Die Grössenlehre

für Realschulen populär bearbeitet

Des ... Theils, welcher die Raumlehre enthält, ... Cursus

Wucherer, Gustav Friedrich

Carlsruhe, 1812

Erster Abschnitt. Erste Begriffe. Leichteste Saetze und Aufgaben. Gewoehnliche Instrumente

Erster Abschnitt.

Erste Begriffe. Leichteste Sätze und Aufgaben. Gewöhnlichste Instrumente.

§. 1.

Alle diejenigen Dinge, die man Körper nennt, sind nach einer dreyfachen Richtung, nach Länge, Breite, Dicke, (Höhe oder Tiefe) ausgedehnt, d. h. sie füllen nach diesen dreyerley Richtungen einen gewissen Raum aus. Sieht man nun bey einem Körper nicht auf das, woraus er besteht, nicht auf seine Materie und seine hiervon abhängende Eigenschaften, sondern allein auf den Raum, den er ausfüllt, so denkt man sich diesen Körper als eine körperliche Raumgröße.

§. 2.

Das Aeußerste, die Gränzen derselben heißen, Flächen, Flächen-Raumgrößen. Sie haben nur eine zweyfache Ausdehnung, nur Länge und Breite und keine Dicke.

§. 3.

Die Gränzen einer Fläche heißen Linien, Längen-Raumgrößen. Ihnen kommt bloß Eine Ausdehnung, die Länge zu.

§. 4.

Die Gränzen einer Linie heißen Punkte. Sie haben gar keine Ausdehnung, und zeigen bloß an, wo eine Linie anfängt, aufhört, oder getheilt ist.

§. 5.

Bey allen den drey angeführten Arten der Raumgrößen, Körper, Flächen, Linien, stellt man sich den Raum als aus Theilen bestehend vor, so, daß eines jeden Theils Ende mit des andern Theils Anfang unmittelbar zusammenhängt. Man nennt daher die Raumgrößen, auch zusammenhängende oder stetige Größen.

§. 6.

Dergleichen Größen, wenn sie unbekannt sind, finden, lernen wir in der Raumlehre, dem gegenwärtigen zweyten Theil der Mathematik.

§. 7.

Eine Größe überhaupt, folglich auch eine Raumgröße wird gemessen, wenn man eine andere (gemeiniglich kleinere) aber gleichartige Größe für Eins annimmt, und auf irgend eine Art findet, wie oft sie in der erstern enthalten ist. Nun heißt in der griechischen Sprache Metreo, ich messe, und Ge, die Erde; daher man die Raumlehre, weil ihre Wahrheiten hauptsächlich auf körperliche Gegenstände unserer Erde angewendet werden, auch Geometrie, und eine körperliche Raumgröße auch einen geometrischen Körper zu nennen pflegt.

Die Geometrie wird gewöhnlich eingetheilt, in die Longimetrie, Planimetrie, und Stereometrie. Die Longimetrie (von dem lateinischen Wort: longus, lang) handelt von den Längen oder Linien allein; die Planimetrie (von dem lateinischen Wort: planus, flach) von den Flächen, und die Stereometrie (von dem griechischen Wort: stereos, dicht) von den Körpern. Die Longi- und Planimetrie werden, in einander verwoben, zum Theil im gegenwärtigen ersten, und der Rest davon nebst der Stereometrie im 2ten Curs unserer Ranmlehre abgehandelt.

§. 8.

Da ein Punkt, nach §. 4., gar keine Ausdehnung hat, so kann es auch mit keinem Sinne wahrgenommen, sondern bloß gedacht werden. Inzwischen ist es doch nöthig, sich solche Punkte durch gewisse Zeichen zu versinnlichen. Dieß geschieht auf dem Papier (auch auf Holz, Blech 2c.)

durch ein rundes Tüpfelchen, das man entweder mit dem Bleystift, oder mit der Feder, oder vermittelst einer Kopiernadel macht. Im letzten Fall zieht man gemeiniglich, damit das Punkt noch merkbarer werde, um desselbe einen kleinen Ring mit dem Bleystifte. Um sich aber auch bey geometrischen Zeichnungen bestimmt und kurz ausdrücken zu kknnen, so schreibt man auf dem Papier zu jedem Punkt einen beliebigen Buchstaben, gemeiniglich die größern des lateinischen Alphabets. Niemals aber dürfen bey einer und derselben Zeichnung 2 verschiedene Punkte mit einerley Buchstaben bezeichnet werden. Von der Güte der Bleystifte und Kopiernadeln, nach den verschiedenen Absichten, die man dabey haben kann, so wie auch vom Schnitt der Federn, um schöne Punkte damit machen zu können, mündlich.

Auf dem **Felde** steckt man als Zeichen der Punkte Stäbe ein, deren Länge und Dicke, nach der Verschiedenheit der Absicht, gleichfalls verschieden seyn kann. Um sie in großer Entfernung noch sehen zu können, werden sie zuweilen mit 2 stark von einander abstechenden Farben angestrichen, oder an ihrem obern Ende mit einem weißen, oder noch besser, rothen Fähnlein versehen. Das untere Ende wird mit einem zugespitzten Eisen beschlagen. Auch ist es gut, immer einige Stellstäbe oder wenigstens Einen Kreuzfuß mit sich zu führen, in welchen die Stäbe gesteckt werden können. Man bedient sich derselben bey sehr hartem Boden, auf Steinwegen ꝛc.

Bey Hinwegnahme der Stäbe werden, wenn man das Punkt nicht verlieren will, statt ihrer niedrige Pflöcke ein-geschlagen, oder, wenn das Zeichen von sehr langer Dauer seyn soll, Marksteine gesetzt.

§. 9.

Denkt man sich, daß ein Punkt durch allmählige Bewegung seinen Ort verändere, so wird der Weg, den es zurücklegt, weil es selbst gar keine Ausdehnung hat, bloß eine Länge ohne alle Breite und Dicke, folglich, nach §. 3., eine Linie seyn. Man sagt daher: Eine Linie entstehe durch die Bewegung eines Punktes.

Bleibt hierbey die allererste Richtung der Bewegung immer dieselbe, so entsteht eine gerade Linie. Aendert hingegen das sich bewegende Punkt in jedem auch noch so kleinen Zeittheilchen seine vorige Richtung, so heißt die dadurch entstehende Linie krumm. Eine aus geraden und krummen Linien zusammengesetzte wird eine vermischte, und eine aus 2 oder mehreren geraden, aber nicht in der nemlichen Richtung aneinander gefügten Linien bestehende, wie die Fig. 1., wenn man die mehreren geraden Linien AB, BC, CD, als Eine Linie AD betrachtet, eine gebrochene Linie genannt.

§. 10.

1) Eine gerade Linie zwischen 2 Punkten ist der kürzeste Weg von einem zum andern. Eine solche gerade Linie heißt daher auch die Entfernung oder Weite der beyden Punkte.

2) Zwischen zwey Punkten ist nur Eine gerade Linie möglich. Jede andere fiele mit ihr aufs vollkommenste zusammen, und könnte folglich auf keine Art von ihr unterschieden werden.

3) Jede gerade Linie kann man sich auf ihren beyden Seiten ohne Ende verlängert denken.

4) Durch das Anfangs- und Endpunkt einer geraden Linie ist sowohl die Lage als auch die Größe derselben bestimmt. Das Anfangspunkt und ein Punkt in der Linie, oder das Endpunkt und ein Punkt in der Linie, oder endlich auch 2 Punkte in der Linie bestimmen bloß die Lage derselben.

5) Raumgrößen, die sich als Größen, d. h., nach §. 5, in Hinsicht der Menge der Raumtheilchen, woraus sie bestehen, gar nicht unterscheiden lassen, sind gleich. Aehnlich hingegen werden sie genannt, wenn sie bloß als Größen, hingegen nicht in Hinsicht der Ordnung des Zusammenhanges ihrer Theile unterschieden werden können. Sind sie endlich sowohl gleich als ähnlich, so heißen sie übereinkommend. In diesem Fall können sie bloß durch ihren Ort von einander unterschieden werden.

Aus diesen Begriffen folgt, daß alle gerade Linien ähnlich, daß gleiche gerade Linien übereinkommend, und auch die Theile einer geraden Linie der ganzen Linie ähnlich sind; daß hingegen krumme Linien, auch wenn sie gleiche Länge haben, dennoch unähnlich seyn können, und die Theile einer krummen Linie der ganzen immer unähnlich seyn müssen. Das Zeichen der Aehnlichkeit zweyer Größen überhaupt, folglich auch zweyer Raumgrößen, ist ein liegendes lateinisches S (∽). Dieß Zeichen kommt von dem lateinischen Wort: similis, ähnlich, her. *) Zwischen übereinkommende Größen wird das Aehnlichkeits- und Gleichheitszeichen (≌) gesetzt.

§. 11.

Da Linien nur Länge und keine Breite und Dicke haben, so können auch sie eben so wenig, als Punkte, sinnlich wahrgenommen, sondern bloß gedacht werden. Aber auch sie müssen wir uns durch gewisse Zeichen zu versinnlichen suchen.

Dieß geschieht auf dem Papier (auch auf andern Körpern im Kleinen) dadurch, daß man das Zeichen eines Punktes, d. i. hier die Spitze eines Bleystifts, einer gewöhnlichen Feder, einer Reißfeder, einer Kopiernadel ꝛc. über die Fläche des Papiers oder des sonstigen Körpers hinführt. Hierdurch entsteht ein stärkerer oder schwächerer Strich, das Zeichen einer Linie.

Von den Theilen und dem Bau, von der Güte, Materie und Behandlungsart der Reißfedern, von den Farben zum Linienziehen ꝛc. mündlich. **)

---

*) Es wird hier vorausgesetzt, daß der §. 116. der Zahlenlehre schon durchgegangen ist, mithin die übrigen mathematischen Zeichen schon bekannt sind.

**) In der Folge werde ich, ohne mich jedesmal des Worts: mündlich, zu bedienen, diejenigen Gegenstände, die der

Soll die zu ziehende Linie **gerade** werden, so ist man eines Linials benöthigt. Wer viele geometrische Zeichnungen zu machen hat, braucht mehrere von verschiedener Größe. Zum gewöhnlichsten Gebrauch ist ein hartes Holz die zweckdienlichste Materie zu einem Linial, welches, um auch mit einer gewöhnlichen Feder Linien darnach ziehen zu können, jedoch nur auf einer Seite einen Falz haben kann. Vorzüge und Nachtheile der stählernen, messingenen ꝛc. Liniale, nach Verschiedenheit der Absicht, zu der man sie machen läßt. Verschiedene Prüfungen eines Linials, vorzüglich die vermittelst eines angespannnten Menschenhaares. Liniale im Nothfall von gefalztem Papier.

Wenn die Lage der zu ziehenden geraden Linie durch 2 Punkte gegeben ist, so muß das Linial in einiger, jedoch gleicher Entfernung von denselben angelegt werden. Die Dicke des Instruments, mit dem die Linie gezogen wird, bestimmt die Größe dieser Entfernung.

Beliebige Verlängerung einer schon gezogenen Linie. Verfahrensart, um mit 2 Linialen, von denen ein jedes zu kurz ist, zwey entfernte Punkte durch eine gerade Linie zu verbinden.

