Anfangs-Gründe der Geometria in so weith sie (sich) zu denen sammentlichen Architectonischen und Ingenier Künsten erfordert wirdt ... - Cod. Rastatt 195

Schar, Johannes Ferdinandt

[S.l.], [18. Jahrh.]

Ternio XVI

urn:nbn:de:bsz:31-306620

213

Ternio XVI.

§.204. Der Cubus Diametri verhelt sich zur Kugl beynahe wie 300. zu 157.

Beweiß.

Wann der Diameter der Kugl 100 ist, so haltet der Cubus desselben 1000000 C. ..., und der Cylinder, der mit der Kugl eine grundfläche und höhe hat, 785000 (§. 197.) und demnach, da der Innhalt der Kugl 523333⅓ (§.203) solcher gestalt verhelt sich der Cubus zur Kugl wie 1000000. zu 523333⅓ d. i. wann man beyderseits mit 3 multipliciert, wie 3000000 zu 1570000, wann man ferner durch 10000. dividiert, wie 300 zu 157. W. Z. E.

Anmerkung.

§.205. Ich sage der Cubus diametri verhelt sich zur Kugl beynahe wie 300. zu 157., weilen man voraus gesetzt, der Diameter im Circul verhelte sich zu seiner Peripherie wie 100 zu 314. welches nur beynahe zutrift. (§. 129.)

Lehr Satz.

§.205. Art. I. die Kugl ist einer Piramide gleich, deren grundfläche der Kugl fläche, die höhe aber der helfte ihres Diameters gleich.

Beweiß.

Man stelle sich vor, als wann die fläche der Kugl in so kleine vierecke getheilet seye, daß jedes von ihnen vor einer ebenen fläche nit möglich unterscheiden, man setze sich zu, daß aus dem Mittl. Punct der Kugl an ihre Ecken gerade linien gezogen seynd, alsdann ist klar, daß die Kugel aus unzählig viel dreyeckigten Pyramiden bestehe, die im Mittel-Punct der Kugel mit ihren Spitzen zusam[men] stossen, und deren grundflächen zusam[men] der Kugel-fläche gleich seynd, die höhe aber von dem halben Diameter der Kugel nit merklich unterschieden, derowegen wird die gantze Kugel nit, als für eine Pyramide gehalten, deren grundfläche der Kugel fläche, die höhe aber der hälfte ihres Diameters gleichet. w. z. E.

Der 33. Lehr Satz.

§. 206. Die Kugel fläche verhelt sich zu dem grösten Circul der Kugel wie 4. zu 1.

Beweiß.

Weilen der Innhalt der Kugel dem Innhalt einer Pyramide gleich ist, deren grundfläche der Kugel fläche, die höhe aber ihrem halben Diameter gleich ist, (§. 205. [illegible] 1.) so kommet die Kugel fläche heraus, wann man den cörperlichen Innhalt der Kugel durch den dritten Theil ihres halben Diameters dividiert (§. 201.) nun wann der Diameter 100 ist, so ist der Innhalt des grösten Circuls 7850. (§. 134.) der Innhalt aber der Kugel $\frac{1570000}{3}$ (§. 204.) derowegen wann ich diesen durch den dritten Theil des Diameters $\frac{100}{6}$ dividiere, so kommet für die Kugel fläche 31400 derowegen verhelt sich die Kugel fläche zu dem grösten Circul der Kugel, wie 31400 zu 7850, das ist wann man beyde verhältnis durch 785 dividiert, wie 4 zu 1. w. z. E.

Zusatz.

§. 207. Dahero kommet die Kugel fläche heraus, wann

wann die Peripherie durch den Diameter multipliciret (§. 134.) Denn wenn der Diameter 100 ist, so ist die Peripheria 314 (§. 129.) so kommet die Kugel-fläche 31400 heraus, wenn man nun die Peripherie durch den Diameter multipliciret. Derowegen ist dieselbe einem Rectangulum gleich, das zur Grundlinie die Peripherie des grösten Circuls der Kugel, zur Höhe aber ihren Diametrum hat. (§. 114.)

Die 69. Aufgabe.

§. 208. Durch den gegebenen Diameter einer Kugel, so wohl den Innhalt ihrer fläche, als ihren cörperlichen Innhalt zu finden.

Auflösung

1. Suchet die gröste Peripherie des Circuls (§. 132.)
2. Multiplicirt sie durch den gegebenen Diameter so habet ihr die Kugel fläche (§. 204.)
3. Diese nun ferner dieselbe durch den Sechsten Theil des Diametri multiplicirt, oder durch den ganzen Diametrum, und das Product durch 6 dividirt, so kommet der cörperliche Innhalt der Kugel heraus.

Zum Exempel Es seye der Diameter 5600, so ist die Peripherie des grösten Circuls 17584.

Peripherie	17584'''	984704''	Kugelfläche
Diameter	5600''	560'	
	10550400	59082240	
	87920	4923520	
Kugelfläche	98470400'''	551434240	

551434240 / 91905706 $\frac{4}{6}$ $\frac{2}{3}$
666666

Cörperlicher Innhalt der Kugel.

Die 40. Aufgab.

§. 269. Aus der gegebenen Diameter einer Kugel ihren cörperlichen Innhalt noch auf eine andere weis zu finden.

