

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Erläuterungen der kästnerischen Analysis endlicher Größen

Langsdorf, Karl Christian

Mannheim, 1776

§. 504. Für jeden Durchschnitt, den der Kreis mit der Parabel macht, ist
[...]

[urn:nbn:de:bsz:31-412388](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-412388)

$$\text{oder } x^2 - mx = \frac{ab^2 - m^2}{2(1 - \cos \alpha)}$$

mithin

$$x = \frac{1}{2} m \pm r \left(\frac{ab^2 - m^2}{2(1 - \cos \alpha)} + \frac{1}{4} m^2 \right)$$

also hat man einen zweifachen Werth für x , wie der Verzeichnung gemäß ist, da x sowohl ap, als aq sein kann.

§. 504.

Für jeden Durchschnitt, den der Kreis mit der Parabel macht, ist

$$y^4 + a^2 y^2 - 2a^2 cy + a^2 \left[\begin{array}{l} b^2 \\ + c^2 \\ - r^2 \end{array} \right] = 0; \quad (503)$$

Fällt nun M in A , so erhält man statt GM die Linie GA . Nun ist aber $GA^2 = GE^2 + AE^2 = c^2 + b^2$; folglich ist für diesen Durchschnitt in A , $r^2 = c^2 + b^2$; diesen Werth in die vorige Gleichung gesetzt, giebt

$$y^4 + a^2 y^2 - 2a^2 cy = 0;$$

folglich bleibt noch

$$y^3 + a^2 y - 2a^2 c = 0;$$

Und wenn man G in AE nimmt, so wird noch eine Wurzel der Gleichung $(P.) = 0$, und die übrigen beiden sind in dieser Gleichung enthalten

$$y^2 +$$

$$y^2 + a^2 - 2ab = 0$$

und sind also

$$\pm r(a^2 - 2ab)$$

Nun ist

$$a^2 - 2ab = 0$$

für $b = \frac{1}{2}a$, und für diesen Fall $r = b$, folglich werden für $c = 0$, $r = b = \frac{1}{2}a$, alle vier Wurzeln der Gleichung $P = 0$, oder alle vier Durchschnittspunkte fallen in diesem Fall im Scheitel A zusammen, und der Kreis heißt da der Krümmungskreis, und sein Halbmesser der Halbmesser der Krümmung, weil man keinen Kreisbogen beschreiben kann, der zwischen diesem und der Parabel herginge, und dieser also unter allen Kreisen, die sich an der Parabel Scheitel beschreiben lassen, der Krümmung derselben um den Scheitel herum am nächsten kommt.

S. 505.

Jede Gleichung, die diese Gestalt hat

$$z^3 + pz + q = 0$$

läßt sich wie eine Gleichung ansehen, die dadurch entstanden wäre, daß man die Durchschnitte einer Parabel mit einem Kreis, der sie auch im Scheitel schneiden sollte, gesucht hätte. Nun ist Q eine Gleichung, die in der That so entstanden ist. Soll also in R. die Wurzel z so wie in Q Ordinaten vorstellen, so muß man R mit Q vergleichen, um die Werthe der in Q befindlichen Coef=