Bey geometrischen Zeichnungen auf dem Papier werden ferner die Linien, die man **Hauptlinien** nennt,

---

Schüler aus dem mündlichen Vortrag leicht auffaßt und behält, nur mit wenigen Worten anzeigen, einmal, damit der Lehrer sie an der gehörigen Stelle nicht übergehe, und dann, damit der Schüler sich des darüber Gesagten ebenfalls an der gehörigen Stelle leichter wieder erinnern könne.

mit der Reißfeder ganz ausgezogen, alle Hülfs- oder Nebenlinien aber blind gezeichnet, indem man sie entweder mit der Reißfeder strichelt, oder mit der Kopiernadel zieht, und sodann punktirt. Soll man sie nach vollendeter Zeichnung gar nicht mehr sehen, so bedient man sich eines weichen Bleystiftes, dessen Linien mit Brodkrummen oder Cautschuk leicht ausgerieben werden können.

Von den Punktierrädchen und ihrer geringen Brauchbarkeit. Schönheit einer gestrichelten oder punktirten Linie.

Auf andern Körpern, als Papier, z. B. auf langen Brettern oder Balken, wird eine gerade Linie, für die die gewöhnlichen, auch die längsten Liniale zu kurz sind, dadurch gezeichnet, daß man eine, mit Kreide, Rothstein rc. bestrichene Schnur über die beyden äußersten Punkte anspannt, und aufschnellen läßt. Handgriff hierbey.

Auf dem Felde werden gerade Linien, wenn sie kurz sind, bloß durch zwey Stäbe oder Pflöcke an ihrem Anfangs- und Endpunkt bezeichnet. Soll, wie z. B. in der Gärtnerey, auf dem Boden darnach gearbeitet werden, so zieht man von einem Stab oder Pflock zum andern eine Schnur, und sticht wohl auch nach derselben ein schmales Gräbchen aus. Ist hingegen die Linie beträchtlich lang, so muß man, um sie genau zu bezeichnen, zwischen das Anfangs- und Endpunkt noch mehrere Stäbe stecken. Wie dieß, so wie auch die Verlängerung einer auf dem Feld abgesteckten geraden Linie geschehe, kann hier noch nicht mit der gehörigen Gründlichkeit vorgetragen werden. Wir versparen daher dieses bis zum §. 27.

§. 12.

Eine Fläche (§. 2.) heißt eben, wenn eine gerade Linie nach allen möglichen Richtungen darauf gelegt, überall vollkommen auf ihr aufliegt; uneben, wenn dieß überhaupt nicht statt findet, und zwar hohl, wenn die gerade Linie an den Gränzen, und nicht in der Mitte der Fläche, und erhaben hingegen, wenn sie in der Mitte der Fläche, und nicht an den Gränzen aufliegt.

Eine ebene Fläche kann man sich auf allen ihren Seiten ohne Ende erweitert denken.

§. 13.

Eine begränzte, d. h. in Linien eingeschlossene Fläche, nennt man eine Flächenfigur. Sie ist geradlinicht, wenn die Fläche von lauter geraden, krummlinicht, wenn sie von Einer oder mehreren krummen, und vermischtlinicht, wenn sie von geraden und krummen Linien eingeschlossen wird.

§. 14.

Zwey gerade Linien auf einer ebenen Fläche haben entweder (Fig. 2.) eine solche Lage gegen einander, daß sie niemals zusammenstoßen, wenn man sie auch auf beyden Seiten noch so weit verlängert. Oder sie liegen (Fig. 3.)

nach einerley Richtung, so, daß sie verlängert, zwischen B und C zwar zusammentreffen, dann aber Eine gerade Linie AD mit einander ausmachen. Oder ihre Lage ist endlich (Fig. 4.) von der Art, daß sie sich durch Verlängerung auf der einen Seite immer mehr von einander entfernen, auf der andern hingegen immer näher zusammenkommen, bis sie sich endlich in einem Punkt E wirklich vereinigen, und wenn die Verlängeruug fortgesetzt wird, in eben diesem Punkt durchkreuzen. In diesem Fall heißen sie in der ersten Hinsicht aus einanderlaufende, (divergirende), in der zweyten Hinsicht aber zusammenlaufende, (convergirende) Linien.

§. 15.

Zwey Linien AC, BC, (Fig. 5.) die auf einer ebenen Fläche wirklich in einem Punkte C so zusammenstoßen, daß sie sich verlängert durchkreuzen würden, machen mit einander einen ebenen Winkel aus. Man versteht nemlich hierunter die Eröffnung oder Neigung der beyden zusammenstoßenden Linien. *)

Diese Linien heißen die Schenkel, der Punkt ihrer Vereinigung wird der Scheitel (Vertex) des Winkels

*) Diese gewöhnliche Definition eines Winkels wird dadurch am besten versinnlicht, daß man auf der Tafel eine Linie zieht, in ihrem einen Endpunkt eine Nadel einschlägt, und daran einen Faden befestigt. Dieser stellt, wenn er mit der Hand oder einem Stabe angespannt wird, eine zweyte, und zwar bewegliche Linie vor, wodurch sich ein jeder beliebiger Win-

genannt. Je größer nun die Eröffnung, oder je kleiner die Neigung der Schenkel ist, desto größer ist der Winkel, und umgekehrt. Auf die Länge der Schenkel kommt es hierbey gar nicht an.

Um bey einer geometrischen Zeichnung sich bestimmt auszudrücken, welchen Winkel man meyne, bedient man sich entweder dreyer, oder nur Eines Buchstabens. Im erstern Fall muß derjenige, der am Scheitel steht, beym Sprechen und Schreiben immer die mittlere Stelle erhalten, z. B. (Fig. 5.) der Winkel ACB oder BCA, und ja nicht CAB oder BAC ꝛc. Will man, der Kürze halber, nur Einen Buchstaben gebrauchen, so wählt man dazu gemeiniglich die kleinen des lateinischen Alphabets, und schreibt dieselben zwischen die Schenkel des Winkels, dem Scheitel so nahe, wie möglich, z. B. der Winkel x zuweilen kann man sich auch des außen am Scheitel stehenden großen Buchstabens allein bedienen, nur muß es alsdann heißen: der Winkel bey C. Diese Bezeichnungs-Art findet übrigens nur dann Statt, wenn nicht mehrere Winkel Einen gemeinschaftlichen Scheitel haben. Statt des Worts: Winkel, bedient man sich häufig folgenden Zeichens: $\angle$ ACB; $\angle$ x.

---

kel entweder als Eröffnung, oder als Neigung zweyer Linien vollkommen deutlich darstellen, und, wenn der Faden bald kürzer, bald länger genommen wird, auch der gewöhnliche Irrthum des Anfängers, als ob es bey der Größe eines Winkels mit auf die Länge der Schenkel ankomme, sich leicht beseitigen läßt.

§. 16.

Wenn sich auf einer ebenen Fläche eine gerade Linie AC (Fig. 6.) so um das eine ihrer Endpunkte C bewegt, daß ihr anderes Endpunkt A allmählig nach B, E, F, G, H und zuletzt wieder nach A gelangt; so beschreibt dieses Punkt A eine Cirkel- oder Kreislinie, welche überall von dem Punkt C gleich weit absteht. *) Der dadurch eingeschlossene Flächenraum heißt ein Cirkel oder Kreis; die einschließende Linie wird auch Umkreis, Umfang oder Peripherie, und jedes Stück des Umfangs ein Bogen genannt. Das Punkt C ist das Mittelpunkt oder Centrum. Jede gerade Linie CA, CB, ꝛc., die vom Mittelpunkt bis an den Umkreis geht, ist ein Halbmesser oder Radius des Cirkels, und jeder geraden Linie AF, die vom Umkreis durch das Mittelpunkt bis wieder an den Umkreis gezogen ist, oder 2, in einerley Richtung liegenden Halbmessern, kommt der Name Durchmesser oder Diameter zu. Hieraus folgt unmittelbar, daß alle Halb-, deßgleichen alle Durchmesser eines und desselben Cirkels, und Cirkel von gleichem Halb- oder Durchmesser einander gleich sind. Ein Durchmesser theilt ferner jederzeit die Kreisscheibe sowohl als ihren Umfang in 2 gleiche Theile. An der Wahrheit dieses letzten Satzes wird zwar nicht leicht jemand zweifeln; wir wollen ihn aber dennoch auf einen noch weniger bezweifelbaren zurückführen.

---

*) Auch hier findet die nemliche Versinnlichung, wie im vorigen §. statt, wenn man an das Ende des Fadens ein Stückchen Kreide befestigt.

Uebereinkommende, sowohl Längen= als Flächenraumgrößen (§. 10. Nro. 5.) müssen, wenn sie gehörig auf einander gelegt werden, sich vollkommen decken, d. h. es müssen die Gränzen derselben, und es muß auch alles, was zwischen den Gränzen einer jeden enthalten ist, auf einander zu liegen kommen. Decken sich daher 2 solche Raumgrößen, so sind sie auch übereinkommend.

Nun denke man sich die Fläche ACFEBA auf die Fläche ACFGHA gelegt, so wird die Linie AF auf die Linie AF, das Punkt C auf das Punkt C, aber auch der Bogen FEBA auf den Bogen FGHA fallen, weil alle Punkte dieser Bögen von dem Punkte C gleichweit entfernt sind. Daher sind die beyden Flächen übereinkommend, und eine jede ist die Hälfte des Cirkels.

§. 17.

Auf dem Papier ꝛc. werden Kreislinien vermittelst eines Zirkels gezogen.

Hand=, Haar=, Stock= oder Einsatzzirkel mit zugehöriger Reißfeder, Bleyrohr und Verlängerungsfuß, Federn= und Stangen=Zirkel. Theile, Materie, Absicht, Güte und Prüfung dieser Instrumente, Handgriffe bey ihrem Gebrauch.

Auf dem Felde wird in den Mittelpunkt ein Pflock geschlagen, und mit dem Ende einer daran gebundenen Schnur, welche = dem Halbmesser ist, die Peripherie durch mehrere Stäbe oder durch ein Gräbchen bestimmt. Eine andere Verfahrens = Art bey beträchtlich großen Halbmessern werden wir weiter unten, im §. 45., kennen lernen.

§. 18.

Jede Kreislinie, sie mag groß oder klein seyn, denkt man sich in 360 gleiche Theile getheilt, die man **Grade** nennt. Jeder Grad wird in 60 **Minuten**, die Minute in 60 **Sekunden**, die Sekunde in 60 **Tertien** rc. abgetheilt. Nur die Franzosen theilen wirklich den Kreis in 400 Grade, jeden Grad in 100 Minuten, die Minute in 100 Sekunden rc. Statt dieser Namen bedient man sich folgender Zeichen: $^{\circ}\ '\ ''\ '''$ z. B. 109°, $16'$, $40''$, $3'''$, wird ausgesprochen 109 Grade, 16 Minuten, 40 Sekunden und 3 Tertien.

Da Kreislinien desto größere oder kleinere Grade haben, je größer oder kleiner der Halbmesser ist; so sieht man leicht ein, daß durch die Anzahl der Grade, die auf einen Bogen gehen, die eigentliche **Länge** desselben nicht bestimmt wird. Dividirt man aber mit jener Anzahl von Graden in 360°; so zeigt der unbenannte Quotient an, der wie vielste Theil von der ganzen Peripherie der in Graden angegebene Bogen ist. Es seye z. B. ein Bogen $= 40^{\circ}$, so ist er, weil $360^{\circ} : 40^{\circ} = 9$, der neunte Theil der ganzen Peripherie. Ein Bogen von 10° ist, den Graden nach, 4mal kleiner als der vorige, uud kann dennoch, der Länge nach, größer seyn, als jener.

