. Setzet die Baussola in A und richtet ihre
Mittags linie auf die linie AB. Verzeichnet
darbey in ihrem Memorial, wie viel grade
die Magnet=nadel davon abweichet, wie
in der vorhergehenden Aufgab (§. 175. Nro II.)

2. Messet die Linie AB und traget d. Maaß
ohngefehr ins memorial ein.
3. Gehet solcher gestalt um die gantze figur,
und zeichnet aber ab in sein memorial
die Abweichung der Magnet-Nadel von ihrer
Mittags-Linie auf, und zugleich die Länge
der Linie, darüber ihr gehet, und damit
ihr die einwerts gebogene Winkel von
den andern in dem memorial unterscheiden
könnet, ziehet nach der Länge unterschiedl.
Figuren in sein memorial eine Linie, und
schreibet diesen Winkel zur linken, die
andere aber zur rechten.
Daher nöthig ist, wenn ihr die figur des feldes
aber nur von freyer Hand in sein memorial
einzeichnet, und die Mittags-Linie darein
andeutet, so könnt ihr die Homologische
Seiten und Winkel daran schreiben, so
werdet ihr Euch um so weniger irren, und
ihr sehet auch gleich, wo die Abtragen geschehen ist.
4. Ziehet auf dem Papier eine linea ab und
traget nach dem verjüngten Maaß-Stab die
Linie AB laut eures memorial darauf
(f. 5. 165) setzet auf dieselbe die Mittags-Linie
der Bussola, und rucket d. Papier mit
derselben so lang, bis die Magnet-Nadel
den in seinem memorial verzeichneten
grad der Abweichung zeiget.
5. Nach diesem lasset sein Papier un-
verrucket, und setzet den Mittel-Punct der
Bussola auf den Punct B, rucket sie um
denselben so lang, bis die Magnet-Nadel.

der bey diesem Punct in einem memorial
verzeichneten Abweichungs-grade zeiget,
so könnet ihr nach der Mittags-linie der
Bussola die linie bc ziehen und ihre größe
auß dem Memorial durch den verjüngten
Maaß-Stab Determiniren.
6. Wann ihr so fortfahret, so werdet ihr endlich
die verlangte figur auf dem Papier haben.

Noch Anderst.

S. 145. Nro V. 1. Verrichtet auf dem feld alles wie
Fig. 107. vorhin nach den 1. 2 und 3 Regl.
Nro 3. 2. Ziehet auf dem Papier mit Bleystift Parallel
linien in beliebiger Weite.
3. Nehmet einen an einem Parallel lineal befestig-
ten und in seine grade eingetheilten Trans-
portair. Leget das eine lineal an eine der
gezogenen Parallel-linien AK, und machet
auf dem Papier den Punct A, der den
gleich auf dem Abweichung auf dem felde in den
grad der nach eurem memorial in dem Trans-
Punct A
portair berühret, und den Punct a, wo
der Mittel-Punct des Transportairs lieget.
4. Leget das lineal an die beyden Puncten a
und Z, und nehmet den verjüngten Maaß-
Stab die länge der linie AB, so könnet
ihr den Punct abstechen und die linie abziehen.
5. Lasset das lineal an einer Parallel-linie ligen,
und schiebet den Mittel-Punct des Transporteurs
bis in b, stellet durch Hilfe des auf dem feld in B
gefundenen Abweichungs-grad an des Transporteurs
den Punct y ab, so könnet ihr die vorhin den Punct
c finden, und folglich auch die linie bc ziehen.

6. Wann ich so fort fahret, wird sich endlich die
gantze Figur geben.

Beweiß.

Der Beweiß ist auß der 60. Aufgab (§. 144.) und
der Anmerkung (§. 145. Nro: III.) leicht ab-
zunehmen, wann man nur erwäget, wie
die Parallel-Linien die Magnet-Nadel über
der Mittags-Linie hinstellen.

VII. Ist diese Aufgab nur deßentwegen auß dem §. 145.
vom Schwenter voll ständig genommen worden,
weilen sie zum Verständnis verschiedener
Papieren zu übertragen anlaß gibet, als
zum Exempel des grossen Transporteurs, dessen
sich die Landmesser in Bergwerken gebrauchen,
so von dem jetzt beschriebenen Parallel-Instru-
ment nur in deme unterschieden ist, daß
statt der zwey Parallel nur eines, mit einem
Winkel rechten Ansatz sich dabey befindet,
an welchem lineal sich ein stuck des Transporteurs
eine gantze in 360 theil getheilte Scheibe
auf und abgeschoben lasset, und an dessen
Centrum sich ein Zeiger, und deme an
befestigten andern Lineal herum drehen
lasset, es lasset sich aber alles dieses leichter
durch die Hand-Griffe zeigen als deutlich
beschreiben.

Aufgab.

Nro: VIII. Eine gerade Linien oder Strich §. 145.
von einem gegebenen Punct A bis an einen Fig. 107.
andern Punct B, wohin man nicht sehen kan Nro 4.
gerad abzustecken.

Auflösung.

1. Stellet das Diopter bey A und visieret nach einer solchen Gegend, wo ihr vermeinet, daß der Orth B liegt, dieses wäre von A gegen den Baum C, von dannen weiter nach dem Baum D und auch E item F, G, H, I, K und B, und stellet an jeden dieser Bäume einen Stab, ... über den Boden ein, und diese Stäbe, wenn ihr solle sind mit einer Ziffer od. Buchstaben bezeichnet, und auf dem Papier ihren Orth anzuzeigen zu schreiben.

2. Wenn ihr also auf dem Papier die Puncte a, c, d, e, f, g, h, i, k, b habet, so ziehet die gerade Linie zwischen a und b mit einem geraden Lineal, so bekombt ihr den Winckel bac, zu welchen ihr messet.

Stellet das Diopter wider in A solcher gest.

3. stellt, daß die linea ac wider auf AC kombt,
und verschiebet das lineal auf die linea ab
und verrückt die Diopter gegen ...

4. Visieret durch die ... alle diejenige Bäume, welche ... und lasset alle diejenige ... niederhauen, und in dieser Linie bis gesicht stehen ... fortfahren, so wird der ausgehauene ... zu Ende des Waldes ... von dem Orth A zu dem Orth B gehen.

Anders.

1. Wenn ihr eine Boussole bey euch habet, so merket wie viele Grade die linea AC von der Mittagslinie abweichet.
2. Messet den Winckel cac mit dem Transporteur und merket die Grade.
3. Diese addiret zu den Graden der gefundenen Abweichung, und merket die Summe, und wenn ihr die ... in diesen letzten gefundenen Grad stellet, so wird sie euch die ...

Weg zeigen, in welchem ich die Bäume fällen
sollte, um gerad zu dem orth B zu kommen
Ich müste aber erstlich die Alee mit weiternach
als beyläufig eine Ruthe oder nur so viel, daß ich den
abgeordneten ort B nicht sehen könnte, und wenn dieses
geschehen, könnte ich der Alee nach belieben erweitern
und dem Sichter nicht gerad machen.
Diese Aufgaab dienet so wohl bey der Jägerey als
im Krieg.

Die 62. Aufgabe.

Ein jedes feld oder einen jeden andern Platz auszumessen

Auflösung. §.176.

flegel zu gäben in ... Vorhergehenden Aufgaben
Kenntniß.

2. Sehet die figur und machet die 30. Aufgab (§.123.)
die bishero gezeigte manieren der flächen auszumessen
sind nur auf geradlinigte, item den Circul-Seg-
menten und Sectoren applicirt, wie aber Circkelflächen
und andere gewisse krummlinigte flächen auszu-
messen werden sollen, wird in dem Tractat von
krummen linien mit eingerückt werden.
Was aber die landes übliche Ausmessung betrifft, ist das
meiste schon oben ausführlich tractirt worden.
Um ein gantzes land recht accurat mit allem, was
sich darin befindet, zu messen und zu Papier zu
bringen, muß aber weiter oben von Buch zu Buch
erläutert worden wohl in acht genommen, insbesondere
auf dem felde durch übung geläufig gemacht werden,
als in welchem unzehliche vortheile von selbst in die
Hände fallen, die ohne gar übermaaß weitläufig
zu seyn nit beschrieben werden können, und ist
noch folgendes überhaupt noch zu erinnern.
1. daß auf obgezeigte Manier mit Messung der Linien
fleiß angewendet werde, daß so viel als möglich die
wahre Länge derselben überkommen werde, und
wenn über Berge gemessen worden, dann eben fläche

mit dem Horizont ein Winckl von mehr als 6 biß 7
grad machen, ist ohne sicher, wann der Winckl
der declivitet, durch die auf der Schreibe gemeinig-
lich befindende Senckhsätzl observirt wird. oder im sol-
chen Senckhsätzl auf die ohne denen Horizontal stehende
Diopt gestellet, oder aber durch einen höltzern gradirte
geschehet wird wie § 142 Nro. IX. gezeiget worden,
versicheret. denn wann diese an höhen befinden,
oder sehr lieche an einer Seithe, so würde der auf der
Oberen flächen gefundene Maaß allzu viel betragen,
und die figur nit wohl schliessen.
2. müsset ihr die Winckl accurat zu suchen euch befleissen,
es seye mit welchem instrument es wolle.
3. Ist guth, wann ihr den zu messen habenden Terrain vorhero
betrachtet, und in gewisse umschlossene kleine Quar-
tiere eintheilet, die ihr dann eins nach dem andern
besonders mit fleiß messet, und die Gräntzen der
neben liegenden anbey annotiret. da ihr dann
wann ihr alle diese brouillons oder maculen fertig
habet, und jeden an seinen Gräntzen anschliessend
und sie an einander setzen könnet, so werdet ihr
gleich sehen, ob ihr überall guth observiret, oder wo
ihr gefehlet habet, und wird auch die figur
der gräntzen guthes leichter schliessen, als wann
ihr den gantzen umfang in ein continuo obser-
viret habet, und die Manier ist guth wann ihr
geschlossen habet, unter welche ihr diese Quartier vertheilet
indeme ihr bey dem zusammen setzen sehen könnet,
welches auß ihnen guth oder übel observiret sey.
Es kan auch die Richtigkeit der operation abge-
nohmen werden. Wann in Zusammensetzung des
Quartiers die von der Caussola observirte Mittags-
linie angemerket wird, und wann solche linien
in zusammen setzen parallel ausfallen.

Ternio XV.

10 40

15

40

20

10

9

60 | 90 | 1

60

30

25

55

30

60 | 85 | 1

60

25

Von denen Cörpern, ihrer Mauß und Proportion

Ein Cörper oder Cörpus od. Solidum, seine grösse von 3 dimmensionen, nemlich: länge, breite, und dicke wird auch die dritte dimmension genannt.

Die 15. Erklärung

§ 177. Wann ein halber Circul sich um seiner Diameter
Fig: 110. AB herum bewegt, so beschreibet er eine Kugel.

Zusatz

§ 178. Also seynd alle puncten in der Kugel-fläche von dem Mittel-punct gleich weith entfernet (§ 13.)

Die 16. Erklärung

§ 179. Wann eine geradlinigte figur ABC sich nach
Fig: 111 einer geraden linie AD abgestellt hinunter bewegt, daß sie sich immer parallel bleibet, beschreibet sie ein Prisma, bewegt sich aber ein Circul
Fig. 112. an einer geraden linie FG gleicher gestalt
113. herunter, oder ein Rectangulum ABCD um die Seite, dreht um seine höhe, so wird ein Cylinder oder Waltze beschrieben.

Der erste Zusatz

§ 180. Ein jedes Prisma hat zwey gleiche Grundflächen, und ist um und um von so vielen Vier-Ecken eingeschlossen, als die Grund-fläche Seiten hat.

Der andere Zusatz

§ 181. In dem Prisma und Cylinder seynd alle durchschnitte die mit ihrer Grund-fläche parallel geschehen einander gleich.

Die 17. Erklärung.

§. 182. Wann sich ein Rectangulum ABCD an einer
Fig: 115. linie AE nach gleich recht herumber beweget,
bekommt man ein parallelepipedum, wann
ein quadrat an einer linie HI die seiner
Seite gleich ist, herumber beweget, heißet einen Cubus
od würffel.

Der 1. Zusatz.

§. 183. Das Parallelepipedum ist in 6 Rectangula eingeschlossen
deren zwey einander überstehende gleich seynd,
und alle durchschnitte, die mit der Grundfläche
parallel geschehen, seind einander gleich.

Der 2. Zusatz.

§. 184. Ein würffel ist in 6 gleiche quadrata eingeschlossen
Fig: 116.

Die 18. Erklärung.

§. 185. Wann sich ein recht winckelichter Triangel ABC
um eine seiner perpendicular Seiten AB herum
beweget, so beschreibet er einen Conum od Kegel.

Zusatz.

§. 186. Alle durchschnitte, welche in der Kegel mit der Grund-
fläche DBC parallel geschehen, seind Circul immer
immer kleiner je näher sie der Spitze A kommen.
In der Kegel werden auch noch andere schnitte consi-
derirt, welche von grossem Nutzen seind, deren Er-
klärung aber hieher nit eigendlich gehöret, son-
dern in ein besonderen Tractat abgehandlet werden.

Die 19. Erklärung.

§. 187. Wann eine linie AD sich um einen Punct D ver-
schiebt bleibet, und um die gantze Peripherie einer
Fig: 117. geradlinigte figur ABC mit dem andern Ende A
beweget, entstehet eine piramide, ist die figur
ABC ein Circul bekommet man einen Kegel.

Zuesatz.

§ 188. Eine Piramide hat zu seiner Grund=fläche eine Vieleckigte figur, und ist mit anderen in so vielle Triangel eingeschlossen, als die Grund=fläche Seiten hat, welche Triangel oben in einem Punct D in einer Spitze zusammen stossen.

Die 20. Erklärung

§ 189. Wann ein Cörper in lauter gleichen regularen figuren von einerley Art eingeschlossen ist, nennet mann ihn regular oder ordentlich, die übrige werden irregular, oder unordentlich genennet.

Die 21. Erklärung

§ 190. Ausser dem Würfel (: §. 182 :) seind noch 4 andere
Fig: 118 regulare Cörper, als das Tetraedrum, welches aus 4 gleichseitigen triangeln zusammen
119 gesetzet wird. das Octaedrum, so aus 8 zusammen
120 gesetzet, das Icosaedrum, welches 20 solche triangel
121 einschliessen. das Dodecaedrum, welches von 12 regularen fünfecken eingeschlossen wird.

Erklärung

§ 190. Nro: I. Ist die Neigung dreier oder mehrer linien die in einem Punct zusammen stossen, und nicht in einer ebene seind, oder dreier oder mehrer flächen welche in einem Punct zusammen stossen, aber solcher gestellt, daß sie eine Spitze, und keine ebene fläche machen, wird ein Cörperlicher Winkel (: Angulus solidus :) genennet.

Zuesatz.

§ 190. Nro: II. dessentwegen müssen die jenige Winkel der flächen in welchen sie zusammen stossen, zusammen weniger als 360 grad ausmachen, dann sie

sonst eine ebene fläche machten. Z. Ex. der
winkel in regularen dreÿeck ist 60 grad. drei
solcher dreÿeckl ihre zusammen stossende winkel
machen 180 zusammen, und dieses ist der Cörper-
liche winkel des tetraedrum, deren dieser Cörper
vier sich hat. vier winkel eines regularen
dreÿeckes machen 240 grad und fünfe 300.
derowegen können dreÿ vier oder fünf gleich-
seitige dreÿeckl zusammen stossen um einen
Cörperlichen winkel zu machen, wie in dem
octaedrum vier zusammen stossen, beÿ dem Icosaedro
aber fünfe. hingegen weilen 6 just 360 grad
machen können sechs gleichseitige dreÿeckl
keinen Cörperlichen winkel machen, indeme die
zusammen stossende flächen eine ebene fläche
machen würden. können also aus gleichseitigen
dreÿeckln nur die obgezeigte drei regulare
Cörper erwachsen können.

Der winkel in quadrat hat 90 grad, können der-
wegen nit mehr als drei quadrata in einem
Cörperlichen winkel zusammen stossen, indeme
viere ebenmässig eine ebene fläche machen.
dieser Cörper ist der Cubus, und ist in 6 gleiche
quadrata eingeschlossen (§. 154)

Endlich, der winkel in fünfeck ist 108 grad,
derowegen können nit mehr als 3 solche winkel
in einen Cörperlichen winkel stossen, dann alle
drei winkel 324 grad machen, und dieser Cörper
oder solidum ist das oben beschriebene dodecaedrum
so in 12 regulare fünfecke eingeschlossen ist.

Jene Sechsecke machen die winkel von dreÿen fläch-
en auch 360 grad, und müssen liegen sie flach, weni-
ger als drei ebene flächen können keinen Cörper-
lichen winkel machen, nemblich einen solchen
der um seine Spitze umgeschlossen wäre

Es giebt zwar noch andere Cörper, welche auch in Regulare aber mit vielerley figuren eingeschlos-sen seind, wie in Ozanams recreations de mathematique, und auch bey denen glasern an ihren lustres zu sehen ist. Aber alle diese können nit regular genennet werden, weilen sie nicht in einer gleiche flächen und winkel ein-geschlossen seynd.

Die 63 Aufgab:

§. 191. Den Cörperlichen Innhalt eines Cubi od. würfels und seine obere fläche zu finden.

Auflösung.

Der maßstab des Cörperlichen Innhalts, seine Cubic-Ruthe, diß ist ein würfel, der eine Ruthe breit und dick ist, diese wird eingetheilet in Cubic-Schuhe und Cubic-Zoll etc. jenes seind würfel die zur Seite einen Schuh, diese aber würfel die zur Seite einen Zoll haben, wann ihr den Cörper-lichen Innhalt eines würfels wissen wollet, so

1. messet die Seite des würfels, und multiplicieret sie mit sich selbsten, so habet ihr seine grundfläche. (§. 114. 184.)
2. diese multiplicieret wieder durch seine Seite, so kommet der Innhalt des würfels heraus.
3. hingegen wann ihr die grundfläche mit 6 multipli-cieret, so kommt die fläche des gantzen würfels heraus. (§. 184.)

Exempel.

Seite 34
34
——
136
102
——
1156 grundfläche

1156 grundfläche
34 höhe
——
4624
3468
——
39304 Cörperlicher Innhalt des würfels.

1156 grundfläch
6 zahl der flächen
——
6936 ober fläche.

Beweiß.

Fig: 122 Mann bilde sich ein, daß seÿe die Seÿte des würffels in etc: gleiche theile getheilet, so ist klar, daß so viel schichten kleiner würffel heraus kommen, als die fläche theile hat, und in jeder schicht so viel kleine würffel als quadrata in der gantzen fläche seÿnd, derowegen, wenn mann die höhe durch die grund=fläche multiplicirt, so kommt die zahl der kleinen würffel heraus, die der gröste in sich hält.

Zusatz.

§. 192. Wann die Seÿte des würffels 10 ist, so ist der cörperliche innhalt 1000. derowegen wann die Seÿte, eine Ruthe oder 10 Schuh hält, so seÿnd 1000 schuhige würffel in der grossen enthalten, und demnach hat die Cubic Ruthe 1000 cubische schuh, der Cubic Schuh 1000 cubic Zoll, der cubic Zoll 1000 cubic linien und so weiter.

Anmerckung.

Das Cörper Maaß ist die dritte Dimmension und hat dreÿerleÿ Ruthe in sich, denn wann mann zum Exempel eine Cubische Ruthe, das ist einen Balcken, der eine Ruthe lang, breit und dick ist, in Schuhe zerschneiden will, so theilen dreÿerleÿ schnitte es, als nemlich erstlich [illegible] schafft deren jede 1 Schuh lang und breit, und 1 Schuh dick ist. [illegible] wird jeder dieser schafft in 10 so genannte bolten geschnitten, deren jeder eine Schuh lang und breit und 10 Schuh dick ist, und deren seÿnd 100 in der Cubic. Jeder dieser so genannten Bolten, wird durch den dritten Schnitt erst in 10 cubic Schuh zerschnitten, da dann die 1000 Schuh auskommen. Das gleiche verhält es sich mit den cubic Schuh. Cubic Zoll oder auch der cubic linie und so weiter. desto kommt das

für jeden Bruch in der Cubic Zoll 3 Ziffern genommen werden,
oder wann man von einer Zahl cubic schuhe wissen
will, wie viel cubic Ruthen enthalten, so dürffen ich
nur von der rechten gegen die linke 3 Ziffern abschneiden,
so bedeuten die letzten beyden linken die Cubic-ruthen;
bestehet eine solche Zahl in Zollen, so müssten von der
rechten gegen die linke zweymahl 3 Ziffern abgezogen
werden, und so weiter, wie ich auß denen folgenden Exem-
plen und Aufgaben deutlicher begreiffen werden.

Die Feldmesser gebrauchen sich zur Ausrechnung der Mau-
ren, Erde und allen dingen der Achtschuhigen Klafter
wozu sie eine besondere Methode zu halten haben, welche
an einem andern Orth erklären wird.

Der 27. Lehrsatz.

§.193. Alle Parallelopipeda, prismata und Cylinder.
welche gleiche Grund-fläche und höhe haben, sind
einander gleich.

Beweiß.

Wann man einen parallelopipedum, prisma und Cylin-
der in lauter Scheiben zerschneidet, so subtil als
man will, so seind nicht allein alle Scheiben ein-
ander gleich (§.151.) sondern wann jeder Corper
auch gleiche höhe habe, so kann auch eine nicht mehr
als auß dem andern geschnitten werden, und also
fasset ein Corper so viel Raum in sich wie der andere.
w. z. E.

