Anfangs-Gründe der Geometria in so weith sie (sich) zu denen sammentlichen Architectonischen und Ingenier Künsten erfordert wirdt ... - Cod. Rastatt 195

Schar, Johannes Ferdinandt

[S.l.], [18. Jahrh.]

Ternio XV

urn:nbn:de:bsz:31-306620

Ternio XV.

ẋo 40

15

40

20
70
9
60 | 90 | ri
80
30
25
55
30
60 | 85 | ri
60
25

Von denen Cörpern, ihrer Maass und Proportion

Ein Cörper oder Corpus od. Solidum, seine grösse von 3 Dimmensionen, nemlich länge, breite, und dicke wird auch die dritte dimmension genannt.

Die 15. Erklärung.

§ 177. Wann ein halber Circul X sich um seinen Diameter
Fig: 110. AB herum bewegt, so beschreibt er eine Kugel.

Zusatz

§ 178. Also seynd alle Puncten in der Kugel-fläche von dem Mittel-Punct gleich weith entfernet (§ 13.)

Die 16. Erklärung.

§ 179. Wann eine geradlinigte figur ABC sich an ei-
Fig: 111. ner geraden linie AD perpendicul herunter bewegt, daß sie sich immer parallel bleibet, beschreibet sie ein Prisma, bewegt sich aber ein Circul X,
Fig. 112. an einer geraden linie FG gleicher gestalt
113. herunter, oder ein Rectangulum ABCD umdre-het um seine höhe, so wird ein Cylinder oder Waltze beschrieben.

Der erste Zusatz

§ 180. Ein jedes Prisma hat zwey gleiche Grundflächen, und ist um und um von so vielen Vier Ecken eingeschlossen, als die Grund=fläche Seiten hat.

Der andere Zusatz.

§ 181. In dem Prisma und Cylinder seynd alle durchschnitte, die mit ihrer Grund fläche parallel geschehen, einander gleich.

Die 17. Erklärung.

§. 182. Wann sich ein Rectangulum ABCD an einer
Fig: 115. linie AE herum gleich recht herunter bewegt, bekommt man ein parallelo-pipedum, wenn ein quadrat an einer linie HI die seiner Seite gleich ist, herunder bewegt, zeiget sich ein Cubus oder würffel.

Der 1. Zusatz.

§. 183. Das Parallelopipedum ist in 6 Rectangula eingeschlossen, deren zwey einander überstehende gleich seynd, und alle durchschnitte, die mit der Grundfläche parallel geschehen, seind einander gleich.

Der 2. Zusatz.

§. 184. Ein würffel ist in 6 gleiche quadrata eingeschlossen.
Fig: 116.

Die 18. Erklärung.

§. 185. Wann sich ein recht wincklichter Triangl ABC um eine seiner perpendicular Seiten AB herum bewegt, so beschreibet er einen Conum oder Kegel.

Zuesatz.

§. 186. Alle durchschnitte, welche in dem Kegel mit der Grundfläche DBC parallel geschehen, seind Circul, immer kleiner je näher sie der Spitze A komen. In den Kegel werden auch verschiedene schnitte Considerirt, welche von grossem Nutzen seind, deren Erklärung aber hieher nit eigendlich gehöret, sonderen in ein besonderen Tractat abgehandlet werden.

Die 19. Erklärung.

§. 187. Wann eine linie AD sich um einen Punct D un-
Fig: 117. geschieben liegtet, und um die gantze Peripherie einer geradlinigten figur ABC mit dem andern Ende A bewegt, entstehet eine pyramide, ist die figur ABC ein Circul bekommet man einen Kegel.

Zusatz.

§ 188. Eine Piramide hat zu seiner Grund=fläche, eine
gradlinigte figur, und ist nun rund um in so viele
Triangel eingeschlossen, als die Grund=fläche Seiten hat.
welche Triangel oben in einem Punct D in einer
Spitze zusammen stossen.

Die 20. Erklärung

§ 189. Wann ein Cörper in lauter gleich regularen
figuren von einerley Art eingeschlossen ist,
so nennet man ihn regular oder ordentlich;
die übrige werden irregulare, oder unordent-
lich genennet.

Die 21. Erklärung

§ 190. Ausser dem Würffel (: § 182 :) seind noch 4 an-
fig: 118 dere regulare Cörper, als das Tetraedrum, wel-
119 ches aus 4 gleichseitigen triangeln zusammen
gesetzet wird. das Octaedrum, so aus 8 zusammen
120 gesetzet, das Icosaedrum, welches 20 solche triangel
121. einschliessen. das Dodecaedrum, welches von 12
regularen fünfecken eingeschlossen wird.

