

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Erläuterungen der kästnerischen Analysis endlicher Größen

Langsdorf, Karl Christian

Mannheim, 1776

§. 550. Man vergleiche hiermit die Anm. zu 547. wo schon die Gleichung für den senkrechten Kegel gefunden worden [...]

[urn:nbn:de:bsz:31-412388](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-412388)

Man hat demnach folgende Werthe für x, y, z ,

$$x = t. \cos \theta + v. \cos \varphi. \sin \theta;$$

$$y = v. \cos \varphi. \cos \theta - t. \sin \theta - f;$$

$$z = v. \sin \varphi$$

Diese drei Werthe statt x, y, z , in die Gleichung für die Fläche (516.) gesetzt, giebt eine Gleichung zwischen t und v . d. i. die gesuchte für den Schnitt.

§. 550.

Man vergleiche hiermit die Anm. zu 547. wo schon die Gleichung für den senkrechten Regel gefunden worden.

Ist AP der Ee gleichlaufend, so muß EX in Ee fallen, weil auch EX mit AP parallel ist, und durch einen Punkt E nur eine parallele Linie mit einer andern gezogen werden kann. Indem nun EX in Ee fällt, wird $\theta = 0$; für den Fall also, da AP der Ee gleichlaufend ist, ist $\theta = 0$, folglich (549.) $z = v. \sin \varphi$, $x = t. \cos 0^\circ + v. \cos \varphi. \sin 0^\circ$; es ist für $\sin. tot. = 1$, $\cos 0^\circ = 1$, und $\sin 0^\circ = 0$, also $x = t. 1 + v. \cos \varphi. 0 = t$; $y = y. \cos \varphi. \cos 0^\circ - t. 0 - f = v. \cos \varphi. - f$; diese Werthe statt x, y, z , in die Gleichung $x^2 + y^2 + 2m^2bz - m^2z^2 - r^2 = 0$ gesetzt, giebt $t^2 + (\cos \varphi^2 - m^2 \sin \varphi^2). v^2 + (2m^2b. \sin \varphi - 2 \cos \varphi. f) v + f^2 - r^2 = 0$;

Diese

Diese mit der Gleichung (419.) verglichen, und statt $x, y; v, t$ gesetzt, giebt

$$f^2 - r^2 = \alpha;$$

$$2m^2b. \sin \varphi - 2 \operatorname{Cof} \varphi. f = \beta;$$

$$\gamma = 0;$$

$$\operatorname{Cof} \varphi^2 - m^2 \sin \varphi^2 = \delta$$

$$\varepsilon = 0;$$

$$\zeta = 1;$$

wo also $\varepsilon^2 - 4\zeta\delta = -4\zeta\delta$; da man nun eine Hyperbel, Ellipse, oder Parabel erhält, nachdem $\varepsilon^2 - 4\zeta\delta$ bejaht, verneint oder $= 0$ ist, so muß hier für $-4\zeta\delta$, nachdem es bejaht, verneint oder $= 0$ ist, eine Hyperbel, Ellipse oder Parabel herauskommen. Nun ist aber $-4\zeta\delta$ bejaht, verneint, oder $= 0$, nachdem es mit $-\zeta\delta$ diese Beschaffenheit hat, da also $-\zeta\delta = -\delta = m^2. \sin \varphi^2 - \operatorname{Cof} \varphi^2$, so muß es mit $m^2 \sin \varphi^2 - \operatorname{Cof} \varphi^2$ die erwähnte Beschaffenheit haben, nachdem einer von den dreien Kegelschnitten entstehen soll. Wäre der Coefficient von $\sin \varphi^2$ oder $\sin \varphi^2$ selbst verneint, so wäre $-\zeta\delta$ allemal verneint, $\operatorname{Cof} \varphi^2$ möchte größer oder kleiner, als $m^2. \sin \varphi^2$ sein; da aber weder m^2 noch $\operatorname{Cof} \varphi^2$ verneint sein können, weil sie Quadrate sind, so ist $-\zeta\delta$ offenbar bejaht, verneint, oder $= 0$, nachdem $\operatorname{Cof} \varphi^2$ kleiner, größer oder $= m^2. \sin \varphi^2$ ist, daß also der Schnitt eine Hyperbel, Ellipse oder Parabel giebt, nachdem der erste, der zweite oder der dritte von den erwähnten Fällen statt findet.

§. 552.