Auflösung.

1. Suchet den cubum des Diameters (§. 191.) oder in denen Tabellen über die Cubic zahlen.
2. Suchet zu 300, 157, und der gefundenen Cubic die 4te Proportional zahl (§. 151. Nro IV.) dieße ist der cörperliche Innhalt der Kugel (§. 204.)

Zum Exempel. Es seye der Diameter einer Kugel 64'', so ist dessen Cubus 262144. folgends:

300 — 157 — 262144
157
1835008
1310720
262144
41156608 | 137188 $\frac{208}{300}$ Innhalt der Kugel

Dieße andere Aufgab ist etwas leichter und dieß gemeiner als die erste.

Und andere

§. 269. Nro I. 1. Suchet den Innhalt des größten Circuls (§. 194.)
2. Multipliciret dieses mit der Diameter der Kugel, so habt ihr einen Cylinder, der mit der Kugel gleiche Höhe und Diameter hat.
3. Dießes Product dividiret durch 3.
4. Und den quotum multipliciret durch 2. so ist das Product der Innhalt der Kugel oder multipliciret auch der größten Kugel den Innhalt der größten Circul flächen mit dem dritten Theil des Diameters und multipliciret das Product wieder mit 2.

Die obere Fläche zu haben.

Dividirt den cörperlichen Innhalt, durch den sechsten Theil des Diametri, so kombt dieselbe heraus (S. 204. 208.)

Zu fernerer Berechnung der Cörper wird erfordert zu wißen, wie man einer gegebenen Zahl die Cubic-Wurtzl zu ziehen seye.

Es heißet aber die Cubic-wurtzl aus einer Zahl ausziehen so viel als eine Zahl finden, die durch die Quadrat-Zahl multiplicirt die gegebene Zahl heraus bringet.

Wann man aber die Cubic Wurtzl aus einer gegebenen Zahl ziehen solle, muß man die Cubic Zahlen von 1. bis 9. wißen, wozu folgendes Täfelein dienet.

Wurtzl	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrat	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubic Zahl	1	8	27	64	125	216	343	512	729

Aufgabe.

§ 209. Nro II. Auß einer gegebenen Zahl die Cubic-Wurtzl auszuziehen.

Auflösung.

1. Theilet die gegebene Zahl in Classen von der rechten gegen die lincken, und gebet jeder Classe 3 Zahlen, und so viel als Classen herauskommen, so viel Theil oder Ziffern bekommet die Wurtzl. In der letzten Classe bey der lincken ist nicht nöthig, daß 3 Zahlen

seyn müssten, sondern es könnte auch zweyerley oder nur eine seyn.

2. Suchet in dem Würtzel Täfellein die Cubic Zahl welche derjenigen, so in der letzten Classe zur linken stehet am nächsten, oder gar gleich kommt, ziehet dieselbe davon ab, und setzet die dazu gehörige Würtzel in die Stelle des quotienten so habt ihr den ersten theil der Würtzel.

Diese andere Regel wird nur in dieser letzten Classe bey der linken gebrauchet, mit denen übrigen Classen gegen der rechten Hand aber wird auf folgende weis verfahren.

3. Diesen quotienten multiplicirt mit sich selbst, und das hierauß kommende quadratum mit 3, setzet das Product unter die Cubic Zahl nechst der Division, so, daß die letzte Zahl zur rechten, und die erste zur linken in der folgenden Classe zu stehen kommt, dividirt gewöhnlicher massen, so kombt der andere theil der Würtzel herauß.

4. Alsdann multiplicirt den Divisorem in den neuen quotienten, und schreibet das Product darunter unter der mittleren Zahl derselben Classe, fangt an von der rechten gegen die linke zu schreiben, das Product von dem quadrate des neuen quotienten drey mahl genohmen in der vorstehenden, und endlich unter der dritten die Cubic Zahl des neuen quotienten, addirt diese drey Producte und ziehet die Summa von der in der gegebenen Zahl nachübrigen Ziffern ab.

Wann man nun nach dieser dritten und vierten Regel bey den übrigen Classen fortfähret, so kommet endlich die verlangte Cubic Würtzel herauß.

Zum Exempel es sollt aus der Zahl 44437928 die Cubic Wurtzel gezogen werden.

Gegebene Cubic Zahl	44/437/928 | 362
Cubic Zahl aus der Tabellen	27
Rest samt der neuen Classe	20437
Divisor	27
Neuer Quotient	6
Product aus dem neuen Q: in den Divisorem	162
cubus ex	324
neuen Quoti.	216
Suma factorum	19656
	781928
Divisor	3888
Neuer Quotient	2
factum ex Div: in N: Q.	7776
et tripl: II N. Qu: in prec:	432
Cubus novi quoti	8
Suma factorum	781928
	000000

Product aus dem dreyfachen II des neuen Quotienten in den übrigen.