Erklärung

§ 190. Nro: I. Ist die Neigung dreyer oder mehrer linien
die in einem Punct zusammen stossen, und nicht
in einer ebene seind, oder dreyer oder mehrer
flächen welche in einem Punct zusammen stossen,
aber solcher gestalt, daß sie eine Spitze, und kei-
ne ebene fläche machen, wird ein Cörperlicher
Winkel (: Angulus solidus :) genennet.

Zusatz.

§ 190. Nro: II. dessentwegen müssen die jenige Winkel
der flächen in welchen sie zusammen stossen, zusam
weniger als 360 grad ausmachen, dann sie

sonst eine ebene fläche machten. q. E. d. Der
Winkel im regularen dreyeck ist 60. grad. drey
solcher Dreyeckl ihre zusammen stossende Winkel
machen 180 zusammen, und dieses ist der körper-
liche Winkel des tetraedrum, deren dieser körper
vier sich hat. Vier Winkel eines regularen
dreyecks machen 240 grad und fünff 300.
derowegen können drey, vier und fünf gleich-
seitige Dreyeckl zusammen stossen, um einen
körperlichen Winkel zu machen, wie in dem
octaedrum vier zusammen stossen, bey dem Icosaedro
aber fünff. hingegen weilen 6 schon 360 grad
machen können sechs gleichseitige Dreyeckl
keinen körperlichen Winkel machen, indeme die
zusammen stossende flächen eine ebene fläche
machen würden. können also aus gleichseitigen
Dreyeckln nur die obgezeigte drey regular
körper erwachsen können.
Der Winkel im quadrat hat 90 grad, können der-
wegen nit mehr als drey quadrata in einen
körperlichen Winkel zusammen stossen, indeme
viere ohnedem eine ebene fläche machen.
dieser körper ist der cubus, und ist in 6 gleich
quadrata eingeschlossen (§. 134.)
Endlich der Winkel im fünffeck ist 108 grad,
derowegen können nit mehr als 3 solche Winkel
in einen körperlichen Winkel gehen, dann alle
drey winkel 324 grad machen, und dieses körper
oder Solidum ist das oben beschriebene dodecaedrum
so in 12 regulare fünffeck eingeschlossen ist.
Im Sechseck machen die Winkel von dreyen fläch
auch 360 grad, und müssen liegen sie flach, weni-
ger als drey ebene flächen können keinen körper-
lichen Winkel machen, wann auch einer solchen
der ein seine Spitze eingeschlossen wäre

Es giebt zwar verschiedene Cörper, welche auch in Regulaire aber mit vielerley figuren eingeschlossen seind, wie in Ozanams recreations de mathematique, und auch bey denen glasern an ihren lustres zu sehen ist, dieselben alle diese können nit Regular genennet werden, weilen sie nicht in einer gleiche flächen und winkel eingeschlossen seynd.

Die 63 Aufgab:

§. 191. Den Cörperlichen Innhalt eines Cubi od. würffel und seine ober fläche zu finden.

Auflösung.

Der maaßstab des Cörperlichen Innhalts, seine Cubic-ruthe, dieß ist ein würffel, der eine ruthe breit und dick ist, dieser wird eingetheilet in Cubic-schuh und Cubic-Zoll, es seind jene seind würffel die zur seite einen schuh, diese aber würffel die zur seite einen Zoll haben, wann ihr den Cörperlichen Innhalt eines würffels wissen wollet, so

1. messet die seite des würffels, und multipliciret sie mit sich selbsten, so habet ihr seine grundfläche. (§. 114. 184.)
2. dieses multipliciret wieder durch seine seite, so kommet der Innhalt des würffels heraus.
3. hingegen wann ihr die grundfläche mit 6 multipliciret, so komt die fläche des gantzen würffels heraus (§. 184.)

Exempel.

Seite 34
34
136
102
1156 Grundfläche

1156 Grundfläche
34 Höhe
4624
3468
39304 Cörperlicher Innhalt des würffels.

1156 grundfläche
6 Zahl der flächen
6936 ober fläche.

Beweiß.

Fig: 122 Mann bilde sich ein, es seye die Seyte des würffels in etl: gleiche theile getheilet, so ist klar, daß so viel schichten kleiner würffel heraus kommen, als die fläche theile hat, und in jeder schicht so viel klein würffel als quadrata in der gantzen fläche seind, derowegen, wenn man die höhe durch die grund fläche multiplicirt, so kombt die Anzahl der kleinen würffel heraus, die der gröste in sich helt.

Zusatz

§. 192. Wann die Seyte des würffels 10 ist, so ist der cörperliche Innhalt 1000. derowegen wann die Seyte, Ruthen oder 10 Schuh helt, so seynd 1000 schuhige würffel in der grossen enthalten, und demnach helt die Cubic Ruthe 1000 cubische schuh, der Cubic Schuh 1000 cubic zoll, der cubic zoll 1000 cubiclinien und so weiter.