§. 19.

Denkt man sich nun (Fig. 7.) aus dem Scheitel eines Winkels x mit irgend einem beliebigen Halbmesser AE eine Kreislinie gezogen; so bestimmt der zwischen den Schenkeln enthaltene Bogen AB die Größe der Eröffnung oder Neigung beyder Linien, oder die Größe des ∠; denn je weniger oft dieser Bogen AB in der ganzen Peripherie enthalten ist, d. h. je mehr Grade er hat, desto größer ist auch die Eröffnung, und desto kleiner die Neigung, und umgekehrt. Man sagt daher: Ein solcher Bogen AB sey das Maaß des ∠ x; oder der ∠ x werde durch diesen Bogen gemessen. Dasselbe geschieht durch dtn Bogen DC, der zu dem Halbmesser DE gehört. Er ist zwar beträchtlich länger, als der Bogen AB, hat aber dennoch nicht mehrere, sondern nur größere Grade, als dieser. Beyde Bögen sind in den Peripherien, wovon sie Stücke sind, gleichvielmal enthalten, und geben also beyde durch ihre Grade die Größe des Winkels an.

§. 20.

Auf dem Papier rc. wird, dem vorigen §. zufolge, ein Winkel vermittelst eines in seine 180° genau getheilten Halbcirkels, welchen man Transporteur nennt, gemessen. Materie und Prüfung dieses Instruments. Verfahrensart beym Anlegen und Zählen. Verlängerung der Schenkel, wenn sie zu kurz sind, durch blinde Linien. Auftragung eines in Graden gegebenen Winkels auf eine gegebene Linie.

Auf

Auf dem Felde bedient man sich bey diesen Aufgaben ähnlicher Instrumente, die man unter dem allgemeinen Namen: Winkelinstrumente oder Winkelmesser, begreift, und die wir mit der Zeit genauer werden kennen lernen.

§. 21.

Ein Winkel DEF (Fig. 7.), der gerade den vierten Theil der ganzen Peripherie, den Bogen DF, oder 90° zu seinem Maaß hat, heißt ein rechter Winkel. Schiefe Winkel sind entweder, wie der $\angle$ x, kleiner als ein rechter, und heißen in diesem Fall spitzige, oder größer als ein rechter, wie der $\angle$ DEG, und heißen dann stumpfe Winkel. Alle rechte Winkel sind gleich, denn sie decken sich.

§. 22.

Wird (Fig. 8.) der eine Schenkel AD des Winkels x nach Belieben verlängert, so entsteht dadurch ein anderer $\angle$ y. Zwey solche Winkel, x und y, heißen benachbarte *) Winkel, und machen immer zusammen 180° aus, so, daß y die Ergänzung (das Complement) von x, und x die Ergänzung von y zu 180° ist.

---

*) Einige Schriftsteller nennen sie auch Nebenwinkel. Andere hingegen verstehen unter diesem Wort solche Winkel, welche den Scheitel und überhaupt einen Schenkel gemein haben, so, daß nach ihnen zwar alle benachbarte Winkel Nebenwinkel, aber nicht alle Nebenwinkel auch benachbarte Winkel sind.

Denn man denke sich nur aus dem Punkte D einen Kreis gezogen, so geht die gerade Linie AB durch den Mittelpunkt und halbirt (§. 16.) die Kreislinie. Es machen daher die 2 Bögen, wodurch x und y gemessen werden, zusammen $\frac{360°}{2} = 180°$ aus. Zieht man y von 180° ab, so erhält man x, und wird x abgezogen, so kommt y zum Vorschein. Folglich kann man statt eines Winkels, wenn es in gewissen Fällen vortheilhafter seyn sollte, seinen Nachbar messen. Dieser ist übrigens stumpf, wenn jener spitzig, und ein rechter Winkel, wenn es auch jener ist. Hieraus erhellt zugleich die Möglichkeit und das Verfahren, auch stumpfe Winkel mit einem eingetheilten Viertelscirkel oder Quadranten zu messen.

§. 23.

Werden (Fig. 9.) beyde Schenkel eines $\angle x$ durch den Scheitel verlängert; so entstehen noch 3 andere Winkel, z, y und m. Hier heißen x und y, deßgleichen z und m Scheitelwinkel. Es sind aber je zwey Scheitelwinkel einander gleich. Z. B. $x = y$, denn sowohl x als y sind (nach §. 22.) Ergänzungen von z zu 180°; also $180° - z = \begin{cases} x \\ y \end{cases}$; mithin auch $x = y$.

§. 24.

Jede gerade Linie HI (Fig. 7.) die in einem Zirkel vom Umfang bis wieder an den Umfang, und nicht durchs Mittelpunkt geht, heißt eine Sehne oder Chorde.

Auf dieselbe Art, deren wir uns schon im §. 16., bey dem Satz, daß der Durchmesser den Zirkel halbire, bedient haben, läßt sich auch folgender Satz erweisen: In einem und demselben, oder auch in 2 gleichen Cirkeln schneiden gleiche Chorden gleiche Bögen ab, und gleiche Bögen umspannen gleiche Chorden.

Soll daher (Fig. 10.) auf eine gegebene Linie DE z. B. in E ein Winkel abwärts getragen werden, der so groß sey, als ein anderer schon gezeichneter $\angle$ x; so geschieht dieß ohne Transporteur vermöge obigen Satzes, wenn man

1) mit einem beliebigen Halbmesser AF aus A den Bogen GF, aber auch mit demselben Halbmesser aus E den Bogen HK von unbestimmter Länge zieht;

2) die Chorde GF in den Zirkel nimmt, und von H nach I trägt,

3) und endlich durch E und I die Linie LE als den 2. Schenkel des verlangten $\angle$ zeichnet. Ganz dasselbe Verfahren kann auch auf dem Felde angewendet werden. Nur bedient man sich hier statt des Zirkels einer Schnur oder einer langen Stange.

Das bewegliche Winkelkreuz; Theile und Gebrauch desselben.

§. 25.

Wenn (Fig. 11.) eine gerade Linie CD auf einer andern AB oder AD so steht, daß die benachbarten Winkel x und y einander gleich, folglich (nach §. 22.) rechte Winkel sind; so sagt man: CD stehe auf AB oder AD senkrecht, lothrecht oder perpendikular. *) Diese Erklärung lautet mit andern Worten auch so: Eine Linie steht auf einer andern perpendikular, wenn sie sich auf keine Seite mehr neigt, als auf die andere, (d. h. ja, wenn $x = y$). Eine schiefe Linie EF ist eine gerade Linie, welche mit einer andern AD, DE oder AE zwey ungleiche benachbarte Winkel, m und n macht.

Wir werden zwar in der Folge lernen, wie auf dem Papier mit Zirkel und Linial, und auf dem Felde mittelst zweyer Schnüre oder Stangen, sowohl aus einem jeden Punkt einer gegebenen Linie eine Perpendikulare aufgerichtet, als auch von einem Punkt auf eine Linie eine solche gefällt werden kann. Gewöhnlich aber geschieht das Ziehen der Perpendikularen mit Hülfe eines besondern Instruments, auf dem Papier ꝛc. mit dem Winkelmaaß oder Winkelhacken, und auf dem Felde mit der Kreuzscheibe. Materie und Prüfung dieser Instrumente. Ihr Gebrauch mit den dazu erforderlichen Handgriffen. Verbindung des Linials mit dem Winkelmaaß in gewissen Fällen. Besondere Absicht des Win-

---

*) Woher diese Ausdrücke kommen, kann erst in der Folge, bey den Vertikallinien erklärt werden.

kelhackens. Verfertigung von Winkelmaaßen aus gefalz-
tem Papier.

§. 26. *)

Eine gerade Linie, die eine solche Lage hat, daß die Linie eines beschwerten Fadens auf ihr senkrecht steht, heißt eine wagerechte oder eine Horizontallinie; die Linie des beschwerten Fadens selbst heißt, im Gegensatz von jener, vertikal. Soll eine Fläche horizontal seyn, so muß eine Horizontallinie, und soll sie vertikal seyn, eine Vertikallinie nach allen möglichen Richtungen auf sie passen.

Senkel, Senkbley, Loth. Gebrauch der Worte: senk- oder lothrecht im strengern Verstande von Vertikallinien, und im weitern Sinne von Perpendikularlinien überhaupt. Bley- und Wasserwage. Die letztere ist entweder eine lange, oder eine Büchsenwasserwage. Eine Linie oder Fläche ins Bley legen.

§. 27.

Nunmehr lassen sich auch die 2 Aufgaben im §. 11., nemlich auf dem Felde 1) eine beträchtlich lange Linie durch

---

*) Die in diesem §. enthaltenen Definitionen sind zum gegenwärtigen Zweck hinreichend. Etwas Gründlicheres hierüber läßt sich erst im 6ten Theil sagen.

mehrere Stäbe abzustecken, und 2) eine abgesteckte Linie beliebig zu verlängern, mit der gehörigen Genauigkeit auflösen.

Es müssen überhaupt alle Stäbe, die eine Linie bezeichnen sollen, in einer und derselben Vertikalebene sich befinden, folglich mit Hilfe des Senkbleys vertikal eingesteckt werden. Soll nun (Fig. 12.)

1) Zwischen den Anfangsstab A und den Endstab B einer Linie AB noch ein 3ter Stab C gesteckt werden, so tritt einer der Arbeiter hinter den Stab A, so, daß eines seiner Augen sich in O, nemlich in derselben Vertikalfläche befindet, worinn die Seitenflächen ab und cd der Stäbe A und B liegen. Ein anderer Arbeiter bewegt den Stab C, nach den Winken des erstern, so lange hin und her, bis auch seine Seitenfläche eg in dieselbe Vertikalebene kommt, so, daß alle 3 Stäbe gleichsam eine hölzerne Wand auszumachen scheinen.

2) Wollte man die Linie AB über B hinaus verlängern, so verfährt man eben so; nur tritt der erste Arbeiter, der visirt, wenn die Linie AB sehr lang ist, nicht hinter den Stab A, sondern hinter den zweytletzten Stab der Linie.

Diese Art, zu visiren, ist folgender, die sehr beträchtliche Fehler veranlassen kann, weit vorzuziehen. Der erste Arbeiter tritt (Fig. 13.) hinter den Stab A, so, daß er von O aus, wegen dem Stab A, den Stab B nicht sehen kann, und läßt den Stab C so lange hin und herrücken, bis auch dieser durch A gedeckt wird. Da aber hier der ganze Raum ab DE dem Auge durch den Stab A entzogen wird, so kann der zweyte Arbeiter seinen Stab, statt in C, eben so gut in C′ oder C″ einstecken. Der Winkel EOD, mithin auch die Größe des Fehlers, der hierbey begangen werden kann, nimmt zu, je näher das Auge O dem Stabe A kommt; daher man sich bey dieser Art, zu visiren, wenigstens immer in einige Entfernung hinter A stellen muß.

Einen ähnlichen Winkel GOH (Fig. 14.) giebt es auch beym Gebrauch der Kreuzscheibe (§. 25.), jedoch mit dem großen Unterschied, daß er hier übersehen, und also leicht, nach dem Augenmaaß, beurtheilt werden kann, ob der Stab A zwischen G und H in der Mitte stehe, oder nicht.

§. 28.

