Anfangs-Gründe der Geometria in so weith sie (sich) zu denen sammentlichen Architectonischen und Ingenier Künsten erfordert wirdt ... - Cod. Rastatt 195

Schar, Johannes Ferdinandt

[S.l.], [18. Jahrh.]

Ternio Geometria XI

urn:nbn:de:bsz:31-306620

Tercio Geometria

XI

IX

über das quadrat AG übrig, müssen dann auch diese
zwey flächen auch aneinander gleich seyn.
Da nun die mittlere geometrische Proportional-
linie herauß kommet, wenn die zwey äusserste
Termini miteinander multipliciret werden,
und auß dem Product, welches so groß als Rectan-
gulum HC die quadrat-wurtzel gezogen wird
d.i.ßt, wenn AB = HI mit HB multipliciret wird,
und auß dem Zumachs die quadrat wurtzel ge-
zogen wird, so verhelt sich AB : AH :: AH : HB.
/:§.160 Nro VIII:/

Diese Theilung der linie wird auch sectio divina
genennet, wegen ihres vielen nutzes und ge-
brauchs.

Aufgab.

Nro XIX. Ein zwölff theil in einen Circul zu beschreiben. §.160. fig:90 Nro:12.
1. traget den Radium AC des gegebenen Circuls in die
Peripherie auß C in D.
2. halbiret den Bogen CD in E. so ist der Bogen
CE der zwölffte theil des Circuls.

Beweiß.

der Radius ist die Seithe des Sechsecks gleich /:§.108:/
wann dannenhero der Bogen in dem Sechseck in 2 gleiche
theile getheilet wird, so kombt der Bogen des Zwölf-
Ecks herauß. w.z.E.

Lehr-Satz

Nro: XX. Wann in einen gleichschenckligten Triangel §.160. fig:96 Nro:13.
ABC jeder Winkel an der basim doppelt so groß
als der Winkel an der Spitze, und einer auß die-
sen Winklen an der basim z.Ex: BAC wird in zwey
gleiche theil getheilt, und wo die Theilungs linie die
gegenüberliegende Seithe BC in D berühret, so

wird sie in dem Punct D in die mittlere und äußerste
Ration getheilet, d. i. es wird BC : BD :: BD : DC.

Beweiß.

Die Triangl ABC und ADC seind einander
ähnlich, denn der Winkl C gehört zu beyden,
und der Winkl DAC ist dem Winkl ABC
gleich, ingleichen seind die linien AC, AD und DB
auch einander gleich, denn weilen die Winkl
DAB und ABD per constructionem gleich seind,
so ist die Seithe BD der Seithe DA gleich (: §. 81. :) dero-
wegen ist BC : AC :: CA : CD und wenn anstatt
der linie CA die ihr gleiche BD angenommen
wird, so ist BC : BD :: BD : CD (: §. 143 No: VI. §. 160 No:
XV. XVI. :) w. z. E.

Aufgab.

§. 160. No: XXI. Einen solchen gleichschenklichten Triangl ABC
Fig: 96. zu machen, dessen Winkl an der basi doppelt
No: 13. so groß seye, als der Winkl B an der Spitze.

1. Theilet die gegebene linie BC in die mittlere und
äußerste Ration (: §. 160 No: XVI. :)
2. Auf die kleinere befundene lineam DC machet mit
der mittleren DB einen gleichschenklichten Triangl
DAC.
3. Machet ferner mit der breite der gantzen gege-
benen linie CB einen gleichschenklichten Triangl
auf die lineam AC, so wird der Winkl bey B halb
so groß sein als jeder Winkl an der basi.

Anderst.

§. 160. No: XXII. 1. Dividiert 180 als die Zahl der grade so jeder
triangl hat (: §. 74. :) durch 5. so ist der quotient 36
grade. und dieses ist der Winkl an der Spitze.
2. Ziehet ihr diese 36 grad von 180 ab so bleiben 144
grad für die zwey Winkl an die basin übrig,

und bekomt jeder 72 grad, welches doppelt so viel als der Winkel 36 an der Spitze ist.

Aus diesem folget ferner.

No: XXIII. Wann man mit der gegebenen linie BC. einen Circul beschreibet, und an den centrum B den Winkel von 36 graden machet, und den andern radium BA. ziehet, und lassen auf die Corda AC. so ist der Triangel ABC gleich schenkelich und jeder Winkel an der basi ist doppelt so groß als der an der Spitze B. § 160. Fig: 96 Nro: 13.

Aufgabe

Nro: XXIV. Ein 10 Eck in einen Circul zu beschreiben. § 160. Fig: 96 No: 14.