Anmerkung

Die Cörper Maaß ist die dritte dimmension, und hat dreyerley schnitte in sich, dann wann man zum Exempel eine Cubische Ruthe, die einen Balcken, der eine Ruthe lang, breit und dick ist, in Schuhe zerschneiden will, so theilen dreyerley abschnitte ab, als erstl. [illegible] schafft deren jede 10 Schuh lang und breit, und 1 Schuh dick ist. [illegible] wird jeder dieser schafft in 10 sogenannte bolten geschnitten, deren jeder eine Schuh lang und breit und 10 Schuh dick ist, und deren seynd 100 in der Cubic. Jeder dieser sogenannten bolten, wird durch den dritten schnitt erst in 10 cubic Schuh zerschnitten, da dann die 1000 Schuh auß fallen. Dergleichen verschiedt es mit dem cubic Schuh, cubic zoll oder auch der cubic linie, und so weiter. dessen kommt es

für jeden Bruch in der Cubic Zoll 3 Ziffern genommen werden
oder wenn man von einer Zahl cubic schuhe wissen
will, wie viel cubic Ruthen enthalten, so dürfet ihr
nur von der rechten gegen die linke 3 Ziffern abschneiden
so bedeuten die letzten beyden linken die Cubic-ruthen;
bestehet eine solche Zahl in Zollen, so müssen von der
rechten gegen die linke zweymahl 3 Ziffern abgezogen
werden, und so weiter, wie ihr auß denen folgenden Exem-
plen und Aufgaben deutlicher begreifen werdet.

Die Feldmesser gebrauchen sich zur Ausrechnung der Mau-
ren, Erde und allen Dingen der Achtschuhigen Klafter
wozu sie eine besondere Methode zu zehlen haben, welche
an einem andern Ort erklärt wird.

Der 27. Lehrsatz.

§. 193. Alle Parallelepipeda, prismata und Cilinder,
welche gleiche Grund-flächen und Höhe haben, sind
einander gleich.

Beweiß.

Wann man einen parallelepipedum, prisma und Cilin-
der in lauter Scheiben zerschneidet, so subtil als
man will, so seind nit allein alle Scheiben ein-
andergleich (§. 151.) sondern wann jeder Cörper
auch gleiche Höhe haben, so kann auch einer nit mehr
als auß dem andern geschnitten werden, und also
fasset ein Cörper so viel Raum in sich wie der andere.
w. z. E.

Die 64. Aufgabe.

§. 194. Den Innhalt eines jeden Parallelepipedi und seine
Fig: 103. Fläche zu finden.

Auflösung

1. Multiplicirt die Länge AB durch die Breite BC so habet ihr die Grundfläche ABCD (§. 117. 183.)
2. diese multiplicirt ferner durch die Höhe BF so kommet der verlangte Innhalt heraus.

Zum Exempl.

Es seye AB 36. die Breite BC. 15. BF. 12.

AB 36 Länge
BC 15 Breite
180
36
540. Innhalt der fläche ABCD

540. fläche ABCD
12 Höhe BF
1080
54
6480 Cörperlicher Innhalt.

Vor die Oberfläche.

1. Multiplicirt AB mit BC, ingl. AB in BF, und BE in BC so habet ihr die Vierecke BD und EB und BG (§. 117. 183.)
2. Addiret die drey Vierecke zusammen, und multiplicirt die Summa durch 2. so bekommet ihr die fläche des parallelopipedi heraus (§. 117. 183.)

Zum Exempel

36. AB
15
180
36
540 fläche DB
432 BG.
180 BE.
1152
2
2304 fläche des Parallelopipedi

36 AB
12 BF
72
36
432 fläche DG.

15 BC
12 BF
30
15
180. fläche BE.

Beweiß.

Der Beweiß ist in der vorhergehenden Aufgabe (§. 191.) des 98. Lehr Satz.

§. 195. Fig. 124. Ein jedes Parallelopipedum wird durch die Diagonal fläche DBFH in zwey gleiche Theile getheilet.

Beweiß.

Die Diagonal-linie DB theilet das grammum parallelogrammum ABCD in zwey gleiche triangel (§. 102.) da nun die beyden Prismata ADBEGH und DBCEFH nächst diesen gleichen grund fläche auch einerley höhe DH haben, müssen sie einander gleich sein (§. 193.) w. z. e. w.

Die 65. Aufgabe.

§. 196. der Innhalt eines jeden Prismatis und seine fläche zu finden.

Aufflösung.

Fig: 124. 1. Suchet die grundfläche des Prismatis (§. 114. 121. 122. 123. 124.)
2. multiplicirt selbe durch die höhe, so kommet der verlangte Innhalt heraus.
3. hingegen multiplicirt den Umfang der gantzen grundfläche durch die höhe, so kommet die fläche außer denen zwey grundflächen heraus.
4. Wann ihr nun diese darzu addiret, so habet ihr die gantze fläche (§. 180.)