Die 64. Aufgaab.

§194. Fig:103. Den Innhalt eines jeden Parallelopipedi und der-
gleichen zu finden.

Auflösung

1. Multipliciret die Länge AB durch die Breite BC so habet ihr die Grundfläche ABCD (§. 117. 183.)
2. diese multipliciret ferner durch die höhe BF so kommet der verlangte Innhalt heraus.

Zum Exempel.

Es seye AB 36. die breite BC. 15. BF. 12.

AB 36 länge
BC 15 ~~breite~~
180
36
540. Innhalt der fläche ABCD

540. fläche ABCD
12 höhe BF
1080
54
6480 Cörperlichen Innhalt.

Vor die Oberfläche.

1. Multipliciret AB mit BC, ingl: AB in BF, und BE in BC so habet ihr die Vierecke BD und EB und BG (§. 117. 183.)
2. Addiret die drey Vierecke zusammen, und multipliciret die Summa durch 2. so bekommet ihr die fläche des parallelopipedi heraus (§. 117. 183.)

Zum Exempel 36. AB
15
180
36
540 fläche DB
432 BG.
180 BE.
1152
2
2304 fläche des Parallelopipedi

36 AB
12 BF
72
36
432 fläche DG.

15 BC
12 BF
30
15
180. fläche BE.

Beweis.

Der Beweis ist in der vorhergehenden Aufgabe (§. 191.) des 98. Lehrsatzes.

§. 195. Fig. 124. Ein jedes Parallelopipedum wird durch die Diagonal fläche DBFH in zwey gleiche Theile getheilet.

Beweiß.

Die Diagonal-linie DB theilet das grammum paralle-
-logrammum ABCD in zwey gleiche triangel (§. 102.)
da nun die beyden Prismata ADBEGH und D
BCEFH außer dieser gleichen grund fläche auch
einerley höhe DH haben, müßen sie einander
gleich sein (§. 193.) w. z. e.

Die 65. Aufgab.

§. 196. Den Innhalt eines jeden Prismatis und seine fläche
zu finden.

Auflösung.

Fig: 124. 1. Suchet die grundfläche des Prismatis (§. 114.
121. 122. 123. 124.)
2. Multiplicieret selbe durch die höhe, so kommet der
verlangte Innhalt heraus.
3. Hingegen multiplicieret den Umfang der gantzen
grundflächen durch die höhe, so kommet die fläche
außer denen zweyen grundflächen heraus.
4. Wenn ihr nun diese darzu addiret, so habet
ihr die gantze fläche (§. 180.)
Zum Exempel, es seye AB 8, CD. 6, AE 15.

AB 8
½CD 3
24 grundfläche ABC.

ABC - 24
AE 15
120
24
360. Innhalt des Prismatis

Seyte BC 91
BA 80
AC 62.
233 umfang der grundfläche

233. Umfang der grundfläche
150 höhe
11650
233
34950 Seiten fläche.

Seyten fläche 34950
~~untere~~ fläche 2400 BAC
obere fläche 2400 HEI.
39750 gantze Ober fläche.

Beweiss.

Das dreyseitige Prisma ist die Helfte eines Paral-
lelopipedum, welches mit ihme gleiche Höhe aber
gedoppelt grundfläche hat (§. 195.) wenn man
die gesetzte grundfläche des Parallelopipedis
mit der Höhe multipliciert, so bekommt man
seinen Innhalt (§. 194.) derowegen wenn man
die Helfte der grund-fläche des Parallelopipedi,
das ist die grundfläche des dreyseitigen Prismati
durch die Höhe multiplicieret, so muss die Helfte
des Parallelopipedi, das ist der Innhalt des Pris-
mati heraus kommen, alle übrige Prismata
lassen sich in dreyseitige Prismata zertheilen
und also gildet auch von ihnen, was von
dreyseitigen erwiesen worden.

Die 66 Aufgab.

§. 197. Aus der gegebenen Höhe eines Cylinders und dem
Diameter desselben seinen Innhalt, und seine
fläche zu finden.

Auflösung.

Fig: 113. 1. Suchet die grundfläche des Cylinders (§. 134.)
2. multiplicirt selbe durch die Höhe, so habet ihr
den verlangten Innhalt.
3. hingegen die Peripherie multiplicirt durch
eben dieselbe Höhe, so kommt die fläche ohne die
beyde grundflächen heraus.
4. Wenn ihr nun die beyden grundflächen
darzu addiret, so ist die Summa die ver-
langte fläche des Cylinders.

Zum Exempel, es seye der Radius AB zweymal

genohmen, folglich der Diameter 560''. die Höhe BC 892''. folglich:
die Grundfläche 24617,6''

24617,6''	175840''' Peripherie
892'' Höhe	8920'''
492352	3516800
2215584	1582560
1969408	1406720
Inhalt des Cylinders. 21958899,2'''	1568492800''' Seite oder Umfang des Cylinders
	24617600 zwey grundflächen
	24617600
	1617728000''' gantze oberfläche.

Beweiß.

Weilen der Circul ein regulares Vieleck ist, so unendlich viele Seyten hat (§. 120.) so kann man den Cylinder als ein Prisma ansehen, welches unendlich viele Seiten hat, demnach wird sein Inhalt gefunden, wenn seine grundfläche durch die Höhe, die fläche aber, wann die Peripherie der grundfläche durch dieser Höhe multipliciret wird. (§. 196.) u. s. w.

Der 29. Lehrsatz.

§. 198. Piramiden und Kegel, die gleiche Grundflächen
Fig. 113. und Höhen haben, sind einander gleich.

Beweiß.

Es seye ABC eine Seyten fläche von einer Piramide und DEF von der andern, BC und EF in einer linie EF, BC = EF die Spitze A und D mit BE in einer fläche, und AM auf BC, DO auf EF perpendicular, so ist AM = DO. Man ziehe nun GK und BF und AD parallel, so ist auch AL = DN (§. 22.) und AG : AB = GH : BC = AL : AM (§. 149.) ebenso wird erwiesen, daß DN : DO = IK : EF. Da nun GH : BC = IK : EF, so ist GH : IK = BC : EF, und BC = EF, so ist GH = IK. weilen eben dieses in allen übrigen flächen, welche die Piramide

eingeschlossen werden kan, und wegen der
ähnlichkeit der durchschnitte in einer Piramide so
mit der grundfläche parallel geschehen, sind sie
einander ähnlich, denn die gleichnahmigen winkel
einander gleich seind. (§.147.) so müssen die durch-
schnitt in beiden Piramiden gleicher grösse sein,
wenn sie in gleicher höhe geschehen (§.31.) da
aber die gantze höhe der Piramiden von gleicher
grösse sind, kan man in einer nit mehr
durchschnitte haben als in der andern, und demnach
seind die Piramiden einander gleich. welches das
erste war.

Wann man die Triangel ABC und DEF für
die durchschnitte zweyer Kegel ansiehet, da dann
sie von der Spitze bis durch die grundfläche in
zwey gleiche theile getheilet werden, so seind AH und
IK die Diametri der Cirkel, welche aus denen mit
denen grundflächen parallel geschehenen durch-
schnitten entstehen (§.186.) so ist abermahl
klar, daß diese Cirkel und folgends die gantzen
Kegel einander gleich sein müssen, welches das
andere war.

Der 30 Lehrsatz

§.199. Ein jede Piramide ist der dritte theil von einem Pris-
ma, so mit ihr gleiche grundfläche und gleiche höhe
hat.

Beweiß

Fig: 122 Prot. Die Piramiden ABCE und DFEA haben einerley
höhe, und die grundfläche ACB und DFE
einander gleich (§.198.) ingl. die Piramiden
ACBF und FEBA, weilen sie gleiche grund-
flächen CEB und BEF (§.102.) und einerley

höhe haben, indeme sie beyde in der Spitze zu-
samm stossen, derowegen sind sie auch einander
gleich (§ 20 Nro: III.) w. z. E.

Anmerkung.

§ 199. Nro I. Wann man das Prisma aus Holz verfertiget, und auf gehörige Weis zerschneiden lasset, so kan denen Anfängern der Saz deutlicher gemacht werden; Am füglichsten aber lasset sich solches an einem Prisma thun dessen grundfläche ein gleichseitiger Triangel ist.

Zuesatz.

§ 199. Nro II. Der dreyseitige Piramide ist der dritte theil eines dreyseitigen Prisma, so mit ihme gleiche grundfläche und höhe hat.

§ 199. Nro: III. Weilen sich ein jedes vielseitiges Prisma in so viele dreyseitige zertheilen lasset, als in wie viele Triangel die grundfläche getheilet werden kan (§ 124.) so muss ein jede Piramide der dritte theil eines Prisma seyn, so mit ihme gleiche höhe und grundfläche hat.

Zuesatz

§ 200. Da man ein Kögl für eine Piramide zu halten hat, welches unzählig viele Seiten hat, so wird auch derselbe der dritte theil eines Cylinders seyn, so gleiche grundflächen und gleiche höhe mit ihme hat.

Die 67. Aufgab.

§ 201. Den Innhalt einer Piramide, auch eines Kegels zu finden.

Auflösung.

1. Suche den Innhalt eines Prismatis oder Cylinders,

so gleich grund fläche und höhe mit der Piramide und Kegel hat (§. 196. 197.)
2. dessen dividiret durch 3, so kombt der Innhalt der Piramide und Kegel heraus (§. 199. 200.)

oder.

Multiplicirt die grundfläche durch den dritten theil der höhe.
Zum Exempel der Innhalt des Prismatis (§. 516.) 360 also ist der Innhalt der Piramide 120. der Innhalt des Cylinders stehe (§. 197.) 219588992'' so kombt für den Innhalt des Kegels 73196330..

Aufgabe

§. 201. Nro I. die Oberfläche der Piramide zu finden.

Auflösung.

1. Suchet den Innhalt eines deren Triangeln in welche die Seiten der Piramide eingeschlossen ist. (§. 122.)
2. Multiplicieret denselben durch die Zahl der Seiten der grundfläche (§. 188.)
3. Addiret zu dem Product den Innhalt der grundfläche, so habet ihr die gantze obere fläche.

§. 201. Nro II. Wann die grundfläche aber nit gleiche Seiten hat, so müsset ihr jeden Triangel besonders ausrechnen, und alsdann dieselbe addiren.

Lemma

§ 201. Nro IV. die Oberfläche eines Perpendicular Kegels ist die helffte eines Rectanguli aus der länge der Seite des Kegels in die länge der circumferenz seiner basis.

Beweiß.

Indeme die basis als Circul gleichsamen Vielseit von unzahlig vielen Seiten (§. 126.) derowegen

ist der Kegel gleich einer Pyramide von unzehlichen
Seiten, und ist in so viele triangel eingeschlossen
als die grundfläche Seiten hat (§. 188.) wann jeder
triangel die helffte eines rectangulum aus seiner
basim in die höhe ist, welches die länge der Seite des
coni ist (§. 120.) so folglich ist die gantze Seiten-
fläche des Kegels gleich einem rectangulum in die
länge seiner Seite in die länge der circumferenz
seiner basin w. z. E. 2

Zuesatz.

§. 201. Nro V. Selbsten dürfft ihr nur den Innhalt der Oberfläche
des Kegels zu finden, die Peripherie mit derselben
länge der Seyte des Kegels multipliciren.
Wollet ihr die gantze Oberfläche haben, so addiret
zu der gefundenen fläche der Seyte noch den Innhalt
der basin, so ist geschehen.

Noch anders.

1. Suchet die Peripherie und Innhalt der grund-
fläche aus (§. 132. 134.)
2. Multiplicirt die gefundene Peripherie durch die
halbe länge der Seite des Kegels, zu diesem Product
addirt den Innhalt der grundfläche, so habt ihr
die gantze oberfläche.

Beweiss.

Die Oberfläche eines Kegels ist gleich dem Ausschnitt
eines Circuls, dessen Bogen die länge der Periphe-
rie des Circuls der grundfläche, und dessen Radius
die länge der Seite des Kegels ist (§. 137.)

Lemma.

§. 204. Nro III. Die Seiten fläche eines Kegels ist gleich einem
Sectorem, dessen Bogen so gross, als die Peripherie
der grundfläche, und dessen Radius die Seite des
Kegels ist.

denn ein Kegel wird beschrieben, wenn sich eine ge-
rade Linie an einem festen Punct um die Peripherie
eines Circuls herum beweget (§. 184.) folglich
beweget sich eine gerade Linie um einen festen
Punct so lang, als lang die Peripherie des Circuls
der fläche des Kegels ist, und mithin beschreibet
sie einen Sectorem, welcher zum Radium die
Seite des Kegels, und zum Bogen die circumferenz
der Circul fläche hat.

Anmerkung.

§. 201. Nro VI. Diese zwey Aufgaben, von findung der
oberfläche deren Pyramiden und Kegeln, sind in
der Civil Baukunst, und vielen andern fällen
nöthig.

Die 68. Aufgab.

§. 202. Den Inhalt eines abgekürzten Kegels ABCD zu
Fig. 125. finden. Auflösung.

1. Wann man inferiret: wie der unterschied
AH deren selben Diametrorum AG und CF zu
der Höhe des abgekürzten Kegels CH, so der selbe
große Diameter AG zur Höhe des gantzen Kegels EG
(§. 149.) so kann mann durch die Regel Detri die
Höhe des gantzen Kegels EG finden.
2. Durch diesen und den Diameter AB suchet den Inhalt
des gantzen Kegels AEB (§. 201.)
3. Ziehet die Höhe des abgekürzten Kegels FG von
der Höhe des gantzen EG ab, so bleibet die Höhe des
abgeschnittenen Kegels EF übrig.
4. Suchet aus dieser und den Diameter CD den Inhalt
des Kegels ECD (§. 201.)
5. Endlich ziehet den kleinen Kegel ECD ab, so bleibt
der Inhalt des abgekürzten Kegels übrig.

Zum Exempel. Es seye AB 36', CD 20', FG = CH 12', so ist AG 18, CE 10, und AH 8, demnach AH : CH = AG : GE.

Anmerkung.

§. 202. Nro I. Wollet ihr die Oberfläche des abgekürzten Kegels finden, so suchet:
1. die Seiten fläche des grösten Kegels (§. 201. Nro IV.) wie auch dieselbe Seiten fläche des kleinen Kegels

100 — 314 — 36'
36
1884
942
113|04 gröste
11|00 peripheria

11304'''
900'''
$\frac{1}{4}$AB
10173600''' Innhalt der grösten basis.

10173600'''
900'''
9156240000''' Innhalt des grösten Kegels

2400''' EG gröste höhe
1200''' FG
1500. höhe des kleinen Kegels FE

~~471~~ 0000000 | 157 0000000.
kleiner Kegel

9156240000
1570000000
7586240000''' abgekürzter Kegel.

8 — 12 — 18
12
36
18
216
2|16|24 EG. höhe des grösten Kegels.
8
24|9 drittetheil EG

100 — 314 — 20' CD
20
6280''' kleine peripherie

6280'''
$\frac{1}{4}$CD 500
3140000. Innhalt der kleinen basis

3140000'''
1500
15700000000
314
4710000000. kleiner Cylinder.

Anmerkung.

§. 202. Nro I. Wollet ihr die Oberfläche des abgekürzten Kegels finden, so suchet.
1. die Seiten fläche des grösten Kegels (§. 201. Nro IV.) wie auch die Seiten fläche des kleinen Kegels (§. 201. Nro VI.)

2. ziehet die kleinere von der grösseren ab, so bleibt
die Seiten fläche des abgekürzten Kegels übrig.
3. zu dieser addiret die grundfläche des kleinern
und grössern Kegels, so habt ihr die gantze Oberfläche

Anders.

1. Suchet die Peripherie der grund und ober-
fläche (§. 132.)
2. diese addirt, und die Summa multipliciret
durch die halbe höhe der Seite des abgekürzten
Kegels.

Beweiß.

Wann die längen der beyden Peripherien addiret
wird, und ihr multipliciret die Summa ~~d~~
durch die länge der Seiten höhe AC. so kombt
der Innhalt eines Rectangulum heraus, dessen
basis die länge beyder Peripherien, und die
höhe der länge der Seite ist. wann die Summa
der zwey unterschiedlichen längen, aber nur durch
die halbe höhe AC multipliciret wird, so kombt
dessen helffte heraus welches eben so viel ist,
als wann ihr die mittlere arithmetische Propor-
tional zwischen ~~beyden~~ Peripherien (§.
160. Nro: IV. Nro V.) mit der gantzen Seiten
höhe AC multipliciret.

Der 31. Lehr Satz.

§. 203. die Kugel ist gleich $\frac{2}{3}$ von einem Cylinder, der
gleiche grundfläche, und höhe mit ihr hat.

Beweiß.

Fig. 125 Nro 1. Wann das Quadrat ABCD sich um seine Seite
CD herumdrehet, beschreibet es einen Cylinder
(§. 179.) der quadrant DCB eine halbe Kugel (§. 175.)
und der Triangel ADC einen Kegel (§. 185.)

Weil die höhe DC an allen dreyen Cörpern einerley ist, so könnte in einer nit mehr durchschnitt gemacht werden als in der andern. Es stelle die linie HE den selben Diameter eines durchschnitts vor, der in allen 3 Cörpern in einerley höhe geschiehet, so verhelt sich der durchschnit des Cylinders wie das quadrat HE oder GC. der durchschnit der kugel wie das quadrat GE und der durchschnit des kegels wie das quadrat FE oder EC; weilen alle diese durchschnitt circul seynd und sich verhalten wie die quadrata ihrer Diametrorum (§. 131.) dieweilen BC = HE und GC = BC (§. 24.) so ist auch HE = GC. ingleichen weil CD = AD (§. 20.) so ist auch EC = EF (§. 144.) wenn nemmen nun das quadrat EC, das ist der durchschnit des kegels von dem quadrat GC das ist, der durchschnit des Cylinders weggenommen, so bleibt das quadrat GE das ist der durchschnit der kugel übrig (§. 144.) da nun dieses von allen durchschnitten gültet, so folget das, wenn man den innhalt des kegels von den innhalt des Cylinders wegnimmet, der innhalt der kugel übrig bleibet, derowegen weil der kegel $\frac{1}{3}$ des Cylinders ist (§. 200.) so muß die halbe kugel $\frac{2}{3}$ von derselben sein, folgends auch die gantze kugel $\frac{2}{3}$ von einem Cylinder der noch einmahl so groß ist, wie der vorige, das ist mit ihr gleiche höhe und grundsfläche hat. q. e. d.

§. 203. Nro I. Gegenwärtiger beweis scheint noch dunkel zu sein, indeme es scheint, das nit in allen durchschnitten auch gleiche verhältnisse seyen, welche in der höhe AB geschehen können, denn wann der durchschnit. Zum Exempel in L geschnitten, so ist der durchschnitt des Kegels LM weit grösser als der durchschnitt der Kugel IK welches wider den Satz ist, aber es muß also Verstanden werden nemlich:

In der Höhe AB können so viel durchschnitte mit CB parallel gezogen, als Puncte in der Linie der Höhe AB seind, alle diese durchschnitte seind selbst Circul. die durchschnitte des Cilinders seind alle einander gleich (§. 181.) die durchschnitte der Kugel und des Kegels aber nehmen von der grundfläche unter ab, wenn man nun alle durchschnitte so considerirt, wie in dem 22 Lehrsatz (§. 144.) so kommen in der Cylinder alle durchschnitte des Cylinders, in der Kugel alle durchschnitte der Kugel, und in der Kegel alle durchschnitte des Kegels herein, da nun in jedem durchschnitt sich die durchschnitte der drey Cörper, so verhalten wie (§. 144.) so werden alle durchschnitte des Cylinders den Cylinder, und die durchschnitte der Kugel, die Kugel und die durchschnitte des Kegels den Kegel formiren, d. i. wenn man zum Exempel so vielle durchschnitt in der Höhe AB machte, als Blatt Papier in dieser Höhe übereinander zu liegen Platz hätten, und man schnitte jedes dieser Blätter nach dem 22 Lehrsatz für die Kugel aus. so würden sie, wenn man sie übereinander legte, wieder eine Kugel formiren.

Der Erfinder dieses Lehrsatzes ist der grosse Syracusanische Mathematicus und Ingenieur

Archimedes, er hat ihn in zweyen Büchern weit-
läufftig ~~[ungeschicket]~~ vorgetragen, und demonstriret,
weilen aber diese Demonstration viel zu weit-
läufftig fallet, so hat der berühmte Pater Tac-
quet S.J. durch einen Extract aus Archimede
nebst vielen anderen solche zu verkürtzen
gesuchet, die obgezeigte Demonstration ist von
Carolo Renaldini einem Italiener, schon in
seiner Mathesis enucleata nebst des P. Hono-
rati Fabri S.J. seine, andere aber auf andere
Arth demonstriren. Unter allen aber scheinet mir
des Mons: Belidors seine Manier am deutlichsten
zu seyn, welche fast auf des Patris Fabri Arth ge-
gründet, weswegen ich sie wegen dessen Um-
stand auch hier hersetzen will.

Anmerkung.

§. 203. Nro I. Aus dem Beweis der 57. Aufgabe (§. 158.) folget,
daß wenn aus jedem Punct des Diametri eines
selben Circuls eine Perpendicular-Linie bis an
die selbe Peripherie gezogen wird, dieselbe
allezeit die mittlere Proportional-Linie seye
zwischen denen zwey Theilen des Diametri,
so sie abschneidet.