1. theilet den radium BC des gegebenen Circuls in die mittlere und äußerste ration (§. 160. Nro XVI.) in D.
2. traget die mittlere gefundene proportional linie DC so oft in den Circul herum als angehet. (§. 160. No: XXIII.)

Lehrsatz.

No: XXV. Wann man die Seithe des eingeschriebenen Sechs Ecks, und die Seithe des in einerley Circul eingeschriebenen 10 Ecks in eine gerade linie zusammen henget, so ist die gantze linie in den Punct wo sie zusammen gehenget sind, in die mittlere und äußerste ration getheilet. § 160. Fig: 96 Nro: 15.

Es seye CB die Seithe des zehen Eckes so in einem Circul beschrieben worden, und man hat sie in der Länge des radio CA bis in D verlängert. dann es ist der radius der Seithe des 6 Eckes gleich (§. 108.)

Beweiß.

Ziehet die linie DA. so sind die Triangel BDA und BAC einander ähnlich. denn der Winkel B ist ihnen gemein, und der Winkel BDA und CAD einander gleich (§. 49.) es ist der äußere Winkel

BCA doppelt so groß als der Winkel CAD od. CDA /:§. 74 & 79:/ und dessentwegen ist der Winkel BCA doppelt so groß als der Winkel CAB. folglich DBC : BA :: BA : BC /:§. 148:/ und nimmt man CD anstatt A B so hat man DB : DC :: DC : CB. q.e.d.

Lehrsatz.

§. 160. Nro: XXVI. Das quadrat der Seithe eines eingeschriebenen Fig: 96. No: 16. Fünfeckes ist gleich dem quadrat der Seithe des in eben diesen Circul beschriebenen Sechseckes, sambt dem quadrat des in eben diesem Circul eingeschriebenen Zehen Eckes. Es seye demnach in einem Circul die Linie AB die Seithe des Fünfeckes, und man theilet den Bogen AB in zwey gleiche Theile in C, so sind die Corden AC und CB die Seithen eines 10 Eckes und der Radius DB ist die Seithe des 6 Eckes /:§. 108:/ dieses also gesetzet, so wird gesaget $\overline{AB}^2 = \overline{DB}^2 + \overline{AC}^2$.

Beweiß.

Theilet durch den Radium DF den Bogen AC in zwey gleiche Theile in F und ziehet die Linie EC, und da der Triangel AEC gleichschenklicht, so ist selbem der Triangel ACB ähnlich, weilen sie den Winkel an der basim CAB gemein haben, so ist folglich AB : AC :: AC : CE. aus welchem folget das $\overline{AC}^2 = AB \times AE$. das ist AC ist die mittlere proportional zwischen AB und AE /:§. 158 & 160 No: VIII:/ ist also das Rectangulum aus AB und AE so groß als das quadrat AC. Nun ist auch der Centrum-Winkel bey dem 5 Eck 72 Grad /:§. 107:/ so sind die zwey halbe Poligon winkel ABD und BAD jeder 54 Grad, welches $\frac{3}{4}$ des Centrum Winkels

ADC ist, und der Winckel FDB ist auch $\frac{3}{4}$ eben dieses Centrum Winckels, weilen er den Bogen EB zu seinem Maaß hat, als welcher Bogen $\frac{3}{4}$ des Fünffecks ist. wodurch denn die Triangul ADB und DCB einander ähnlich sind und AB : BD :: BD : BE mithin $\overline{DB}^2 = AB \times BE$ (: §. 158. §. 160. No: VIII. :) folglich seyn die Rectangula aus AB und AC item aus AB und BC zusammen gleich dem quadrat aus AB. denn in fig: 96 No: 17 macht das Rectangulum von AC in AB und das Rectangulum von CB in AB zusammen das quadrat BC aus. Es ist aber das Rectangulum AC dem quadrat der Seite AC des Zehen Ecks gleich und das Rectangulum CB dem quadrat der Seithe BD des Sechsecks gleich und beyde Rectangula zusammen, das quadrat von AB. das ist von der Seithe des 5 Ecks ausmachen. so ist demnach $\overline{AB}^2 = \overline{DB}^2 + \overline{AC}^2$ w: z: Ex:

Aufgab.

No: XXVII. Ein 5 Eck in einen gegebenen Circul zu beschreiben. §. 160 fig: 96. No: 18.

Auflösung

1. Ziehet den Radium EF perpendicular auf den Diameter AB
2. Theilet den halben Diameter wieder in zwey gleiche Theile in C.
3. Aus diesem Punct C beschreibet mit der Weite EF den Bogen DE. so wird die Corda DF die Seite des fünff Ecks sein.

Beweis.

