Anfangs-Gründe der Geometria in so weith sie (sich) zu denen sammentlichen Architectonischen und Ingenier Künsten erfordert wirdt ... - Cod. Rastatt 195

Schar, Johannes Ferdinandt

[S.l.], [18. Jahrh.]

Ternio X. Geometria

urn:nbn:de:bsz:31-306620

Ternio X Geometrie.

X

Glied von einerley Sorte seye, auch muß dan-dere mittlere auch von der Sorte des gesuchten Glieds sein, stehet demnach also: 3 – 5 – 15.
2. Multiplicieret das andere und dritte Glied in einander, und das Product 75. dividiret durch das erste Glied 3. so bekommt ihr 25. zum vierdten Proportional-Zahl, und wird sich das andere Glied zum vierdten verhalten, wie das erste zum dritten. und das Product der zwey äussersten Glieder wird dem Product der zwey mittleren gleich sein, wann ihr also das andere und dritte als die zwey mittlere Glieder multiplicirt und das Product durch das erste dividirt, so kombt nothwendig das vierdte proportionirliche Glied heraus als: $\frac{15}{5}$ $3|75$ product $\frac{75}{3}|25$.
In dieser Aufgabe ist die nächst grössere Proportional-Zahl gesucht worden, und zeiget die operation in diesem Fall die Regel Detri Directe.
Nro. V. Wollet ihr die nächst kleinere Proportional-Zahl haben, so setzet die grössere auf den gleichnamigen Zahlen voran z. Ex. die 15 – 3 – 5. so kommt 1. zum vierdten kleineren $\frac{5}{15}$ $\frac{15}{15}|1$ die kleinere. §. 151.
Diese operation, wann nemlich die nächst kleinere Geometrische Proportional-Zahl gesucht wird nennen die gemeine Rechner zum Unterschied der vorigen, machen aber keine Veränderung in Ordnung der Sätze, sondern im Ausrechnen, indeme sie die vordere zwey Sätze miteinander multipliciren, und mit dem letzten dividiren

Wann ihr aber nicht habet auf ordinirung der
Sätze, so könnet ihr operiren wie bey der Regl
Detri directe ihr müsset, dennoch auf fol-
-gendes acht haben, auf die Sätze, deren ihr drey
habet, wo von 2. von einerley gattung sind, die drit-
-te aber ist, so gesucht wird, dieser einsichtig als
widerholet in die Mitte, od zu letzt gesetzet
worden aber einer von denen von der er erst
wolt ihr nun die nächst grössere proportional
zahl, so setzet die kleinere, so aus diesen zwey
Sätzen voran, wann aber die nächst klei-
-nere heraus kommen solle, so setzet die grös-
-sere voran, im übrigen verfahret wie
oben gezeiget worden, da ihr nemlich die 2
hinderste mit einander multiplicirt, und
mit der fordern dividirt

Der 26. Lehrsatz.

§ 152. Fig. 89. Wann in triangeln ABC und FDE, $B = D$ und
$AB : BC = FD : DE$, so ist auch $A = F$ und $C = E$ und
$BA : AC = DF : FE$

Beweis

Weilen $B = D$ und $AB : BC = FD : DE$ und auß
einem winkl und den beyden Seithen die
ihn einschliessen, sich ein triangl beschreiben
lasset (§. 58) so werden die triangl ABC
und FDE auf gleiche weiß gezeiget, der-
-wegen sind sie einander ähnlich (§. 93)
folgends $A = F$, $C = E$, und $AB : AC = DF : FE$
(§. 145) w. zum Exempl.

Anmerkung.

Die Lehr-Sätze von der Ähnlichkeit der Triangel § 153.
seind vor denen nützlichsten in der gantzen
Mathematique, und dienen zu den meisten
Erfindungen, die man in derselben haben
kan, auch die vornemsten ausübungen der
geometria auf dem feld beruhen auf den-
selben, wie bald mit mehrern erhellen wird.

Die 44. Aufgab. § 154.

Eine gerade linie AB in so viel gleiche theile Fig: 92.
zu theilen, als man verlangt.

Auflösung.

1. Traget nach belieben auf eine linie CD so
viel gleiche Theile, als die linie AB be-
kommen soll. zum Exempl: 5.
2. Setzet auf CD einen gleichseitigen Triangel CED. (§ 53.)
3. Traget auß E in A und auß E in B die linie AB
4. Endlich ziehet gegen dem ersten Theilungs-
puncte auß der Spitze E. des Triangels die
linie EA. so ist AF. der fünfte theil von der
gegebenen linie AB.

Beweiß.

Weilen $EA : EB = EC : ED$ so ist $EA : EF = EC : ED$ und
$EA : AB = EG : CD$. (§ 152.) nun ist $EC = CD$ der-
wegen ist auch $EA = AB$ weil nun ferner $EA :$
$AF = EC : CG$. (§ 148.) so ist $AB : AF = CD : CG$ und
$CG = \frac{1}{5} CD$, so ist auch $AF = \frac{1}{5} AB$.