Zum Exempel, es seye AB 8, CD. 6, AE 15,

AB 8
½CD 3
24 grundfläche ABC.

ABC – 24
AE 15
120
24
360 Innhalt des Prismatis.

Seyte BC 91
BA 80
AC 62.
233 umfang der grundfläche.

233. Umfang der grundfläche
150 höhe
11650
233
34950 Seiten flächen.

Seyten fläche 34950
untere fläche 2400 BAC
obere fläche 2400 HEI.
39750 gantze Ober fläche.

Beweiß.

Das dreÿ seitige Prisma ist die helffte eines Parallelopipedum, welches mit ihme gleiche höhe aber gedoplet grundfläche hat (§. 195.) wenn man die gantze grundfläche des Parallelopipedis mit der höhe multipliciret, so bekommt man seinen Innhalt (§. 194.) derowegen wenn man die helffte der grund-fläche des Parallelopipedi, das ist die grundfläche des dreÿ seitigen Prismati durch die höhe multipliciret, so muß die helffte des Parallelopipedi, das ist der Innhalt des Prismati herauß kommen, alle übrige Prismata lassen sich in dreÿ seitige Prismata zertheilen und also gildet auch von ihnen, was von dreÿ seitigen erwiesen worden.

Die 66. Aufgab.

§. 197 Durch die gegebene höhe eines Cylinders und den Diameter desselben seinen Innhalt, und seine fläche zu finden.

Auflösung.

Fig: 113. 1. Suchet die grundfläche des Cylinders (§. 134.)

2. multipliciret selbe durch die höhe, so habet ihr den verlangten Innhalt.

3. hingegen die Peripherie multipliciret durch eben dieselbe höhe, so kommet die fläche ohne die beÿde grundflächen herauß.

4. Wenn ihr nun die beÿden grundflächen darzu addiret, so ist die Summa die verlangte fläche des Cylinders.

Zum Exempel, es seye der Radius AB zweÿmahl genommen, folglich der Diameter 560''. die Höhe BC 892'' so ist:

die Grundfläche 246176''	175840''' Peripherie
892'' Höhe	8920'''
492352	3516800
2215584	158256
1969408	140672
Innhalt des Cylinders 219588992'''	1568492800''' Seite oder Umfang
	24617600 des Cylinders
	24617600 gegengrundfläche
	1617728000''' ganze oberfläche

Der Beweiß.

Weilen der Circul ein regulaires Vieleck ist, so unendlich viele Seyten hat (§.420.) so kann man den Cylinder als ein Prisma ansehen, welches unendlich viele Seiten hat, dannenhero wird sein Innhalt gefunden, wenn seine grundfläche durch die Höhe, die fläche aber, wann die Peripherie der grundfläche durch dieselbe Höhe multipliciret wird. (§.196.) w. z. E.

Der 29. Lehrsatz.

§. 198. Piramiden und Kegel, die gleiche Grundflächen
Fig. 113. und Höhen haben sind einander gleich.

Der Beweiß.

Es seye ABC eine Seyten fläche von einer Piramide und DEF von der andern BC und EF in einer linie EF, BC = EF die Spitze A und D mit BE in einer fläche, und AM auf BC, DO auf EF perpendicular, so ist AM = DO. Man ziehe nun GK und BF und AD parallel, so ist auch AL = DN (§.22.) und AG : AB = GH : BC = AL : AM (§.149.) ebenso wird erwiesen daß DN : DO = IK : EF da nun GH : BC = IK : EF, daß GH : IK = BC : EF, und BC = EF, so ist GH = IK. weilen eben dieß in allen übrigen flächen, welche die Piramide

eingeschlossen erweisen werden kan, und wegen der
ähnlichkeit der durchschnitte in einer Piramide so
mit der grundflächen parallel geschehen, sind sie
einander ähnlich, denn die gleichliegende winkel
einander gleich seind. (§. 147.) so müssen die durch-
schnitte in beiden Piramiden gleicher grösse sein,
wenn sie in gleicher höhe geschehen (§. 31.) da
aber die gantze höhe der Piramiden von gleicher
grösse seind, kan man in einer nit mehr
durchschnitte haben als in der andern, und dennoch
seind die Piramiden einander gleich. welches das
erste war.

Wann man die Triangel ABC und DEF für
die durchschnitte zweyer Kegel annimmt, dadurch
sie von der Spitze bis durch die grundfläche in
zwey gleiche theile getheilet werden, so seind AH und
IK die Diametri der Circul, welche bei denen mit
denen grundflächen parallel geschehenen durch-
schnitten entstehen (§. 186.) so ist aber auch
klar, daß diese Circul und folgends die gantzen
Kegel einander gleich sein müsten, welches das
andere war.

Der 30 Lehr Satz

§. 199. Ein jede Piramide ist der dritte theil von einem Pris-
ma, so mit ihr gleiche grundfläche und gleiche höhe
hat.

Beweiss.