Der Triangul DFC ist recht wincklicht und CF ist gleich der Seithe des Sechsecks (: §. 108 :) es ist aber durch die Operation die Linie DB in dem Punct C in die

mittlere und äußerste Ration getheilet worden.
(: §. 160 Nro XVIII :) so ist das Theil CD die Seithe
eines eingeschriebenen Zehen Eckes, dessen
Radius FC (: §. 160. Nro XXV :) und ist das Quadrat
des eingeschriebenen Fünffeckes so groß als die
Quadrate deren Seiten des in eben diesen
Circul eingeschriebenen Zehen, und Sechsecks
zusammen (: §. 144 :) und DC die Seithe des Sechsecks
(: §. 160 Nro: XXV :) so ist DF die Seithe des Fünff-
eckes (: §. 160. Nro XXVI :)

Aufgabe.

§. 160. Nro: XXVIII. Ein Quadrat in einen gegebenen
Fig: 96. Circul zu beschreiben.
Nro: 19.

Auflösung.

1. Ziehet den Diameter AB, und theilet jeden
selben Circul in zwey gleiche Theile in den Punct
D und E (: §. 94 :)
2. Ziehet die Linie AC. CB. BD und DA welche
das begehrte Quadrat formiren, denn alle
vier Seiten seind einander gleich (: §. 92. :)

Aufgabe

§. 160. Nro XXIX. Einen Achteck in einen gegebenen Circul
zu beschreiben.

Auflösung

1. Theilet nach voriger Aufgab (: §. 160 Nro XXVIII.)
den Circul in 4 gleiche Theile A B C D.
2. Jeden dieser Theile theilet wieder in zwey gleiche
Theile (: §. 94 :) so ist die Corda von einem solchen
Bogen die Seithe des eingeschriebenen Acht-
eckes.

Anmerkung

Nro: XXX. Ein neün und siebeneck mit Circul und lineal Geometrisch in einen gegebenen Circul zu beschreiben ist noch kein modus erfunden worden, und müste erst durch die Geometriam Curvarum gesuchet werden, wozu die so genannte Trisection, d. i. einen gegebenen bogen, in 3. 5. 7. gleiche theile zu theilen erfordert wird. welches gründlich zu erklären hierzu wachsthümlich fehlet. underdessen kann man es, durch die so genannte quadratrix demonstratio verrichten welche also gemacht wird. Davor aber muß noch folgende Aufgab zu resolviren gezeigt werden. §. 160. N:

Aufgab.

Nro XXXI. Einen jeden Circul Bogen in eine gegebene gerade zahl einzutheilen. §. 160. Fig: 96 Nro: 20

Auflösung.

Es solle der viertheil Circul ABC. in 16 gleiche theile getheilet werden.

1. Theilet den gegebenen Bogen AC vermittels des durchschnitts D /: §. 94 :/ in 2 gleiche theile in E.
2. Auf gleiche Weiß theilet den Bogen EC wieder in zwey gleiche theile in F
3. Ein gleiches kann mit den bogen FC in G und letztlich
4. theilt den Bogen GC noch einmahl in 2 gleiche theile in H /: §. 94 :/ so ist HC der sechzehende theil des bogens AC.

§. 160. Nro: XXXII. Auch diese Weiß kent ihr einen Circul Bogen in noch vill kleinere gerade Zahlen ein-theilen.

Aufgab

Die Dinostratzische Quadratrix zu machen.

§. 160. Nro: XXXIII. 1. Theilet den Radium AB eines Vierdels Circuls in eine gewisse gerade Zahl glei-cher Theile ein (: §. 154:)
Fig: 96. Nro: 21.
2. Theilet auch den Vierdels Circul in eben so viel gleiche Theile (: §. 160 Nro: XXXI:)
3. Ziehet die Radios CB, DB, EB, FB, und so weiter.
4. Ziehet auf den Puncten G mit AT eine parallele biß sie den Radium CB in L berühret, ein gleiches thuet auch auß den Puncten H, I, K und denen übrigen.
5. fanget an auß A durch alle übrige durch-schnidts Puncten L, M, N, O etc. eine krumme linie AS zu beschreiben.

Wie kleiner ihr aber den Radium und Vierdels Circul eintheilet, je accurater wird die krumme linie, zum ferneren Gebrauch aber, machet auch eine solche linie umb den dazu gehörigen halben Circul auf ein starkes Metall Plazzer, oder durchsichtig Horn und etwas groß, damit ihr sie zu Bogen von verschiedener Länge der Radios gebrauchen könnet, die zu Verfertigung der krummen linie nöthige Radios und parallen müsset ihr wieder gantz auslöschen, damit nichts erscheine als der Radius AB, die krumme linie und der Vierdels Circul.

Diese linie hat die Eigenschafft, daß nachdeme

wenn zum Triangel durch die Puncte M und O auß
dem Centrum B die Radios BD und BF ziehet, so
verhaltet sich der Bogen DF, wie die linie AH
zur linie AK.