Nro: 1. Auf eine andere Manier als eine linie § 154.
AB mit der ersten eröffnung des Zirkels in so viel gleiche Fig: 92.
theile zu theilen, als beliebig. z: Ex: in 9. Nro: 1.

1. aus einem Ende A der gegebenen linie ziehet
eine andere AC mit einem beliebigen
Winkel
2. traget auf die linie AC 9 gleiche theile mit be-
liebiger Eröffnung des Cirkels
3. aus dem letzten Punct 9 ziehet eine linie in dem an-
dern Ende B der gegebenen linie
4. Mit diesen ziehet aus allen übrigen Puncten bis an
die gegebene linie die Parallelen 8 und 8. 7 und 7.
6 und 6 und so weiter, diese linien theilen die
gegebene linie AB in 9 gleiche theile
Der Beweiß ist aus den vorigen Lehrsatz klar (§154)

§:154. Nro II. Wann aber eine linie in etliche gleiche
Fig: 92. theile und deren folgende Bruch eingetheilet
Nro 2. werden solle z. Ex: in 9 3/5 theil, so machet das
1. traget auf eine ungefehr gezogene linie AC
mit beliebiger Eröffnung des Zirkels 9 theilichen
aus C in D.
2. Nehmet 5 solcher theilichen für ein gantzes
und traget solches aus D gegen A. gemach
3. aus dem Punct A. ziehet mit einem beliebigen
Winkel eine linie so lang als die gegebene AB ist
4. ziehet aus C in B' andere Ende B der gegebenen
linie eine gerade linie CB. und aus allen
übrigen Puncten die parallelen bis an die ge-
gebene linie, welche sie in 9 und 3/5 theilet.

§ 154. Nro III. Item es solle eine gegebene linie in verschie-
Fig: 92 Nro 3. dene gleiche theile. z: Ex: in 10. 7. 5. 3 getheilet
werden.
1. traget auf eine gerade linie nach belieben 10
oder mehr gleiche theile.
2. Setzet den Handzirkel in eines deren Ende C
und beschreibet aus C als dem Centrum so viel
Bogen als ihr theile auf die linie CD getragen.

und bemerket, den Anfang eines jeden Bogens mit
einer Ziffer nach der Ordnung von eins an, wie an
einem Maaß-Stab.
3. traget die gegebene linie, wenn sie in 10 theil getheilet
werden solle auf den Bogen auß 10. und auß den
Punct F. in welchen die linie den Bogen berühret,
ziehet eine gerade linie in das Centrum C. welche
alle darzwischen beschriebene Bogen, durchschneidet,
so ist die weite der Corda von 1. zu 1. ein zehendtheil der
2 zu 2. zwey zehendt und so weiter.
4. Solle aber diese linie AB auch in 4 gleiche theile ge-
theilet werden, so traget sie auf den Bogen von 4.
in G. und ziehet die linie CG. diese wird die sechs
darzwischen liegende Bogen also durchschneiden,
daß die Corda 1 ist des ersten Bogens bey dem Centro
1/4 die Corda C2. 2/4 der gegebenen linea AB. sein,
und so weiter.
5. Solle aber diese oder eine andere linie in 5 gleiche
theile getheilet werden, so traget sie auf den
fünften Bogen auß 5 in h. und ziehet die linea
hC. welche die 4 darzwischen stehende Bogen also
durchschneidet, daß die Corda h1. gleich 1/5 die Corda
h2 gleich 2/5 der gegebenen linie sein wird.
Nro. IV. Solet ihr eine gegebene linie in etl: §. 154.
gleiche gantze, und auch etl: daran Fig: 92
hangende bruchtheilichen theilen, so verfahret Nro 4.
also.
1. traget auf eine linie CD. nach belieben, so viel
theile, als die gegebene linie gantze haben
habe. z: Exempl: 5.
2. Ist selbe aber auch 2/5 an den gantzen an-
hangen, so theilet eines derselben in 5 gleiche
theile und traget 2 davon zu Ende an die 5
gantze. in D.

3. Ziehet wie in voriger Aufgab (§ 154 Nro 3) auß jedem Theilungs-Punct die Bogen.
4. Auf den letzten Bogen der $\frac{5}{5}$ traget die gegebene linie AB. auß D in E. und ziehet auß E in C. die linie EC. diese schneidet die bogen also durch, daß die weite von $\frac{1}{5}$ zu $\frac{1}{5}$ gleich ist dem $\frac{1}{5}$ der gegebenen linie. die Corda oder weithe von 5 zu 5 ist gleich 5 gantzen theilen, die weite von 4 zu 4. ist gleich 4 gantzen theilen, und so weither.

§ 154. Nro: V. Wann die Bogen gemacht seind kann man auch verschiedene theile theilen, wann ihr sein die Bogen der Zahl einer verlangten theilung traget. Wie in der Civil und militar Architectur auch in der Artillerie gar offt vorkommet.
Es ist auch diese operation in diesem fall derjenigen auf dem Proportional Zirkl gantz gleich, wie ihr selbst jetzo sehen werdet.