Fig: 122 Die Piramiden ABCE und DFEA haben einerley
Prop. höhe, und die grundfläche ACB und DFE
einander gleich (§. 198.) ingl. die Piramiden
ACBF und FEBA weilen sie gleiche grund-
flächen CEB und BEF (§ 102.) und einerley

Höhe haben, indeme die beyde in der Spitze zu=
sammen stoßen, derowegen sind sie auch einander
gleich (§. 20 Nro: III.) w. z. E.

Anmerkung.

§. 199. Nro I. Wann man das Prisma aus Holz verfertiget,
und auf gehörige Weiß zerschneiden lasset, so kan
denen Anfängern der Sazz deutlicher gemacht
werden; Am füglichsten aber lasset sich solches an
einem Prisma thun dessen grundfläche ein gleich=
seitiger Triangel ist.

Zuesatz.

§. 199. Nro II. Der dreyseitige Piramide ist der dritte theil
eines dreyseitigen Prisma, so mit ihme
gleiche grundfläche und höhe hat.

§. 199. Nro: III. Weilen sich ein jedes vielseitiges Pris=
=ma in so viele dreyseitige zertheilen
lasset, als in wie viele Triangel die grund=
fläche getheilet werden kan (§. 124.) so muß
ein jede Piramide der dritte theil eines Prisma
sein so mit ihme gleiche höhe und grund=
fläche hat.

Zuesatz

§. 200. Da nun ein kögel für eine Piramide zu halten ist,
welches unzehlich viele seite hat, so wird auch
derselbe der dritte theil eines Cylinders seyn,
so gleiche grundflächen und gleiche höhe mit
ihme hat.

Die 64. Aufgabe.

§. 201. Den Innhalt einer Piramide, auch eines Kegels
zu finden.

Auflösung.

1. Suche den Innhalt eines Prismatis, oder Cylinders,

so gleiche grund fläche und höhe mit der Piramide
und Kegel hat (§. 196. 197.)

2. dieser dividiret durch 3, so kombt der Innhalt der Piramide und Kegel heraus (§. 199. 200.)

oder.

Multiplicirt die grundfläche beyderseiths mit dem dritten theil der höhe.

Zum Exempel der Innhalt des Prismatis (§. 5.165.) 360 also ist der Innhalt der Piramide 120. der Innhalt des Cylinders seye (§. 197.) 21958899'' so kombt für den Innhalt des Kegels 7319633''.

Aufgabe

§. 201. Nro I. die Ober-fläche der Piramide zu finden.

Auflösung.

1. Suchet den Innhalt eines deren Triangeln in welche die Seyten der Piramide eingeschlossen ist. (§. 122.)
2. Multiplicirt denselben durch die Zahl der Seiten der grundfläche (§. 188.)
3. Addiret zu dem Product den Innhalt der grund-fläche, so habet ihr die gantze obere fläche.

§. 201. Nro II. Wenn die grundfläche aber nit gleiche Seiten hat, so müsset ihr jeden Triangel besonders ausrechnen, und alsdann dieselbe addiren.

Lemma

§ 201. Nro IV. die Ober fläche eines Perpendicular Kegels ist die helfte eines Rectanguli aus der länge der Seithe des Kegels in die länge der circumferent seiner basin.

Beweiß.

Indeme die basin als Circul gleichsam vielecks von unzählig vielen Seithen (§. 126.) derowegen ist der Kegel gleich einer Pyramide von unzählichen Seiten, und ist in so viele Triangel eingeschlossen als die grundfläche Seiten hat (§. 188.) wann jeder Triangel die Hälfte eines Rectangulum aus seiner basim in die Höhe ist, welches die länge der Seite des coni ist (§. 120.) folglich ist die ganze Seiten-fläche des Kegels gleich einem Rectangulum in die länge seiner Seite in die länge der circumferenz seiner basim w. z. E. 2

Zusatz.

§. 201. Nro V. Hieraus dürft ihr nun den Innhalt der Oberfläche des Kögels zu finden, die Peripherie mit derselben länge der Seite des Kegels multipliciren.

Wollet ihr die ganze Oberfläche haben, so addiret zu der gefundenen fläche der Seite noch den Innhalt der basim, so ist geschehen.

Noch anders.

1. Suchet die Peripherie und Innhalt der grund-fläche aus (§. 132. 134.)
2. Multipliciret die gefundene Peripherie durch dieselbe länge der Seite des Kegels, zu diesem Product addiret den Innhalt der grundfläche, so habt ihr die ganze oberfläche.

Beweis.

Die Oberfläche eines Kögels ist gleich dem Ausschnitt eines Circuls, dessen Bogen die länge der Peripherie des Circuls der grundfläche, und dessen Radius die länge der Seite des Kegels ist (§. 137.)

Lemma.