Aufgabe.

Nro: XXXIV. Einen gegebenen Circul Bogen §. 160.
OPQ. z: Ex: in 3 gleiche Theil zu theilen. Fig. 96.
Nro: 22.

Auflösung.

1. Leeget den gegebenen Winkel auf den Radius
der quadratrix AB, so daß das Centrum des Winkels
auf das Centrum B des viertl Circuls komme, und
merket wo der andere Schenkl des Winkels
die quadratrix, und den viertl Circul durchschneidet
z: Ex: in F und E.
2. Ziehet auß dem Punct F mit AB eine Parallel
biß an die linie AB in G.
3. Theilet AG in die begehrte 3 Theile (: §. 154 :) in H
und K.
4. Auß dießen Puncten ziehet die Parallelen GF,
HI, und KL, biß an die quadratrix
5. Durch diese durchschnitts Puncten L und ziehet auß
B die Radii BC, BM, biß an den viertl Circul
so werden dieße den Bogen EA in die begehrte
gleiche Theil theilen.

Anmerkung.

Nro: XXXV. Wann ein stumpfer Winkel also §. 160.
getheilet werden solle, so müßet ihr denselben
halbiren (§. 94.) und mit der Helfte auf obgesag-
te weiß operiren, auf dieße weiß kann ein
Winkel in ungleiche Theile getheilet werden

Es geschiehet in Praxi aber viel leichter durch den Transporteur. wann ihr den gegebenen Bogen in graden messet, und dieselbe in die verlangte Theile dividiret, und gewöhnlich die gefundene grade abstechet.

Aufgab.

§. 160. Fig: 96 Nro: XXXVI. Ein 9 Eck in einen gegebenen Circul zubeschreiben.

Nro: 23.

Auflösung.

1. Traget den radium 6 mahl in den Circul herum, in die Puncten B, C, D, E, F, G.
2. Ziehet allzeit 3 Puncten zu 3 Puncten durch die gerade Linien BD, DE, und FB zusammen, so daß ihr ein ingeschriebenes 3 Eck bekommet.
3. Traget den Winkel dieses Dreyecks auf die obige (§. 160. No: XXXV.) gesuchte quadratrix und theilt solchen in 3 gleiche Theile.
4. Traget eins der gefundenen Theile, so oft als möglich in der Peripherie herum, so bekommet ihr ein 9 Eck.

Aufgabe.

§. 160. Nro: XXXVII. Ein regulares Siebeneck in einen gegebenen Circul zubeschreiben

Auflösung

1. Theilet den radium AB der quadratrix in 7 gleiche Theile, und ziehet aus denen Theilungspunct parallel Linien an die quadratrix
2. Durch diese Puncten ziehet die radios bis an den Viertels Circul der quadratrix, so gibt euch ein solcher Bogen des Viertels Circuls den Winkel eines 28 Ecks.

3. Machet auf diesen Centrum eines Circuls mit dem radium der quadratrix einen Circul.
4. Traget den gefundenen Bogen vier mahl auf denselben, so habet ihr den Bogen eines Siebendels des Circuls.
5. Diesen traget 7 mahl in den Circul herum, so habt ihr den Circul in 7 Theile getheilet.
6. Ziehet auß den Theilungs-Puncten radii welche zuvor auf d. Centrum applicirten der quadratrix Circul durchschneiden, so wird derselbe auch in 7 gleiche Theil getheilet werden.

Oder ihr dörffet mit dem radium der quadratrix nur einen Bogen in oder außer eines Circuls beschreiben, welcher entweder größer oder kleiner ist, als der radius eines Circuls und d. gefundene Siebendt darauf tragen, so schneidet es einen Circul durch, und ist derselbe Bogen ein Siebendt, welches ihr dann siebenmahl in den Circul herum traget.

Aufgab.

Nro: XXXVIII. Einen Sieben Eck in einen gegebenen Circul zu beschreiben. §. 160

Auflösung.

Die Auflösung geschicht wie in der vorigen Aufgab.

Anmerkung.

Nro: XXXIX. Man nennet diese krumme linie deswegen quadratrix, weilen sie etwas beytraget, wenn man den Circul mechanice quadriren will, wenn man supponiret, d. man den Punct D auf der grundlinie BC gefunden habe. Denn es hat Pappus Alexandrinus, Clavius und §. 160. Fig: 96. Nro: 22.

mehr andere demonstrirt, daß der halbe Diameter BC seye die mittlere Proportional linie zwischen der basin der quadratrix BD und den viertels Circul AEC, daß ist BD : BC :: B : AEC.