§ 154. Nro: VI. Fig: 92 Nro 1. Eine gegebene linie welche eine andere all durch ein hier zugemachtes Instrument bestimmt, in die begehrte gleiche theile zu theilen.
Das Instrument wird also gemacht, und die operation verrichtet.
1. Machet auf einen glatten hölzernen, oder dicken Papier Bretterlein, an beyden Enden einer gesetzten linie ab in beliebiger weite und länge zwey Perpendicular a und bc.

2. auf diese zwey linien traget auß A in D und b in C.
so viel gleiche theile als ihr verlanget, und ziehet
diese Puncten mit geraden linien mit a b pa-
rallel zusammen, und bemerket sie von unten
auf oder oben ab mit 1. 2. 3. und so weiter.
3. Wollet ihr nun eine gegebene linie in gewisse
gleiche theile theilen, so traget sie auß der linie
Nro. 1. bis zur linie der begehrten Zahl z: Exempl
auß E in F. so ist sie durch die parallel linien in so
viel gleiche theile durchschnitten oder getheilet,
als ihr verlanget habet.
Bey dieser operation müsset ihr aber acht haben,
daß sich die gegebene linie nicht zu sehr schlaifet,
das ist, allzu sehr schief von den parallel linien
durchschnitten werde. wodurch die wahre durch
schnitt od theilungs Puncten undeutlich werden.
Man kann die parallel linien auch einrichten, daß
sie dünne andeuten, wie bey der vorigen manier
geschehen ist, wann ihr namblich eine gewisse Zahl
der parallelen für ein gantzes annehmet.
Nro: VII durch den Proportional Zirkl ein gegeben § 154.
linie c d in begehrt gleiche theile z: Ex: in 5 zu theilen. Fig: 92
1. nehmet die gegebene linie c d und traget sie Nro. 6.
auf den Proportional Zirkl in die linea arithmetica
von 50 zu 50. od eine andere Zahl, die sich durch
5 dividiren lasset. z: Ex: 25. 40 etc transversim
und lasset das Instrument in dieser öffnung
liegen, so ist die Weite von 10 zu 10 gleich $\frac{1}{5}$.

die von 20 zu 20. gleich $\frac{2}{5}$ eurer linie und so weiter.
hebet ihr eure linie aber von 25 zu 25 getragen.
so ist die weithe von 5 zu 5. gleich $\frac{1}{5}$ und die weithe
von 10 zu 10 gleich $\frac{2}{5}$ eurer linie und so weiter.
hettet ihr eure linie aber von 30 zu 30 getragen
so ist die weithe von 6 zu 6 = $\frac{1}{5}$ und die weithe von
12 zu 12 = $\frac{2}{5}$ etc und so verfahret mit allen theilen,
in welche ihr eine linie theilen wollet.

§ 154. Nro: VIII Item ihr wollet eine linie e f. so z: E: in 42 schuh
getheilet, und diese linie solle in 8 theil getheilet
Fig. 92. Nro: 4. werden
1. traget die gegebene linie transversim in die
linea Arithmetica von 42. zu 42. und lasset das
Instrument also liegen.
2. Dividirt nun den weithe 42. durch 8 der quo-
-tient ist 5.
3. Nehmet also von der unterrichten linea Arith-
-metica die weithe von 5 zu 5. so habet ihr $\frac{1}{8}$ eurer
linie.
diese Aufgab ist in der Architectur Civil sehr
commod zur Erfindung des sogenannten moduls:

Die 48. Aufgab.

§ 155. Eine gerade linie A B: nach der Proportion
Fig: 93. zu theilen nach welcher eine andere C D ein-
-getheilet worden.

Auflösung.

1. Beschreibet auf die eingetheilte linie C D
einen gleichseitigen Triangl (S. 59.)
2. traget auf's Ein A. und B die gegebene linie A B.

3. Ziehet auß der Spitze des triangels C. an die theilungs=puncten G. die linie CG, CI. diese theilen die gerade linie A B in J und H nach der verlangten proportion.

Beweiß.

Der Beweiß stehe in der 44. Aufgab (§. 154.) §. 155.

Nro: I diese kann auch durch die Vergrößerung gegeben (§. 154. Nro. I. und III.) verrichtet werden. §. 155.

Nro: II. durch den Proportional zirkl. Fig. 93 Nro. I.

Es solle eine linie A B solcher gestalt eingetheilet werden, daß ein theil davon ac 3 theile, deßgleich die linie cd. 4. und die linie d b 5. ~~be~~kommen.

1. addiret die zahlen dergl: theile, so jede dieser linien ~~be~~kommen solle, so ist 12 die summa und die länge der gantzen linien.

2. dieweilen aber die zahlen der theile der linien klein seind, und auf dem Instrument nicht genohmen werden können, so nehmet 10 für einen. und traget demnach die gantze linie a b von 120 zu 120 transversim, und lasset d. Instrument also liegen.

3. nehmet mit dem Handzirkl die weithe von 30. zu 30, so habt ihr den theil a c. in 3. theilen.

4. ferner die weithe von 40. zu 40. so habt ihr den theil cd in 4. theilen.