§. 204. Nro III. Die Seiten fläche eines Kegels ist gleich einem Sectorem, dessen Bogen so groß, als die Peripherie der grundfläche, und dessen Radius die Seite des Kegels ist.

Denn ein Kegel wird beschrieben, wenn sich eine ge-
rade Linie an einem festen Punct um die Peripherie
eines Circuls herum beweget (§. 184.) solchem
beweget sich eine gerade Linie um einen festen
Punct so lang, als lang die Peripherie des Circuls
der fläche des Kegels ist, und mithin beschreibet
sie einen Sectorem, welcher zum Radium die
Seite des Kegels, und zum Bogen die circumferenz
der Circul fläche hat.

Anmerkung.

§. 201. Nro VI. Diese zwey Aufgaben von findung der
oberfläche deren Pyramiden und Kegeln sind in
der Civil Bau Kunst, und vielen andern fällen
nöthig.

Die 68. Aufgab.

§. 202. Den Innhalt eines abgekürtzten Kegels ABCD zu
Fig. 125. finden. Auflösung.

1. Wann man inferirirt, wie der unterschied
der beeden Diametrorum AG und CF zu
der Höhe des abgekürtzten Kegels CH, so der selbe
grosse Diameter AG zur Höhe des gantzen Kegels EG
(§. 149.) so kann man durch die Regel Detri die
Höhe des gantzen Kegels EG finden.
2. Aus diesem und dem Diameter AB suchet den Innhalt
des gantzen Kegels AEB (§. 201.)
3. Ziehet die Höhe des abgekürtzten Kegels FG von
der Höhe des gantzen EG ab, so bleibet die Höhe des
abgeschnittenen Kegels EF übrig.
4. Suchet aus dieser und dem Diameter CD den Innhalt
des Kegels ECD (§. 201.)
5. Endlich ziehet den kleinen Kegel ECD ab, so bleibt
der Innhalt des abgekürtzten Kegels übrig.

Zum Exempel. Es seye AB. 36', CD 20', FG = CH 12', so ist AG 18', CE 10', und AH 8', dennach AH : CH = AG : GE.

Anmerkung.

§. 202. Nro I. Wollet ihr die Oberfläche des abgekürtzten Kegels finden, so suchet:
1. die Seiten fläche des grossen Kegels (§. 201. Nro IV.) wie auch deren Seiten fläche des kleinen Kegels

100 — 314 — 36'
36
1884
942
113|04''' grosse
11|00 peripheria

11304'''
900'''
¼ AB
10173600''' Innhalt des grossen basis.

10173600'''
900'''
9156240000''' Innhalt des grossen Kegels
2400''' EG grosse höhe
1200''' FG
1500. höhe des kleinen Kegel FE

~~471~~ 0000000 | 157 0000000. kleiner Kegel

915624 0000
157 0000000
758624 0000''' abgekürtzter Kegel.

8 — 12 — 18
12
36
18
216
27|23 EG. höhe des grossen Kegels.
88
24|9 drittetheil EG
3

100 — 314 — 20' CD
20'''
6280''' kleine Peripherie

6280'''
¼ CD 500
3140000. Innhalt der kleinen basis

3140000'''
1500
1570000000
314
471 0000000. kleiner Cylinder.

Anmerkung.

§. 202. Nro I. Wollet ihr die Oberfläche des abgekürtzten Kegels finden, so suchet.
1. die Seiten fläche des grossen Kegels (§. 201. Nro IV.) wie auch die Seiten fläche des kleinen Kegels. (§. 201 Nro VI.)

2. Ziehet die kleinere von der grösseren ab, so bleibt die Seiten fläche des abgekürzten Kegels übrig.

3. Zu dieser addirt die grundfläche des kleinen und grössten Kegels, so habt ihr die gantze Oberfläche

Anders.

1. Suchet die Peripherie der grund und ober-fläche (§. 132.)

2. Diese addirt, und die Summa multiplicirt durch die halbe höhe der Seite des abgekürzten Kegels.

Beweiß.

Wann die längen der beyden Peripherien addirt wird, und ihr multipliciret die Summa ~~d~~ durch die Länge der Seiten höhe AC. so kombt der Gantzen ein Rectangulum heraus, dessen basis die länge beyder Peripherien, und die höhe der länge der Seite ist. wann die Summa der zwey Umkreyß längen, aber nur durch die halbe höhe AC multiplicirt wird, so kombt dessen helfte heraus welches eben so viel ist, als wann ihr die mittlere arithmetische propor-tional zwischen ~~beyden~~ Peripherien (§. 160. Nro: IV. Nro V.) mit der gantzen Seiten höhe AC multiplicirt.

Der 31. Lehr Satz.

§. 203. Die Kugel ist gleich $\frac{2}{3}$ von einem Cylinder, der gleiche grundfläche, und höhe mit ihr hat.

Beweiß.