Wenn zwey Punkte A und B (Fig. 15.) nicht in einer und derselben Horizontalfläche liegen, so ist (nach §. 10.) die Linie AB ihre Entfernung oder Weite. Denkt man sich nun durch den niedrigern Punkt A eine Horizontalfläche gelegt, und vom höhern Punkt B auf dieselbe die Vertikallinie BB′ gefällt, so heißt der Punkt B′ der auf den Horizont von A reducirte Punkt B und die Linie AB′ die Weite zwischen A und B im engern Sinn, oder der Horizontalabstand dieser beyden Punkte *)

*) Hier sowohl, als noch mehr bey den 2 folgenden §§. wird es gut seyn, wenn der Lehrer durch Modelle die Sache so

§. 29.

Unter der Höhe eines Bergs, eines Thurms ꝛc. versteht man eine Vertikallinie, die vom obersten Punkte desselben auf die durch den untersten Punkt gehende Horizontalebene gefällt wird. Steht der Thurm oder ein Baum ꝛc. selbst vertikal, so ist seine Länge der Höhe gleich; ist hingegen seine Richtung auf der Horizontalfläche schief, so ist augenscheinlich die Höhe kleiner als die Länge. *)

§. 30.

Bey den auf dem Felde vorkommenden Winkeln sind verschiedene Fälle möglich.

1) Liegen die Endpunkte beyder Schenkel in der Horizontalebene des Scheitels, so heißt der Winkel ein Horizontalwinkel.

2) Ist dieß nicht der Fall, so kann

a) entweder, wie in Fig. 16., bloß das Endpunkt A des einen Schenkels,

---

viel, wie möglich versinnlicht. Einige Nadeln, die senkrecht auf ein ebenes Brett gesteckt, und gehörig mit Fäden verbunden werden, dürften das einfachste Mittel hierzu seyn.

*) Streng kann dieses erst im folgenden Abschnitt bewiesen werden.

b) oder es können, wie in Fig. 17., die Endpunkte A und B beyder Schenkel außerhalb (über oder unter) der Horizontalfläche des Scheitels C liegen.

Man will hier gemeiniglich nicht den in der schiefen Ebene liegenden Winkel ACB, sondern den auf den Horizont des Scheitels reduzirten Winkel, in Fig. 16. den ∠ A′CB, und in Fig. 17. den ∠ A′CB′ wissen.

3) Liegen endlich die Endpunkte der beyden Schenkel übereinander, in einer durch den Scheitel gehenden Vertikalebene; so kann

a) das Endpunkt des untern Schenkels, wie in Fig. 18. das Punkt A, zugleich in der Horizontalfläche des Scheitels G liegen,

b) oder die Endpunkte beyder Schenkel befinden sich, wie in Fig. 19. die Punkte M und N, außerhalb der Horizontalfläche, die durch den Scheitel O gelegt ist.

Hier wird in beyden Fällen der Winkel ein **Höhenwinkel** genannt. *)

---

*) Die hier gewählte Eintheilung der verschiedenen Fälle kann, wie ich wohl weiß, auf logische Richtigkeit keinen Anspruch machen; auch sind bey weitem nicht alle mögliche Fälle aufgezählt. Allein die logische Präcision dürfte bey Schülern, wie ich sie voraussetze, eben so wenig, als die Vollständigkeit im gegenwärtigen Fall zweckdienlich seyn.

§. 31.

Eine Linie wird, nach §. 7., gemessen, wenn man eine gewisse Länge für Eins annimmt, und findet, wie oft sie in jener enthalten ist. Eine solche für Eins angenommene (und in mehrere gleiche Theile eingetheilte) Länge heißt ein Längenmaaß oder Längenmaaßstab. Es seye z. B. (Fig. 20.) die in 12 gleiche Theile eingetheilte Linie CD der Maaßstab, womit die Linie AB gemessen werden soll; so kann CD von A nach c, von c nach d, von d nach e, von e nach f gelegt werden, so, daß $Af = 5 \times CD$. Nun ist noch das Stückchen fB übrig. Um auch dieses zu bestimmen, wird CD noch einmal von f nach g gelegt, und bemerkt, mit welchem Theilpunkt das Endpunkt B zusammenfällt. Da dieses hier beym 3ten Theilpunkt der Fall ist, so ist $fB = 3$ Zwölftel von CD; folglich $AB = 5 \times CD + \frac{3}{12}$ von CD.

§. 32.

Bey den kleinern Dingen, die zunächst um uns her sind, bedient man sich als Längenmaaß einer Linie, welche der Länge der menschlichen Fußsohle, oder des Schuhes, womit der Fuß bekleidet ist, nahe kommt. Dieses Längenmaaß wird daher auch Fuß oder Schuh, und weil man sich desselben hauptsächlich in den Werkstätten der Handwerksleute und Künstler bedient, der Werkschuh genannt. Er ist ein Urmaaß, was der Feldschuh, von dem in der Folge die Rede seyn wird, nicht ist, *) und wird

---

*) Hrn. Hofrath Wilds Werk: Ueber allgemeines Maaß und Gewicht. Freyburg, 1809 — ist, was ich hier ein für alle-

in mehrere, gemeiniglich 12 gleiche Theile getheilt, welche mit der Breite eines Daumens übereinstimmen, und Zolle heißen.

Ein etwas größeres Längenmaaß als der Schuh, ist die Elle, welche der Länge eines Menschenarms entspricht, und zur Ausmessung solcher Dinge gebraucht wird, die sich, wie z. B. die Tücher und Bänder ꝛc. mehr in die Länge ziehen, und zum Gebrauch in kürzere Stücke zerschnitten werden. Ihre Eintheilung ist aus dem 1ten Curs der Zahlenlehre bekannt.

Das nächst größere Längenmaaß heißt Klafter (zuweilen auch Lachter) und ist eine Länge, deren Endpunkte ein Mensch, wenn er seine Arme in eine gerade Linie ausstreckt, erreichen kann.

Aber auch dieses Maaß ist für größere Linien, wie sie auf dem Felde vorkommen, noch zu klein. Man mißt daher hier mit dem doppelten oder dreyfachen Klafter, und nennt dieß Längenmaaß eine Ruthe.

Endlich wird die Länge eines Wegs von einem Orte zum andern durch Wegstunden gemessen, indem man die Zeit bestimmt, die ein Wanderer bey gewöhnlichen

---

mal bemerke, von mir häufig benutzt worden. Der Lehrer wird daher wohl thun, wenn er sich mit diesem Buch näher bekannt macht, um so mehr, weil ich, in dieser Voraussetzung Manches mit Stillschweigen übergehen werde, was sonst eine Stelle würde gefunden haben.

Schritten und mittlerer Geschwindigkeit zur Zurücklegung eines Wegs nöthig hat. Es können aber in Einer Zeitstunde ungefähr 6000 solcher Schritte gemacht werden. *)

Das Klafter sowohl als die Ruthe werden so eingetheilt, daß Ein Theil mit der Länge eines Schuhes so ziemlich übereinkommt.

Man nennt daher diese Theile ebenfalls Schuhe, und zwar, hauptsächlich bey der Ruthe, zum Unterschied vom Werkschuh, Feldschuhe. Auch sie werden in Zolle, der Zoll in Viertel und Achtel, genauer aber in Linien, die Linie in Punkte oder Scrupel, der Scrupel in Sekundscrupel ꝛc. getheilt. Die Eintheilung des Schuhes ist beynahe an allen Orten dieselbe; es ist nemlich

1 Schuh = 12 Zoll; 1 Zoll = 12 Linien;
1 Linie = 12 Punkten.

Nur beym alt-französischen oder Pariser Fuß gehen auf die Linie 10 Scrupel.

Die Ruthe hingegen wird an einem Orte in mehr, an einem andern in weniger Fuße getheilt.

So hat die alt-französische Toise, wie das deutsche Klafter, 6, die Badische Unterländer Ruthe 16, die Oberländer nur 12 Schuhe.

---

*) Die vorgeschlagene mittlere rhein. Wegstunde enthält 14814/8 mittlere rheinische Schuh. Es gehen 25 auf 1 Erdgrad, und das Verhältniß zum Myriameter ist 1 : 2 $\frac{1}{4}$.

Da nun diese Eintheilungen der Ruthe sowohl als jene des Schuhs in den Rechnungen viele Beschwerlichkeit verursachen; so theilt der Geometer eine jede Ruthe, mit der er zu messen hat, in 10 gleiche Theile, die er Decimalfuße nennt. Dieser Fuß hat 10 Decimalzoll, der Zoll 10 Decimallinien ꝛc.

Ein auf diese Art von 10 zu 10 eingetheiltes Längenmaaß heißt deßwegen auch Decimal-Längenmaaß, im Gegensatz von jener obigen Eintheilung, welcher der Name: Gemeines Maaß zukommt. Die Decimaleintheilung ist in manchen Gegenden schon lange allgemein eingeführt, z. B. am Bodensee.

Ganz decimal ist auch das neu-französische und größtentheils decimal das von Hrn. Hofrath Wild für die rheinischen Lande vorgeschlagene mittlere Längenmaaß, wie aus folgender Darstellung zu ersehen:

Neufranzösisches Längenmaaß.		Meter.	Wild'sches Längenmaaß.		Fuß.
1 Myriameter	=	10000	1 Centfuß	=	100
1 Kilometer	=	1000	1 Ruthe	=	10
1 Hektometer	=	100	1 Klafter	=	6
1 Dekameter	=	10	1 Elle	=	2
1 Meter	=	1	1 Fuß od. Schuh	=	1
1 Decimeter	=	$\frac{1}{10}$	1 Zoll	=	$\frac{1}{10}$
1 Centimeter	=	$\frac{1}{100}$	1 Linie	=	$\frac{1}{100}$
1 Millimeter	=	$\frac{1}{1000}$	1 Punkt	=	$\frac{1}{1000}$

§. 33.

Die Zeichen: ° ′ ″ ‴ $^{\text{IV}}$, die schon oben, im §. 18., für Grade, Minuten rc. gebraucht wurden, dienen auch, um Ruthen, Fuße rc., kurz anzudeuten. Sie heißen Signaturen, und, sie zu einer Zahl schreiben, heißt, die Zahl signiren. Ists Decimalmaaß, und fehlen nicht zwischen hinein eine oder mehrere Sorten desselben; so schreibt man die Zahlen der verschiedenen Sorten mit ihren Signaturen unmittelbar neben einander. Beym gemeinen Maaß hingegen werden, wie auch beym Decimalmaaß da, wo Sorten fehlen, Punkte dazwischen gesetzt. Z. B.

15 Ruthen, 3 Fuß, 9 Zoll, 7 Linien Decimal-Längenmaaß.

$15^{\circ}\ 3'\ 9''\ 7'''$ L.

1300 Ruthen, 13 Fuß, 11 Zoll, 6 Linien 10 Punkte gemeines Längenmaaß.

$1300^{\circ}.\ 13'.\ 11''.\ 6'''.\ 10^{\text{IV}}$ L.

5 Ruthen, 7 Fuß, 7 Linien, 1 Punkt Decimal-Längenmaaß.

$5^{\circ}\ 7'.\ 7'''\ 1^{\text{IV}}$ L.

§. 34.

Wie viel irgend eine Zahl einer höhern Sorte in einer beliebigen niedrigern betrage, wird durch Multiplikation, nach §. 47. des 1ten Curs der Zahlenlehre, gefunden.

