

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Elemente der darstellenden Geometrie als Leitfaden zum Vortrage an der Grossherzoglichen Artillerie Schule

Ludwig, Damian

Carlsruhe, 1839

Elemente der darstellenden Geometrie

[urn:nbn:de:bsz:31-424751](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-424751)

Elemente

der darstellenden Geometrie

I Capitel.

Erklärungen und Grundbegriffe.

§. 1. In Sumpallanda Gaumalai gefüllt in zwei Hängelbeile.
1^{tes} beile fin, ein auf einem Zierförmigen Blatt malak mit zwei
Simansinnan, nämlich Lanya und Kwida fud, alle andierliche
Küngeu Sumpallat munden Sieman, malak zwei Simansinnan
fuban.

2^{te} zeigt sie, wie die Summe der Kräfte und Massen
Wegleistung selbst ausrechnen können, wenn wir
selbst zu bestimmen sind.

3.2. In die Oberfließen aller Flüsse und alle Flüsse
zusammengeführt baldmöglichst werden können, ist es bei so
vielen in diesem Geyangbund ein neues Geschick in
Ordnung und Ruhe zu setzen, wie die Kolonie eines Landes
im Lichte zu bestimmen sei.

Methode der Projectionen.

§. 3. Man wird zwei Punkte auf einem gegebenen
Projections-Ebenen - un, malte sich in einer gegebenen Linie
Projections-Achse - befinden, soll man den im Raum zu
 bestimmenden Punkt, durch die Linie - projectirende Linien
 auf die Projectionsebene, und dann geht die Fußpunkte
 dieser projectirenden Linien die - Projection - des ungesuchten Punktes,

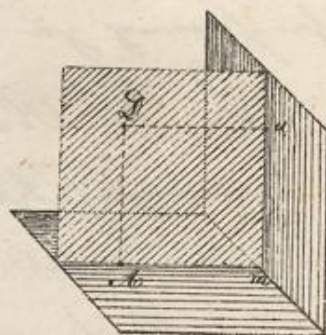
§. 4. Man unterscheidet horizontale Projectionen = Ebene und verticale Projectionen = Ebene, oder nennt dieselben kürzer — Horizontalebene und Verticalebene.

Die Projection in der Horizontalebene heißt Horizontal-Projection des gegebenen Punktes, und die Projection in der Verticalebene: Vertical-Projection.

Die projektivende Linie, welche die Projektion angibt, heißt: horizontal-projezierende Linie — und die andere: vertical-projezierende Linie.

§. 5. Es ist möglich zu bemerken, daß ein im Raum gegebener Punkt nur durch zwei Projektionen bestimmt werden muß, und daß die Größe der projektivenden Linien, welche seine Lage angeben, genau mit der Quillen der Ebene übereinstimmt, welche man sich über die projektivenden Linien gelegt denkt.

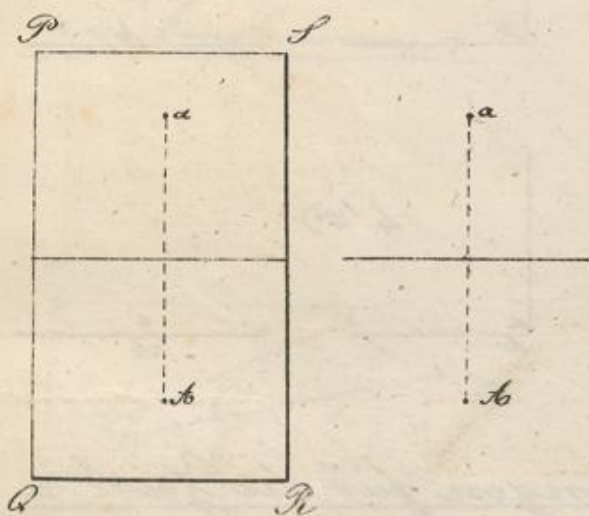
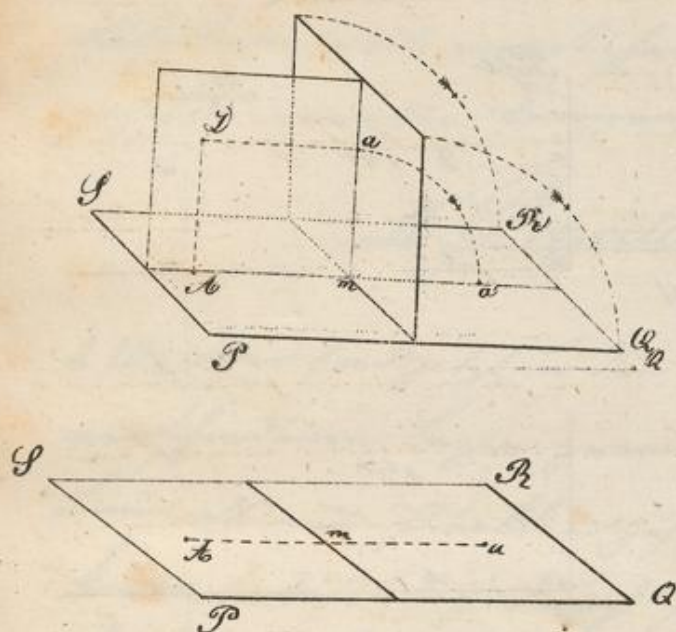
Man setz nämlich, wenn D , einen Punkt im Raum voraussetzt und A, a , seine Projektionen sind, $AD = am$ und $aD = m A$.



§. 6. Es wird nun leicht sein, die Lage eines Punktes zu seiner Projektions-Ebene anzugeben, wenn seine projektivende Linie aD , AD , oder seine Halbsenkkel am , Am bekannt sind. Will man den Punkt wirklich im Raum bestimmen, so wird man sich der projektivenden Linie bedienen; für die Größe hingegen sind die Halbsenkkel der projektivenden Linien nutzlos, muß zu bemerken, wie wir uns dem folgenden abkann werden.

§. 7. Man sieht, daß zur Bestimmung eines Punktes D nach

Der vorerwähnte Ligne auf ein ganzes Oelfass und eine Linie
aufgedruckt wird; die anderen Lagen des Manuskripts 1812, sind
in Augst dieser Linie unermindert erhalten, aber der Text
helfen der Malerei zu finden.



1. ^{Land} man trage die Wurzelsamen
in die Feigensamen Asche zu legen;
bis sie mit der Feigenwurzelsamen
in eine Lüsteung füllt, und leicht ge-
zeuht die Wurzelsamen. Feigenwurzelsamen a
dieser Lüsteung folgen
Viel dieser Wurzelsamen wird in den
Größen der Lüste am und am nicht
geändert; man kann also immer noch
mittels der Asche der Feigen D.
in Lüste anpflanzen.

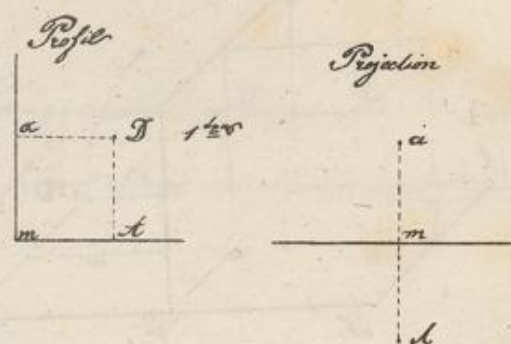
2^{tes} Man drucke die kleine P.B.S.
so lange bis sie sich gerade um
den Zylinder befindet, die Pa-
pieren auf die in vorigen Ab-
schnitten und die Fingerringe
und alle anderen.

Liandunf mandan alla feidga und ftingen Windel und
Iro Zuefning auffand.

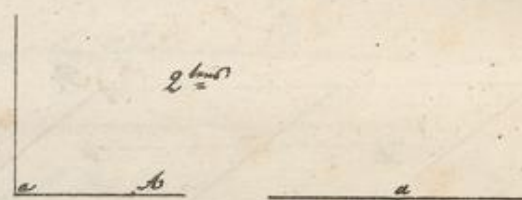
3^{tes} Man lasse die Sagenzunge P.P.S. mag, da sie auf die
Lage des yagubanan Himmels zu den beiden Hengstlinen einen
kleinen Einfluss hat.

§. 8. Nachdem nun allgemein gezeigt worden ist, wie ein Punkt in einem der drei seine Projektionen bestimmt wird, so wollen wir 4 besondere Augen, die zu in Bezug auf die Projektions-ebenen einander zu betrachten.

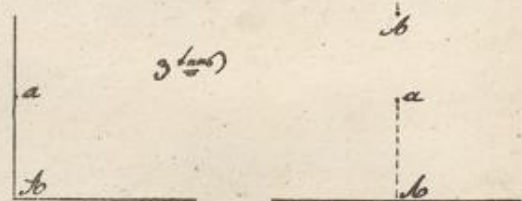
1^{tes} Der Punkt D befindet sich in der horizontalen Ebene, daher sind seine Projektionen: in dieser Ebene (a)



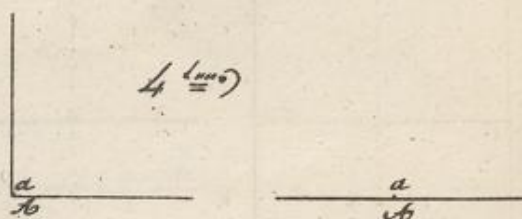
2^{tes} Der gegebenen Punkt liegt in der horizontalen Ebene, daher ist seine Vertikalprojektion in der Projektions-Achse (t, a)



3^{tes} Der gegebenen Punkt liegt in der Vertikal-Ebene, daher seine Horizontalprojektion in der Projektions-Achse (t, a)



4^{tes} Der gegebenen Punkt liegt in der Projektions-Achse, daher befinden sich auf seiner Projektionen in derselben (t, a)



§. 9. Allgemeine Bestimmungen für die Zeichnungsart der anzuwendenden Linien.

1^{tes} Die Projektions-Achse wird durch eine horizontale Linie dargestellt, die in der Mitte möglichst stark und deutlich Linie bezeichnet, und kann für die ersten Ansichten mit leichtem Strich ausgedrückt werden.

2^{tes} Alle projektierenden und unprojektierenden Linien,

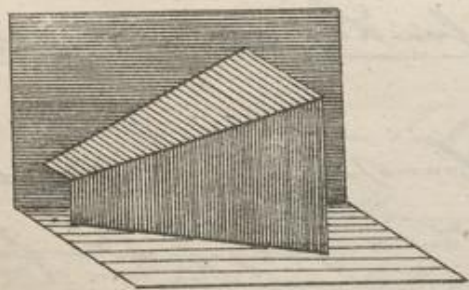
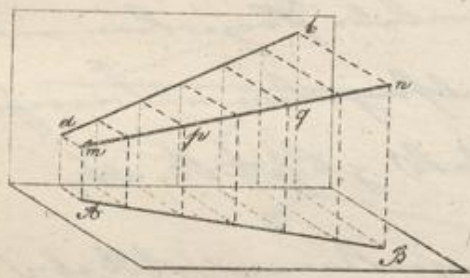
die zur Lösung einer Aufgabe erforderlich sind, werden mittelst gerader Linien angedeutet.

3^{tes} Alle wirklichen Linien, Lageangaben nun flachen, flachen und Krümmungen werden nicht gezeichnet als die Projektionen, geraden und an solchen Stellen zueinander, in diesen, weil nur die Krümmung für die Betrachtung, nicht gegeben werden können.

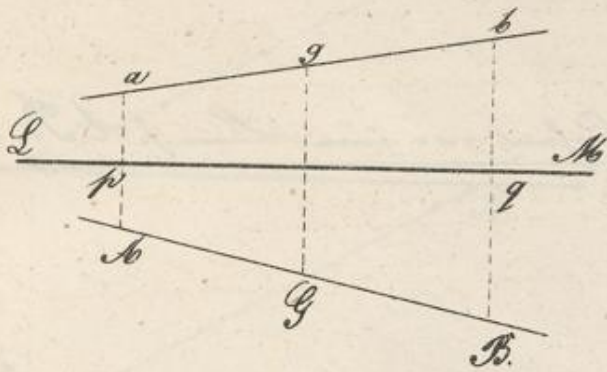
II. Projection der geraden Linien

§. 10. Wir sind jetzt in der Lage gegeben einen Punkt in seiner entsprechenden Lage zu bestimmen und in einer geraden Linie als eine Punkte zusammengefasst betrachtet werden kann, so lässt sich durch Projektion aller dieser Punkte die Projektion der geraden Linie feststellen, wie wir in der folgenden Aufgabe zeigen wollen.

§. 11. Aufgabe. Man soll die Projektion der geraden Linie in der Ebene bestimmen.



Auflösung. so sei man die gegebene gerade Linie im Raum. Man projicire die Endpunkte m und n derselben nach A, a und B, b und jetzt aben alle geraden m und n liegenden Punkte, als dem lauffel ein, dass, wenn man in der Projektion flach A und B verbindet, die Horizontalprojektion aller unendlichen Geradenpunkte p, q, in der Richtung nach A B fallen



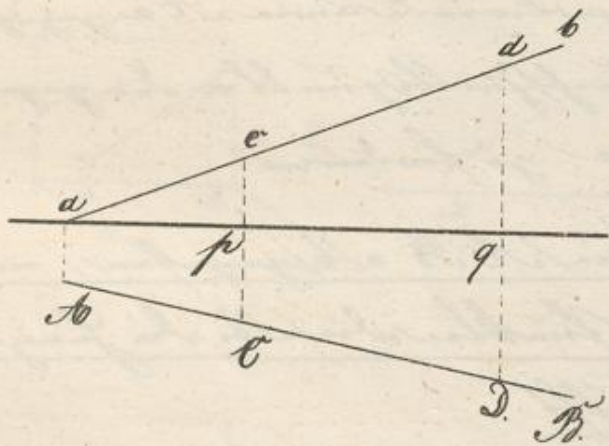
Entwerfe nun der Linie pa
entsprechend Punkt, der sich zu
dieser Entwerfung im Punkt
der zu entwerfenden Linie
im Raum ist.

Auf gleiche Weise werden
nun einen zweiten Punkt
der folgenden Linie, wenn
man sich die in B zu verfahren.

Die Entwerfung nun der Linie qb entsprechend.

Auf gleiche Weise kann man sich die Lage aller Punkte der
Linie AB , ab / versinnlichen, wenn man mehrere geeignete
andere Linien, wie Eg u. s. w. zieht.

§. 13. Aufgabe. Man soll entwerfen, nur eine Linie AB , ab /
die horizontalbahn zeichne.



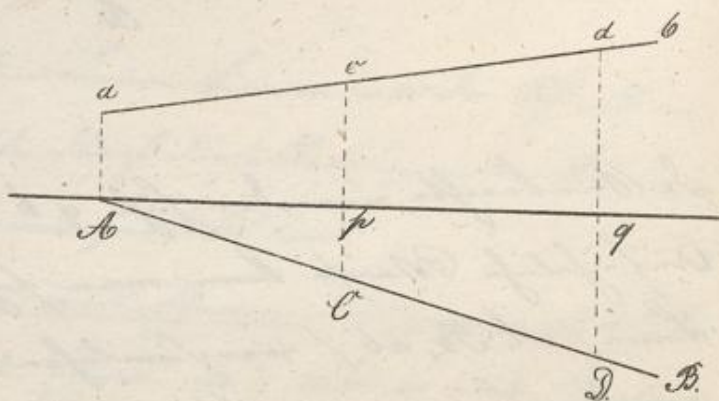
Auflösung. Entwerft man
die Projektionen AB , ab /
auf zwei geeignete
Linien z. B. Cc , Dd . so wird
man leicht, daß man in
 C und in D die folgenden Linien,
die horizontalbahn zeichnen
oder entwerfen kann;
weil diese Punkte, stehen
im pc , stehen im qd .

über der horizontalbahn ruht sich. Man wird sehen,
daß in der Distanz nur D und C die gegebenen Linien
sich der horizontalbahn nähern, und daß sie doch dieselbe
zeichnen müß, nur so die nach dem Verhältniß zu a .

der Vertical-Projection $/ab/$ mit der Projection des Gegenstandes Linie aA verbindet. Man soll daher nur aus a die projectivende Linie aA zu ziehen, um den Durchschneidungspunkt A der Linie $/A B, ab/$ mit der Horizontalabaxe zu erhalten.

§. 14. Aufgabe. Man soll untersuchen, was eine Linie $/A B, ab/$ im Verticalabaxe heißt.

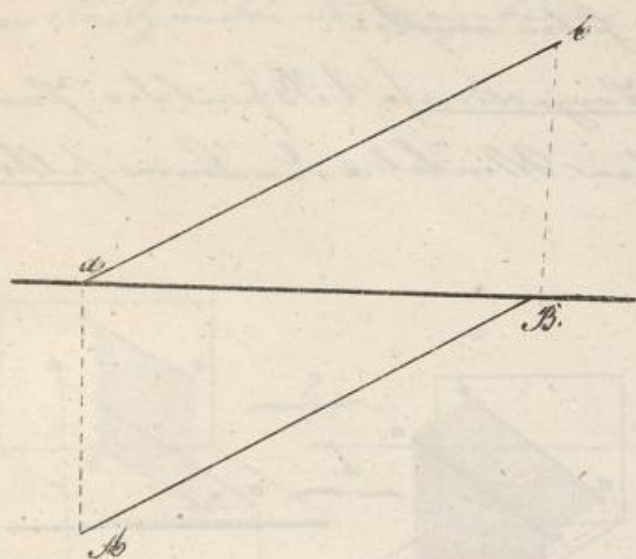
Lösung. Zieht man die projectivende Linie aA z. B. Dd, Cc , so bemerkt man sogleich, daß wenn in C auf in d die gegenwärtige Linie der Verticalabaxe beschreiben kann, somit in den unterstehenden Punkten c, d die Abstände von der Horizontalabaxe



mit Dd sind. Man gelangt auf übereinstimmende Weise nun in der nachfolgenden Aufgabe zu dem Resultate, daß nun dem Durchschneidungspunkt A der projectivenden Projection $A B$ mit der Projection des Gegenstandes die projectivende Linie aA gezogen werden müßte, um den Durchschneidungspunkt a der gegenwärtigen Linie mit der Verticalabaxe zu finden.

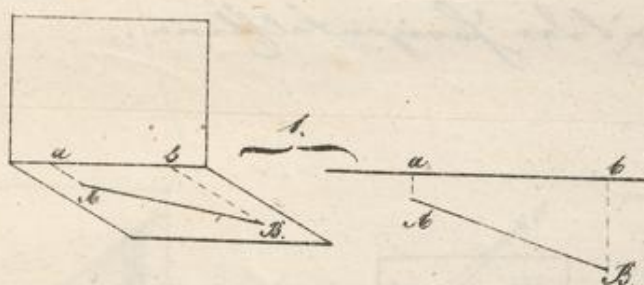
§. 15. Aufgabe. Geht eine Linie $/A B, ab/$ gegenwärtig, man soll untersuchen, in welcher Punkten dieselbe die Horizontal- und Verticalabaxe kreuzt.

Lösung. Betrachtet man die in den beiden nachfolgenden Aufgaben $/13 \text{ \& } 14/$ angegebenen Maßstäbe, so findet man, daß A den verlangten Durchschneidungspunkt mit der Horizontalabaxe, und b der Durchschneidungspunkt

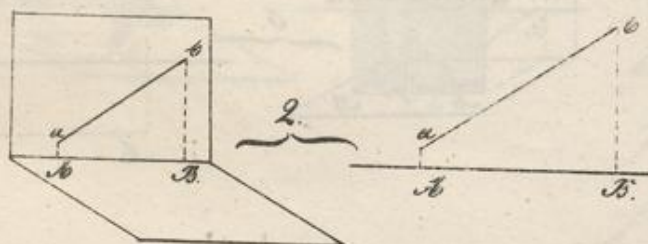


wurde gefunden, wie wir hier sehen, dass die gefundenen Aufgaben
erfüllt werden.

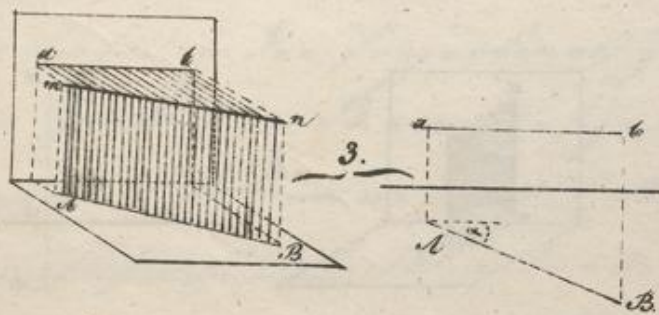
§ 17. Zeichnung der geraden Linie für einige besondere Fälle.



1. Fall. Eine Linie soll in der
Horizontalebene liegen.
Als dann müsste die Horizontale
gerade in die Projektions-
ebene fallen.



2. Fall. Eine Linie soll in der
Verticalen Ebene liegen.
Als dann müsste die Vertikale
gerade in die Projektions-
ebene fallen.



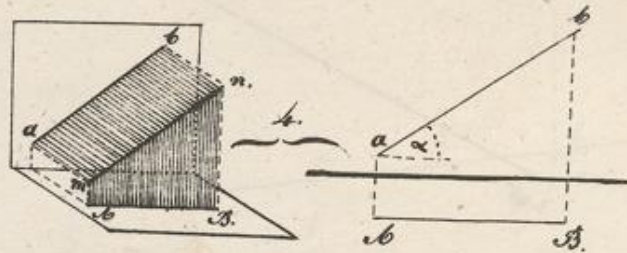
3. Fall. Eine Linie soll parallel
zur Horizontalebene liegen und
mit der Verticalen einen
Winkel bilden.

Als dann müsste die Vertikale
gerade ab. parallel mit der

Projektions-Oeffen sein, weil alle zur Projektion gehörende Linien z. B. $m A$, $n B$, gleiche Länge haben müssen.

Der Winkel α der Projektion AB mit der zur Projektions-Oeffen gehörenden Ebenen Winkel α der Linie fällt mit der Normal-Ebene.

4^{ter} Fall. Eine Linie soll parallel zur Normal-Ebene liegen und mit der Projektion-Ebene den Winkel α bilden.



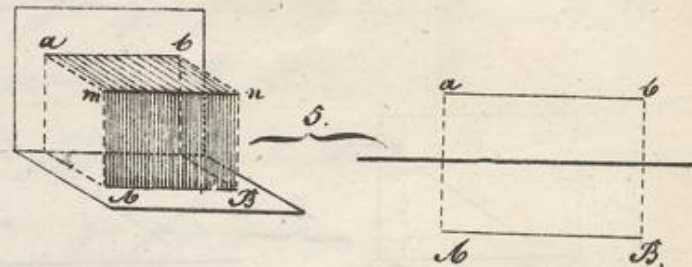
Also muss die Projektion

Projektions-Oeffen AB parallel mit

der Projektions-Oeffen sein, weil alle normal gehörende Linien z. B. $m a$, $n b$, gleiche Länge haben müssen. Der Winkel α der Normal Projektion ab mit der Projektions-Oeffen hängt von dem Winkel α der Linie fällt mit der Projektion-Ebene.

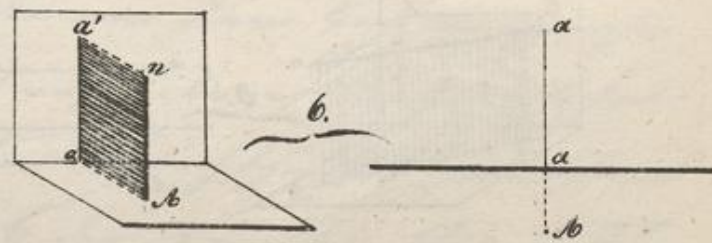
5^{ter} Fall. Eine Linie soll parallel zu beiden Projektions-Ebenen liegen.

Also muss die beiden Projektionen $t. B.$ parallel zur Projektions-Oeffen laufen, und sind die Seitenmengen 3° und 4° falls gegeben.

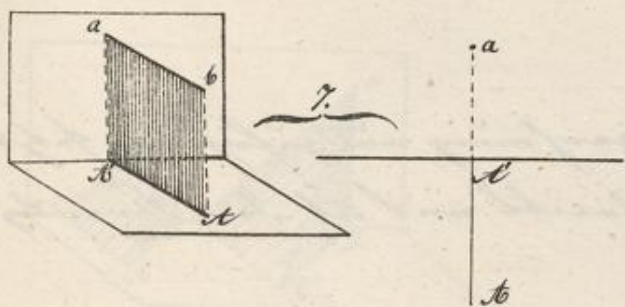


6^{ter} Fall. Eine Linie soll senkrecht auf der Projektion-Ebene stehen.

Also muss die Normal-Projektion senkrecht auf der Projektions-Oeffen stehen, und die Projektion AB parallel mit der Projektion-Ebene

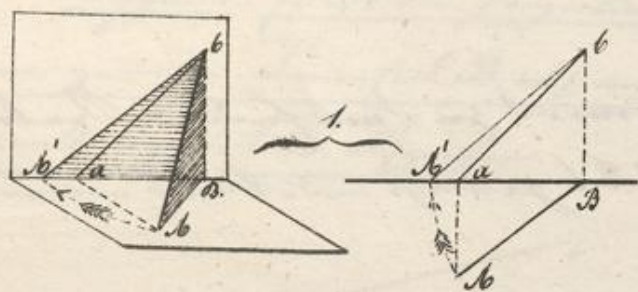


im Punkt sein, weil alle horizontal projectivende Linien mit dem Augpunkt der gegebenen Punktreihe übereinstimmen werden.



2. Fall. Eine Linie soll punktreich auf der Horizontalen stehen. Dann ist die horizontal projectivende Linie der Punkt A' punktreich auf der Projektionsfläche, und die Horizontal projectivende Linie der Punkt, weil alle horizontal projectivenden Linien mit dem Augpunkt der gegebenen Punktreihe übereinstimmen werden.

§. 18. Aufgabe. Geht eine gegebene Linie durch ihren Projektionspunkt A'B, abzugeben man soll ihre wahre Größe durch Zeichnung finden.



1. Auflösungsart. Man denke sich die horizontal projectivende Ebene, im unbedingten Fall der waagrechten Ebene A'B, so lange man B als Punkt gedachte, bis der Punkt A auf A' in die Projektionsfläche gelangt, so sieht man dieses Dreieck in seiner

wahren Größe A'B mit der Hypotenuse A'b ist die wahre Größe von A'B, ab, und die wahre Projektionsgröße gegeben von Linie.

Wie dieses in der Projektionszeichnung zu zeichnen, setzt man den Zirkel in B an, beschneidet mit A'B den Kreisbogen A' und verbindet A' mit b.

2. Auflösungsart. Man denke sich die horizontal projectivende Ebene, im unbedingten Fall der waagrechten Ebene A'B, so

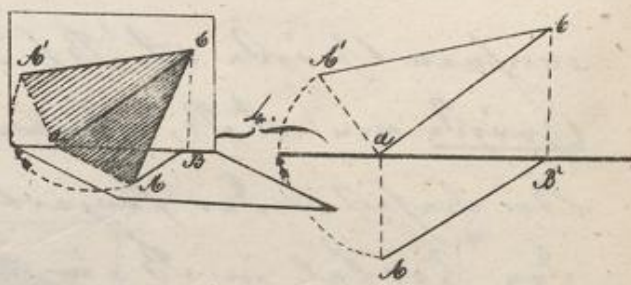
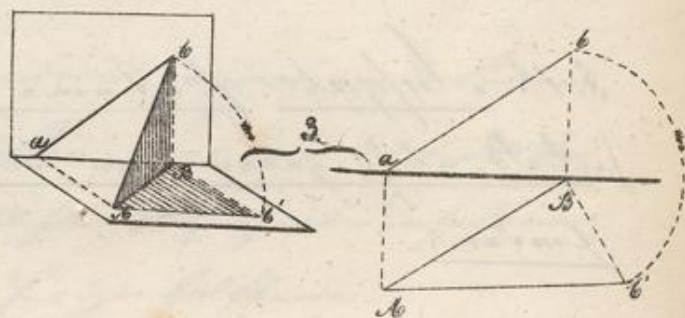
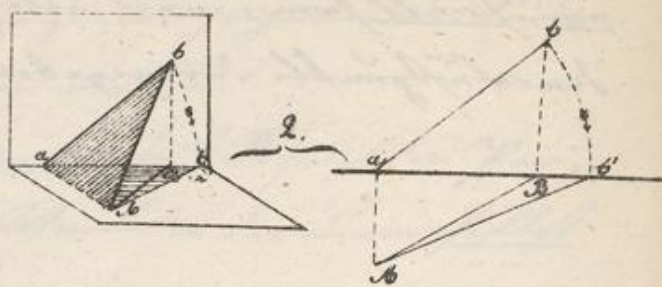
so lange im A als Oeffnung gedraht,
bis der Punkt b auf b' in der
Flugzeichnungsebene gelangt, so
drückt man diesen Punkt in
seiner neuen GröÙenart ab,
und die Folgeform ab' ist die
neue GröÙenart B, a, b' .

