Anfangs-Gründe der Geometria in so weith sie (sich) zu denen sammentlichen Architectonischen und Ingenier Künsten erfordert wirdt ... - Cod. Rastatt 195

Schar, Johannes Ferdinandt

[S.l.], [18. Jahrh.]

Ternio IX. Geometria

Ternio IX. Geometriae.

XI.

wendes. A.D.D. und DBC welche dem grossen
Dreieckh ABC ähnlich seind. §. 143 No XI.)
Setze $AC = a$, $BA = b$. $BC = c$ und $AD = x$, so ist
$DC = a - x$. da nun $(AC:)\ a = (AB:)\ b$, wie $(AB:)$
b zu $(AD)\ x$. Item $(AC)\ a = (BC.)\ c :: (BC)\ c\ (DC:)$
$a - x$ weil in beyden theilen die vierte proportional
grösse x und $a - x$ unbekandt ist, so muß sie erst
erst gesuchet werden, es seind aber in der pro-
portion $a = b :: b = x$ das product der zwey äussern
Glieder gleich dem product der zwey mittleren so
kommet folgende equation heraus $ax = bb$. Item
$a : c = c : a - x$ kombt also die equation $aa - ax = cc$.
addiret man beyde equationen so kombt $aa - ax +$
$ax = bb + cc$ und weil ax weggemacht und mit
verschiedenen zeichen kombt, so heben sie einander
auf, und werden ausgelöschet, bleibet demnach
$aa = bb + cc$ das ist quadrat von a so gross als die
quadrata von b und c zusammen genommen.
Es ist dieser beweiß wegen folgenden Aufgaben
mit eingerucket worden, er würde aber ohne bey-
fügung der Algebraischen operation zu dunckel
gewesen sein.

Anmerkung.

§. 145. Dieser Lehrsatz wird von seinem erfinder Pitha-
gora der Pithagorische Lehrsatz und wegen seines
vortreflichen nutzens durch die gantze Mathematic
von einigen Magister Matheseos genennt.
Euclides lehret ihn in der 47. ten Proposition des

des ersten buches seiner Elementorum und Pi-
thagoras hat den Musen zur danckbarkeit
wegen dieser erfindung 100 ochsen geopfert.

Fig. 88 § 146. Aus dem Pelidonischen beweiß dieses Lehr-
Nro. 6. satzes folget auch, daß ähnliche triangel wie
die quadrata ihrer homologischen od. gleichnahmigen
seiten.

Die 44. Aufgab.

Fig: 88 §. 146. Ein quadrat zu machen, welches so groß ist,
wie 2 zwey od. mehrere andere zusammen ge-
nommen.

Auflösung.

1. Setzet die seithe der beyden quadraten AB
und BC recht winckhlicht zusammen.
2. ziehet die linie AC, so habet ihr die seite des
quadrats, welches so groß wie die andere beide zu-
sammen (§: 44.)
3. Richtet $CE = AC$ auf die seite des dritten quadrats
CD perpendicular auf und
4 ziehet die linie DE, so habt ihr die seite eines
quadrats, welches so groß ist als die drey quadrata
zusammen genommen (§. 144.) und so weiter.

§. 146. Nro I. Durch den Proportional-Zirkul obige
drey quadrata zu addiren od. in eines zu bringen
1º nehmet die seite des quadrats 1. mit dem hand-
zirkl und traget sie auf den proportional
zirkl in die linea Planorum in eine beliebige
Zahl. z: Ex: von 4 zu 4 transversim, und
lasst ihn also offen liegen.

2. Nehmet die Seite des quadrats 2, und sehet in welche gröss, transversim sie in eben dieser linea planorum eintreffe, z. Ex: in 4 und 4 und merket diese gröss, und lasset auch den proportional-Zirkl in der vorigen öffnung liegen.

3. Nehmet die Seite des quadrats 3 und versuchet wie vorhin in welche gröss dieselbe transversim einschlage z. Ex: in 13.

4. Addiret diese drey gröser nemblich: 4. 4 und 13 so ist die Summa 24.

5. Nehmet mit dem Handzirkl von der noch in voriger öffnung liegenden linea planorum transversim die weite von 24 zu 24 so habet ihr die Seite eines quadrats, welches so gross ist, als alle 3 zusammen genommen.

Durch die Rechnung.

§. 146. Wo II. Wann die Seite der Quadraten in gröser bekandt seind.

1. multiplicieret jede quadratsseite mit sich selbsten.
2. die gefundene Producta addiret.
3. Aus der Summa ziehet die quadrat-wurtzl dieselbe giebt die Seite des quadrats, welches so gross als alle 3 quadrata. z. Ex: die Seite von dem quadrat.

1684 (1.) ist 128. die von der 2. ist 178. und die von der (3.) ist 224.

31684
50176

Suma 9|82|44 | 313 $\frac{43}{100}$ □

9
82
61

2144
623
3

1869

27500
6264
4

25056

244400
62683
3

194049

128
128

1024
256
128

16384 □

178
178

1424
1246
178

31684 □

224
224

896
448
448

50176

Ist also 913 $\frac{43}{100}$ und etwas darüber die Seite eines Quadrats, so groß als die beiden zusammen.

