

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Erläuterungen der kästnerischen Analysis endlicher Größen

Langsdorf, Karl Christian

Mannheim, 1776

§. 510. Wenn u der kleinste Bogen ist, dessen Sinus k ist, so ist k zugleich der Sinus von folgenden Bogen [...]

[urn:nbn:de:bsz:31-412388](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-412388)

§. 510.

Wenn u der kleinste Bogen ist, dessen Sinus k ist, so ist k zugleich der Sinus von folgenden Bogen

$$\begin{array}{l} \text{I. Der positive von} \left\{ \begin{array}{l} u; u + P; u + 2P; u + 3P \dots \\ \frac{1}{2}P - u; \frac{3}{2}P - u; \frac{5}{2}P - u; \frac{7}{2}P - u; \dots \end{array} \right. \\ \text{II. Der negative von} \left\{ \begin{array}{l} u + \frac{1}{2}P; u + \frac{3}{2}P; u + \frac{5}{2}P; u + \frac{7}{2}P; \dots \\ P - u; 2P - u; 3P - u; 4P - u; \dots \end{array} \right. \end{array}$$

Soll man also aus dem gegebenen Sinus k des einfachen Bogens den Sinus a des dritten Theils des Bogens finden, so heißt dies eigentlich so viel:

Aus einem gegebenen Sinus k den Sinus von dem dritten Theil des Bogens finden, dessen Sinus $= k$ ist; nun ist jedes Glied der genannten vier Reihen ein zu $\sin k$ gehöriger Bogen, folglich dienen, um den Sinus vom dritten Theil des Bogens, dessen Sinus $= k$ ist, zu finden, folgende Ausdrücke:

$$\begin{array}{l} \text{A.) } \sin \frac{1}{3}u; \sin \frac{1}{3}(u+P); \sin \frac{1}{3}(u+2P) \dots \\ \text{B.) } \sin \frac{1}{3}(\frac{1}{2}P-u); \sin \frac{1}{3}(\frac{3}{2}P-u); \sin \frac{1}{3}(\frac{5}{2}P-u) \dots \\ \text{C.) } -\sin \frac{1}{3}(u+\frac{1}{2}P); -\sin \frac{1}{3}(u+\frac{3}{2}P); \dots \\ \text{D.) } -\sin \frac{1}{3}(P-u); -\sin \frac{1}{3}(2P-u) \dots \end{array}$$

Alle diese Sinus sind nämlich Sinus von dem dritten Theil des Bogens, dessen Sinus $= k$ ist, aber unter diesen unendlich vielen Ausdrücken befinden sich nur drey von einander verschiedene. Nämlich

aus

aus A ist 1.) $a = \sin \frac{1}{3} u$

2.) $a = \sin \frac{1}{3} (u + P.)$

und aus C 3.) $a = - \sin \frac{1}{3} (u + \frac{1}{2} P.)$

So ist 3. B. in A $\sin \frac{1}{3} (u + 2P)$ mit $-\sin \frac{1}{3} (u + \frac{1}{2} P)$ als dem ersten Glied in C einerlei, weil $\sin \frac{1}{3} (u + 2P) = \sin (\frac{1}{3} u + \frac{2}{3} P + \frac{1}{3} P) = - \sin (\frac{1}{3} u + \frac{2}{3} P) = - \sin \frac{1}{3} (u + \frac{1}{2} P)$, und so geben alle in A, B, C, D befindliche Ausdrücke nur die drei genannten verschiedenen Sinusse. Sucht man also den Sinus von dem dritten Theil desjenigen Bogens, dessen Sinus $= k$ ist, so muß die Auflösung nothwendig auf drei Werthe von a führen, weil es drei besondere Sinusse giebt, von deren zugehörigen Bogen jeder ein Dritteltheil desjenigen Bogens ist, dessen Sinus $= k$ ist. Daher führt sie auf eine cubische Gleichung

$$a^3 - \frac{3}{4} a + \frac{1}{4} k = 0$$

deren Wurzeln $\sin \frac{1}{3} u$, $\sin \frac{1}{3} (u + P)$ und $\sin \frac{1}{3} (u + \frac{1}{2} P)$ sein müssen.

§. 521.

Es sei der Ort von M ein Kreis, welcher allemal entsteht, man mag eine Kugel schneiden, wo man will, und C sei ein Punkt eines größten Kreises, so ist $CT = x$, $TM = y$, und $TM^2 = a. CT - CT^2$; nun sei $TM : TQ = \sec MCQ : \sin tot = 2 : 1$, so ist $TM = 2TQ$, also $4TQ^2 = a.$

$CT - CT^2$, und $TQ^2 = \frac{a. CT - CT^2}{4}$; ist also

D 3

der