

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Elemente der darstellenden Geometrie als Leitfaden zum Vortrage an der Grossherzoglichen Artillerie Schule

Ludwig, Damian

Carlsruhe, 1839

VII. Capitel

[urn:nbn:de:bsz:31-424751](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-424751)

VIII Capitel.

Durchschnitte krummer Oberflächen, Umdrehung der Durchschnitte = Curven, Aufwickelung der Cylinder und Kegel = Oberflächen & Verhalten der tangirenden Linien bei diesen Aufgaben.

I. Allgemeine Sätze.

- S. 87. 1.^o Stief die Umdrehung der Durchschnitts Curven soll die ursprüngliche Umdrehung angewandt werden, wobei man gesehen hat, dass es eben Curven sind. Man muss also immer bedenken, dass nur horizontal und vertical Flächen sich finden, und also alle Radial nach mittelf auf der Umdrehung gegründet werden.
- 2.^o Wird alle kurven oberflächen kurven nach mittelf wenden, so muss man bedenken, dass die Umdrehung geradlinig flächig angewandt wird. Stief gesehen dass die Umdrehung und Kegel. Die Umdrehung muss die Umdrehung haben, dass, wenn man sehen muss ist gesehen. Stief, wenn die Umdrehung oberflächen der Kurven zum Kurven kommen.

II. Durchschnitte Krümmen Oberflächen mit Ebenen.

§. 88. Aufgabe. Es ist ein punktirter Cylinder und eine auf die Vertical-Ebene parallel gestellte Ebene PQ , man ist zu bestimmen, was man, man soll:

1. Die Projectionen des gesuchten Durchschnitts anzuzeigen.

2. Die neuen Größe der Durchschnitts-Ebene bestimmen.

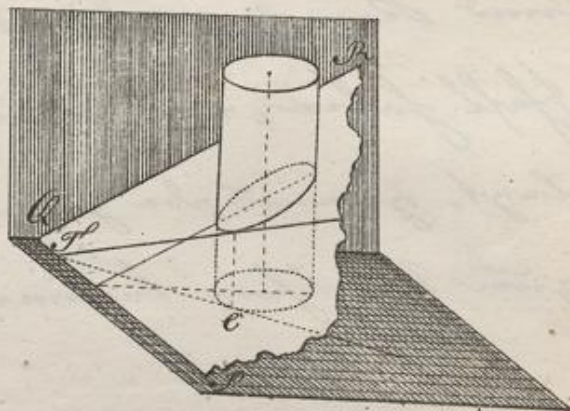
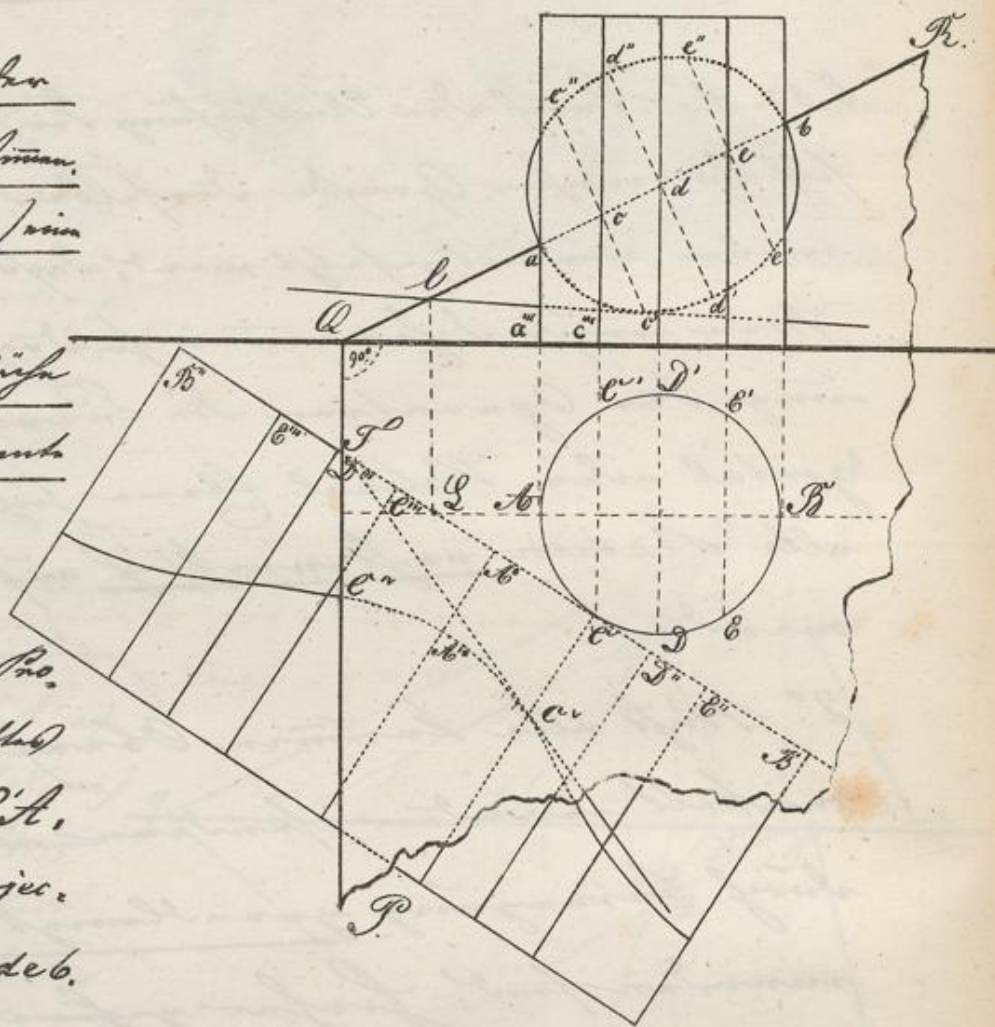
3. An einem Punkt (C, c) die Tangente legen.