5. Und endlich nehmet die weithe von 50 zu 50 so habt ihr die linie d b in 5 theilen, setzet diese 3 linien zusammen, so werdet ihr sehen, daß ihre summa ~~der~~ gegebenen gleich seye.

Fig: 93. Nro. 2. Auf den Proportional Zirkl den Bruch
eine Linie vorzustellen, diß ein begehrtes
theil auß einer gantzen hinzustellen. Z: Ex:
$\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$ od $\frac{2}{3}$ od $\frac{4}{5}$ etc.
1. Wann der Zehler und Nenner nur eine Zif-
fer hat, so multipliciret yede mit 10, od einer an-
dern beliebigen Zahl. wann aber der Zehler
und Nenner auß 2 od mehr Ziffern bestehen,
so hat es dieses nicht nöthig.
2. Ihr sage von der Linie ab z: Ex: $\frac{3}{4}$ abzuschneiden,
multipliciret 3 und 4 durch 10, so habt ihr $\frac{30}{40}$.
nehmet demnach die Linie ab und traget
solche transversim in die Lineam Arithmeticam.
von 40 zu 40 und lasset sie in dieser Öffnung
3. nehmet die Weite von 30 zu 30. so ist diese
$\frac{3}{4}$ von der gegebenen Linea ab.
Ihr müsset aber kein zu grossen multipli-
catorem nehmen, damit es wegen der gantzen
Linie, diß es kommen mit, die gantze Linea
Arithmetica eines proportional Zirkels über-
steige.
Solte aber der Nenner des Bruchs vor sich selbst
um der Zahl grösser sein, als die gröste Zahl
auf der Linea Arithmetica eures Proportional
Zirkels ist, so dividiret den Zehler und Nenner
durch eine beqveme Zahl, als 2. 3 od 4. und
operiret wie vorhin, so ist die gefundene Linie
$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ od $\frac{1}{4}$ des gesuchten Bruchtheils

Anmerckung. §.156.

Diese Aufgaben haben grossen Nutzen in der Civil: militar und Civil Bau Kunst; wie auch bey der Artillerie, und durch die gantze angewandte mathematique, um die nöthige Maßstäbe zu verfertigen, oder Risse und figuren nach Belieben zu vergrösseren und zu verkleineren, zu dem allermeisten in proportionirung der Theile eines Projects.

Die 49. Aufgab. §.157. Fig. 95.

Ein Paralelogrammum, oder einen Triangul in so viel gleiche Theile zu theilen, als man verlanget.

Auflösung.

1. Theilet die Grundlinie CD. oder CB. in so viel gleiche Theile, als die figur eingetheilt werden solle. (§. 154.)
2. ziehet aus den Theilungs Puncten. 1.2. in dem ersten fall mit der andern Seithe AC parallel-Linien 1-1 und 2-2. (§. 64.) in andern fall aber Linien bis an die Spitze des Triangels A.1. A.2. so sind die figuren in gleiche Theil getheilet.

Die 50. Aufgabe. §.158. Fig. 96.

Zwischen zwey gegebenen Linien AB. und BC. eine mittlere geometrische proportional Linie zu finden.

Auflösung.

1. Traget die gegebene Linie AB. und BC. auf eine Linie an einander, und theilet sie in zwey gleiche Theile. (§. 90.)
2. Beschreibet aus E mit AE einen halben Circul
3. richtet aus B die perpendicular Linie BD auf (§. 90.)

diese ist die verlangte mittlere proportional Linie.

Beweiß

§ 157. Nro: I. gleiche Theile (3 und 4.) verhalten sich wie ihre gan-tzen grössen (: 6 und 8:) Diß ist die Verhältnuß der gleichen Theilen, und die Verhältnuß ihrer gantzen haben einerley Nahmen der Verhältnuß, und vice versa.

Lehr Satz.

§ 157. Nro: II. Wann man zu gantzen (: 6 und 8:) ihre gleiche Theile (3 und 4) addiret, so verhalten sich die vermehrten gantzen (: $6+3=9$ und $8+4=12$:) wie ihr gleiche Theile (3 und 4.

Beweiß

Einer dergl: Theilen ist in seinem gantzen so oft enthalten, als der andere in seinem per hypothesin, wann ihr nun zu jeden gantzen einen seiner Theilen addiret, so ist ein Theil um einmahl mehr enthalten als zuvor, folglich ist einer ebenmahl in seiner vermehrten gantzen so oft enthalten, als der andere in seinem (: §. 23 Nro V. :) derowegen haben die Verhältnuß deß einen Theil zu seinem vermehrten gantzen, und die Verhältnuß des andern zu seinem einerley Nahmen der Verhältnuß (: Nro. 30 verte :) und verhalten sich selbst die vermehrten gantzen wie die Theile (: $9:12 = 3:4$:) W: Z: E:

Lehr Satz.

§ 157. Nro: III. Wann $A:B = C:D$. so ist auch wechselweiß $A:C = B:D$. und auch zusammengesetzter $A+B : B = C+D : D$.