§ 146 Nro **III**. Es gibet beyde operationen, dieses mit Linien, proportional Zirkl, und in der Rechnung gleich, von welcher quadrats Seite die Operation angefangen werde.

Fig: 88. Nro I § 146. Nro **IV**. ähnliche Triangl zusammenzusetzen, das ist einen Triangl zu machen, der so groß als 2 oder mehr unterschiedene andere aber ähnliche Triangl zusammen. Es seind die gleichseitige Triangl A, B und C zu addiren durch Linien. 1. Trage die Seite ab des Triangels A und die gleichnamige Seite cd des Triangels B rechtwinkl zusammen, und ziehe die Hypothenusam de.

2. Auf diese traget auf b die Seite e f des dritten triangels C recht winkhlich, und ziehet die Diagonal d f, welche die basim des triangels D giebt, welcher so groß ist als die triangel A B und C zusammen (§. 144. 102.).

§. 146. No: V. wenn die triangel nicht gleichseitig seind, doch aber ähnlich, so nehmet eine derer Seiten nur, da von allen triangeln die gleichnahmige genommen werden, und verfahret wie jetzt oben gesagt worden. (§. 144. 145. No. IV.)

Wann ihr eine Seite also gefunden habet, so suchet auch die andere zwey seith auf eben solche weiß od. wann ihr eine Seite habet, so dürfet ihr die zwey andern Seiten nicht erst suchen, um den gesuchten triangel aufzurichten.

§: Ex: Es seind die 3 triangel A B C. zu addiren Fig: 83 No. 2.

1. nehmet die basin a b und c d, und füget dieselbe recht winkhlich zusammen, und ziehet die Hypothenuse a d.

2. Auf diese traget die basim e. f. des dritten triangels C auf d recht winkhlich, und ziehet die Hypothenusa a f. diese giebet die Seithe des verlangten triangels.

3. Auf die gefundene basim traget auf a den winkhl e, und auf f den winkhl f des andern, und ziehet die zwey Seithen, die sich einander durchschneiden und den verlangten triangel formiren

§. 146.

No: VI. mit dem Proportional Cirkl. die Operation geschiehet gantz wie mit der addition der Quadraten (§. 146. No: I.) da ihr nur auf jedem triangel eine gleichnahmige Seithe nehmet, und wie mit den quadraten geschehen (§. 146. No. I.)

auf den Proportional-Zirkl traget.

§. 146. Nro: VII. Durch die Rechnung, wird gleichfalls operiret, wie mit addirung der quadrater. (§. 146.) indeme auß jeden der zu addirenden Triangler eine gleichnahmige Seithe quadriret, und die Producta addiret, und auß der Suma die Quadrat Wurtzl ziehet. So hebt ihr eine Seithe, auf diese traget, wie in den jetzt oben gezeigten aufgaben, die gleichnahmige Winkl, so hebt ihr einen Triangl, so der Suma deren Triangler gleich.

§. 146. Nro VIII. Auß der Belidorischen demonstration des 22 Lehrsatzes (§. 144. Nro: 1.) erhellet auch daß sich die Innhalt ähnlicher quadraten, solchem Triangler und anderer geradlinigten figuren verhalten, wie die gleichnahmige Seithen derselben.

§. 146. Nro. IX. Weilen alle geradlinigte regular und irregular figuren, durch Diagonalen sich in Triangel resolviren, und auch aufzeichnen lassen, so derf man nur wann man einige aber ähnliche figuren addiren will, eine oder gleichnahmige Seithen und Diagonalen auf obgesagte Weiß, durch linien, proportional Zirkl oder Rechnung suchen und auß den gefundenen die begehrte figur formiren.

Will man aber nur die Summe des Innhalts deren zu addirenden flächen wissen, so derft man sie nur addiren, so hebt ihr was ihr verlanget.

§. 146. Nro: X. Wann die figuren Regular seind, als

Fig: 88. Nro X. Regular- Vier=fünf=Sechs. Sieben Ecke etc. derft man nur mit einer Seithe derselben operiren,

und nachmahls die dazu gehörige Poligon
Winckl auf die gefundene Linie tragen. §.106
Durch die Rechnung aber, wann ihr die figur
von der Summe nicht auszurechnen habt, dürftet
ihr nur den Innhalt deren gegebenen Triangl
addiren.

No. XI. Soyend aber die figuren Irregular, so §.146.
müsset ihr mit so viellen Seithen und Diagonalen Fig: 88
derenselben operiren (§.146. No: V.) als zur con- No. 3.
struction erfordert wird, nemblich mit so villen
Seithen in der figur weniger zwey. Z. Ex. es 75
sollen die zwey ähnliche Irregulare figuren A
und B in eine zusammen gebracht werden.