Beyspiele.

1) Beym gemeinen Maaß.

Wie viel geben 6 sechszehnfüßige Ruthen Linien?

Antwort: $13824'''$.

$$\begin{array}{r} 6^{\circ} \\ 16 \text{ mal} \\ \hline 96' \\ 12 \text{ mal} \\ \hline 192 \\ 96 \\ \hline 1152'' \\ 12 \text{ mal} \\ \hline 2304 \\ 1152 \\ \hline 13824''' \end{array}$$

2) Beym Decimalmaaß.

Wie viel geben 25 Decimalruthen Punkte?

Antwort: 250000^{IV}.

$$\begin{array}{r} 25^{\circ} \\ 10 \text{ mal} \\ \hline 250' \\ 10 \text{ mal} \\ \hline 2500'' \\ 10 \text{ mal} \\ \hline 25000''' \\ 10 \text{ mal} \\ \hline 250000^{IV} \end{array}$$

Daher die leichte Regel beym Decimalmaaß:

Hänge für jede Signatur eine Nulle an. Hierauf gründet sich folgende Vergleichungs-Tabelle zwischen dem Decimal- und gemeinen Maaß.

Decimal-maaß.	Gemeines Maaß. 16füßiges	12füßiges	6füßiges
1°	1°	1°	1°
10′	16′	12′	6′
100″	192″	144″	72″
1000‴	2304‴	1728‴	864‴
10000ᴵⱽ	27648ᴵⱽ	20736ᴵⱽ	8640ᴵⱽ

Das heißt, die 16füßige Ruthe z. B. hat nach der gewöhnlichen Eintheilung 2304, nach der Decimaleintheilung hingegen nur 1000 Linien. *)

§. 35.

*) Man mache den Schüler besonders darauf aufmerksam, daß hier die Decimalruthe sich von der 16füßigen oder 12füßigen Ruthe nicht durch eine eigene, bestimmte Länge, sondern nur durch die Eintheilung unterscheide, daß es aber auch Decimalmaaß von einer bestimmten Länge gebe, wie z. B. das obige Neufranzösische und Wildsche Längenmaaß.

§. 35.

Umgekehrt findet man durch Division, nach §. 75. des 1ten Curs der Zahlenlehre, wie viel irgend eine Zahl einer niedrigern Sorte in höhern Sorten ausmache.

Beyspiele.

1) Beym gemeinen Maaß.

Wie viel geben 178954 Linien der 12füßigen Ruthe in höhern Sorten?

Antwort: 103°. 6′. 8″. 10‴.

178954‴	12		
12	14912″	12	
58	12	1242′	12
48	29	12	103°
109	24	42	
108	51	36	
15	48	6′	
12	32		
34	24		
24	8″		
10‴			

2) Beym Decimalmaaß.

Wie viel geben 10572391 Punkte der Decimalruthe in höhern Sorten?

Antwort: $1057^{\circ}\ 2'\ 3''\ 9'''\ 1^{IV}$.

$1057239|1^{IV}$ | $1|0$ — 1^{IV} | $105723|9'''$ | $1|0$ — $9'''$ | $10572|3''$ | $1|0$ — $3''$ | $1057|2'$ | $1|0$ — $2'$ | 1057°

Daher abermals die leichte Regel beym Decimal-Maaß:

Signire von der Rechten zur Linken.

§. 36.

Sollen endlich mehrere Sorten auf Eine, und zwar auf die niedrigste der gegebenen gebracht werden, so geschieht dieß auf die in §. 48. der 3. Lehre vorgetragene Art.

Beyspiele.

1) Beym gemeinen Maaß.

Wie viel geben $6^{\circ}.\ 5'.\ 3'''.\ 11^{IV}$ der 16füßigen Ruthe Scrupel?

Antwort: 174575^{IV}.

$$
\begin{array}{r}
6^{\circ} \\
16 \text{ mal } (+\ 5') \\
\hline
101' \\
12 \text{ mal} \\
\hline
202 \\
101 \\
\hline
1212'' \\
12 \text{ mal } (+\ 3''') \\
\hline
2427 \\
1212 \\
\hline
14547''' \\
12 \text{ mal } (+\ 11^{IV}) \\
\hline
29105 \\
14547 \\
\hline
174575^{IV}
\end{array}
$$

2) Beym Decimalmaaß.

Wie viel geben $13^{\circ}.\ 5''\ 6^{IV}$ der Decimalruthe Punkte?

Antwort: 130506^{IV}

$$
\begin{array}{r}
13^{\circ} \\
10 \text{ mal} \\
\hline
130' \\
10 \text{ mal } (+\ 5'') \\
\hline
1305'' \\
10 \text{ mal} \\
\hline
13050''' \\
10 \text{ mal } (+\ 6^{IV}) \\
\hline
130506^{IV}
\end{array}
$$

Daher auch die leichte Regel beym Decimalmaaß:

Fülle die fehlenden Stellen mit Nullen aus.

§. 37.

Beym gemeinen Längenmaaß geschieht die Addition nach §. 89, 90 und 91 und die Subtraktion nach §. 98. der Zahlenlehre. Das Decimalmaaß hingegen gestattet den großen Vortheil, daß, wenn, nach dem vorhergehenden §., bey der Addition die Posten, und bey der Subtraktion die Minuende und Subtrahende auf einerley niedrigste Sorten gebracht worden sind, man ganz wie bey Einsortigen Zahlen verfahren kann.

Beyspiele.

1) Beym gemeinen Maaß.

a) Wie viel geben $9^\circ.\ 11'.\ 6''' + 102^\circ.\ 7'' + 5'.\ 10'''$ (12füßiges Maaß)?

Antwort: $112^\circ.\ 4'.\ 8''.\ 4'''$.

	12	12	12
9°.	$11'$.	$0''$.	$6'''$
102.	0.	7.	0
	5.	0.	10
112°.	$4'$.	$8''$.	$4'''$

b) Wie viel geben $12^\circ.\ 7''' - 3^\circ.\ 12'.\ 11''.\ 8'''$ (16füßiges Maaß)?

Antwort : $8^\circ.\ 3'.\ 0''.\ 11'''$.

$$\begin{array}{cccc}
 & \overset{16}{\frown} & \overset{12}{\frown} & \overset{12}{\frown} \\
12^\circ. & 0'. & 0''. & 7''' \\
3\ . & 12\ . & 11\ . & 8 \\
\hline
8^\circ. & 3'. & 0''. & 11'''
\end{array}$$

2) Beym Decimalmaaß.

a) Wie viel geben $6^\circ\ 3'.\ 9''' + 125^\circ.\ 2''\ 7''' + 9'\ 9'' + 8^\circ\ 7'$?

Antwort : $141^\circ\ 0'\ 2''\ 6'''$.

$$\begin{array}{rccc}
6^\circ & 3' & 0'' & 9''' \\
125 & 0 & 2 & 7 \\
 & 9 & 9 & 0 \\
8 & 7 & 0 & 0 \\
\hline
141^\circ & 0' & 2'' & 6'''
\end{array}$$

b) Wie viel geben $3^\circ.\ 9^{IV} - 1^\circ\ 8'\ 6''\ 2'''$?

Antwort : $1^\circ\ 1'\ 3''\ 8'''\ 9^{IV}$

$$\begin{array}{ccccc}
3^\circ & 0' & 0'' & 0''' & 9^{IV} \\
1\ . & 8 & 6 & 2 & 0 \\
\hline
1^\circ & 1' & 3'' & 8''' & 9^{IV}
\end{array}$$

§. 38.

Das gemeine Längenmaaß wird mit einer unbenannten Zahl, nach §. 93, 94 und 95 der Z. Lehre, multiplicirt, das Decimalmaaß aber mit gleichem Vortheil, wie im vorigen §. behandelt.

Beyspiele.

1) Beym gemeinen Maaß.

Wie viel geben 6°. 5″. 3‴. (16füßiges Maaß) × 7?

Antwort: 42°. 3′. 0″. 9‴.

$$\begin{array}{llll} & \overbrace{}^{16} & \overbrace{}^{12} & \overbrace{}^{12} \\ 6^\circ. & 0'. & 5''. & 3''' \\ & & & 7 \\ \hline 42^\circ. & 3'. & 0''. & 9''' \end{array}$$

2) Beym Decimalmaaß.

Wie viel geben 16°. 2″. 3^{IV} × mit 5?

Antwort: 80° 1′ 0″ 1‴ 5^{IV}.

$$\begin{array}{lllll} 16^\circ & 0' & 2'' & 0''' & 3^{I} \\ & & & & 5 \\ \hline 80^\circ & 1' & 0'' & 1''' & 5^{IV} \end{array}$$

§. 39.

Wird endlich Längenmaaß durch eine unbenannte Zahl dividirt, so erhält man im Quotienten ebenfalls Längenmaaß, hingegen eine unbenannte Zahl, wenn auch der Divisor Längenmaaß ist. Das Verfahren beym gemeinen

Maaß haben wir in §. 104 ꝛc. der 3. Lehre erlernt; das Decimalmaaß gewährt auch hier große Bequemlichkeit.

Beyspiele.

1) Beym gemeinen Maaß.

a) Wie viel geben 16°. 7'. 11'' (16füßiges Maaß) in 12 gleiche Theile getheilt?

Antwort: 1°. 5'. 11''. 11'''.

```
      16    12
      ⌣     ⌣
 16°. 7'.  11'' | 12
 12             |-------------------
 ---            | 1°. 5'. 11''. 11'''
  4°            |
 16 mal (+ 7')  |
 ---
 71'
 60
 ---
 11'
 12 mal (+ 11'')
 ---
 33
11
---
143''
 ---
 23
 12
 ---
 11''
 12 mal
 ---
 22
11
---
132
 ---
 12
 12
 ---
```

a

b) Wie viel geben 18°. 7'' dividirt durch 4°. 2' (12füßiges Maaß)?

Antwort: $4 \frac{199}{600}$.

1.	2.
18°	4°
12 mal	12 mal (+ 2')
36	50'
18	12 mal
216'	100
12 mal (+ 7'')	50
439	600''
216	
2599''	

3.

$$25|99'' : 6|00'' = 4 \frac{199}{600}$$

24

199

600

2) Beym Decimalmaaß.

a) Wie viel geben 12°. 8''' in 20 gleiche Theile getheilt?

Antwort: 6' 0'' 0''' 4^{IV}.

$$12^{\circ}\ 0'\ 0''\ 8'''\,|\,0^{IV}\,|\,2|0$$
$$12 \qquad\qquad\qquad 6'\ 0''\ 0'''\ 4^{IV}$$
$$0\ 0\ 8$$
$$8$$
$$0$$

b) Wie viel geben $8^{\circ}.\ 4''\ 3'''$ dividirt durch $2^{\circ}\ 5'$?

Antwort: $3\ \frac{543}{2500}$.

$$80|43'''|25|00'''$$
$$75 \qquad\qquad 3\ \frac{543}{2500}$$
$$\frac{543}{2500}$$

§. 40.

Um zehntheiliges Maaß in gemeines und umgekehrt gemeines in zehntheiliges zu verwandeln, verfahre man, mit Hilfe der Tabelle im §. 34., nach Z. L. §. 110, Beyspiel 2.

Beyspiele.

1) Zehntheiliges in Gemeines.

Wie viel geben $18^{\circ}\ 3'.\ 6'''$ Decimalmaaß im gemeinen?

