

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Erläuterungen der kästnerischen Analysis endlicher Größen

Langsdorf, Karl Christian

Mannheim, 1776

§. 78. Der allgemeine Ausdruck einer unreinen quadratischen Gleichung
ist [...]

[urn:nbn:de:bsz:31-412388](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-412388)

Auch giebt sich hieraus

$$P = \frac{y}{1 - N : M}$$

und
$$M = \frac{N}{1 - y : p} \quad (\varphi)$$

Hat man sich nämlich eine Tabelle aufgesetzt, worin der zu jedem Grad der Löthigkeit gehörige große latein. Buchstaben angegeben ist, so darf man in

solcher nur den auffuchen, der $= \frac{N}{1 - y : p}$; der da-

zu gehörige Grad der Löthigkeit ist alsdann $= \mu$, und so setzt uns die Gleichung φ in den Stand, allemal die Löthigkeit der überbliebenen Soole zu berechnen, wenn die Menge Zollen, die von p Zollen ν löthiger Soole abgedünstet sind, gegeben werden. Mehr mag ich hier von der Löthigkeit der Soolen, auf die mich die im Buche gemachte Anwendung auf die Löthigkeit des Silbers gebracht hat, nicht beibringen, und ich bin zufrieden, wenn man mich nicht hier schon einer Ausschweifung beschuldigt.

S. 78.

Der allgemeine Ausdruck einer unreinen quadratischen Gleichung ist

z^2

$$z^2 - pz = q \quad (\text{H})$$

Hieraus nach den gewöhnlichen Regeln die Quadratwurzel gezogen, giebt

$$\begin{array}{r} z^2 - pz \quad | \quad z - \frac{1}{2}p \\ \hline z^2 \quad \quad | \\ \hline -pz \quad \quad | \\ \hline \quad \quad \quad | \quad 2z \\ \hline \quad \quad \quad | \quad -pz + \frac{1}{4}p^2 \\ \hline \quad \quad \quad | \quad \quad \quad -\frac{1}{4}p^2 \end{array}$$

also ist

$$z^2 - pz = (z - \frac{1}{2}p)^2 - \frac{1}{4}p^2$$

Dies in H gesetzt, giebt

$$(z - \frac{1}{2}p)^2 - \frac{1}{4}p^2 = q$$

$$\text{also} \quad z - \frac{1}{2}p = \sqrt{q + \frac{1}{4}p^2}$$

$$\text{und} \quad z = \frac{1}{2}p \pm \sqrt{q + \frac{1}{4}p^2}$$

Wem wird es einfallen, sich Schwierigkeiten zu machen, wenn z^2 einen Coefficienten hat? Anfängern zur Aufmunterung, daß sie in kurzer Zeit weiter zu kommen im Stande sind, als manche Lehrer der Mathematik auf ansehnlichen Gymnasien, die sich sogar durch eigene Schriften, worin sie selbst solche Formeln vorbringen, legitimirt zu haben scheinen, und die selbst bei großen Meßkünstlern, die sie eines Briefwechsels würdigen, für Mathematiker passiren, erlaube man mir folgenden Brief von einem solchen Manne, den er einem jungen Menschen, der aus der Gleichung (S. 184.)

a x^a

$$ax^2 + bx + c = 0$$

diese $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

nicht herausbringen konnte, zugeschickt hatte, nachdem er vorher schon in mehr als einem Duzend Briefen lauter falsche Versuche gemacht hatte, die ihm sein Lehrling allemal gehörig zu widerlegen wußte.

„Sie schreiben mir abermal Zweifel, und zwar zum Theil wiederholte, nach der von mir für demonstrativ ausgegebenen Auflösung. Ich muß also die ganze Rechnung, mit Beifügung theils für bekannt angenommener, theils schon im vorigen Schreiben befindlicher Sätze, wiederholen. Rechnung: Nro 1.) $ax^2 + bx = -c$. Da nun diese Gleichung an sich etwas unmögliches enthält (weil auf der einen Seite lauter positive facta, auf der andern aber nur ein negativer Buchstabe ist) so wird sie von den algebraicis gleich 0 gemacht, durch Addition der negativen GröÙe. Daher setzt, wie Sie mir anfänglich schrieben, Herr Kästner $ax^2 + bx + c = 0$. Ich sah wohl, daß es eine unreine oder unvollkommene quadratische Gleichung war, hatte aber den Vortheil, a von x^2 und x von bx wegzuschaffen, vergessen, den ich doch wußte, als ich 1737. in meine problemata „arith-

„arithmetica die quadratische Regel setzte *). Ich
 „konnte mich auch des auctoris nicht erinnern, aus
 „welchen ich sie genommen, wie ich ihn bis diese
 „Stunde noch nicht weiß. Indessen fand ich bey
 „Poëtio p. 438. §. 801. den Satz: so man aus
 „dem homogeneo comparationis ab den einen
 „factorem $a = x$ setzt, so lasse sich die ganze Gleichung
 „damit hinaus dividiren — Dieses nun wende
 „ich auf die gegebene Gleichung $ax^2 + bx = -c$
 „an, so entstunde Nro 2.) $x^2 + b = -\frac{c}{a}$. Sie