4. Die Krümmen Oberfläche in die Richtung der Tangente aufwickeln.

Auflösung.

ad 1. Die Horizontal-Projection des Durchschnitts ist: $ABDEBCE'D'C'A$, und die Vertical-Projection des selben ist $acdeb$.
S. 85.

ad 2. Man betrachtet (A, B, a, b) als Punkte, und man die Ebene so legen, bis sie parallel zur Vertical-Ebene wird; als dann



zeigen sich die Tangenten-Peadien $cc', cc'', dd', dd'', ee', ee''$
 senkrecht auf $a b$, und muss man $cc' = cc'' = \frac{CB'}{2}$, $dd' = dd'' = \frac{DD'}{2}$,
 so ergibt sich die merkwürdige merkwürdige Größe $ac'd'e'b'd'a$.

ad 3. Die Tangentenschnitte der Tangente sind $(CL, c l)$.

Nach der Umfassung ist die Lage der Tangente durch die
 Punkte c und l bestimmt, indem man wissen kann
 Tangenten-Punkt, und letzteren der Punkt
 in der Tangente ist, man kann die Tangente durchführen.

ad 4. Man nimm die Tangente $CDDB E'D' C' A' C$ in die
 Richtung der Tangente $B' C B'$ auf, und lasse sie
 in der Horizontal-Ebene als Duffe, auf welcher die Ebene
 des Elements in den Punkten $B', E', D', C', A', C, D,$
 E', B' , senkrecht stehen. Man lege diese Ebene
 durch Drehung in die Horizontalebene, lege
 die Linie $CB' = cc'', A' A' = aa''$ etc. ab, so ergibt sich
 die Linie $E'' A' C''$. Die Tangente und die
 muss jetzt durch den Punkt T als Schnittpunkt
 mit der Tangente und durch den Punkt C'' gezogen
 werden.

Im Übrigen verläuft man die Figur.