1. Nemet von jeden der gegebenen figuren eine
Seithe a b und a b, und setzet sie recht wincklicht
zusammen.
2. Ziehet die Hypothenusa, so habet ihr die gleich-
mässige Seithe der gesuchten figur.
3. Ein gleiches thuet mit einer andern Seithe
eines jeden figur ac und ac, und letztens
mit der Seithe bc und bc besonders.
4. Setzet die gefundenen Hypothenusen bb. cc und
cc, als Seithen der neuen figur in der Or-
dnung und mit den gleichmässigen Winkeln
wie sie in deren gegebenen figuren stehen zu-
samen, so kombt die dritte figur heraus, so den
beyden gegebenen ähnlich, und ihren Innhalt
besitzet.

No. XII. Mit den Proportional Zirckl suchet vermög §.146.
der Aufgab (§.146. No. I.) die Seithen bb. cc
und cc, so könnt ihr auf die in voriger

Aufgab gezeigten Manier die figur aufreissen
§. 172. 115.) Umb die Rechnung

§. 146 Nro. XIII. 1. Quadrirt die gegebene oder bekandte grösse der Seite ab und ab der zwey gegeben figuren, dieße zwey quadrata addiret, und ziehet auß der Summa die quadrat-Wurtzl, so habt ihr eine Seithe

2. Ein gleiches thut mit denen zwey gleichnahmigen Seiten ag und ae, item mit den zwey Seiten bc und bc alzeit besonders, so könnet ihr mit hilff deren gleichnahmigen Winckler, die figur aufreissen. Woll ihr aber die Summa der zwey figuren nur in grösse wissen, so dürft ihr nur ihren inhalt addiren.

§. 146 Nro. XIV. Noch auf eine andere Manier, in welcher man nur eine deren Seiten, durch den Pithagorischen Lehr Satz suchen darf.

Fig. 88
Nro. 4.

1. So seind die ähnliche figuren A und B zu addiren, nehmet in jeder eine gleichnahmige Seithe bc und bc, setzet solche rechtwincklicht zusammen so ist die Hypothenusa bb die Seithe der dritten figur.

2. nehmet eine von die andere der gegebenen figuren und nehmet zu der genohmene Seithe bc zur basin derselben an, wie hier zum Exempl die figur B und die Seite bc.

3. Verlängert die basim bc in gefahr gegen n. weiters ziehet auch die Diagonalen bm. bb. durch die Winckl, und verlänget auch die Seithe ba bis in K

4. traget auf die verlängerte Seithe bn. die durch Nro 1. gefundene Hypothenusa bb auß b gegen in f.

5. ziehet auß dem Punct f eine Parallel fg mit ~~ab~~ cd, bis sie die Diagonal bm berühret.

6. Item ziehet auß g eine parallel mit dc. bis

die die Diagonal bb in h durchschneidet, und ein
gleiches thuet auch h in g; so ist die figur fg h g b so
gross, als die zwey gegebene A und B, denn in
ähnlichen triangulen seind die Seiten einander
proportional (§.143.) Nro IX.)

Anmerkung

§.146.

Nro. XV. 1. Bey dieser Aufgab gültet es gleich viel, welche
Seithe ihr zur basim annehmen wollet, aber ihr
müsset auch eben dieselbe Seithe, durch den Pitha-
goraischen Satz vergrössern.
2. könnet ihr die grössere od. kleinere aus denen
gegebenen figuren zu ziehung deren Diagonalen
nehmen.
3. könnet ihr die hier zu nöthige linie od. basim
auch durch den Proportional Zirkl od. durch die Rech-
nung vergrössern, und darinnen auf die jetzt
gezeigte Manier operiren

§.146.
Fig: 88.
XX.

Nro XVI. Verschiedene Circul flächen in eine zu-
bringen, d.i. eine Circul fläche machen, die
so gross als verschiedene andere zusammengenommen.
Weilen sich die Circul flächen verhalten wie die
Quadrata ihrer Diametrorum (§.131.) so dörft
ihr nur mit den halben Diametern der gege-
benen Circulen verfahren, wie in den aufgaben
zu denen geradelinigten figuren (Nro. XIV.)

Nro. XVII. Ein gleiches thut auch durch den Propor-
tional-Zirkl. (§.146 Nro. I.) §.146.

Nro. XVIII. Item aber so verfahret durch die Rech-
nung mit denen halben Diametern. (§.146 Nro. III.) §.146.
die ihr denn mit dem gefundenen halben
Diameter den verlangten Circul beschreibet.