Um diesen in der Flugzeichnung einzufügen und anzufügen, setzt
man den Zirkel in a an, beschreibe mit ab der Kreisbogen
 bb' und verbinde a mit b' .

3^o Auflösungsart. Man drückt
sich die Flugzeichnung aus,
dann im AB als Oeffnung so
lange gedraht, bis der Punkt
 b auf b' in der Flugzeichnung
gelangt, nur als dann ab'
in der neuen GröÙenart $B,$
ab ist.

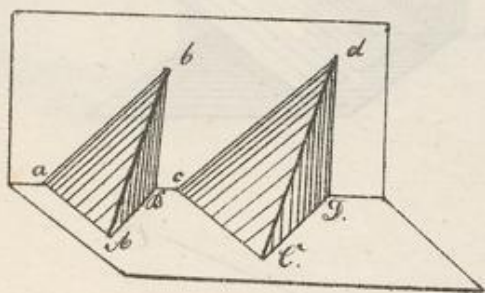
In der Flugzeichnung wird zu dem Ende die Punkte
 B, b' gegeben, diese Linie glänzt b gemacht im A mit b' verbunden.

4^o Auflösungsart. Man drückt
sich die Flugzeichnung aus,
dann im ac als Oeffnung so lange
gedraht, bis der Punkt c
auf c' in der Flugzeichnung
gelangt, nur als dann ac' in
der neuen GröÙenart B, a, c'
in der Flugzeichnung
wird zu dem Ende die Punkte



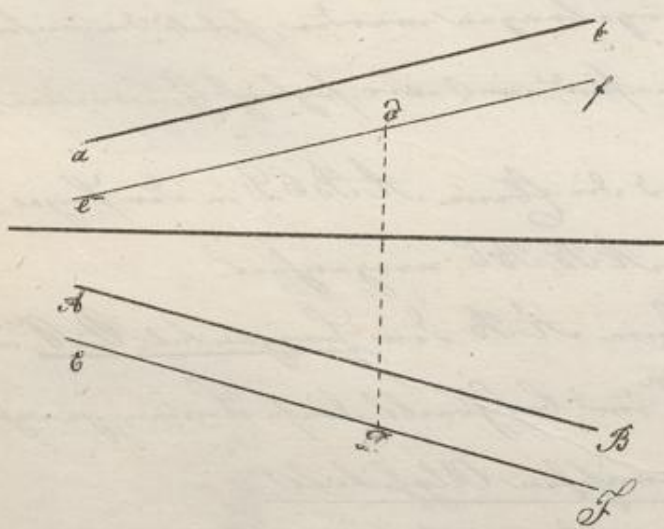
a A' gezogen, diese Linie gleich a A gemacht und b mit A verbunden.

§. 19. Grundsatz. Wenn zwei Linien in einem Raum parallel sind, so sind auch ihre respectiven Projektionen zu einander parallel.



Dann sind die beiden Linien AB, CD im Raum parallel, so sind auch die durch sie gestellten senkrechten Projektionen ab und cd mit einander parallel, und daher auch AB // CD, weil parallel stehende Linien durch eine Stelle gehen, nämlich die senkrechten Ebenen auf parallelen Linien aufgestellt werden. Auf übereinstimmende Weise kann die umgekehrte Aussage gemacht werden, dass wenn ab und cd in der Projektionebene zusammenfallen,

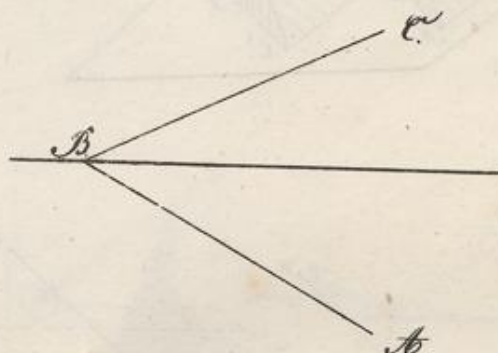
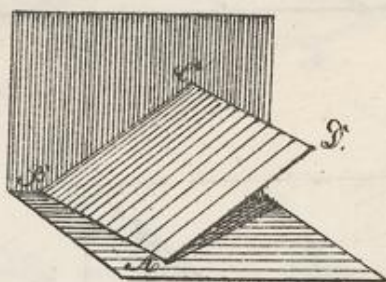
§. 20. Aufgabe. Gegeben die Projektion (ab) einer Geraden, und eine Gerade Linie (A'B'), man soll durch diesen Punkt eine Linie parallel zu A'B', ab ziehen.



Auflösung. Man zieht durch den Punkt a eine Parallelale ef zu A'B'. und durch d eine Parallelale ef zu ab, so ist nach dem vorhergehenden Grundsatz (§. 19.) die Aufgabe gelöst.

III. Projections-Methode der Ebenen.

§. 21. Wenn die beiden Projektionen einer Ebene durch eine dritte Ebene $ABC'D$ durchschnitten werden, so entstehen die Durchschnittslinien AB , und BC , welche Rippen genannt, und mittelst davon wird in der Natur gepulst werden, alle Eigenschaften der Ebene, um welche es sich hier handelt, zu erkennen. Zu diesen Eigenschaften gelangt man durch:



- 1.° Bestimmung des Winkels ABC .
- 2.° Bestimmung des Winkels, welchen diese Ebene mit der Horizontalen bildet.
- 3.° Bestimmung des Winkels, welchen diese Ebene mit der Verticalen bildet.

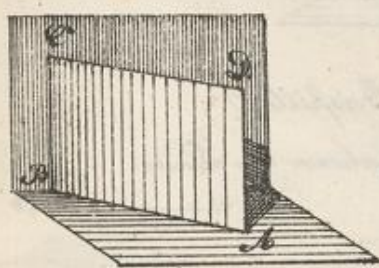
In Folge dieser 3 Winkel durch Messung zu finden, wird in späteren Aufgäben §. 26, 27, 28 / ausführlich angegeben werden, welche die meisten unbenutzten Festsetzungen gegeben sind, und wir jetzt übergehen.

§. 22. Auf dem vorausgesetzten wird die Ebene $ABC'D$ in der Horizontalen Messen wir durch die Rippen AB , BC messen.

Man nennt insbesondere, die Linie AB den Horizontalen Rippe, und die Linie BC den Verticalen Rippe und bezeichnet diese Linien gewöhnlich mit Buchstaben des zweiten alphabetischen Alphabets.

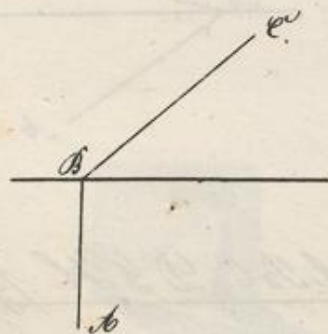
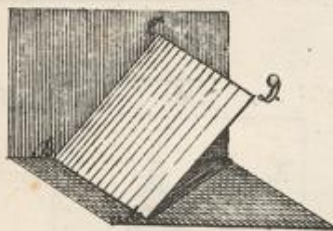
Man ist eigentlich nicht notwendig die Ebene $ABC'D$ / durch die Linien AD , DC zu bezeichnen, es werden wir in den nächstfolgenden Aufgäben dieses Verfahrens beibehalten, weil es die Auffassung erleichtert.

§. 23. Umlaufung der Hallung, welche in Riß zu nehmen, wenn die zugehörigen Flächen besondere Lagen zu der Projektionsflächen erfüllen.



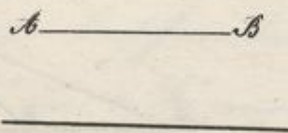
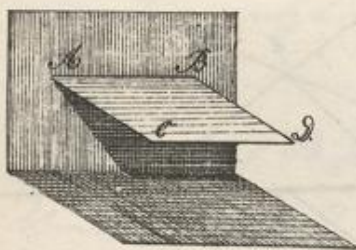
1^{te} Wenn Fläche ABCD, recht aufsteht
senkrecht auf der Projektionsfläche
und bildet mit der Horizontalen
einen beliebigen Winkel.

Als dann wird der Horizontal Riß
BC senkrecht auf der Projektionsfläche
stehen.



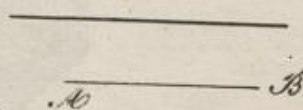
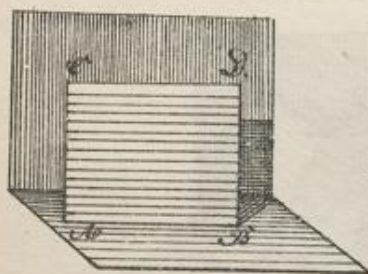
2^{te} Wenn Fläche ABCD, recht aufsteht
senkrecht auf der Horizontalen
und bildet mit der Projektionsfläche
einen beliebigen Winkel.

Als dann wird der Senkrecht Riß
AC senkrecht auf der Projektionsfläche
stehen.



3^{te} Wenn Fläche ABCD, recht
senkrecht auf der Horizontalen
und ist parallel zur Projektionsfläche.

Als dann wird AC der Riß
dieser Fläche, und # zur Projektionsfläche
stehen.



4^{te} Wenn Fläche ABCD, recht
senkrecht auf der Projektionsfläche
und ist # zur Horizontalen.

Als dann wird AC der Riß
dieser Fläche und # zur Projektionsfläche
stehen.

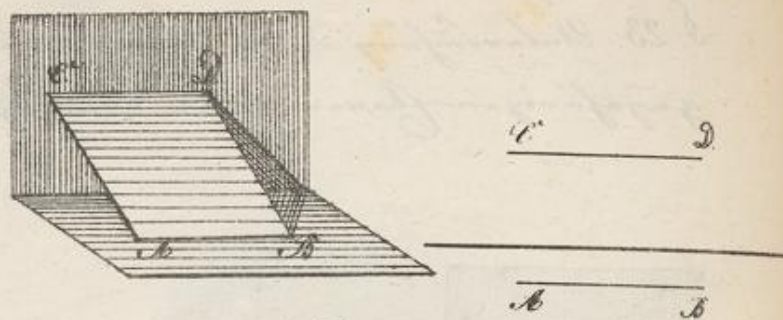
§ 24. Lehrung. Sind die Proj.
von zwei Punkten AB und CD zur
Projektion = Proj.

Als dann sind AB, CD in
einer Ebene.

§ 24. Lehrung. Um die Proj.
von zwei Punkten, sind die
Proj. der Ebenen in der Zeichnung
immer senkrecht zueinander zu
zeichnen, ist es notwendig,
das ungenutzte System der Proj.
mit Einfluss zu be-
zeichnen.

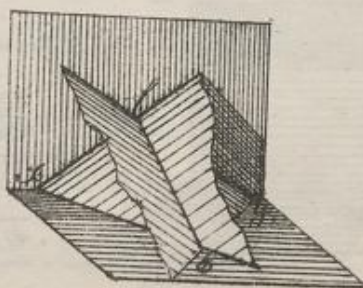
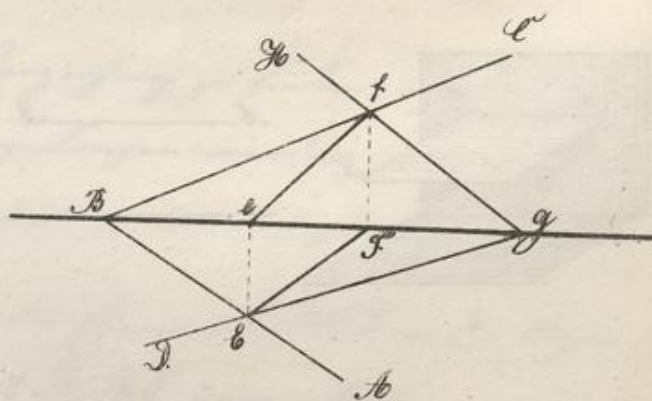
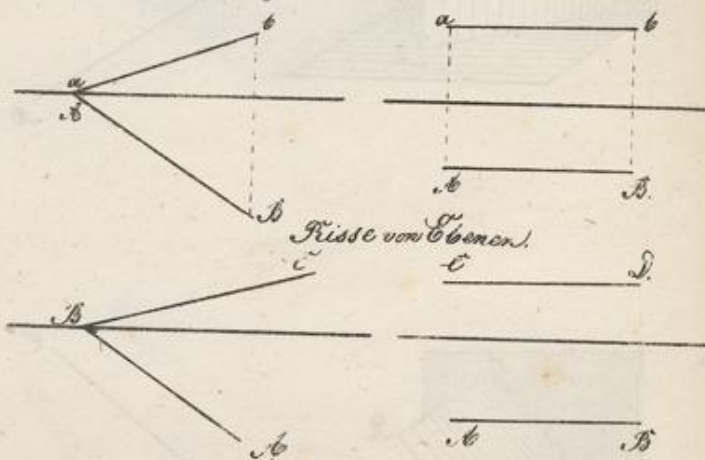
§ 25. Aufgabe. Zwei Ebenen ABC, DEF schneiden sich. Man
soll die Proj. ihrer gemeinsamen Schnittlinie
zeichnen.

Auflösung. Es ist klar, dass
E und F Punkte der gemeinsa-
men Schnittlinie sind. Man zeichnet aber e als
die Vertikal-Proj. von E, und f als die Horizontal-Proj.
von F, bestimmt, indem man die Proj.
der Ebenen BC, EF zieht; man
verbindet man E, F, so sind dies
die Proj. der gesuchten
Schnittlinie.

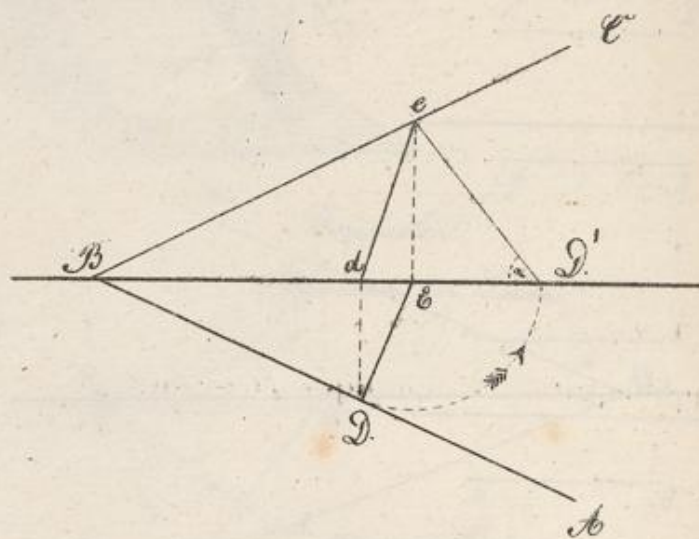


Beispiele

Projectionen von Linien



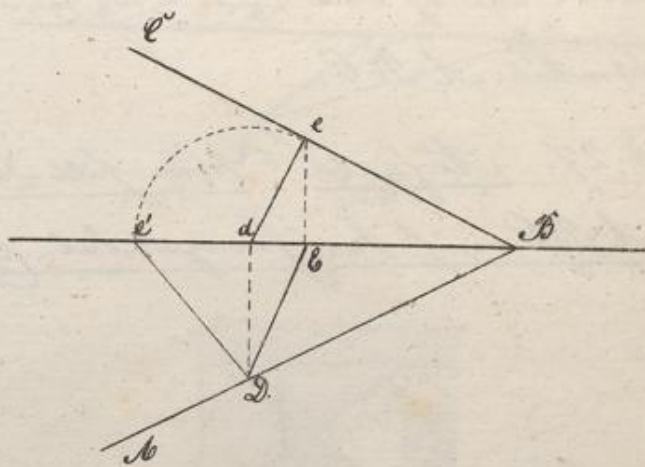
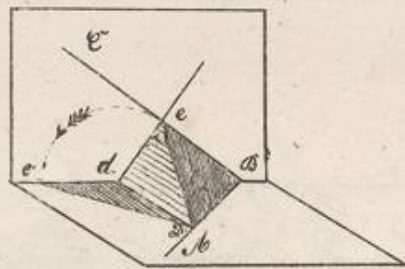
welchen man in seiner neuen
Grundr. anfügt, sobald der Punkt
D'e in die Linie Ee, als Außer,
in die Horizontal Ebene gedreht wird.
In der Projektionszeichnung zieht
man daher D'e senkrecht auf A'B,
und Ee senkrecht auf der Projektions-
Ebene, beschreibe um den Centrum
E mit dem Radius E'D einen Kreis,
und verbinde D'e, so ist $\angle$ oder
E'D'e der verlangte Winkel.



§. 28. Aufgabe. Wenn soll der Winkel, welchen die Ebene A'B'e
mit der Horizontal Ebene bildet, durch Zeichnung finden.

Auflösung. Wenden wir auf den
Grundriss wie in §. 27. in An-
wendung gebracht, so verfahren wir
die Auflösung auf folgende
Operationen.

Man zieht e'd senkrecht auf A'B,
und d'D senkrecht auf der Projektions-
Ebene, als wenn sind D'de in
Richtn der Ebene, welche den ver-
langten Winkel anfügt. Wird
dann um den Centrum d mit
dem Radius de ein Kreis be-
schrieben und e' mit D verbunden,
so ist $\angle$ oder $\angle$ der gesuchte
Winkel.

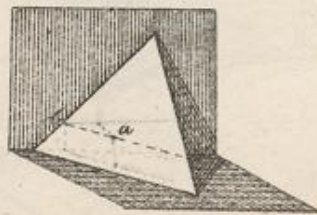
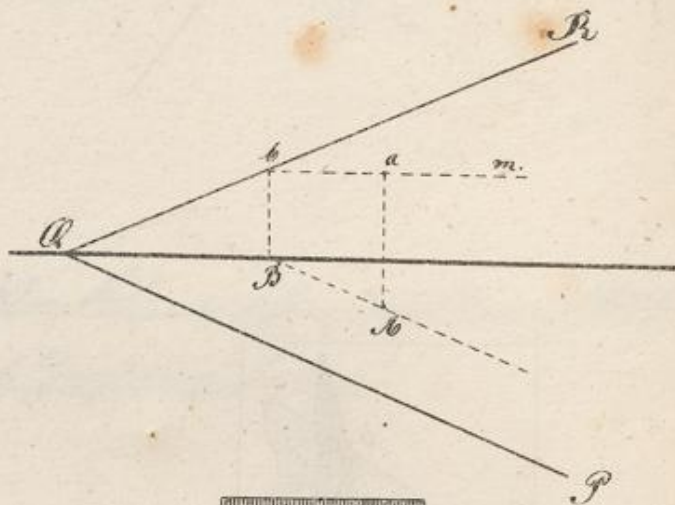


II. Capitel.

I. Aufgaben über den Punkt, die gerade Linie und Ebene

§. 30. Aufgabe. Es sind die Distanzen eines Punktes P zu zwei gegebenen, wenn soll die Projektionen eines Punktes so bestimmen, daß sie sich aufstellen in der Ebene befinden.

Auflösung. Man nehme eine der Projektionen, also die Seiten- oder Projektion A mittelst eines Quadrats man zieht durch den Punkt A eine Linie AB zu P gezogen, so heißt diese Linie in B der Meridian und m ist die Meridian Projektion von A . So liegt daher die Meridian Projektion des Punktes über A , in a .

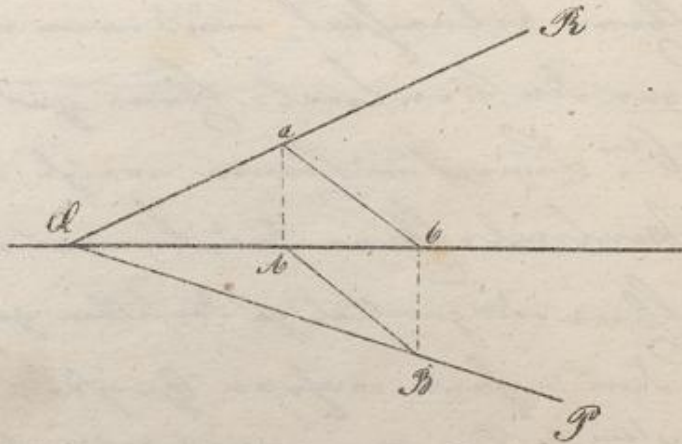


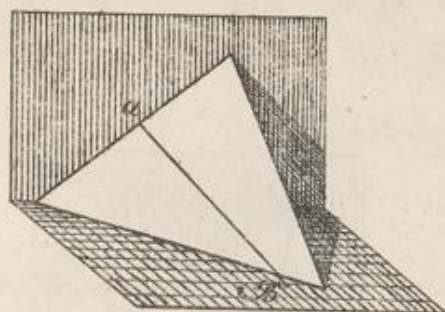
Auf ähnliche Weise würde die Seiten- oder Projektion gegeben, wenn die Meridian Projektion des Punktes zuerst angenommen werden müßte.

§. 31. Aufgabe. Es sind die Distanzen eines Punktes P zu zwei gegebenen, wenn soll die Projektionen einer Linie so bestimmen, daß sie sich aufstellen in der Ebene befinden.

Auflösung. Man nehme eine der Projektionen, also die Seiten- oder Projektion A , mittelst eines Quadrats.

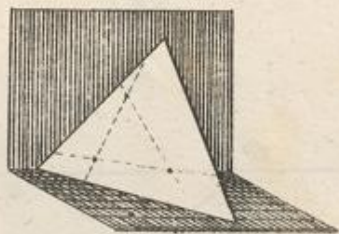
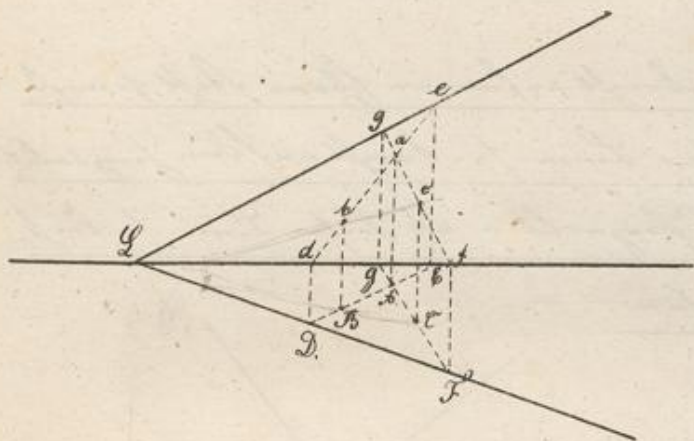
Quadrat man zieht durch A und B die gegebenen Linien





A. a. B. b. unrichtig, so müßte ab die
zugeschriebene Mordelie Prigistien
sein. Sollte man ab zuerst naga-
numman, so müßte A. B. auf
ilavinsittomande Wisa gesehen
werden sein.

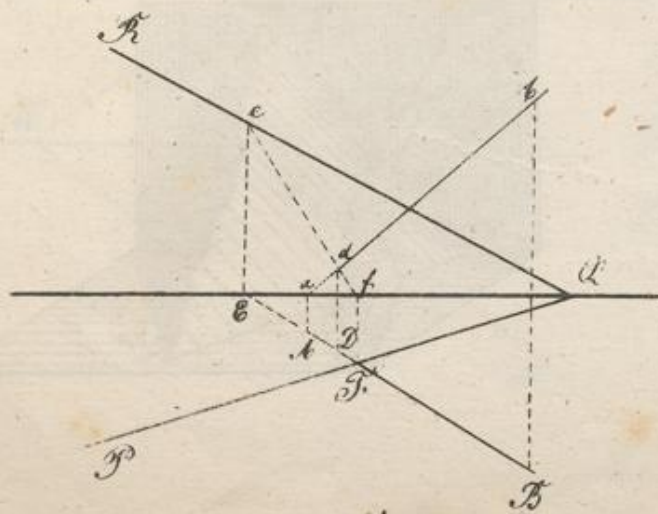
§. 32. Aufgabe. Es sind die Tangenten einer Kurve: (A. a. | B. b. | C. c.)
gegeben, man soll die Kurve durch einen ihrer Punkte, welcher durch
eine Tangente gegeben wird.



Auflösung. Man rangirt die Zahlen
in 2 Klassen z. B. / A, a / B, b / und
/ A, a / C, c / in zweyten Linien
/ D, d / und / E, e / f, f /

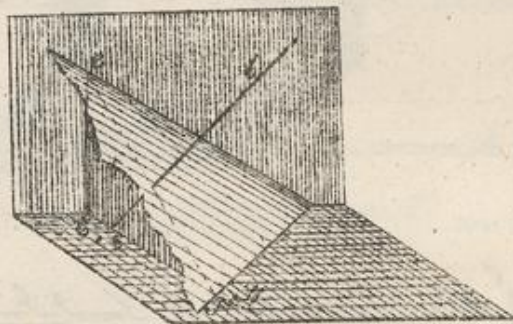
Vier Linien laufen in D und F
die Längentalbahn, und in g
und e die Quertalbahn, diese
müssen die Längs der gestrichelten
Bahn durch diese Punkte F. D.
und g, e gezogen werden, und
dann richtig gezogen werden.
wird in Längs der gestrichelten Bahn.

8.33. Aufgabe. Geht man von PQR und einer gewissen Linie AB , abgetragen, man soll den Durchschnittspunkt finden der selben mit der Geraden BC .



Auflosung. Man lege stück für
stück die Linien der vorigen Aufgabe
auf die Platte, dann die
Platte in die Presse.
Man muss die Platte
in die Presse

auf einer gegebenen Linie ($a\beta$) folgenden
 deren Horizontal-Projection af ist.
 Man nehme jetzt, daß der Punkt
 f mit der gegebenen
 Linie Ab der verlangten Schnitt-
 punkt dieser Linie mit der Ebene
 fällt ist. In Horizontal-Projection
 des Schnittpunktes f liegt
 sich also dem unmittelbaren mit f zusammen
 auf die Horizontal-Projection D ,
 wodurch die Aufgabe gelöst ist.

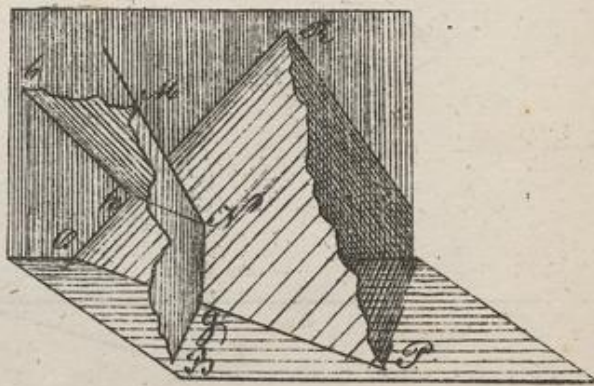
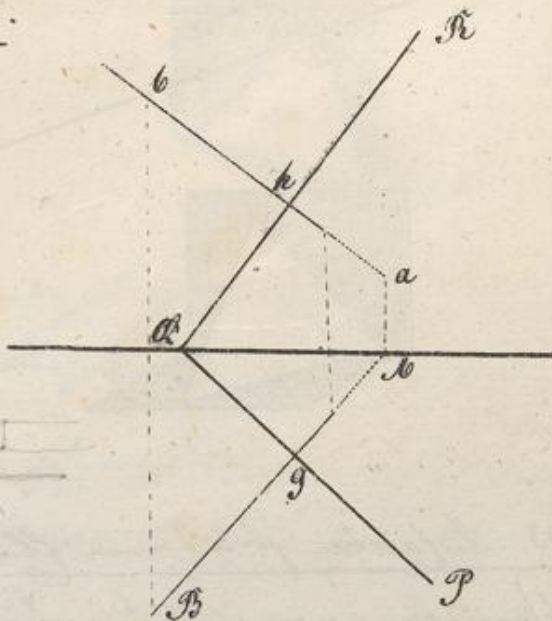


§34. Grundsatz. Wenn eine Linie senkrecht auf einer Ebene steht, so muß
 die Horizontal-Projection AB dieser Linie senkrecht auf dem Horizontal-
 Punkt AB der Ebene und die Vertical-Projection ab dieser Linie senkrecht
 auf dem Vertical-Punkt $Q\beta$ der Ebene sein.