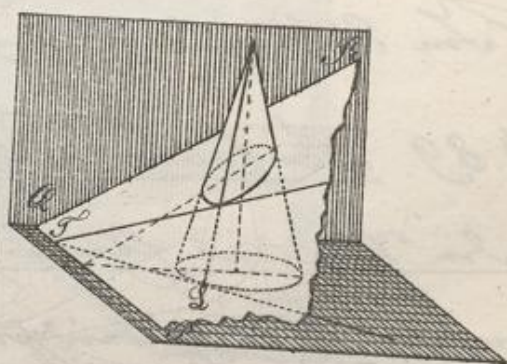
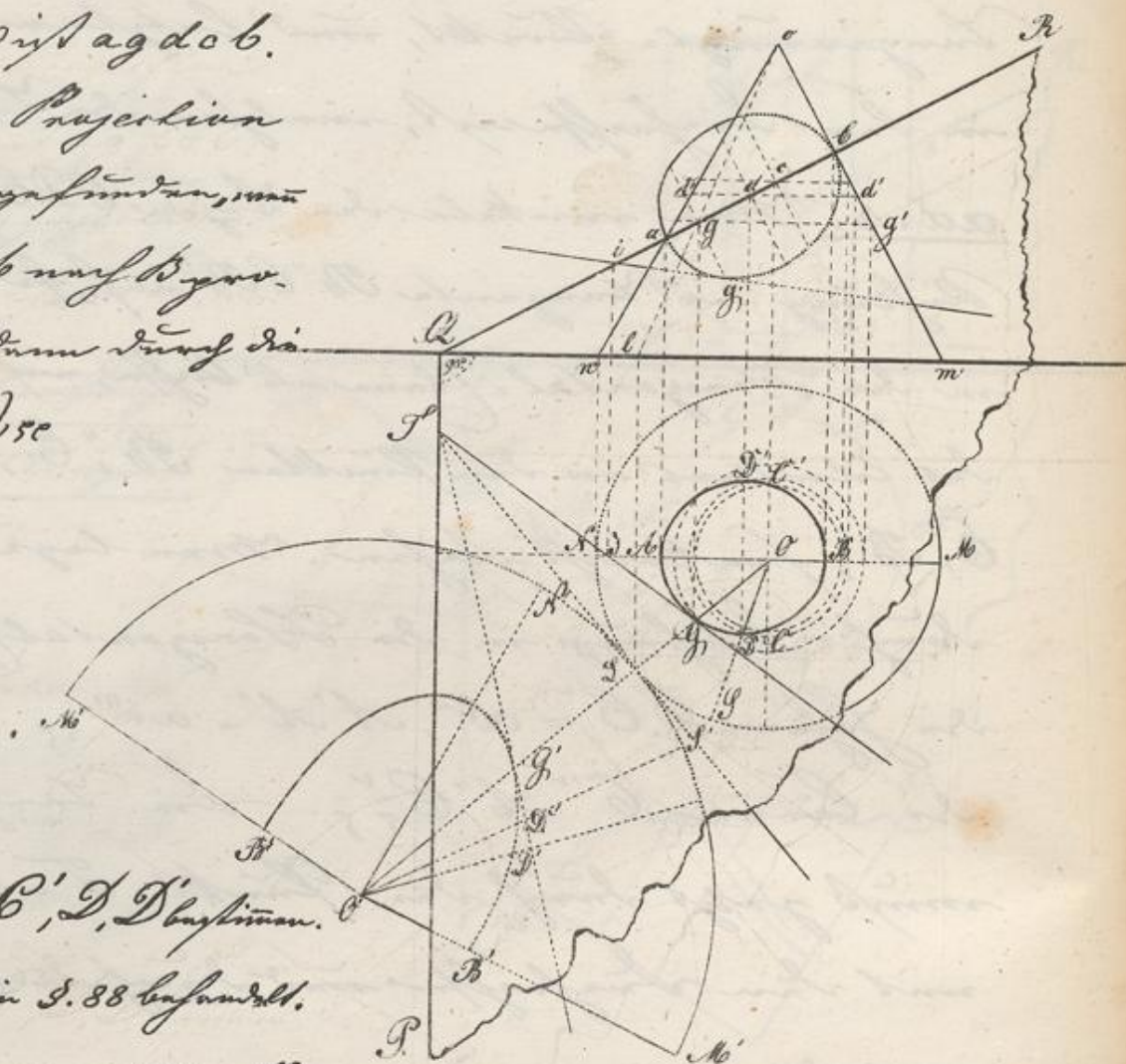
§. 89. Aufgabe. Geht ein senkrechter Körper und eine auf
 die Vertikal-Ebene senkrecht gestellte Ebene $PQ R$,
 welche ihn schneidet, gegeben, man soll:

- 1.° Die Projektionen des gemeinschaftlichen Durchschnitts zu zeichnen.
- 2.° Die neuen Grenzen der Durchschnitts-Ebene zu zeichnen.
- 3.° Den neuen Punkt (G, g) am Tangentialbogen.
- 4.° Die künftige Oberfläche in der Richtung der Tangentialbogenschnittlinie aufzulösen.

ad. 1. Die Vertical-Projection des Durchschnitts ist $agdb$. Die Horizontal-Projection desselben wird gefunden, wenn a auf st , b auf sg projiziert sind als dann durch die Punkte c, d (in ab), so zur Horizontal-Ebene parallel abgetragen, deren Projektionsstrahlen sind, in welchen auf die Punkte C, C', D, D' bestimmt.

ad. 2. Wird wie in S. 88 behandelt.

ad. 3. Die Tangente muß in T der Kreis PA berühren. Auf den nämlichen Punkt T muß aber auch der Kreis TL der künftigen Ebene gehen, inwiefern aber TG und ab



flammt OG L gelangt wird. Insofern läßt sich durch die
Tangente L T der Punkt T am einfachsten bestimmen.
ad. 4. Man gedankt sich die Ortsmitte in der
Richtung der Ebene TGL nullsetzen, und setzt diese
Ebene in die Höhe TL in die Horizontalebene
gedacht. Als dann gelangt O nach O' , so daß
 $LO' = 0$ wird. In diesem alle Punkte
der Horizontal- = Kreis der Kugel gleichweit
von der Höhe (O, o) entfernt sind, so müssen
dieselben für die Ortsmitte in der Peripherie
nimm, Kreis $M'N'L'S'M'$ liegen,
dessen Radius = LO' ist. Man zeichnet
nämlich die Projectionen = Kreis $N'L'S'M'$
nach successiven Orben von $LN = LN'$,
von $LS = LS'$, in die Peripherie des Kreises
 $M'N'L'S'M'$ auf, misst die runde Länge
von der Punkte (G, g), (D, d) von der Höhe
(O, o) der Kugel, (rund um die Kugel in der
Vertical-Projection gemessen, nämlich $O'G = og'$,
 $O'D = od'$), und bestimmt so die Punkte
 B', D', G', g' . Die Tangente muß notwendig durch die
Punkte T und G' gehen werden.