Nro. XIX. Sehet man aber nur die Summa

des Innhalts der gegebenen Circuln zu wissen,
so addiret nur den Innhalt derselben zusammen,
auf diese gesagte Manieren könnt ihr alle ordentliche
ähnliche figuren addiren.
Weilen wir bishero von der addition anweisung
gethan, so wollen wir der gemeinen ordnung
nach auch die subtraction deren flächen zeigen.
§. 146. Pro: XX. Ein Quadrat B. von einen quadrat A. ab-
Fig. 88. zuziehen, d. i. ein quadrat machen, welches so groß seye
Pro: 5. als der unterschied der zwey gegebenen quadraten
A und B.
1. Nehmet die Seithe des grösseren quadrats ab und
theilet sie in zwey gleiche theile in e.
2. beschreibet aus e mit der weite der selben
linia einen halben Circul.
3. Nehmet die Seithe cd. des kleineren quadrats
B und traget in den halben Circul auf b in c so
daß sie den halben Circul berühre, so ist die andere
Corda ca die Seithe des quadrats C, so der unter-
schied zwischen den zwey gegebenen quadraten A
und B. ist. der beweiß ist auß den Pithagori-
schen Lehr-Satz (§. 144.) klar, denn wenn ihr den
halben Circul acb auf die Seithe des grösseren qua-
drats beschreibet, und die Seithe cd des kleineren
quadrats darein traget, so daß sie den halben Circul
berühre, so bleibet die Corda ca übrig, welche
auf cd perpendicular stehend (§. 85.) und die
quadrata deren beiden recht winkelicht auf
einander stehenden Corden bc und ca zusamen
so groß seind als die Hypothenusa ab und ihr
B von bc von dem quadrat die Hypothenusa
die Hypothenusa ab abziehet, so bleibt das qua-
drat die Corda ca übrig.
§. 147. Pro: XXI mit dem proportional Circul operiret
es so. 1. Nehmet die Seithe ab des grösseren

Quadrats A. und traget dieselbe Transversim in die Linie Planorum in eine beliebige Weite z. Ex: von 25 zu 25, und lasset ihn in dieser Öffnung liegen.
2. Nehmet mit dem Grundzirkel die Seithe des kleinern Quadrats, und versuchet in welche Weite sie Transversim in eben dieser Linie einschlage z. Ex. in $14\frac{1}{2}$
3. diese $14\frac{1}{2}$ ziehet von 25 ab, bleibt $10\frac{1}{2}$.
4. Nehmet mit dem Grundzirkul auf der unveränderten Linie Planorum Transversim die Weite von $10\frac{1}{2}$ zu $10\frac{1}{2}$ so habt ihr die Seithe des quadrats des Unterschieds.

Nro XXII. Ihr sucht des Quadrat A. und quadrat B Innhalt auf (§. 114.) §. 146. Nro 5 Fig: 88

Ziehet den Innhalt des quadrats B von dem Innhalt des quadrats A ab, so bleibt der Innhalt des Unterschieds übrig. Wollet ihr aber die Seithe darzu wissen, so ziehet auß der Weite dieses Unterschieds die Quadrat Wurtzel, so habt ihr dieselbe.

Nro XXIII. Wollet ihr aber ähnliche Triangel von dem einen ähnlichen Triangel abziehen, so §. 146.
1. Nehmet eine deren Seithen des größern, und beschreibet auf dieselbe auß ihrer Mitte mit der Weithe der halben Linie, einen halben Circul wie in der vorigen Aufgab (§. 146 Nro XX.)
2. Nehmet die gleichnahmige Seithe des kleinern Triangels mit dem Grundzirkul, und traget auß dem End des Diameters in den halben Circul, so ist die andere Corda die gleichnahmige Seithe des dritten Triangels (§. 146 Nro XX.)

Nro XXIV. Auf dem Proportional Zirkel verfahret mit den gleichnahmigen Seithen der Triangel wie mit den Seithen des quadrats in der Aufgab (§. 146. Nro XXII.) so bekombt ihr die Seithe des triangls des unterscheides.

§. 146. Nro: XXV. Durch die Rechnung verfahret also.
Quadriret die gleichnahmige Seithen deren gegebenen triangeln, und ziehet d. quadrat des kleineren von d. grösseren quadrat ab, und aus den unterschied ziehet die quadrat wurtzl, so bekombt ihr die Seithen des triangls des lesteren

§. 146. Nro XXVI. Solle ein Rhombus mit einen gegebenen winkl von einen andern ihme ähnlich abgezogen werden, so
1. nehmet die Seithe des grösseren, wie bey den quadrat gezeiget worden (§. 146. Nro. 20.) eben fahls operiret mit dem Proportional Zirkl (§. 146 Nro XXI.) und durch die Rechnung quadriret die Seithe der gegebenen Rhomb, und ziehet d. kleinere von dem grösseren ab, so habt ihr die Seithe.
2. Auf diese Seithe traget den gegebenen winkl und construiret den Rhombum. (§. 100)

§. 146. Nro: XXVII. Sollet ihr aber ein Rectangulum oder Rhomboidem von einem andern ihme ähnlichen abziehen, so müsset ihr mit beyden ungleichen Seithe wie in vorigen Aufgab verfahren (§. 146. Nro. XXVI.) und mit den gefundenen Seithen das Rectangulum (§. 99.) oder das Rhomboidum (§. 101 construiren

§. 146. Nro: XXVIII. Wann ihr ein Regular Vielleck von einen andern ihme ähnlichen abziehen sollet, so nehmet eine Seithe davon, und operiret mit selber, wie bey der Subtraction der trianglen (§. 146 Nro XXIII.) gezeiget worden. Wann ihr die Seithe gefunden, aufstelle das den gegebenen ähnliche Vielleck auf, (§. 106.) mit dem Proportional Zirkul, und durch die Rechnung verfahret gleichfahls, wie bey den triangl (§. 146. Nro. XXIV. XXV.) und (§. 106.)