Beweiß

Wann B und D gleich, so ist alles klar, sie seyen aber ungleich und z. B. kleiner als A und C also kann man B D als gleiche Theile der gantzen A C ansehen, derowegen verhalten sich die gleiche Theile wie ihre gräntzen folglich A:C = B:D (§.154. Nro I.) welches das erste erweis.

Daß aber dieser Ursach ist A+B : B = C+D : D. denn wann man A+B und C+D als ganze, und B, D als verwechselte gräntzen (§.154. Nro II.) welches das andere war.

Zusatz.

Nro IV. Also verhalten sie sich auch umgekehrter B:A = D:C (Nro 2 vorher) und D:C = B:A (§.154. Nro I.) §.154.

Grund-Satz.

Nro: V. Wann A und B zu C, oder C zu A und B einerley Verhältnuß hat, so seind sie einander gleich. §.154

Grund-Satz.

Nro: VI. Wann etl. Verhältnuße einer dritten gleich, so seind sie einander selbst gleich. §.154.

Lehr-Satz.

Nro: VII. Wann drey Zahlen oder Linien proportional, so verhält sich das quadrat der ersten zum quadrat der andern, wie die erste Zahl oder linie zur dritten. §.157.

Beweiß.

Das quadrat der ersten ist ein product auß dem zweyfachen derselben, und das quadrat der andern ist ein product auß dem zweyfachen der ersten, und zweyfachen des Nehmers der Verhältnuß (§.114.) die dritte proportional-Zahl oder linie ist ein product auß der ersten und dem zweyfachen des Nehmers der Verhältnuß, ist erstellen, daß sich das quadrat der ersten zum quadrat der andern verhalt, wie die erste zur dritten (Nro. 20. Vorher.) W. Z. E. §.154.

Lehr-Satz.

Nro: VIII. Wann Zahlen oder Linien proportional, so seind auch ihre quadrate proportional. §.157.

Beweiß

Dieser Satz ist gleich einem Grundsatz, und ist klar in Zahlen. Zum E. wenn 3 : 4 = 6 : 8, so ist 9 : 16 = 36 : 64.

Lehr Satz.

§.157. Nro: IX. Wenn 4 Zahlen proportional (: 3 : 4 = 6 : 8 :) so ist das Product der äussersten (3.8) gleich dem Product der mittleren (: 4.6 :)

Beweiß.

Die andere der Proportional Zahlen bestehet aus dem Product der ersten in den Nahmen der Verhältnus und die Vierdte ist ein Product aus der dritten und eben diesen Nahmen der Verhältnus (Nro: 29.) Vorerst derowegen entstehet das Product der äussersten aus der ersten, dritten und den Nahmen der Verhält-nus, und das Product der mittleren, eben falls aus der ersten, dem Nahmen der Verhältnuß und der dritten, derowegen sein sie einander gleich. (: §. 23 Nro: XII :) W. Z. E.

Lehr Satz

§.157. Nro: X. Wenn drey Zahlen Proportional, so ist das Product der äussersten gleich dem Product der mittleren in sich selbst.

Beweiß.

Da die mittlere zwey mahl gesetzet wird, so ist alles klar aus vorhergehenden.

Zusatz

§.157. Nro: XI. Da nun ein Rectangulum ein Product aus seinen Seiten (§. 114) und ein quadrat ein Product seiner Seiten in sich selbst (: §. 114 :) so ist, wenn vier Linien proportional das Rectangulum aus den äussersten gleich dem Rectangulo aus der mittleren und wenn drey linien Proportional, daß Rectangulum aus den äußersten gleich dem quadrat der mittlern.

Zusatz.

Nro: XII. dergleichen wenn zwey Rectangula gleich seind ihre Seithen in wechselweiser Verhältnus, § 157.
und wenn ein Rectangulum einem quadrat gleich, so ist die Seithe des quadrats die mittlere proportional linie zwischen den Seithen des Rectanguli.

Nro: I. In gegenwärtigen Umstand ist D.B die mittlere § 158.
proportional-linie zwischen den zwey linien AB und BE. Hingegen aber auch AD die mittlere geometrische Fig. 96.
proportional-linie zwischen AE und AB wegen der ähnlichkeit der triangeln ADE und ADB. denn es ist AE die Hypothenusa des rechtwincklichen triangels ADE. und AD ist die Hypothenusa des ihm ähnlichen rechtwincklichen triangels ADB. gildet demnach hierzu eben die obige weiß.

Nro: II. Wenn die linie AC. die Seithe eines quadrats § 159.
ist, so die Summa der quadraten zweyer andern Fig: 95.
linie AD. und DC. ist, und ihr theilt den selben Fig: 7.
Zirkel ADC. in die zwey gleiche theile, so ist das quadrat der Corda AD oder CD. die mittlere Arithmetische proportional größe deß quadrats denn wenn ihr das quadrat der linie AC selbst nehmt, so kommen die 2 quadrata der Seithen AD und CD hervor (§. 144.) da nun das quadrat AC die Summa deren zwey quadraten von AD. und DC ist, so ist das quadrat von AD als die Hälfte dieser Summa, der mittlere Arithmetische proportional größe.

der Winkl ADE ist ein rechter Winkl (§.80.)
ABD ist auch ein rechter Winkl; DAB ist beij
den Trianglen DAB und DAE gemein (§.145
Nro: XII.) derowegen ist der Winkl ADE dem Winkl
DBA gleich (§.142.) nun ist in den Trianglen DEB
der Winkl BDE auch ein Rechter Winkl (§.18)
derowegen Verhalt sich AB zu BD wie BD zu DE,
(§.148 den 149 Nro XII. w. z. E.