Man saget aber mit fleiß nur mechanischen operationen, dann der letzte Punct D an der basin sich nicht determiniren lasset, dann wann sich nur dieser Punct D recht gewiß bestimmen liesse, so were das gesuchte Problema der proportion des Circuls zu der sphaera schon gefunden.

Es ist auch sonsten nur die Puncten schwer wo die radios und paralleles einander durchschneiden zu bestimmen, wann es mehr gegen der basin kommet, wie auß der operation leicht zu sehen ist.

Weilen nun diese manier nicht allein mechanisch und noch darzu sehr mühsam ist, so ist am besten in praxi sich eines gut getheilten Transporteurs, und der Rechnung zu bedienen.

Nachdeme die Adition und Multiplication deren Winckhel gezeiget worden, hette die division dieselben folgen sollen, weilen aber bey derselben operation ein und anders ist, auß dem bis dahin nicht genugsam hette erkläret werden können, also geschicht es nunmehro. Zuvor aber muß noch die verwandlung gezeiget werden, als welche wir vielfeltig nöthig haben.

Aufgab.

§.169. Nro: XL. Einen gegebenen triangel ABC in einen anderen zu verwandlen, der eine gegebene höhe hat, und den vorigen Innhalt behalte.

Figur Nro: 24.

Auflösung.

1. Mache in der gegebenen höhe FC mit der basin BC eine parallel AH.

2. Verlängert eine Seithe z. Ex: BA bis an die gemachte parallel HG in E.
3. Ziehet auß E in C eine blinde linie EC, und mit dießer auß A eine parallel AD.
4. Ziehet DE mit einer geraden linie zusamen, so ist CD der begehrte triangel, und mit dem vorigen einerley Innhalts.

Beweiß.

Die zwey triangel ADE und ADC stehen zwischen zwey parallelen AD und EC, und haben einerley basim AD, derowegen seind sie gleich (§ 149.) also kann der triangel ADE anstatt des triangels ADC substituirt werden, derowegen ist der triangel BAC an Innhalt gleich. w. z. Ex:

Aufgab.

Nro: XLI. Einen gegebenen triangel ABC in einen an-dern EBD zu verwandlen, der gleiches Innhalts aber niedriger seye. § 160. fig: 96. Nro: 25.

Auflösung.

1. Ziehet mit der basim BC in der gegebenen höhe eine parallel linie FG.
2. Verlängert die basim BC ungefehr in H.
3. Ziehet auß E wo die parallel linie die eine Seite AB durchschneidet eine blinde linie in C parallel mit AD.
4. Ziehet auß A die linie AD mit EC parallel
5. Ziehet die linie ED: so ist der triangel BED zwar niedriger doch mit dem vorigen einerley Innhalts.

Der beweiß ist wie in vorigen.

Aufgabe

Nro: XLII. Einen gegebenen schiefwincklichten triangel ABC in einen recht wincklichten gleiches Innhalts zu verwandlen. § 160 fig: 96 Nro 26
1. Ziehet auß A mit der basim BC eine parallel AD.

2. Richtet an welchem Ende der basis ihr wollet z.B. in B den rechten Winckel auf, und continuiret ihn bis an die parallel in D.

3. ziehet die linie DC. so habt ihr das verlangte triangl.

Der Beweiss ist.

Weilen die triangl ABC und DBC einerley höhe und einerley Grundlinie BC haben (: §. 119 :) so sind sie einander gleich.

Anmerkung.

§. 160. Nro: XLIII. Durch diese Weiss kan jeder gegebener triangl, in einen andern gleichen Innhalts verwandlet werden, der einen gegebenen Winckel hat.

Aufgab.

§. 160. Nro: XLIV. Einen gegebenen triangl ABC in ein
Fig: 96. No: 21. rectangulum zu verwandlen, welches mit ihme einerley basin und Innhalt hat.

Auflösung.

1. Nehmet die halbe höhe FA des triangls zur höhe des verlangten rectangulum zu construiren (: §. 99 :)

Beweiss.

Dieweilen jeder triangl die hälfte eines parallelogrammi ist, so mit ihme gleiche höhe und grundlinie hat (: §. 120 :) da nun das rectangulum zur höhe die halbe höhe des triangls, und zur Grundlinie, die Grundlinie des triangls hat, so ist es die hälfte desselben.

Anmerkung.

§. 160. Nro: XLV. Durch diese Weiss kannet ihr einen gegebenen

Triangl auch in ein Parallelogrammum mit derglei-
chen gegebenen Winkhlen verwandlen! Wann
ihr den gegebenen Winkl gleich auf die basim
abstechet, und zur höhe die halbe höhe des Trian-
gels nehmet (: §. 148 :)
Auch die Rechnung des Innhalts eines gegebenen
Triangels in ein Rectangulum oder parallelogram-
mum mit einer gegebenen länge oder höhe zu
verwandlen.
1. Rechnet den Innhalt des Triangels aus (: §. 127 :)
2. diesen dividiret durch die gegebene länge so kombt
in quotum die breite heraus, oder durch die gege-
bene breite, so kommet ihr die länge.