Lehr-Satz.

§. 203. Nro II. Die mittlere Proportional-Linie AH so
Fig: 125. zwischen ein Circul und einer aus dem Centro
Nro 2. gezogenen Linie X stehet, ist gleich dem Radio
eines Circuls dessen Innhalt dem Innhalt
der Figur X gleich ist.

Beweiß.

Die linie HG ist die mittlere Proportional
linie zwischen EG und GF (§. 158. & 203. Not.)
weil der Triangl HGD recht winklicht,
folgsam ist das quadrat der Hypothenusa, diß
ist Radium des Circuls EHF so groß als die qua
drata der linie HG und des Diametri
des kleinen Circuls GD zusammen. (§. 144.)
ziehet man nun das quadrat des Radium
GD von dem quadrat des Radium der Summe HD
ab, so bleibet das quadrat von HG, als
der Radium eines Circuls übrig, welcher
der Unterschied zwischen dem grösten Circul
EHF und dem kleinen, dessen Radius GD
ist, und dieser Unterschied ist ausgemacht
so groß als die Cron XX. folgsam ist die mitt
lere Proportional linie HG zwischen EG
und GD gleich der Radium eines Circuls
welcher der Cron gleich ist.

Lehrsatz.

§. 203. Nro: III. Die halbe Kugl AED ist gleich $\frac{2}{3}$ eines
Fig: 125. Cylinders ABCD, dessen grundfläche die
Nro. 3. gröste Circul der Kugl, und dessen Höhe der
Radius derselben ist.

Beweiß.

Wann verlängern den Diameter des Cylin
ders B bis in F solcher gestalt, daß BF gleich
AB und ziehet die Hypothenusa AF, welche
einen gleichschenklichten Triangl ABF for
mirt, wann supponire, daß die selbe

Kugel und der Cylinder durch eine fläche GL mit der basi AD parallel durchschnitten seynd, dieser Schnitt formiret zwischen der oberen fläche der Kugel und des Cylinders einen Ring oder Crone GH. Wenn man auch in dem Punct H eine Perpendicular HI auf der Diameter AD fallen lasset, so ist sie die mitlere Proportional zwischen AI und DI oder GH und HL und folglich der radius eines Circuls der dem Innhalt der Cron gleich ist. (§ 203. Nro II.) weilen HI, GA. und GK. einander gleich, einen Circul, welcher zum radium die correspondirende linie GK hat. welcher einer deren durchschnitten des Triangels ABF, und deren so viele mit BF parallel gezogen werden können, als Puncten in der linea BA seynd. und alle dieser durchschnitte seynd radij so vieler Circul, die deren mit ihren correspondirenden Cronen gleich seynd (§ 203. Nro II.) dieser durchschnitt zusammen aber machen einen Kegel aus, der mit dem Cylinder einerley höhe AB und grundfläche BC oder AD hat. Nun ist der Kegel der dritte Theil eines Cylinders der mit ihm gleiche höhe und gründ-fläche hat (§. 200.) ziehet man also diesen Kegel von dem Cylinder ab, so bleibet für die Kugel $\frac{2}{3}$ übrig. w. z. e.

Zusatz

§ 203. Nro IV. Aus diesem folget, daß wenn man

den Cörperlichen Innhalt der selben Kugl
zu finden, wann nur die grundfläch
der selben Kugl, das ist der Innhalt des
grösten Circuls mit 2 dritten theil der
Höhe multipliciren darf (§ 203 Nro III)

Zusatz.

§ 203. Nro V Wann man einen Viertl Circul
Fig. 125 CAB betrachtet, als wann er unendlich
Nro 1. viele mit der basi CB parallel durchschnitten
wäre, und deren durchschnitt DE seye, und
wann sich dieser Viertl Circul um den radium
AB herum drehet, so beschreibet er eine halbe
Kugl X. diese ist auch einer unendlichen Zahl
deren Circuln zusammen gesetzt, welcher
radius die besagte durchschnitte seind, mithin
sich diese Circul verhalten, wie die quadrata
ihrer Diametrorum, und um den Innhalt der
grösten Circul zu finden, muss man den Circul
des grösten radium BC durch $\frac{2}{3}$ von AB multipli-
ciren. folget also dass wann man den Innhalt
aller quadraten, aller durchschnitt des Viertl
Circuls finden will, man das quadrat
des grösten durchschnitt CB durch $\frac{2}{3}$ von AB
multipliciren müssen, und dann man
eine grad folgerung hier ausziehen, nemlich:
dass in einer Progression, welche von unendlichen durch-
schnitten eines Viertl Circul zusammen gesetzt
ist, die summa aller deren quadraten
gleich dem Product muss dem quadrat des grösten,
das ist des quadrats des grösten radium
in $\frac{2}{3}$ des radio sein.

Ternio XVI.

213

Der 32 Lehr Satz.

§. 204. Der Cubus Diametri verhelt sich zur Kugel beÿ nahe wie 300. zu 157.

Beweiß.

Wann der Diameter der Kugel 100 ist, so helt der Cubus desselben 1000000 (§. 181.) und der Cylinder, der mit der Kugel einerleÿ grundfläche und höhe hat, 785000 (§. 197.) und kommt der Innhalt der Kugel 523333⅓ (§. 203.) folglich verhelt sich der Cubus zur Kugel wie 1000000. zu 523333⅓. das ist, wann man beÿderseits mit 3 multipliciret, wie 3000000 zu 1570000, wann man beÿde durch 10000. dividirt, wie 300 zu 157. w. z. E.

Anmerkung.

§. 205. Ich sage der Cubus diametri verhelt sich zur Kugel beÿ nahe wie 300. zu 157., weilen man voraus gesezet, der Diameter im Circul verhelte sich zu seiner Peripherie wie 100 zu 314, welches nur beÿnahe zutrifft. (§. 129.)

Lehrsatz.

§. 205. Art I. die Kugel ist einer Piramide gleich, deren grund fläche der Kugel fläche, die höhe aber der helfte ihres Diameters gleich.

Beweiß.

Man stelle sich vor, als wann die fläche der Kugel in so kleine Stücke getheilet seÿe, das jedes von ihnen von einer ebenen fläche nicht merklich unterschieden, man setze ferner, daß aus dem Mittel Punct der Kugel an ihre Ecken gerade

linien gezogen seynd, alsdann ist klar, daß die
Kugl aus unzählig viel vierseitigen Pyramiden entsteh,
die in Mittl-Punct der Kugl mit ihren Spitzen zusamm
stossen, und deren grundfläche zusam der Kugl-
fläche gleich seynd, die höhe aber deren halben
Diameter der Kugl nit merklich unterschiden,
derowegen wird die gantze Kugl nit, alß für
eine Pyramide gehalten, deren grundfläche der
Kugl fläche die höhe aber der hälffte ihres
Diameters gleich ist. w. z. E.

Der 33. Lehr Satz.

§. 206. Die Kugl fläche verhelt sich zu dem grösten Circul der Kugl wie 4. zu 1.

Beweiß.

Weilen der Innhalt der Kugl dem Innhalt einer Pyramide gleich ist, deren grundfläche der Kugl fläche, die höhe aber ihrem halben Diameter gleich ist, (§. 205. Zus. 1.) so kommet die Kugl fläche heraus, wenn man den Cörperlichen Innhalt der Kugl durch den dritten Theil des halben Diameters dividiert (§. 201.) nun wann der Diameter 100 ist, so ist der Innhalt des grösten Circuls 7850. (§. 134.) der Innhalt aber der Kugl $\frac{1570000}{3}$ (§. 204.) derowegen wann ich diesen durch den sechsten Theil des Diameters $\frac{100}{6}$ dividiere, so kommet für die Kugl fläche 31400. derowegen verhelt sich die Kugl fläche zu der grösten Circul der Kugl wie 31400 zu 7850, das ist (wann man beyde zahlen durch 785 dividiert) wie 4 zu 1. w. z. E.

Zusatz.

§. 207. Desshalb kommet die Kugl fläche heraus, wenn

wann die Peripherie durch den Diameter mul-
tiplicirt (§. 134.) denn wenn der Diameter 100
ist, heißt die Peripheria 314 (§. 129.) so kommt
die Kugel-fläche 31400 heraus, wenn man
nun die Peripherie durch den Diameter mul-
tiplicirt. derowegen ist dieselbe einem Rectan-
gulum gleich, dessen grundlinie die Peripherie
des grösten Circuls der Kugel, die höhe aber
ihren Diametrum hat. (§. 114.)

Die 69. Aufgabe.

§. 208. Durch den gegebenen Diameter einer Kugel so
wohl den Innhalt ihrer fläche, als ihren
cörperlichen Innhalt zu finden.

Auflösung.

1. Suchet die gröste Peripherie des Circuls (§. 132.)
2. Multipliciret sie durch den gegebenen Diameter
so bekommt ihr die Kugel fläche (§. 204.)
3. So ihr nun ferner dieselbe durch den sechsten
theil des Diametri multipliciret, oder durch
den gantzen Diametrum, und das Product durch
6 dividiret, so kommet der cörperliche Innhalt
der Kugel heraus.

Zum Exempel. Es seye der Diameter 5600, so ist
die Peripherie des grösten Circuls 17584.

Peripherie	17584'''	984704''	Kugelfläche
Diameter	560''	560''	
	1055040 0	59082240	
	87920	4923520	
Kugelfläche	9847040 0''''	551434240	

551434240 / 6 | 91905706 $\frac{4}{6}$ $\frac{2}{3}$

cörperlicher Innhalt der Kugel.

Die 40. Aufgab.

§. 269. Auß dem gegebenen Diameter einer Kugel ihren cörperlichen Innhalt noch auf eine andere weis zu finden.

Auflösung.

1. Suchet den Cubum des Diameters (§. 91.) oder in denen Tabellen über die Cubic zahlen.
2. Suchet zu 300, 157, und den gefundenen Cubo die vierdte Proportional zahl (§. 151. Nro IV.) dieße ist der cörperliche Innhalt der Kugel (§. 204.)

Zum Exempel: Es seye der Diameter einer Kugel 64'', so ist dessen Cubus 262144. folgends.

300 — 157 — 262144

$$\begin{array}{r} 262144 \\ 157 \\ \hline 1835008 \\ 1310720 \\ 262144 \\ \hline 41156608 \end{array}$$

41156608 | 137188 $\frac{208}{300}$ Innhalt der Kugel

Dieße andere Auflösung ist commoder, und viel gemeiner als die erste.

Noch andere.

§. 269. Nro I: 1. Suchet den Innhalt des größten Circuls (§. 194.)
2. Multiplicirt dießen mit dem Diameter der Kugel, so habt ihr einen Cylinder, der mit der Kugel gleiche Höhe und Diameter hat.
3. Dießes Product dividirt durch 3.
4. Und den quotum multiplicirt durch 2. so ist das Product der Innhalt der Kugel
oder multiplicirt Lauth der zweyten Regel den Innhalt des größten Circul flächen mit dem dritten Theil des Diameters und multiplicirt das Product wieder mit 2.

Die ober fläche zu haben.

Dividirt den körperlichen Innhalt, durch den sechsten Theil des Diametri, so kombt dieselbe heraus (§. 204. 208.)

Zu fernerer Betrachtung der Körper wird erfordert zu wissen, wie man einer gegebenen Zahl die Cubic-Würtzel zu ziehen seye.

Es heißet aber die Cubic-würtzel aus einer Zahl ausziehen, so viel als eine Zahl finden, die durch die Quadrat-Zahl multiplicirt die gegebene Zahl herausbringet.

Wann man aber die Cubic Würtzel aus einer gegebenen Zahl ziehen solle, muß man die Cubic Zahlen von 1. bis 9. wissen, wozu folgendes Täfelein dienet.

Würtzl	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrat	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubic Zahl	1	8	27	64	125	216	343	512	729

Aufgabe.

§. 209. Nro II. Aus einer gegebenen Zahl die Cubic-Würtzel auszuziehen.

Auflösung.

1. Theilet die gegebene Zahl in Classen von der rechten gegen die lincke, und gebet jeder Classe 3 Zahlen, und so viel als Classen herauskommen, so viel Theil oder Ziffern bekommet die Würtzel. In der letzten Classe bey der lincken ist nicht nöthig, daß 3 Zahlen

seyn müssten, sondern es könnte auch jede nur eine seyn.

2. Suchet in dem Wurzel Täfelein die Cubic Zahl welche derjenigen, so in der letzten Classe zur linken stehet am nächsten, oder gar gleichkommt, ziehet dieselbe davon ab, und setzet die dazu gehörige Wurzel in die Stelle des quotienten, so habet ihr den ersten Theil der Wurzel.

Dieser andere Regel wird nur in dieser letzten Classe bey der linken gebraucht, mit denen übrigen Classen gegen der rechten Hand aber wird auf folgende weis verfahren.

3. Diesen quotienten multipliciret mit sich selbst, und das hernach kommende quadrat mit 3, setzet das Product unter die Cubic-Zahl auf [illegible] gestellt, daß dessen letzte Zahl zur rechten, und die erste zur linken in der folgenden Classe zu stehen kommet, dividiret gewöhnlicher maßen, so kombt der andere Theil der Wurzel heraus.

4. Alsdann multipliciret den Divisorem in den neuen quotienten, und schreibet das Product darunter unter der mittlern Zahl derselben Classe, fanget an von der rechten gegen die linke zu schreiben, das Product von dem quadrate des neuen quotienten drey mahl genohmen in den vorhergehenden, und endlich unter der dritten die Cubic Zahl des neuen quotienten, addiret diese drey Producte und ziehet die Summa von den in der gegebenen Zahl noch übrigen Ziffern ab.

Wann man nun nach dieser dritten und vierten Regel bey den übrigen Classen fortfahret, so kommet endlich die verlangte Cubic-Wurzel heraus.

Zum Exempel es solle aus der Zahl 47437928 die Cubic Wurtzel gezogen werden.

Gegebene Cubic Zahl	47/437/928	362
Cubic Zahl aus der Tabellen	27	
Rest sambt der neüen Classe	20437	
Divisor	27	
Neüer quotient	6	
Product aus dem neüen Q: in den Divisoren	162	
Cubus	324	Product aus dem dreyfachen des neüen quotienten in den übrigen.
neüen Quot.	216	
Suma factorum	19656	
	781928	
Divisor	3888	
Neüer quotient	2	
Factum ex Div: in N: Q.	7776	
et Dupl.: II N. qu: in prec:	432	
Cubus novi quoti	8	
Suma factorum	781928	
	000000	

Wann eine Zahl keine vollkommene Cubiczahl ist, so bleibet zu letzt etwas übrig, wann ihr nun wissen wollet, wie viell derselbe betrage, so hänget noch 3 Nullen daran, und operiret, wie mit einer neüen Classe, der neüe quotient ist ein Decimal Bruch, und deütet an wie viell Zehendtl vorhanden seynd, wollet ihr den Bruch noch genauer heraus bringen, so hänget als dann an den Rest ein, zwey oder dreymahl drey nullen, so bekomt ihr hundertl, tausendtl, oder 10 tausendtl, so viell ihr nembl: neüe Classen mit Nullen angehängt habet, aber genug auf[illegible] lasset es dieses mahl

Zum Exempel ihr sollet aus der Zahl 46385. die Cubic Wurtzel ziehen.

46|385|42 4/10
64
12385
48
2
9648
8
10088
2297000 A
5292
4
21168
2016
64
2137024
159976 B.

Bey dieser operation ist 2297 im Rest geblieben, in der Wurtzel aber seynd 42 herausgekomen, nun seynd noch zu disem Rest noch 3 Nullen angehängt worden, wie bey A zu sehen, und mit der operation fortgefahren worden, da dann ~~dies~~ $\frac{4}{10}$ heraus gekomen, wollt ihr aber noch einen kleinern Bruch haben, so hänget auch andern Rest B wieder 3 Nullen an, und operiret wie oben, und so weiter.

Wollet ihr aber wissen, ob ihr recht operiret habet, so multiplicirt die Wurtzel 424. mit sich selbst und das Product noch ein mahl durch die Wurtzel 424. und zu dem andern Bruch addirt den letzten Rest, so muss die gegebene Zahl mit 3 Nullen vermehret herauskomen wo aber nicht so ist gefehlet.

Der 34. Lehr-Satz.

§. 210. Alle prismatische Parallelopipeda Cylinder und Pyramiden und dgl. wenn sie gleiche Höhen haben, verhalten sich wie ihre grundflächen, haben sie aber gleiche grundflächen, wie ihre Höhen.

Beweiß.

Prismata und Parallelopipeda und Cylinder verhalten sich wie die Producta aus ihren Höhen in ihre grundflächen (§. 194. 196. 197.) Pyramiden und dgl. wie die Producta aus dem dritten Theil ihrer Höhen in ihre grundflächen (§. 201.) und deswegen insgesambt, wenn ihre Höhen gleich sind, wie die Höhen. W. Z. E.

Zusatz.

§. 211. Weilen die Cylinder Circul zu ihren grundflächen haben (§. 189.) die Circul aber sich wie die quadrata ihrer Diametrorum verhalten (§. 131.) so müssen auch die Cylinder von gleicher Höhe sich wie die quadrata ihrer Diametrorum oder der Diametrorum ihrer grundflächen verhalten.

Der 35. Lehr-Satz.

§. 212. Die Kugeln verhalten sich gegeneinander wie die Cubi ihrer Diametrorum.

Beweiß.

Wie die eine Kugel zum Cubum ihres Diametri, so verhelt sich auch die andere zu dem Cubo ihres Diametri (§. 204.) derowegen verhelt sich auch die eine Kugel zu der andern, wie der Cubus des Diametri der einen zu dem Cubo des Diametri der andern. W. Z. E.

Aufgabe.

§. 212 Nro I. Auß dem gegebenen Innhalt einer Kugel den Diameter zu finden.

Auflösung

1. Suchet zu 157 und 300 und den gegebenen Innhalt die vierte Proportional Zahl (§. 151. Nro. IV.)
2. Auß dießen ziehet die Cubic Wurzel (§. 209. Nro. II.) dieße giebet den Diameter.

Zum Exempel es solle zum gegebenen Innhalt einer Kugel 1766250 der Diameter gefunden werden.

157 — 300 — 1766250
300
529875000 | 3375000 gesuchte Cubus.
471
588
471
1177
1099
785
785
000000

$\sqrt[3]{3|375|000}$ = 150 der gesuchte Diameter
1 | 375
3
5
15
75
125
2375
0000

Lehrsatz.

§. 212. Nro. II. Die oberfläche einer halben Kugel ist
Fig: 125. ABD ist gleich den Dritten fläche Cylinders ABCD
Nro. 5. der mit ihr gleiche höhe und grundfläche hat.

Beweiß

Wann man auß den Cylinder AC den Kegel BFC ausschneidet, welcher Kegel ⅓ theill des Cylinders ist (§. 200.) so wollen wir das theil ABFCD einen Trichter (infundibulum oder Entonnoir) Trichter nennen,

weilen er dieße ~~form~~ hat. dießer Trichter ist um
⅔ des Cylinders, weilen die in dießem Cylinder ein-
geschriebene halbe Kugel gleichfalls ⅔ dießes Cylinders
ist (§. 203 und §. 203 No III.) und alßo ist der In-
halt der Innhalt dießes Trichters gleich ist,
stelle man sich nemlich vor, daß die gantze
Seiten-fläche dießes Cylinders oder des Trichters
aus unendlich vielen grundflächen solcher Pira-
miden zusammen gesetzet seye, deren Höhe der Radius
FD ist, und sie alle von der Spitze F zusammen
lauffen. und ist die halbe Kugel gleichfalls aus lau-
ter solchen Piramiden zusammen gesetzt, deren Grund-
fläche die oberfläche derselben ausmachen und
deren Höhe gleichfalls der Radius ist, weilen nun
der Innhalt der Kugel und der Innhalt des
Trichters einander gleich sind, so können in einem
nicht mehr solcher Piramiden als in dem andern
enthalten sein, woraus folget, daß die Seitenfläche
des umschreibenden Cylinders gleich der oberfläche
der eingeschriebenen halben Kugel, die mit ihm
einerley Höhe und Diameter hat. w. z. Er.

Zusatz.

§. 212. No III. weil nun die Oberfläche der halben Kugel
gleich ist der Seiten fläche des Cylinders der mit ihr ei-
nerley grundfläche und Höhe hat, so folget daß die
oberfläche der halben Kugel gleich ist einem Rectan-
gulum, dessen grundlinie die Länge der Peripherie
und dessen Höhe Radius ist, und folglich ist
die Oberfläche der gantzen Kugel gleich einem
rectangulum dessen grundlinie die Länge des
grösten Circuls und die Höhe der Diameter ist.
wenn man also die gantze oberfläche der
Kugel haben will, so muß man den grösten Circul

derselben mit dem Diameter multipliciren, welche auch oben §. 207. und 208. erwiesen worden.

Zusatz.

§. 212. Nro IV. Dieß also der Innhalt des grösten Circuls die helfte eines Rectanguli, dessen basis die länge der peripherie des grösten Circuls und die Höhe der radius ist, und folgends die Oberfläche der gantzen Kugel viermahl so gross als der Innhalt des grösten Circuls (§. 206.)

Zusatz.