Die 1te Anmerkung.

§.159. Wenn man für 1. eine Linie annimmet, und nach derselben eine gegebene größe exprimiret, so kann man durch diese Aufgab Vermittels des Verjüngten Maßstabes die Quadrat Wurtzl ausziehen.

§.159. Nro: I. Dieses kann kein Arithmetischer Beweis zu bedeuten; das aber durch diese Aufgab die Quadrat Wurtzl ausgezogen werden kann, ist, weilen, wann 3 größen einander geometrisch proportional seind, das Quadrat der Mittleren dem Product der 2 äußersten gleich ist, denn wann zu zweijen größen die dritte geometrische proportional größ gesucht wird, die mittlere sich selbst multiplicirt werden muß. (§.150 Nro III.)

Die 2te Anmerkung.

§.160. Eben auf diese Weis kan man durch die 46. Aufgab (§.151.) die Regl Detri in Linien verrichten, das ist wann man die gegebenen Linien in größen annimmet.

§.160. Nro: I. Durch den Proportional Zirkl zwischen zweij gegebenen Linien, die mittlere Geometrische proportional Linie zu finden.
Fig: 96.
Nro: I.

1. traget jede der gegebenen Linien auf die linea Arithmetica directe, damit ihr die Zahlen erfahret die jede in sich begreifet, und es seye z. Ex. die grössere 90 und die kleinere 49.
2. traget die grössere 90 auf die linea planorum von 90 zu 90, und lasset das Instrument also offen liegen.
3. Nehmet auf eben dieser linea Planorum die breite von 49 zu 49, und dieses ist die mittlere Proportional linie.
4. Wollet ihr ihren begriff in Zahlen wissen, so traget sie auf die linea Arithmetica directe aus dem Centrum, so werdet ihr etwas über 65 finden, weilen man den bruch nit deütlich wegen kleinigkeit der theile nehmen kan.

Aus disen und vielen andern fällen werdet ihr sehen, das wann eine Operation scharpf genohmen werden, dieselbe sich viel geschwinder durch (: und die brüche etwas bedeuten sollen :) durch die Rechnung viel gewisser operiret wird. §. 160. Nro. II

Durch die Rechnung.

§. 160. Nro. III

Nro. III. Zwischen zwey gegebenen Zahlen die mittlere geometrische proportional Zahl zu finden.
1. multiplicirt die gegebene ~~Linien~~ Zahlen in einander und
2. aus dem Product ziehet die quadrat-wurzel

z. Ex. zwischen 3 und 27 solle die mittlere proportional Zahl gefunden werden.

27
81
81 | 9 die mittlere proportional Zahl (: §. 159. Nro. 1 :)

§ 160. No: IV. Bey dieser gelegenheit ist auch zu zeigen, zwischen
zwey linien und grössen die mittlere Arithme-
tische Proportional linie oder grösse zu finden. die
Arithmetische Proportional grössen aber übersteigen
einander nur um einigen ihrer theil. zum
Ex: 3. 5. 7. 9 etc. übersteigen einander um 2.
Item 2. 5. 8. 11 etc. haben zu ihrem unterschied
3. die hingegen die geometrische proportional
grössen einander ganz oder gar übermässig
übersteigen als 3. 9. 27 etc. /: § 150 No: III. :/ Es
ist aber allezeit die mittlere Arithmetische
Proportional grösse die halbe summe der
zwey äussersten, als die zwey äussersten sind
4 und 8 die summe ist 12 die mittlere Arith-
metische Proportional aber 6, und übersteigen
einander um 2.

Auflösung.

Fig. 96. Es seye die linea ab und cd, ihr sollet die
No. 2. mittlere Arithmetische proportional linien
finden.
1. Setzet die zwey gegebene linien in eine
gerade linie zusammen.
2. die summe dieser zwey linien das ist die
linea ac theilet in zwey gleiche theile in e.
so verhaltet sich cd zu de wie ae zu ab.

Durch die Rechnung

§. 160. No: V. 1. Addirt die zwey gegebene grössen.
2. und die summe halbiret, das ist dividirt
durch 2 so habt ihr die mittlere Arithme-
tische Proportional grösse. Zum Exempel:
zwischen 54 und 38 eine mittlere Arithme-
tische proportional grösse zu finden:

addirt $\frac{57}{33}{90}$ halbirt $90|45$ mittlere Arithme-
tische Proportional Zahl.
Es ist noch nöthig, wegen künfftigen nothwendigen
Vortragen, noch einige Grund- und Lehr-
Sätze, wie auch Aufgaben einzurücken.