Im Obigen ungleichmässige Figuren.

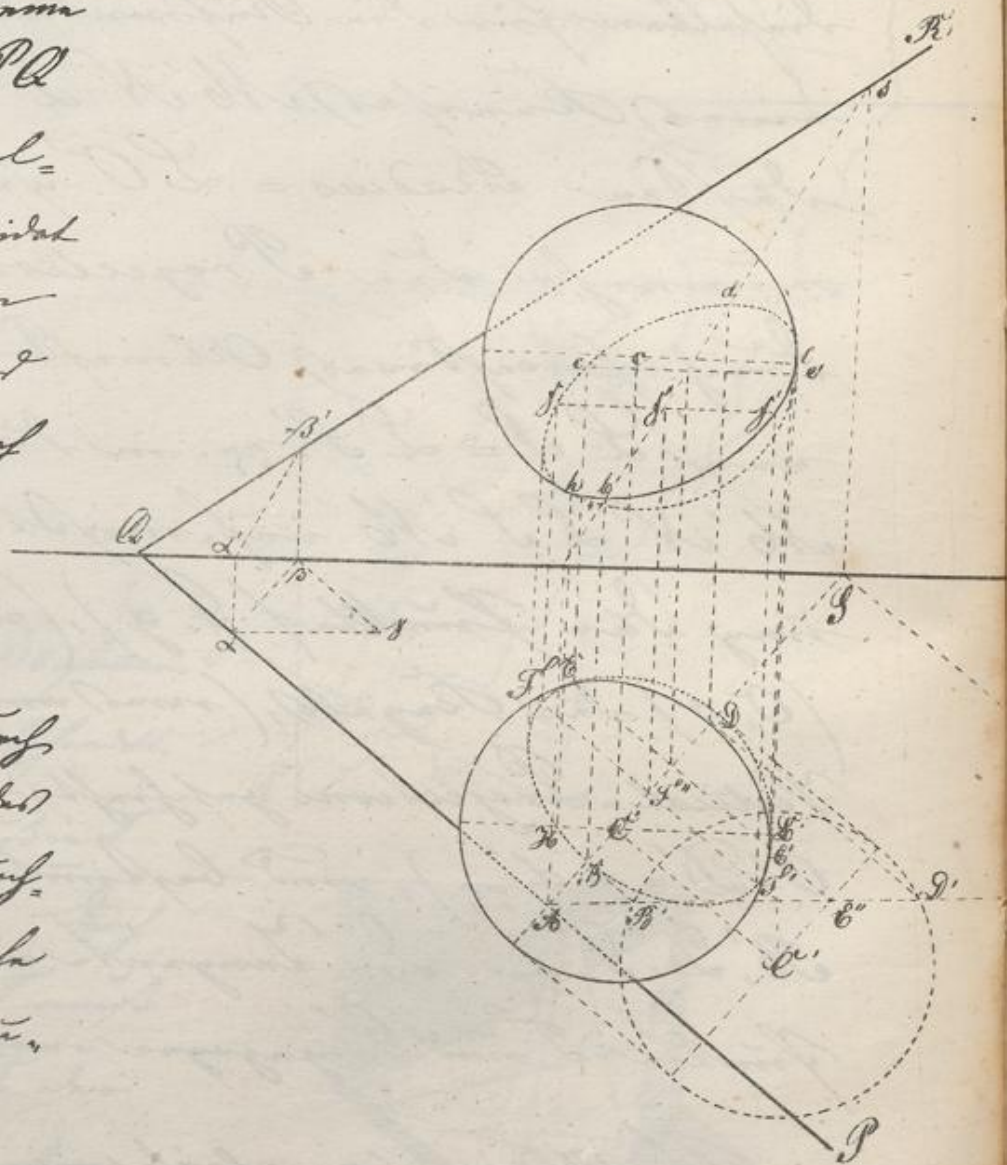
590. Aufgabe. Geist ein Umfassungskörper, z. B. ein Kugel gegeben und eine Ebene PQR , welche einen Durchschnitt bildet, man soll:

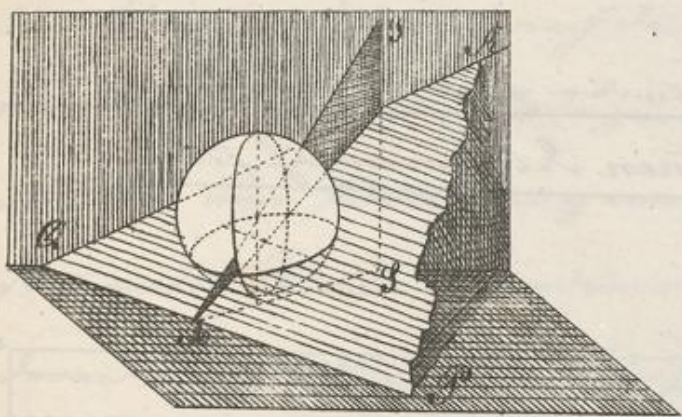
- 1.° In Projektionen des gemeinschaftlichen Durchschnitts nachzuweisen.
 - 2.° Die wahre Größe der Durchschnitts-Ebene nachzuweisen.
 - 3.° An einem Punkt (z. g.) eine Tangente legen, und ihre Länge in 2.° bestimmen.
- Auflösung.

ad. 1. Man stelle sich den Erdkörper C der Kugel eine Ebene senkrecht auf PQ und auf der Horizontal-Ebene. Derselbe schneidet die Kugel nach einem geraden Kreis, und die Ebene PQR nach einer geraden Linie, wenn man den Durchschnitt eines Kites.

Ansicht bildet, und dadurch die Punkte B' und D' des gemeinschaftlichen Durchschnitts nachweist, welche auf B und D zurück zu bringen sind.

Weil der Durchschnitt der Kugel und einer Ebene





im Kreis) ist, welches sich
im nachfolgenden Fall als
fliegend zeigen wird, dann
kleine Oeffen die Linie
 $P'D$, und dann große Oeffen
gleich der Linie $P'D$ ist, so
man $P'D$ in I'' zu fallen,
durch diesen Punkt I'' eine
Parallele zu PQ zu ziehen,
und $I''P' = P'D$ zu messen,
und dann diese die fliegende
gerade anzuheben, um die
große und kleine Oeffen bekannt
sind.

Man kann ebenfalls die Punkte E'' und E' , aus der fliege-
nden Regel anheben, um die Punkte, genau anzuheben,
wenn man durch E'' eine Parallele mit et zieht und
 E'' nach E' und E projiziert.

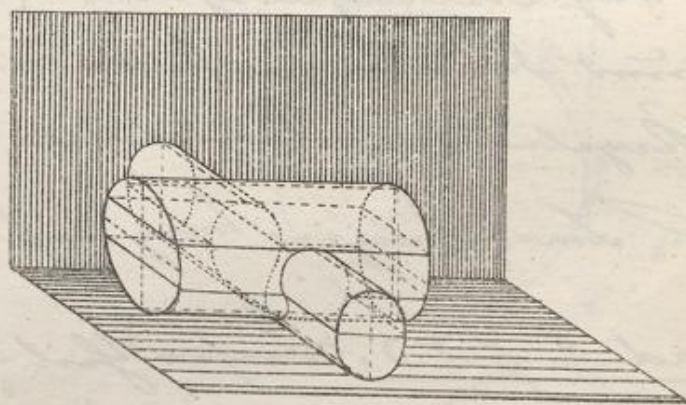
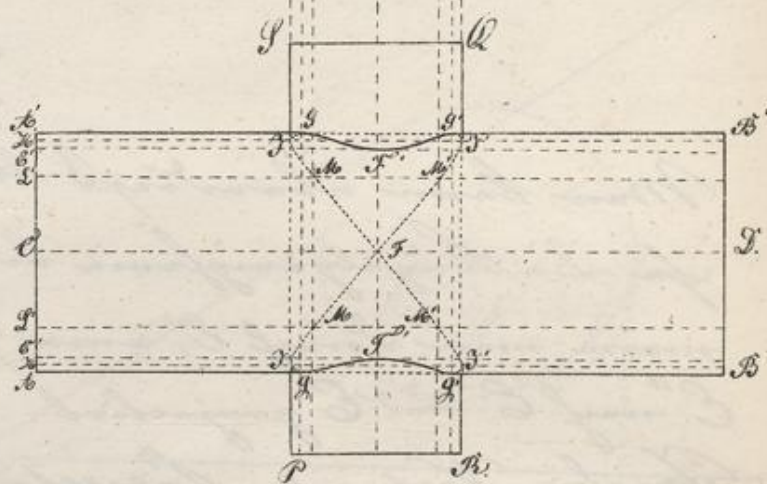
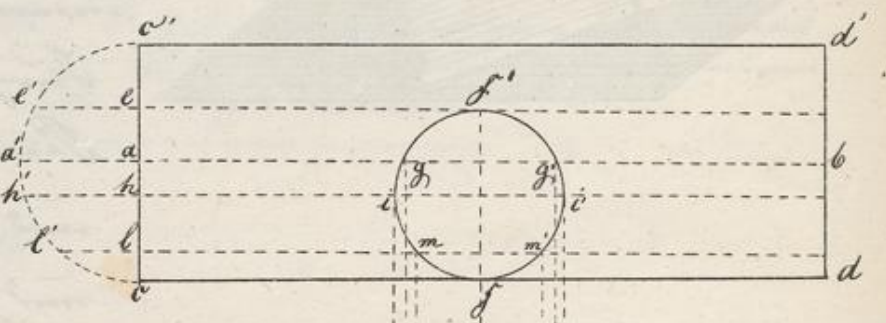
In der Vertical-Projection anzuheben sich die Punkte 3, 6
durch Ablesung ihrer bekannten Längen $P'D$ und $P'D'$,
und die übrigen Punkte e, e', f, f', h, h' nach den bekannten
Regeln der Projectionen: Messen.