Beweis. Wenn eine Linie —

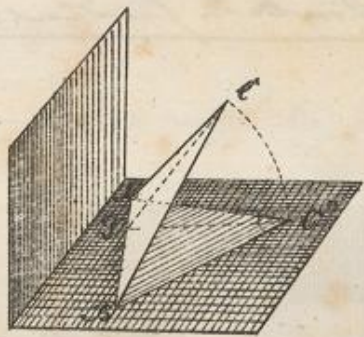
senkrecht die Ebene — der gemein-
 schaftliche Schnittpunkt zweier Ebenen
 nun ist, welche zu gleicher Zeit
 senkrecht auf einer dritten Ebene
 stehen, so ist diese Schnittlinie
 senkrecht auf der dritten Ebene.

In vorstehendem Fall ist also die
 Horizontal-Projection der Ebene
 senkrecht auf PQR , weil AB senkrecht
 auf PA , und ebenso ist die Ver-
 tical-Projection der Ebene senkrecht
 auf PQR , weil ab senkrecht auf
 $Q\beta$.



senkrecht auf bc gezogen wird, und wiederum auf dem Fußpunkt PQ senkrecht auf BB bestimmt, so daß PQR die Richtungslinie ist, welche durch den Punkt (A, a) senkrecht auf (BC, bc) gezogen wird. Man konstruiert jetzt den Durchschnittpunkt (G, g) dieser Geraden und der Linie (BC, bc) wie in §33. verfahren werden, und zieht senkrecht (AG, ag) , so ist dies die Projektion der auf (BC, bc) senkrechten Geraden, welche durch den Punkt (A, a) geht.

§38. Aufgabe. Es sind zwei Linien (AB, ac) und (BC, bc) gegeben, welche sich in dem Punkt (C, c) schneiden, man soll den vorderen Querschnitt des Winkels finden, welchen diese Linien bei (C, c) bilden.



Auflösung. Es seien AB, BC die gegebenen Linien im Querschnitt, welche sich in C schneiden. Man bestimme die Punkte A und B , so daß sich ein Dreieck ABC bilde, welches den verlangten Winkel enthält, und man bisset diesen Winkel in seinem vorderen Querschnitt, wenn man das Dreieck um die Linie

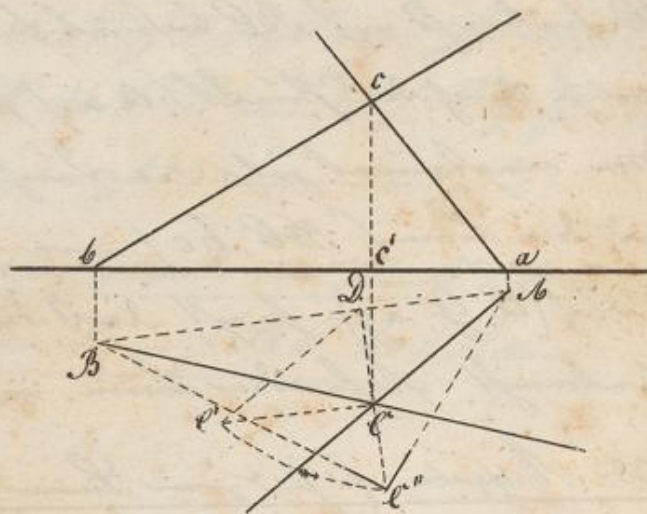
AB als Achse bis in die Lage der Ebenenlage drehen läßt, so daß C auf C' zu liegen kommt.

Hierbei muß man sich an den schon angegebenen Grundsatz erinnern, daß alle Drehbewegungen aufbewahrt werden, wenn diese auf einer Achse vollführt werden. Man muß daher eine Linie CD senkrechtlich auf AB fallen, welche als dem dem Radius für die Drehbewegung des Punktes C wird.

Die der Projektionslinie zugehörige Winkeldrehung wird durch den vorderen Querschnitt dargestellt, wie folgt.

Man verbindet A mit B , und fällt die Perpendikulare CD .

Lehrer fragt nun die Schüler
 Gehe zu $C'D$, indem man die
 Tangente $CC' = cc'$ errichtet,
 und DC' verbindet. Es fällt
 nun auch die Tangente CC'' auf
 das Centrum D , so ist C'' der
 Punkt, in welchem (C, c) zu
 liegen kommt, und $AC''B$ ist
 der unveränderte rechte Winkel.



§. 39. Aufgabe. Es sind zwei Ebenen PAx und PSx gegeben,
 welche sich schneiden; man soll den Winkel finden, welchen
 sie mit einander bilden.

Auflösung. Dieser Winkel
 muß in einer Ebene liegen,
 welche senkrecht auf dem ge-
 meinschaftlichen Durchschnitt PAx
 steht. Nimm AB diese Ebene
 nun, so ist ACB der unveränderte
Winkel.

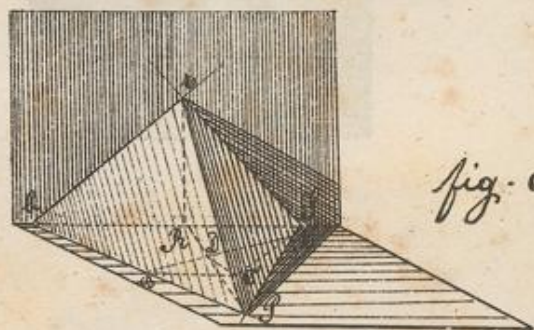


fig. a.

Sind daher für die Projektions-
 Zeichnung (PAx, pr) die Projec-
 tionen der gemeinschaftlichen
 Schnittlinie der beiden Ebenen,
 und zieht man AB senkrecht
 auf PAx , so fällt man durch
 den Fußpunkt A der Ebene,
 welche den unveränderten Winkel
 enthält.

Dunkel man sich jetzt (Fig. b.)

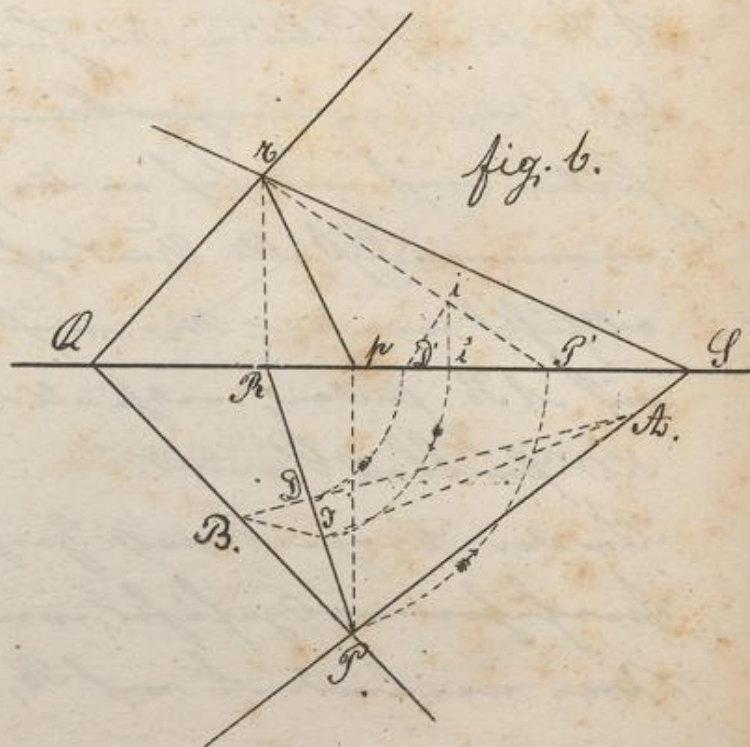
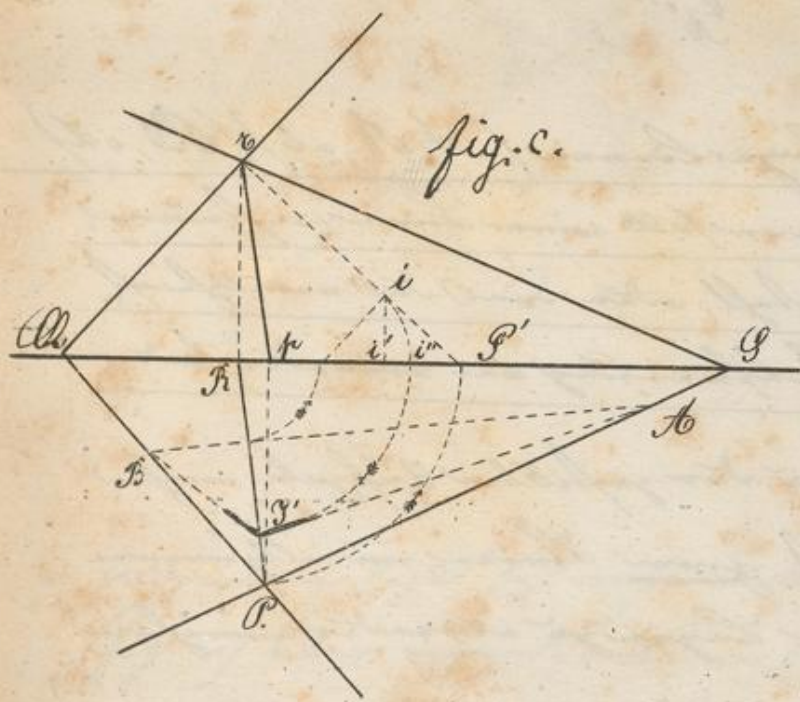


fig. b.

Wird die Spitze C dieses Winkels dasjenige Lot, welches die Gerade mit PQR geschnitten, so bildet sich die Linie DC , welche notwendig senkrecht auf PR stehen wird und welche dazu dient, die Projection des Punktes C zu bestimmen.

Zu dem Ende tragt man das Quadrat PQR im Kreis auf, bis (fig. b.) Punkt P' , und also Punkt D' zu liegen kommt. Fällt man ferner auf D' senkrecht auf PR , so ist D' auf i' , und bringt i' auf F , so ist F diejenige Projection der verlangten Winkelgröße, und wenn man ferner PD' und AF zieht, so ist die Aufgabe auf S. 38. zurückgeführt, indem man nur auf die Vertical-Projectionen von PD' und AF zu bestimmen braucht.

Man kann aber auch die Aufgabe unmittelbar auflösen,



weil der Punkt i gefunden ist, indem man (fig. c.) aus D' als Centrum einen Kreis i auf i'' fallen lässt, und zieht i'' aus dem Centrum R auf F' bringend.

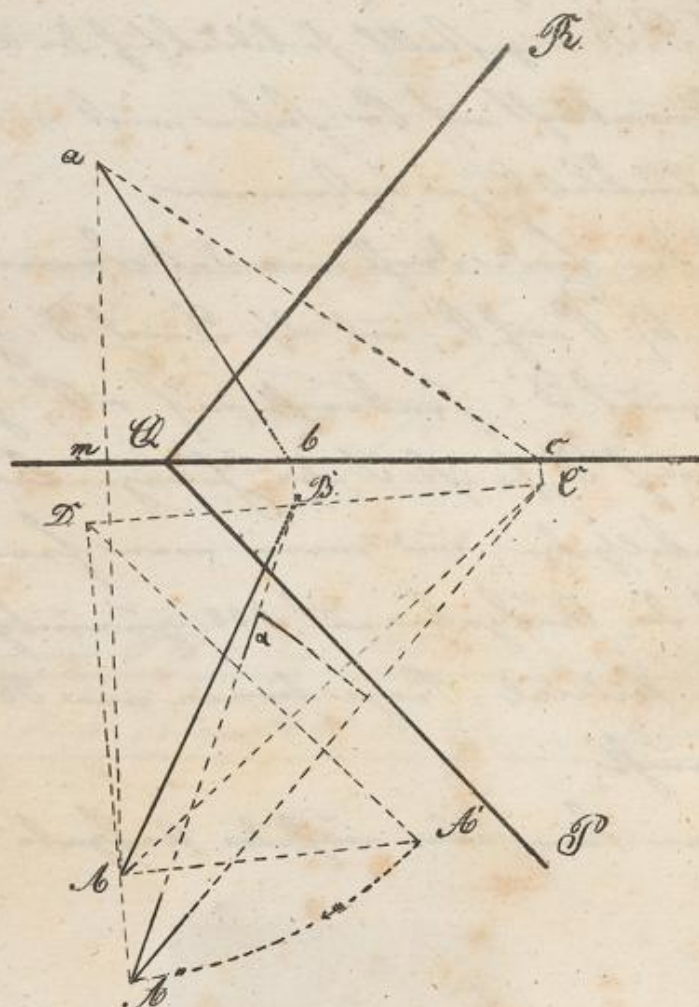
Dann verbindet man AF' und PD' , so ist offenbar AF' die verlangte Winkel der beiden Ebenen.

S. 40. Aufgabe. Es sind eine Ebene PQR und die Linie (AB, ab) gegeben, man soll die Größe des Winkels bestimmen, welche diese Linie mit der Ebene bildet.

Auflösung. Nimmt man irgend einen Punkt der Linie (AB, ab) an z. B. (A, a) und fällt von hier aus eine Perpendikular

(AB, ac) auf der Ebene PR ,
 so bildet sich ein rechtwink-
 lighes Dreieck, welches den
 verlangten Winkel anzeigt.
 Man ergreift den Winkel
 bei (A, a) den Größten
 zu 90 Grad; man konstruirt
 den Lotstein, sobald angest-
 rikt bestimmt ist, und über
 nach Aufg. 38. gestrichen
 kann, und man in der
 angegebenen Grösse
 misst es ist.

Der grösste Winkel ist
 $\angle$, und dessen Ergänzung
 $\angle A''B$.

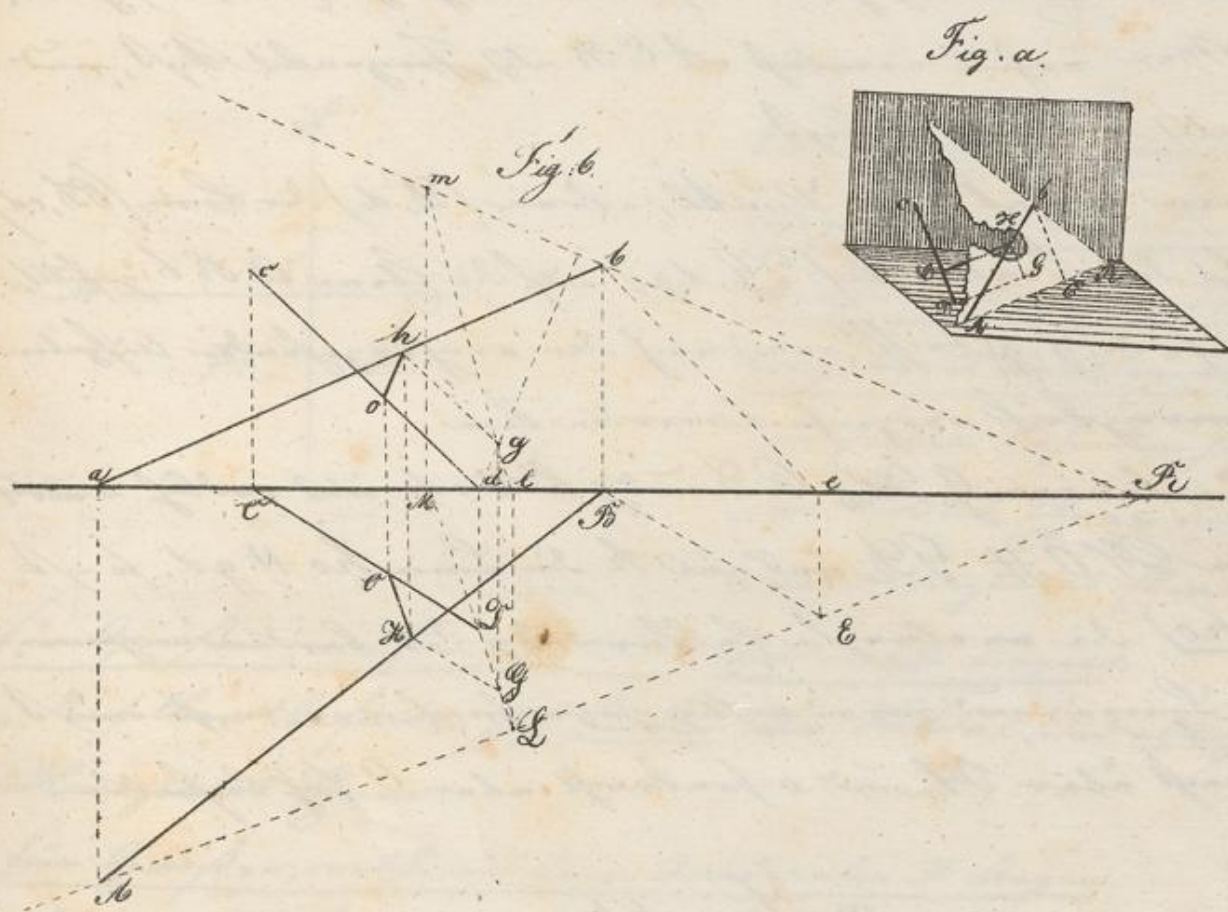


51. Aufgabe. Es sind die Geraden $(AB, ab) // (CD, cd)$
 gezeichnet. Man soll eine Linie konstruiren,
 welche auf beiden senkrecht steht, und, und das nöthige ist,
 man soll die kürzeste Entfernung von einander finden.

Auflösung. Als Einleitung zu der gestellten Aufgabe müssen
 wir zuerst annehmen, dass zwei Linien im allgemeinen
 nicht senkrecht aufeinander liegen zu können.

- 1.° Die beiden Linien, senkrecht auf einander zu stehen.
 Als dann findet die verlangte Aufgabe keine Anwendung.
- 2.° Die Linien befinden sich parallel zu einander. Als dann
 kann man immer über dieselben eine Ebene legen, und
 es fällt mit den bisherigen Mitteln nicht schwer, die

präziseste Aufzeichnung der beiden Linien zu zeigen.
 3°. Die beiden Linien schneiden sich nicht, sind parallel. Also muss die Aufgabe unmöglich sein,
 und dieser letzte Fall ist es, welchen wir jetzt näher zu
 erklären müssen.



Allgemein lässt sich unsere Aufgabe so lösen, dass man
 (Fig. a.) über einer der Linien / z.B. / AB / eine Ebene AKB
 parallel zu der anderen Linie CD zieht, und, wenn man
 einen Punkt D der letzteren Linie eine Perpendikular DG
 auf diese parallele Ebene fällt, und jetzt diese Perpendikular
 bis zu ihrer Länge, immer auf der Linie DC und auf der Ebene
 AKB verlängert, so lange fortsetzt, bis sie in einem Punkt
 AKB liegender gerader Linie Ab in Ab trifft, was also dann

Der Bedingungen der Aufgabe ein Geraden zugeordnet ist.
 Die Linie, welche oben sehr genau vollendet werden, für die un-
 genommene Linie ($A B, ab$) ($C D, cd$) und zugefügt, welche
 nun in fig. 6 einen halbirten Punkt, oben (B, b) in
 ($A B, ab$) und ganz durch den Fall der Falllinie, $bc \# cd$
 und $BC \# CD$; also dann sind A, C und b Punkte, durch welche
 die Punkte der Ebene gehen müssen, welche zu ($C D, cd$) ge-
 hört. Man erfüllt nämlich $A C B$ als Triangel des, und
 $B b m$ als Vertical des.

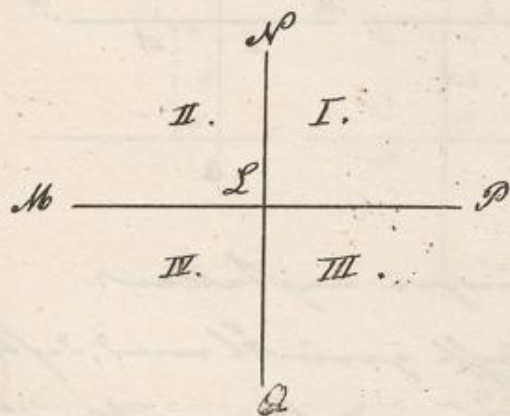
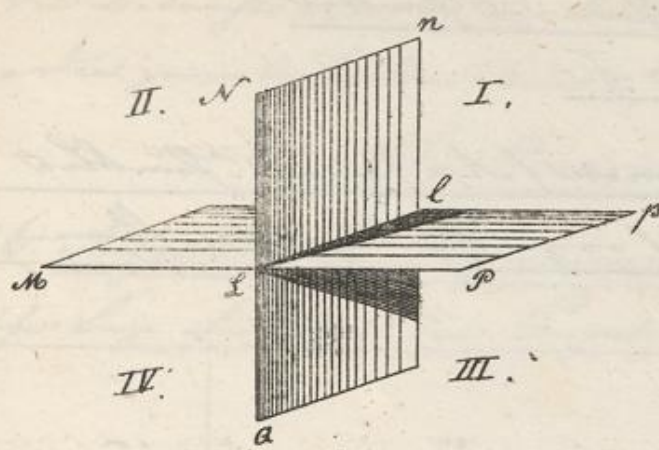
Also einen halbirten Punkt, oben (D, d) der Linie ($C D, cd$),
 wird jetzt die Punkte ($D G, dg$) auf der Ebene $A B b$ erfüllt,
 welche diese in (G, g) trifft, und auf den angegebenen Aufgaben
 eine Eigenschaft angedeutet werden kann.

Zuletzt kann $G H \# C D$ und $g h \# cd$, und endlich unter
 der Linie $H O \# G D$, und unter der Linie $h o \# g d$, so ist
 ($H O, h o$) die verlangte Halbierung der beiden ungenom-
 menen Linien, und wenn richtig gezeichnet wurden, so muss
 h punkte über H , und o punkte über O sich befinden.

III. Capitel.

I. Von der Projection. Methode derjenigen Querschnitte oder
Querschnitte, welche man von der bisserigen Annahme ausführen
lassen kann, und also nicht gleichzeitig absolut der Horizontal-
und der Vertical Ebene liegen!

§ 42. Es sollen M, N, P, Q der Ausschnitt der auf beiden
 Seiten anliegenden Projectionen. Dann nur, und so
 sei die Annahme gemacht, dass alle bisserigen bezeichneten
 Querschnitte in dem Raum $N L P n l p$ sich befinden,



malen wir Quadrant I bezeichnen
und Quadranten nennen
müssen. Auf entgegenstehende Weise
bezeichnen wir Quadrant III bezeichnen
müssen, malen wir Quadranten bezeichnen, und Quadranten
bezeichnen Quadranten II, III, IV bezeichnen
müssen.

S. 43. Nach diesen Annahmen
wenden wir uns für Größen,
malen in dem Quadranten I
liegen, die Punkte bezeichnen
„infallen befinden sich nur
„der Vertical Ebene und ebenfalls
„der Horizontal Ebene.“

für Größen, malen in dem Quadranten II liegen:

„Infallen befinden sich unter der Vertical, und oberhalb der
„Horizontal Ebene.

für Größen, malen in dem Quadranten III liegen:

„Infallen befinden sich nur der Vertical und unterhalb der Horizontal
„Ebene.

für Größen malen in dem Quadranten IV liegen:

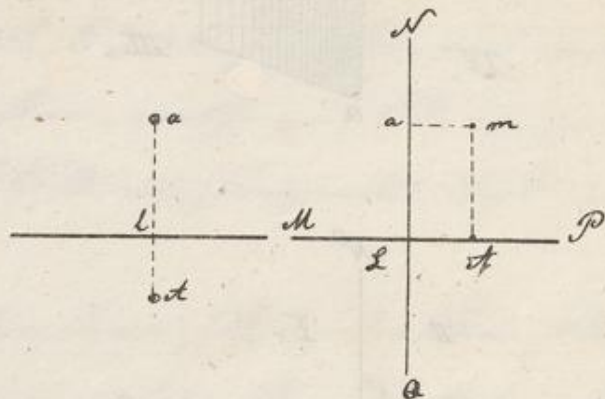
„Infallen befinden sich unter der Vertical und oberhalb der
„Horizontal Ebene.

S. 44. Dieses vorausgesetzt, und unmittelbar davor schon an,
zusammenfassend Grundsatz, daß die Größen Längen immer
Horizontal-Projectionen und die Höhen senkrechte / Vertikal
die senkrechten Vertikal Projectionen und Höhen, wird es nicht schwer
fallen, die Möglichkeit der folgenden Fälle und Abmessungen zu erkennen.

II. Von der Projections-Methode des Punktes.
a. Im Quadranten I.

S. 45. Aufgabe. In Projectionen (A, a) eines Punktes sind gegeben, welche Länge hat er zu den Projections-Ebenen?

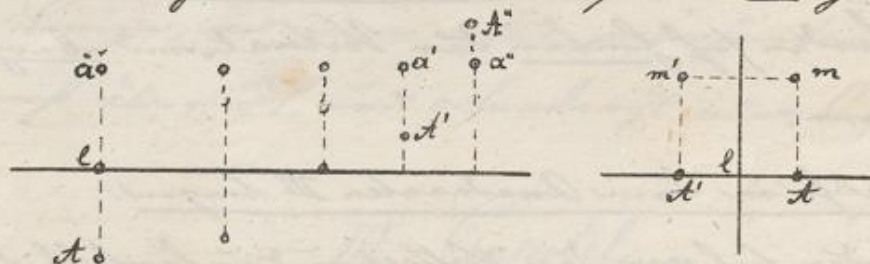
Auflösung. Aus dem bisherigen geht hervor, daß der gegebene Punkt m im Quadranten I. liegt, indem man $LA = lA$ und $Am = la$ abmisst.



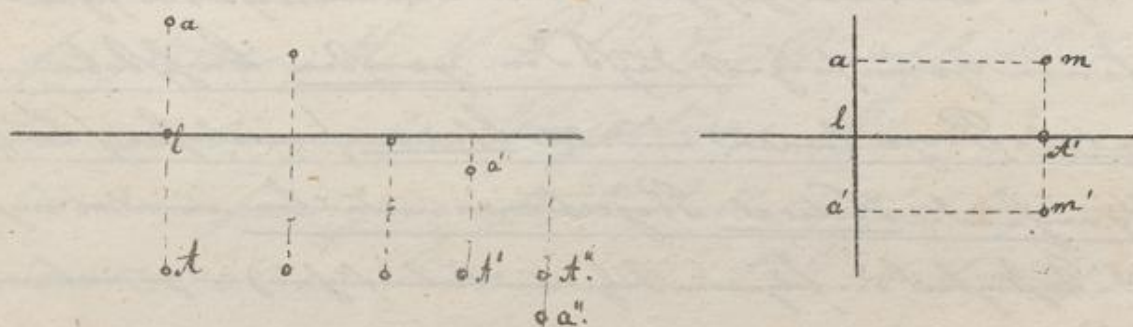
Wir können bei dieser Aufg.

zwei einige symmetrische Lösungsformen anstellen:

1^o In dieser A um die Projections-Ebene gedreht wird, so daß man sieht, daß der Punkt m der Vertical-Ebene, und wird sich zuletzt senkrecht derselben befinden, wenn A oben auf A' verlegt wird, ohne dabei den Abstand al zu ändern.