§. 212. Nro V. und weilen sich die Circul verhalten wie die quadrata ihrer Diametrorum (§. 131.) so folget daß ein Circul fläche, so einen doppelt so langen radium hat als ein anderer, so ist die oberfläche viermahl, darumen ist die Oberfläche einer Kugel so gross als ein Circul dessen radius der Diameter der Kugel ist.

Zusatz.

§ 212. Nro VI. Und weilen die Oberflächen der Kugeln gleich seind den Circulen deren radius der Diameter ist (§. 212. Nro VI.) und sich gegeneinander verhalten wie die quadrata Diametrorum (§. 131.) dieß ihrer radiorum oder der Diametern der Kugeln (§. 131.) so folget daß sich die Oberflächen deren Kugeln verhalten wie die quadrata ihrer Diametrorum.

Anmerkung.

§. 212. Nro VII. Zona werden Stücke einer Kugel genannt, deren grund und oberfläche einander parallel seind. z. E. die Stücke der Erd-Kugel so zwischen denen beiden Tropicis oder zwischen einem Tropico und Polar-Circuln enthalten ist.

Lehrsatz.

§. 212. Nro VIII. Der körperliche Innhalt einer Zona ABCD ist
Fig. 135 Nro 8. gleich $\frac{2}{3}$ eines Cylinders AEFD des grossen Circuls
AD zu $\frac{1}{3}$ des Cylinders GBCH des kleinen Circuls BC.

Beweiss.

Es seye die halbe Kugl ABPCD von einem Cylinder AKLD umschrieben, der mit der halben Kugl gleiche Grundfläche und Höhe hat. der Zonarius seye ABCD. der mit ihme correspondirende Cylinder aber AEFD wird nun der Innhalt der grössten Kron EB durch das drittel der Höhe EA multiplicirt, so kombt der Innhalt eines Kegls heraus, welcher so gross ist als alle Kronen, die von E bis A um die Kugl herum gehen, und dieser Innhalt wird 2 drittl des Rings sein dessen Durchschnitt des rectanguli AEBG ist. denn dieser Ring ist gleich einen Cylinder aus der Circul fläche des radii BG. und der mittlern proportional-linie zwischen AG. gD., und aus der Höhe BG (§. 203 Nro IV. §. 198.) und der Cörper dessen Durchschnitt ist AEB, ist gleich einem Kegl, von eben dieser Grundfläche und Höhe (§. 203 Nro V.) folglichen dieser Kegl gleich $\frac{1}{3}$ dieses Cylinders (§. 200.) wann dises von dem ganzen Ring AEBG abgezogen wird, so bleibet für den Ring dessen Durchschnitt ABG ist $\frac{2}{3}$ übrig. wann man ferners von den Cylinder GBCH den Kegl BIC ausschneidet, welcher der dritte theil davon ist (§. 200.) so bleibet der trichter GBICH übrig, und dieser trichter ist folglichen auch $\frac{2}{3}$ des Cylinders ist. die figur des Durchschnitts ABI $\frac{2}{3}$ des rectanguli AEGI und die figur ABICD $\frac{2}{3}$ des rectanguli AEFD also ist dieser trichter ABICD, $\frac{2}{3}$ des Cylinders AEFD. nun gehöret der Kegl BIC auch zu den ganzen

Innhalt des Conum, und dieser ist wie gesagt das
Drittel des Cylinders ABCH, folglich ist der gantze
Conus ABCD gleich $\frac{2}{3}$ des Cylinders dessen grund-
fläche die gröste Circul fläche AD ist, und dessen
höhe EA der Weite ist, zu noch $\frac{1}{3}$ des Cylinders dessen
grundfläche der kleinere Circul BC und die höhe
AE ist. w. z. Er. $\frac{2}{3}$ des Cylinders AEFD und noch
darzu ein Drittel des Cylinders ABCH, so w. z. Er.

Zusatz.

§. 212. Nro IX. Auß diesem Lehr Satz folget, daß wenn man
eine halbe Kugel so in einen Cylinder gleicher höhe
Fig: 125. Nro 9. und grundfläche eingeschrieben ist, durch eine
fläche FG und der grundfläche AE parallel
durchschneidet, der theil des trichters des Conum
ABCDE (: als der unterschied zwischen der halben
Kugel und der Sectoren CBHD :) gleich dem Inn-
halt des trichters AFCGE des Cylinders AE
GE seye.

Lehrsatz.

§. 212 Nro X. Wann man eine halbe Kugel, so in einen
Cylinder so mit ihm gleicher höhe und grundfläche
Fig: 125. Nro 9. eingeschrieben ist, durch eine fläche FG mit der grund-
fläche AE parallel durchschnitten wird, so ist die
Seiten fläche des Conum ABDE gleich der Seiten
fläche des mit ihm correspondierenden Cylin-
ders AG.

Beweiß.

Der trichter AFCGE ist gleich dem theil der Kugel
ABCDE (§. 212 Nro IX.) wenn man den trichter AF
CGE ansiehet, daß er aus lauter unendlichen
kleinen pyramiden zusammen gesetzet, so deren
grundflächen die Seiten fläche des mit ihm corre-
spondierenden Cylinders ausmachen, ihre höhe aber
der Radius AC ist, und alle mit ihren Spitzen
in den Punct C zusammen stossen. Der theil

der halben Kugel ABCDE ist gleichfalls aus so vielen
Pyramiden zusammen gesetzet, deren grundflächen
zusammen die Seiten fläche des Coni ausmachen
und deren Höhe gleichfalls der radius AC ist, und diese
Seiten in zu ihm stossen, da nun beyde Cörper
gleiche dimensionen haben, und also in der einen
so viel solcher piramiden enthalten, als in der andern
so müssen die grundflächen des einen eine so grosse
fläche ausmachen, als die grundflächen der
Piramiden des andern, und mithin die Seiten
fläche des Coni ABDE gleich der Seiten fläche des
mit ihm correspondirenden Cylinders AEGE
w. z. E.

Zusatz.

§. 212. Nro. XI. Weilen die oberfläche der halben Kugel AHE
Fig. 125. gleich der Seitenfläche des Cylinders EI (§. 212. Nro II.)
Nro 9. und die Seitenfläche des Coni ABDE ist gleich der Seiten
fläche des Cylinders AG, so folget, daß die oberfläche des
Segments BHD gleich seye der Seitenfläche des Cylin-
ders FI, das ist, sie ist gleich einem rectangulum dessen
Länge die Länge des grösten circuls und dessen
höhe die höhe KH des segments.

Zusatz.

§. 212. Nro XII. Auß diesem folget, daß wenn eine halbe Kugel
in einen Cylinder eingeschrieben ist, so gleiche grund
fläche und mit ihr hat, [illegible] durch eine fläche parallel
mit der basi durchschnitten wird, die Seitenfläche
dieser Zonen gleich seind der Seitenfläche der mit
ihren correspondirenden Cylinder.

Zusatz.

§. 212. Nro XIII. Die Seitenflächen deren Cylinder FI und
Fig. 125. AG, die einerley basen haben, verhalten sich wie
Nro 9. ihre höhen AK und KC (§. 138.) und also wie
der äußere Cylinder FI gleich der oberfläche

BHD des Segments und die Seitenfläche des andern AG gleich der Seitenfläche der Zona AB DE, so folget, daß diese Flächen sich verhalten wie die Theile AK und KC des Radium CH, wann der Durchschnitt BD mit AE parallel geschiehet.

§. 212. Nro XIV. Wann zwey neben liegende ... wann eine Kugel durch ein Perpendicular-Fläche zu ihrer Axe getrennet, so die Theile der Oberfläche sich verhalten, wie die Theile der Axis, in welcher sie durch den Schnitt getheilet wird.

§. 212 Nro XVI. Aus einem gegebenen Diametro der Grundfläche AD und Oberfläche BC, und der Höhe EF
Fig. 125 eines Coni seinen Innhalt und Oberfläche zu finden.
Nro. 10.

Auflösung.

1. Suchet die Peripherie der Grundfläche AD und Oberfläche BC (§. 132.)
2. Rechnet beyder Circul Innhalt, des kleinern Circuls durch die gegebene Höhe EF, so habt ihr einen Cylinder, und das Product dividiret durch 3.
4. Multiplicirt auch den Innhalt des grösseren Circuls durch eben die gegebene Höhe EF und das Product dividirt durch 3.
5. Diesen in der vierdten Regel gefundenen Quotient addirt ihr doupliret, und zum duplum addiret ihr den in der dritten Regel gefundenen Quotum, so dritt diese Summa ist der verlangte Innhalt (§. 212 Nro VIII. und 212 Nro IX.)

Die Oberfläche zu finden.

1. Multiplicirt die Peripherie AD durch die Seite des Coni CI oder EA, so habt ihr die Seitenfläche des Coni (§. 212 Nro X.)
2. Zu diesen addiret den Innhalt der Grundfläche AD und ~~Oberfläche BC~~ so habt ihr die ganze Oberfläche

Aufgabe

§. 212. Nro XVII. die Oberfläche eines Segments BGCF zu finden.

Fig. 125. Nro 1. Suchet zu dem Diameter AD die Peripherie (§. 132.)
2. diese multipliciret durch die Höhe des Segments CF so bekommt ihr die ausgebogene Oberfläche des Segments (§. 212 Nro XII.)

Lehrsatz

§. 212. Nro XVIII. der Sector oder Ausschnitt einer Kugel ist gleich einer Piramide, deren Grundfläche die Oberfläche des Sectoris und die Höhe der halbe Diameter der Kugel ist.

Beweiß.

Die Kugel ist gleich einer Piramide deren Grundfläche die ganze Oberfläche der Kugel und deren Höhe der halbe Diameter ist (§. 205. Nro 1.) folglich muß es auch mit dem Sectore beschaffen seyn, als welcher ein ähnlicher ~~[illegible]~~ Theil davon.

Aufgabe

§. 212 Nro XIX. den Sectorem oder Ausschnitt der Kugel A BDC zu finden

Fig. 125. Nro II. 1. Zu dem doppelten Radium AC suchet die Peripherie (§. 132.)
2. Suchet die Höhe des Segments ED.
3. Mit dieser multipliciret die in der dritten Regel gefundene Peripherie, so habt ihr die ausgebogene Oberfläche oder basin des Sectoris (§. 212 Nro XII.) §. 212. Nro XVII.
4. diese multiplicirt mit dem dritten Theil des halben Diameters CD so ist geschehen (§. 212 Nro XVIII.) denn wann ihr die in der dritten Regel gefundene Grundfläche mit dem ganzen Radium multiplicirte, so kommte ein Cylinder heraus, dessen Grundfläche die ausgebogene Oberfläche ist, der Kegel aber ist nur der dritte Theil davon

(§. 200.) derowegen muß nur mit dem dritten Theil der Höhe multiplicirt werden. oder wenn ihr mit dem gantzen Radium CD multiplicirt, so muß das Product mit 3 dividirt werden.

Anmerckung.

§. 212. Nro XX. Wann die zu obigen Aufgaben gewiesene nöthige Höhe des Segments ED nit gegeben, so kan
Fig. 125. Nro: 11. ihr solche aus dem bekandten Diameter AB, welchen ihr messen könnet, ingl: das Radium oder Drittel Abschnitt CB auf folgende weise finden.

1. Multiplicirt den Radium CB mit sich selbsten, in
2. „ gleichen den halben Diameter EB.
3. ziehet dieses letztere Quadrat von dem erstern ab. aus dem Product ziehet die Quadrat wurtzel, so bleibt euch die länge des Theils EC heraus (§ 44.)
4. dieses ziehet von dem Radium CD oder CB ab, so bleibt die Höhe des Segments ED übrig.

Lemma.

§. 212. XXI. Der körperliche Innhalt der Kugel ist gleich
Fig: 125. Nro: 12. dem dritten eines Prisma, dessen basis ist die gantze oberfläche, und die Höhe der Radius der Kugel.

Beweiß.

Wann man sich gedencken die gantze Oberfläche in so kleine gleiche flächen theilet, daß sie von der oberfläche nit merckl: unterschieden werden können, und wann diese flächen als basen von so vielen Pyramiden angesehen werden, deren Höhe der Radius der Kugel ist (§. 205. Nro 1.) und deren Spitzen in dem Centrum E zusammen stossen, eine jede Pyramide aber der dritte Theil eines Prisma ist, so mit ihme gleiche Höhe und grundfläche hat (§. 199.) und da der Basis einer Pyramide gleich ist, so mit ihme gleiche Höhe und grundfläche hat (§. 200.) so ist auch die gantze Kugel dem dritt.

einer Prisma dessen basin die gantze obere fläche die höhe aber der Radius ist w. z. E.

Lehr Satz.

§. 212 Nro: XXIII. Wann AB, CD, EF proportional, so seynd
Fig: 125. auch KB = ½ AB, und EG ½ EF. proportional.
Nro: 13.

Beweiß.

Es ist KB : AB = EF : EG (Nro: 30 Coror.) dieserweiß das Rectangulum aus KB, EG gleich dem Rectangulo aus AB, EF (§. 154 Nro: IX.) es ist aber das Rectangulum aus ABEF gleich dem Quadrat von CD (§. 154 No X.) also ist auch das Rectangulum aus KBEG gleich dem Quadrat von CD (§ 23 Nro III.) derowegen seind KB, CD, EG proportional (§. 154 Nro: XII) w. z. E.

Lehr Satz.

§. 212. Nro: XXIV. Die Circulfläche deren Radius GH ist die
fig: 125. mittlere Proportional-linie zwischen der höhe
Nro 14. eines Cylinders BC und dem Diameter seiner grundfläche BD ist gleich der Seitenfläche des Cylinders.

Beweiß.

Weilen BD, GH, BC, vermög dem Satz Proportional, also seynd auch AD oder AN = ½ BD, GH und ½ BC proportional (§. 212 Nro XXIII.) Nun ist der Triangel aus AN und der Peripherie MN gleich der grundfläche des Cylinders (§. 126.) Das Rectangulum aber aus BC und aber dieser Peripherie MN ist gleich der Seitenfläche des Cylinders (§. 197.) der Triangel aus der Peripherie MN und 2 BC ist auch gleich der Seitenfläche des Cylinders (§. 120.) Es verhelt sich aber der Triangel aus der Peripherie MN und dem Radio AN zu dem Triangel aus eben dieser Peripherie und der doppelten BC wie AN zu 2 BC (§. 139.) derowegen verhelt sich die grundfläche MN zu der Seitenfläche des Cylinders wie AN zu 2 BC (§. 154 No V.) weilen nun zuvor schon

erweisen, daß AN. GH und 2BC proportional
seyen so verhelt sich AN zu 2BC wie d. quadrat von
AN zu dem quadrat von GH (§. 154 Nro: VII.) und
also verhelt sich auch die grundfläche MN zur
Seitenfläche des Cylinders, wie daß quadrat AN
zu dem quadrat GH (§. 154 Nro. V.) Es verhelt
sich aber auch die Circulfläche MN zur Circul
fläche RS wie d. quadrat AN zu dem quadrat GH
(§. 131.) also hat die grundfläche MN zu der
Seitenfläche des Cylinders und zur Circulfläche
RS einerley verhältnuß (§. Nro: 130 [illegible]) derowegen
ist die Circulfläche RS deren Radius die
mittlere Proportional-linie zwischen dem
Diameter der grundfläche BD und höhe BC
des Cylinders ist, gleich der Seitenfläche dessel-
ben Cylinders (§. 154. Nro. V.) W. z. E.

Zusatz.

§. 212. Nro: XXV. Also ist die Circulfläche, deren Radius ist die
Fig: 125. mittlere proportionallinie zwischen der höhe des
Nro 15. Abschnittes der Kugel OB und OK und dem Diameter eben
dieser Kugel BK, gleich der Oberfläche des Abschnittes IBG
und IKG (§. 212. Nro. XII.) folglich auch der Ausschnitt
AIBG und AIKG.

Zusatz.

§. 212. Nro. XXVI.
Fig: 125. No: 15. Weil nun Pyramiden und Kegeln von gleichen
grundflächen und höhe einander gleich (§. 201.)
so ist der Ausschnitt der Kugel AIBG und AIKG gleich
einem Kegel dessen grundfläche ein Circul ist,
dessen Radius ist die mittlere proportional-
linie zwischen der höhe des Abschnittes BO oder
OK und dem Diameter BK, die höhe aber dem
Radio der Kugel BA, und AB gleich ist (§. 212 Nro. XVIII.)

Zusatz

§. 212. Nro: XXVII. Da aber die linie BI die mittlere
proportional-linie zwischen dem Diameter

der Kugel BK und der Höhe des Abschnittes BO, IK
aber gezogen, BK aber der Höhe OK, so ist (§. 158. No. I.)
die Oberfläche des Abschnittes IKC gleich der Circul
fläche deren Radius IK ist, und weil die Abnehmende
Kugelschnitte der Kugel einerley Oberfläche haben, so der
Kegel dessen Höhe der Radius BA und Grundfläche
die Circulfläche von dem Radio BI ist, gleich dem Kugel
schnitt der Kugel AIBG, und ... ferner der Kegel
von der Höhe AK = AB und der Circulfläche von dem
Radio IK gleich dem Kugelschnitt AIKG (§. 212 No. XIV. XV. XVI.)

Lehrsatz.

§. 212. No. XXVIII. Wenn die Grundflächen und Höhen
Fig. 125. zweyer Cylinder in verkehrtem Verhältnis
No. 15. I. stehen, daß wenn sich die Grundfläche des einen AB
zur Grundfläche des anderen DE, wie die Höhe
des anderen DE zur Höhe des ersten AC, so sind die
Cylinder einander gleich.

Beweis.

Dieser Proportionalen seyend AB : DE = DF : AC. nun
ist ein Cylinder ein Product der Grundfläche in die Höhe
(§. 197.) dies aber das Product aus AB, AC gleich dem
Product aus DB, DE (§. 154 No. IX.) derowegen weil
die Producta gleich sind, so sind sie einander auch gleich. W. Z. E.

Zusatz.

§. 212. No. XXIX. Wenn ein Kegel ⅓ eines Cylinders welcher
mit ihm gleiche Höhe und Grundfläche hat, so
hat er mit andern Kegeln gleiche Eigenschaften (§. 154 No. I.)

Lehrsatz.

§. 212. No. XXX. Es seye eine Kugel in zwey Abschnitten
ILBG, ISKG durch eine Fläche IQGT, welche nicht
durch das Centrum gehet, zerschnitten, welche den
Diameter der Kugel BK mit dem Diameter die-
ser Fläche IOG zu beyden Seiten einen rechten
Winkel macht.

Man setze voraus, wie sich verhält OB die
Höhe des grössten Abschnittes ILBG zu AB dem

Radio der Kugl, welche verhelt sich OK die Höhe des
kleinen Abschnittes zur Vierdten Proportio-
nal Linie KN.
Auf gleiche Weiß: wie OK die Höhe des kleinen
abschnittes zu dem Radio AK = AB, welche ver-
helte sich CB die höhe des grössten Abschnittes
zur Vierdten BD   Dießemnach:
Sage ich: Die Kugl ING und IDG, deren Höhe di
aus denen gefundenen vierdten Proportionalen
KN, OD seynd, die grundfläche neben IG GT gewi-
sen seind gleich denen Abschnitten IKSG, ILBG

Beweiß.

Der Winkl BIK ist ein rechter Winkl (§.
88.) und IO steht auf BOK vermög der Be-
perpendicular, derowegen ist BI : IO = BK : IK (§. 153
No. V. VIII.) und welche verhelt sich das quadrat von
BI zu dem quadrat von IO wie das quadrat von BK
zu dem quadrat von KI (§. 157. No. VIII.) und weilen
BK KI, KO proportional (§. 158. No. I.) so verhelt
sich das quadrat von BI zu dem quadrat von IO wie
die linie linie BK zu der linie KO (§. 157. No. VII. V.)
Weil sich nun ferner vermög der Sätze OK
zu dem Radio AB verhelt wie OB zu BD, so ver-
helt sich auch umgekehrter DB : BO = AB : OK (
§. 157. No. IV.) und auch wechselweiß DB : BA = BO :
OK (§. 157 No. III.) und können zusammen gesetzet
DA : BA = BK : OK (§. 157 No. III.) Da nun
schon erwiesen, daß BK : OK = □BI : □IO und da
auch die Circulfläche des Radij BI zur Circulfläche
des Radij IO sich verhelt, wie das quadrat BI zu
dem quadrat IO (§. 131.) so verhelt sich DA zu BA
wie die Circulfläche des Radij BI zur Circul-
fläche des Radij IO (§. 157 No. VI.) Da es weiß
der Kugl aus der Höhe D und der Circulfläche

des Radii IG, das ist der Circulfläche QT gleich dem
Kegel aus der Höhe BA und der Circulfläche des
Radii BI (p. §. 212. s. Nro: XXIX.) (23.) der Kegel aus
der Höhe DA, und der Circulfläche QT ist gleich
dem Ausschnitt der Kugel AIBG (in Nro. XXVIII)
Derowegen wenn ich sowohl zu dem Ausschnitt
der Kugel AIBG, als auch zu dem Kegel aus DA
und der Circulfläche QT den gemeinen Kegel
IAG addire, so werden beyde Cörper gleich
(p. §. 23 Nro V.) nemlich: der Abschnitt von Kugel IL-
BG wird gleich seyn zweyen Kegeln, deren einer
ist, welcher gemacht wird aus der Grundfläche
QT und der Höhe DA, der andere aber
ist LAG, welcher aus eben dieser Grundfläche
QT und der Höhe AO gemacht wird, diese
zwey aber machen zusammen den Kegel LDG
(p. §. 210.) derowegen ist der Abschnitt der Kugel IL-
BG gleich dem Kegel IDG W. Z. E.