Wann eine Zahl keine vollkommene Cubiczahl ist, so bleibet zu letzt etwas übrig, wann ihr nun wissen wollet, wie viel derselbe betrage, so henckt noch 3 Nullen daran, und operiert, wie mit einer neuen Classe, der neue quotient ist ein Decimal Bruch, und deutet an wie viel Zehendtheil [illegible], oder so gar, wollet ihr den Bruch noch genauer heraus bringen, so henckt aufs neue an den rest noch ein, zwey, oder dreymahl drey nullen, so bekomt ihr hundertel, tausendtel, oder 10 tausendtel, so viell ihr nembl: neue Classen mit Nullen angehängt habet, aber genug aufschreiben lassets [illegible]

Zum Exempel ihr sollet aus der Zahl 76385 die Cubic Wurtzel ziehen.

```
 76|385|42 4/10
 64
 -----
 12385
  48
   2
 -----
  9648
     8
 -----
 10088
 -----
  2297000 A
   5292
      4
 -----
  21168
   2016
     64
 -----
  2137024
 -----
   159976 B.
```

Bey dieser operation ist 2297 im Rest geblieben, in der Wurtzel aber seynd 42 herausgekommen; nun seynd noch zu diesem Rest noch 3 Nullen angehängt worden, wie bey A zu sehen, und mit der operation fortgefahren worden, da denn ~~dies~~ $\frac{4}{10}$ heraus gekommen, wollet ihr aber noch einen kleinern Bruch haben, so hänget, auch dem andern Rest B wieder 3 Nullen an, und operirt wie vor, und so weiter.

Wollet ihr aber wissen ob ihr recht operirt habet, so multiplicirt die Wurtzel 424 mit sich selbst und das Product noch einmal durch die Wurtzel 424. und zu den andern Bruch addirt den letzten Rest, so muß die gegebene Zahl mit 3 Nullen vermehrter heraus kommen wo aber nicht so ist gefehlet.

Der 34. Lehr-Satz.

§. 210. Alle prismatische Parallelepipeda Cylinder und Pyramiden und Kegel, wenn sie gleiche Höhen haben, verhalten sich wie ihre Grundflächen, haben sie aber gleiche Grundflächen, wie ihre Höhen.

Beweiß

Prismata und Parallelepipeda und Cylinder verhalten sich wie die Producta aus ihren Höhen in ihre Grundflächen (§. 194. 195. 197.) Pyramiden und Kegel wie die Producta aus den dritten Theil ihrer Höhen in ihre Grundflächen (§. 201.) und deßwegen insgesambt, wenn ihre Höhen gleich sind, wie die Höhen. w. z. E.

Zusatz.

§. 211. Weilen die Cylinder Circul zu ihren Grundflächen haben (§. 179.) die Circul aber sich wie die Quadrata ihrer Diametrorum verhalten (§. 131.) so müssen auch die Cylinder von gleichen Höhe sich wie die Quadrata ihrer Diametrorum oder der Diametrorum ihrer Grundflächen verhalten.

Der 35. Lehr-Satz.

§. 212. Die Kugeln verhalten sich gegeneinander wie die Cubi ihrer Diametrorum.

Beweiß.

Weil die eine Kugel gleich dem Cubum ihrer Diametri, so verhelt sich auch die andere zu dem Cubo ihres Diametri (§. 204.) derowegen verhelt sich auch die eine Kugel zu der andern, wie der Cubus des Diametri der einen zu dem Cubo des Diametri der andern. W. Z. E.

Aufgab.

§. 212 No. 1. Auß dem gegebenen Innhalt einer Kugel den Diameter zu finden.

Auflösung

1. Suchet zu 157 und 300 und dem gegebenen Innhalt die vierte Proportional Größe (§. 151. Nro. IV.)
2. Auß dieser ziehet die Cubic Wurtzel (§. 209. Nro. II.) diese giebet den Diameter.

Zum Exempel es solle zum gegebenen Innhalt einer Kugel 1766250 der Diameter gefunden werden.

157 — 300 — 1766250
300
529875000 / 3375000 gesuchte Cubus.
471
588
471
1177
1099
785
785
000000

$\sqrt[3]{3375000}$ = 150 der gesuchte Diameter

1 | 375
3
5
15
75
125
2375
0000

Lehrsatz.

§. 212. Fig. 125. Nro. 5. Nro. II. Die Oberfläche einer halben Kugel ABD ist gleich den Drittel fläche Cylinders ABCD der mit ihr gleiche Höhe und Grundfläche hat.

Beweis.

Wann man aus dem Cylinder AC den Kegel BFC ausschneidet, welcher Kegel 1/3 theil des Cylinders ist (§. 200.) so wollen wir 2/3 theil ABFCD einen Trichter (: infundibulum oder Entonnoir) Trichter nennen,

weilen er dieße form hat. dießer Trichter ist um
$\frac{2}{3}$ des Cylinders, weilen die in dießen Cylinder ein-
geschriebene halbe Kugel gleichfalls $\frac{2}{3}$ dießes Cylinders
ist (§. 203 und §. 203 No III.) und alßo ist Inn-
halt der Innhalt dießes Trichters gleich ist,
stelle man sich nunmehr vor, daß die gantze
Seiten-fläche dießes Cylinders, oder des Trichters
aus unendlich vielen grundflächen solcher Pyra-
miden zusammen gesetzet seye, deren Höhe der Radius
FD ist, und sie alle an der Spitze F zusammen
laufen. und ist die halbe Kugel gleichfalls aus lau-
ter solchen Pyramiden zusammen gesetzt, deren grund-
fläche die oberfläche derselben ausmachen, und
deren Höhe gleichfalls der Radius ist, weilen nun
der Innhalt der Kugel und der Innhalt des
Trichters einander gleich seind, so können in einem
nit mehr solcher Pyramiden als in dem andern
enthalten sein, woraus folget, daß die Seitenfläche
des umschreibenden Cylinders gleich der oberfläche
der eingeschriebenen halben Kugel, die mit ihm
einerley Höhe und Diameter hat. w. z. E.