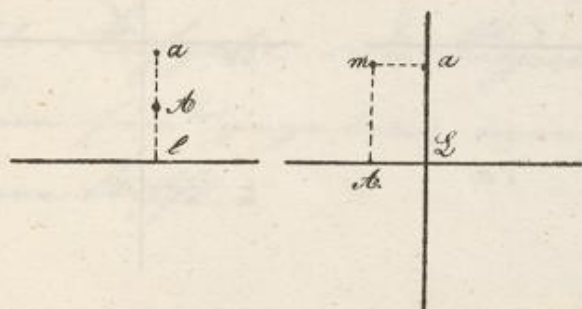
2^o In dieser, a um die Projections-Ebene gedreht wird, so daß man sieht, daß der Punkt m der Horizontal-Ebene und wird sich zuletzt senkrecht derselben befinden, wenn a oben auf a' verlegt wird, ohne dabei den Abstand al zu ändern.



3.^o Die Eckpunkte 1 u. 2. bilden einfache Selbstmittal, um die folgenden zwei Aufgaben (b und c) zu lösen.

b. Im Quadranten II.

3.46. Aufgabe. In Projectionen (A, a) eines Punktes sind gegeben, welche Lage haben zu den Projektions-Ebenen?

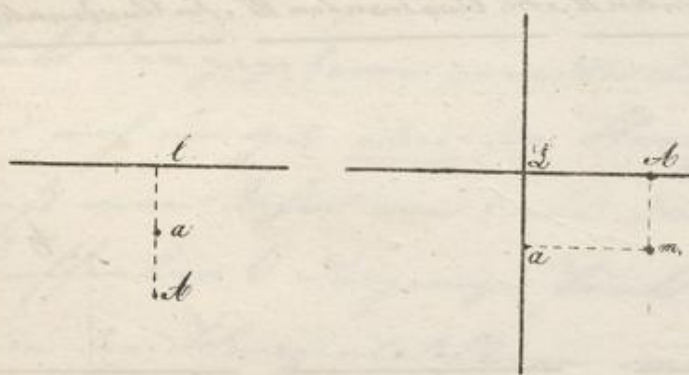


Auflösung. In Horizontal-Projection A zeigt an, daß der Punkt unterhalb der Vertical-Ebene liegt. Man merke daher $LA = lA$, und setze im Punkt, wo die Lagen A und a auf der Achse, und der gesuchte Punkt befindet sich in m im Quadranten II.

Das Charakteristische des Quadranten II besteht darin, daß die beiden Projektionen unterhalb der Projektions-Ebene liegen.

c. Im Quadranten III.

3.47. Aufgabe. In Projectionen (A, a) eines Punktes sind gegeben, welche Lage haben zu den Projektions-Ebenen?



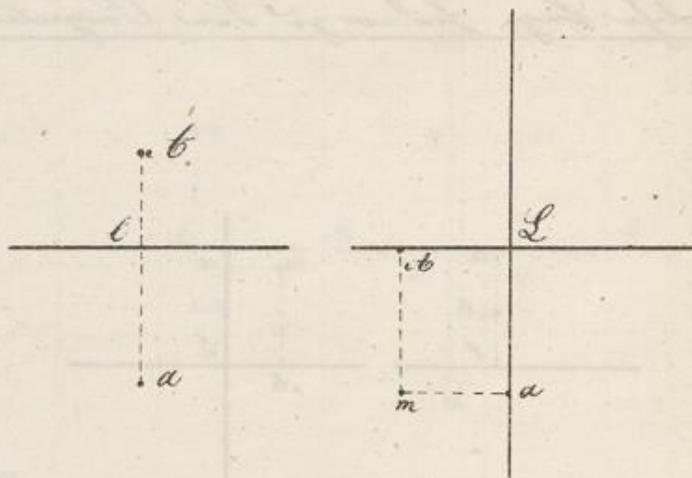
Auflösung. In Horizontal-Projection A zeigt an, daß der Punkt unterhalb der Vertical-Ebene liegt. Man merke daher $LA = lA$, und setze im Punkt, wo die Lagen A und a auf der Achse, und der gesuchte Punkt befindet sich in m im Quadranten III.

Das Charakteristische des Quadranten III besteht darin, daß die beiden Projektionen unterhalb der Projektions-Ebene liegen.

d. Im Quadranten IV.

S. 48. Aufgabe. Im Projektionen (A, a) eines Punktes sind gegeben, welche Länge haben zu den Projektions-Ebenen?

Auflösung. In Horizontal-Projection A zeigt an, daß der erwähnte Punkt unterhalb der Vertical-Ebene liegt. Man messe daher $AL = lA$, nur im Rechts, und $Am = la$, nach unten, weil a unter der Projektions-Ebene liegt.

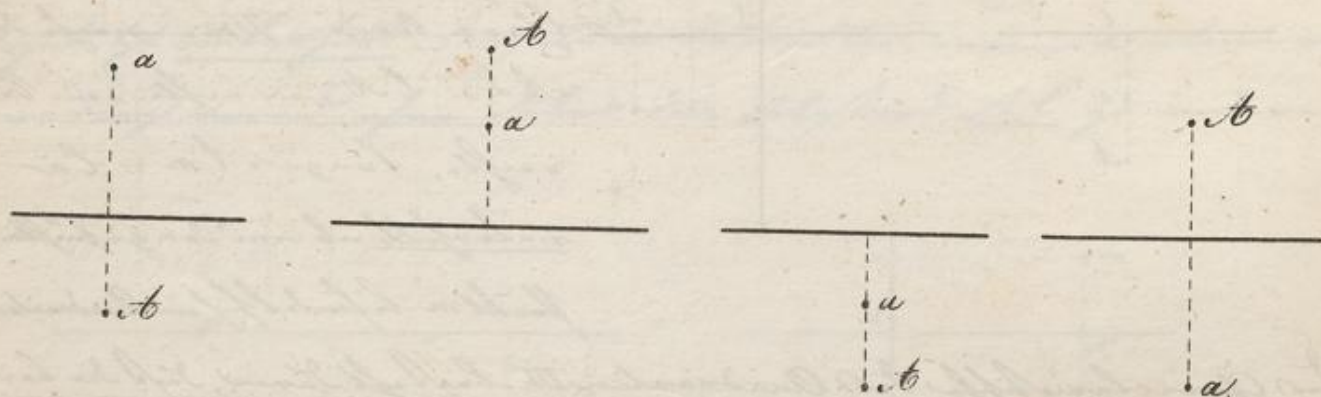


Simult, ob unten ist der gegebene Punkt m im Quadranten IV.

Das Grundverhältnis des Quadranten IV besteht darin, daß die beiden Projektionen, ein im Quadranten I und ein im Quadranten IV liegen, aber mit unvergleichlichen Abständen bezüglich sind.

S. 49. Annahme. Willen wir die Abstände der unvergleichlichen Abstände zusammen, so nehmen wir zur Überfahrt:

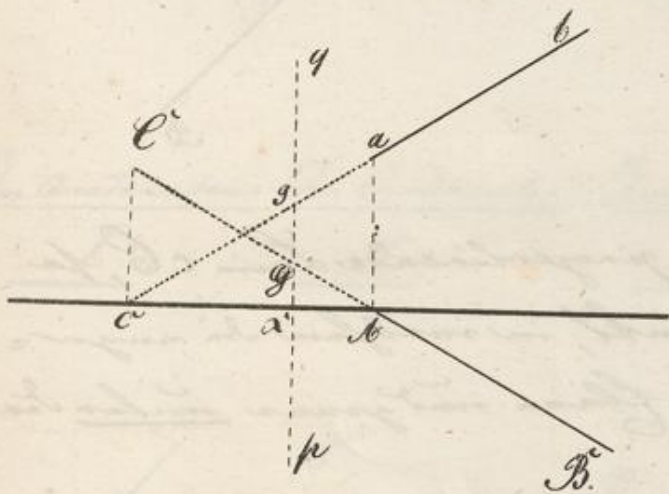
Im Quadranten I. Im Quadranten II. Im Quadranten III. Im Quadranten IV.



III. Von der Projektion der Maßlinien der geraden
Linien im Quadranten II. und III.

§. 50. In der Regel können bei den Zeichnungen nur solche Linien
nur, welche sich in dem Quadranten I befinden, und es handelt
sich hauptsächlich nur darum, ob und wo diese Linien aufliegen
in Horizontal- und Vertical-Fläche liegen. Wir werden
dieser in diesem Sinne die beiden folgenden Aufgaben zuwenden.

§. 51. Aufgabe. Die Projektionen (A, B, ab) einer geraden
Linie sind gegeben, man soll finden, wo diese die Horizontal-
Fläche trifft.



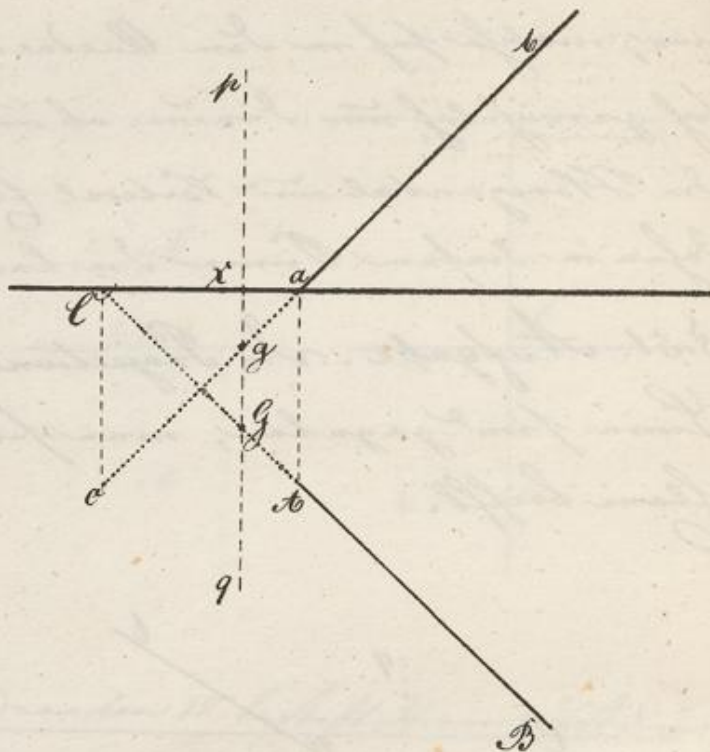
Auflösung. Aus den gegebenen
ist ersichtlich, daß die gegebene
Linie in (A, a) die Vertical-Fläche
trifft. Man lege nun jetzt
die gegebene Projektionen
gaben B und c und verführe
wie bei der Projektion der
Linie pq , so gebe die Punkte
 g, g zu erkennen, daß die in
der Zeichnung acp enthaltenen

Punkt der gegebenen geraden Linie im Quadranten II liegt,
und nur mit g über der Horizontal-Fläche befindet.
Zieht man daher nun auch die projektierende Linie cB , so
ist offenbar B derjenige Punkt, in welchem die ungerade
Linie die Horizontal-Fläche und genau unter der Vertical-
Fläche durchdringt.

§. 52. Aufgabe. Die Projektionen (A, B, ab) einer geraden
Linie sind gegeben, man soll finden, wo diese die Vertical-
Fläche trifft.

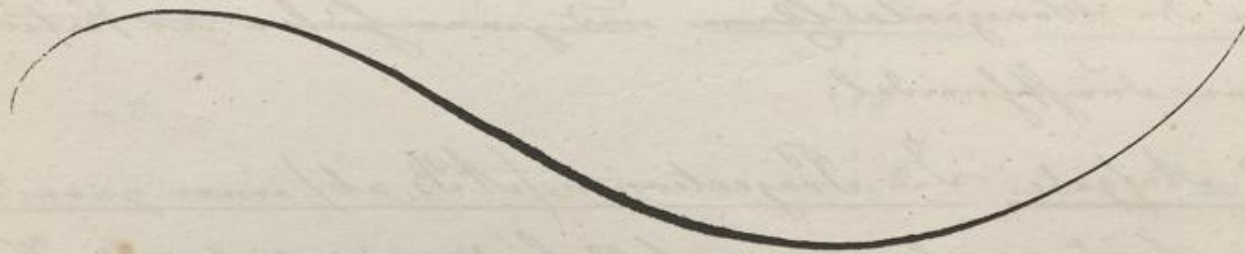
Planum huius.

Auflösung. Aus dem früheren ist ersichtlich, daß die gegebene Linie in (A, a) die Horizontal-
Ebene kreuzt. Man lege nun
man zieht die Projektionen
gegen C und c und zieht man
eine projektierende Linie pq ,
so geben die Punkte G, g zu
erkennen, daß der in der
Richtung von pq im
ersten Punkt der gegebenen
Linie im Quadranten III liegt,
und auf der GA nur der
Vertical Ebene liegt.



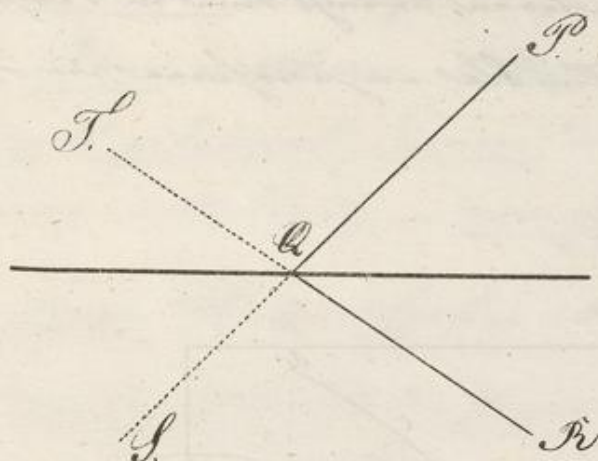
Zieht man daher nun C und c die projektierende Linie cC , so
ist offenbar C der richtige Punkt, in welchem die un-
gezeichnete Linie die Vertical Ebene und genau unter der
Horizontal-Ebene kreuzt.

§. 33. Bemerkung. In den beiden vorausgesetzten Auf-
gaben müßten die Projektionen (C, A, c, a) notwendig
gezeichnet werden, weil sie Linien darstellen, welche
auf der Projektions-Ebene zugeordnet werden, und also
nicht sichtbar sind.



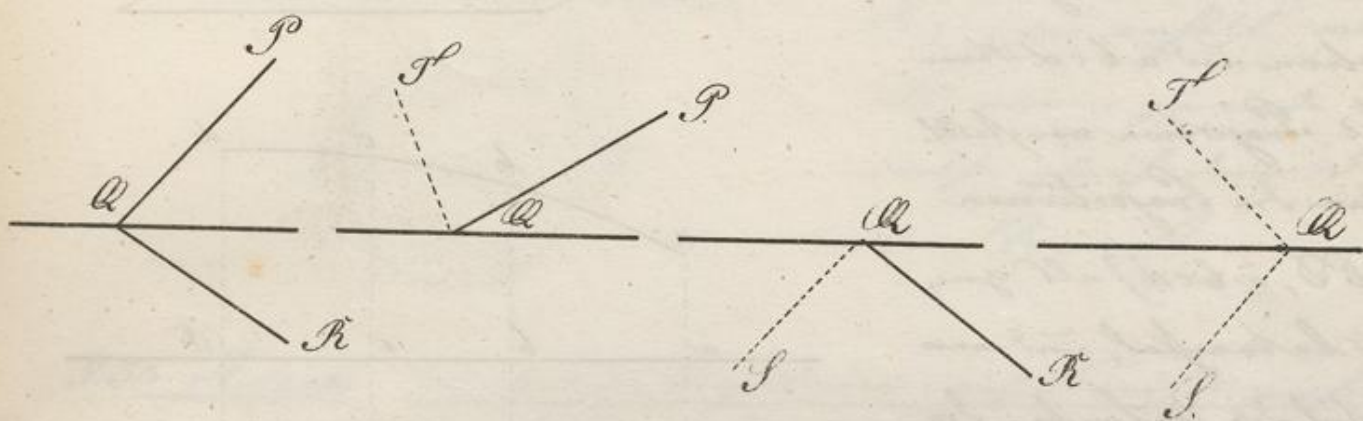
IV. Von der Feuerlinie = Mafford der Feuer
in den Quadranten II. III. IV.

S. 54. Wenn auf der bisserigen Annahme PQR in Q die
Feuerlinie verläuft, welche in dem Quadranten I sich befindet,



so dürfen wir nur diese
Linie verlängern, um Feuer
zu bekommen; welche den
anderen Quadranten angibt.
Nämlich:

Im Quadranten I. Im Quadranten II. Im Quadranten III. Im Quadranten IV.



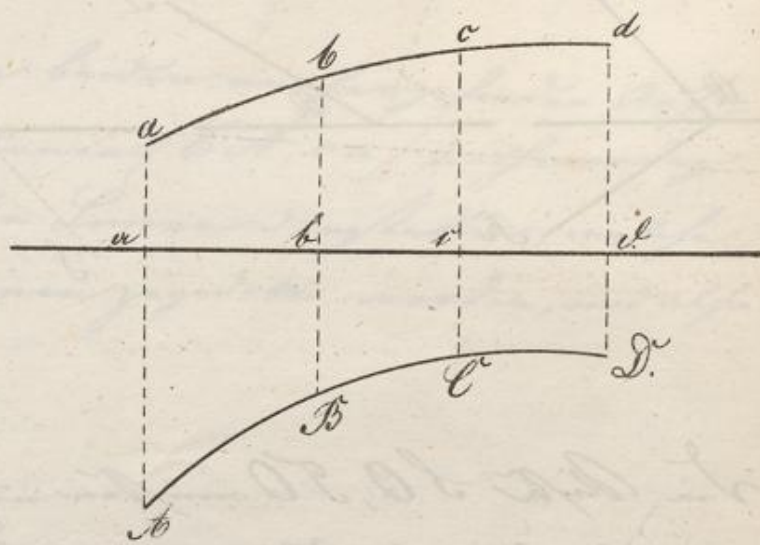
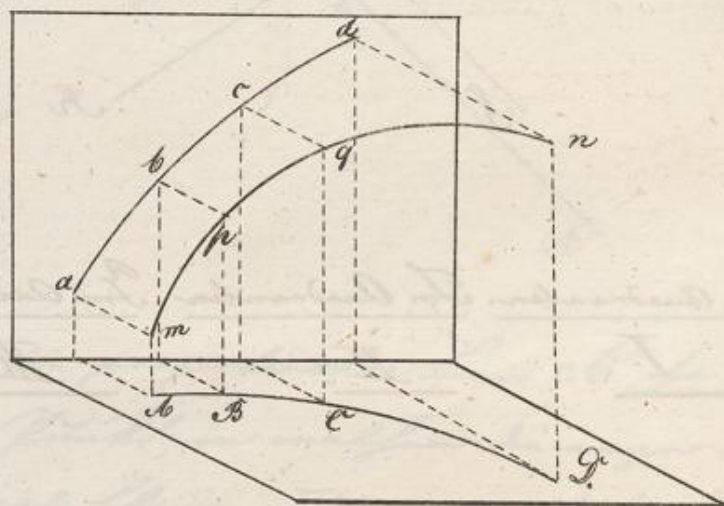
In Q die SQ , TQ müssen notwendig gezeichnet werden,
weil sie auf der Feuerlinie stehen werden sind.

IV. Capitel

I. Von der Projektions-Methode der krummen Linien (Kurven).

§. 55. Jede Kurve oder krumme Linie kann so bestimmt werden, als ob sie aus sehr vielen kleinen geraden Linien zusammenge setzt sei.

Um daher eine Kurve zu projektiren, bewirkt man in der That nur eine hinreichende Anzahl Punkte anzunehmen, die Horizontal und Vertical Projection dieser Punkte auf der bisher angegebenen Methode zu bestimmen und die respectiven Horiz. & Vertic. Projectionen zu verbinden, wori selbst und den nachfolgenden Figuren ersichtlich ist, für welche m, p, q, n die Kurve in Curven, A, B, C, D deren Horizontal Projection und a, b, c, d deren Vertical Projection man stellt. Wenn die Projectionen (A, B, C, D, a, b, c, d) als gegeben betrachtet, und man stellt sich die Aufgabe: Die Lage der aufgefundenen Kurve in Curven zu erkennen, so wird dabei



das aufgefundenen Maassnahmen im anzugewandten Sinne in Anwendung gebracht. Man wird sich dann auf in den Punkten A, B, C, D der Kurve die Linien annehmen,

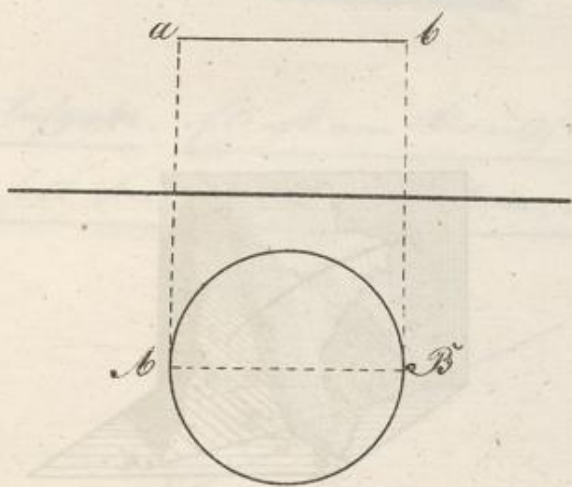
malige Linien aa , bb , cc , id. anfallen müssen, um sich die krumme Linie im Räum zu veranschaulichen!

S. 56. Zusammenfassen.

- 1° Obler Einzel vertritt man allgemein jede krumme Linie.
- 2° Man vertritt abw Einzel, mit gerade abw Einzel.
- 3° Gerade Einzel sind solche, welche auf einer bestimmten Richtung in einer Ebene nulltümmer verlaufen.
- 4° Gerade abw Einzel sind solche, welche in einer bestimmten Richtung nullständig in einer Ebene verlaufen.

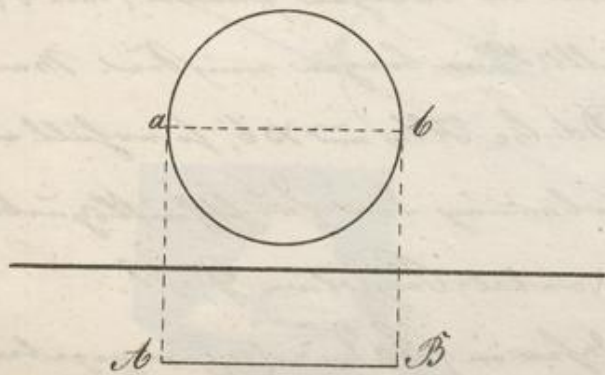
II. Einige Beispiele aufgaben über die Einzel.

S. 57. Aufgabe. Man soll die Projektionen eines Kreises zeichnen, welcher parallel zur Horizontal-Ebene liegt.



Auflösung. In Horizontal-Projektion muß der gegebene Kreis selbst sein. In Vertical-Projektion abtragen auf die man als eine gerade Linie, welche gleich dem Durchmesser ist.

S. 58. Aufgabe. Man soll die Projektionen eines Kreises zeichnen, welcher parallel zur Vertical-Ebene liegt.



Auflösung. In Vertical-Projektion muß der gegebene Kreis selbst sein. In Horizontal-Projektion abtragen auf die man als eine gerade Linie, welche gleich dem Durchmesser ist.

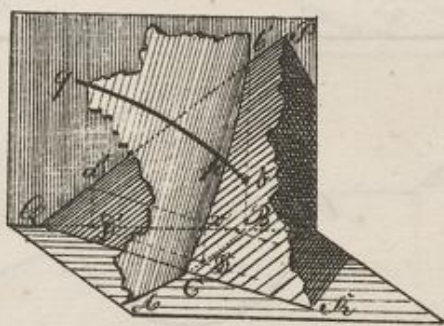
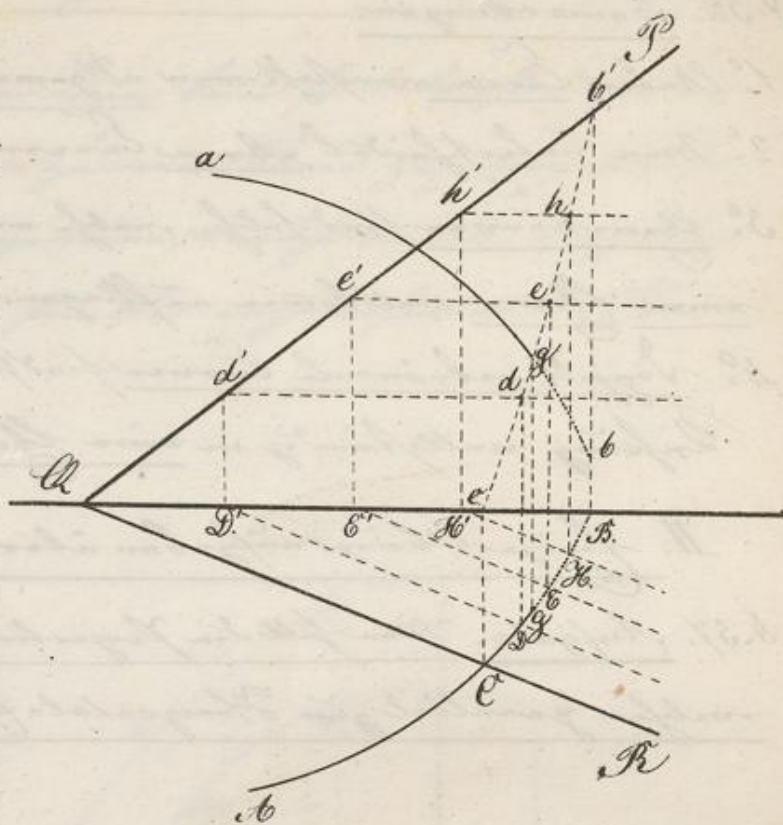
§. 59. Aufgabe. Man soll den Durchschnittpunkt der Curven AB , ab und der Ebene PQR finden.

Lösung. Man stelle sich die Horiz. Projection AB , die perspectivirte Ebene ABb' , welche die scheinbare Ebene PQR auf einer künftigen Linie Op b' schneidet, und der Durchschnittpunkt (p) dieser letzteren mit der gegebenen Ebene (AB , ab) und (pg), muss der verlangte Durchschnittpunkt dieser namlichen Ebene sein.