Im übrigen möge man die Figuren.

ad 2. und 3. Dieser Teil der Auflösung wird über die
Stimmung, wie in S. 88 und 89. nachzugehen, und dann
als ob die Auflösung zur richtigen Anordnung.

III. Von den Durchschnitten der krummen Oberflächen unter sich.

§. 91. Aufgabe. Es sind zwei Cylinder gegeben, welche sich auf der
sich kreuzenden, man soll die Projectionen des gemeinschaftlichen
Durchschnitts nachsuchen.
Lösung. Es seien
(A B C D A' B', od. a b c' d')
und (P Q R S, i f i' f') die
gegebenen Cylinder. In
Vertical-Projection des
gemeinschaftlichen Durchschnitts
fällt mit dem Kreis i f i' f'
überein. Um zu finden die
Horizontal-Projection zu
erhalten, zieht man
die Hilfsstrahlen e f', a g g',
h i i', l m m' und c f' parallel
zur Horizontal-Linie
gleich. Diese Hilfsstrahlen
schneiden die beiden
Cylinder nach folgenden,
deren Horizontal-Projec-
tionen leicht zu erzeu-
gen sind. Es schneiden
z. B. die Linie l m m' den größ-
ten Cylinder nach den Ge-
raden L' M M', welche



ausfallen lassen, indem man $CL = ll'$ macht; sie schneiden dann den kleinen Ellipsoid auf den Elementen M, M' und M'', M''' , und abzufallen nicht schwer zu erkennen ist, inwiefern sich M, M', M'', M''' nicht Punkte des gemeinsamen Schnittes. Auf diesem stehenden Maße werden alle übrigen Punkte, und durch deren Verbindung die Schnittkurven F, M, G, F', G', M' gefunden.

Es ist zu bemerken, dass auch die Punkte der Kurven von P, Q, R, S , welche durch die Oberflächen der kleinen Ellipsoid und durch die Tangentialpunkte f, g, h, i, k, l, m, n gehen, sind alsdann leicht und genau zu finden für die Horizontal-Projection der Schnittkurven. Ebenso ausfallen lassen.

§. 92. Aufgabe. Es sind ein Ellipsoid und ein Kegel gegeben; man soll die Projectionen des gemeinsamen Schnittes konstruieren.

Auflösung. Es sey (ABC, A', d, c, d') der gegebene Kegel, und ($P, Q, R, S, e, f, g, h, i, k, l, m, n$) der gegebene Ellipsoid. Die Vertical-Projection des gemeinsamen Schnittes fällt mit dem Kreis $efghikl$ überein. Um die Horizontal-Projection des selben Schnittes zu erhalten, gedachte man die

S. 93. Aufgabe. Es sind zwei Kegel gegeben, man soll die Projektionen des gemeinschaftlichen Durchschnitts finden.

Auflösung.

1. Fall. Es seien zwei recht.
winkl. Kegel von einer

gemeinsamen Basis gegeben,

alsdann legt man parallel

zur Horizontal. Dann

die Falte Ebene $c a b d$ etc.,

und manz insieht ihre

Horizontal Projektionen,

welche Kreise sind, deren

Durchschnitt, Punkte F, F'

der gegebenen Kegel =

stern sich schneiden.