Zusatz.

§. 212. No III. weil nun die Oberfläche der halben Kugel
gleich ist der Seiten fläche des Cylinders der mit ihr ei-
nerley grundfläche und Höhe hat, so folget daß die
oberfläche der halben Kugel gleich ist, einem Rectan-
gulum, dessen grundlinie die länge der peripherie
und dessen Höhe Radius ist, und folglich ist
die Oberfläche der gantzen Kugel gleich einem
Rectangulum dessen grundlinie die Länge des
größten Circuls und die Höhe der Diameter ist.
wann man also die gantze Oberfläche der
Kugel haben will, so muß man den größten Circul

derselben mit dem Diameter multipliciren, welche wie oben §. 207. und 208. erwiesen worden.

Zusatz.

§. 212. Nro IV. Dieß also der Innhalt des grösten Circuls die helffte eines Rectanguli dessen basis die länge der peripherie des grösten Circuls und die Höhe der radius ist, und folgends die oberfläche der ganzen Kugel viermahl so groß als der Innhalt des grösten Circuls (§. 206.)

Zusatz.

§. 212. Nro V. Und weilen sich die Circul verhalten wie die quadrata ihrer Diametrorum (§. 131.) so folget daß ein Circul fläche, so einen doppelt so langen radium hat als ein anderer, so groß ist als die oberfläche viermahl, darum ist die oberfläche einer Kugel so groß als ein Circul dessen radius der Diameter der Kugel ist.

Zusatz.

§ 212. Nro VI. Und weilen die oberflächen der Kugeln gleich seind den Circulen deren radius der Diameter ist (§. 212. Nro V.) und sie sich gegeneinander verhalten wie die quadrata Diametrorum (§. 131.) dieß ihrer radiorum oder der Diametern der Kugeln (§. 131.) so folget daß sich die oberflächen deren Kugeln verhalten wie die quadrata ihrer Diametrorum.

Anmerkung.

§. 212. Nro VII. Zona werden Stücke einer Kugel genannt, deren grund und oberfläche einander parallel seynd. z. E. das Stück der Erd-Kugel so zwischen denen beiden Tropicis oder zwischen einem Tropico und Polar-Circulen enthalten ist.

Lehrsatz.

§. 212. Nr. VIII. Der körperliche Innhalt einer Zone ABCD ist
Fig. 135 Nr. 8. gleich $\frac{2}{3}$ eines Cylinders AEFD des grossen Circuls
AD zu $\frac{1}{3}$ des Cylinders GBCH des kleinen Circuls BC.

Beweis.

Setze die halbe Kugel ABPCD von einem Cylinder AK LD umschrieben, der mit der halben Kugel gleiche Grundfläche und Höhe hat. Der Zonenus setze AB CD, der mit ihrer correspondirenden Cylinder aber AEFD wird nun der Innhalt der grössten Kron EB durch das Drittel der Höhe EA multiplicirt, so kommt der Innhalt eines Kegels heraus, welcher so gross ist als alle Kronen, die von E bis A um die Kugel herum gehen, und dieser Innhalt wird $\frac{2}{3}$ drittl des Rings herum desselben Durchschnitt das rectangulum AEBG ist, denn dieser Ring ist gleich einem Cylinder aus der Circul fläche des radii BG und der mittleren Proportional-linie zwischen AG und GD, und aus der Höhe BG (§. 203 Nr. IV. §. 198) und der Körper dessen Durchschnitt ist AEB, ist gleich einem Kegel, von eben dieser Grundfläche und Höhe (§. 203 Nr. V.) folglich dieser Kegel gleich $\frac{1}{3}$ dieses Cylinders (§. 200.) wann dieses von dem ganzen Ring AEBG abgezogen wird, so bleibt für den Ring dessen Durchschnitt ABG ist $\frac{2}{3}$ übrig. Wann man ferner von dem Cylinder GBCH den Kegel BIC abschneidet, welcher das dritte Theil davon ist (§. 200.) so bleibt der Trichter GBICH übrig, und dieser Trichter ist folglich auch $\frac{2}{3}$ des Cylinders ist. Die Figur oder Durchschnitt ABI $\frac{2}{3}$ des rectanguli AEGI und die Figur ABICD $\frac{2}{3}$ des rectanguli AEFD also ist dieser Trichter ABICD $\frac{2}{3}$ des Cylinders AEFD. Nun gehöret der Kegel BIC auch zu dem ganzen

Innhalt des Conum, und dieser ist wie gesagt d3 drittl des Cylinders ABCH, folglich ist der gantze Conus ABCD gleich $\frac{2}{3}$ des Cylinders dessen grundfläche die gröste Circulfläche AD ist, und dessen höhe EA oder ... ist, zu nechst $\frac{1}{3}$ des Cylinders dessen grundfläche der kleinere Circul BC und die höhe AE ist. v. g. Ex. $\frac{2}{3}$ des Cylinders AEFD und noch dazu ein drittl des Cylinders ABCH, s. v. g. E.