Die Durchschnittpunkt-Linie der Curve AB gefunden perspectivirten Ebene und der scheinbaren Ebene wird in der perspectivirten Zeichnung vollzogen, indem man mehrere Hilfs-Ebenen ($DD'd'$, $EE'e'$, $HH'h'$) parallel zu QR und senkrecht auf der Horiz. Ebene construiert, als: $DD'd'$, $EE'e'$, $HH'h'$. Diese

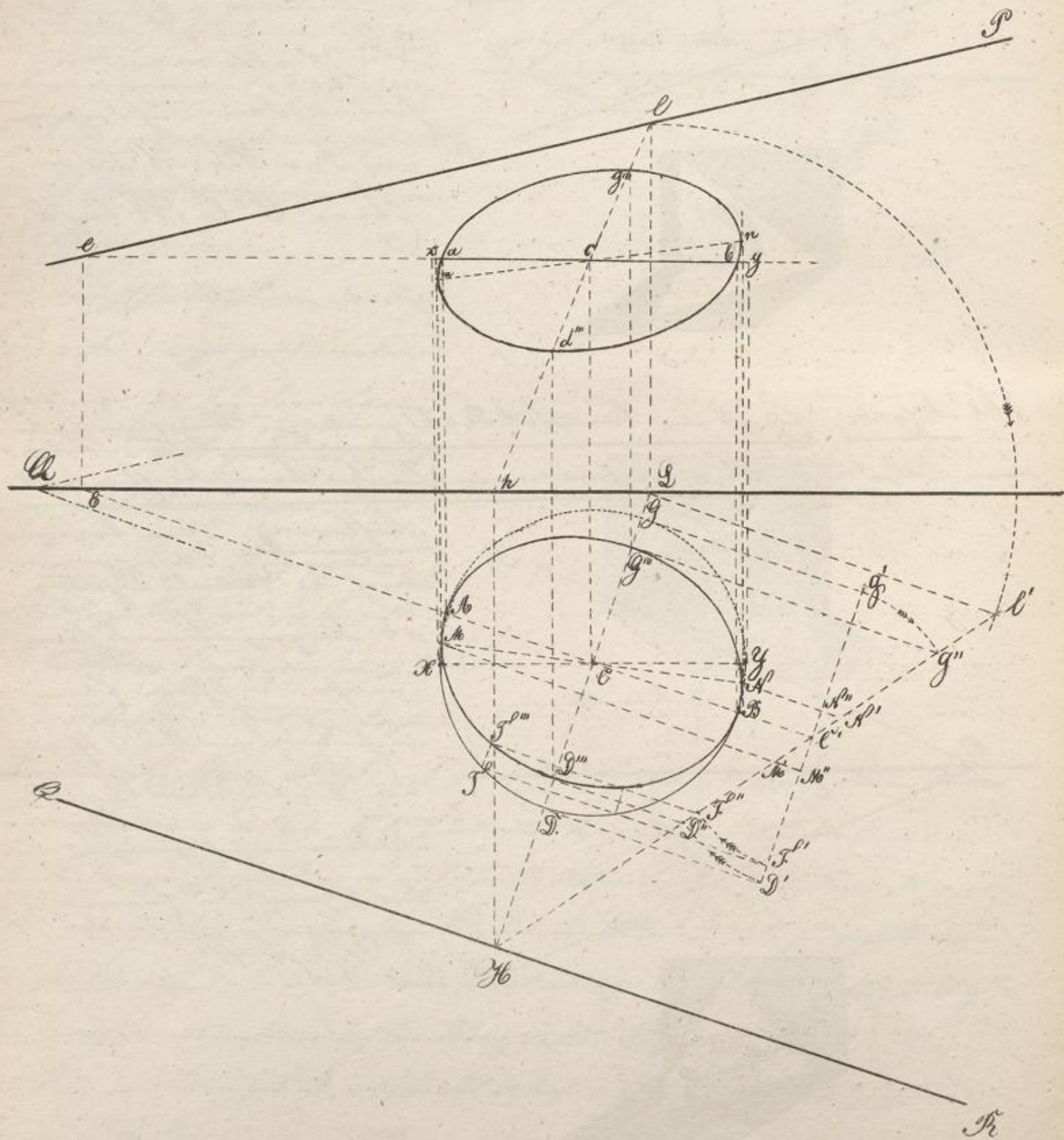
schneiden die Ebene PQR auf gewissen Linien (s. d. 55), deren Vertikal-Projectionen $d'd$, $e'e$, $h'h$ sind, und in welchen Punkten (s. d. 55) der in Frage stehenden Durchschnittpunkt liegen müssen. Man weißte nämlich die Punkte CC , DD , EE , HH , und BB' , so vollzieht man die Punkte c , d , e , h und b' , deren Verbindung den Durchschnittpunkt p zum Vorschein bringt und dessen Horizontal-Projection g ist.

Die künftige Linie (AB , ab) schneidet diese in (g) und (p) die gegebene Ebene PQR .



§. 62. Aufgabe. (C) ist ein Kreis (XY, xy) , parallel zur Horizontal-
Ebene gegeben, und eine Ebene PQR durchschneidet denselben im Erdraum
 (C, c) . Man soll den Kreis so lange verschieben, bis er vollständig in der Ebene
aufliegt, und alsdann die Projectionen der Peripherie angeben.

Lösung. Die Verschiebung des Kreises findet nach der Annahme
der Größten vollständig im der Verschiebung (AB, ab) statt, welche
vollkommen in der Ebene PQR liegt und welche zu PK sein muß.



Es mir zur Aufklärung folgendes schreiben, müssen wir die Darstellung vorüber-
sichtlich, sagt, um die Kräfte der richtig anzunehmen, man
den Punkt (C, c) so bestimmen muss, dass er in der Ebene
liegt (s. Aufg. 3.30.) und dann als Centrum für die angenommenen
Kräfte dient.

Um alle Punkte der Peripherie des Kreises in die Ebene
PQR zu bringen, hat man sich der Hilfs Ebene HLL,
welche senkrecht auf QR und auf der Horizontal-Ebene steht,
und durch (C, c) geht. Diese Ebene schneidet in D und G den
Kreis, und legt man einfach den HLL als Ebene in die
Horizontal-Ebene, so zeigt sich HLL als Schnitt dieser Ebene
mit PQR, und D'G' als Schnitt derselben mit der Kreisebene.

Es fällt jetzt, dass man nun aus dem Punkte C' als Centrum
die Punkte D' auf D'' und G' auf G'' ziehen lässt, und diese auf
HLL senkrecht aufsteht, die Punkte D''' & G''' geben die
Horizontal-Projectionen der Punkte D und G des Kreises.
muss man DG bezeichnen, wenn dieser bei der Darstellung
des Kreises in die Ebene PQR gelangt ist.

Da nun der Kreis bei der ersten Stellung, in welcher
er gebracht wird, sich als Ellipse zeigt, wenn A B
die Achse, und D''' G''' die kleine Achse ist, so kann diese
Ellipse nach bekannten Hilfsmitteln gezeichnet werden.

Man kann aber auch durch die Aufstellung des vorausgesetzten
den Aufstehens nach mehreren Punkten der Kreisgeraden
in die Ebene PQR bringen lassen, indem man durch einen
jeden Punkt Fz. E. eine Ebene senkrecht zu HLL
gedenkt, deren Horizontal-Diag. FF' undurch sein wird.
Zur Darstellung des Zeichnens stellt man als Centrum
in Gedanken diese Ebene in die Lage von HLL, und

Daß solche eine Kurve nicht nur sein. Sind wir es
 nun einen Punkt F' , auf der wir vorher D' zum Kreissein
 kam. Wird ferner F' von dem Centrum C' nach F''
 gebracht, und jetzt 24 L L' aufgetragen, und in die
 vorgewählte Lage $F'F''$ zurückgebracht, so ergibt sich der
 Punkt F'' auf übereinstimmende Weise, wie vorher
 der Punkt D'' aufstellen wurde. Sind dergleichen Maßstaben
 können so viele Punkte, als man immer will, für die
 Umzeichnung des Kreises bestimmt werden.

Durch über die Zeichnung der Horizontal Projection,
 aus der Vertical-Projection bekannt, so bestimmen
 sich die Punkte d'' , g'' , a , b , usw. leicht, weil ihre Lage
 durch die Linien $D''D''$, $G''G''$ etc. unmittelbar
 bekannt sind.

Um endlich die Punkte m , n als Grenzen der
 Vertical-Projection genau zu bestimmen, zieht man
 $N'N'$ und $M'M'$, und trägt die Distanz genau
 davon genau in die Vertical Ebene über.

V. Capitel.

I. Von den krummen Oberflächen.

§. 63. Wir untersuchen 3 Gattungen von krummen Ober-
 flächen, welche den wichtigsten Gegenstand unserer Betracht-
 ungen und messen werden. Diese Oberflächen sind:

- 1.^o Die cylindrischen Oberflächen oder Cylindern.
- 2.^o Die kegelförmigen Oberflächen oder Kegel.
- 3.^o Die Umhüllungsflächen.

1. Von der cylindrischen Oberfläche,
oder dem Cylinder.

S. 64. Erläuterung. Wenn sich eine gerade Linie (Flammant) auf irgend einer Ebene (Lailline) so fortbewegt, daß dieses Flammant immer parallel zu seiner ersten Richtung bleibt, und keinen Augenblick die Lailline verläßt, so entsteht eine cylindrische Oberfläche und das nun ihre benachbarte Theile heißt: Cylinder.

S. 65. Zusatz 1. Die Durchschnitte des Cylinder mit der Horizontal- und Vertical- Ebene nennen Horizontal und Vertical = Bild genannt.

Zusatz 2. Wenn die Lailline am Ende sein soll, z. B. also ein Kreis ist, so nennt man Stück des Cylinders dergleichen Linie, welche durch dieses Ende sein und parallel zu der Flammant gelegt wird.

Zusatz 3. In der Summe Linie, welche der Horizontal Bild bildet, und auf der Richtung, welche die Flammant gegen die Horizontal- Ebene haben, inlauffend man:

a. Kreisförmige gerade Cylinder,

b. ditto pfaffen ditto;

c. allgeheißte gerade ditto;

d. ditto pfaffen ditto

e. ss ss ss

Zusatz 4. Die Horizontal- und Vertical- Benennung des Cylinder durch ihre Flammant, und die Horizontal und Vertical Bild sind als Hauptbegriff, wodurch alle aufzuführenden Figuren:

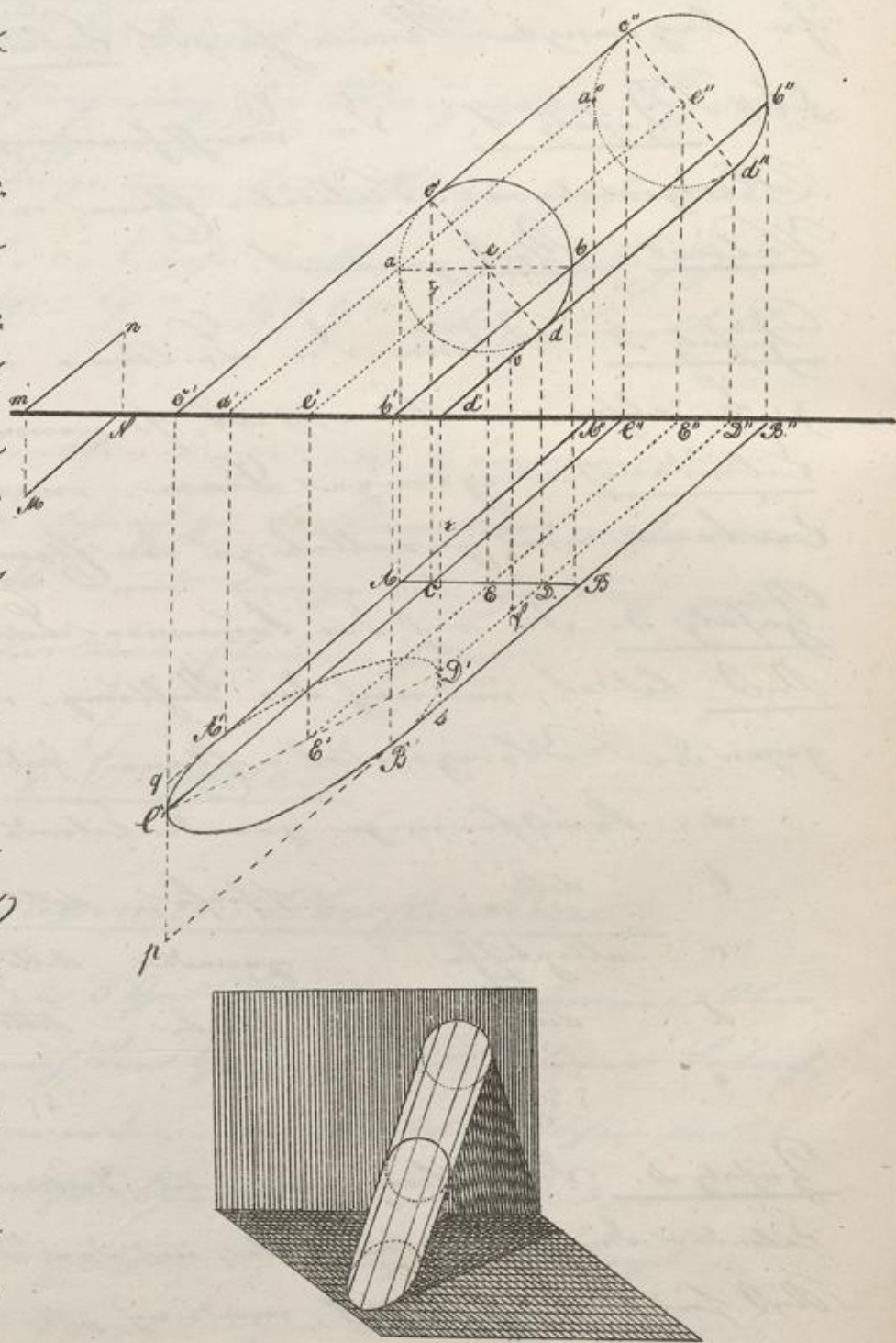
gesucht werden können. Obenstehende Abbildung zeigt, wie man die Lösung der folgenden Aufgaben zu verstehen kann.

5. 66. Aufgabe. Man soll einen Ellipsoid zeichnen.

Lösung. Sei die Kreis $(a b c d, A B C D)$ die gegebene Leitlinie, und sei $(M N, m n)$ die Richtung der Elemente des Ellipsoids.

In der Aufgabe wird alle, man versteht, man man eine bestimmte Anzahl Punkte in der Leitlinie nimmt, durch dieselben parallel zu $(M N, m n)$ Elemente legt, und jetzt bestimmt, was diese die Horizontal- und Vertical-Elemente heißen.

In diesem Sinne legt man durch die Punkte $(A, a) (B, b) (C, c) (D, d)$ Linien parallel zu $(M N, m n)$ und findet die durch die Querschnitts-Elemente in der Horizontal- und Vertical-Elemente, man wird sich die Punkte $A' B' C' D'$ und $a' b' c' d'$ leicht bestimmen lassen.



Zur Erläuterung der Zeichnung der Distanz ist es angemessen, darauf aufmerksam zu machen, daß der Horizontal Distanz in der Parallelgramm gezeichnet. eingestrichelt sein muß. Eine isometrische Darstellung würde für den Vertical Distanz ungenügend zu sein, wenn sie nicht schon durch die genauesten Annahmen die Erläuterung stellt finden würde, daß dieser Distanz der isometrische Distanz eine Linie ist, dessen Enden e'' sehr leicht anzugehen werden kann.

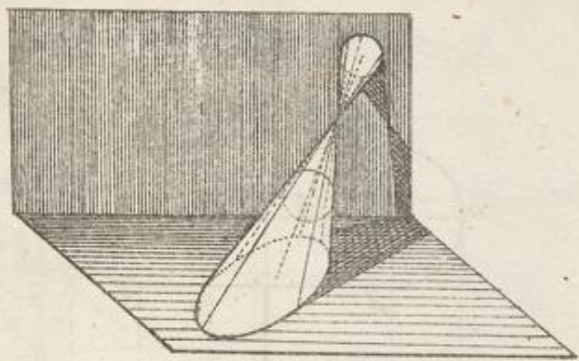
Was die endgültigen und gütlichen Distanz betrifft, so wird für die nach den beidseitigen endgültigen Grundrissen anzuweisen, und über das Maßstab auf die Distanz anzuweisen.

§ 67. Zusatz. Man muß die Eigenschaften der Distanz des Endes ist es leicht, indem man einen Punkt der Oberfläch der Distanz seine beiden Projectionen zu bestimmen. Dann muß man z. B. für den in § 66 angegebenen Distanz die Vertical Projection nicht missen, in der Horizontal Projection angenommenen Punkte V bestimmen, so zieht man $D'D''$ durch denselben, so wird $d'd''$, und in dieser Linie v als Vertical Projection.

III. Von der kegelförmigen Oberfläche oder dem Kegel.

§ 68. Erklärung. Man sei eine gerade Linie (Stamm) in einem ihrer Punkte (Enden) so beschreiben, daß dieselbe immer auf einer unendlichen des Endes befindlichen Ebene (Distanz) verbleibt, so entsteht eine kegelförmige Oberfläche und der nun ihr bezeugte Raum heißt: Kegel.

§ 69. Wenn das Ende einer kegelförmigen Oberfläche in zwei gleichartigen Ebenen zerfällt, so wird dieser Teil, zerfällt der oben befindliche, wird Kegelkopf oder Kegel genannt.



und zeigt durch Zeichnung deutlich,
wie letztere in Horizontal und
Vertical Ebene liegen.

In diesem Sinne zieht man durch
die Punkte (A, a) , (B, b) , (C, c) , (D, d) und
durch (E, e) gerade Linien und
findet dadurch die Grenz-Elemente
 $A'A''$, $B'B''$ in der Horizontal-Ebene,
und $c'c''$, $d'd''$ in der Vertical-Ebene,

woraus sich auf die Fig. $A'CB'D'$ und $a'd'b'c'$ leicht ergiebt.

Im übrigen wird auf das bei der Zeichnung des Ellipsoids Gesagte
und auf die Figuren verwiesen.

§. 72. Zusatz. Wenn man die Eigenschaften der Elemente der Kugel
ist abh. leicht, irgend einen Punkt in der Oberfl. derselben zu
bestimmen dann wird man z. B. eine Horizontal-Projection an,
so kann man durch denselben S das zugehörige Element legen.

3. Von den Umkehrungs-Körpern.

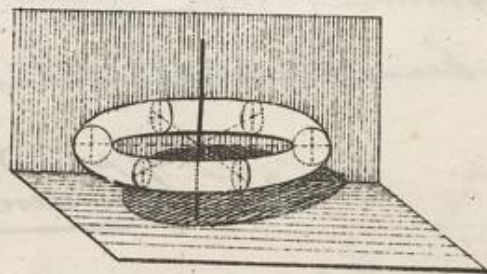
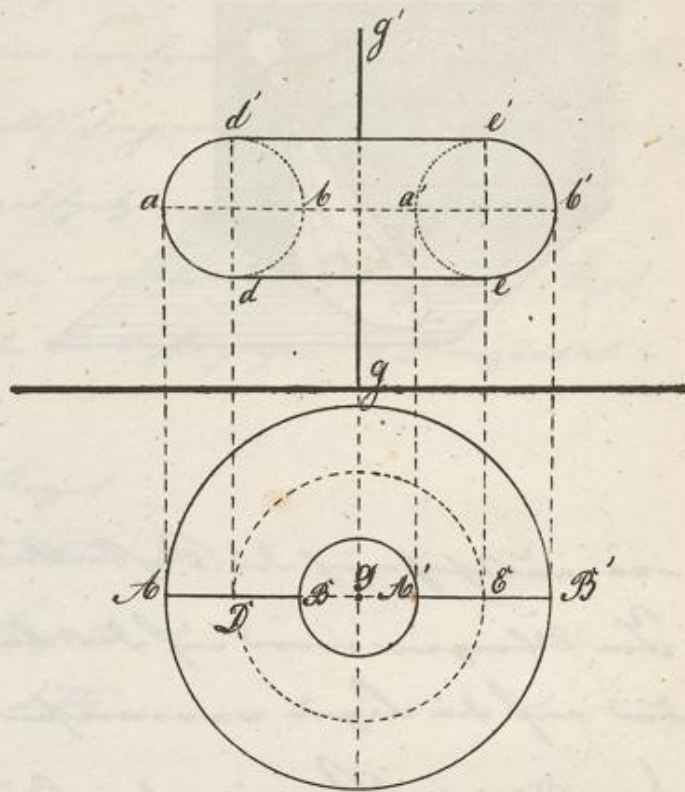
§. 73. Eckung. Wenn sich irgend eine Ebene (Schnittebene)
mit einer geraden Linie, als Achse dreht, so bildet sich eine
kurve Oberfl., und das man ihr einpaßflächigen Querschnitt
heißt Umkehrungs-Körper.

§. 74. Zusatz. In horizontalen Schnitten, welche bei
punktartiger Stellung der Achse der geraden Linie
immer Kreise sein werden, nach den verticalen Lage-
ungen, welche durch der Aufstellung der Achse un-
terschieden werden können, bilden sich meistens die
geraden Linien, welche die Schnittflächen der Umkehrungs-
Körper zu erkennen geben.

S. 75. Man soll einen Umdrehungs Körper zeichnen.

1^o Fall. Ge sei die yaxabene g .
 der Umdrehungs-Linie der Kreise (ab),
 der Umdrehung in der
 Richtung der Achse (g, g') trifft.
 In der Horizontal-Projection
 beschreiben die Umdrehung die
 Punkte A & B Kreise, welche die
 horizontale Bewegung des ant.
 schauenden Ringes bilden.
 In der Vertical-Projection bilden
 sich durch Umdrehung der Punkte
 d, d' die geraden Linien Bewegung.
 uren d, e, d', e' , welche von der
 Bewegung des Ringes hervorgehen, man
 so parallel zur Vertical-ebene
 befindet.

Über die weitere Anweisung
 der Zeichnung möge man
 die Figur.



Umdrehung. Die Umdrehung, welche durch die Achse parallel
 zur Vertical Ebene erfolgt wird, heißt Meridian, und ist
 einleuchtend, daß die Vertical-Projection eines Umdrehungskörpers
 immer ein durchgehender Linien der Meridian mit Punkten
 aufzuzeichnen ist. Man erfüllt daher die Vertical-Projection,
 wenn man eine entsprechende Anzahl von Punkten der Bewegung
 Linie in die Meridian-Ebene bringt, und jetzt in die Vertical Ebene
 projiziert, und nach der Auflösung des 2^o Falls dieser Aufgabe
 verfährt werden wird.

2. Fall. Sei die gegebene Kurze eines Kreises (AB, a, b),

deren Verlängerung nicht in die Richtung der Achse (g, gg') trifft.

In der Horizontal-Projection erfüllt man die 3 Schritte, welche durch die Punkte A, B, C gehen, um die Lage zu bilden, deren Vertical-Projection durch die horizontalen Linien (Skizze) $a'a, b'b, c'c, c'c'$ bestimmt werden.

In der Vertical-Projection bestimmen die Punkte d und d' die abwärts und aufwärts Lage der Kurze, welche in der Horizontal-Projection der Kreis gegeben, der durch D geht ist.

Durch den Meridian kann es g bestimmen sich die Punkte a', e', b', d', c' und aus diesen die vertikale Lage $a'e'd'c'$ $b'c'd'e'a'$.

Die übrigen man lege man die Figuren.

VI. Capitel.

Von den tangirenden Ebenen, welche an Krümmen Merfluessen gelegt werden.

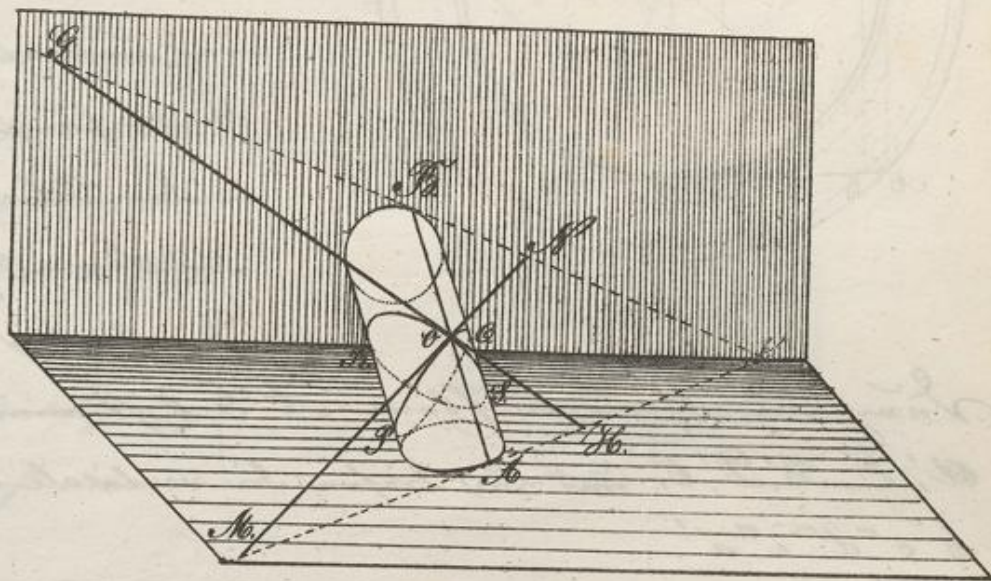
I. Erläuterungen und Eigenschaften der tangirenden Ebenen.

§. 16. Wenn man sich in einem Punkte zu einem Punkt oberhalb tangirend ist, so ist für die gerade Linie Ordnung.

Tangential, die durch diesen namlichen Punkt an die krumme Oberfläche gelangt sind, d. h. alle Tangentialen Linsen an einem solchen Punkt müssen in einem mit demselben ebenen Linsen, welche die Tangentialen eben ist.

§. 77. Ob die Linsen alle am selben Orte der Tangentialen ebenen, oder nicht mit dem Punkte der Gaumenlinie, des Zentrums der Linsen, welche sich durch diesen Punkt, die Linsen einer eben bestimmen, ergibt sich folgendes Manuskript, um eine Tangentialen eben zu einem krummen Oberfläche zu legen, wenn die Tangentialen Punkt auf demselben gegeben ist.

1. Man lege durch einen auf der ebenen Tangentialen Punkt O der krummen Oberfläche einen Stängel z. B. des Kiliades, ASQ $BRPT$, zwei beliebig durchgehende Ebenen, deren Schnitte die Linsen POQ und ROS seien.



2. Man lege an diese Ebenen die Tangentialen MA und GB und bestimme die Punkte M , N , H , I , an diese Linsen die Horizontal und Vertical Ebenen treffen.

3. Man verbinde die entsprechenden Schnittpunkte in der Horizontal und Vertical Ebenen und man wird erkennen, daß sich schneiden in Linsen MA , GB der Tangentialen Ebenen bestimmen müssen.

Dieses Manuskript ist ganz allgemein, und es kommt kein Zufall an,

in Druckmittels - Flamm so zu ruhen, daß die
unbekannten Einheiten möglichst gerade und einfach
zu bestimmenden Linien werden.

§. 78. Sind die kurven Oberflächen Eilinder oder
Kegel, so nehmen die kurven Flächen
immer auf einem geraden Flament
kurven ruhen, weil sich kein gerader Winkel
immer an einem Flament legen
läßt, daß ist ein Druckmittel mit der geraden
kurven Oberfläche eine gerade Linie ist oder
Flament ruht, mit welchem man die zu legenden
kurven Fläche überfallen müß.

§. 79. Da nun eine kurven Fläche eine
Eilinder oder Kegel auf einem geraden Flament
beruht, so ist sie auf zu dieser kurven Oberfläche
in jeden Punkte der Flament kurven, also
auf in den Punkten, in welchen der Horizontal
oder Vertical = Druck des Eilinders oder Kegels nun
dieser Flament geraden ruht. Dieser müß der
Horizontal & Vertical = Druck der geraden Flament
nun der Horizontal & Vertical = Druck der kurven Fläche
Fläche in den Punkten A & B des Eilinders z. h.
kurven werden, mit dieser Figur findet eine nun
hilfs Anweisung bekannt für solche Aufgaben,
in welchen der Horizontal = oder Vertical = Druck der
geraden Flament Einheit nun bestimmten Ge
gabe, als z. B. Kreis, Flächen z. h., mit einzelnen
eine geraden Einheit der kurven geraden.