Anmerkung.

Nro: XLVI. Wollet ihr keinen Triangl in ein Rec- §. 160.
tangulum oder parallelogrammum mit einer ge-
gebenen höhe haben, so machet vorhero den Triangl
doppelt, so halbirt die gegebene höhe sein solle
(: §. 160. Nro: XL :) und verfahret wie (: §. 160. Nro:
XLIV :) geschehen.

Aufgab.

Nro: XLVII einen Triangl in ein quadrat gleichen §. 160.
Innhalts zu verwandlen. Nro: XL
fig: 96.
Nro: 2 Tab
28.

Auflösung.

1. Verwandlet den Triangl in ein Rectangulum
(§. 160. Nro: XLIV.
2. Suchet zwischen den langen Seithe BC und der
kürtzeren DB die mittlere geometrische Proportional
linie (: §. 158 :) so ist dieselbe die Seite des gesuchten
quadrats so mit dem Triangl einerley Innhalts
ist.

Beweiß.

Wann ihr die Länge BC mit der breite DB. des Rectangulum ineinander multiplicieret, so komt der Innhalt desselben herauß (:§. 114:) ziehet ihr herauß die quadrat- wurtzl, so ist dieselbe die Seithe des quadrats, welche extraction hier durch linien geschehen ist (:§. 159:)

Arithmetice darf nur auß dem Innhalt des Triangels die quadrat wurtzl gezogen werden so habt ihr die Seithe des gleichhaltigen quadrats

Aufgabe.

§. 160 No: XLVIII. Ein quadrat in einen Triangl gleiches Innhalts zu verwandlen.

1 nehmet die Seithe des quadrats zur basim des Triangels an, zur höhe aber nehmet die Seithe des quadrats zweymahl.

2 Mit diesen könnet ihr den Triangel mit einem gegebenen winkl formiren, und vermittels der vorigen Aufgaben.

Aufgabe

§. 160. No: XLIX Ein Trapezium ABCD in einen Triangl gleiches Innhalts zu verwandlen.

Fig: 96. Nro 29.

1. ziehet die Diagonal AD.
2. Mit dieser durch B in E eine parallel
3. verlängeret die linie CD bis in E.
4. ziehet die linie AE so ist der Triangl AEC. die Trapezium ABCD gleich.

Beweiß.

Die Triangel ABD und ADE stehen zwischen 2 parallelen AD und BE und haben die basim

AD mit einander gemein, und folglich gleich
(§. 159.) so z. E.

Aufgab.

Ein gegebenes Fünfeck ABCDE in ein Triangl
gleichen Inhalts zu verwandlen.

Auflösung

Nro: L. 1. Verlängert die basin CE. beyder Seits §. 160. Fig: 96 Nro: 30.
2. ziehet die Diagonal AE und AC.
3. Mit diesen ziehet die Parallelen DG und BF
4. ziehet die linien FA und AG, so ist FAG
der Verlangte

Der Beweiß ist wie in vorigen Aufgab.

Anmerckung

§. 160.

Nro: LI. Solte der Triangl über eine gegebene
Höhe oder einen gegebenen Winckel be-
kommen, so könnet ihr ihn durch die vorigen
Aufgaben, wie auch wieder ein quadrat oder
rectangulum von einer gegebenen Seithe
daraus machen.

Sollet ihr aber ein regulares Vieleck von 6, 7, 8
und mehr Seiten in einen Triangl gleichen
Inhalts verwandlen, so müst ihr solches er-
stlich in eine Poligon von wenigern Seiten
verwandlen. z. E. aus einem 6 oder 7 Eck erstlich
ein 5 Eck machen, und dieses ferner durch
obige Aufgab in einen Triangl, und so weiter
verwandlen.

Aufgab

§. 160.

Nro: LII. Einen Triangl, quadrat, rectangel,
parallelogrammum Trapezium und irregulare
Poligonen in eine reguläre Poligon. Item auch

Regulare Poligonen in andere Regulare Poligon gleiches Innhalts zu verwandlen.

Auflösung

Diese Aufgab mit blossen linien zu resolviren würde in Praxi zu weitläuftig fallen, kan aber leichter mit hülff der Rechnung verrichtet werden.