Antwort: $18^{\circ}.\ 4'.\ 10''.\ 9'''\ \frac{24}{1000}$.

I.

18° 3′ 0″ 6‴
2304
73224
549180
36612

2 und 3) 42177|024‴ | 1|000

42177‴ | 12
61
17
57
9‴

3514″ | 12
111
34
10″

292′ | 16
132
4′

18°

2) Gemeines in Zehntheiliges.

Wie viel geben 13°. 6″ gemeines 12füßiges Maaß im Decimalmaaß?

Antwort: 13° 0′ 4″ $\frac{1}{6}$

I.

13°
12
26
13
156′
12
318
156
1878″
100

2 und 3) 187800 | 144
438 | 13° 0′ 4″ $\frac{1}{6}$
600
24

$\frac{24}{144} = \frac{1}{6}$ *)

*) Da die Ruthen in beyderley Maaß gleich sind, so kann man sie gleich Anfangs abschneiden, und ganz außer Rechnung lassen.

§. 41.

Außer der Verschiedenheit der gemeinen Ruthen in Hinsicht ihrer Eintheilung, oder der Anzahl von Schuhen, die auf sie gerechnet werden, giebt es noch eine andere, die von der verschiedenen Länge der Schuhe herrührt. Wegen dieser Ungleichheit der Schuhe kann gar wohl eine zwölffüßige Ruthe größer oder kleiner seyn, als eine andere gleichfalls zwölffüßige, und eine 16füßige muß nicht gerade um $\frac{1}{3}$ größer seyn als eine 12füßige.

Es ist daher nöthig, daß wir uns jetzt mit den für uns wichtigsten Schuhen, in Hinsicht ihrer Länge, bekannt machen, um sodann auch die Verwandlungen der Längenmaaße in einander, rücksichtlich dieser Verschiedenheit, vornehmen zu können. *)

Theilt man die Länge eines alten Pariser Schuhes in 10000 gleiche Theile (in Secundscrupel), so gehen auf den Meter **) — — — 30784 dergleichen Theile
den mittlern rheinischen
(Wild'schen) Schuh — — 9235 (3 Decimeter)

---

*) Die folgenden Angaben sind größtentheils aus dem oben §. 32., angeführten Werke: Ueber allgemeines Maaß und Gewicht rc. genommen, jedoch mit Vermeidung der Decimalbruchform, weil dieselbe noch nicht als bekannt vorausgesetzt werden durfte.

**) Der Meter ist der 40000000ste Theil des ganzen Pariser Erdmeridians.

den bisherigen Karlsruher, oder Unterländer Landmeßschuh	8573
den Unterländer Werkschuh	8962
den Hochberger Landmeßschuh	8466
den Badenweilerer, Rötteler und Sausenburger Feldschuh —	9408
den Freyburger (Wiener) Feld- und Werkschuh — — —	9734
den Rheinländischen Feld- und Werkschuh in der Pfalz —	9662
den Würtemberger Feld- und Werkschuh, nach den neuesten Bestimmungen — — —	8819
den Basler Feldschuh — —	9185
den Konstanzer Werkschuh, und Nürnberger Stadtschuh —	9347

§. 42.

Sollen nun mehrere Schuhe, oder Ruthen, oder Ruthen und Schuhe des einen Orts in das Maaß eines andern verwandelt werden, so drückt man in den beyden letztern Fällen auch die Ruthe in Schuhen aus, verfährt sodann nach §. 110, B. 1 des 1ten Curs der Zahlenlehre, und verwandelt, wenn die herausgekommene Anzahl von Fußen mehr als Eine Ruthe beträgt, dieselbe durch Division mit der Eintheilungszahl in Ruthen.

Beyspiele.

1) Wie viel geben 7 Unterländer Landmeßschuh im mittlern rheinischen Längenmaaß?

Antwort: 6 $\frac{461}{923}$ rheinische Fuße.

$$
\begin{array}{l}
1)\quad 857 \ ^{*)} \\
\qquad\ \ \underline{\quad 7} \\
2)\quad 5999 \,|\, 923 \\
\qquad\ \ \underline{5538} \,|\, 6\ \tfrac{461}{923} \text{ rh. F.} \\
\qquad\ \ \ \ \underline{461} \\
\qquad\ \ \ \ 923
\end{array}
$$

2) Wie viel geben 30 Unterländer Ruthen Meters?

Antwort: 133 $\frac{1986}{3078}$ Meters.

1.

$$
\begin{array}{r}
16 \\
\underline{30} \\
480
\end{array}
$$
480 Unterländer Schuh.

2.

$$
\begin{array}{r}
857 \\
\underline{480} \\
68560 \\
\underline{3428} \\
411360 \\
\underline{3078} \\
10356 \\
\underline{9234} \\
11220 \\
\underline{9234} \\
1986 \\
\hline
3078
\end{array}
\quad \begin{array}{l} 3078 \\ \hline 133\ \tfrac{1986}{3078} \text{ Meters.} \end{array}
$$

*) In diesen Beyspielen sind die Sekundscrupel der obigen Zahlen weggelassen; betrügen sie aber, wie im 5ten Beyspiel, mehr als 5, so würde die Zahl der Scrupel dafür um 1 vermehrt.

3) Wie viel geben 6 Ruthen und 10 Schuh, Hochberger Maas, im mittlern rheinischen Längenmaaß?

Antwort: 75 $\frac{229}{923}$ rh. Schuh, oder 7 Ruthen, 5$\frac{229}{922}$ Schuh.

1.

12

6 (+ 10′)

82′ Hochb. Landmeßschuh

2.

847

82

1694

6776

69454 | 923

6461 | 75 $\frac{229}{923}$ rh. Schuh.

4844

4615

229

923

§. 43.

Hat man aber Zahlen wie folgende:

31 Unterl. Feldruthen	— —	=	46 mittl. rhein.
9 Badenw. — — —	nahe	=	11 — —
100 Unterl. Werkschuh nahe	—	=	97 — —
1 mittl. rh. Ruthe	— —	=	3 Meter

so geschieht die Verwandlung nach Z. L. §. 110. Beyspiel 2.

Beyspiel.

Wie viel geben 6 Badenw. Feldruthen im mittlern rhein. Längenmaaß?

Antwort: $7\frac{1}{3}$ mittl. rh. Ruthen.

1) 11
   6
$\overline{}$
2) 66 | 9
   63 | $7\frac{1}{3}$ mittl. rh. Ruthen.
$\overline{}$

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

§. 44.

Wir kehren nnnmehr, nachdem wir uns mit den beym Längenmaaß vorkommenden Rechnungen bekannt gemacht haben, zum Messen gerader Linien zurück. Im §. 31. wurde hiervon eine allgemeine Erklärung gegeben, nach welcher eine jede Linie gemessen werden kann, sobald man den dazu nöthigen Maaßstab und seinen Gebrauch kennt. Der Maaßstäbe aber giebt es mehrere.

Wir theilen sie ein in

1) Feldmaaßstäbe, d. i. solche, welche im Großen, gemeiniglich auf dem Felde gebraucht werden. Hierher gehören
   a) Meßstangen;
   b) Meßketten;
   c) Meßschnüre.

2) Verjüngte Maaßstäbe, oder solche, deren man sich im Kleinen, gemeiniglich auf dem Papier bedient, und zwar

a) gemeine oder unvollkommene und
b) künstliche oder vollkommene verjüngte Maaßstäbe.

Die Meßstangen sind gewöhnlich 4eckte oder auch runde Stangen von Tannenholz, welche 1° lang, und worauf die Abtheilungen der Schuhe und Zolle durch eingeschlagene Nägel bezeichnet sind. Damit sie sich durch häufigen Gebrauch nicht allzu sehr abnutzen, werden sie an beyden Enden mit Eisen oder Messing beschlagen. Man bedient sich ihrer hauptsächlich dann, wenn eine Linie sehr genau gemessen werden soll. Ihr Gebrauch ist aus §. 31. ersichtlich, und hier nur noch folgendes zu bemerken:

1) Man muß, wenn die Messung genau seyn, und nicht allzu langsam vor sich gehen soll, zwey haben, damit wenn die zweyte liegt, die erste sogleich wieder aufgehoben und an die liegende 2te angereihet werden kann. Damit sie sich aber jedesmal vollkommen berühren, ist es nöthig, ihre Ende von Zeit zu Zeit sorgfältig von der sich anhängenden Erde zu reinigen.

2) Damit man mit der Stange nicht aus der Linie, die gemessen werden soll, abweiche, ziehe man von Stab zu Stab eine gewöhnliche Schnur, nach welcher die Stangen angelegt werden können.

3) Um das so leicht mögliche Ueberzählen zu verhüten, ist es nöthig, daß, so oft eine Stange aufgehoben

wird,

wird, der Aufhebende ein lautes Zeichen gebe, wobey der Aufseher der Messung in seine Schreibtafel einen Strich macht, und daß dieß geschehen sey, ebenfalls durch ein lautes Zeichen zu erkennen giebt. Jeder fünfte Strich wird merklich länger gemacht, um am Ende die sämtlichen Striche leicht zählen zu können.

4) Soll auf einem unebenen Boden eine Linie horizontal gemessen, d. h. der Horizontalabstand oder die Weite ihrer Endpunkte im engern Sinn (§. 28.) gefunden werden; so muß man jede Stange entweder bloß dem Augenmaaß nach, oder mit Hilfe einer Bley- oder Wasserwage horizontal legen. Es sey (Fig. 22.) von A nach B oder von B nach A horizontal zu messen, so müssen die Stangen CD, EF, GH rc. so gelegt werden, wie die Figur zeigt, weil man nicht AB, sondern Ab oder die Summe von Ac, df, fh rc. finden will. Um aber den Stangen diese Lage zu geben, bedient man sich des Gestelles Fig. 23., an welchen die Querlatte MN auf- und abgeschoben, und durch Zäpfchen, welche in die angemerkten Löcher passen, festgehalten werden kann. Auf diese Querlatte kommt die Stange zn liegen, indem sie mit ihrem andern Ende auf dem Boden aufliegt. Man habe z. B. von B nach A herab zu messen, so wird das eine Ende der Stange in B aufgelegt, das Gestell Fig. 23. über die von B nach A gespannte Schnur so gestellt, daß I, oder das andere Ende der Stange über die Querblatte hinausreicht, und diese so lange verschoben, bis die Stange horizontal liegt (die darauf angebrachte Bley- oder Wasserwage einspielt.)

Läßt man nun von I ein Senkel herab, so bezeichnet dieses das Punkt H, an welchem die 2te Stange anzulegen ist ꝛc.

Auf eine ähnliche Art kann man von A nach B hinaufmessen, wenn das Gestell zwischen A und D über die Schnur gestellt, über das Punkt A ein Senkel gehalten, und die Lage der Stange CD so lange verändert wird, bis sie horizontal liegend mit ihrem einen Ende C das Senkel berührt, und mit dem andern D auf dem Boden über- oder neben der Schnur aufliegt.

Die Meßkette dient zu schnellen, aber weniger genauen Messungen. Man verfertigt sie aus starkem Eisen- oder Messingdraht, macht sie gewöhnlich 3 bis 6 Ruthen und jedes Glied 1 oder $\frac{1}{2}$ Schuh lang. An beyden Enden bekommt sie Ringe, um sie daran entweder mit den Händen oder vermittelst besonderer Stäbe anziehen zu können. Die Arbeiter, die dieses verrichten, heißen Kettenzieher. Da die Ketten sich nach und nach in den Gelenken ausreiben, und dadurch länger werden, so muß man sie bey starkem Gebrauch von Zeit zu Zeit wieder berichtigen (rektificiren) lassen. Zu Horizontalmessungen taugen sie wegen dem nicht zu vermeidenden Bauch, den sie werfen, gar nicht.

