

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

**Erläuterungen der kästnerischen Analysis endlicher
Größen**

Langsdorf, Karl Christian

Mannheim, 1776

§. 463. [Gleichungen]

[urn:nbn:de:bsz:31-412388](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-412388)

Hier ist $-1 : \lambda$ verneint, wenn λ bejaht ist; folglich z für ein bejahtes λ unmöglich; ist aber λ verneint, so ist $-1 : \lambda$ bejaht, also

$$z = \pm \frac{1}{2} k r \left(\frac{-1}{\lambda} \right)$$

eine wirkliche Größe.

S. 463.

Es ist 439.

$$\text{tang Mlo} = \frac{2\pi^2\zeta + 2\pi\epsilon + 2\delta}{\pi^2\epsilon + 2\pi\delta - 2\pi\zeta - \epsilon}$$

Soll nun dieser Werth $= \infty$ unendlich werden, wie für $\text{Mlo} = 90^\circ$ erfordert wird, so muß dieses Bruchs Nenner $\pi^2\epsilon + 2\pi\delta - 2\pi\zeta - \epsilon = 0$ werden, folglich

$$\epsilon\pi^2 + 2(\delta - \zeta)\pi = \epsilon;$$

Es sei also $\delta - \zeta = \frac{1}{2}\beta$, so ist

$$\epsilon\pi^2 + \beta\pi = \epsilon$$

mithin
$$\pi^2 + \frac{\beta\pi}{\epsilon} = 1;$$

und diese quadratische Gleichung aufgelöst.

$$\pi = \frac{-\beta}{2\epsilon} \pm r \left(\frac{\beta^2}{4\epsilon^2} + 1 \right)$$

oder den Werth von β substituirt,

$$\pi = \frac{-2(\delta - \zeta)}{2\epsilon} \pm r \left(\frac{4(\delta - \zeta)^2}{4\epsilon^2} + 1 \right)$$

$$= \frac{\zeta - \delta}{\epsilon} \pm r \left(\frac{(\delta - \zeta)^2}{\epsilon^2} + 1 \right)$$

M 4

Da

Da nun $\frac{(\delta - \xi)^2}{\varepsilon^2} = \left(\frac{\delta - \xi}{\varepsilon}\right)^2$ allemal be-

jagt, folglich $r \left(\left(\frac{\delta - \xi}{\varepsilon}\right)^2 + 1 \right)$ allemal mög-

lich ist, so muß auch allemal ein Durchmesser für $Mlo = 90^\circ$ möglich sein. Man kann leicht sehen, woher es komme, daß π einen doppelten Werth hat. Es stellt nämlich in 437. π die Tangente des Winkels vor, den eine zu dem Durchmesser gehörige Sehne mit der Abscissenlinie AH macht. Fällt nun diese Sehne in den Mittelpunkt C, z. E. pl in CV, so wird diese Sehne CV selbst zu einem Durchmesser (444), der nämlich denjenigen Sehnen zugehört, die dem Durchmesser ig gleichlaufend sind. Es giebt demnach allemal zween verschiedene Durchmesser, die ihre zugeordneten Sehnen unter einerlei Winkel schneiden, mithin auch allemal ein Paar Durchmesser, wovon jeder die ihm zugeordneten Sehnen senkrecht durchschneidet, so, daß man sowohl VC als ig für einen solchen Durchmesser annehmen kann. Nimmt man nun ig dafür an, so sind pl, VC u. s. w. in der Reihe der zugeordneten Sehnen, und π stellt in diesem Fall die Tangente des Winkels vor, den die Linien pl, VC, mit AH machen, also die tang MpH. Nimmt man aber VC als den Durchmesser an, so liegt ig in der Reihe der zugeordneten Sehnen, und

und π bedeutet nun die Tangente des Winkels, welchen io mit AH macht, d. i. die tang CoO.

§. 465.

Aus 419. folgte in 431.

$$y^2 + \frac{\epsilon x + \gamma}{\zeta} y + \frac{\delta x^2 + \beta x + \alpha}{\zeta} = 0,$$

also

$$y^2 + \frac{\epsilon x + \gamma}{\zeta} y + \frac{(\epsilon x + \gamma)^2}{4\zeta^2} = \frac{(\epsilon x + \gamma)^2}{4\zeta^2} - \frac{\delta x^2 + \beta x + \alpha}{\zeta} = \frac{(\epsilon x + \gamma)^2 - 4\zeta(\delta x^2 + \beta x + \alpha)}{4\zeta^2}$$

und daher

$$y + \frac{\epsilon x + \gamma}{2\zeta} = \frac{\sqrt{(\epsilon x + \gamma)^2 - 4\zeta(\delta x^2 + \beta x + \alpha)}}{2\zeta}$$

Folglich I

$$y = \frac{-(\epsilon x + \gamma) \pm \sqrt{(\epsilon x + \gamma)^2 - 4\zeta(\delta x^2 + \beta x + \alpha)}}{2\zeta}$$

Zu II.

Also ist

$$z = \epsilon^2 x^2 + 2\gamma \epsilon x + \gamma^2 - 4\zeta \delta x^2 - 4\beta \zeta x - 4\alpha \zeta,$$

Daher der Coefficient von

$$x = \phi = 2\gamma \epsilon - 4\zeta \beta$$

und die Summe der Glieder, die weder x^2 noch x enthalten =

$$p = \gamma^2 - 4\alpha \zeta$$

M 5

Zu