Dann gegeben sich be-

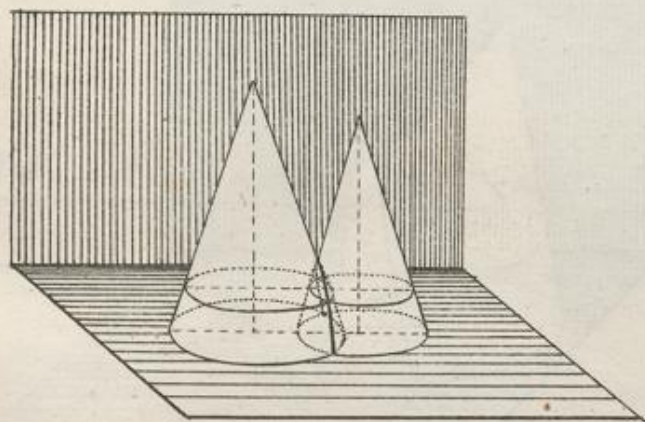
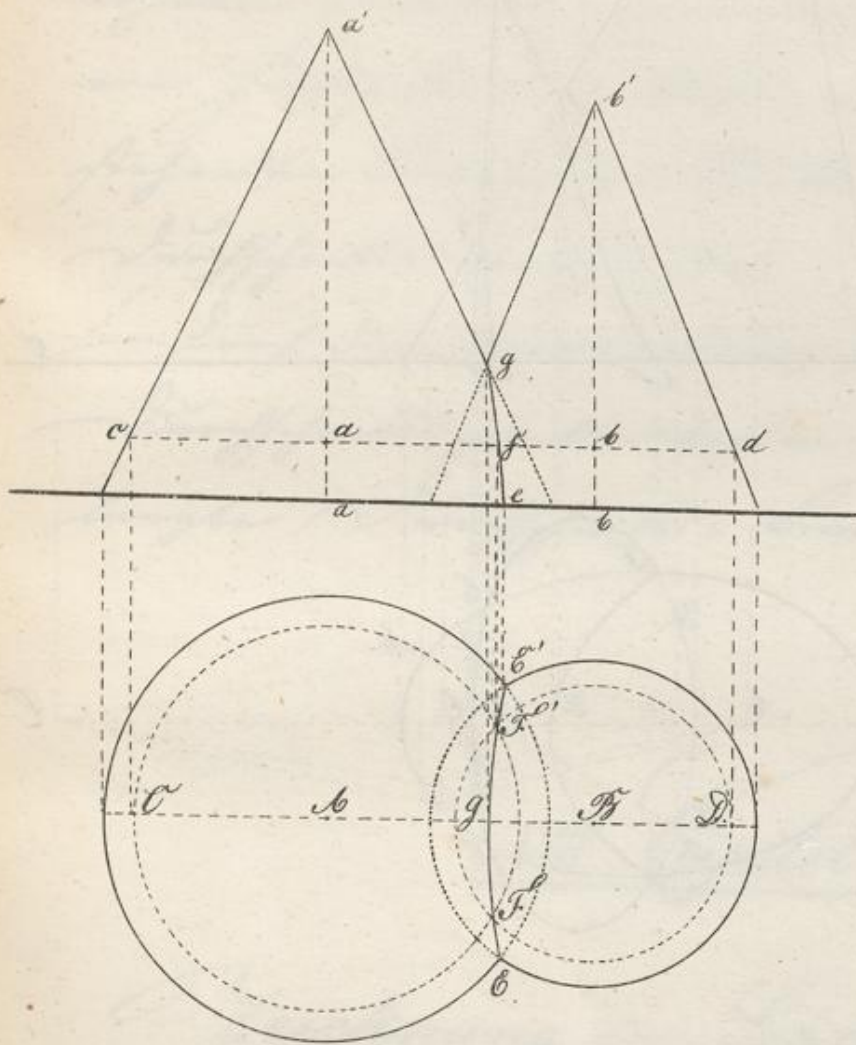
gleich die Punkte $(E, E') / (e)$,

und (g, G) .