Am wenigsten zu empfehlen sind die Meßschnüre. Auch sie werfen, wenn sie auf keinem ebenen Boden liegen, einen Bauch, und sind außerdem, auch wenn sie noch so sorgfältig bereitet, in Oel gesotten, und mit Harz und Wachs bestrichen werden, dennoch durch den Einfluß der

Witterung so veränderlich, daß man sich nie, auch nur einigermaaßen auf sie verlassen kann.

Uebrigens ist bey der Schnur und bey der Kette noch ein Zollstäblein, d. i. ein in Zolle getheilter Schuh nöthig, um, wenn eine Abtheilung mit dem Ende der Linie nicht gerade zusammentrift, den kleinen Rest derselben damit messen zu können.

Soll eine Linie, zumal eine sehr lange, nur obenhin gemessen werden, so, daß es nicht darauf ankommt, ob man sie um mehrere Schuhe kürzer oder länger findet, als sie wirklich ist, so ist es am zweckdienlichsten, sie abzuschreiten. Da diese Art, Linien zu messen, wirklich größere Genauigkeit gewährt, als man denken sollte; so wollen wir das dabey zu Beobachtende hier kürzlich bemerken.

Der Geometer gewöhne sich an einen gleichförmigen Schritt, und untersuche dann, wie viel solcher Schritte auf 1° gehen. Dieß wird gefunden, wenn er eine ziemlich lange, und zuvor genau gemessene Linie abschreitet, und mit der Zahl der Ruthen, die sie hält, in die Zahl der gebrauchten Schritte dividirt. Gesetzt, er hätte so Eine Ruthe $6\frac{3}{7}$ Schritte lang gefunden, und brauchte zu einer Linie, deren Länge er finden will 2138, so ist sie $= 332^{\circ}5'\ 8\frac{2}{9}''$; denn es ist nach Z. L. 140 *)

*) Kann dieser §. beym ersten Durchgang noch nicht vorausgesetzt werden, so nehme man ein anderes Beyspiel, in welchem der Divisor eine ganze Zahl ist.

$$
\begin{array}{r|l}
2138 & + \frac{7}{45} \\
7 & \\
\hline
14966 & 45 \\
\cline{2-2}
135 & 332^\circ\ 5'\ 8''\ \frac{2}{9} \\
\hline
146 & \\
135 & \\
\hline
116 & \\
90 & \\
\hline
26 & \\
10 \text{ mal} & \\
\hline
260 & \\
225 & \\
\hline
35 & \\
10 \text{ mal} & \\
\hline
350 & \\
340 & \\
\hline
\frac{10}{45} = \frac{2}{9} &
\end{array}
$$

Hier kommt nun alles darauf an, daß man sich, was so leicht geschieht, beym Abschreiten nicht überzähle. Folgende Zählungsart dürfte wohl die sicherste und bequemste seyn. Man schreite die Linie mit dem linken Fuß an, zähle, wenn der rechte Fuß aufgesetzt wird, 1, und so allemal 1 weiter, so oft der rechte Fuß den Boden berührt. Hat man bis auf 5 gezählt, so macht man in die Schreibtafel einen Strich, und fängt wieder vornen bey 1 an.

Ist man am Ende, so wird die Zahl der gemachten Striche mit 10 multiplicirt, und, wenn man z. B. noch 3 weiter gezählt hat, 2 × 3 oder 6 dazu addirt. Dieß giebt die Zahl der gemachten Schritte, und man hat hierbey zugleich den Vortheil, daß bey dieser Zählungsart die Schritte unwillkührlich gleichförmiger werden, als wenn man sie einzeln zählt.

Sonst bedient man sich auch zu diesem Zweck eines besondern Instruments, das man Schrittzähler nennt. Einrichtung und Gebrauch desselben. Aehnliche Instrumente beym Reiten und Fahren, um im ersten Fall die Sprünge des galopirenden Pferds, im letztern die Umläufe eines Wagenrads, *) dessen Peripherie bekannt ist, zu zählen. Solche Instrumente werden auch Hodometer genannt.

Wenn im Großen gemessene Linie ins Kleine, aufs Papier getragen werden sollen, so braucht man einen verkleinerten oder verjüngten Maaßstab, der desto kleiner seyn muß, je größer die gemessenen Linien sind, und je kleiner das Papier ist, worauf sie getragen werden sollen. Die Verfertigung desselben kann hier noch nicht gelehrt werden; seine Einrichtung und Gebrauch erhellen hinlänglich aus Fig. 24 und 25.

Fig. 24. ist ein gemeiner oder unvollkommener verjüngter Maaßstab, bey welchem die gleichen

---

*) Hat man kein solches Instrument zum Vorzeigen, so kann auf die Einrichtung eines Schnellerhaspels, als auf etwas Aehnliches verwiesen werden.

Linien AB, BC, CD Schuhe, oder Ruthen, oder Längen von 10, 100 ja 1000 Ruthen, die kleinern gleichen Abtheilungen von AB aber Zolle, Schuhe, Ruthen, oder auch Längen von 10 ja 100 Ruthen bedeuten können. Ueberhaupt ist bey einem Decimalmaaßstab jede kleinere Abtheilung der zehnte Theil von AB, und die Umstände müßen es bestimmen, welch eine Länge AB auf dem Papier vorstellen soll. Gesetzt es bedeute AB = BC = CD 100 Ruthen, so beträgt jede der kleinern Abtheilungen 10 Ruthen. Hätte man nun eine Linie auf dem Felde 170° lang gefunden, und wollte sie nach diesem Maaßstab aufs Papier tragen, so müßte, weil 170 = 100 + 70, der eine Zirkelfuß in C, wo nun 1 die Zahl 100 bedeutet, gesetzt, und der Zirkel so weit eröffnet werden, daß sein anderer Fuß auf die 7te Abtheilung von AB trift. Hätte es aber z. B. statt 170 Ruthen, 173° geheißen, so müßte, weil 3 ungefähr $\frac{1}{3}$ von 10 ist, der Zirkel noch um $\frac{1}{3}$ einer kleinen Abtheilung, dem Augenmaaß nach, weiter gegen 8 eröffnet werden.

Will man umgekehrt eine auf dem Papier gezogene Linie auf einem solchen Maaßstab messen, so nimmt man sie in Zirkel, und sieht, wie viel größere und kleinere Abtheilungen sie halte. Trift der zweyte Zirkelfuß nicht gerade mit einer Abtheilung zusammen, so muß man auch hier sich mit dem Schätzen begnügen.

Fig. 25. stellt einen *künstlichen* oder *vollkommenen verjüngten Maaßstab* vor. Er ist ebenfalls zehntheilig und alles, was von den Linien AB, BC, CD und von den kleinern Abtheilungen der Linie AB beym

vorigen errinnert wurde, gilt auch hier. Um aber auch noch Zehntheile von einer der kleinern Abtheilungen der Linie AB mit Genauigkeit messen zu können, sind die übrigen Linien gezogen. Die nächste mit AD parallel gezogene Linie, deren Endpunkte mit 1 bezeichnet sind, durchschneidet die zwey Linien BF und BE; es liegt daher ein kleines Stückchen von ihr zwischen diesen beyden Linien, und dieses Stückchen ist gerade der 10te Theil von einer der kleinern Abtheilungen, in welche AB getheilt ist. Eben so ist es bey der zweyten Parallele, nur daß das von ihr zwischen BF und BE liegende Stückchen $\frac{2}{10}$ beträgt ꝛc. Wollte man daher z. B. obige 173° nach diesem Maaßstab in Zirkel nehmen, so setzt man den einen Fuß desselben da ein, wo sich die 3te Parallele und die Linie CG durchkreuzen, und eröffnet den Zirkel so weit, daß sein anderer Fuß gerade auf den Punkt zu stehen kommt, in welchem sich die 3te Parallele und die von 7 bis 8 gezogene Querlinie schneiden. Es ist alsdann der Zirkel einmal um BC, d. i. um 100 Ruthen, ferner um B 7, d. i. um 70 Ruthen und endlich um das Stückchen der 3ten Parallele, welches zwischen BF und BE liegt, d. i. um 3°, mithin in allem um 173° eröffnet.

Wer das Bisherige ganz verstanden hat, wird gewiß auch eine auf dem Papier gezogene Linie auf einem solchen Maaßstabe messen können, und einsehen, daß man auch hier noch kleinere Theile erhalten kann, wenn man dem Augenmaaß nach den Zirkel zwischen 2 Parallelen einsetzt.

Der Grund von dieser ganzen Vorrichtung kann hier noch nicht angegeben, sondern nur bemerkt werden, daß die Linie BE, so wie die von 1 nach 2, von 2 nach 3 rc. gezogene Querlinien Transversalen heißen, und das Verfahren, auf diese Art eine kleine Linie in sehr kleine Theile zu theilen, deßwegen den Namen Transversaltheilung erhalten habe. Ist übrigens die zu messende Linie größer als der Maaßstab, (er mag ein vollkommener oder unvollkommerer seyn) so schneidet man mit dem Zirkel die ganze Länge des Maaßstabes Ein= oder mehreremal von ihr ab, und mißt endlich den Rest.

§. 45.

Wer Linien auf dem Felde messen kann, der kann auch eine Linie von bestimmter Größe darauf abstecken; und hierauf beruht die Auflösung der am Ende des §. 17. erwähnten Aufgabe: Einen Zirkel von beträchtlich großem Halbmesser auf dem Felde durch mehrere Stäbe zu bezeichnen. Steckt (Fig. 21.) durch das Centrum C, nach §. 27., mehrere, sich durchkreuzende gerade Linien AB, FI rc. ab; macht CA, CB, CF, CI rc. so groß, als der Radius des Zirkels seyn soll, und steckt in allen Endpunkten, A, B, F, I rc. Stäbe ein. Je mehr man nun solche Linien gezogen hat, desto genauer ist auch der Zirkel abgesteckt.

§. 46.

Um Winkel im Großen zu messen, braucht man (§. 20.) ein Winkelinstrument, dergleichen es mehrere von verschiedener Einrichtung und Genauigkeit giebt. Die gewöhnlichsten, welche einen eingetheilten Halb=

zirkel haben, heißen Astrolabien (ein griechisches Wort, das eigentlich Sternennehmer oder Sternenmesser bedeutet, weil man es in der Sternkunde hauptsächlich mit Winkelmessungen zu thun hat.) Die merkwürdigsten Theile eines solchen Astrolabiums sind. *)

1) Das aus 3 Füßen bestehende Stativ;

2) Die Nuß mit ihrem Kern, Schale, Einschnitt, Stiel und Schraube, zum Horizontal- und Vertikalstellen des Instruments;

3) Die 2 Zapfen mit ihren Stellschrauben, der eine über, der andere unter der Nuß, zu horizontalen und vertikalen Wendungen der ganzen Platte. Der letztere fehlt oft, was aber nicht gut ist.