Zusatz.

§. 212. Fig: 125. Nro 9. Nro IX. Auß diesem Lehr Satz folget, dass wenn man eine halbe Kugel so in einen Cylinder gleicher höhe und grundfläche eingeschrieben ist, durch eine fläche FG und der grundfläche AE parallel durchschnitten, d theil des trichters des Conum ABCDE (: als der unterschied zwischen der halben Kugel und dem Sectoren CBHD :) gleich dem Innhalt des trichters AECAE des Cylinders AE AE seye.

Lehrsatz.

§. 212 Fig: 125. Nro 9. Nro X. Wann man eine halbe Kugel, so in einen Cylinder so mit ihr gleicher höhe und grundfläch eingeschrieben ist, durch eine fläche FG mit der grundfläche AE parallel durchschnitten wird, so ist die Breiten fläche des Conum ABDE gleich der breiten fläche des mit ihr Correspondirenden Cylinders AG.

Beweiß.

Der trichter AECAE ist gleich dem theil des Kegels ABCDE (§. 212 Nro IX.) wenn man den trichter AECAE ansiehet, d. er aus lauter unendlichen kleinen piramiden zusamen gesezet seyn, deren grundflächen die breiten flächen des mit ihm Correspondirenden Cylinders ausmachen, ihre höhe aber der Radius AC ist, und alle mit ihren Spitzen in den punct C zusammen stossen. der theil

der halben Kugel ABCDE ist gleichsam aus so vielen
Pyramiden zusammen gesetzet, deren grundfläche
zusammen. Die Seiten fläche des Coni aber auch
und deren höhe gleich ist der radius AC ist, und ihre
Spitzen im Centro zusammen stossen, da nun beyde Cörper
gleiche grundfläche haben, und also in der einen
so viel solcher piramiden enthalten, als in der andern
so müssen die grundflächen derselben eine so grosse
fläche ausmachen, als die grundflächen der
Piramiden des andern, und mithin die Seiten
fläche des Coni ABDE gleich der Seiten fläche des
mit ihm correspondirenden Cylinders ABG.E
w. z. E.

Zusatz.

§. 212. Nro. XI. Weilen die oberfläche des halben Kugel AHE
Fig. 125. gleich der Seitenfläche des Cylinders EI (§. 212. Nro. II.)
Nro. 9. und die Seitenfläche des Coni ABDE ist gleich der Seiten
fläche des Cylinders AG, so folget daß die oberfläche des
Segments BHD gleich seye der Seitenfläche des Cylin-
ders FI, das ist, sie ist gleich einem Rectangulum dessen
Länge die Länge des grösten Circuls und dessen
höhe die höhe KH des Segments.

Zusatz.

§. 212. Nro XII. Auß diesem folget, daß wenn eine halbe Kugel
sein einen Cylinder eingeschrieben ist, so gleiche grund-
fläche und mit ihr hat, durch eine fläche parallel
mit der basin durchschnitten wird, die Seitenfläche
dieser Conen gleich seind der Seitenfläche deren
ihren correspondirenden Cylinder.

Zusatz.

§. 212. Nro XIII. Die Seitenflächen deren Cylinder FI und
Fig. 125. AG, die einerley basen haben, verhalten sich wie
Nro. 9. ihre höhen AK und KC (§. 138.) und also wie
der äussere Cylinder FI gleich der oberfläche

BHD des segments und die Seitenfläche des andern AG gleich der Seitenfläche der Zona AB DE, so folget daß diese flächen sich verhalten wie die theile AK und KC des radium CH, wann der durchschnitt BD mit AE parallel gezogen.

§. 212. Nro XIV. Wann hier nun folget, wann man eine Kugel durch ein perpendicular fläche zu ihrer Axe theilet, so die theile der oberfläche sich verhalten, wie die theile der Axis, in welcher sie durch den schnitt getheilet wird.

§. 212 Nro XVI. Aus einem gegebenen Diametro der grundfläche AD und oberfläche BC, und der höhe EF eines Coni seinen Innhalt und oberfläche zu finden.
Fig. 125
Nro. 10.

Auflösung.

1. Suchet die Peripherie der grundfläche AD und oberen fläche BC (§. 132.)
2. Rechnet beyder Circul Innhalt des kleinern Circuls durch die gegebene höhe EF so habt ihr einen Cylinder, und das Product dividirt durch 3.
4. Multiplicirt auch den Innhalt des grössern Circuls durch eben die gegebene höhe EF, und das Product dividirt durch 3.
5. diesen in der vierdten Regel gefundenen quotient doupliert, und zum duplum addiret den in der dritten Regel gefundenen quotum so drückt die Summe ist der verlangte Innhalt (§. 212 Nro VIII. und 212 Nro IX.)

Die oberfläche zu finden.