Fig. 125. Nro 1. Wann das Quadrat ABCD sich um seine Seite CD herumdrehet, beschreibet es einen Cylinder (§. 179.) der quadrant DCB eine halbe Kugel (§. 125.) und der Triangel ADC einen Kegel (§. 185.)

E

Weil die höhe DC an allen dreyen Cörpern einerley ist, so können in einem nit mehr durchschnitte gemacht werden als in der andern. Es stelle die linie HE denselben Diameter eines durchschnitts vor, der in allen 3 Cörpern in einerley höhe geschiehet, so verhält sich der durchschnit des Cylinders wie das quadrat HE oder GC. der durchschnit der Kugel wie das quadrat GE und der durchschnit des Kegels wie das quadrat FE oder EC; weilen alle diese durchschnitte Circul seynd und sich verhalten wie die quadrata ihrer Diametrorum (§.131.) dieweilen BC = HE und GC = BC (§.24.) so ist auch HE = GC. ingleichen weil CD = AD (§.20.) so ist auch EC = EF (§.144.) wenn man nun das quadrat EC, das ist den durchschnit des Kegels von dem quadrat GC das ist den durchschnit des Cylinders wegnimmt, so bleibt das quadrat GE das ist der durchschnit der Kugel übrig (§.144.) da nun dieses von allen durchschnitten gültet, so folget das, wenn man den Innhalt des Kegels von dem Innhalt des Cylinders wegnimmt, der Innhalt der Kugel übrig bleibet, derowegen weil der Kegel $\frac{1}{3}$ des Cylinders ist (§.200.) so muß die halbe Kugel $\frac{2}{3}$ von derselben seyn, folglich auch die gantze Kugel $\frac{2}{3}$ von einem Cylinder der noch einmahl so groß ist, wie der vorige das ist mit ihr gleiche höhe und grund-fläche hat. q. e. d.

§.203. Nro I. Ohngeachtet dieser Beweiß scheint noch dunkel zu seyn, indeme es scheint, daß nit in allen durchschnitten auch gleiche Verhältnuß seye, welche in der höhe AB geschehen können, denn wenn der durchschnit. Zum Exempel in L

geschiehet, so ist der Durchschnitt des Kegels LM weit
grösser als der Durchschnitt der Kugel IK welches
wider den Satz ist aber es muß also verstanden
werden nemlich:
In der Höhe AB können so viel Durchschnitte mit
CB parallel geschehen, als Puncte in der linie der
Höhe AB seind, alle diese Durchschnitte seind
selbst Circul. die Durchschnitte des Cylinders seind
alle einander gleich (§. 181.) die Durchschnitte
der Kugel und des Kegels aber nehmen von
der Grundfläche immer ab, wenn man nun
alle Durchschnitte so considerirt, wie in dem 22
Lehr Satz (§. 144.) so kommen in den Cylinder
alle Durchschnitte des Cylinders, in der Kugel alle
Durchschnitte der Kugel, und in den Kegel alle Durch
schnitte des Kegels herein, da nun in jeden Durch
schnitt sich die Durchschnitte der drei Cörper so verhal
ten wie (§. 144.) so werden alle Durchschnitt
des Cylinders den Cylinder, und die Durchschnitt
der Kugel, die Kugel und die Durchschnitte des Kegels
den Kegel formiren, d. i. wenn man zum
Exempel so viele Durchschnitt in der Höhe AB
machte, als Blatt Papier in dieser Höhe
übereinander zu liegen Platz hätten, und
man schnitte jedes dieser Blätter nach
dem 22 Lehr Satz für die Kugel aus, so würden
sie, wenn man sie übereinander legte,
wieder eine Kugel formiren.
Der Erfinder dieses Lehr Satzes ist der grosse
Syracusanische Mathematicus und Ingenier

Archimedes, er hat ihn in grossen Büchern weit-
läufftig ~~[illegible]~~ vorgetragen, und demonstriret,
welche aber diese Demonstration viel zu weit-
läufftig haltet, so hat der berühmte Pater Ta-
cquet S.J. durch einen Extract aus Archimede
nebst vielen andern solche zu verkürtzen
gesuchet, die obgezeigte Demonstration ist von
Carolo Renaldini einem Italiener, Sturm in
seiner Mathesis enucleata nebst des P. Hono-
rati Fabri S.J. seine, andere thun es auf andere
art demonstriren. Unter allen aber scheinet mir
des Mons: Belidors seine Manier am deutlichsten
zu seyn, welche fast auf des Patris Fabri art ge-
richtet, wessentwegen ich sie wegen Deutlich-
keit auch hier hersetzen will.

Anmerkung.

§. 203. Nro I. Aus dem Beweiß der 57 Aufgabe (§. 158.) folget,
daß wann auß jedem Puncte des Diametri eines
selben Circuls eine Perpendicular-linie bis an
die selbe Peripherie gezogen wird, dieselbe
allezeit die mittlere Proportional linie seye
zwischen denen zwey theilen des Diametri,
so sie abschneidet.