Auf gleiche Weise werde ich erweisen können
daß der Abschnitt ISKG gleich seye dem Kegel IWG
welcher mit dem Unterschied, daß der Kegel
IAG, welcher zuvor addirt worden bey diesem
abgezogen werden müsse.

Aufgabe.

§. 212: Nro: XXXI. Den Innhalt des Abschnitts einer
Fig: 125. Kugel zu finden, dessen Höhe OB und Diameter
Nro 15. seiner Grundfläche IG gegeben.

Auflösung.

1. Suche in der Regel de tri OB: IO: OK (p. §.
161.) addire zu OK die Höhe OB, so habe ich
BK den Diameter der Kugel.
2. Suche ferner, wie sich verhält, sobald die ge-
fundene Höhe des kleinen Abschnitts OK
zu dem Radio BA, also die Höhe des grössern
Abschnitts OB zur linie BD (p. §. 151.)

3. Dieße gefundene Proportional-linie als zu BD addirt zu BO, so kommet die Höhe CD des Kegels IDG herauß, der dem Abschnit IBG am Innhalt gleich ist (s. S. 212 No: XXX)

4. Dießen Kegel rechnet nach (s. S. 201.) so ist der gefundene Innhalt gleich dem Innhalt des Abschnitts.

Zum Exempel: ~~A~~BO = 90'', IG = 120'', so ist die Rechnung also

1°. BO 90'' — IO = ½ IG 60'' — IO 60''
60
3600 /
3600 / 40 OK
~~9990~~

2°. OK = 40
OB = 90
BK = 130
AB = 65

3°. OK 40'' — BA 65'' — BO 90''
90
5850
~~1222~~
~~58500~~ / 14625 BD
~~4444~~

4°. 100 — 314 — 120'' IG
120
6280
314
37680 Peripherie QT.

5°. BD = 14625
OB = 9000000
DO = 23625
⅓ DO = 7875

6°. 37680 Peripherie QT
30 = ¼ IG
1130400 Grundfläche QT.
7875 = ⅓ DO.
5652000
79128
90432
79128
8891900000 Innhalt des Kegels IDG

hält nechst auch der Abschnit IL.BG 88190 quadrat-Schuh. Wollte man aber den Innhalt des kleinen Abschnitts finden, so setzet die Höhe des größten Abschnitts in der Regel Detri voraus (s. 212. No: XXX

227

Ternio. XVIII. Geom.

Anders.

§. 212. No XXXII. 1. Suchet den doppelten Radius BI. oder IK
fig. 125. die Peripherie (§. 132.) 33
No 15. 2. Rechnet den Innhalt dieses Circuls nach (: §. 134.)
3. diesen Innhalt multipliciret durch BA oder AK (: §. 212. No XXVIII.)

Die VI. Aufgab.

§. 213. Einen Visier-Stab zu verfertigen, durch den man finden kann, wie viel Kannen Continent flüssigen Materie als Bier, Wein, Brand-wein etc. in einem Cylindrischen gefäß enthalten sind oder Raum haben.

Auflösung.

1. Nehmet den Diameter von einem Cylindrischen gefäß, welches man zu einem Kannen oder Schoppen Maß gebrauchet, und traget ihn aus A in B.
2. Richtet in A eine lange Perpendicular-linie auf, und traget auch A in I den Diameter eines Kannen gefäßes, so ist die linie BI der Diameter von einem zweykännigen gefäß, welches mit dem vorigen einerley Höhe hat.
3. traget BI. auch A in 2, so ist B 2 der Diameter eines dreykännigen gefäßes, welches mit dem einkännigen einerley Höhe hat.
4. Wann ihr nun gleich weiters die Puncte 3. 4. 5. 6 und so weiter gefunden, so traget dieselbe auf die eine Seite des Visier-stabes, auf dessen andere Seite aber traget die Höhe der Kanne so vielmahl als angeht, so ist es geschehen, was man verlanget.

Beweiß.

Den wann zwey Cilindrische gefässe einer=
ley höhe, und zwar die höhe einer Kann=
[illegible], verhalten sie sich wie die quadrate
ihrer Diametrorum (s. § 221.) dahero ist das qua=
drat des Diametri eines zwey Kännigen ge=
fässes zwey, ein drey Kännigen drey, eines
ein vier Kännigen viermahl so groß als
ein Kännigen und so weiter, weilen das
das quadrat B1. od. A2. zweymahl B3
od. A4. viermahl so groß als das quadrat
AB od. A1 (s. § 144.) und so weiter, nun AB
od. A1. der Diameter, eines zwey Kännigen,
A3. der Diameter eines drey Kännigen,
A4. der Diameter eines vier Kännigen
und so weiter, derowegen wann ihr mit
der Seite des Maaßstabes, da dieße
Eintheilungen aufgezeichnet sind, den
Diameter eines Cylindrischen gefäßes
ausmesset, so wisset ihr wie viel Kannen
auf den Boden stehen können, messet ihr
nun ferner mit der andern Seite des
Visierstabes die Länge desselben, so wisset
ihr, wie viel übereinander stehen können
derowegen wann ihr den Diameter durch
die höhe multiplizirt, so kommt die Zahl
der Kannen heraus, die das ganze gefäß
fassen kann, und solcher gestalt
könnet ihr durch den verfertigten
Visier=Stab den Innhalt eines
Cylindrischen gefässes nach Kannen=
maaß finden. w. z. E.

Anmerkung

§. 214. Es seye zum Exempel der Diameter eines Cylindrischen gefässes 8, die höhe 12 so findet 96 Kannen Innhalt.

Die 72. Aufgab

§. 215. Fig. 174. Ein gegebenes faß zu Visieren, das ist zu finden, wie viel Kannen in demselben Enthalten.

Auflösung

1. Messet mit der gehörigen Seite des Visier-Stabes den Diameter des Bodens AB, wie auch den Diameter des Bauches durch das Spundloch CD. Dabey mit der andern Seite des Visier Stabes die Länge des fasses FE.

2. Weilen das faß mitten bey dem Spundloch einen Bauch hat, gegen den Böden aber beyder Seiten Mitzugedrückt ist, so nimmet man an (: weilen es vermög der Erfahrung zutrifft, ~~einen Cylinder~~ ob es sich gleich nicht geometrisch erweisen lässet :) daß das faß einem Cylinder gleich seye, dessen grundfläche der mittlere arithmetische Proportional Circul zwischen der kleinen Circul des Bodens und der größten des Bauches ist. Addiret demnach den größten Diameter CD und den kleinen AB.

3. die halbe Summa multiplicirt durch die Länge des fasses FE, so kommt vermög des Beweises der vorhergehenden Aufgab (: §. 213. :) die Zahl der Kannen heraus, welche in dem faß Enthalten.

zum Exempel es seye AB = 8
CD = 12

Die Summa	---	20
Die halbe Summa	---	10
die Länge EF	---	15
Innhalt des Vasses	---	150

§. 215. Art. 1. Durch die Rechnung wird eine Tabell verfertiget vermittels welcher und einen accuraten Maaß-Stab ihr die Stücke des Visier-Stabs nemblich die Diametros auftragen könnet.

Auflösung

1. Theilet den Diameter zum Exempel in 100 gleiche Theile, und machet daraus einen Maaß-Stab §. 164.
2. Multiplicirt zum Exempel 100 mit sich selbsten, so habt ihr das Quadrat des Diameters der ersten Kanne 10000.
3. Nehmet dieses Quadrat doppelt nemblich 20000 hier ausziehet die Quadrat Wurtzel §. 134, so bekombt ihr den Diameter von dem Krs. II, so zwey Kannigen gefaßt, so mit dem ein zwey Kannigen gleiche Größe hat.
4. Nehmet das erste Quadrat 10000 dreymahl und ziehet aus dem Triplum die Quadrat Wurtzel, so kombt der Diameter von 3 Kannen heraus, und so weiter.
5. Traget diese Theilchen mit einem Zirkel von dem Maaß-Stab auf einen Visier Stab nach einander, allzeit von Anfang des Stabs angenommen.

Weilen aber die Länge eines Visier-Stabs grösser werden muß als eine

Hand Circul fassen kan, so giebet allzeit
die vorhergehende gefundene Länge von
der folgenden ab, und schreibet zu jederzeit
der Simmern in jedes Kessel nur den
unterschied, so könnt ihr solche mit dem
Hand Circul hintereinander auftragen
da aber dieses offt geschehen muß, und
der Circul gern etwas ganz unvermerkt
weichet, wann man Puncten an Punc-
ten setzet, so addiret nach einander so
viele solcher Unterschiede zusammen, als
euer Hand Circul fassen kan, und traget
immer eine Summa nach der andern
aus einerley Anfangs-Punct, bis eure
Circul nit mehr bleibet, nehmet alsdann
den letzten Punct wider für den Anfangs
Punct an, und traget weiter die auf
wieder zu addiren angefangene differen-
tien, wie vor von der Mittel-Punct ab
und auf eurem Visier-strich zu tragen,
und dieses so lang, als bis ihr die ver-
langte Länge des Visier Stabs voll
verzeichnet habt, um die gewöhnliche
gefässe damit messen zu können.

b. Auf die andere Seite des Visier stabs
traget die Höhe der ersten Simmer, so offt
als angesagt ihr könnet aber jede Höhe
der Simmern in 4. gleiche Theile theilen,
weilen es sich begeben kan, daß die
Länge des Gefäß nit in lauter
ganzen Simmern Höhen bestehe.

Anmerkung.

Dieser Visier-Stab wird der Cylindrische genennet, weilen mann in Visiren sich das Faß als einen Cylinder fürstellet; Er wird auch quadratisch genennet, weil mann hierzu nur die Quadrata der Diametren aufträget.

Anmerkung.

Diese Visier Ruthe wird von allen Mathematicis mehr als die folgende sonst gebräuchliche Cubische recommandiret, ob sie schon wie obgesagt nicht die geometrische Schärffe hat, weilen sie wegen vielen fehlenden Ursachen sicher auch universaler ist, sie wird aber in gemein nur wegen des wenigen bey der operation nöthigen Rechnens nit gebraucht.

Anmerkung.

Es sollte anjetzo auch von der cubischen und in der praxi gebräuchlichen Visier Ruthe gehandelt werden, weilen aber noch ein und anderes voraus zu melden nöthig ist, so wollen wir auch solches vor die Hand nehmen.

Anmerkung.

§. 216. Es ist zu mercken, daß mann nachstehende Leichte und richtige Manier erfunden, Fässer die nicht voll seind zu visiren, wenn sie nach der länge liegen, weil mann sie aber auf den boden setzen, und hernach die Höhe des kleine unterschied der länge des wassers, dannenhero so kann man auch gegenwärtigen aufgaab finden, wie viel kannen darein enthalten seind.

Anmerkung

Es lasset sich eben diese, obgesagte mittels Stabsieren, welches durch die anschautzen des wassers ein guetes gebrauch geleistet, oder aber ein gesetzt stunde underrichtet worden. Deshalben ist man dessen nicht gänzlich zu übergehen, sondern eine Methode zu zeigen worden.

Die 93. Aufgaab

§ 217. Fig. 128. Wird des irregularen Cörpers inhalt zu finden.

Auflösung

1. Legt den Cörper in ein ausgehöltes Parallelepipedum, und übergiesset ihn mit wasser, oder überschüttet ihn mit Sand, merket den, oder die Höhe des wassers, oder des wohl geebneten Sandes AB.

2. Nehmet den Cörper heraus und merket abermahl die Höhe des wassers oder des Sandes, nachdeme er wieder geebnet worden, AC, so weiset ihr BC.

3. Weil nun der Innhalt des Cörpers dem Parallelepipedo DFCGE gleich ist, so messet desselben länge FC und breite CG und suchet den Innhalt desselben (: §. 194.)

Zum Exempel. Es seye AB 8, AC 5, so ist BC 3. Es seye ferner FC 12, CG 4, so wird endlich der Innhalt des Cörpers 144 gefunden.

Anmerkung.

§. 218. Wenn man die Körper nicht wohl legen kan in dergleichen gestalt, wenn man zum Exempel eine fest stehende Statua ausschneiden solte, so darf man nur entweder ein Parallelepipedum oder Rechteckigtes Prisma aus derselben ausschneiden, der leere Raum mit Sand füllen, und im übrigen wie vorhin verfahren.

Die 74. Aufgabe.

§. 219. fig: 129. Netze zu zeichnen, daraus man die geometrische Körper zusammen legen kan.

Auflösung.

1. Beschreibet einen gleichseitigen Triangel ABC (§. 53.) theilet die Seite in zwey gleiche Theile in D, E und F, ziehet die Linie DE EF und FD, so ist das Netz des Tetraedrum fertig (§. 190.)

Fig: 130. 2. Wann man die Seite AC in G, BC in H und ED in I verlängert bis GH, CI IH ziehen, und ist das Netz des Octaedrum fertig (§. 190.)

3. Traget auf die Linie AB die Seite eines Würfels AI vier mal, so groß als AI = IL = LN, NB und construiret das Rectangulum ACDB dergestalt, daß AC = AI (§. 99.) ziehet die Linien IK, LM, NO mit AC parallel (§. 63.) und verlängert IK und LM beyderseits in G und E und

G und H, bis EI = IK = KF und GL = LM = MH.
so giebet sich das Netz des Hexaedrum oder
Würfels (§. 182.)

Fig: 132. 4. Beschreibet ein Regulares fünfEck ABCDE (§.
107.) leget das lineal an D und B und ziehet
die linie BL, leget es gleichfalls in DA und ziehet
die linie AG, machet AC = AB = BL, und mache der
Weite A aus G und L einen Durchschnitt in Q,
so giebet sich das fünfEck ABLQG auf gleiche Art
fänget, die übrige fünfEcke BNROC, CHG
FD, DKSME, ETVIA, mache die übrige Buchst.
a, b, c, d, e, f daran, so ist das Netz des Dodeca-
edrum fertig (§. 190.)

Fig: 133. 5. Beschreibet einen gleichseitigen Triangel ECB
(§. 53.) verlängert die linie AB in D, und traget
sie nach Belieben daraus, ziehet CH mit AD
parallel (§. 64.) und machet CI = IK = KL = LM
= ME = AB, verlängert AC in N bis CN = AC,
leget das lineal an B und I und K, G und L,
H und M, D und E und ziehet die linien YO,
SP, TQ, VR und XE, leget dasselbe ferner auf
D und M, H und L, G und K, F und I, B und C,
und ziehet die linien DQ, XP, VO, TN, SC,
endlich machet MR = ME und BY = BA, und
ziehet die linien RE und AY, die beschriebene
figur ist das Netz des Icosaedrum. (§. 190.)

Fig: 134. 6. Durch die linie BD traget aus B in H die
Breite, aus H in I die länge, aus I in K
die Breite, und aus K in D die länge eines
parallelepipedi, in B richtet seine Höhe BA per-

pendicular auf und beschreibet das Rectan-
gulum BACD (§. 99.) ziehet EH, EI, GK mit
AB parallel (§. 64.) und verlängeret EH
beyderseits in L und N, ingleichen EI in M und O,
bis LE, MF, IO und NH der breite des Para-
llelopipedi BH gleich werden, so giebet sich
das Netz des Parallelopipedi (§. 181.)

Fig. 135. 7. Traget auf CF die Seite der grundfläche
eines prismatis CG, GH, und HF, beschrei-
bet das Rectangulum CAEF, dessen höhe CA
der höhe des prismatis gleich ist (§. 99.)
auf BD und GH construiret mit AB und
DE, CG und HH[?] die Triangel BKO, und GIH.
(§. 55.) so ist das Netz des Prismatis fertig
(§. 179.) wann die grundfläche ein fünff-,
Sechs-, Siebeneckt etc. ist, so wird auf BD,
und GH ein fünff-, Sechs-, Siebeneckt etc.
beschreiben.

Fig. 136. 8. Beschreibet mit AE in der Seite einer
Piramide AE einen Bogen EB, traget darein
die linien des umfangs von der grund-
fläche ED, DC, CB und ziehet die linien AE
AD, AC, AB endlich beschreibet auf DC die grund-
fläche der Piramide, so ist das Netz fertig
(§. 187.)

Fig. 137. 9. Für das Netz des Cylinders beschreibet ein
Rectangulum (§. 99.) dessen höhe BC der
höhe des Cylinders, die länge CF dem umfang
gleich ist (§. 132.) verlänget BC in A
und D bis BA und CD dem Diameter

gleich werden, und beschreibet die Circul der grundfläche des Cylinders so zu setzen wie man verlanget. (§. 171.)

Anmerckung.

§. 220. Damit man die Cörper aus den Netzen zusammen legen kan, so lasset man einige Ränder, indem man sie ausschneidet, wie durch die punctirten linien fig: 129 angedeutet worden. Dieser Vortheil dienet den Anfängern die geometrische Cörper deutlich zu begreifen.

Ende der Geometriæ des Authoris.

Anmerckung.

Es giebet zwar noch mehrere Cörper wie oben erwehnet worden, welche aus regularen oder aus gleichen figuren zusammen gesetzet sind, und werden die Netze darzu auf eben diese Weise gemacht.

Auf gleiche Weise werden auch die Netze gemacht, wan die theile gantzer Kugeln werden erfordert für Augen zu stellen, es lasset sich aber der Modus sie zu construiren leichter in der That zeigen, als mit Worten beschreiben. Dannoch aber ist nöthig, das Netze auf welchem ein Kugel zusammen gesetzet, oder besser die so genennte Globi zu überziehen zu zeigen.

Aufgabe.

§. 220. Fig: 137. Prob. I. Prob. I. Ein Netz zu machen, eine gegebene Kugel dazu überziehen.

Auflösung.

1. Suchet zu dem Diameter der Kugel die Peri-
pherie ihres grössten Circuls (s. §. 132.) und
ziehet eine gerade Linie AB mit der gefun-
denen Länge derselben.

2. Theilet diese Länge AB in 12 gleiche Theile
(s. §. 154.) und verlängert sie beyderseits
gegen A und B um 9 dergl. Theile.

3. Nehmet mit dem Circul die Weite Co 10
des Bogen ab, aus 11 den Bogen cd, aus 12
den Bogen ef und aus 13 den Bogen gh,
und so weiter.

4. Ein gleiches thut von der andern Seite, so
werden sich die Bogen in A und B, c und d
durchschneiden.

Ob zwar schon unser Author diese Manier in
seinen lateinischen Elementen selbsten angibt,
so kommen die Schnitte doch nicht so genau, daß sie
sich bey dem auf Leimen auf die Kugel wohl
schickten, wie leicht im nachmessen zu
sehen und der berümbte Bion in Praxi zu
schwer sei, wollen als auch des besagten
Bions-manier zugleich zeigen.

Anders.

Nach des Bions Manier.

§. 220. Nro II. 1. Beschreibet mit dem gegebenen Radius
Fig. 137. der Kugel einen Quadranten ABC.
Nro 2. 2. diesen theilet in 3 gleiche Theile in D und E

(s. §. 180. No: XXXIV:) so durch den Transporteur
3. ziehet die Corda AD, welche den Bogen von 30° subtendiret.
4. diesen Bogen theilet in zwey gleiche theile in F (s. §. 94.) so ist AF die Corda und Bogens von 15°.
5. Aufse auf einer andern linie LM eine Perpendicular GK (s. §. 70.)
6. Nehmet die Breite der Corda AD mit dem Cirkel dreymahl gegen K, und theilet jeden dieser drey theile, wieder in 3 theile, und ziehet durch jeden dieser theilungs- Puncten Parallel- linien mit LM welche die linie GK perpendicular durchschneiden.
7. Nehmet die Breite der Corda AF und beschreibet mit ihr aus G denselben Circul HI, und theilet jeden quadranten HP und PI in 3 gleiche theile, und jeden dieser theile, wieder in 3 gleiche, so daß jeder quadrant 9 gleiche theile bekommen.

8. ziehet mit der Puncten 1. 2. 3. 4 etc. mit GK parallel linien, 1 und 1, 2 und 2, 3 und 3 etc. so liegt die erste Transversallinie in 1. die andere die zweite in 2 und so weiter durchschnitten, so geben sich die Puncten, durch welche ihr die krumme linie iq und Hq ziehen könnet, welche als dann ein halben Kugelschnitt geben. Auf gleiche Weiß verfahret, so bekomt ihr auch den anderen halben theil, und folglich ein gantzen Kugelschnitt, davon 12 zu über-

Ziehung der Kugl nöthig seind.
Wolt ihr es noch accurater haben, so traget auf die Perpendicular AK die Corda AE 6 mahl und theilet jeden Theil in 3 gleiche Theile und auf so vill parallelen mit AL. Hingegen müsst ihr auf die Quadranten HT und PI, auf welch der g in 18 Theile theilen, oder von 5 zu 5 graden durch den Transportair, und wie oben gesagt weiter ge-
wird.

Aufgabe

§. 220. Nro. III. Die fünf Regulare Cörper sowohl nach ihrem Innhalt als auch Oberfläche auszurechnen und zwar erstlich den Cuben.
Diese Aufgabe ist oben (§. 191.) aufgelöset worden.

Aufgabe

§. 220. Nro. IV. Ein Tetraedrum auszurechnen.