1. Multiplicirt die Peripherie AD durch die Seite des Coni CI oder EA, so habt ihr die Seitenfläche des Coni (§ 212 Nro X.)
2. Zu dieser addiret den Innhalt der grundfläche AD und ~~oberfläche BC~~ so habt ihr die ganze Oberfläche

Aufgabe

§. 212. Nro XVII. die Oberfläche eines Segments BGCF zu finden
Fig. 125. Nro 1. Suchet zu dem Diameter AD die Peripherie (§. 132.)
2. diese multiplicirt durch die Höhe des Segments CF
so erhaltet ihr die ausgebogene Oberfläche des Segments
(§. 212 Nro XII.)

Lehrsatz

§. 212. Nro XVIII. der Sector oder Ausschnitt einer Kugel ist gleich einer Piramide, deren Grundfläche die Oberfläche des Sectoris und die Höhe der halbe Diameter der Kugel ist.

Beweiß.

Eine Kugel ist gleich einer Piramide deren Grundfläche die ganze Oberfläche der Kugel, und deren Höhe der halbe Diameter ist (§. 205. Nro 1.) folglich muß es auch mit dem Sectore beschaffen, als welcher ein ähnlicher ~~[illegible]~~ theil davon.

Aufgabe

§. 212 Nro XIX. den Sectorem oder Ausschnitt der Kugel ABDC zu finden
Fig. 125. Nro II. 1. zu dem doppelten Radium AC suchet die Peripherie (§. 132.)
2. suchet die Höhe des Segments ED.
3. Mit dieser multiplicirt die in der dritten Regel gefundene Peripherie, so habt ihr die ausgebogene Oberfläche oder basin des Sectoris (§. 212 Nro XII.) §. 212. Nro XVII.
4. diese multiplicirt mit dem dritten theil des halben Diameters CD so ist geschehen (§. 212 Nro: XVIII.)
denn wenn ihr die in der vorigen Regel gefundene Grundfläche mit dem ganzen Radium multiplicirte, so kommte ein Cylinder heraus, dessen Grundfläche die ausgebogene Oberfläche ist, der Kegel aber ist nur der dritte theil davon

(§ 200.) derowegen muß nur mit der dritten
theil der höhe multiplicirt werden. oder wenn
ihr mit der gantzen radium CD multiplicirt, so
muß das Product mit 3 dividirt werden.

Anmerckung.

§. 212. Nro XX. Wann die zu obigen Aufgab gewiesen
Fig. 125. nöthige höhe des segments ED nicht gegeben, sondern
Nro: 11. ihr solche aus dem bekanten Diameter AB, welchen
ihr messen könnet, insgl: das radium oder halbe
durchschnitt CB auf folgende weiß finden
1. Multiplicirt den radium CB mit sich selbsten in
den halben Diameter EB.
2. „ gleichen der selben Diameter quadrat von dem erstmal.
3. ziehet dieses letztere quadrat, ziehet die quadrat wurtzel so
auß dem Product ziehet die theils EC heraus (§ 141.)
bleibt euch die länge des theils
4. dieses ziehet von dem radium CD oder CB ab, so
bleibt die höhe des segments ED übrig.

Lemma.

§. 212. XXI. Der cörperliche Innhalt der Kugel ist gleich
Fig. 125. dem dritten eines Prisma welches basin ist die
Nro: 12. gantze oberfläche, und die höhe der radius der
Kugel.

Beweiß.

Wann man ein gedencken die gantze oberfläche
in so kleine gleiche flächen theilet, daß sie von der
oberfläche nicht merckl: unterschieden werden können,
und wenn dieses flächen als basen von so vielen Pyra-
miden angesehen werden, deren höhe der radius
der Kugel ist (§ 205. Nro 1.) und deren spitzen in
der centrum E zusammen stossen, eine jede Pyra-
mide aber der dritte theil eines prisma ist, so mit
ihnen gleiche höhe und grundfläche hat (§ 199),
und da der Kugel einer Pyramide gleich ist,
so mit ihm gleiche höhe und grundfläche hat
(§ 200) folgt auch die gantze Kugel das dritth.

eines Prisma dessen basis die gantze oberfläche
die höhe aber der radius ist w. z. E.

Lehrsatz.

§. 212 Nro: XXIII. Wann AB, CD, EF proportional, so seynd
Fig: 125. auch $KB = \frac{1}{2} AB$, und EG ½ EF. proportional.
Nro: 13.

Beweiß.

Es ist $KB : AB = EF : EG$ (Nro: 30 Coroll.) folglich ist das
Rectangulum aus KB, EG gleich dem Rectangulo aus
AB, EF (§. 154 Nro: IX.) es ist aber das Rectangulum aus
ABEF gleich dem quadrat von CD (§. 154 Nro X.) also
ist auch das Rectangulum aus KBEG gleich dem quadrat
von CD (§ 23 Nro III.) derowegen seind KB, CD, EG
proportional (§. 154 Nro: XII) W. Z. E.

Lehrsatz.

§. 212. Nro: XXIV. Die Circulfläche, deren radius GH ist die
Fig: 125. mittlere Proportional-linie zwischen der höhe
Nro 14. eines Cylinders BC und dem Diameter seiner
grundfläche BD, ist gleich der Seitenfläche des Cylinders.

Beweiß.