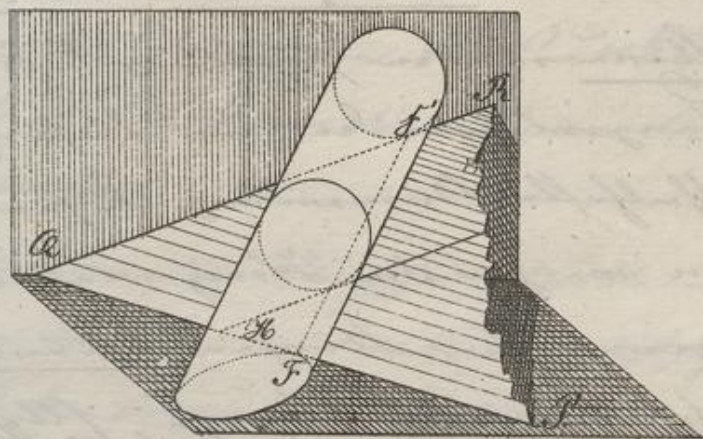
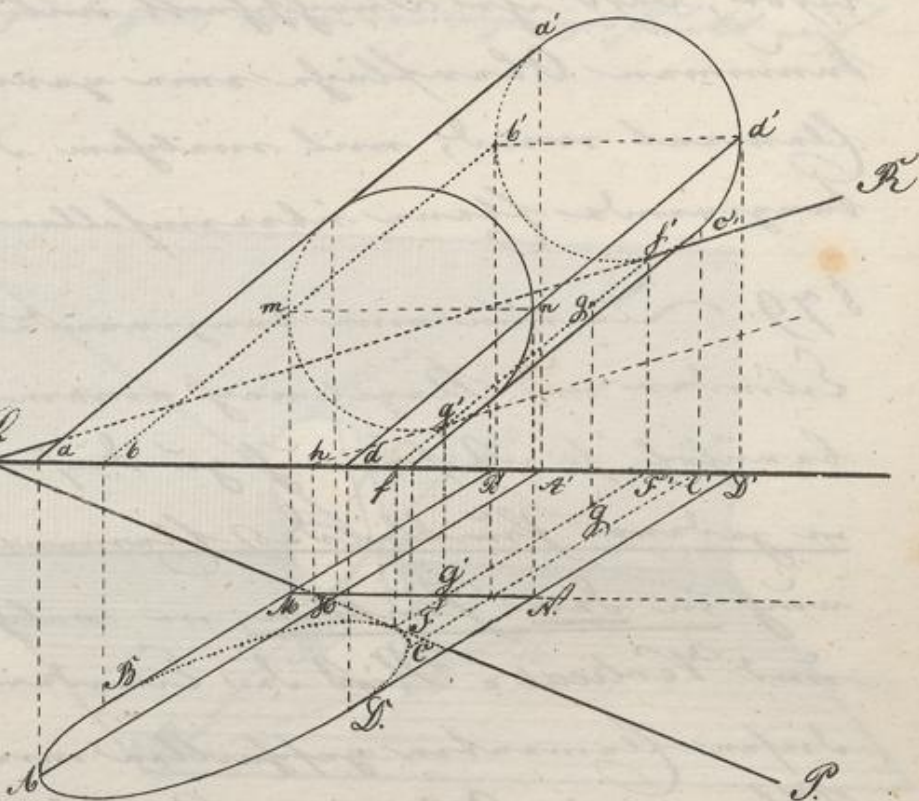
II. Aufgaben über tangierende Ebenen.

a. Tangierende Ebene, welche fünf Punkte enthält werden, die auf der Krümmen Oberflächau angenommen sind.

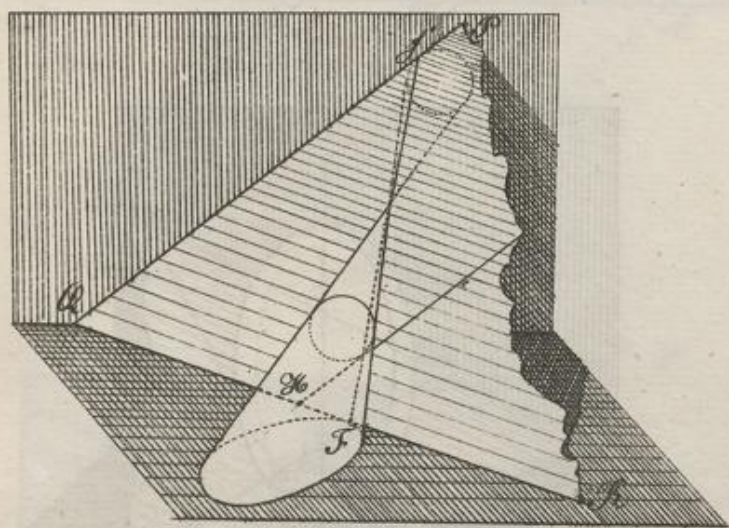
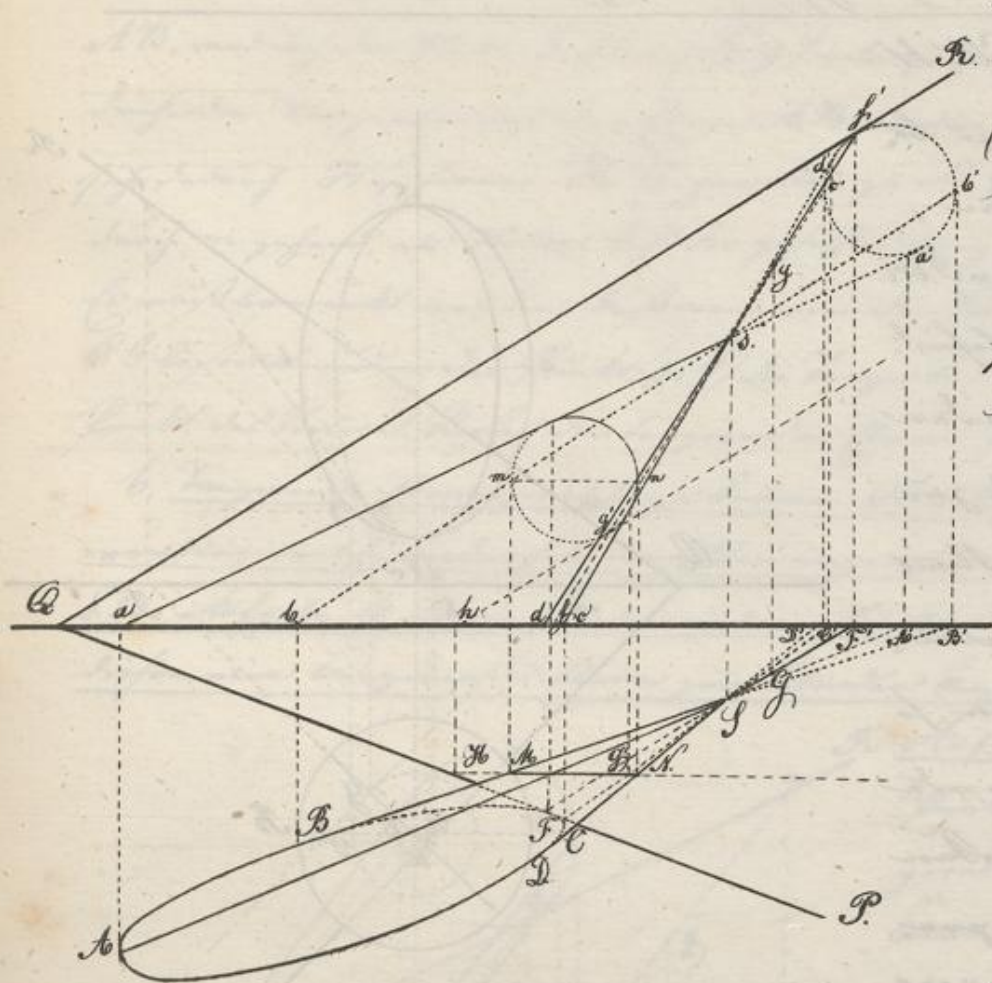
§. 80. Aufgabe. Ein Cylinder $ABCD, A'B'C'D'$, $a, b, c, d, a', b', c', d'$ ist gegeben, man soll fünf einen auf der Oberfläch der Cylinder angenommenen Punkte (f, g) eine tangierende Ebene PQR legen.

Lösung. Man legt fünf (f, g) der flammal (FF', gg') , zieht PQ tangierend zu F und Q tangierend zu f' und g' sind PQR die verlangten Richte.

Weil in der tangierenden Ebene alle Tangenten liegen müssen, welche fünf beliebige Punkte der Tangentenelement (FF', gg') gelegt werden, so kann man auf einen Punkt des Horizontal-Richtes der tangierenden Ebene bestimmen, wenn man sich dem Durchschnittspunkt (g, g') der Geraden (MN, mn) , mit dem Tangentenelement, die Tangente FF', gg' zieht, und diesen Punkt findet. Im übrigen war gezeigt worden in Figur.



§. 81. Aufgabe. Ein Kegel ($ABCD$, $abcd$) ist gegeben; man
 soll denselben auf der Oberfläche umzunehmenden Punkt (G, g)
 eine Tangentiale Ebene PQR legen.



Auflösung. Man lege
 zu demselben (G, g) die Tangentiale
 (F, f , ff') zugehörig PQR
 Tangentiale zu F , und
 QR Tangentiale zu f ,
 so sind PQR die man
 suchen will.

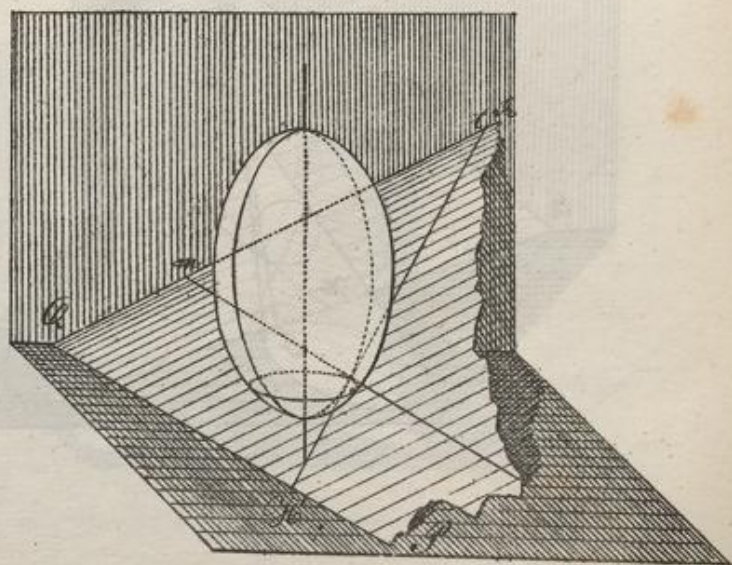
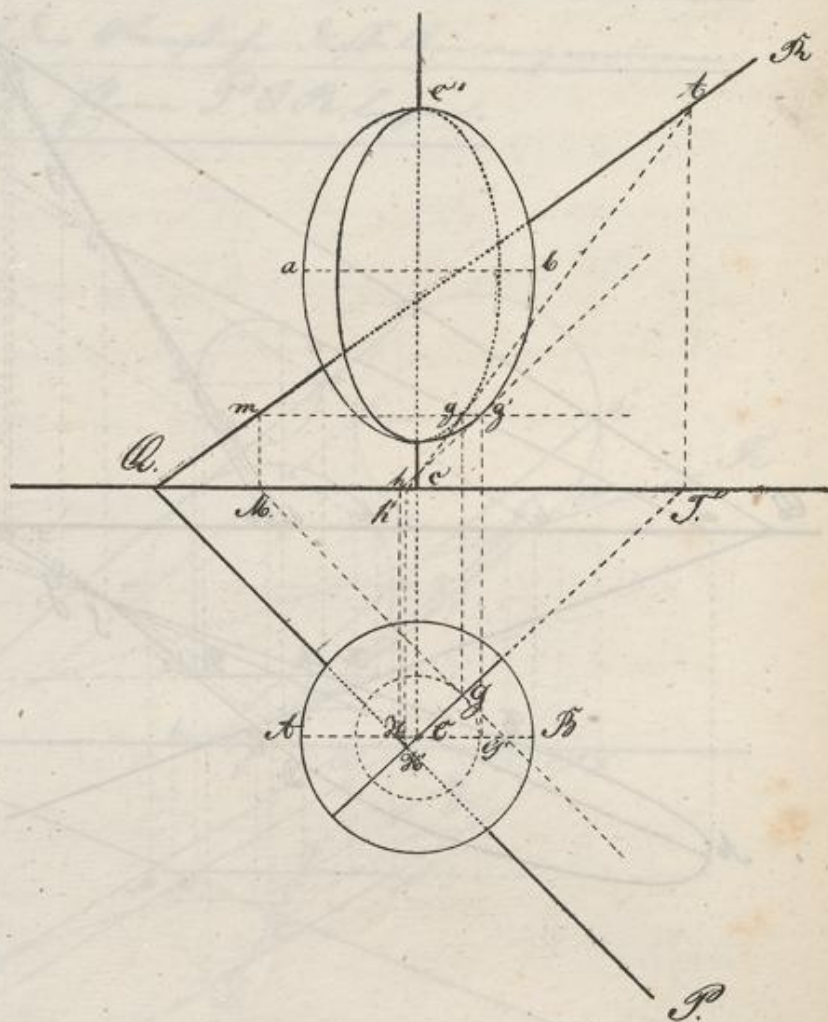
Oben beschrieben
 Grundriss, wie in
 der vorhergehenden
 Aufgabe (§. 80.) erklärt
 wurden, wird ein
 unendlich kleiner
 Teil des Horizontal-
 Querschnitts gefunden,
 wenn man denselben
 (G, g') Tangentiale
 in der Seitenlinie
 legt, und den Punkt
 H bestimmt, in
 welchem der Hori-
 zontal Schnitt ge-
 troffen wird.

§. 82. Aufgabe. Geht ein Umdrehungskörper / Ellipsoid / gegeben, man soll:

1. einen Punkt / G, g / auf der Oberfläche des Talls bestimmen.
2. Durch diesen Punkt / G, g / eine tangierende Ebene PQR legen.

Auflösung. Um einen Punkt / G, g / in der Oberfläche zu bestimmen, versteht man, daß jeder Punkt in der Peripherie eines Kreises befindet. Aufzunehmen man den Kreis, welcher parallel zur Horizontal-Ebene ist. Wird nun dieser in der Horizontal-Projection G beliebig an, so liegt der zu bestimmende Punkt in diesem, dessen Radius CG ist. Man zieht daher einen Kreis g , und auf g bestimmt.

Um die tangierende Ebene PQR an diesen Punkt / G, g / zu erfüllen, zieht man die Tangente / $GM, g m$ / und auf g ein Punkt m der Vertical. Dieser Punkt ist beliebig. Als dann stellt man sich vor, daß die Ebene ist durch den Punkt G im Raum,



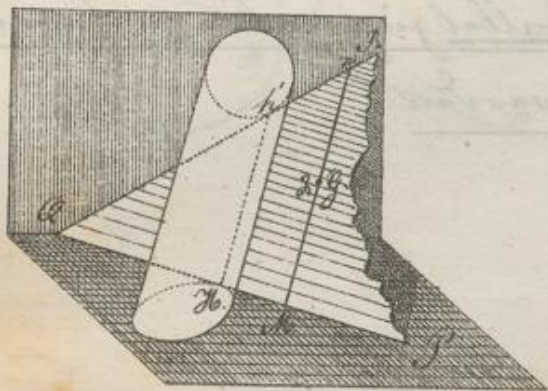
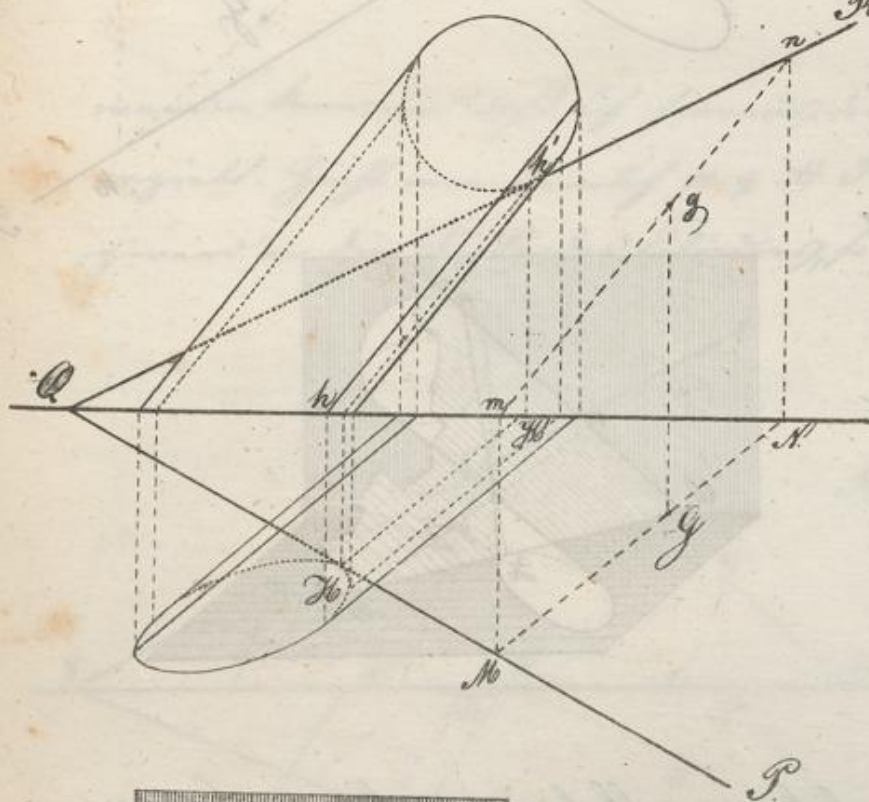
ziehe zu dem Punkte (g, g') der Schnittstelle können diesen Punkt mit dem Ellipsoid
eine Tangente, und bestimme, wo diese die Horiz. Ebene trifft, findet man so leicht den
Punkt H' des Horiz. Bildes der tangierenden Ebene, und die Aufgabe ist gelöst.

Diesem entspricht auch man die Ebene CD parallel zur Vertical-Ebene nach
 $A'B$, und auf den Punkt (g, g') nach (g', g') verlegt, ziehe jetzt die Tangente $g'h, g'h'$,
diese die Tangente mit der Ebene $A'B$ wieder in die erste Lage CD , so ergibt
sich dadurch H' , ferner $H'A$ parallel zu $M'G$ des Horiz. Bilds, und QmR ,
durch m gezogen, als Vertical Bild der gesuchten tangierenden Ebene.

Es muß bemerkt werden, daß wenn man die Vertical-Projection des Ellipsoids
 CD bestimme und den Punkt (g, g') die Tangente $(GT, g't)$ legt, auf t im
Bild des Vertical Bildes der tangierenden Ebene sein muß.

6. Tangierende Ebenen, welche zu bestimmten Oberflächen durch Punkte gelegt
werden, welche irgendwo auf derselben angenommen sind.

§. 33. Aufgabe. Es ist ein Ellipsoid mit ein Punkt (g, g') gegeben, man soll durch
diesen eine tangierende Ebene zum Ellipsoid konstruieren.



Die Auflösung. Man ziehe durch den
Punkt (g, g') die Linie $(M'h, m)$
parallel zu der Ebene des
Ellipsoids. Diese Linie muß
alsdann in der tangierenden Ebene
liegen, diese die Bild der letzten
durch die Punkte h und n ziehen,
wo diese Linie die Horiz. und Vertical
Ebene trifft.

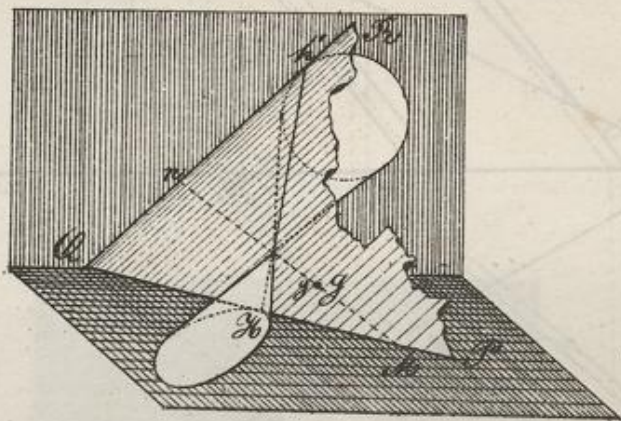
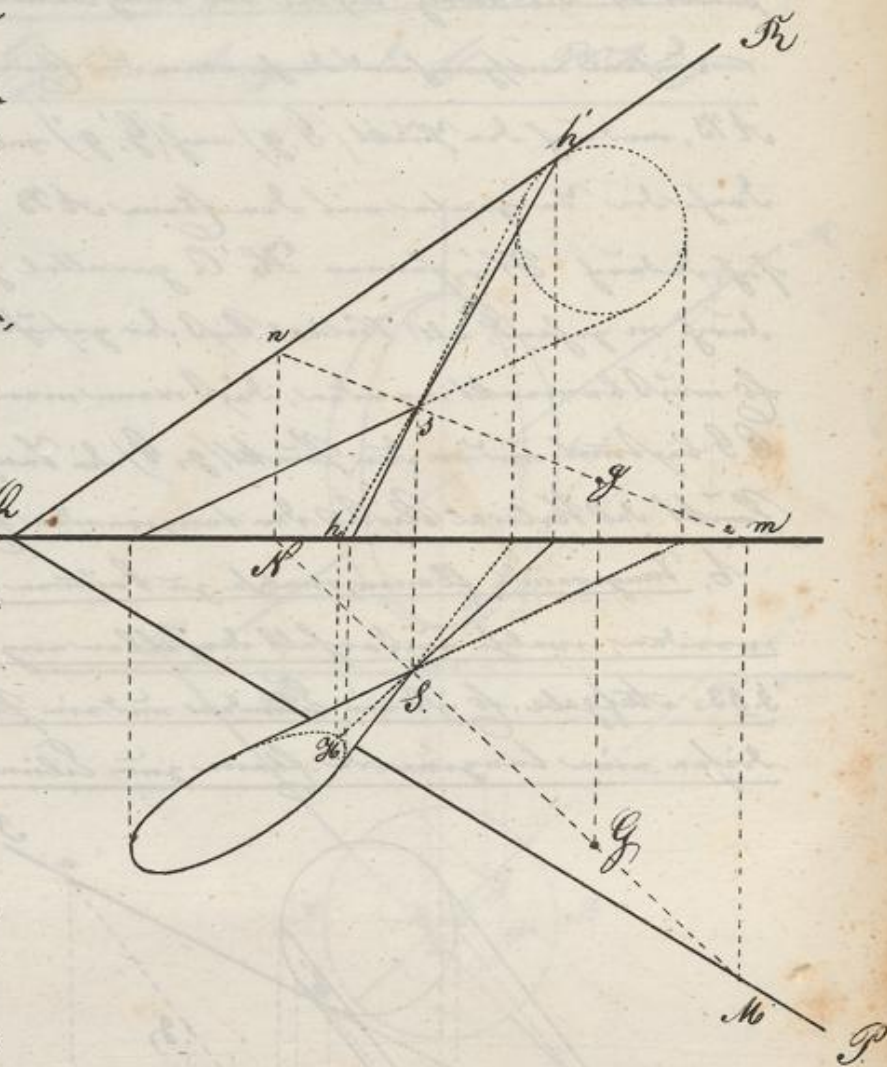
Zieht man dann aus M die
Tangente $M'hQ$ und aus n die
Tangente $n'hQ$, so müssen sich die
beiden Tangenten im Punkt Q
schneiden, wenn genau gezeichnet
wird, und die Aufgabe ist
gelöst.

I. 34. Aufgabe. Geht ein Kugel und ein Punkt (G, g) gegeben, man soll
denen Linien eine tangierende Ebene zum Kugel konstruieren,

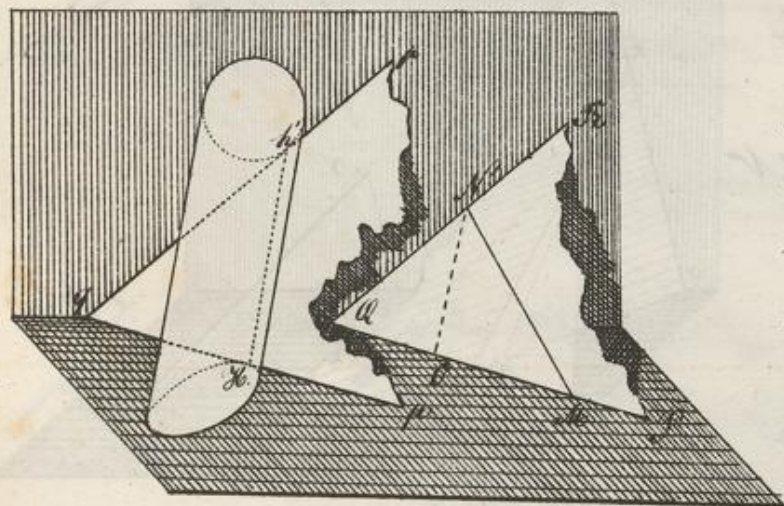
Lösung. Man ziehe durch den
 Punkt (G, g) und die Kugelspitze
 (S, s) die Linie (M, N, m, n).
 Einfaller Mittelpunkt
 in der tangierenden Ebene liegen,
 und daher der Kreis der tan-
 gierenden Ebene durch die
 Punkte M und n gehen,
 von dieser Linie die Horizon-
 tal und Vertical Ebene
 trifft.

Zieht man darauf nun
 M die Tangente M, H, Q ,
 und nun n die Tangente
 n, h', P , so müssen sich
 die beiden Tangenten
 im Punkt Q schneiden,
 wenn genau gezeichnet
 würde, und die Aufgabe
 ist gelöst.

c. Tangierende Ebene, welche parallel zu gegebenen Linien
 an einem Oberflächchen gelegt werden.

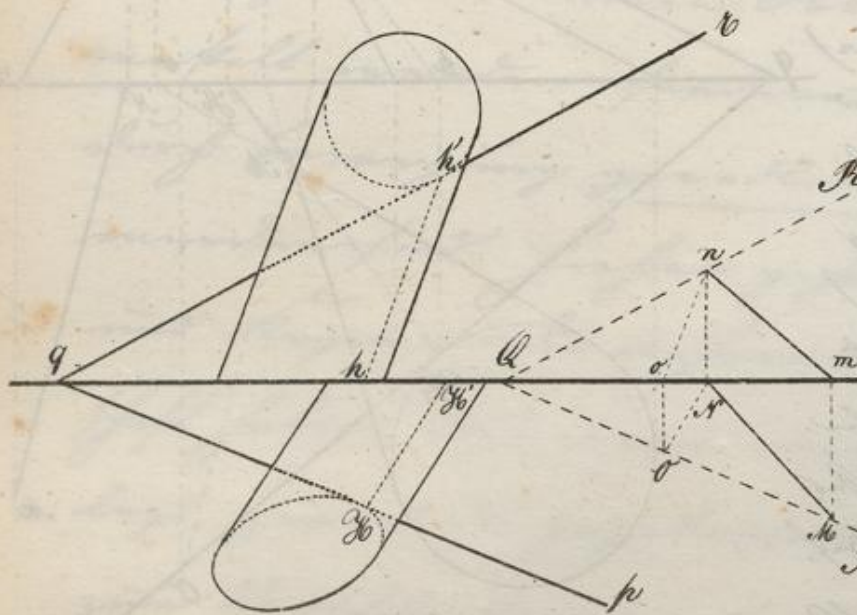


S. 85. Aufgabe. Es ist ein Ellipsoid mit einer geraden Linie (M, N, m) gegeben, man soll parallel zu derselben eine Tangentialebene an den Ellipsoid konstruieren.



Uebersetzung. Es sei eine Tangentialebene pqr zu einem Ellipsoid konstruiert, und P, Q, R # pqr . Ferner sei NO # zu den Flammanten des Ellipsoid, und M, N auf der Linie in der Ebene PQR zusammen. Als dann ist leicht zu erkennen, daß, wenn man die Linie M, N , mit der Ellipsoid gegeben ist, der Punkt O (wegen NO # zu den Flammanten des Ellipsoid) durch Zirkelzug bestimmt

werden kann, und daß sich ferner die Richtung des Punktes P, Q, R ergibt. Zieht man nämlich p, q # P, Q , q, r # Q, R und verlängert sie, so ist die Aufgabe gelöst.



Auflösung. Auf vorstehende Erklärung beschränkt sich die Auflösung auf folgende Konstruktion. Man ziehe von einem beliebigen Punkt der Linie M, N, m aus eine Gerade NO # der Linie NO, n, o # zu den Flammanten des Ellipsoid und verbinde MO und Q, n, R . Hierdurch konstruiert man die Tangente p, q # P, Q , und q, r # Q, R , und die Aufgabe ist gelöst.

86. Aufgabe. Es ist ein Kreis und eine gerade Linie (M, N, m, n) gegeben, man soll geradell zu derselben eine tangierende Gerade an den Kreis konstruieren.