1. Suchet den Innhalt der gegebenen figur.
2. Beschreibet eine solche Regulare figur als die jenige sein solle, so ihr machen wollet, und rechnet nach einem gewissen Maaß Staab ihren Innhalt auß, incl: messet auch eine Seite dieser figur auf eben denselben Maaß-Staab, und die gefundene Zahl multiplicieret mit sich selbst.

Item messet und rechnet die gegebene figur auf eben diesem Maaß-Staab auß /: §123. 124:/

3. Setzet in die Regel Detri den Innhalt einer gegebenen figur, andertens das gefundene Quadrat, drittens den Innhalt der nach belieb gemachten figur, so komt in facit das Quadrat eine Seite euerer gesuchte figur herauß.
4. Auß diesen ziehet die Quadrat-Wurzel, so bekomt die Seithe eurer verlangte figur herauß.
5. Auf diese gefundene Seithe beschreibet die figur /: §106:/ und diese wird mit den gegebenen einerley Innhalts seyn.

Es kann hierzu auch folgendes Täfelein dienen, welches den Innhalt aller Regularen figuren

bis auf d. Zwölfteck in sich haltet, da die Seite
10000000 Theilchen hat: ist demnach der Innhalt

In d. dreyeckes: 43301265000000
Vierecks – 100000000000000
Fünfeckes – 1720477250000000
Sechs eckes – 2598076200000000.
Siebeneckes – 3635742160000000.
Acht eckes – 4828428400000000.
Neuneckes – 6181828000000000.
Zeheneckes – 7694208500000000.
Eilfeckes – – 9373191450000000.
Zwölfeckes – 11196153600000000.

das quadrat der Seithe eines jeden dieser
Vielecke aber ist. 100000000000000

Es seind aber diese Zahlen mit fleiss so gross
genohmen worden, damit, wann es vonnöthen
auf kleinigkeiten zu sehen, genau operiert
werden könne. Sonsten aber kann man
bey jeder Zahl von fornen gegen der hinten
zu 6. Nullen abschneiden, welches auch an
der quadrat-Zahl geschehen muss.

Exempl.

Es solle ein Triangl dessen Innhalt seye
158040 in ein fünfeck verwandelt werden
welches eben diesen Innhalt habe.

Innhalt des regulären fünfeckes	quadrat der Seite.	Innhalt des gegebenen Triangls.
172044425	100000000.	158040
		100000000
		15804000000000

15804000000000	+ 91858 Quadrat der gesuchten Seite.
1548429525	
319704750	
172047725	
1476570250	
1376381800	
10018845 00	
860298625	
1416458750	
1376381800	
40076950.	

9|18|58|303 $\frac{8}{100}$ · Seite des Quadrats der gesuchten figur

9
18
6
1858
603
3
1809
490000
60608
8
484864

Wann ihr auf die gefundene Seite die zur Fi-
gur gehörige Polygon winkel aufrichtet, so bekomt
ihr die verlangte figur (: §. 106 :)

Anmerkung

§. 160. No: LIII Auf diese Art können figuren auch
in gewisse andere irregulare verwandelt wer-
den, so daß sie allezeit mit der gegebenen einer-
ley Innhalt behalten, und lässet sich die
Verwandlung der figuren auf unzähliche
weiß practiciren, welches sich am besten mit
Exemplen zeigen lässet, absonderlich aber ist
die operation bey dieser oft vorkommenden
Verwandlung den würfen vonnöthen.

Anmerkung

§. 160. No: LIV. Weilen vielmehr vorkomt den Innhalt
einer regularen figur durch blosse Rechnung
zu finden, wie auch der Aufgab (: §. 160. No: LII :)
erhellet, dieses zu verrichten aber vonnöthen
ist nur einer deren triangeln, in welchen sich
die regulare figur auß dem centrum theilen lässet,

zu finden (§. 124.) und diesen Innhalt mit der Zahl der Seithen multipliciren (§. 124.) darzu aber zur Außrechnung eines Triangels die Höhe desselben sambt der Grundlinie bekant sein muß (§. 122.) in dem Triangel einer Regularen figur ist die Zwergelinie die Höhe des Triangels, welche aus dem Centrum perpendicular auf die Seithe der figur, oder auf die basim des Triangels fallet. so ist im folgenden Täfelein die Verhältnuß dieser Perpendicular zur basim zu finden, da nembl. die basim od Seithe des Vielecks in 10000000 theilchen angenommen wird, so komt für die Höhe des Triangels

in 3 Eck	2886751
in 4 Eck	5000000
in 5 Eck	6881909
in 6 Eck	8660254
in 7 Eck	10387776
in 8 Eck	12071071
in 9 Eck	13737387
in 10 Eck	15388417
in 11 Eck	17045985
in 12 Eck	18660256

Anmerckung. §. 160.