Weilen BD, GH, BC, vermög dem Satz Proportional
also seynd auch AD oder $AN = \frac{1}{2} BD$, GH und 2BC
proportional (§. 212 Nro XXIII.) Nun ist das Dri-
eck aus AN und der Peripherie MN gleich der
grundfläche des Cylinders (§. 126.) Das Rec-
tangulum aber aus BC und eben dieser Periphe-
rie MN ist gleich der Seitenfläche des Cylinders
(§. 197.) der Triangel aus der Peripherie MN
und 2BC ist auch gleich der Seitenfläche des Cylin-
ders (§. 120.) Es verhelt sich aber der Triangel
aus der Peripherie M und dem radio AN zu
dem Triangel aus eben dieser Peripherie und
der doppelten BC wie AN zu 2BC (§. 139.) der-
wegen verhelt sich die grundfläche MN zu
der Seitenfläche des Cylinders wie AN zu
2BC (§. 154 Nro V.) weilen nun zuvor schon

erwiesen, daß AN. GH und 2BC proportional seyn so verhelt sich AN zu 2BC wie das quadrat von AN zu dem quadrat von GH (§. 154 Nro: VII.) und also verhelt sich auch die grundfläche MN zur Seitenfläche des Cylinders, wie das quadrat AN zu dem quadrat GH (§. 154 Nro: V.) Es verhelt sich aber auch die Circulfläche MN zur Circul fläche RS wie das quadrat AN zu dem quadrat GH (§. 131.) also hat die grundfläche MN zu der Seitenfläche des Cylinders und zur Circulfläche RS einerley verhältnus (§. Nro: 130 ...) derowegen ist die Circulfläche RS deren Radius die mittlere Proportional-linie zwischen der Diameter der grundfläche BD und höhe BC des Cylinders ist, gleich der Seitenfläche desselben Cylinders (§. 154. Nro: V.) W. z. E.

Zusatz.

§. 212. Nro: XXV. Fig: 125. Nro 15. Also ist die Circulfläche, deren Radius ist die mittlere proportional-linie zwischen der höhe des Abschnites der Kugel OB oder OK und dem Diameter der Kugel BK, gleich der oberfläche des Abschnites IBG oder IKG (§. 212. Nro: XII.) folglich auch die Ausschnitte AIBG und AIKG.

Zusatz.

§. 212. Nro: XXVI. Fig: 125. Nro: 15. Weil nun Piramiden und Kegeln von gleichen grundflächen und höhe einander gleich (§. 201.) so ist der Ausschnitt der Kugel AIBG oder AIKG gleich einem Kegel dessen grundfläche ein Circul ist, dessen Radius ist die mittlere proportional-linie zwischen der höhe des Abschnites BO oder OK und dem Diameter BK die höhe aber dem Radio der Kugel BA oder AE gleich ist (§. 202 Nro: XVIII.)

Zusatz.

§. 212. Nro: XXVII. Da aber die linie BI die mittlere proportional-linie zwischen den Diametern der Kugel BK und der Höhe des Abschnitts BO, IK aber gezogen, BK und der Höhe OK, (§. 158. No. I.) ist die Oberfläche des Abschnitts IKC gleich der Circul fläche deren Radius IK ist, und weil die [illegible] Kugelschnitte der Kugel einerley Oberfläche haben, so der Kegel dessen Höhe der Radius BA und Grundfläche die Circulfläche von dem Radio BI ist, gleich dem Kugelschnitt der Kugel AIBG, und eben ferner der Kegel und der Höhe AK=AB und der Circulfläche von dem Radio IK gleich dem Ausschnitt AIKG (§. 212. No. XIV. XV. XVI.)

Lehrsatz.

§. 212. No. XXVIII. Wenn die Grundflächen und Höhen
Fig. 125. No. 13. 4. zweyer Cylinder in verkehrtem Verhältnis stehen, daß wann sich die Grundfläche des einen AB zur Grundfläche des andern DE, wie die Höhe des andern DE zur Höhe des ersten AC, so sind die Cylinder einander gleich.

Beweis.

Dieser Proportionalen seynd AB: DE=DF: AC, nun ist ein Cylinder ein Product der Grundfläche in die Höhe (§. 197.) dieses aber das Product aus AB, AC gleich dem Product aus DB, DE (§. 154. No. IX.) [illegible] weil die Producta gleich sind, so sind einander auch gleich. W. Z. E.

Zusatz.

§. 212. No. XXIX. Wenn ein Kegel ⅓ eines Cylinders, welcher mit ihm gleiche Höhe und Grundfläche hat, so hat er mit den Kegeln gleiche Eigenschaften (§. 154. No. I.)

Lehrsatz.

§. 212. No. XXX. Es seye eine Kugel in zwey Abschnitten ILBG, ISKG durch eine Fläche IRGT, welche nicht durch das Centrum gehet, zerschnitten, so [illegible] der Diameter der Kugel BK mit dem Diameter dieser fläche IOG zu beyden Seiten einen rechten Winkel machet.

Man setze voraus, wie sich verhalt OB die Höhe des größern Abschnitts ILBG zu AB dem

Radio der Kugl, also verhelt sich OK die höhe des
kleinen Abschnittes zur directen Proportio-
nal linie KN.
Auf gleiche weiß: wie OK die höhe des kleinen
abschnittes zu dem Radio AK = AB, also ver-
helte sich OB die höhe des grössern abschnittes
zur directen BD   Dißes komme auch:
Sage ich: Die Kegl ING und IDG, deren höhe die
aus denen gefundenen directen Proportionales
KN, OD seynd, die grundfläche aber IG GT gemein
haben, seind gleich denen Abschnitten IKSG, ILBG.