Auflösung

1. Das Tetraedrum ist eine Piramide so von vier flächen gleichseitige triangel ist, nehmet derohalben eine deren Seiten zur Grundfläche an, und rechnet sie aus (§. 121.)
2. Dieses multiplicirt durch den dritten Theil der Perpendicular Höhe dieser Piramide, so habet ihr die Solidität derselben (§. 201.)
3. Die Oberfläche findet ihr, wann ihr den Innhalt eines dieser Triangel mit 4 multiplicirt.

Aufgabe

§. 220. Nro. V. Denn Innhalt eines Octaedrum, sammt seiner oberfläche zu finden.

Auflösung.

1. Ist Octaedrum ein Körper, so in 8 gleichseitige Triangel eingeschlossen, und bestehet aus zwey mit ihrer basim zusammen stossenden Piramiden, deren gemeine basis ein quadrat ist, dessen Seite so gross als die Seite der triangle, in welche das Octaedrum eingeschlossen ist, die höhe einer solchen Piramide ist die halbe Entfernung deren zwey einander entgegen stehenden Spitzen.

1. Suchet derowegen den Innhalt dieser gemeinen fläche, so habet ihr die basin (§. 114.)
2. Nehmet die Weite der gegeneinander stehenden Spitzen, und mit dem dritten theil multiplicirt die in der ersten Regel gefundene fläche, so habt ihr den Innhalt.

Die oberfläche bestehet aus 8 gleichen triangeln, suchet derowegen ein aus (§. 121.) und multiplicirt den Innhalt durch 8 so ist geschehen.

Aufgab.

§. 219. Nro. VI. Ein Dodecaedrum auszumessen.

Auflösung.

Dieses Dodecaedrum ist in 12 gleichen fünfeckten eingeschlossen, und bestehet aus eben so viel

Piramiden als es flächen hat, in welchen es eingeschlossen ist, diese Piramiden aber stossen alle mit ihren Spitze in dem Centrum zusammen, und zwey voneinander entgegen stehenden flächen seind einander parallel demnach.

1. Messet die Weite des Abstandes zweyer entgegen stehender flächen so habt ihr die höhe zweyer der besagten Piramiden, diesen Abstand dividiret durch 6.

2. Suchet den Inhalt einer dieser flächen.

3. dieser multiplicieret mit den oben gefundenen sechsten theil des Abstands, so kombt der Inhalt einer dieser Piramiden heraus.

4. diesen Multiplicieret durch 12, so habt ihr des ganzen Cörperlichen Inhalt, dann es seynd so Piramiden als Seiten flächen seind.

die oberfläche zu finden dürft ihr nur eine von ihr ausrechnen (: §. 123.) und mit der zahl der flächen nemblich 12 den Inhalt multipliciren, so kombt die oberfläche heraus.

Aufgab.

§. 420 No. VII den Inhalt eines Icosaedrum zu finden.

Auflösung.

Das Icosaedrum ist in 20 gleichseitige triangel eingeschlossen, und bestehet in so viellen Piramiden als triangel an der oberfläch seind. diese stossen bey der Centrum mit ihren Spitzen zusammen, und zwey einander gegenliegende Seiten seind einander parallel derowegen.

1. Suchet wie in voriger Aufgab den Abstand zweyer einander entgegenliegender Seiten, und diesen dividirt durch 6.

2. Suchet den Innhalt einer dreyer Triangeln (: S. 121.) diesen multiplicirt mit dem in der ersten Regl gefundenen sechsten theil des Abstandes, so kombt die Solidität einer deren 20 Piramiden heraus.

3. diese Piramide multiplicirt durch 20, so habt ihr den gantzen Cörperlichen Innhalt des Icosaedrum.

die Oberfläche zu finden, multiplicirt den Innhalt der Triangular ~~seite~~ fläche mit 20, so habt ihr die gantze oberfläche

Irregulare Cörper, welche jedoch in geradlinigte fläche eingeschlossen seind, als die seind theils eines gemauert, entweder von Mauer oder Erden ihren Cörperlichen Innhalt zu finden, müsset ihr dieselbe durch das Maaß in Parallelopipeda, Prismata und Piramiden zerlegen, und jeden deren Sorten besonders ausrechnen. wie in der Bau Praxi außführlich wird gezeiget werden

Proviant als Getraÿd ohne Fourage an Heü und
Stroh sind mehrentheils nach den gewissen Gesetzen
Von der Verwandlung gleichhaltiger Cörper
in andere gleiche und ungleiche Form.

Aufgab ein dreÿseitiges Prisma

§. 220 No: VIII in ein vierseitiges gleiches ~~Prisma~~ Innhalt zu
verwandlen.

Auflösung.

1. Verwandlet die dreÿseitige grundfläche in
ein Viereckh gleichen Innhalts (: §. 160 No: LII :)
2. Gebet ihme die höhe des gegebenen, so ist ge-
schehen (: §. 198 :)

das gleiche Verfahren operiret wenn die grund-
fläche eine andere geradlinigte figur haben
solle.

Anmerckhung.

§. 220 No: IX Weilen die Piramiden, wann sie gleiche
grundflächen den Innhalt nach und gleiche
höhe haben, einander gleich seind (: §. 198 :) wann
man will aus einer vierseitigen Piramide
zum Exempel eine dreÿseitige machen,
so darf man nur die vierseitige
Basin in einen Triangel gleichen Inn-
halts verwandlen (: §. 160 No: XLVIII :) und
der neuen Piramide die vorige höhe
geben.

Parallelopipeda, prismata, Cylinder und
Kugel in andere ihres gleichen zu ver-
wandlen, daß sie doch ihren
vorigen Innhalt behalten.

Aufgab

§. 220. Nro: X. Ein Parallelopipedum ABCDEF in ein anderes mit einer gegebenen Höhe GB zu verwandlen welches die Dicke DF behalten solle.

Fig: 134. Nro 4.

Auflösung

1 Theilet die seiten fläche ABCD durch die Diagonal CB in zwey gleiche Triangel.

2. Nehmet einen dieser Triangel zum Exempel BCD und setzet ihne auf die Seite in bcd, und traget die gegebene Höhe BG auf die Seite dc und d in g und operiret wie §. 160 Nro: XLI. so gibet die basim des neuen Triangels dH die eine Seite der neuen grundfläche des parallelopipedum deren breite die länge DF ist.

3. Auf diese neue grundfläche construiret mit der gegebenen Höhe BG das Parallelopipedum AHgdEF so dem gegebenen ABCDEF an Innhalt und der dicke DF gleich ist.

Beweiß

Der Triangel BCD ist die helfte des Rectangulum ABCD, das ist einer seitenfläche des gegebenen Parallelopipedum, der Triangel Hgd ist die helfte des Rectangulum AHgd, der seiten fläche des neuen parallelopipedum. Nun ist der Triangel Hgd dem Triangel bcd, das ist per constructionem dem Triangel BCD an Innhalt gleich §. 160. Nro XLI. folglich das gantze Rectangulum AHgd dem Rectangulum ABCD an Innhalt gleich. Da nun die breite dF der breite der grundfläche DF gleich gemacht worden, so seyen beyde solida, wann die flächen ABCD und AgHd für die basin und DF für die Höhe

einerhand einerley grundfläche und höhe
folglichen sind sie an inhalt einander gleich
(S. 193.) w. z. E.

Durch die Rechnung.

1. Rechnet d. rectangulum BACD einer Seitenfläche
nach (S. 117) und dividiert den gefundenen Jnn-
halt durch die gegebene höhe GB od. gd so be-
kommet ihr eine neue basin Hd. diese multi-
pliciert durch die gegebene höhe GB, so bekommet
ihr den inhalt der Grundfläche AGdH
2. diese multipliciert durch die breite D, bekommet
deß Parallelopipedum AHGdEF inhalt welches
mit dem gegebenen einerley inhalt hat.

Zus. 1. Diese Rechnung kan man zu einem inhalt
od. vollen gegebenen inhalts, die höhe, breite,
und dicke finden, wann man ein gefäß
in form eines parallelopipedum dazu machen will,
welches eine gegebene höhe breite od. dicke hat.

Fig. 184. No. 4. Zum Exempel ich setze der gegebene Jnnhalt zu
einem Parallelopipedum od. gefäß ABCDEF · 1348710
Zoll, die länge BD der grundfläche solle sein 122
Zoll die breite DF aber 55. nun man solle die höhe
finden.
1. Multipliciert die länge:

	BD. 122
mit	FD 55
	610
	610
	6710. inhalt

der grundfläche
2. Mit der gefundenen grundfläche dividiert
den gegebenen Jnnhalt

55
636
848800 | 280 für die höhe CD des parallelopipedum
63...
6..
6

Wollet ihr das gefäß in einer gegebenen
höhe und breite haben, multiplicirt die gegebene
höhe und breite, so habt ihr eine seitenfläche
(§. 114)
Mit dem Innhalt von dieser dividirt den gegebenen
Innhalt des gefäßes, so kommet die dicke des=
selben heraus.

Aufgabe.

S. 220. Nr. XI. Ein Parallelopipedum in ein Prisma zu ver=
wandlen, dessen grundfläche ein fünf=
eck seÿe, und eine gegebene höhe bekomme.

Auflösung.

1. Dividirt den gegebenen Innhalt durch die gege=
bene höhe, so kommet den Innhalt der grund=
fläche heraus.
2. Suchet die seite des fünfecks (§. 160 Vol. II.)
so könnet ihr die figur der basin oder grund=
fläche construiren.

Aufgabe

S. 220. Nr. XII. Ein Parallelopipedum in ein Cylinder gleiches
Innhalts zu verwandlen, so mit dem vorig
gleiche höhe behalte.

Auflösung.

1. Suchet die grundfläche des Parallelopi=
pedum aus (§. 117)
2. Zu diesem gefundenen Innhalt suchet die
Diameter (§. 135) so könnet ihr den Circul beschrei=
ben, der die grundfläche haben solle.

1. Solte der Cylinder eine gegebene höhe bekommen, so dividiret den gantzen Innhalt des Parallelepipedi durch die gegebene höhe des Cylinders, der Quotient ist der Innhalt der grundfläche.

2. Suchet zu dieser den Diameter (S. §. 135) so habt ihr die runde grundfläche.

Aufgabe

§ 220. No. XIII. Ein Parallelepipedum in eine Sphaeram oder Kugel gleiches Innhalts zu verwandlen.

Auflösung

1. Rechnet dieß Parallelepipedum aus.

2. Saget in der Regel Detri also der Innhalt der Kugel 157 giebet den Cubum diametri, was giebet der in der ersten Regel gefundene Innhalt für einen Cubum (S. §. 204)

3. Aus dieser Cubic Zoll ziehet die Cubic ~~Zoll~~ wurtzel (S. §. 209 No. III) dieße ist der Diameter für eine Kugel

Aufgabe

§ 220. No. XIV Fig. 137. No. 6 Zwischen zwey gegebenen linien ab und ac zwey mittlere proportional linien zu finden.

Auflösung

1. Machet aus den zwey gegebenen linien ab und ac ein rectangulum (S. §. 98.)

2 ~~ziehet in dem rectangulum~~ Verlängert die linien ab und ac unbestimmt.

3. Ziehet in dem rectangulum die Diagonalen ad und cb welche sich in dem mittel punct des rectangulum o durchschneiden.

4. Leget mit einem [illegible] die Schärfe eines lineals an d hin bey d, so daß es genau [illegible]

5. Stellet mit der andern Hand einen fuß des Grundcirculs in den Punct g und schiebet welchen auf und probieret mithin und schiebet den Circul, so lang bis daß die [illegible] linie ic und [illegible] durchschnitt der verlängerte de und df einander gleich lang werden, so sind die zwey linien cf und eb die zwey mittlern proportional linien zwischen ab und ac.

Anmerkung

Diese Aufgabe wird die delische Aufgabe, problema deliacum, von der Insul Delos genannt. in welcher einstens die Pest grassirte und deß delphische Oraculum um ein Remedium gefraget wurde, so fordert solches, daß man den altar des Apollini noch einmahl so groß machen solle, als er dermahl ware, und doch seine vorige figur behalten solle. sobald Hypocrates Chius entdecket, daß dieses Problema sehr dificil seye, ist dessentwegen, und wegen vielen andern nutzen von den gelehrten und neuen mathematicis sehr hoch gehalten worden. gegenwärtige Auflösungen aber sind nit vollkommen, sondern nur ~~[illegible]~~ in gemeinem gebrauch für zulänglich angenommen worden. weilen die wahrhafte auflösung nit ohne die Erkandnuß der krummen linien geschehen, weder demonstrieret werden kan, wollen wir uns gegenwärtig mit diesen begnügen.

Auf der Proportional Circul zwischen zwey gegebenen linien ab und ac zwey mittel Proportional linien zu finden.

Auflösung.

1. Messet die Linien ab und gh jede auf der Linea Arithmetica aus dem Centrum directe und werdet die Zahl hiezu abschneiden. z. E. ab 43. und gh 22.

2. Traget demnach die Linea ab auf die Linea Solidorum Transversim von 43 zu 43 und lasset das Instrument in dieser Öffnung liegen.

3. Nehmet die Weite von 22 zu 22 so habet ihr die grössere von denen zweyen gesuchten Linien; diese messet auf der Linea Arithmetica aus dem Centrum directe, so wird dieselbe 34 theil abschneiden.

4. Eben diese jetzt gefundene Länge von 34. traget auf die Linea Solidorum Transversim von 34 zu 34. und lasset das Instrument also liegen.

5. Nehmet abermahl mit dem Hand Zirkel Transversim die Weite von 22 zu 22 so habet ihr die andere deren gesuchten zweyen Linien; messet diese auf der Linea Arithmetica aus dem Centrum directe, so wird sie 27 lang seyn, und werden sich diese 4 Linien oder Zahlen untereinander verhalten, wie die erste zur andern, also die andere zur dritten, und die dritte zur vierten, diss ist in einer Proportio continua als wie gegenwärtig gefundene vier Zahlen 43. 34. 27. 22.

Wenn die gegebenen Linien zu lang sind, so dass sie auf der Linea Arithmetica nicht genommen werden konnten, oder auf diese

241

Ternio XVIII. Geom.

Linie mehr enthalten als die linea solidorum in sich haltet, so halbiret jede dieser gegebenen Linien und operirt mit der Hälfte, so werden die gefundenen Grössen auch die Hälfte der gesuchten Propo-tionen seyn, auch von der kleinsten Linie zu operiren anfangen, und wenn nach derselben die linea solidorum gröster worden, und die Breite der Zahl der grösseren Linie nehmen, so kommet die nächst kleinere gesuchte [illegible] und so weiter.

Arithmetice

Zwischen 8 und 27 zwey mittlere proportional Grössen zu finden.

1. Multiplicirt die erste 8 mit sich selbsten und werdet das Product 64.
2. dieses Product 64 multiplicirt mit der andern gegebenen Zahl 27 so kommet 1728.
3. Aus diesem Product ziehet die Cubic Wurzel s. p. 209 [illegible] diese wird 12 als die erste aus den gesuchten Grössen seyn.
4. Multiplicirt diese letzt gefundene 12 mit sich selbst und dividirt das Product 144 durch 8. so ist der quotus 18 und die andere der gesuchten proportional Grössen, und stehen nebst allen vieren in folgender Verhältnuß 8, 12, 18, 27 das ist wie 8 zu 12 so 12 zu 18 so 18 zu 27.

Aufgab

Problema XV. Ein Parallelopipedum in einen gleichgültigen Cubum zu verwandeln.

Auflösung

1. Verwandlet die basin des Parallelopipedum, wann sie ein Oblongum ist in ein quadrat gleichen Innhalts (§. 160 No: XLVII) wann ihr zwischen der Länge und breiten seiten die mittlere geometrische Proportional (§. 158) suchet, so ist das Parallelopipedum in ein anderes verwandlet, so der vorigen Innhalt und Höhe und ein quadrat zur grundfläche hat.

2. Suchet zur Seite des quadrats der grundfläche und der Höhe des Parallelopipedi zwey mittlere proportional linien oder Zahlen (§. 220 No: IV) wovon die jenige so der Seite des quadrats am nächsten kommet, die Seite zum verlangten gleichseitigen Cubum giebet.

Das ist wann die Seite der in ein quadrat verwandleten grundfläche kleiner als die Höhe des Parallelopipedi ist, so ist allzeit die kleinere aus denen gefundenen zwey mittleren proportionalen die Seite des gesuchten Cubum; ist aber die Seite des quadrats der grundfläche grösser als die Höhe des Parallelopipedi, so ist die grössere aus denen zwey gefundenen mittleren Proportionalen die Seite des verlangten Cubum.

Aufgabe

§. 220 No: XVI. Ein Prisma mit einer regularen grundfläche oder irregularen, wie auch einen Cylinder in einen gleichseitigen Cubum zu verwandlen.

1. Verwandlet die regulare grundfläche in ein quadrat, wann ihr sie erstlich in einen triangel verwandlet (§. 160. No: XLVII)
2. Verfahret wie in der dritten Regel voriger

Aufgabe (: §. 220 No. XV.)
Ist die figur der grundfläche des Prismatis
irregulär, so verwandlet solche gleichfalls
in ein quadrat, wie in der ersten und andern
Regel vorhergehender Aufgab erinnert worden.

§. 220. No. XVII. Einen Cylinder in einen gleichhaltigen Cubum
zu verwandlen.
1. Suchet den Innhalt des Circuls der grund-
fläche (: §. 134.) und dieser verwandlet in
ein quadrat, indeme ihr saget 785 – 1000, was
giebt einen gefundenen Innhalt (: §. 134.) und
der gefundenen vierte Proportional Zahl
ziehet die quadrat Wurtzel, so bekommet ihr
die Seite eines quadrats, welches dem Inn-
halt der Circulfläche gleich ist.
2. Zwischen dieser und der höhe des Cylinders
suchet zwey mittlere proportionalen (: §. 220
No. XVI.) so bekommet ihr ein Cubum, der dem
gegebenen Cylinder am Innhalt gleich ist.

Anmerckung.

§. 220. No. XVIII. Mit Pyramiden und Kegeln in Cubi gleich
Innhalts zu verwandlen, operiret wie mit
Prismaten und Cylindern, nur daß ihr anstat
ihrer gantzen höhe nur das dritte theil
nehmet (: §. 199. 200.)

§. 220. No. XIX. Ingleichen wenn ihr Pyramiden und Kegel
in Prismata und Cylinder gleiches Innhalts
verwandlen sollet, gebet ihr ihnen nur den
dritten theil der höhe, wie ihr gesehen (: §.
199. 200.)

Anmerckung.

§. 220. No. XX. Alle diese Körper werden durch die
Rechnung in Cubos verwandlet, wenn

ihr ihren Innhalt ausrechnen, und aus diesem selben die Cubic-Wurzel ziehet /: §. 209. No. II /

§. 220 No. XXI Eine Kugel in einen Cubum zu verwandlen, welcher gleichen Innhalt mit ihr hat.

Auflösung

1. Suchet zum Diameter der Kugel die Peripherie ihres grösten Circuls /: §. 134 /

2. Suchet zwischen den vierten theil des Diametri und der länge der Peripherie die mittlere geometrische proportional-linie oder Seite /: §. 158 / so bekombt ihr ein quadrat so dem Innhalt des grösten Circuls gleich ist.

3. Zwischen dieser gefundenen Seite und zwey drittel des Diameters suchet zwey mittlere proportional-linien /: §. 220 No. XIV / so das, bekommet ihr die Seite des Cubi.

Oder Anderst

1. Suchet zwischen den Diameter und der grösten Peripherie der Kugel die mittlere geometrische proportional-linie /: §. 158 / so habt ihr die Seite eines quadrats dessen Innhalt die gantze oberflæche der Kugel ist /: §. 204 /

2. Zwischen dieser gefundenen Seite und dem sechsten theil des Diameters suchet zwey mittlere proportionalen /: §. 220 No. XIV / so ist die grössere aus denen gefundenen zwey proportional-linien die Seite des Cubi.

Durch die Rechnung.

Suchet den Innhalt der Kugel nach (S. 208.) und dem gefundenen Innhalt ziehet die Cubic-Wurtzel (S. 205 No: II.) so habt ihr die Seite des Cubi.

Aufgaab.

S. 220. No: XXII. Einen Cubum in ein Parallelopipedum gleiches Innhalts zu verwandlen, so eine gegebene Höhe haben solle.

Auflösung.

1. Wann die gegebene Höhe grösser als die Seite des Cubi ist, so suchet zu dieser und der Seite des Cubi die dritte kleinere Proportional Linie (S. 150 No. 1.) ist aber die gegebene Höhe kleiner als die Seite des Cubi, so suchet die dritte grössere Proportional Linie (S. 150.)
2. Auß dießer gefundenen dritten Proportional und der Seite des Cubi machet ein Rectangulum, so habt ihr die basin des Parallelopipedum, dessen Höhe die gegebene Höhe ist.

S. 220. No: XXIII. Durch die Rechnung aus einem Cubo ein Parallelopipedum zu machen, so eine gegebene Grundfläche und einerley Innhalt mit dem Cubum habe.

1. Rechnet den Innhalt des Cubi aus (S. 191.)
2. dießen Dividirt durch den gegebenen Innhalt der Grundfläche, so bekomet ihr die Höhe.

Aufgaab.

S. 220. No: XXIV. Einen Cubum in einen gleichseitig

Cylinder zu verwandlen, so eine gegebene
Höhe haben solle.

Auflösung.