Nro: XXIX. Sollet ihr aber eine Irregulare §. 146.
geradlinigte figur von einer andern ihr äh-
-lichen abziehen, so müsset ihr so viele gleich- 124
-namige Seithen auf die (§. 146 Nro: XXIII.
XXIV. XXV.) gezeigte Manier suchen, welche zur
Construction der figur erfordert wird.) §. III.
112.)

Nro: XXX. Einen Zirkl von einem andern abzuziehen. §. 146.
Nehmet nur den Radium eines jeden gegebenen
Circuls, und verfahret in allem ô Manieren wie
mit der Seithe des triangels (§. 146. XXIII. XXIV.
XXV.)

Nro XXXI. Auf diese Art können auch alle re- §. 146.
-gulare aber ähnliche figuren subtrahiret wer-
-den. Es kommen aber drey operationen, solten von
die Multiplication deren geradlinigter figuren
ist eine figur vielmahl zu vergrössern.

Nro: XXXII. Ein quadrat zu machen, welches vier §. 146.
mahl so gross als ein gegebenes quadrat. Fig: 88
1. Setzet auf eine gerade linie von beliebiger Nro: 6.
länge ab eine andere ac winkelrecht.
2. traget die Seithe ab. des gegebenen quadrats
A in den rechten winkl auf a in d item
auf a in e, so ist ed die Seithe des doppelten
quadrats.
3. Nehmet die Weite ed und traget sie auf a
in f, so ist fd die Seithe des dreyfachen.
4. Nehmet die Weithe df und traget sie auf a
in g, so ist gd die Seithe des vierfachen ver-
-langten quadrats B. und
Auf diese weiss könnet ihr das quadrat noch so
viel mahl vergrössern, als euch beliebet.
Der Beweis kommt auß der 44 Aufgabe (§. 146.)
denn das quadrat der linie de ist so gross als

die quadrata deren zwey Seithen ad und ae. wan nun de auß a auf getragen worden, so ist ad die Seithe des doppleten ad aber des einfachen und folglich ae d. h. des dreyfachen quadrats und so weiter.

§. 146. Nro: XXXIII. Wollet ihr einen Triangl Rhombum, Rhomboidum, regular und irregular figuren, und auch Circul vergrößeren, so nehmet nur eine oder mehrere deren Seithen, so viel nemlich zur Construction einer neuen ähnlichen figur vonnöthen seind, bey Circul aber nur d. Radium. und verfahret, wie mit der Seithe des quadrats und setzet alsdann auß den gefundenen linien die figur des vielfältigen zusammen.

§. 146. Nro: XXXIV. durch den Proportional zirkl
1. nehmet die Seithe des gegebenen quadrats, und traget solche auf den proportional Circul in die Linea Planorum Transversim von 10 zu 10. und lasset ihn in dieser Offnung liegen.
2. Nehmet die Weite von 40 zu 40. transversim: wann d. quadrat viermahl vergrößert werden solle, so habet ihr die Seithe darzu. Wolte es 2. 3. 5. oder 6 mahl so groß werden, so nehmet die Weite von 20 zu 20 oder 30 zu 30 oder 50 zu 50. oder 60 zu 60. und so weiter. zu Vergrößerung eines Circuls aber nehmet nur den Radium und operiret mit demselben auf die gesagte weiß.

§. 146. Nro: XXXV. Wann ihr Triangl multipliciren wollet, so nehmet nur eine Seithe von denselben, und verfahret wie mit der Seithe des quadrats (§. 146. Nro XX. XXII.) und wenn ihr die Seithe des vielfältigen auf solche weiß gefunden, so construiret mit hülf der gleichnahmigen winklen den Triangl.

§. 146. Nro: XXXVI. Ein gleiches geschiehet mit dem Rhombo.

Nro. XXXVII. Zu einem Rectangulum aber müs- §. 146.
set ihr die zwey Seithen: nemblich die längere,
und die kürtzere auf die gesagte weiß trac-
tiren (§. 146. Nro. XXXII.) und mit denen ge-
fundenen die figur construiren.
Zum regularen Vielfeld aber braucht es
nur mit einer Seithe derselben auf die gesag-
te weiß zu operiren (§. 146. Nro. XXXII.)
Nro. XXXVIII. Zu irregularen Vielfelden aber müsset ihr mit §. 146.
so vielen Seithen also operiren, als zur construc-
tion des Vielfelds vonnöthen ist. (§. 146. Nro. X-
XXII. §. 111. 112.) etc.
Nro. XXXIX. Durch die Rechnung ein quadrat §. 146.
zu vervielfältigen.
1. Multiplicirt den Innhalt des gegebenen quadrats
durch die gegebene Zahl, so ist das Product der Inn-
halt des vermehrten quadrats.
2. Wollet ihr die Seithe deren wissen um die-
selbe auftragen zu können, so ziehet aus dem
Product des Innhalts des vermehrten quadrats die
quadrat wurtzel, so habt ihr auch die Seithe.
Nro. XL. Solle ein Triangel ein Rhombus oder §. 146.
irregulares Vielfeld um etliche mahl vergrö-
ßert werden, so
1. Multiplicirt den Innhalt der figur, so gebet
das Product den Innhalt des vermehrten Triangels
2. Wollet ihr aber denselben aufreißen, so müsset
ihr eine Seithe des gegebenen Triangels mit
sich selbst multipliciren, und das Quadrat wie-
der mit so viel, als die figur vermehret