4) Die Platte mit dem in 180 Grade oder auch in halbe Grade eingetheilten Halbzirkel, gemeiniglich mit einer Transversaltheilung, welche 10 Minuten giebt. Hierbey ist noch zu bemerken

a) unter dem Centrum ein Häkchen, worein das Senkel gehängt wird;

---

*) Die ausführlichste Beschreibung und möglichst deutliche Darstellung im Kupfer würde hier nicht hinlänglich seyn. Das Instrument muß vorgezeigt, aus einander genommen, wieder zusammengesetzt, nach allen seinen Theilen erklärt, und der Gebrauch wirklich gezeigt werden. Vollkommenere Instrumente, Theodoliten, Spiegelsextanten rc. vorzuweisen und zu erklären, würde in Schulen, wie ich sie voraussetze, gewiß ein eben so zweckloses als vergebliches Unternehmen seyn.

b) die Absehen oder Diopptern an beyden Enden des Diameters. Sie müssen, so wie die am Diopterlinial, so eingerichtet seyn, daß man nach beyden Seiten hindurch und auch in die Höhe und Tiefe damit visiren kann, ohne die Platte in eine schiefe Lage zu bringen.

5) Das am Centrum befestigte und um dasselbe bewegliche Visir- oder Diopternlinial, das mit seiner Schärfe die ganzen oder halben Grade, und in der Transversaltheilung die Minuten abschneidet. Zuweilen ist auch an dem einen Ende desselben ein sogenannter Nonius oder Vernier *) angebracht, wodurch sich einzelne Minuten eines Winkels finden lassen.

Um hier von einem allgemeinen Begriff, der zum Verstehen dieser und ähnlicher Vorrichtungen unumgänglich nothwendig ist, zu erhalten, betrachte man Fig. 26. Hier ist die Linie AB in mehrere gleiche Theile getheilt; die neben ihr befindliche Linie CD ist 9 solcher Theile lang, aber in 10 gleiche Theile getheilt, so, daß nur das Anfangspunkt 0 mit dem Theilpunkt 8 und das Endpunkt 10 mit dem Theilpunkt 17 zusammentreffen kann. Schiebt man CD an AB um 3 ganze Abtheilungen der letztern aufwarts, so trift die 0 mit dem Theilpunkt 11, und 10 mit dem Theilpunkt 20 zusammen. Hätte man aber CD um mehr als 3 und doch nicht ganz um 4 Abtheilungen von AB aufwartsgeschoben, so wird weder der 1te noch der letzte,

*) So heißen die Erfinder dieser Vorrichtung.

sondern ein anderer Strich von CD, z. B. der 7te allein mit einem Theilstrich von AB zusammentreffen. In diesem Fall hätte man CD um 3 ganze und um $\frac{7}{10}$ Abtheilungen der Linie AB aufwarts geschoben. *) Eine solche Linie CD heißt ein Nonius und der o Punkt derselben der Zeiger oder Index.

Wer dieses verstanden hat, wird sich nun leicht in den Nonius am Diopterlinial eines Winkelinstruments finden können.

Wir kommen nunmehr zum wirklichen Gebrauch des Astrolabs, wobey folgendes zu beobachten:

1) Bringe das Centrum der Platte mit Hilfe des Senkels genau über den Vertex des Winkels, der gemessen werden soll.

2) Ist dieser ein Horizontalwinkel (§. 30. Nro. 1.) oder liegt er in einer schiefen Ebene Fig. 16. und 17., soll

---

*) Zwey eingetheilte Liniale von einiger Größe, die wirklich nach und nach so aneinander hingeschoben werden, daß ein Theilstrich des Nonius um den andern, mit einem Theilstrich von AB zusammentrift, werden auch dem schwächern Anfänger diesen Gegenstand hinlänglich deutlich machen. Die Linie CD könnte auch 11 Theile von AB lang, und dennoch in 10 gleiche Theile getheilt seyn, so, daß der Nonius ebenfalls Zehntel angäbe; nur müßte dann die o oder der Index bey C seyn, und die Zahlen 1, 2, 3 ꝛc. müßten herabwarts in entgegengesetzter Ordnung der Zahlen von AB stehen.

aber auf den Horizont reducirt werden (§. 30. Nro. 2.); so stelle die Platte mit Hilfe der Wasserwage vollkommen horizontal, und ziehe die Schraube der Nuß fest an.

3) Drehe vermittelst des obern Zapfens die ganze Platte so, daß du durch die Dioptern des Diameters das Endpunkt des einen Schenkels genau hinter dem Kreuz der dem Auge gegenüberstehenden Diopter erblickst, und ziehe die Stellschraube des Zapfens an. Hat der eingetheilte Halbzirkel keine doppelte Zahlenreihe, so muß immer diejenige Diopter, bey welcher die Zahlenreihe anfängt, dem Gegenstand entgegengekeht werden.

4) Drehe ebenso das Diopterlinial auf das Endpunkt des andern Schenkels, und zähle die Grade und Minuten, die dadurch abgeschnitten werden. Die letztern findest du entweder auf der Transversaltheilung oder am Nonius.

5) Ist hingegen der zu messende Winkel ein Höhenwinkel (§. 30. Nro. 3.), so stelle die Platte vertikal, indem du den Stiel der Nuß in ihren Einschnitt legst. Halte ein Senkel neben die Platte, und helfe, nöthigen Falls, an den Füßen des Instruments so lange nach, bis die Platte mit dem Senkel parallel steht. Im Grunde ist es einerley, ob der Bogen derselben nach oben oder nach unten gekehrt ist, indem im letztern Fall der Scheitelwinkel gemessen wird, der ja, nach §. 23., dem zu messenden Winkel gleich ist; nur muß alsdann, wenn der Halbcirkel nur Eine Zahlenreihe

hat, diejenige Diopter, bey welcher diese Reihe anfängt, dem Auge zugekehrt werden. Ist dieß alles geschehen, so bringe die Platte vermittelst des untern Zapfens in diejenige Vertikalfläche, in welcher die Schenkel des zu messenden Winkels liegen, und ziehe die Stellschraube an.

6) Liegt nun (Fig. 18.) der untere Schenkel des Winkels, AG, ganz in der Horizontalfläche des Scheitels G; so halte an den Diameter eine Wasserwage, stelle ihn mit Hilfe des obern Zapfens horizontal; drehe sodann das Diopterlinial nach F, und zähle die Grade und Minuten. Hierdurch wird nun freylich wegen der Höhe des Instruments, CG, nicht der Winkel AGF, sondern der etwas kleinere Winkel x gemessen. Wir werden aber in der Folge sehen, daß in allen den Fällen, wo man solche Höhenwinkel zu messen nöthig hat, es ganz einerley ist, ob man x oder AGF mißt.

7) Liegen beyde Schenkel des Höhenwinkels, wie in Fig. 19, MO und NO außerhalb der durch den Scheitel O gehenden Horizontalfläche, so verfährt man ganz wie in Nro. 5. und 6., nur wird der Diameter nicht horizontal gestellt, sondern durch dessen Diopter nach M, und mit dem Diopterlinial nach N visirt.

§. 47.

Daß auf die bisher vorgetragene Art, Winkel zu messen, auch jeder in Graden und Minuten angegebene Winkel aufs Feld getragen oder abgesteckt, und daß ein im Großen gemessener Winkel mit dem Transporteur aufs Papier gezeichnet werden könne, versteht sich von selbst. Bey der letztern Aufgabe müssen die gefundene Minuten nach dem Augenmaaß auf dem Transporteur geschätzt werden.

Es giebt aber noch eine andere Art, Winkel vom Felde aufs Papier zu tragen, wobey es nicht nöthig ist, sie vorher zu messen. Das hierzu erforderliche Instrument heißt ein Meßtisch, und ist vom Astrolab bloß darin unterschieden, daß statt der eingetheilten Platte, ein wohlzugerichtetes, vollkommen ebenes, 4eckigtes, rechtwinklichtes und meistens gleichseitiges Brett angebracht wird. Damit es sich nicht werfe, ist es gut, wenn es der Schreiner aus 4 kleinern Vierecken so zusammensetzt, daß das Wachsthum des Holzes gegen einander läuft. In die Mitte dieses Tischblattes wird unten eine messingene Hülse angeschraubt, welche genau auf den obern Zapfen des Astrolabs paßt, so daß man nur die Platte von diesem abnehmen, und das Tischchen darauf stecken darf. Doch ist es besser, wenn man für den Meßtisch ein besonderes Stativ hat, weil oft mit beyden Instrumenten zugleich gearbeitet werden soll.*)

Das Diopterlinial ist hier nirgends befestigt, sondern kann an jeden beliebigen Punkt des Tisches angelegt, aber auch in der Mitte desselben so angeschraubt werden, daß die Schraube die Schärfe des Linials halbirt, in welchem Fall der Tisch den Namen: ZollmannsScheibe, erhält.

*) Was oben von zusammengesetztern Winkelinstrumenten gesagt wurde, gilt auch hier.

Hat man das Tischblatt, wie ein gewöhnliches Zeichnungs- oder Reißbrett, mit starkem Papier, das zuvor naß gemacht, und dann an den 4 Seiten mit Kleister befestigt wird, überzogen; so schraubt man das Visirlinial in der Mitte auf, oder schlägt daselbst, in Ermanglung einer Schraube, eine Nadel ein, an welche das Linial angelegt, oder auch gesteckt werden kann; hängt unter die Nuß ein Senkel, und bringt so die Mitte des Tisches gerade über den Scheitel des Horizontal- oder auch schiefliegenden Winkels, der auf den Horizont reducirt werden soll, stellt mit Hilfe der Wasserwage das Tischchen horizontal, visirt mit dem Linial nach den Endpunkten beyder Schenkel, und zieht mit dem Bleystift die Visirlinien; so ist der Winkel aufs Papier gezeichnet, und kann dann auch, erforderlichen Falls, mit dem Transporteur, jedoch nicht so genau, wie mit dem Astrolab gemessen werden.

Auch Höhenwinkel lassen sich auf diese Art zeichnen, und dann messen, was gewiß keinem, der die Verfahrensart beym Astrolab ganz verstanden hat, schwer fallen wird.

Häufig aber will man den Scheitel des zu zeichnenden Winkels nicht in der Mitte des Tischchens, sondern an einem andern bestimmten Punkt haben. In diesem Fall stellt den gegebenen Punkt mit dem Senkel gerade über den Vertex des zu messenden Winkels, was bey Höhenwinkeln, wo der Tisch eine vertikale Stellung hat, unmittelbar, sonst aber, wenn der Tisch horizontal stehen muß, mit Beyhilfe eines gabelförmigen Instruments oder zusammengebogenen Drahts geschieht, indem an das Ende des einen Theils das Senkel gebunden, und die Gabel so an den Tisch gesteckt wird, daß das Ende des andern Theils den gegebenen Punkt berührt. Ist endlich nicht bloß der Scheitel, sondern auch die Lage des einen Schenkels durch eine schon gezogene Linie gegeben; so muß das Visirlinial an dieselbe angelegt, und der ganze Tisch so lange geruckt und gedreht werden, bis beyde Scheitel perpendikular über einander liegen, und das Endpunkt des seiner Lage nach gegebenen Schenkels durch die Dioptern des angelegten Visirlinials gesehen werden kann — mit andern Worten: der Tisch muß orientirt *) werden, ehe man nach dem andern Schenkel visiren kann.

Das Abstecken eines Winkels vermittelst des Meßtisches ergiebt sich auch hier, unter der Voraussetzung, daß das bisherige verstanden worden ist, von selbst.

*) Erklärung dieses Ausdrucks.

Zwei=