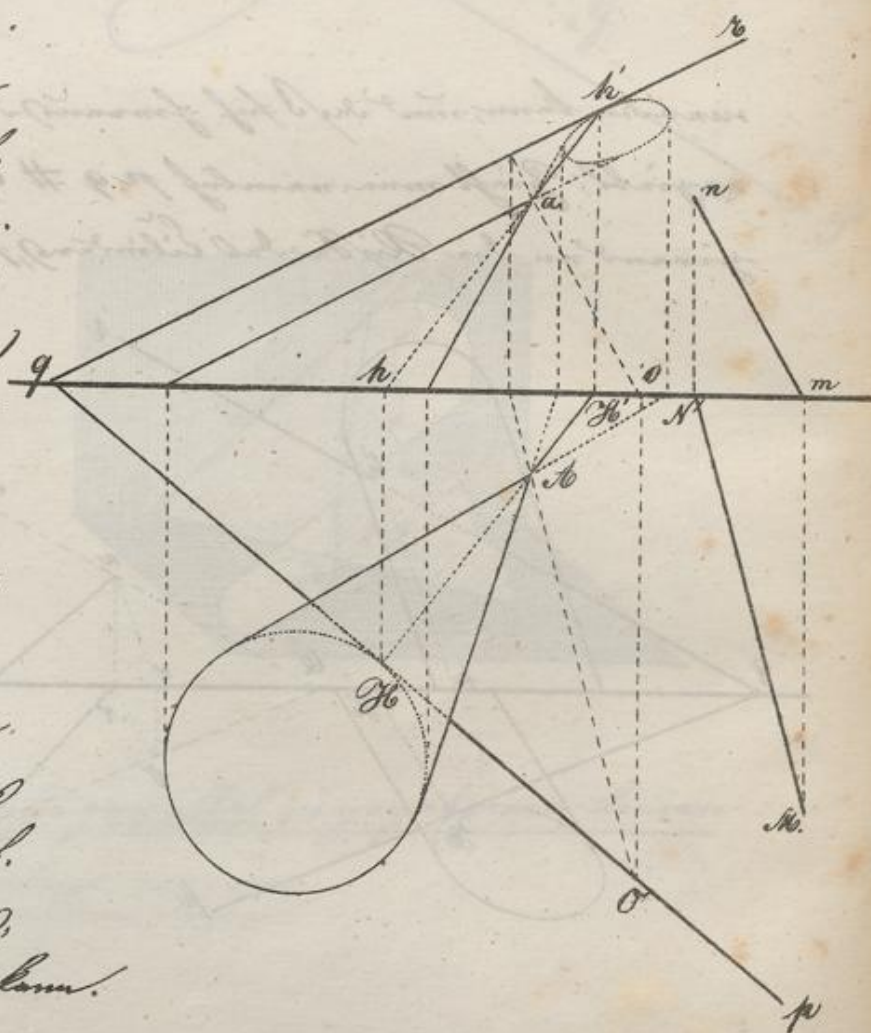
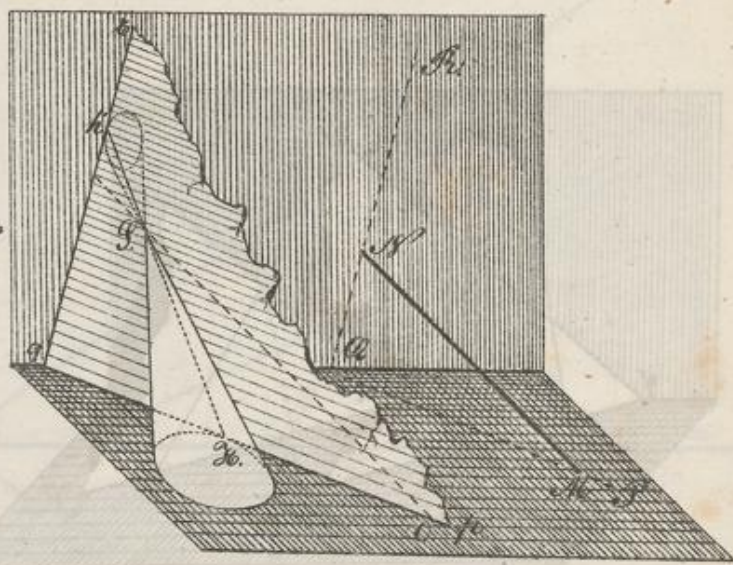
Uebersetzung. Es sei eine tangierende Gerade zu einem Kreis konstruirt, dinstes die Pktz. Linie Linie SO in der tangierenden Gerade gezogen mit M, N # SO tangieren.

Alsdann fällt es nicht schwer zu erkennen, dinstes die Linie M, N gegeben ist, man nur SO geradell zu dieser zu legen braucht, um den Punkt O , und ferner die

Richt. O, H, q und q, k, r zu erhalten.

Auflösung. Auf der tangierenden Geraden fiktiv Punkt p in der Rich. SO auf folgende Eigenschaften. Man ziehe aus der Pktz. (A, a) die Linie AO, a, o zu (M, N, m, n) und ferner die Tangenten Oq und q, k , so ist die Aufgabe gelöst.

Bemerkung. Ist die Richtung der gegebenen Linie (M, N, m, n) so beschaffen, dinstes der fiktiv. Punkt (O, o) der Tangenten (AO, a, o) immerfall das Richt. des Kreises fällt, so ist die Aufg. lösung iörmiglich, da man alsdann keine Tangenten ziehen kann.



VIII Capitel.

Durchschnitte krummer Oberflächen, Umdrehung der Durchschnitte = Curven, Aufwickelung der Cylinder und Kegel = Oberflächen & Verhalten der tangirenden Linien bei diesen Aufgaben.

I. Allgemeine Sätze.

- S. 87. 1.^o Lauf der Umdrehung der Durchschnitts-Ebenen soll die ganze Größe der selben ungeändert werden, wobei bemerkt wird, daß es ebene Ebenen sind. Man muß daher immer befragen, daß auf Handlung der Operation die Ebenen parallel zur Horizontal oder Vertical Ebene sein befinden, und also alle Radien nicht winklig auf der Draufse gegeben werden.
- 2.^o Miß alle krummen Oberfläichen können aufgerichtet werden, sondern nur diejenigen, welche durch Bewegung geradlinigter Elemente erzeugt werden sind. Siehe gegen den Anfang der Eilinder und Kegel. Die Aufwickelungen müssen die folgenden haben, daß, wenn man solche wieder zusammenlegt, genau die gegebenen Oberfläichen der Körper zum Vorschein kommen.

II. Durchschnitte Krümmen Oberflächen mit Ebenen.

§. 88. Aufgabe. Es ist ein punktirter Cylinder und eine auf die Vertical-Ebene parallel gestellte Ebene PQ , man ist zu bestimmen, was man, man soll:

1. Die Projectionen des gesuchten Durchschnitts anzuzeigen.

2. Die rechte Größe der Durchschnitts-Ebene bestimmen.

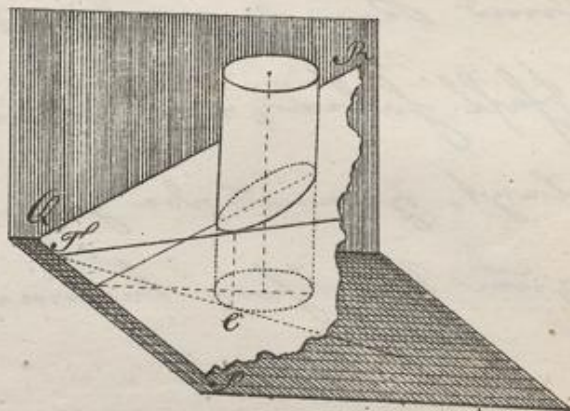
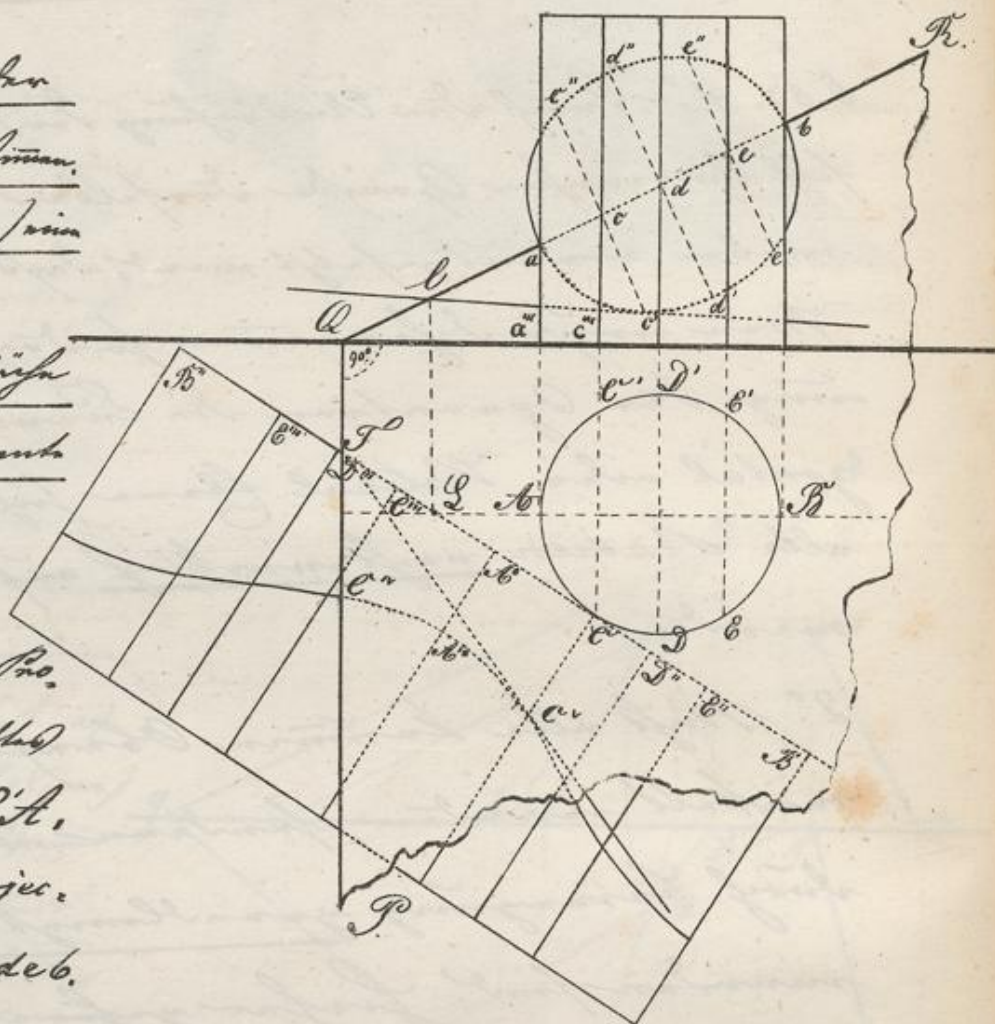
3. An einem Punkt (C, c) die Tangente legen.

4. Die Krümmen Oberfläche in die Richtung der Tangente aufwickeln.

Auflösung.

ad 1. Die Horizontal-Projection des Durchschnitts ist: $ABDEBCE'D'C'A$, und die Vertical-Projection des selben ist $acdeb$.
S. 85.

ad 2. Man betrachtet (AB, ab) als Draufsicht, und dreht die Ebene so lange, bis sie parallel zur Vertical-Ebene wird; als dann



zeichnen sich die Tangenten-Peadien $cc', cc'', dd', dd'', ee', ee''$
 senkrecht auf ab , und muss man $cc' = cc'' = \frac{CB'}{2}$, $dd' = dd'' = \frac{DD'}{2}$,
 so ergibt sich die verlangte rechte Grösse $ac'd'e'b'd'a$.

ad 3. Die Tangentien der Tangente sind $(CL, c'l)$.

Nach der Umfassung ist die Lage der Tangente durch die
 Punkte c und c' bestimmt, indem ausserdem der
 Tangenten-Punkt, und letzterer der Punkt
 in der Draufsicht ist, weshalb die Tangente verifiziert.

ad 4. Man mittelte die Tangen $CDDB'ED'CA$ in die
 Richtung der Tangente $B'B'$ auf, ^{und} ~~bestimmte~~ ^{bestimmte} letztere
 in der Horizontal-Ebene als Duffa, auf welcher die Ebene
 des Elements in den Punkten $B', E', D', C', A', C, D,$
 E', B' , senkrecht stehen. Man lege diese Ebene
 durch Drehung in die Horizontalebene, wobei
 die Lagen $CB' = cc'', A'A' = aa''$ etc. ab, so ergibt sich
 die Ebene $C''A''B''C''$. Die Tangente endlich
 muss jetzt durch den Punkt T als Schnittpunkt
 mit der Draufsicht und durch den Punkt C'' gezogen
 werden.

Im Übrigen verläuft man die Figur.

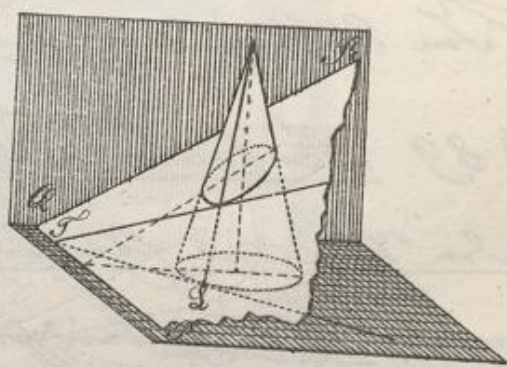
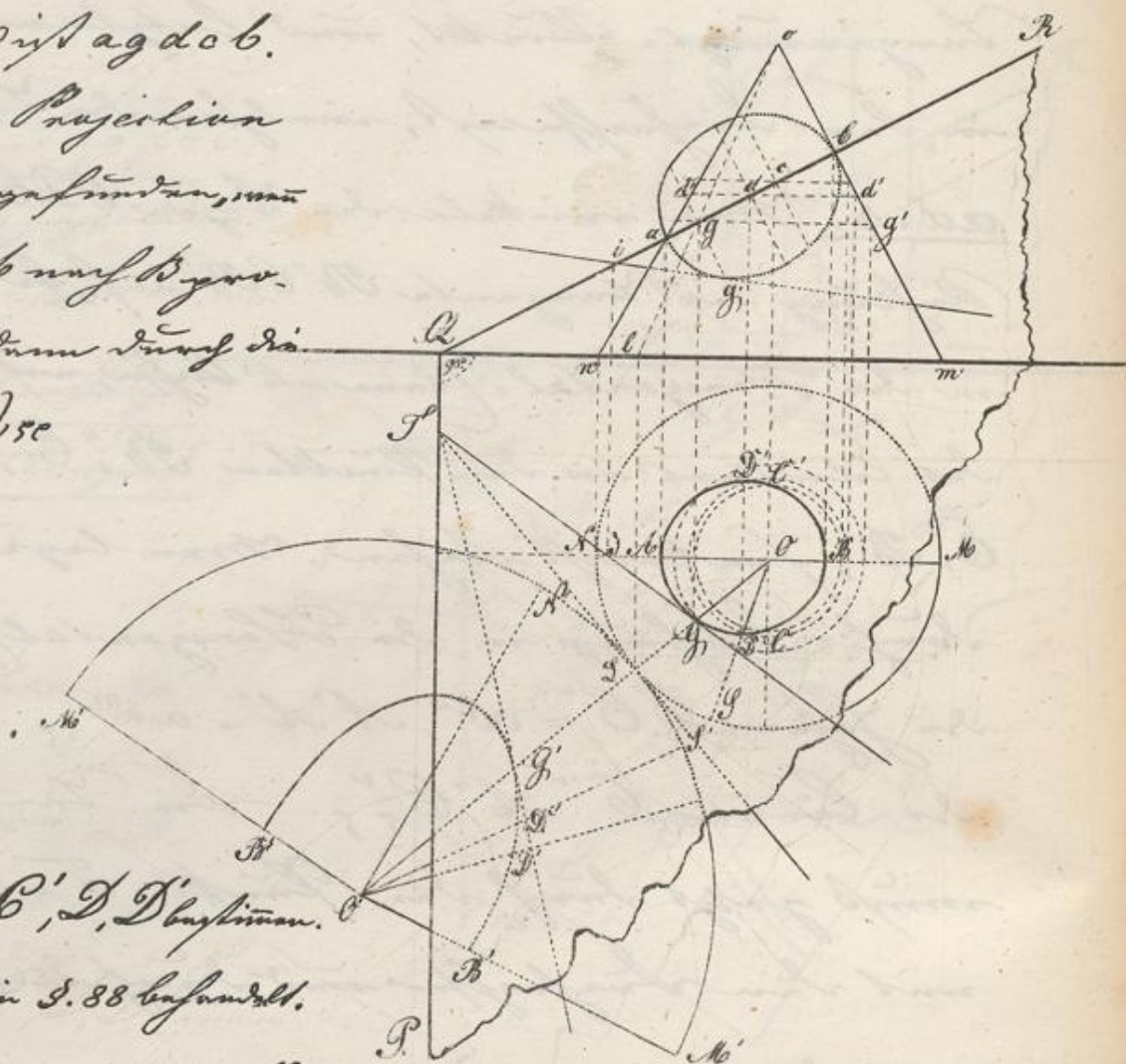
§. 89. Aufgabe. Geht ein senkrechter Stängel und eine auf
 die Vertical-Ebene senkrecht gestellte Ebene PQ ,
 welche ihn schneidet, gegeben, man soll:

- 1.° Die Projektionen des gemeinschaftlichen Durchschnitts zu zeichnen.
 - 2.° Die neuen Größen der Durchschnitts-Ebene zu bestimmen.
 - 3.° Den neuen Punkt (G, g) am Tangential legen.
 - 4.° Die künftige Oberfläche in der Richtung der Tangential aufzusuchen.
- Auflösung.

ad. 1. Die Vertical-Projection des Durchschnitts ist $agdc$. Die Horizontal-Projection desselben wird gefunden, wenn man a auf st , c auf Q projiziert und alsdann durch die Punkte c, d (in ab), sc zur Horizontal-Ebene parallel abgetragen, dann die Projektionskurven sind, in welchen sich die Punkte C, C', D, D' befinden.

ad. 2. Wird wie in S. 88 behandelt.

ad. 3. Die Tangente muß in T der Linie PL stehen. Auf den nämlichen Punkt T muß aber auch der Punkt T' der Tangential Ebene fallen, welche über TG und ab



flammt OG L gelangt wird. Insofern läßt sich durch die
Tangente L T der Punkt T am einfachsten bestimmen.
ad. 4. Man gedankt sich die Ortsmitte in der
Richtung der Ebene TGL nullsetzen, und setzt diese
Ebene in die Höhe TL in die Horizontalebene
gedacht. Als dann gelangt O nach O' , so daß
 $LO' = n$ wird. In diesem alle Punkte
der Horizontal- = Kreis der Kugel gleichweit
von der Höhe (O, o) entfernt sind, so müssen
dieselben für die Ortsmitte in der Peripherie
nimm, Kreis $M'N'L'S'M'$ liegen,
dessen Radius = LO' ist. Man zeichnet
nämlich die Projectionen = Kreis $N'L'S'M'$
nach successiven Orbits von $LN = LN',$
von $LS = LS',$ in die Peripherie des Kreises
 $M'N'L'S'M'$ auf, misst die runde Länge
von der Punkte (G, g), (D, d) von der Höhe
(O, o) der Kugel, (rund um lauffend in der
Vertical-Projection gemessen, nämlich $O'G = og,$
 $O'D = od$), und bestimmt so die Punkte
 $B', D', G',$ etc. Die Tangente muß notwendig durch die
Punkte T und G' gehen werden.

Im Obigen ungleichmässige Figuren.

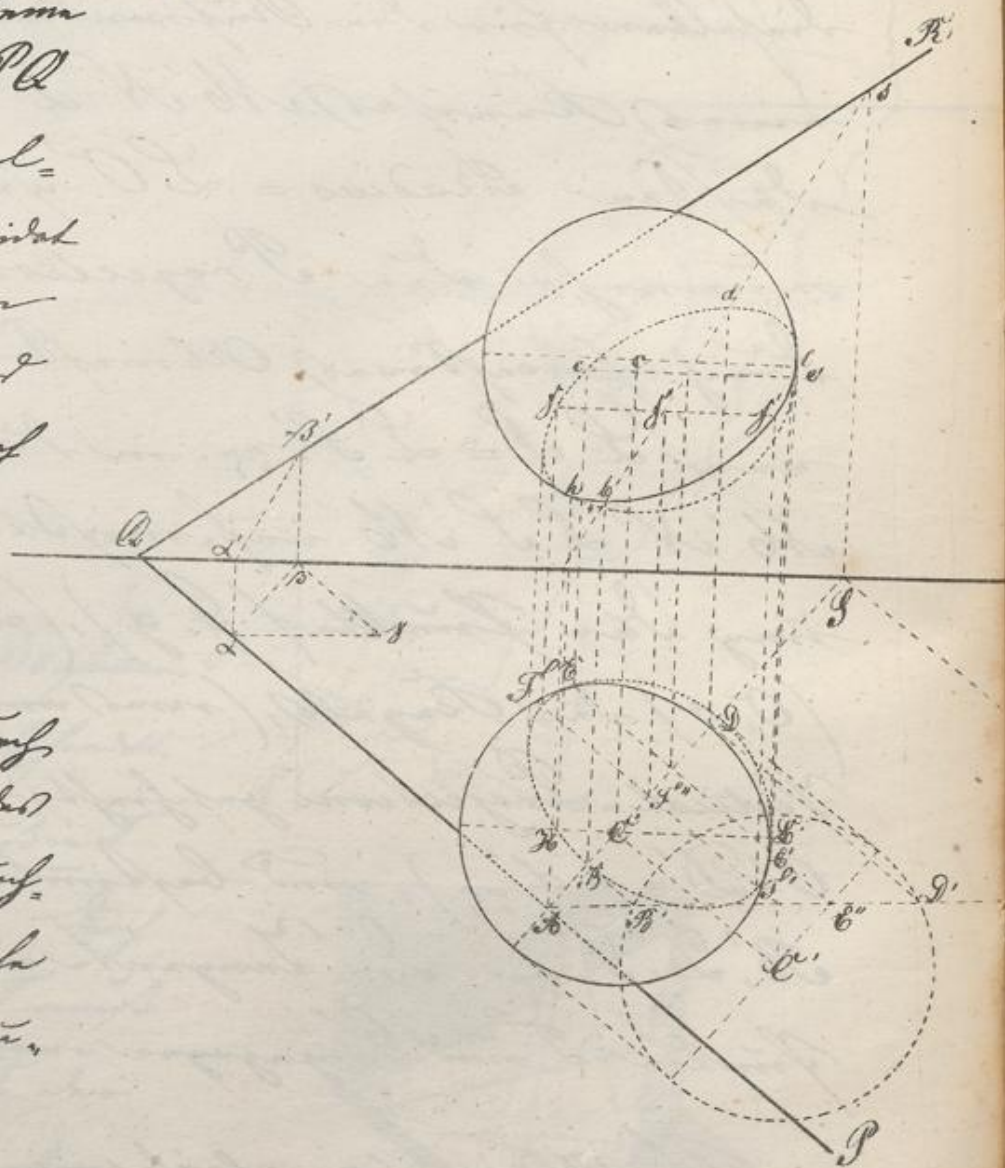
590. Aufgabe. Geist ein Umfassungskörper, z. B. ein Kugel gegeben und eine Ebene PQR , welche einen Durchschnitt bildet, man soll:

- 1.° In Projektionen des gemeinschaftlichen Durchschnitts nachzuweisen.
 - 2.° Die wahre Größe der Durchschnitts-Ebene nachzuweisen.
 - 3.° An einem Punkt (z. g.) eine Tangente legen, und ihre Lage in 2.° bestimmen.
- Auflösung.

ad. 1. Man stelle sich den Erdkörper C der Kugel eine Ebene senkrecht auf PQ und auf der Horizontal-Ebene. Infolge schneidet die Kugel nach einem geraden Kreis, und die Ebene PQR nach einer geraden Linie, wenn man den Durchschnitt eines Kites.

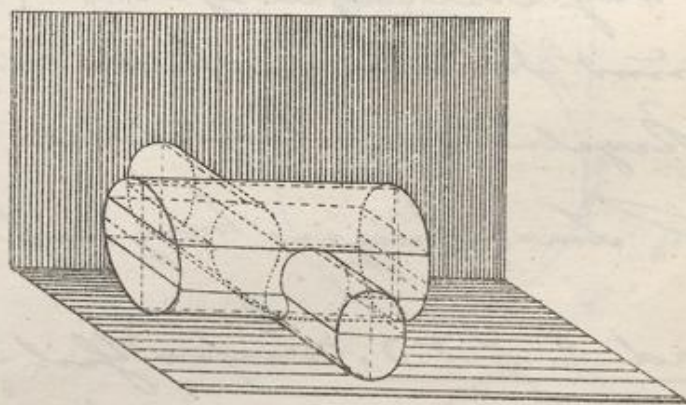
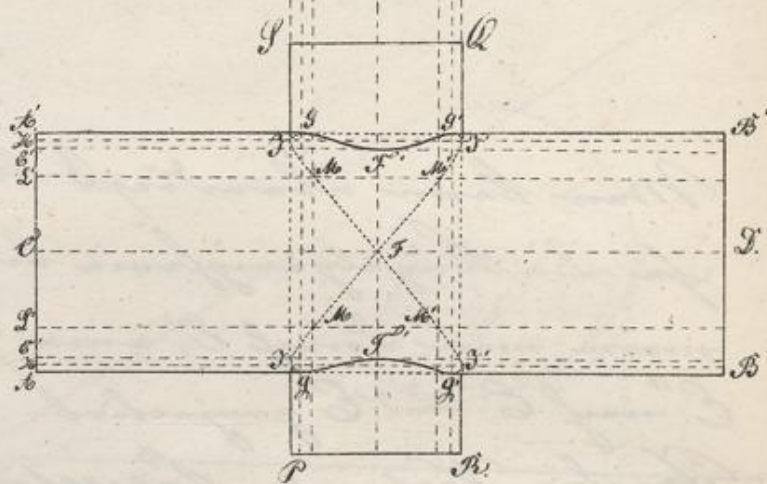
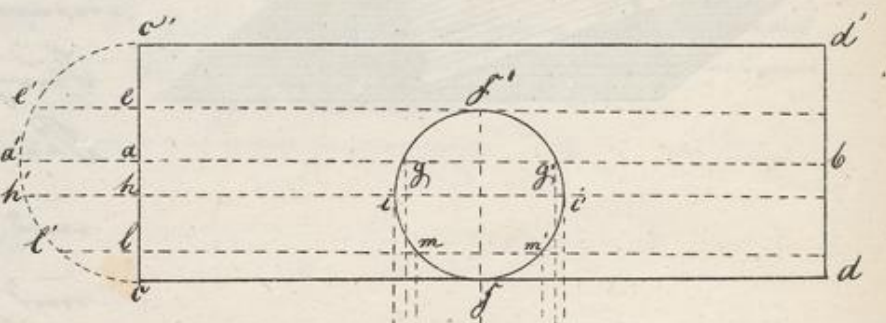
Ansicht bildet, und dadurch die Punkte B' und D' des gemeinschaftlichen Durchschnitts nachweist, welche auf B und D zurück zu bringen sind.

Weil der Durchschnitt der Kugel und einer Ebene



III. Von den Durchschnitten der krummen Oberflächen unter sich.

§. 91. Aufgabe. Es sind zwei Cylinder gegeben, welche sich auf der
sich kreuzenden, man soll die Projectionen des gemeinschaftlichen
Durchschnitts nachsuchen.
Lösung. Es seien
($ABCD$ $A'B'$, od $ab c'd'$)
und ($PQRS$, $i f i' f'$) die
gegebenen Cylinder. In
Vertical-Projection des
gemeinschaftlichen Durchschnitts
fällt mit dem Kreis $i f i' f'$
überein. Um hiervon die
Horizontal-Projection zu
erhalten, zieht man
die Hilfsstrahlen $e f'$, agg' ,
 $h i i'$, $l m m'$ und $c f$ parallel
zur Horizontal-Linie
hinweg. Diese Hilfsstrahlen
schneiden die beiden
Cylinder nach folgenden,
deren Horizontal-Projec-
tionen leicht zu erkennen
sind. Es schneiden
z. B. die Linien $l m m'$ den größ-
ten Cylinder nach den Lin-
ien $L' M M'$, welche



ausfallen lassen, indem man $CL = CL'$ macht; sie schneiden dann den kleinen Ellipsoid auf den Elementen M, M' und $M'' M'''$, und abzufallen nicht schwer zu erkennen ist, inwiefern M, M', M'', M''' vier Punkte des gemeinsamen Schnittes. Auf diesem stehenden Kreis werden alle übrigen Punkte, und durch deren Verbindung die Schnittkurven F, M, G, F', G', M' gefunden.