werden solle. ziehet auß dem Product die qua-
drat Wurtzel, so habt ihr die länge der gleich-
mäßigen Seithe, auf welche ihr den triangul
od. figur vermittelst der gleichmäßigen Winckel
auftragen könnet.

§ 146. Nro: XLI. Solle ein fürgegebener Circul vervielfäl-
tigt werden, so
1. Multiplicirt den Innhalt deßelben in die ver-
langte größ, so ist d. Product der Innhalt des
vervielfältigten Circuls.
2. Wollet ihr ihn aber auftragen, so müßet ihr
den radium des gegebenen Circuls mit sich selbst
multipliciren, dieses Product aber wieder durch
die gegebene größ.
3. Auß diesem letzten Product ziehet die quadrat-
Wurtzel, so habt ihr den radium zu einem Circul
der so vielmahl vermehrt ist als ihr verlangt.

§. 146. Nro: XLII. Wollet ihr ein rectangulum od. Rhomboidem
etliche mahl vergrößern, so
1. Multiplicirt den Innhalt der figur mit der ver-
größerungs größ, so ist es geschehen.
2. Um aber solches auftragen zu können, so
müßet ihr jede auß den zwey ungleichen
Seithen in sich selbst multipliciren, und die
quadrata durch die gegebene größ wieder
auß den Producten ziehet die quadrat-Wurtzel
so habt ihr die gleichmäßige Seithen.

§. 146. Nro: XLIII. Ist es ein Trapezium oder anderes
irregulares Vieleck, so müßet ihr alle Seithe
quadriren, multipliciren und die Wurtzel auß-
ziehen, als zur construction der figuren nöthig ist.

Es solle nach der in Rechnung gewöhnlichen
ordnung, die Division deren flächen folgen, ehe
aber nun eine und andere operation in
derselben zu lernen und deutlicher zu er-
klären noch einige propositionen vorläufig ge-
setzet werden.
Und zwar erstlich die verschiedene Propor-
tionirung deren linien und flächen.

Der 23. Lehrsatz

Wann in geradlinigte figuren die gleich- §.147.
mäßige Winkel einander gleich seind,
und die linien so sie einschliessen beyderseiths
einerley Verhältnuß haben, so seind sie einander
ähnlich, und wann sie ähnlich seind, so haben
die Winkeln gleiche beschaffenheit.

beweis.

Die geradlinigte figuren können nit anderst
als durch die grösse der gleichmäßigen Winkel
und durch die Verhältnuß der Seithen, so sie ein-
schliessen, von einander unterschieden werden,
dann sonst lasset sich nichts deutlich in ihrem Begriff,
wann nun die Winkel einerley grösse und
die Seithen, so sie einschliessen einerley Verhält-
nuß haben, so kommen die Stücke überein, wo-
durch sie von einander unterschieden seind,
derowegen seind sie einander ähnlich (§.4.)
welches das erste war.
Wann zwey figuren einander ähnlich seind, so
kommen die Stücke mit einander überein,

wodurch sie voneinander unterschieden seind (§.4.) nun werden die geradlinigten figuren durch die grösse der gleichnahmigen winckl und verhaltnuß der seithen, so sie einschliessen unterschieden, derowegen muß die grösse der winckl und die verhaltnuß der seiten bey derselben einerley sein. welches das andere war.

Der 24. Lehrsatz

§.148 Fig. 89. Wann in zwey triangeln ABC. und DFE. B=D und C=E. so ist BA : AC = DF : FE und AB : BC = FD : DE. und wann hingegen die seithen proportional seind, so seind auch die gleichnahmige winckl einander gleich.

beweiß.

Weilen B=D und C=E. und auß zwey gegebenen winckeln, und einer seithe sich der triangl beschreiben lasset (§.60.) so werden die triangl ABC. und EDF. auf gleiche arth erzeuget, derowegen seind sie einander gleich (§.33.) folgends BA : AC = FD : FE und AB : BC = FD : DE (§.147. welches das erste war.

Weilen im anderen fall die 3. seiten des einen triangl proportional seind denen 3 seithen des anderen, und auß 3 seithen sich ein triangl beschreiben lasset (§.55.) so werden die triangl ABC. und FDE auf gleiche arth gezeiget, derowegen seind sie einander ähnlich (§.33.) und also die gleichnahmige winckl gleich welches das andere war.

Der 25. Lehrsatz.