No. LV. Vermittelst dieses Täfeleins können auch die obgemelte Regular figuren auf eine gegebene linie aufgerissen werden, wann ihr nemblich:

1. durch die Regel Detri sagt / schliesset. z. Ex. in fünffEck gibt die Seite 10000000. den perpendicul 6881909 was gibet mir die gegebene Seithe zum Exempl: 688 für einen Perpendicul.

10000000 — 6881909 — 686
686
41291454
55055272
41291454
4720989574 / 472 ist der perpendicul durch
11 000000. verlangten fünfeckes

2. Diesen gefundenen Perpendicul richtet mitten auf der gegebenen linie perpendicular auf, so ist zu oberst desselben das Centrum eines Circuls, in welchen ihr die gegebene linie 5 mahl herum tragen könnet.

3. Oder ihr hebet durch diesen Perpendicul die höhe eines triangels, wann ihr denselben fünfmahl an der Spitze zusammen setzet, so habt ihr auch das verlangte fünfeck.

§. 100. Pro. LVI Es kann in verschiedenen fällen auch folgendes täfelein dienen, welches die Proportion des Diameters eines umschreibenden Circuls zur Seite des einzuschreibenden vielecks anzeigt. Es ist der Diameter in 200000 so ist die Seite des eingeschriebenen vielecks als des

3 ecks —	173205	in 11 ecks	56346
4 —	141421	12 —	51764
5 —	117557	13 —	47663
6 —	100000	14 —	44504
7 —	86777	15 —	41582
8 —	76537	16 —	39018
9 —	68404	17 —	36750
10 —	61803.	18 —	34730.

Vermittelst dieses täfeleins könnet ihr in einigen gegebenen Circul eine dieser figuren einschreiben, wenn ihr nemlich den Diameter desselben in 200000. getheilten annehmet.

theilen aber die Größ dieser Theilung in Praxi etwas
zu groß kommet, so könnt ihr solche nur in 200.
Theile theilen, und solche alsdann Maaß Stab
annehmen, wann ihr nun von der Größ der
Seite von der rechten gegen die linke gleich drey
ziffern abschneidet, so habt ihr die Größ der Seite,
die ihr auf einem auf dem Diameter gemachten
Maaß Stab nehmen könnet. z. Ex.

Ihr sollet ein Siebeneck in einen gegebenen
Circul einschreiben.

1. Machet auf der Diameter einen Maaßstab
von 200 theilen, wie unten in der 53. Aufgab
(: S. 164 :) gezeiget wird.

2. dieweilen ihr von obigen 200000 drey nullen
weggelassen, so müsset ihr auch von der dazu
dem Siebeneck gehörigen Größ 86777 drey Zi-
ffern von der linken gegen die Rechte ab-
schneiden, so bleibt 86 für die Seite des Siebenecks,
welche ihr von einem Maaßstab abnehmen,
und in den gegebenen Circul herumtragen
könnet.

Folget das Dividiren oder Theilen deren Flächen und
Figuren, in gleiche oder gewisse gegebene Theile
absonderlich der Felder und Äcker. Es ist zwar
schon oben (: § 142 :) von dem Authore solches eini-
ger Maaßen gezeiget worden, weilen aber
in Praxi mehrentheil vonnöthen ist, daß die
Theilungs-Linien mit einer gegebenen
Seite der Figur parallel gehen sollen, weil
die so genannte Flächen und Äcker der
Acker alle mit einer Seite parallel gehen,

und sich derselben der hin schiefter durchschnid nicht wohl schicket, so haben sie eben dieße operationen, auß den oben bei diesem gezeigten gründen, warum nicht verrichten, bei weniger bewusten leüthen, und also nothwendig bis anhero sel verschwiegen werden müssen.

Aufgabe.

§. 160. Prob: LVII. Einen Triangel ABC auß einem gegebenen Punct D in zwey gleiche theile zu theilen.

Fig: 96. Nro. 32.

Aufflösung.

1. Theilet die basim AC in zwey gleiche theile in E
2. Ziehet die blinde linie DE und auß dem Punct B mit ihr eine parallel BF.
3. Ziehet die linie FD welche den triangel in 2 gleiche theile theilet.

Beweiß.

Ziehet auß B in E eine blinde linie BE so ist der triangel ABC in zwey gleiche theile getheilet (: 154 :) da nun die zwey triangel BED und FDE eine grundlinie DE miteinander gemein haben, und zwischen denen zwey paralleler DE und BF stehen, so seind sie einander gleich (: §. 149 :) derowegen kann der triangel DFE anstatt des triangels BED substituirt werden, so ist also der triangel FDC so groß als der triangel BEC und hierdurch der triangel ABC auß dem Punct D in zwey gleiche theil getheilet. Wie zum Exempel.

fial