1. Verwandlet den Cubum in ein Parallelopi-
pedum in der gegebenen Höhe (. §. 220 No. XXII.)
2. Verwandlet die Grundfläche dieses neuen
Parallelopipedum in einen Circul von gleichem Inn-
halt, welche letzte operation in linea mecha-
nica geschiehet, wann ihr diese Grundfläche
erstlich in ein Quadrat verwandlet, wann ihr nem-
lich zwischen der langen und kurzen Seite
die mittlere Proportionallinie suchet
(. §. 158.) und die Diagonal dieses Quadrats
in 10 gleiche Theile theilet, so geben deren 9
den Radium des verlangten Circuls, so habt
ihr die basin.

Durch die Rechnung.

§. 220. No. XXV. Einen Cubum in ein Cylinder zu
verwandlen, der gleichen Innhalt habe,
und eine gegebene Höhe habe.
1. Verwandlet solchen erstlich in ein Para-
llelopipedum (. §. 220 No. XXII.) nur daß ihr die
in der Aufgab angedeute operation anstatt
durch die Linien, durch die Rechnungen ma-
chet.
2. Verwandlet durch die Rechnung die
erzeigte basin in einen Circul (. §. 134.)

Aufgab.

§. 220. No. XXVI. Einen Cubum in eine Piramide
oder Kegel zu verwandlen, so gleichen
Innhalt mit ihme habe.

Auflösung

1. Verwandlet das gleiche Cubum in ein Pa-
rallelopipedum (§. 220 No: XXII.)

2. Soll aber die Piramide oder der Kegl die basin
behalten, die sie in dem ersten Kegl bekommen,
so wachset die Höhe dreymahl so hoch als die Höhe
des Parallelopipedum, und formirt den Piramide
den Kegl, oder wachst die basin 3 mahl so groß, so
ist es geschehen.

Aufgabe nacheinanderfolgt.

§. 220 No: XXVIII. Einen Cubum in ein parallelopipedum gleichs
Innhalts zu Verwandlen, so eine gegebene basin
oder grundfläche bekommen solle.

1. Wenn die gegebene basin ein quadrat, und
grösser ist, als die Seite des Cubi, so findet durch
linien od. Zahlen in der Regl Detri inverse (§. 151
oder 151 No: V.) wie die Seite des grossen quadrats
zur Seite des Cubi, also die Höhe des Cubi zur
Höhe des Parallelopipedum, ist aber die gegebene
basin kleiner als die des Cubi, so geschieht
durch die Regl Detri directe, sprechend die Seite
der basin gibt die Seite des Cubi, was gibt die Höhe
od. Seite des Cubi (§. 151 No: II. und No: IV.) so
kombt die Höhe des Parallelopipedum heraus.
Noch kürtzer durch Rechnung (§. 220 No:
XXIII.) es hetten bey allen diesen jetzt gemelten
Aufgaben auch die operationen mit dem Pro-
portional Circul können gezeiget werden,
weilen es aber fast commoder durch linien
und Rechnung geschicht, so habe nur allein

dem Liebhaber des Proportional Circuls
hier noch beyfügen wollen.

Aufgab.

§. 220. No. XXVIII. Mit Hülff des Proportional Circuls Parallelopipeda und Prismata in gleichseitige Cubos zu verwandlen.

Auflösung.

1. Suche, mit der linea planorum zwischen der kürzern und langen Seite der Grundfläche des Parallelopipedum die mittlere Proportional linie (§. 160 No. I.)
2. Suche auf der linea solidorum zwischen der gefundenen mittleren Proportional linie und der Höhe des Parallelopipedi zwey mittlere proportional linien (§. 210 No. XIV.) und dieser zwey gefundenen Proportionalen nehme diejenige, an welche der Breite des Prismatis am nächsten kommt für die Seite des Cubi.

Aufgab.

§. 220. No. XXIX. Durch Hülff des Proportional Circuls einen Cylinder oder andern Körper nach einer gegebenen Höhe zu verwandeln damit er doch den vorigen Innhalt behalte.

Auflösung.

Es ist zum Exempel ein Cylinder dessen Höhe 96 Zoll und der Diameter 12 Zoll, dieser solle in einen andern gleiches Innhalts verwandelt werden, welcher 16 Zoll hoch werde

Auflösung.

1. Suche auf der linea Planorum zwischen 36 und der gegebenen höhe die mittlere Proportionallinie (s: F.160 No: I.) dieße wird 24 Zoll sein.

2. Suche zu dießen drey linien die vierte größere proportional grösse (s: F.151. No: II.) so werden sich 16 Zoll für den neuen Diameter der grundfläche bekommen, und stehen dennoch also 24 zu 96 = 12 : 18.

Aufgabe.

F.220. No: XXX. Durch hülff des Proportional Zirckels einen gegebenen Cubum in ein Parallelepipedum von einer gegebenen breite und höhe zu verwandlen, das doch der vorige Innhalt bleibe.

Auflößung.

Zum Exempel es seye die Seite des Cubi 54 und die gegebene höhe 54 und die breite 36.

1. Nehmet 54 nemlich die höhe und stellet solche Transversim in die linea Arithmetica von 36 zu 36. nehmet von der unverrückten Instrument die breite von 54 zu 54 und messet solche mit ober dießer linie auf den Centrum circuli, so wird sie in 81 einschlagen, und welchen linien ihr ein Parallelepipedum construiren können, welches
81 lang 36 breit und 54 hoch und mit dem gegebenen Cubum einerley Innhalts seye.

Aufgabe.

F.220. No: XXXI Durch hülff des Proportional Circuls eine gegebene Kugel in einen Cylinder gleiches Innhalts zu verwandlen.

1. Nehmet mit ein vaster Circul, oder son-
sten die länge des Diameters der Kugel,
und setzet solchen in die linea Cubica oder
Solidorum von 30 zu 30. Nehmet von dem
verwandten Instrument von oben dieser
linie die weite von 20 zu 20, so gibt solche
die Höhe des verlangten Cylinders, dessen
grundfläche der Diameter der Kugel ist.

Auß der operation dießer Aufgab, ist leicht
zu sehen, was zu thun seye, wenn man sie
mit linien resolviren solte, denn man
müeste zu 30 und 20 die dritte kleinere
Proportional linie suchen (s. § 150. der)
und wenn es durch die Rechnung geschehen
solte, so suchet zu denen Cubis von 30 und
20 die dritte Proportional Zahl, und aus
selber ziehet die Cubic wurzel.

Von der Addition der Cörper.

Aufgab.

Num. No. XXXII. Zwey Cubi von ungleichen Innhalts
größen zu addiren.

Auflösung.

1. Suchet zu denen Seiten deren zweyer
Cubis die dritte Proportional linie
(s. § 150.)
2. Suchet zu denen nunmehro habenden
drey linien die vierte Proportional
linie (s. § 151.)
3. Ziehet die in der andern Regel gefundene

linie, und die Seite des grössten quadrats
zu stehen.
4. Zwischen dieser Suma und der Seite
des grössten quadrats suche die mittlere
Proportionallin. s. §. 220 No: XXV. so ist von
die kleinere die Seite eines Cubums, der
den zusammen beyden zu addirenden gleich ist.
Sind mehrere Cubi zu addiren, so wird
die Seite der Suma der ersten zweyen für einen
und danach zu addirt, bis den andern dritten
einen gesuchten würde wie mit addirung
der ersten zwey nach der 1. 2. 3. und 4. Regel
operirt.
gleicher Gestalt kan man auch mit addirung
der Kugeln, denn sie verhalten sich wie die
Cubi ihrer Diametrorum. s. §. 222.

Durch die Rechnung.

§. 220 No: XXXIII Addirt den Innhalt der zu addi-
renden Cubi und aus der Summa ziehe die
Cubic Wurzel. s. Prog. No III.
Wenn es Kugeln sind, so cubirt ihre
Diametros addirt diese Cubi und ziehet
die Cubic Wurzel aus. s. Prog. No III. so ist
solche die Seite eines Cubi der so gross als
die zu addirenden Cubi der Diametros oder
der Diameter der neuen Kugel.

§. 220. No: XXXV. Ein gleiches kann auch geschehen
mit den fünf Regularen Cörpern, wenn
von jedem derselben eine Seite Cubirt, und mit
den Cubis wie bey den Kugeln gesagt worden
operirt, so bekommt man wieder eine Seite die
zu dem Cörper gehört, der die Suma der vorigen ist.

§. 220. No: XXXV. Sind aber ähnliche Parallelopipeda
Prismata und Cylinder zu addiren, die gleiche
Höhe und grundflächen haben, so operirt
man einer oder mehr mit ihren Homolo-
gischen Seiten wie §. 146. No: X. No: XI. so
bekommet ihr die Seite der grundfläche
eines gesuchten Corpers, zur Höhe aber
gebet ihm die vorige Höhe der gegebenen

§. 220. No: XXXVI. Sind aber Parallelopipeda Pris-
mata und Cylinder zu addiren, die zwar
in Ansehen der grundflächen und Höhen
einander gantz ähnlich seind. so
1. Nehmet von jeder eine Homologische Seite
und dieselbe Cubirt.
2. diese Cubi addirt, und aus der Summa
ziehet die Cubic Wurtzel (§. 209. No III) so
bekombt eine neue solche Homologische Seite,
ist nun die operation mit einer Seite, die
dem Diameter der grundfläche gesetzt
so gebet der neuen Höhe eben dieselbe Propor-
tion zur gefundenen Seite der grund-
fläche, als die Höhe eines der gegebenen
Corper zum Homologischen Seite seiner
grundfläche hat. wenn ihr nemlich zu
dreyen linien die vierte Proportional
suchet (§. 151.) so bekombt ihr einen Corper
der so viel Innhalt hat, als die zu addiren-
de zusammen genohmen.

§. 220. No: XXXVII. Die ähnl: Corper durch die Rechnung
zu addiren solche gestellten die Summa, der Corper
so theilt man eben diese, wie in der ~~[illegible]~~

ersten und andern Arth erst gezeigt worden.

§.220 No: XXXVIII. Mit Hülff des Proportional Circuls Cubi zu addiren.

Zum Exempel die Seite des einen sey 3 des andern 4 und des dritten 5. und der Cörperliche Innhalt des ersten ist also 27, des andern 64 und des dritten 125.

1. Setzet die erste Seite 3 mit dem Handcircel in die linea cubica von 27 zu 27 und lasset das Instrument in dieser Öffnung liegen.

2. Nehmet mit dem Handzirkel die Seite von 4, und sehet in welche Zahl sie auf dieser linea Transversim einschlagt, so werdet ihr 64 finden, mit der Seite von 5 wird 125 einschlagen.

3. Diese drey Cubic Zahlen addiret, so kommt in die Summa 216 nehmet demnach die Weite von 216 zu 216 so habet ihr die Seite des verlangten Cubum.

Ein gleiches thuet mit denen Diameteren der Kuglen, so bekommt ihr den Diameter der gesuchten Summa.

Wann aber die linea Cubica nicht eine so grosse Zahl halbiren, so bekommt ihr zum Exempel 108. nehmet also die Weite von 108 zu 108, so kommt die selbe gesuchte linie heraus, oder nehmet nur den dritten theil und verfahret wie gesagt.

§.220. No: XXXIX. Durch den Proportional Circul ungleichförmige Cörper zu addiren als einen Cubum und eine Kugl.

1. Verwandle die Kugl in einen Cubum

gleichen Innhalts (: S. 219. No. XIII.)
2. Addirt die zwey Catheten (: S. 2?6 No. XXXVIII)
so bekombt ihr die Summa.

Aufgabe.

S. 220. No. XL. Mit Hülff des Proportional Zirckels einen jeglichen anderen Caliber der Artillerie Stab aufzutragen.

Ihr suchet z. E. eine Kugl von 5 Pfunder mit ihr sollet auch ihr die Proportion der übrigen gewichter finden

1. Nehmet mit einem Zirckel den Diameter der 5 pfündigen Kugl, traget solchen in die Linea Cubica der Solidorum transversim von 5 zu 5 einer kehret das Instrument also liegen, so könnet ihr von dem unverruckten Instrument alle übrige Diametros von 1 bis 100 Pfund. oder wenn die Linie Cubica eine größere zahl enthaltet auch auf mehrere transversaliter abnehmen.

Wann die Linea Cubica bis auf hundert Pfund getheilet ist, so könnet ihr gleichfalls mehr als 100 Pfund auf folgende weiß davon abnehmen.

1. Nehmet von der in vorigen Oifnungen gebrauchten Linie Cubica die Weite von 100 zu 100 und stellet solche zurück auf 50 zu 50, und wenn ihr alsdann die weite von 51 zu 51 nehmet so habt ihr den Diameter einer Kugl von 102 Pfund. Von 52 zu 52 gibt 104 Pfund und so weiter.

Verlanget ihr …

1. so traget den Diameter von 1 Pfund transversim von 32 zu 32, und schiebet

das Instrument in dieser Öffnung. So
könnet ihr von 1 bis 32 die loth nehmen
Verlanget ihr das loth in 16 theil getheilet
so traget den Diameter von einem einb
lothe von 16 zu 16 transversaliter, so habt
ihr alle theile von 1 bis 16
Wollet ihr wissen wie groß zum Exempel den
Diameter einer 512 pfündigen Kugel seye
und ihr habet nur eine einpfündige Kugel
worvon ihr das erste maaß nehmen könnet
so traget diesen Diameter von 1 biß und
nemmt von dieser Eröffnung die weite von 100
zu 100, so habt ihr den Diameter von 100 pfund
und so vortfahret weiter.
Weil dieses Werk kann mann nimmer beschreiben
sondern andere zur Artillerie gehörige
werk dabei muß der Proportional Zirkel
haben.

Para. No. VII. Wie die Abtheilung eines Caliber
stab aufzutragen.

1. theilet euch den Diameter einer einpfündigen
Kugel in 100 gleiche theile.
2. aber diese zahl 100 cubiret, das ist multi-
plicirt 100 mit 100 und das product 10000
wieder mit 100 so habt ihr den Cubum
1000000 des Diametri einer 1 pfündig.
3. diesen Cubum multiplicirt durch 2 so habt
ihr den Cubum Diametri einer 2 pfündigen
Kugel 2000000. aus diesem ziehet die
Cubic Wurtzel aus, so habt ihr den Diameter
einer 2 pfündigen Kugel 126 und so weiter.
4. Multiplicirt den einpfündigen Cubum durch
3 und ziehet die Cubic Wurtzel aus, so habt
ihr den Diameter einer 3 pfündigen Kugel 144. u. s. w.

5. Dieße Zahlen traget in eine taffel nach einander, in welcher ihr die groß von andern Pfunden setzet, wie in der Artillerie gebräuchlich genennet wird.
6. Um die loth zu finden dividiert 1000000 durch 32 so bekommet ihr 31250 für den Cubum des Diameters von einem loth, ziehet hernach die Cubic Wurtzel, so findet ihr den Diameter von ~~Kal~~ loth 31.
7. Multiplicirt den Cubum 31250 vorhero mit 2 und ziehet die Wurtzel aus, so bekomt ihr für den Diameter einer zweylöthigen Kugel 39.
8. Multiplicirt dießen Cubum durch 3. 4 und so weiter bis auf 32 und ziehet jedesmahl die Cubic Wurtzel aus, so findet ihr alle loth.
9. Wollet ihr Quintl, so dividiert den Cubum eines lothes ~~[illegible]~~ durch 4 so bekomt ihr für den Cubum eines Quintels 7812, ziehet hernach die Wurtzel so bekomt ihr 19 für den Diameter eines Quintels.
Nehmet ihr nun dießen Cubum 2 und 3 mahl und ziehet jedesmahl die Cubic Wurtzel aus, so bekomt ihr die Diametros von 2 und 3 quintl.
Wollet ihr die Drucks gemeinen suchen, so gebt den Cubum von einem Pfund nach 3 allezeit, so bekomt ihr einen Druck der auch ist eine Ziffer mehrer, als euch der Maßstab gibet.
Wollen ihr aber zum Auftragen eines solchen Caliber stabes kein so langen Maßstab haben, so dürfft ihr nur allezeit die Differentzien nach einander auf-

-tragen, wie oben bey der Cylindrischen Visier
Kunst gemeldet worden.

Subtractio der Cörper

diese Aufgab ist dergestalten nachzuthun, wie
auch deren operationen des addirens geschi-
het mit dem Proportional-Zirkel aber leichter
und noch leichter durch die Rechnung, wel-
che ich um der kürtze willen die erste ma-
len eingehen, und die andere zeigen
zeigen.

Aufgab

2220. No. LXII. durch Hülf des Proportional Zirkels
Cörper von gleichförmigen Cörpern zu sub-
trahiren.

Auflösung

Es seien zum Exempel zwey Cubi gegeben, die
Seite des einen seye 12, die Seite des andern
aber 24, es solle der erste von dem andern
subtrahirt werden.

1. Nehmet mit dem Handzirkel die Seite des
größeren, und traget sie in die linea cubica
transversaliter von 24 zu 24 und lasset den
Instrument also liegen.

Das transversale

2. Nehmet mit dem Handzirkel die kleinere ge-
gebene Seite 12 und probiret in welche
Zahl sie transversaliter einschlage, so wird es ge-
genwärtig zwischen 2 und 3 geschehen und
wird so viel sein als 2½.

3. diese gefundene Zahl ziehet von 24 ab und
merket den Rest als 21½.

4. Nehmet mit dem Handzirkel von dem nach
und Veränderten Instrument die Weite von 21
und 25 obliquè, so wird solche weite, die Seite
eines Cubi sein, der der und unterschied zwischen
denen zweyen gegebenen gleich ist.

kan aber solche weiß geschehen daß sub-
-strahiren mit denen Kuglen, wenn
man nur mit deren grössen ihren Diame-
-trorum aufgesagte weis operirt.

Durch die Rechnung.

§. 220. No. LXIII. Suchet den Innhalt zweyer
gegebenen Cubi, und ziehet den kleinen
von dem grössten ab, und aus dem Rest
ziehet die Cubic Wurtzl, so ist solche die
Seite des neuen Cubus.
Wann ihr eine Kugl von einer andern
abziehen sollet, so cubiret die Diame-
-tros der gegebenen Kuglen, und subtra-
-hiret den kleinern von dem grössern, und
aus dem Rest ziehet die Cubic Wurtzl,
so habt ihr den neuen Diameter der gesuch-
-ten Kugl.

§. 220. No. XLIV. Wann ihr ähnliche Cörper zu subtrahiren
habt, calculiret einige deren Homologischen Seiten
und operirt wie in vorigen Aufgaben,
mit zahlen, oder auch mit denen ganzen
Homologischen Seiten durch den Propor-
-tional zirkl.
Sollen aber ungleichförmige Cörper von
einander subtrahiret werden als Kuglen
von cubis, so verwandlet bevor eine
oder die andere in die form des andern
und verfahret nach obiger aufgab.

Multipliciren die Cörper.

Die Multiplication der Cörper durch
Linien ist zu Dato noch nit erfunden
worden: denn es ist aber daß verwunderte

Problema deliacum von welchem oben schon
gemeldet worden, diß die Duplicatio
Cubi, dessen man solches mit dem
Proportional Circul, und nachfolgenden
durch die Rechnung verrichten

§ 220. No: XLV. Auf dem Proportional Circul
einen Cubum so vielmahl zu vermehren
als man will.
1. Nehmet mit dem Handzirkel die Seite
desjenigen Cubum der vermehrt werden
solle, und traget dieselbe transversim
auf der linea Cubica z. E. auf 10 in 10.
und laßet das Instrument also ligen.
Wollet ihr nun einen Cubum der dreÿ-
mahl so groß seyn solle als der gegebene
so nehmet die weite von 30 zu 30, so ist
ihr die Seite zu ein dreÿfachen, und auf
solche weiß verfahret mit andern Ver-
größerungen.
Dergleichen weiß verfahret mit denen
Seiten von Cubis deren Diametrorum.
wenn ihr Kugeln ein vielmahl vergrö-
ßern solle.

Durch die Rechnung.

§ 220. No: XLVI. Einen gegebenen Cubum vielmahl
zu vergrößern.
1. Suchet den Innhalt des gegebenen Cubus
aus §. 191.
2. Multiplicieret den gefundenen Innhalt
mit der Zahl, um welche er vergrö-
ßert werden solle.
3. ziehet aus dem Product die Cubic wurtzel

so habt ihr die Seite des vermehrten Cubem.
Ist eine Kugel ein Vielmahl zu vermehren
so thut ein gleiches mit dem Cubem ihres
Diameters.
Ist ein Parallelepipedum zu vermehren
so cubiciret die Seite, wie auch die Höhe
derselben, und multiplicirt jeden Cubum
mit der Zahl mit welcher vermehret
werden solle. ziehet aus jedem dieser ver-
mehrten Cubis die Cubic-Wurzel, so be-
kombt ihr von jedem dieser Theilen die ho-
mologische Seiten des vermehrten Cör-
pers.
Wenn ein Cylinder vermehret werden solle
so operirt auf die obgesagte weis mit dem
Cubum des Diameters, wie mit dem Para-
llelepipedum.
Eben ein gleiches geschicht mit Pyramiden
und Kegeln in allen andern Cörpern.
Denn sich die gesuchten zu denen gegebnen
verhalten, wie die Cubi ihrer homolo-
gischen Seiten, wie vielmahl nun diese
vermehret werden, umso vielmahl grösser
werden auch die Cörper, so aus denen ge-
fundenen Seiten construirt werden.

Die Division der Cörper.