§ 149. Fig. 89. Wann in einem triangl ABC. eine linie DE mit der Gründlinie BC. parallel gezogen wird, so verhelt sich AD zu AE wie AB zu AC. und BD zu EC. auch AD. DE = AB : BC.

beweiß.

Weilen DE mit BC. parallel, so ist x = o und u = y (§. 42.) dahero AD : AE = AB : AC. und AD : DE = AB : BC. (§. 148.) folgends weilen AD : AB = AE : EC. denn wann vier grösen od größen ein ander proportional seind, so verhalten sie sich wechselweiß, wie die erste zu der dritten, so die andere zu der vierdten also auch ~~ad~~ AD : AE = BD zu EC. w. z. E. §. 149. Anot. die lehr Sätze von der proportion in den triangeln seind d. fundament. des proportional zirkels.

Die 15. Aufgabe.

Zu zwey gegebenen linien AC. und AB die dritte proportional linie zu finden. §. 150 Fig. 90.

Auflösung.

1. Machet nach gefallen einen winkel EAD und
2. traget auß A in C. die linie AC. und auß A in B desgl. auß C in E die linea AB.
3. ziehet von B in C. eine gerade linie CB und auß E die linea D mit CB parallel, welches geschiehet, wann ihr (§. 48.) den winkel E den winkel C gleich machet (§. 43.) so ist BD die verlangte dritte grössere proportional linie.

Wollet ihr die dritte kleinere proportional linie haben, so setzet in den mit beliebiger eröffnung gemachten winkel auß A in C. die kleinere gegebene AC, und auß A in B die §. 150 Fig. 90 Not.

grössere gegebene linie AB und auß B in E
wiederum die kleinere AC. und verfahret
wie vorhin, so ist die linie CD. die kleinere
dritte proportional=linie, und verhelt
sich CD: AC = AC: AB.

§. 150. N. 10 II. durch den Proportional Zirkl zu den linien
AB und CD. die weiß kleinere dritte propor-
tional-linie zu finden.

1. Nehmet mit dem Handzirkl die linie AB dar-
gebt solche auf einen schenkl der linea Arith-
methica von centrum directè, damit ihr ihren
innhalt erfahret, dieser wäre z. Ex: 83 theile.
2. Nehmet die grösse der andern gegebenen linie
CD. und traget solche auf eben diesen linea
Arithmetica transversim auß 83 zu 83 und
lasset den Proportional Zirkl also liegen.
3. messet aber diese kleinere linie auf der linea
Arithmetica directè auß den centrum und merket
wie viel sie auf selber bekombt. z. Ex. 49.
4. Nehmet mit dem Hand Zirkl von dem unverruckten
Proportional-Zirkl transversim die weite
von 49 zu 49. so ist solche die dritte kleinere linie
welche ihr auf der linea Arithmetica von centro
außmessen könnet, und 28 theil darin finden
Fig: werdet. Wollet ihr weiß grössere propor-
Nr: 2. tional linie suchen, so verfahret wie folget.
1. Nehmet mit dem Handzirkl die kleinere gege-
bene CD, und sehet wie viel dieselbe directè
auß den centrum auf der linea Arithmetica
bekommen, welches 49 seye.
2. Nehmet mit den Handzirkul die grössere

AB und traget solche auß 49 zu 49 transversim
und lasset instrument in dieser Öffnung liegen.
3. Suchet mit dem Handzirkl auf eben dieser linea
arithmetica directe wie viel die längere auß den
gegebenen linien bekomme, welches 83 wäre
4. Nehmet mit dem Handzirkl auf der unverruckten
linea arithmetica transversim die weite von 83.
zu 83. so wird solche die gesuchte dritte grössere
proportional linie seyn, messet ihr solche directe
so werdet ihr finden, daß sie 140 theilichen haben
werden.
Seynd auch 2. Zahlen gegeben, und ihr sollet
durch Hülff des proportional Zirkl die dritte
proportionierliche darzu finden. Es seye Z. Ex.
die grössere Zahl 60. die kleinere 20. ihr sollet die
dritte grössere finden.
1. Nehmet mit dem Handzirkl auf der linea
arithmetica auß dem Centrum 60. und traget
diese weite transversim von 20 zu 20. und
lasset den proportional Zirkl in dieser Öffnung
liegen
2. Nehmet mit dem Hand Circul die von weite
von 60 zu 60. transversim, und traget diese
weiten. directe auf eben diese linea arithmetica,
so werdet ihr finden, daß sie in 180 eingeschlagen werde.
welches die dritte grössere proportional Zahl zu
20 und 60 ist.
Solle aber die meist kleinere zu diesen zwey ge-
gebenen Zahlen auf diese weiß gefunden werden,
so verfahret also:
1. Nehmet die kleinere Zahl 20 mit dem Handzirkl
von dem Centrum directe auf der linea arithmetica
und traget solche transversim von 60 zu 60. und
lasset den proportional Zirkl in dieser Öffnung liegen.

2. nehmet die Weite von 20 zu 20. transversim, und traget dieselbe wieder directe auf eben diese linie, so werdet ihr bey nahe 7 theilchen erreichen darum sie habe $6\frac{2}{3}$ sein.