Beweiß.

Der Winckel BIK ist ein rechter Winckel (§.
88.) und IO stehet auf BOK vermög der Def.
perpendicular, derowegen ist BI : IO = BK : IK (§. 153
No. V. VIII.) und also verhelt sich das quadrat von
BI zu dem quadrat von IO wie das quadrat von BK
zu dem quadrat von KI (§. 157. No. VIII.) sindemahlen
BK, KI, KO proportional (§. 158. No. I.) so verhelt
sich das quadrat von BI zu dem quadrat von IO wie
die linie BK zu der linie KO (§. 157. No. VIII. V.)
Weil sich nun ferner vermög des Satzes OK
zu dem Radio AB verhelt wie OB zu BD, so ver-
helt sich auch umgekehrter DB : BO = AB : OK (§.
157. No. IV.) und auch wechselweiß DB : BA = BO :
OK (§. 157 No. III.) und ferner zusammen gesetzet
DA : BA = BK : OK (§. 157 No. III.). Da nun
schon erwiesen das BK : OK = □BI : □IO. und die
Circulfläche des Radii BI zur Circulfläche
auch die Circulfläche des Radii IO sich verhelt, wie das quadrat BI zu
dem quadrat IO (§. 131.) so verhelt sich DA zu BA
wie die Circulfläche des Radii BI zur Circul-
fläche des Radii IO (§. 157 No. VI.) Da nun ist
der Kegl aus der höhe D und der Circulfläche

des Radii IG, das ist der Circulfläche QT gleich dem
Kegel aus der Höhe BA und der Circulfläche des
Radii BI (p. §. 212. f. Nro: XXIX. (23.)) : der Kegel aus
der Höhe DA, und der Circulfläche QT ist gleich
dem Ausschnitt der Kugel AIBG (in Nro: XXVIII)
Derowegen wenn ihr sowohl zu dem Ausschnitt
der Kugel AIBG, als auch zu dem Kegel aus DA
und der Circulfläche QT den gemeinen Kegel
IAG addiret, so werden beyde Cörper gleich
(p. §. 23 No V.) nemlich: der Abschnitt der Kugel IL
BG wird gleich seyn zweyen Kegeln, deren einer
ist, welcher gemacht wird aus der Grundfläche
QT und der Höhe DA, der andere aber
ist LAG, welcher aus eben dieser Grundfläche
QT und der Höhe AO gemacht wird, diese
zwey aber machen zusammen den Kegel LDG
(p. §. 161.) derowegen ist der Abschnitt der Kugel IL
BG gleich dem Kegel IDG etc. q. e. d.

Auf gleiche Weiß werdet ihr erweisen können
daß der Abschnitt ISKG gleich seye dem Kegel IMG
derselben mit dem Unterschied, daß der Kegel
IAG, welcher zuvor addirt worden beyderseits
abgezogen werden müsse.

Aufgabe.

§. 212: Nro: XXXI. Den Innhalt des Abschnittes einer
Fig: 125. Kugel zu finden, dessen Höhe OB und Diameter
Nro 15. seiner Grundfläche IG gegeben.

Auflösung.

1. Suchet in der Regel detri OB : IO : OK (p. §. 161.) addirt zu OB die Höhe OK, so habt ihr
BK den Diameter der Kugel.
2. Suchet ferner, wie sich verhalte die zu findende Höhe des kleinern Abschnittes OK
zu dem radio BA, also die Höhe des grössern
Abschnittes OB zur linie BD (p. §. 151.)

3. Dieße gefundene Proportional-linie oder Zahl BD addirt zu BO, so kommt die höhe CD (?) des Orths IDG heraus, der dem Abschnit IBG am Innhalt gleich ist (s. S. 212 No: XXX)

4. Dießen Orth rechnet man (s. S. 201.) so ist der gefundene Innhalt gleich dem Innhalt des Abschnitts

Z. E. Es seye ~~A~~BO = 90". IG = 120", so ist die Rechnung also

1°. BO 90 — IO = ½ IG 60" — IO 60"
60
3600 /
3600 / 40 OK
9990

2°. OK = 40
OB = 90
BK = 130
AB = 65.

3°. OK 40" — BA 65" — BO 90.
90
5850
~~1222~~
~~58500~~ / 14625''' BD
~~4444~~

4°. 100 — 314 — 120" IG
120
6280
314
37680''' Peripherie Q T.

5°. BD = 14625'''
OB = 9000000'''
DO = 23625
⅓ DO = 7875'''

6°. 37680 Peripherie Q T.
30 = ¼ IG
1130400. Grundfläche Q T.
7875 = ⅓ DO.
5652000
79128
90432
79128
8891900000. Innhalt des Orths IDG

hält, welchs auch der Abschnit IL.BG 88190 quadrat-schüh hält. Willst du aber den Innhalt des kleinen Abschnitts finden, so setzet die Höhe des grössern Abschnitts in der Regel Detri voraus (s. 212. No: XXX