Lehr-Satz oder Lemma. §. 160.

Wann sich zwey Linien AB und CD in einem Nro: VI.
Circul ungefehr durchschneiden, so ist das Fig: 90.
Rectangulum, welches aus denen zwey Nro: 3.
Theilen AE und EB construirt werden
kan, gleich dem Rectangulum aus den zwey
Theilen CE und ED.

Beweiß.

Wann ihr die linien AC. und DB ziehet, so sind
die Triangel ACE und EBD einander ähnlich
denn die Winkel bey E sind einander gleich
/: §. 40.:/ weilen sie beyde den selben Bogen AD
zum Maaß haben /: §. 85.:/ so ist derohalben
EB : EC :: ED : EA /: §. 143. Nro: VI. §. 148 :/ und
folglich EC X ED = EB X EA. w. z. E.

Lehr-Satz.

Nro: VIII. Wann man aus dem Punkt, so ausser §. 160.
einem Circul lieget, die linien AB und AC.
bis zu dem innern Theil der Peripherie ziehet, Fig: 96
so ist das Rectangulum, so sich aus der linie AB Nro: 4.
und dem Theil AD ausserhalb lieget, gleich
dem Rectangulum aus AC in AE.

Beweiß.

Ziehet die blinde Linie EB und DC, so habt
ihr zwey ähnliche Triangel ABE und ACD.
denn der Winkel A gehöret zu allen beiden
und die Winkel B und C stehen auf einem Bogen

(: §. 85 :) derowegen ist AB zu AB wie AD zu
AC folgsam AB × AD = AC × AC. w. z. Er:

§. 160. No: VIII. Wann man auf dem Diameter AC. eines
Fig: 96 No: 5. Circuls auß einen beliebigen Punct D eine
Perpendicular DB biß an die Peripherie ziehet.
so ist das quadrat dieser Perpendicular so groß als
ein Rectangulum, so auß den Theilen AD und
DC des Diameters construirt werden kann.

Beweiß.

Wann man die Linien AB und BC ziehet
so hat man einen rechten Winkel ABC (: §. 86 :)
und die perpendicular Linie BD theilet den
Triangel in zwey andere ähnliche Triangel
ABD und BCD (: §. 143 No: XII :) derowegen
ist AD : DB :: DB : DC, folgsam DB = AD × DC.
denn in der geometrischen Verhaltnuß dreyer
größen ist allzeit das quadrat der mittleren
gleich dem Product oder Rectangulum auß den
zwey äußeren (: §. 159. No: 1. :) w. z. Er:

§. 160. No: IX. Dessentwegen ist die Perpendicular DB, so auß
Fig: 96 No: 5. einen beliebigen Punct des Diameters biß
an die Peripherie gezogen wird die mittlere
geometrische Proportional linie zwischen den
zwey theilen des Diameters, wie oben (: §. 158
§. 159 :) erwiesen worden ist.

Aufgab.

§. 160. No: X Auß einen gegebenen Punct D eine den
Fig: 96 Prob. Circul berührende Linie zu ziehen.

Auflösung.

1. Ziehet auß dem gegebenen Punct D eine
gerade Lineam in das Centrum des Circuls C.
2. Theilet diese Linie DC in zwey gleiche Theile
in E.

3. beschreibet auß E mit der weite EC einen halben
Circul CBD, und wo dieser die Peripherie in B.
durchschneidet, ist der Berührungs-Punct, nach
welchem ihr den Tangenten BD ziehen könnet.

Beweiß

Ziehet auß dem Puncte B den Radium BC, so ist bey
B ein rechter Winckel (:§. 86:) und der Tangens
~~BD~~ solle auf den Radium perpendicular liegen
(:§. 95. Nro: I.:)

Nro: **XI**. Wann ihr den Punct wissen wollet in wel-
chem eine Linie die Peripherie eines Circuls §. 160
berühret, so ziehet auß dem Tangenten eine Fig: 96.
gerade Linie zu dem Centrum C. und Nro: 6.
2. theilet diese in zwey gleiche Theile in E. und
beschreibet mit der weite EC den halben Cir-
-cul, und dieser wird die Peripherie in
dem Berührungs-Punct B durchschneiden, wie
gleich jetzt oben erwiesen worden ist.

Lehr-Satz.

Nro: **XII**. Wann man auß einem Punct B außer
dem Circul einen Tangenten BA und Secanten BC
ziehet, so ist das quadrat des Tangenten AB so groß
als ein Rectangel auß dem gantzen Secanten
BC und dem äussern Theil desselben BD.

Beweiß

Ziehet die Linie AC und AD, so sind die triangel
CAB und ABD einander ähnlich, denn der
Winckel B ist ihnen gemein, und die Winckel
BAD (:§. 95. Nro: II.:) und ACD (:§. 84.:) haben den-
selben bogen AD zu ihrem maaß und der-
-wegen verhelt sich BC : BA :: BA : BD und
folgsam BA = BC × BD (:§. 159. Nro: 1. §. 160. Nro: III.:) u. s. w.