Lehr Satz.

§. 203. Nro: II. Die mittlere Proportional linie GH so
Fig: 125. zwischen ein Circul und einer um denselben
Nro 2. gezogenen Linie X stehet, ist gleich dem Radium
eines Circuls dessen Innhalt dem Innhalt
der Kron X gleich ist.

Beweiß.

Die linie HG ist die mittlere Proportional linie zwischen EG und GF (§. 158. §. 203. Nro 1.) weil der Triangl HGD recht winckhlicht, folglich ist das quadrat der Hypothenusa, diß ist der Radium des Circuls EHF so groß als die quadrata der linie HG und des Diameters des kleinen Circuls GD zusammen. (§. 144.) ziehet man nun das quadrat des Radium GD von dem quadrat des Radium der Summe HD ab, so bleibet das quadrat von HG, als der Radium eines Circuls übrig, welcher der unterschied zwischen dem grossen Circul EHF und dem kleinen, dessen Radius GD ist, und dieser Unterschied ist vorhero zwar so groß als die Cron XX. folglich ist die mittlere Proportional linie HG zwischen EG und GD gleich der Radium eines Circuls welcher der Cron gleich ist.

Lehrsatz.

§. 203. Fig: 25. Nro 3. Nro: III. Die halbe Kugl AED ist gleich $\frac{2}{3}$ eines Cylinders ABCD, dessen grundfläche die größte Circul der Kugl, und dessen Höhe der Radius derselben ist.

Beweiß.

Wann verlängere den Diameter des Cylinders über B bis in F solcher gestalt, daß BF gleich AB und ziehet die Hypothenusa AF, welche einen gleich schenckhlichten Triangl ABF formirt, wann supponire, daß die halbe

Kugl und der Cylinder durch eine fläche
GE, mit der basis AD parallel durchschnitten
seyn, dieser Schnit formiret zwischen der
obern fläche der Kugl und des Cylinders eine
Ring oder Cron GH. Wenn man auch
von dem Punct H eine Perpendicular HI auf
den Diameter AD fallen lässt, so ist sie die mitl-
lere Proportional zwischen AI und DI oder
GH und HE und folglich der Radius eines
Circuls der dem Innhalt der Cron gleich ist.
(§. 203. Nro II.) weilen HI GA. und GK.
einander gleich einen Circul, welcher zum
Radium die Correspondirende linie GK hat.
welcher einer deren durchschnitten des
Triangels ABF, und deren so vile mit
BF parallel gezogen werden können, als
Puncten in der linea BA seynd. und alle
diese durchschnitt seynd Radij so vieler
Circul, die deren mit ihren Correspondirenden
Cronen gleich seynd (§. 203. Nro II.) diese
durchschnitt zusammen aber machen einen Kegl
aus, der mit dem Cylinder einerley höhe AB
und grundfläche BC oder AD hat. Nun
ist der Kegl der dritte theil eines Cylinders
der mit ihm gleiche höhe und Gründ-
fläche hat (§. 200.) zieht man also
diesen Kegl von dem Cylinder ab, so bleibet
für die Kugl $\frac{2}{3}$ übrig. w. z. E.

Zusatz

§. 203. Nro IV. Aus diesem folget, daß wenn man

der Cörperlichen Innhalt der selben Kugl
zu finden, wenn man die grundfläche
der selben Kugl, das ist den Innhalt des
grösten Circuls mit 2 dritten theil der
Höhe multipliciren darf (§ 203 No III)

Zusatz.

§ 203. No V Wenn man einen Viertl Circul
Fig. 125 CAB betrachtet, als wenn er unendlich
No 1. mahl mit der basin CB parallel durchschnitten
wäre, und deren durchschnitte DE sagt, und
wenn sich dieser Viertl Circul um den radium
AB herum drehet, so beschreibet er eine halbe
Kugl X. diese ist auß einer unendlichen Zahl
deren Circuln zusammen gesetzt, deren
radius die besagte durchschnitte seind, nun
sich diese Circul verhalten, wie die quadrata
ihrer Diametrorum, und um den Innhalt der
dieser Circul zu finden, muß man des Circul
des grösten radium BC durch $\frac{2}{3}$ von AB multipli
ciren. folget also daß wenn man den Innhalt
aller quadraten, aller durchschnitte des Viertl
Circuls finden will, man das quadrat
des grösten durchschnit CB durch $\frac{2}{3}$ von AB
multipliciren müssen, und kann man
eine grad folgerung hier außziehen, nemblich:
daß in einer Progression, welche von unendlichen durch
schnitten eines Viertl Circul zusammen gesetzet
ist, die summa aller deren quadraten
gleich dem Product auß dem quadrat des grösten,
das ist des quadrats des grösten radium
in $\frac{2}{3}$ des radio seie.