Es ist zu merken, dass zu demselben die Folge kommen von Punkten, welche durch die Oberflächen der zwei Ellipsoide und durch die Tangentialpunkte f, f' gehen, weil also, dann gleichmäßig und gleichmäßig Punkte für die Horizontal-Projection der Schnittkurven ausfallen lassen.

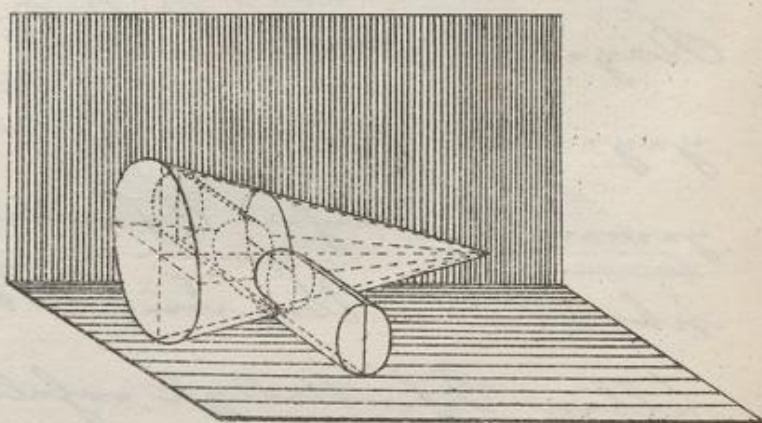
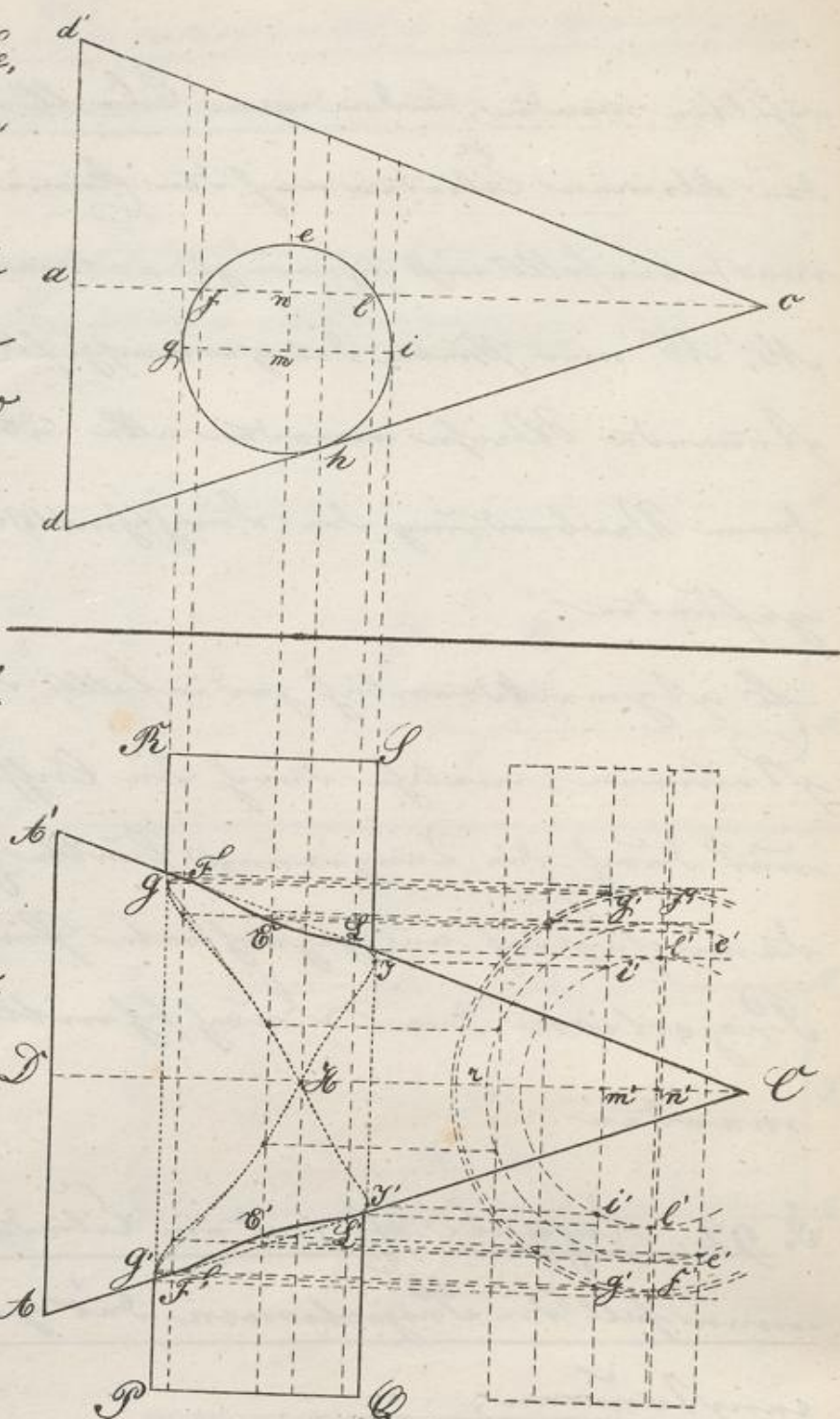
§. 92. Aufgabe. Es sind ein Ellipsoid und ein Kegel gegeben, man soll die Projectionen des gemeinsamen Schnittes konstruieren.

Auflösung. Es sey (ABC, d, c, d') der gegebene Kegel, und (PQR, e, f, g, h, i, l, e) der gegebene Ellipsoid. Die Vertical-Projection des gemeinsamen Schnittes fällt mit dem Kreis $efghile$ überein. Um die Horizontal-Projection des selben Schnittes zu erhalten, gedachte man die

Selbst können $G'Gg, F'Ff, E'Ee,$
 $Hh, L'Ll, I'Ii$ punkt-
 weise auf beide Projektions-
 Ebenen übertragen. Diese
 Selbst können sich in dem
 Ellipsoid aufslängen, und
 den Kegel aufkreuzen,
 welche in der Projektions-
 weise zu markieren sind, und
 dadurch die Punkte der
 Schnittkurve angeben müssen.
 So schneidet z. B. die Ebene $E'Ee$
 den Ellipsoid auf einem
 Geraden, dessen Projektion
 $e'e'$ ist, und den Kegel F
 auf einem Kreis, dessen
 Projektion $f'f'$ ist,
 so sind e' und f' Punkte
 der Schnittkurve sind,
 welche in E und E' liegen
 müssen. 55.

Die Punkte f, l, h
 bestimmen unmittelbar
 nur die Horizontal-
 Projektionen, $F, L, H,$
 L' und H' .

Am Uebigen mangelt
 nur die Längen.



S. 93. Aufgabe. Es sind zwei Kugel gegeben, man soll die Projectionen des gemeinschaftlichen Durchschnitts finden.

Auflösung.

1. Fall. Es seien zwei punk-
tuelle Kugel von einem

gemeinsamen Punkt

alsdann legt man geraden

zur Horizontal. Dann

die selbe Ebene $c a b d$ etc.

und man erhält ihre

Horizontal Projectionen,

welche Kreise sind, deren

Durchschnitt, Punkte F, F'

der gesuchten Schnitt =

strecke man an.

Dann man auf der

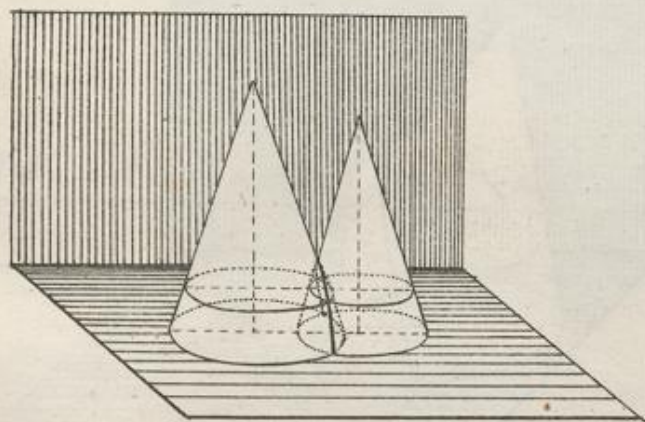
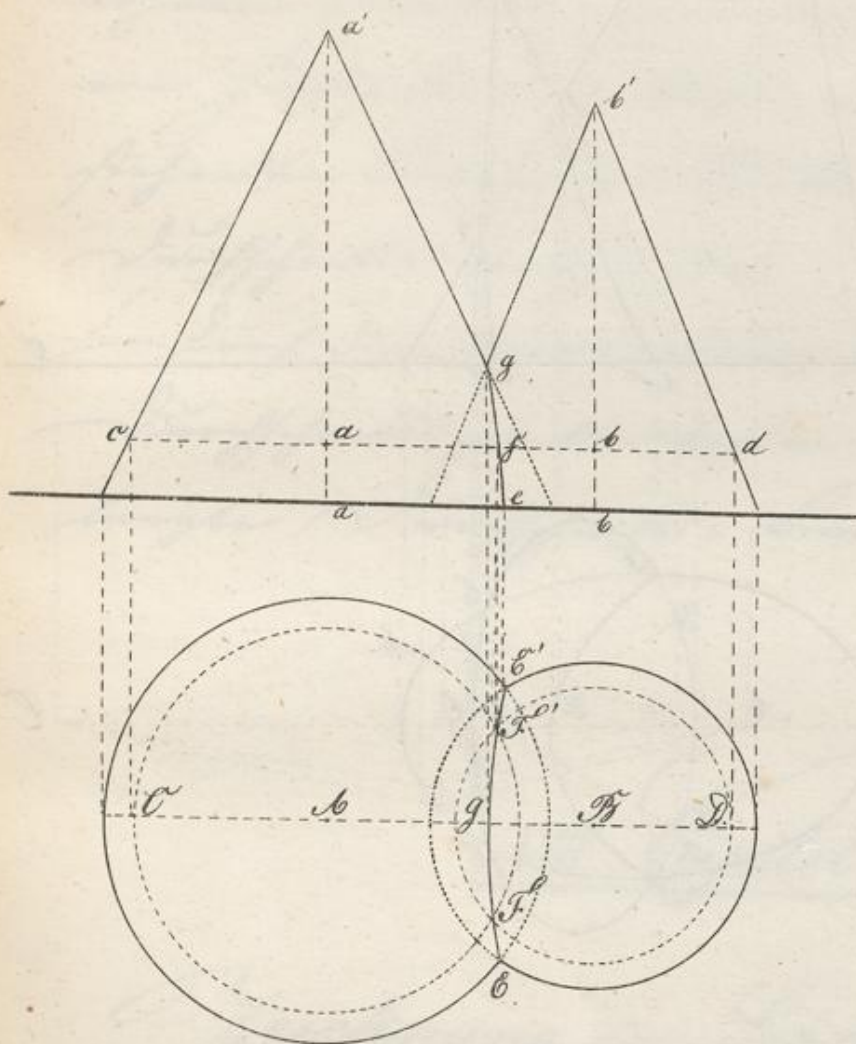
gleichen die Punkte $(E, E') / (e)$

und (g, G) .

Im Erheben man

gleich man die

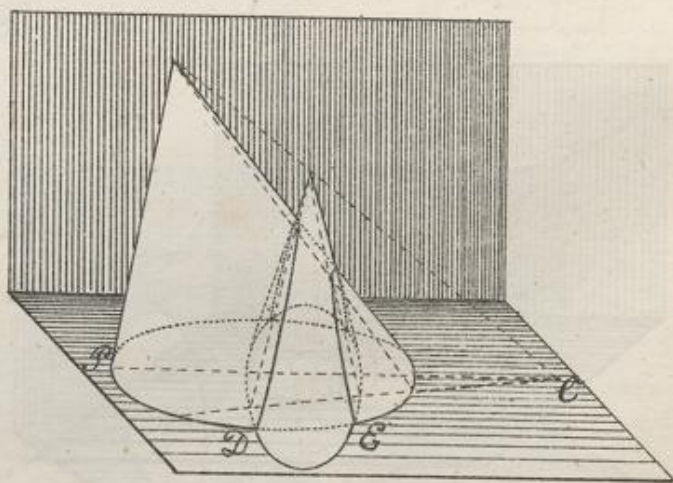
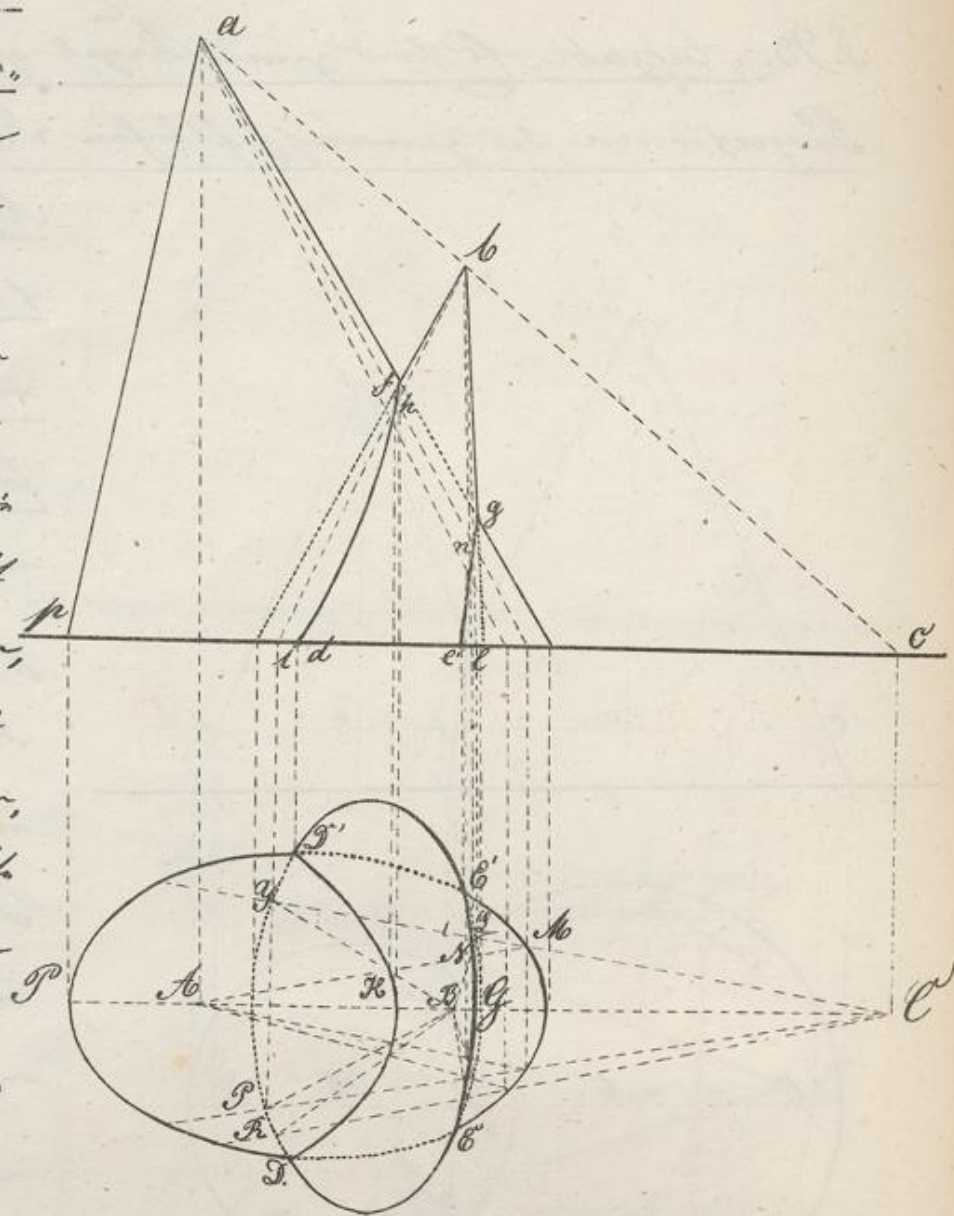
Figuren.



2^{te} Fall. So sind zwei Kugel
 man beliebiges Supis ya,
 geben; alsdann verbindet
 man die beiden Geigen
 durch eine gerade Linie
 (A B C, a b c), welche in
 C die Horizontal Ebene
 trifft. Mittels dieser Linie
 kann man nun sehr leicht
 jenes Flamm herausziehen,
 welche die beiden Kugel
 auf Flammanten pfunden,
 dann Durchschnittspunkte
 alsdann die unvollständige
 Ecken bestimmen.

Man zeichne nämlich die
 Linien C R, C P, C F, S
 durch den Punkt C,
 betrachte diese als Richte
 der unvollständigen jenseit.
 Flammen, alsdann verfahren
 sich z. B. für den Richt
 C P die Punkte A, B, C,
 wenn man die Flammen
 A B, L B und A B C an-
 schaut.

Im Übrigen wird auf die
 beigefügten Figuren als
 mündig gebauet-verfahren.



S. 94. Aus der Sammlung der Aufgaben dieses Kapitels läßt sich ansetzen, daß die gemeinschaftlichen Punkte der Tangenten nicht auf einer mit einem allgemeinen Asymptoten verlaufen, wenn man ein ähnliches System von Selbst-Asymptoten legt, und die Tangenten nicht Asymptoten Linien sind Punkte der gemeinschaftlichen Tangente angesetzt.

Durch die Verbindung der entsprechenden Tangenten der Tangente bestimmt sich ferner die neue Tangente der Tangente = Linie selbst.

VIII. Capitel.

Zeichnung der Schraube mit flachem und scharfem Gewinde.

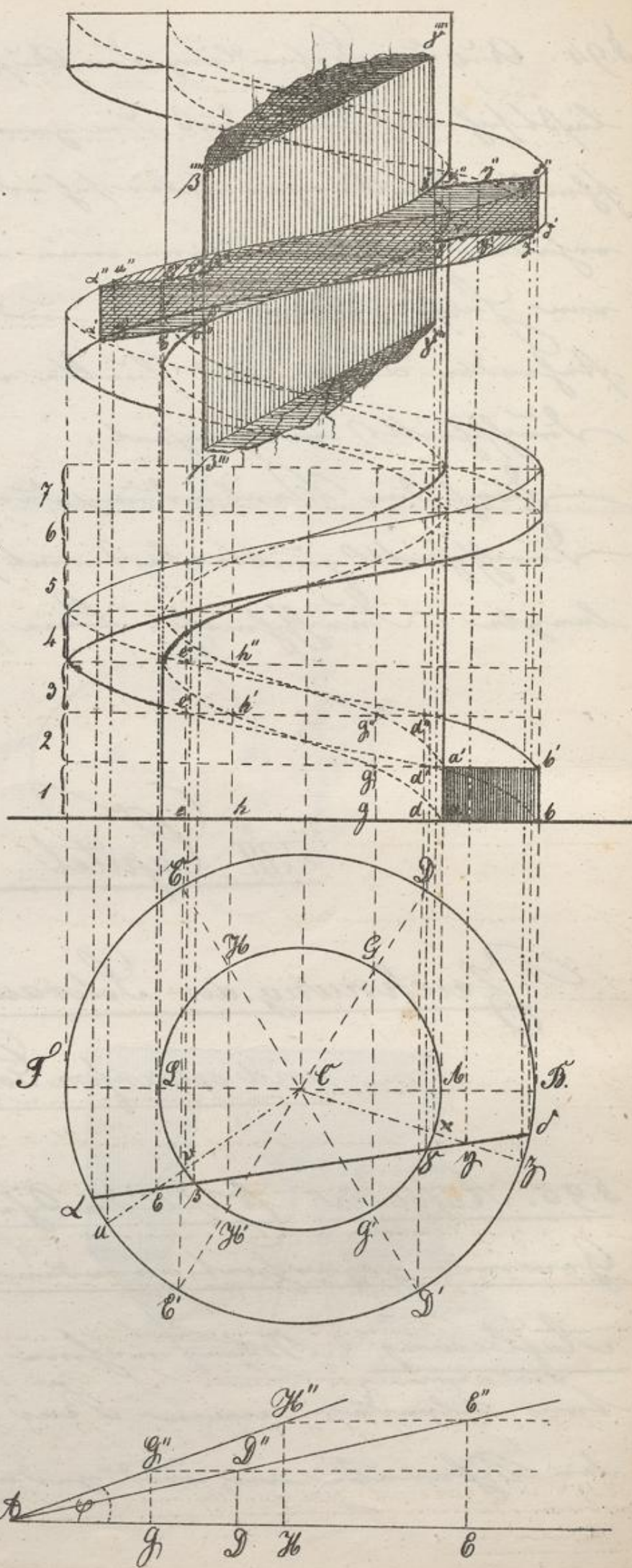
S. 95. Aufgabe. Es soll die Schraube mit flachem Gewinde angesetzt werden.

Auflösung. Man nehme einen Punkt auf der Ellipse zum Radius der als Grund der Schraube an, und zeichne sich ein Rechteck

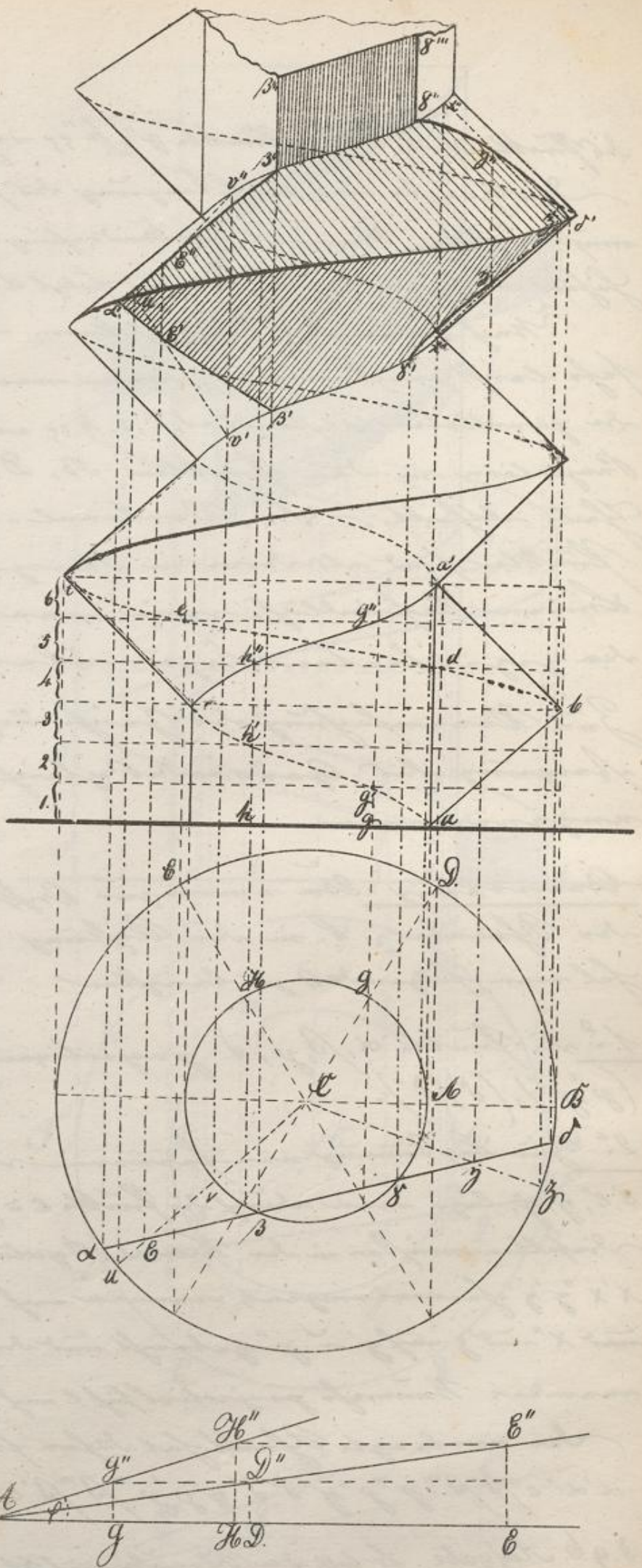
(AB , $aba'b'$) in die Richtung
des Meridian = flach zu.
stellt. Läßt man dieses
Aufsicht münden durch
Eindringung in die Linsen
 C in die Lagen GD ,
Hl E , g gelungener
und dabei zu steigen,
Lage für $\frac{1}{6}$ Eindringung
z. B. den Winkel der Auf-
steigung des Punktes a
auf g , und die Richtung
von a b , also von a' b' ,
man zuvörderst zur Horizontal-
flach sey, so verfährt man
in Evidenz, welche die Punkte
 a, b, a' und b' beschreiben auf
folgende Weise.

Wenn der Punkt (b, a) auf E
gelangt ist, so ist denselben
von $gg' = EG'$ aufzugeben,
und wenn denselben für ein
minutales $\frac{1}{6}$ der Eindringung
in Hl befindlich ist, so beträgt
seine Aufsteigung $ak' = 2GG'$
 $= Hl H'$, u. s. w.

Aufzunehmende Weise
man den für die Aufsteigung



Aufloesung. Man nehme
 einen punktierten Ellipsoid
 vom Radius CB als Modell
 der Kuppel an, und ze.
 In der fig. ein gleichförmig-
 liges Liniark (A, B, a, b)
 in der Richtung der
 Meridian-Form gestellt.
 Läßt man dieses Liniark
 mit einem Stück Eisen-
 Draht um die Kuppel
 C in der Lage CD, HE
 gleiten, und dabei so
 gleichförmig aufsteigen,
 daß für $\frac{1}{6}$ Umdrehung
 z. B. die Punkte (A, a), (B, b)
 um $\frac{1}{6}$ der Basis aa' des
 Liniarks, also um gg'
 aufsteigen sind, so muß
 man immer gerade den
 Draht dieses Liniark
 um seine Basis aa' in
 der fig. gerückt sehen, und
 die Stellen des Drahtes werden
 der mit der Zeitmessung zu-
 fühligen Eisenbahn beschreiben.
 Man erfüllt diese Eisenbahn



sofort leicht, wenn man die Abstände 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
 $\frac{1}{6} a a' = g g' = G G''$ misst, und die Punkte G, H, I, J, K, L, M, N, O, P
 in die aufeinanderfolgenden Kurven = Linien projiziert.

Die Grenzen der Gegend werden durch die Tangenten
 t t' etc. gebildet, so daß keine flachen Stellen entstehen
 können, wie der aufsteigende Zirkel zu erwarten
 genügt ist.

Anmerkung. Um einen zur Oeffnung der Kurven Schnitt
 der Punkte z. B. in der Richtung von d d' zu bestimmen,
 so man folgendes zu beachten.

1.^o Die Punkte d, p, y, d' projizieren sich auf (d'), (p'), (y'), (d'').

2.^o Zur Bestimmung der fernen Tangentialpunkte,
 als e, e', y, y' legt man durch die Punkte e u y die Meridian-
 flächen C v u u'. C x z. Dieselben müssen in der Vertical
 Projection die Punkte v' u' v'' und x' z' x'' hervorbringen,
 man u auf u', v auf v' u' v'', x auf x' und x'' und z auf z' z'',
 durch und diese Punkte richtig verbunden werden. Man
 projiziert sich e auf e' u e'', und y auf y' und y''. —

Der verlangte Schnitt hat daher folgende Vertical-Projection:
 $p' e' e'' p'' p''' y'' y''' d' y' y''$

Ende.