Lehrsatz.

§. 160: Nro: XIII. Wenn ein Tangent CD perpendicular
Fig: 96 et 98. auf den Diameter AB stehet, und man zie-
het aus dem Punct A so viele gerade Linien
auf den Diameter, als man will, z. Ex: die
Linea AC, so ist das quadrat des Diameters AB gleich
einem Rectangulum aus BC und den Theil AE
dieser Linie.

Beweiß.

Ziehet die Linie BE, so bekombt ihr zwey ähnliche
Triangel ABC und AEB, weilen sie beide einen
rechten Winkel beym Punct B, und den Winkel
AB gemein haben, wessentwegen AC : AB :: AB :
AE folgsam $AC \times AE = AB^2$ (s: § 159 Nro 1. Sibi Nro II.)

§. 160 Nro: XIV. Es ist aber der Winkel AEB deswegen ein
rechter Winkel, weilen er in einem halben
Circul BEA stehet, und folgsam der Nebenwinkel
CEB auch ein Rechter Winkel.

Erklärung.

§. 160. Nro: XV. Wann man saget, daß eine Linie in die
mittlere und äusserste Ration, oder in media
und extrema ratione getheilet seye, so ist es fol-
gender massen zu verstehen. Wann nemblich
eine Linie solcher gestalt in zwey ungleiche
Theile getheilet wird, daß sich die gantze Linie zu
den grössern Theil verhalte, wie der grössere
zu den kleinsten.

Aufgab.

§. 160. XVI. Eine gegebene Linie AB in die mittlere
Fig: 96 und äusserste Ration zu theilen.
Nro: 9. 1. Ziehet an den äussersten der gegebenen Linien
B eine Perpendicular BD so lang als die selbe
gegebene Linie AB.
2. Beschreibet aus D mit der Weite BD einen Circul

und ziehet durch das centrum D die linea AC.
3. machet AF gleich AC so ist die linia AB in die
mittlere und äußerste ratior getheilet

Nro. XVII. der Beweiß kann aus dem lehrsatz §. 160.
(: §. 160 Nro. XII :) leicht begriffen werden, folget
demnach noch eine andere Manier diese Aufgab
aufzulösen.

Nro. XVIII. Richtet am Ende A der gegebenen linie §. 160.
AB eine perpendicular AC auf so lang Fig. 96
als die selbe gegebene linie AB. Nro. 10.
2. nehmet die Weite CD und traget solche aus DE
in F und
3. traget das Stück AF aus A in H so ist AH
die mittlere zwischen AB und HB und HB
zu die äußerste. Zum Beweiß.
1. machet AD so lang als AB, so ist der Punct E
in der Mitte der linea AD.
2. Construiret das quadrat AC.
3. Item das quadrat AF, und auch die
4. die Rectangula AI und HC.
dabey muss auch die 6 Proposition des 2
Buchs Euclidi hier vorgesetzet werden. welche
also lautet:

Wann eine gerade linie AB in zwey gleiche Fig. 96
Theile in C getheilet und eine andere BE
in beliebiger länge angefüget wird, so ist Nro. 11.
das Rectangulum von der ganzen linie AE und
den angefügten BE sammt dem quadrat DF
der selben linie AB gleich dem quadrat CA, so
auf CE beschrieben wird, so zur Hälfte die
selbe gegebene linie CB und die angefügte
BE hat.

Fig. 96 Nro: II. Nun hat das Rectangulum AH zwey gleiche Rectangula AF und CF und das quadrat BH in sich, und kombt noch dz quadrat der selben gegebenen linie FK darzu, so ist die Summe so gross, als dz quadrat CG.

Fig. 96. Nro III. 1. ferner machet AD so lang als AB, dz ist wann ihr die helfte AK der linie AB dazu thut.
2. Construiret dz quadrat AG. so habt ihr ein Rectangulum DG, welches sambt dem quadrat EA so gross ist, als dz quadrat von CF vermög der obigen Euclidischen Prob Fig. 96 Nro I.
Wird nun dz quadrat der linie EA von dem Rectangulum CF abgezogen, so bleibet dz Rectangulum ~~AE abgezogen~~ in AH zwey mal genommen, dz ist dz Rectangulum DA in AH sambt dem quadrat AG übrig.
Nun ist in dem Rechtwinklichten triangl ABE. die Hypothenusa EB so gross als CF per constructionem, folglich auch dz quadrat von EB gleich dem quadrat von CF, ziehet man nun von diesem dz quadrat von EA ab, so bleibet das quadrat von AB übrig, und dieses muss so gross sein, als dz Rectangulum DH. und quadrat AG. zusammen, dann weilen die grossen quadrate von EB und dz von EF einerley waren, und einerley quadrat nemblich von EA von jeden abgezogen worden, so muss auch einerley übrig bleiben, die nun auch dz Rectangulum DG. und das quadrat DB einander gleich gross ist, und man ziehet von beyden dz Rectangulum DH ab, so bleibet in einem fall dz Rectangulum HC, im andern fall