

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Erläuterungen der kästnerischen Analysis endlicher Größen

Langsdorf, Karl Christian

Mannheim, 1776

§. 521. Es sei der Ort von M ein Kreis, welcher allemal entsteht, man mag eine Kugel schneiden, wo man will, und C sei ein Punkt eines größten Kreises [...]

[urn:nbn:de:bsz:31-412388](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-412388)

aus A ist 1.) $a = \sin \frac{1}{3} u$

2.) $a = \sin \frac{1}{3} (u + P.)$

und aus C 3.) $a = -\sin \frac{1}{3} (u + \frac{1}{2} P.)$

So ist 3. B. in A $\sin \frac{1}{3} (u + 2P)$ mit $-\sin \frac{1}{3} (u + \frac{1}{2} P)$ als dem ersten Glied in C einerlei, weil $\sin \frac{1}{3} (u + 2P) = \sin (\frac{1}{3} u + \frac{2}{3} P + \frac{1}{3} P) = -\sin (\frac{1}{3} u + \frac{2}{3} P) = -\sin \frac{1}{3} (u + \frac{1}{2} P)$, und so geben alle in A, B, C, D befindliche Ausdrücke nur die drei genannten verschiedenen Sinusse. Sucht man also den Sinus von dem dritten Theil desjenigen Bogens, dessen Sinus = k ist, so muß die Auflösung nothwendig auf drei Werthe von a führen, weil es drei besondere Sinusse giebt, von deren zugehörigen Bogen jeder ein Dritteltheil desjenigen Bogens ist, dessen Sinus = k ist. Daher führt sie auf eine cubische Gleichung

$$a^3 - \frac{3}{4} a + \frac{1}{4} k = 0$$

deren Wurzeln $\sin \frac{1}{3} u$, $\sin \frac{1}{3} (u + P)$ und $\sin \frac{1}{3} (u + \frac{1}{2} P)$ sein müssen.

§. 521.

Es sei der Ort von M ein Kreis, welcher allemal entsteht, man mag eine Kugel schneiden, wo man will, und C sei ein Punkt eines größten Kreises, so ist $CT = x$, $TM = y$, und $TM^2 = a. CT - CT^2$; nun sei $TM : TQ = \sec MCQ : \sin tot = 2 : 1$, so ist $TM = 2TQ$, also $4TQ^2 = a.$

$CT - CT^2$, und $TQ^2 = \frac{a. CT - CT^2}{4}$; ist also

D 3

der

der bei TQ befindliche Coefficient $z = m$, so ist die allgemeine Gleichung für die Projection der Punkte M der Kugel, wenn man $TQ = z$ setzt

$$z^2 = \frac{ax - x^2}{m^2} \quad \text{N.)}$$

diese mit der Gleichung 362 verglichen, giebt

$$\begin{array}{l} \text{dort } y^2 \mid b \mid b : a \\ \text{hier } z^2 \mid a : m^2 \mid 1 : m^2 \end{array}$$

folglich ist die gesuchte Projection eine Ellipse, in der die große Ase $= a = r$, und der Parameter $= \frac{a}{m^2}$ oder $\frac{r}{m^2}$ ist.

§. 524.

Daß jeder Durchschnitt eines Cylinders eine Ellipse geben müsse, läßt sich auch aus andern Gründen begreifen. Man kann nämlich jeden Cylinder als einen abgekürzten Kegels betrachten, dessen Spitze von der Grundfläche unendlich weit absteht. Man mag nun dieses Stück des abgekürzten unendlich hohen Kegels, wo man will, durchschneiden, so erhält man eine Ellipse. Aus der Art, wie Hyperbel und Parabel aus den Kegeln geschnitten werden, erhellet, daß hier der Schnitt für die Hyperbel unmöglich wird, der Schnitt aber für die Parabel ein Rectangel geben muß. Man müßte nämlich im ersten Fall den Cylinder nach einer solchen Richtung schneiden, welche die verlängerte Ase des Cylinders über