Hat nichts anders in sich, als nur
die Operation der multiplication um-
zukehren.
Zum Exempel mit Hülfe des Proportional
Circuls einen gegebenen Cubum in 4 gleiche Theile
theilen, oder einen solchen Cubum finden,

der Vierte theil des gegebenen ein Jnnhalt ist.
1 traget die Seite des gegebenen Cubus auf die linea Cubica von 40 zu 40 transversim und nehmet von der unveränderten Jnstrument die weite von 10 zu 10 so gebet ihr die Seite eines Cubum, welcher ein Jnnhalt den Vierdten theil des gegebenen hat.

Durch die Rechnung.

gegebene Cörper in gleiche theile zu theilen.
1 Wann es ein Cubus ist so rechnet solchen aus (Fig.)
2. Dividiert den Jnnhalt mit derjenigen Zahl in welcher er getheilet werden soll.
3 Aus dem Product ziehet die Cubic Würtzel, so habt ihr die Seite eines Cubi so der Vierdte theil des gegebenen ist.
4. Auf gleiche Weiß verfahret mit dem Cubus deren Diameter deren Kuglen
Ebenmäßig mit andern Cörpern, wie aus den Operationen der multiplication abzunehmen ist.

Die Proportionierung deren Cörper.

Aufgab.

§. 220. No. XLVII Auf dem Proportional Circul zu finden wie sich eine Verhältnus zweÿ gleichförmige Cörper einander haben.
1 Nehmet von beyden Cörpern eine Homologischen Seiten, und traget sie auf die linea Cubica transversim, in welche euch beliebet z. Ex: 50 und 50 oder 100 und 100, und lasset das Jnstrument in dieser Eröffnung ligen.
2. Nehmet mit dem Handzirkul die Homologische Seite des andern Cörpers und probiert in welche Zahl sie transversim einfallen wie sich nun diese Zahl gegen 50 od 100 verhaltet also

verhalten sich auch die zwey gegebene Cörper
als die ähnlichen Kugeln
Durch die Rechnung.

Probl. No: XLVIII. Zu sehen den Innhalt des einen Cörpers
aus dem andern, so dividirt den Innhalt des grösseren
durch den Innhalt des kleineren, so ist der Quotient
Unterschied oder wie vielmahl der letztere
in dem ersten enthalten seye; ein gleiches hat
auch mit den Diametern deren Kugeln statt.

Aufgab.

Probl. No: XLIX. Zu zwey gegebenen gleichförmigen
Cörpern den dritten proportionalischen zu finden
Auf dem Proportional Zirkel
1. Traget die Seite des Cubum auf die lineam cu-
bicam transversalem in eine beliebige Zahl als
von 24 zu 24. und lasset das Instrument also
liegen.
2. Nehmet mit dem Handzirkel die Seite des
andern, und probiret in welche Zahl sie
transversaliter einschlage z. Ex: in 36. und 36.
3. Stellet die Weite 36 in die linea cubica von
24 zu 24 transversalem und
4 Nehmet mit dem Handzirkel die Weite von
36 zu 36. und diese ist die Seite des dritten
Proportional Cubum
In der Operation muss man acht geben,
nemlich wenn man die meiste kleinere
will, so muss man in der ersten Regel
die grössere gegebene Zahl zu erstrecken
will man aber die meiste grössere, so

müßte sich mit der kleinern anfangen.

Durch die Rechnung

p.220. No. L. Zu zwey ähnlicher Cörpern den dritten proportionalen zu finden. Hier därf man nur der Cörperlichen Innhalt ausrechnen und die gefundene größ in die Regel setzen wie p. 150 No. gezeiget worden.

Aufgab.

p.220. No. LI. Zu drey gegebenen gleichförmigen Cörpern den vierten proportionirlichen zu finden.

Durch den Proportional Zirkel.

Es seynd zum Exempel gegeben die diametros dreyer Kugeln von verschiedener größe.

1 Messet ihre Diametros auf der linea Arithmetica die erste seye 6 die andere 40 und die dritte 18 theil gefunden worden, wobei ich nun den vierten größten Diameter suchen soll.

2. Nehmet die kleinste weite 6 in die lineam Cubica Transversim von 6 zu 6 und lasset das Instrument also liegen.

3 Nehmet die andere 40 mit dem Grund zirkel und probieret in welche größ man der linea Cubica sie transversim einschlagen als gegenwärtig in 20 item probieret mit der dritten, deßgleichen dieser wird gegenwärtig in 90 einschlagen.

4. Nehmet bey unverruckten Instrument die sobite von 90 zu 90 und traget sie auf 6 zu 6 und lasset das Instrument also in dieser neuen Öffnung liegen.

5. Nehmet mit dem Handzirkel die weite von 24½ oblique, und dieses ist die Vierte Proportional-Linie oder Diameter, welche auf der Linea Arithmetica 25 lang sein wird.

1. Wollet ihr den Vierten theil vom Diameter suchen, so thut wie in der ersten Regel, und

2. Nehmet die erste weite 6 von 10 zu 10 Transversim, nehmet alsdann die weite von 6 zu 6 und dieses meßet auf der Seite bis zum gebrauch.

3. Setzet ebenmäßig die kleine 6 aus, gleich und schließet das Instrument in dieser öffnung liegen.

4. Nehmet alsdann die in der zweiten Regel gefundene und auf die Seite gesetzte länge, und probiret, in welche gleiche zahl außer diesen Linea cubica transversim einschlage, so wird sich das Vierte solidum des Kugel Diameter zeigen.

Durch die Rechnung.

§. 220. No: I. II. Rechnet den Innhalt der drey gegebenen Cubi oder die Cubi Diametri der drey gegebenen Kugeln aus, und setzet den Innhalt in die Regel Detri, und aus der gefundenen Vierten größern oder kleinern Proportional-zahl, ziehet die Cubic-Wurzel, so ist geschehen.

Wenn ihr euch mit Vorwitzigen lasset alle diese Aufgaben durchzumachen, so werden euch im Verwenden noch Viele Vortheile zu machen fernen in die Hände fallen.

Ternio XIX. Geom.

6.
1
5
2
4

85
12
164
60
14

2
74

04
17
33

197
4430
4

60 4
90
80
30

durch die Auffgaben können alle geradlinigte
Figuren und durch mechanische Cörper
maass und auch vermehret, vermin=
dert und Proportionirt werden, daß sie doch
ihre vorige Form behalten, welches in
allen theilen der Civil militar Baukunst,
wie auch in der Mechanic, Hydraulica,
wie auch im wirtschaftlichen Fabriken bey
der Praxi grossen Nutzen bringen.

Damit ich zum Beschluß nothwendig die soge=
nannte Cubische Visier, auch in etwas
zu erklären.

Es ist zwar schon oben §. 215. die sogenannte
Cylindrische od quadratische Visierruthe
samt ihrem Gebrauch weitläufig be=
schrieben worden. diese ist auch unstrittig
die sicherste, weilen sie sich auf geschierlichen
allerley Proportion schickt.

Deswegen wird in d. gemein und beinahe
durchgehend die obgemelte sogenannte
Cubische gebräuchlich. die also Verfer=
tiget wird.

§. 220 No: LIII. Lasse dir machen ein bey einen
halben Zoll breites, und einen Viertel
Fig: 137. No. 4. Zoll dickes Stäbel von guten harten
Holtz. Selbiges solches durch die Schnittlich
in ein Kästel, welches ein zwey oder mehr
Klammer zusammen gesteckt einschalten
kan, stecke es an der beiden Linien wie
in der Figur 137. No. 4 und merke auf
selben die Länge der Diagonal AB.

2. Nun gleiches theils auch gegen der an=
dern Seite, und sehe, ob die Diagonal

gleich lang und ob auch d. Stumlocher in der
mitte seye, ihr müsset aber das zeichen auf
den stab nit ausserhalb der taussen oder
holtzes sondern innerhalb machen.

3. dieße fleissig abgemerkte länge der dia-
gonal theilet in 100 oder besser in 1000 gleiche
theile

4. dieße 1000 multipliciret mit sich selbst, und
d. product wieder mit 1000, so habet ihr
den Cubum von dießer Diagonal.

5. dießen Cubum dividiret in so viel theile
als zum Exempel maaß in dem gefäßen
platz haben, so bekommet ihr in dem quotum
einen Cubum von einer Maaß; und wann
ihr die Cubic wurtzel daraus ziehet, so habt
ihr die Diagonal von einer maaß, welche
ihr von der 1000 theiligen maaßstaab auf
eüer zugerichtetes stäblein von unten
antraget.

6. dießen Cubum von einer maaß mul-
tiplicirt durch 2, und ziehet wieder die
Cubic wurtzel aus, so bekomt ihr die diago-
nal von 2 maaßen, welche ihr wieder von
der 1000 theiligen maaßstaab wieder
von dem anfang auf eüer stäblein traget.

7. dießes verfahret von maaß zu maaß
so oft, als eüer stäblein fassen kan.
so ist der Visier staab fertig.

Anmerkung.

§. 220. No. 2. IV wann das fäßlein, nach welchen
ihr nach der ersten Regel das maaß ge-
nommen nur ein Eimer ist, so ist auf dem
stäbe 2E. zweÿ Eimer 3E. dreÿ Eimer

4te Vier Zahlen einschneiden, dieses
kann die Linien mit einem bequemen Zir-
kel auf der Ruthe machen können:
da ihr die masse des Zinte ... mitselben
Zahlen verzeichnet und zwischen ... und daß
ihren Ziffern numeriert.

Anmerkung.

§. 220 No. I. V Aus der Figur und den gantzen
Fig: 137. Process abzunehmen, wie daß alle ~~Stücke~~
No. 1. gefaßt, so mit dießer Ruthe visiert
werden sollen einander an der Form
genau ähnlich sein sollen, daß die Größe der
Stücke und des Kalibers zu der Länge
einerley Verhältniß haben mit denjenigen
Geschütz haben muß, nach welchem die
Ruthe gemacht worden. Weil zwar in
allen denen Ländern, in welchen der
Gebrauch dießer Ruthe eingeführet
ist, schon eine hochobrigkeitliche Verord-
nung dahin gemacht worden, daß
bey Verfertigung aller Stücke und
Mörser einerley und gantz ähnliche
Form observiret werden solle: und
dessentwegen auch die Ruthe nach ob-
gedachter Weise nach einem recht gerech-
ten Geschütz gemacht werden, dießes
ist auch nach einem größeren als gar
kleinen zu machen.

Der Gebrauch dießer Ruthe ist folgender
1. ... durch das Mundloch

A schrög bis in den boden des Vasses B hin,
und sehet was für eine Zahl derselben
und Puncte schnidt abgeschnitten werden,
und so viel hält das Vass in sich halten,
ihr müsset aber auch auf die andere
Seite visiren, damit ihr sehet ob das
Spundloch in der mitte sey. Wann es nun
anderst nit wäre, so müsset ihr die
beyderseits angemerkte verschiedene
Zahlen addiren und die Summa halbiren,
davon der quotus den rechten Innhalt
zeiget.
Der gebrauch dieser Ruthe ist leicht und
bequem und dessentwegen in mehristen
gebrauch.
Es ist aber folgendes dabey wohl zu
merken, wenn die Vässer, welche
nach dieser Visier-Ruthe gemessen
werden nit eben demjenigen Vass nach
dem die Ruthe construirt worden
gantz ähnlich ist, so wird die Ruthe
falsch zeigen, indeme wann an
dem Geschirr, welches visiert worden
solte die dicke gegen die länge grösser ist,
als an demjenigen, nach welchem das
Vass gemacht worden, so wird
der Innhalt in dem Geschirr
grösser seyn, als die Ruthe
anzeiget, hingegen aber kleiner
wenn das Gefäss nidrer und

hängericht, wie deutlich aus der figur zu sehen.
Folget noch zum Beschluss die oben versprochene Anweisung ein Fass, das nicht voll ist, so zu visieren, dass man erfahre, wie viel das darin befindliche Getränck betrage.
1. Visiert mit einer Ruthe ein Fass, so die landgebräuchige Proportion hat, und füllet es zugleich mit dem Wasser und merket von beiden der Zwickel, und wenn es überein trifft, so ist das Fass gerecht.
2. den angemerkten Zwickel der Ruthe in der Fass dividirt durch eine beliebige Zahl z. Ex: in 20, welchen [illegible] der [illegible] [illegible].
3 leget dasselbe Fass mit seiner Axis recht [illegible] Horizontal.
4. lasset so viele [illegible] Wasser laufen als der quotus in der Division zeiget, und nachdeme ihr wieder zugemacht, so stecket den hier zubereiteten Maassstab recht senckrecht zum Spundloch hinein und merket wie weit er nass geworden ist.
5. lasset abermahl ein zwantzigsten theil des Wassers auslauffen, und nachdeme ihr den Stab wohl abgetrocknet habet, so stecket ihr wieder so wie vorhin ein, und mercket abermahl wie weit er nass

worden, und dieses widerholet bis
alle 20 Theile des Wassers außgeleert
seind, so werdet ihr auf eurer Ruthe
alle Höhen dieser zwanzig Theile des
Wassers haben.
6. Auf der andern Seite dieses Stabs
od. Ruthe zeichnet ihr die obern kleinen
gleiche Theile als angesetzt gleich einem
Maaß-Stab, und wie kleiner sie seind
wie besser ist es, und eurer mehrer
deutlichkeit willen numeriret diese
Theile mit 5. 10. 15. 20 etc. um zu wissen
aber wie viel dergl. Theile des andern
Spuntloch dieses Vasses haben. Damit
aber diese Eintheilung obenfasslich von
unten an der Ruthe geschehen, das ist
von dem jenigen End, an welches
in der Messung des Wassers auf den
Boden gestanden ist, so habet ihr zu
Eure künftigen operation eine ei-
gene Visier-Ruthe.
Wollet ihr nun den Inhalt des ge-
brannten in einem Vass, das nit
voll ist, wissen, so mueßt ihr also
1. Richtet das zu visierende Vass
recht schnurrichtig, das ist Horizontal
mit dem Axis
2. Stecket den in vorigen Aufgab
hierzu verfertigten Visier-Staab
durch das Spuntloch senkrecht bis
an den Grund, und merket

erstlich wie viel deren gleichen theilichen der Ruthe eingenetzet worden, zugleich aber merckt auch die Tiefe des Vasses, und drittens wie viel von denen ungemerckten 20theilichen eingenetzet worden seind.
3. Suchet durch die ordinari Visierruthe den Innhalt des gantzen Vasses.
4. Saget in der Regel Detri erstlich die Zahl dero theilichen, so die Tiefe dieses Vasses hat, andertens die Zahl dergleichen theilichen so durch das getreüelt eingenetzet worden, und drittens die höhe ungleichen theilichen die das Fass gehabt auf welchen den Rub gemacht worden, die Quarte gefundene Proportional Zahl merckt an der Tiefe dergl. theilichen an, und sehet auf der andern Seite wie viel deren 20theilichen solche eintreffe, und dieses merckt.
5. Theilet ihr den gantzen Innhalt des Vasses auch welchen ihr die Ruthe gemacht mit 20 dividirt habt, so zeiget dieselbe gefundene Quarte Proportional Zahl wie viel sie der 20 theilichen abschneide, wie in der Vierten Regel, und dieser theil zeiget zugleichen, wie viel derjenigen 20theile in sich halte in welche dieses gegebene Vass gantzen Innhalt dividirt worden.
6. Mit diesen letzten gefundenen Zahl

dividirt den gantzen Innhalt des Vasses.
So bekombt ihr im quoto die zahl der
Ohm, die in dem Vassiemeß vorhan-
den seindt.

Zum Exempel

1. Es hätte das Geschirr, nach welchem
ihr die Rüthe gemeßt 120 Ohm gehalten,
dividiert man diesen Innhalt zum
Exempel mit 20 so komen auf jeden theil
6 Ohm.

2. Nachdeme ihr auf eine Seite der
Rüthe so viel kleine gleiche theilichen ge-
tragen habet, als angehet die andere
Seite aber annoch leer gelassen.

3. Leget das Vass recht horizontal
und füllet es mit wasser gantz voll,
und lasset 6 Ohm diß einer zwantzigsten
theil herauslaufen, und mercket
zugleich wiederzu. Steckt eine Rüthe
recht senkrecht in das Vass bis an den
boden, und mercket wie weith sie nass
wierdt deutlich an der leeren Seite
an, und trocknet die Rüthe wieder
wohl ab.

4. Lasset abermahl 6 Ohm laufen und
mercket abermahl wie weit sie eingenetzet
worden, und dieses alle 20 mahl, alßo
so habt ihr auf einer Seite der Rüthe
lauter kleine gleiche theilichen, auf der
andern aber die theile der 20.

theile des Innhalts. ist also die Aufsetz-
tig.
5. dies fürgegebene mit voller Vaß legt
gleichfalls recht Horizontal, und visiert
dessen Innhalt, durch die ordinari
visier Ruthe, und merkt die gantzen
Innhalt des Vaßes in Linten, welche
128 wären.
6. Stecket die Ruthe zu der Spundloch
bis an den boden recht perpendicular
ein, und merket wie viel von dem gleich
theilichen eingetauchet seind. z. Ex: 58. die
gantze Vaßdiefe aber wäre 160 gewesen
die Diefe des jenigen Vaß aber nach welchem
die Ruthe gemacht worden, hette 120 thei-
lichen gehabt.

nun setze 160 — 58 — 120.

$$\begin{array}{r} 120 \\ \hline 1160 \\ 58 \\ \hline 6960 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 48 \\ 6960 \\ 1660 \\ 1 \end{array} \Big| \; 43\tfrac{1}{2} \text{ gleiche}$$

6. gehet nach der Seite dergleichen theilichen
den $43\frac{1}{2}$ Puncten ab, und sehet in welche
zwantzig theilichen es auf der andern
seite eintreffe, welches gegenwärtig
4 sein würde.
7. weilen der gantze Innhalt des Vaßes
nach welchen die Ruthe gemacht gewesen,
in zwantzig theile getheilet worden,
und gegenwärtig $\frac{4}{20}$ heraus kommen,
welches so viel als $\frac{1}{5}$ ist. so dividier den
Innhalt 128 des gegebenen Vaß durch

5. so werden in Gryta die Zahl der in der Cass uneinbehaltener ~~Gewalter~~ finden heraus kommen, nemblich $25\frac{3}{5}$.

Fassung neüe verschiedener Artlicher oder Curiosen Aufgaben und Propositionen

Fig. 1781 No. 64 Zum 220 No. XIII. die Aufgabe zwischen zwey gegebenen linien AB und CD zwey mittlere continuo proportionirliche EL und GK zu finden.

Auflößung.

1. Machet auß denen zwey gegebenen linien AB und CD ein Rectangulum EH, ... und ziehet die Diagonalen EH und GF welche sich in dem mittel I durchschneiden.

2. Verlängeret die Linie EF ungefähr wie auch die Seite EG und beschreibet auß I etliche blinde Circul, welche die linien EL und EK durchschneiden.

3. leget ein lineal KL an den Punckt H und sehet welches auß denen ungefähr beschriebenen Circulen ob nicht denen verlängerten linien gar gleich durchschneide. Zum Exempel für dem andern, so seind EL und GK die gesuchte mittlere Proportional.

Beweiß.

Ziehet auß dem mittel I eine Perpen-

dicular fallen, so theilet solche die
Cordam OL in zwey gleiche Theile (s.
§. 95.) in M, wie dann auch die linie
EF in zwey gleiche theile getheilet
wird, und folgendo OE = FL. (s. §. 23. No.
VI.) lasset ihr auch L auf die Corda KP
gleichfalls die perpendicular IN fallen
so wird auch solche in N in zwey gleiche
theil getheilet (s. §. 95.) wie auch die
linie EG. so wird GK = EP. dieses voraus
gesetzet, so sind die triangel OEP, HEL.
und KGH einander ähnlich, dann
die triangel EKH, KGH und HEL.
sind einander ähnlich, und der
winckel O und winckel K stehen
auf einerley bogen PL. (s. §. 85.)
und der winckel E ist ein rechter
winckel, so ist demnach HE : FL :: EO :
EP. aber weil OE = FL, so ist auch
HE : FL :: FL : EP und die Propor-
tion continua. weil nun in denen
zwey triangeln EOP und GKH.
auch die seiten OE : EP :: GK : GH.
und wenn man anstatt EP die ihr
gleiche seite GK setzet, so kombt wieder
eine continuelle Proportion zwischen
ihnen heraus, nemblich OE : GK :: GK :
GH, welches eine neuliche wechsel,
und von HF zu FL wie FL zu GK
und GK zu GH giebet. Aus welchen
folget, dass die linien FL und GK

die mittlere Proportionalen zwischen
AB und EF seind. w. z. E.
Wie deütlich nun dießer Beweiß ist,
so ist doch die Auflösung nit voll-
kommen geometrisch, indeme sie
aber durch probiren heraus gebracht
werden muß. Und ob zwar die
Auflösungen durch krumme Linien
noch geometrische seind, so haben
sie dennoch ihre Difficultaeten etc.

267

268

~~[illegible]~~

Mademoiselle

Mademoiselle N. N. Meiner über mich wohl bestellten, und hoch zu Ehren werthen [illegible] Hofmeisterin; [illegible]
[illegible] den Vollkommenheiten.

Mademoiselle à

Mademoiselle N. N. ma Gouvernante bien etablie ~~sur moi~~ et fort honorée; au point des qualités des necessités. —

1053