Im Erheben man

gleich man die

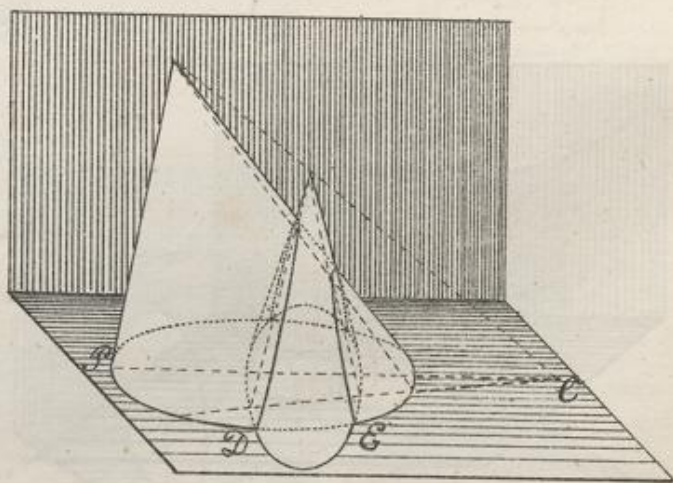
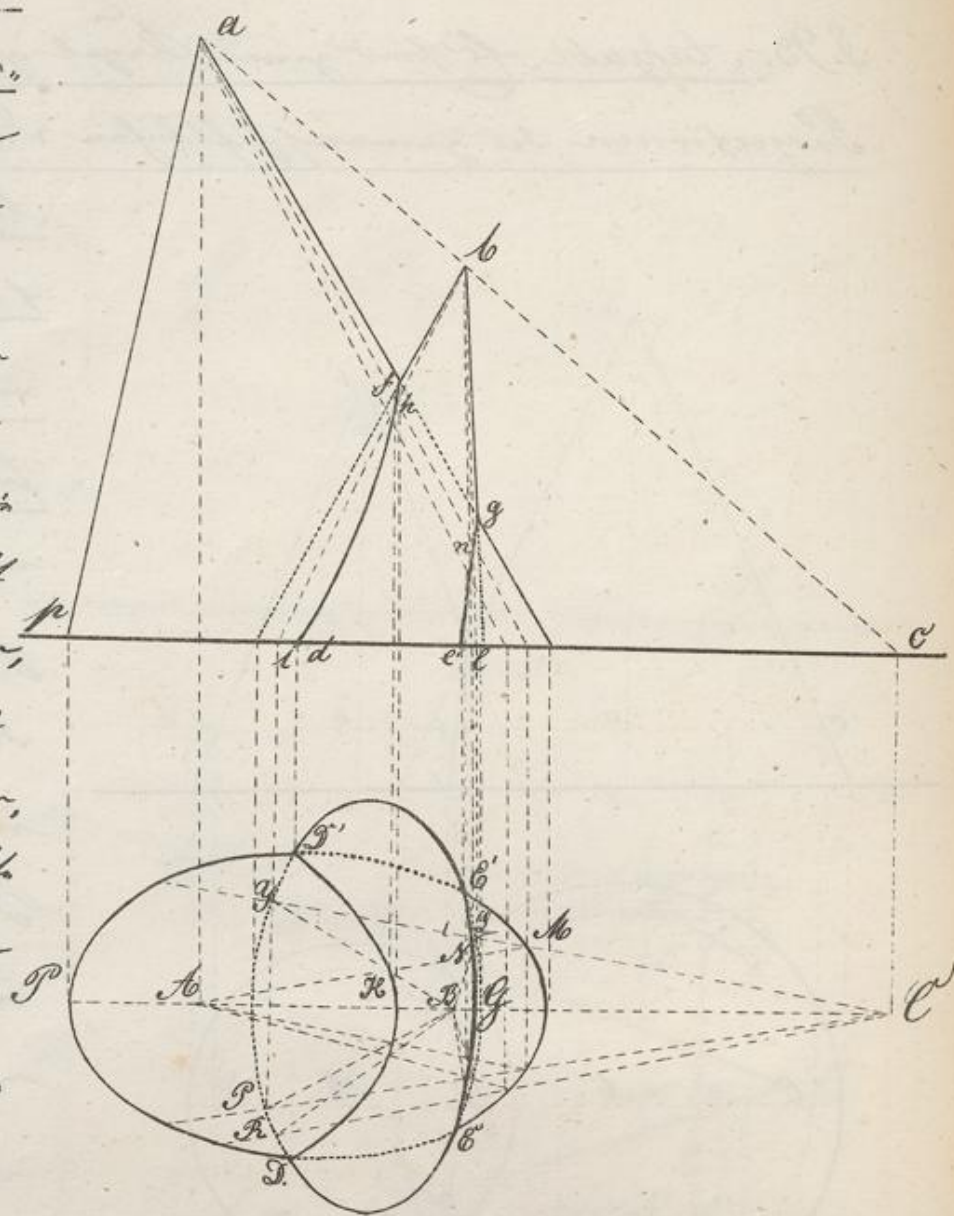
Figuren.



2^{te} Fall. So sind zwei Kugel
 man beliebiges Supis zu-
 geben, als wenn man in
 man die beiden Geigen
 durch eine gerade Linie
 (A B C, a b c), welche in
 C die Horizontal Ebene
 trifft. Mittels dieser Linie
 kann man nun sehr leicht
 jenes Flamm herausfinden,
 welche die beiden Kugel
 auf Flammanten schneiden,
 deren Durchschnittspunkte
 als wenn die unvollständige
 Ecken bestimmen.

Man zeichne nämlich die
 Linien C P, C P', C P'',
 durch den Punkt C,
 betrachte diese als Röhren
 der unvollständigen Kugel-
 flammen, als wenn gegeben
 sind z. B. für den Röhren
 C P die Punkte A, B, C,
 wenn man die Flammen
 A B, L B und M B an-
 schaut.

Im Übrigen wird auf die
 beigefügten Figuren als
 einigebundenermaßen



S. 94. Aus der Sammlung der Aufgaben dieses Capitels läßt sich ansehn, daß die gemeinschaftlichen Theile der Thungen nicht nur mit einem allgemeinen anfallen werden, wenn man ein ähnliches System von Selbst-Flächen legt, und die Verbindung mehrerer Linien und Punkte der gemeinschaftlichen Theile nicht angiebt.

Durch die Verbindung der unangewandten Theile der Punkte bestimmt sich ferner die unangewandte Theile = Linie selbst.

VIII. Capitel.

Zeichnung der Schraube mit flachem und scharfem Gewinde.

S. 95. Aufgabe. Es soll die Schraube mit flachem Gewinde angegeben werden.

Auflösung. Man nehme einen Punkt auf dem Ellipse zum Radius der als Grund der Schraube an, und zeichne sich ein Rechteck