„fragen, wie kam man $x = a$ setzen? ich antworte
 „nochmals erstlich, wenn beide Theile einer binomi-
 „schen Wurzel bekannt sind; so ist das vollkom-
 „mene Quadrat $= a^2 + 2ab + b^2$

„Zweitens. Wenn man aber nur $ax^2 + bx$
 „siehet, so ist es ein unvollkommenes oder unreines
 „Quadrat. Denn die Theile der Wurzel sind x
 „und $\frac{1}{2}b$, dasselbe aber sollte $x^2 + 2xb + b^2$ sein,
 „wenn es vollkommen wäre. Es steht aber Nro 1.
 „nur $ax^2 + 1. x b$. Es fehlt also $(\frac{1}{2}b)^2$ zu
 „Er-

*) Ein Newton verdient Bewunderung, daß er in
 seinem hohen Alter seine schwersten Schriften, die
 er ehemals aufgesetzt hatte, nicht mehr verstande
 — aber der Verfasser dieses Briefs verdient
 Mitleiden, daß er hier den Newton pueriliter zu
 imitiren sucht —

„Ergänzung des Quadrats, dagegen ist x^2 mit a ,
 „als einer bekannten Grösse, multiplicirt, und steht
 „nur $(1. x. \frac{1}{2} b =) x b$. Wenn man nun, wie
 „bei Forschung der Natur der Gleichungen geschie-
 „het, x einer bekannten Grösse gleich setzt, als hier
 „ $x = a$, so findet man die Eigenschaft der Gleichung,
 „und kann also durch die Division mit $x = a$, das a
 „von x^2 und $b x$ auf der einen Seite wegbringen,
 „auf der andern aber wird c mit der bekannten
 „Grösse a dividirt. Die Eigenschaft der Glei-
 „chung $a x^2 + b x = -c$ ist, daß das Quadrat des
 „ersten Theils der Wurzel mit $a (= x$ der Wurzel
 „selbst) multiplicirt worden, dagegen der zweyte
 „Theil der Wurzel $(= \frac{1}{2} b)$ mit $2. x$ multiplicirt
 „ $(= 2 x. \frac{1}{2} b = 1. x. b) = x b$ (oder $b x$) ist.
 „Dividirt man nun Nro 1. mit $x = a$, so muß
 „Nro 2. entstehen, auch durch Addition $\frac{1}{4} b^2$ auf
 „beiden Seiten entstehen, Nro 3.) $x^2 + b + \frac{1}{4} b^2$
 „ $= \frac{1}{4} b^2 - \frac{c}{a}$ Nro 4.) $x + \frac{1}{2} b = \sqrt{\frac{1}{4} b^2 - \frac{c}{a}}$;
 „hierbei schreiben Sie, eine richtige Folge, wenn
 „ $x = a$ und weiter $= 1$. Ich setze hinzu, wenn
 „ $a = (x$ oder dem ersten Theil der Wurzel) wenn
 „ a , sage ich, der Coefficient bey x^2 und x mit dem
 „zweyten Theil der Wurzel (hier $= \frac{1}{2} b$) mit die-
 „sem zweyten Theil 2 mal sage ich 2 mal genom-
 „men multiplicirt $(= 1. b = 2. \frac{1}{2} b = 1 b)$ macht,
 „und wenn b mit a multiplicirt $= 1. b$ in der gan-
 „zen

„zen Gleichung. Denn ein einmal angenommener
 „Werth eines Buchstabens darf in der weitem Rech-
 „nung nicht geändert werden. In andern Fällen,
 „da x^2 keinen Coefficienten hat, geht es nach Hr.
 „Cleim pag. 120. lqq. welchen Sie hoffentlich
 „verstehen werden. Der Coefficient bei x^2 kann
 „aber auch eine andere Grösse, als $a = x$ sein, wenn
 „nicht x zugleich der Coefficient des 2ten Theils der

„Wurzel ist - No 5.) $x + \frac{1}{2}b = \sqrt{\frac{1 \cdot b^2 - 4ac}{4a}}$;

„No 6.) $x + \frac{1}{2}b = \frac{\sqrt{1 \cdot b^2 - 4ac}}{2a}$; Nro 7.)

„ $x = \mp \frac{1 \cdot 1 \cdot b}{2} + \sqrt{\frac{1 \cdot b^2 - 4ac}{2a}}$. Nro 8.)

„ $x = \mp \frac{2 \cdot 1 \cdot b}{2 \cdot 2 \cdot a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ Nro 9.)

„ $x = \frac{\mp b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ —“

Mir schwindelt, ich mag also Zeug, worin
 kein Menschenverstand ist, nicht länger abschreiben.
 Für einen Mathematikverständigen verdiente es ei-
 ne Stelle im vade mecum.

Wie glücklich sind Gymnasien, die Männer zu
 Lehrern haben, wie Böckmann, Hellwig u. a. die
 sich freilich durch ihre Schriften besser legitimirt ha-
 ben, als der Verfasser des hergesetzten Briefs.

§. 110.