Daraus ist diesen Exempel aber ist zu ersehen, daß wenn auf den Proportional Zirkel nit allzeit so genau, als die durch linien und Rechnung operiren kann.

Durch die Rechnung.

§. 150. Nro: III. Zu 20 und 60 die dritte grössere proportional Größ zu finden.

1. Saget in der Regel Detri 20 gibt 60, was gibt 60. Diß multipliciret 60 durch 60 das Mittlere Glied durch sich selbsten.

2. das Product 3600 dividirt durch das erste Glied 20. so kommt in quoto 180. für die dritte proportional Größ.

Solle aber die nächst kleinere gefunden werden, so multiplicire auch die kleinere gegebene 20 durch sich selbst, und das Product 400. dividire durch die grössere 60. so kombt $6\frac{2}{3}$.

Stehen beyde Exempel also:

Zur nächst grössern.

20 — 60 — 60
60
3600 / 180
222

Zur nächst kleinern.

60 — 20 — 20
20
400 / 60 | $6\frac{4}{6}$

Die 46. Aufgab.

§. 151 Zu 3 gegebenen linien AB: AC. und BD. die vierte
Fig: 91. proportional linie zu finden.

Auflösung

1. machet nach Belieben einen Winkel EAD.
2. traget auf AE in B die linea AB, und auf AD in C die linea AC. und auf B in D die linea BD.
3. ziehet von B in C. eine gerade linie,

4. Auß D ein andere DE mit CB parallel, wie
in vorhergehender Aufgab, so ist CE die verlangte
vierdte proportional linie (§. 149.)

Nro: I. Hiebey ist zu mercken, daß die grösten linien oder die er- §. 151.
ste größte Sätze AC und AB auß der Spitze des
Winckels A in C. und B. gesetzet werden, die
dritte gegebene BD aber an die erste AC. ge-
häncket werden muß, daß die linien müssen
solchen gestellt einander folgen, wie die Sä-
tze in der RegelDetri, dann diese Aufgab ist
nichts als eine Regel Detri durch linien, in wel-
cher sich das erste Glied zum 3ten verhaltet,
wie das 2te zum 4ten, deshalben auch hier die erste AB
zum 3ten BD. wie die andere AC. zum vierdten
gesuchten CE sich verhaltet.

Nro: II. Wollet ihr die 4te grössere proportional §. 151. Fig: 91 Nro 1.
linie finden, so traget die kleinste der gegebenen
BD. und die mittlere AC. an die Spitze des Win-
ckels C in A. und D. und die gröste AB an die
kleinste auß D. in B so verhält sich die gefundene
vierdte EA. zum andern AC. wie sich die dritte CE zum
ersten AC.

Nro: III. Auf dem Proportional Zirkl. §. 152. Fig: 91 Nro 2.
Zu 3 Linien die vierdte proportional linie
zu finden.

1. Messet jede gegebene linie auf der linea
arithmetica directe auß dem Centro, und merket
wie viel theile jede von denselben abschneide.
2. Z. E. AB seye 80. AC 54 und BD 87. wollet
ihr nun die kleinere proportional linie haben,
so nehmet mit dem Hand Zirkl das andern
Glieds AC. 54 und traget sie auf die lineam

Arithmetica von 80. zu 80. und lasset das Instrument
in dieser Öffnung liegen.
3. Nehmet mit dem Handzirkel die Weite von 37.
zu 37. als die grösse der kleinsten B.D. so ist solche die länge
der gesuchten kleinen proportional Linie. wenn ihr
solche auf der linie Arithmetica directe messet, so
werdet ihr solche 25 finden.
Wollet ihr aber die nächst grössere finden, so
traget die Weite des andern Gliedes AC transver-
salim von 37 zu 37. und lasset den proportional
zirkel in dieser Öffnung liegen.
4. Nehmet die Weite von 80 zu 80. so habet ihr die ge-
suchte 4te., welche wenn ihr sie obgesagter massen
messet 115 lang zu sein finden werdet.
Die linien seind einem auf den Proportional Zirkel
der vortheil, daß auch die darin enthaltene Brüche
mitgenommen werden, ob man sie schon nicht
abnennen kann.
Wenn die fürgegebene linien entweder zu
gross oder zu klein seind, daß sie auf den aufstehenden
haltenden proportional Zirkel nicht können genommen
werden, so muss man sie im ersten fall halbiren
im andern fall aber verdoppeln, oder sonst in
gewisse ähnliche portiones vertheilen oder vergrössern
zu grossen wichtigen Werken, ist am sichersten
durch die Rechnung zu operiren.
§.157. Nro: IV. Durch die Rechnung aber zu 3 Zahlen
die vierdte Proportionirliche finden, machet es
d. Regel wenn ihr die nächst grösser proportional
zahl suchet. die kleinste ?: Ex: 3 gibt 5 was gibt 15.
oder 3 stuck kosten 5 fl: was kosten 15 stuck, so
ihr gestellt, daß allezeit das erste und dritte